РЕСПУБЛИКА УЗБЕКИСТАН
НАВОИЙСКИЙ ГОРНО-МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЙ КОМБИНАТ

НАВОИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ

Кафедра «Автоматизация и управление»

Конспект лекции
по дисциплины
«Теория автоматческого управления»
для направления «Автоматизация и управление технологических процессов и производств»
(часть-1)

НАВОИ – 2019

1 - лекция	Введение. Предмет теория автоматического управления.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1. Введение. 2. Предмет ТАУ. 3. Системы управления. Основные термины и понятия 4. Примеры СУ.
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о содержании курса «Теория автоматического управления», о ее предмете, методе, истории развития, задачах, связи с другими науками.	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятием и сущностью теории автоматического управления; • рассказать о предмете, методах и задачах теории автоматического управления; • кратко охарактеризовать основные школы автоматизации; • раскрыть систему и механизм действия законов управления; • объяснить связь теории автоматического управления с другими техническими науками.	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • назвать учебные разделы курса «Теория автоматического управления» и изложить последовательность их изучения; • назвать виды контроля; • перечислить конкретные задания по каждому виду контроля; • дать определение понятиям: управления, объект управления, системы автоматического управления, системы автоматизированного управления, классификация автоматических систем управления; • описать предмет Теория автоматического управления; • описать типовые элементарные звенья. • Объяснить понятие передаточная функция. • Назвать критерий устойчивости и его разновидности. • Раскрыть понятие анализ и синтез. • Рассказать разницу между линейными и нелинейными системами. • Понятие устойчивость нелинейных систем.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (1-е занятие)

<table>
<tr><th rowspan="2">Этапы, время</th><th colspan="2">Деятельность</th></tr>
<tr><th>преподавателя</th><th>Студентов</th></tr>
<tr><td>1 этап.
Введение
(5 мин.)</td><td>1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия и план его проведения.</td><td>1.1. Слушают</td></tr>
<tr><td>2 этап.
Актуализация знаний
(20 мин.)</td><td>2.1. С целью актуализировать знания студентов задает фокусирующие вопросы:
1. Чем вызвана необходимость изучения ТАУ в направлении «АУ»?
Для ответа на вопросы организует работу в парах. Проводит блиц-опрос.
2.2. Выводит на экран и предлагает ознакомиться со схемой «частота вращения паровой турбины» (приложение1, Слайд№1), комментирует содержание схемы.
Делает обобщающий вывод (прилож 2).
2.3. Выводит на экран общую блок схему СУ (Слайд №2), знакомит с перечнем тем по курсу, кратко характеризует их. Знакомит с рейтингом предмета, показателями и критериями текущего, промежуточного и итогового контроля. Знакомит со списком литературы, требованиями к студентам.</td><td>2.1. Отвечают на вопросы.
2.2. Изучают содержание слайда №1, высказывают суждения о роли и значении курса.
2.3. Изучают содержание слайда №2, записывают требования.</td></tr>
<tr><td>3 этап
Информационный
(45 мин.)</td><td>3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов:
По 1 вопросу. Что такое управление?
По 2 вопросу. Какие виды управления вы знаете?
По 3 вопросу. Какие системы автоматизации вы можете назвать?
По 4 вопросу. Что изучает ТАУ, каков ее предмет?
Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.</td><td>3.1. Обсуждают содержание схем, материалы, уточняют, задают вопросы. Записывают главное.</td></tr>
<tr><td>4 этап.
Заключительный
(10 мин.)</td><td>4.1.Задает вопрос: «Почему исходными пунктами в изучении ТАУ является объект и СУ?» Проводит блиц-опрос.
Делает итоговое заключение.</td><td>4.1. Отвечают на вопрос.
4.2. Слушают, записывают.</td></tr>
</table>

	4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Объекты с простыми полуавтоматическими управлениями.	

ЛЕКЦИЯ 1.

ВВЕДЕНИЕ. ПРЕДМЕТ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ. ПРИМЕРЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ.

План:

5. *Введение.*
6. *Предмет ТАУ.*
7. *Системы управления. Основные термины и понятия*
8. *Примеры СУ.*

1. Введение.

С древних времен человек хотел использовать предметы и силы природы в своих целях, то есть управлять ими. Управлять можно неодушевленными предметами (например, перекатывая камень на другое место), животными (дрессировка), людьми (начальник – подчиненный).

Множество задач управления в современном мире связано с техническими системами – автомобилями, кораблями, самолетами, станками. Например, нужно поддерживать заданный курс корабля, высоту самолета, частоту вращения двигателя, температуру в холодильнике или в печи. Если эти задачи решаются без участия человека, говорят об автоматическом управлении.

Предмет теории автоматического управления.

Теория управления пытается ответить на вопрос «как нужно управлять?». До XIX века науки об управлении не существовало, хотя первые системы автоматического управления уже были (например, ветряные мельницы «научили» разворачиваться навстречу ветру). Развитие теории управления началось в период промышленной революции. Сначала это направление в науке разрабатывалось механиками для решения задач регулирования, то есть поддержания заданного значения частоты вращения, температуры, давления в технических устройствах (например, в паровых машинах). Отсюда происходит название «теория автоматического регулирования».

Позднее выяснилось, что принципы управления можно успешно применять не только в технике, но и в биологии, экономике, общественных науках. Процессы управления и обработки информации в системах любой природы изучает наука кибернетика. Один из ее разделов, связанный главным образом с техническими системами, называется теорией автоматического управления. Кроме классических задач регулирования, она занимается также оптимизацией законов управления, вопросами приспособляемости (адаптации).

Иногда названия «теория автоматического управления» и «теория автоматического регулирования» используются как синонимы. Например, в современной зарубежной литературе вы встретите только один термин – control theory.

Таким образом, **<u>Теория автоматического управления(ТАУ)</u>** – совокупность знаний, позволяющих создавать и вводить в действие автоматические системы управления технологическими процессами с заданными характеристиками.

<u>Что является объектом, предметом и целью изучения ТАУ</u>

Объект изучения ТАУ – автоматическая система управления (АСУ).
Предмет изучения ТАУ – процессы, протекающие в АСУ.
Цель изучения ТАУ – учет приобретенных знаний в практической деятельности при проектировании, производстве, монтаже, наладке и эксплуатации АСУ.

<u>Основной метод исследования в ТАУ.</u> При изучении процессов управления в ТАУ вместо реальных АСУ рассматривают их адекватные математические модели. Поэтому основным методом исследования в ТАУ является математическое моделирование.

Системы управления. Основные термины и понятия

Из чего состоит система управления? В задачах управления всегда есть два объекта – управляемый и управляющий. Управляемый объект обычно называют объектом управления или просто объектом, а управляющий объект – регулятором. Например, при управлении частотой вращения объект управления – это двигатель (электромотор, турбина); в задаче стабилизации курса корабля – корабль, погруженный в воду; в задаче поддержания уровня громкости – динамик.

Целью управления управляемым объектом является поддержание *заданного режима.*

Под заданным режимом понимают изменение какого-либо параметра, характеризующего состояние объекта управления, по определенному закону. Указанный параметр, который может быть векторной величиной, называется управляемой или выходной переменной (величиной) объекта управления. В частном случае заданным режимом может быть поддержание выходной переменной неизменной и равной некоторой заданной величине.

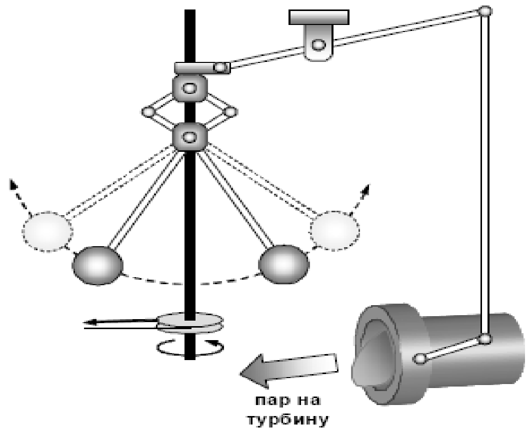


Рис.1

Регуляторы могут быть построены на разных принципах. Самый знаменитый из первых механических регуляторов – центробежный регулятор Уатта для стабилизации частоты вращения паровой турбины (Рис.1). Когда частота вращения увеличивается, шарики расходятся из-за увеличения центробежной силы. При этом через систему рычагов немного закрывается заслонка, уменьшая поток пара на турбину.Регулятор температуры в холодильнике или термостате – это электронная схема, которая включает режим охлаждения (или нагрева), если температура поднимается выше (или ниже) заданной.

Во многих современных системах регуляторы – это микропроцессорные устройства, компьютеры. Они успешно управляют самолетами и космическими кораблями без участия человека.

Обычно регулятор действует на объект управления не прямо, а через исполнительные механизмы (приводы), которые могут усиливать и преобразовывать сигнал управления, например, электрический сигнал может «превращаться» в перемещение клапана, регулирующего расход топлива, или в поворот руля на некоторый угол.

Чтобы регулятор мог «видеть», что происходит с объектом, нужны датчики. С помощью датчиков чаще всего измеряются те характеристики объекта, которыми нужно управлять. Кроме того, качество управления можно улучшить, если получать дополнительную информацию – измерять внутренние параметры объекта.

Структура системы. Итак, в типичную систему управления входят объект, регулятор, привод и датчики. Однако, набор этих элементов – еще не система. Для превращения в систему нужны каналы связи, через них идет обмен информацией между элементами. Для передачи информации могут использоваться электрический ток, воздух (пневматические системы), жидкость (гидравлические системы), компьютерные сети.

Взаимосвязанные элементы – это уже система, которая обладает (за счет связей) особыми свойствами, которых нет у отдельных элементов и любой их комбинации. На объект действует окружающая среда –внешние возмущения, которые «мешают» регулятору выполнять поставленную задачу. Большинство возмущений заранее непредсказуемы, то есть носят случайный характер.
Кроме того, датчики измеряют параметры не точно, а с некоторой ошибкой, пусть и малой. В этом случае говорят о «шумах измерений» по аналогии с шумами в радиотехнике, которые искажают сигналы.

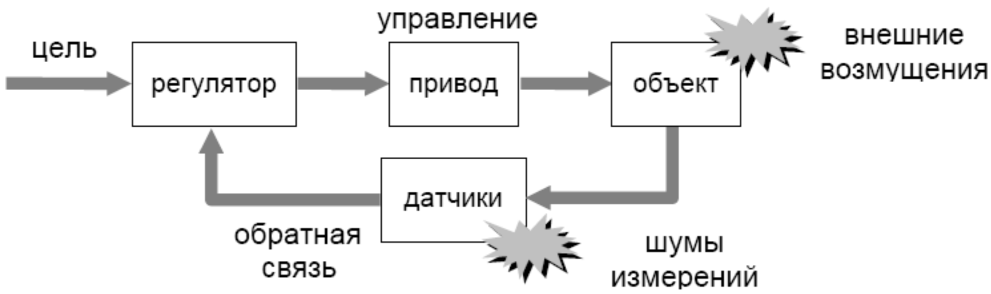


Рис. 2

Подводя итого, можно нарисовать структурную схему системы управления так:
Например, в системе управления курсом корабля

• объект управления – это сам корабль, погруженный в воду; для управления его курсом используется руль, изменяющий направление потока воды;
• регулятор – цифровая вычислительная машина;
• привод – рулевое устройство, которое усиливает управляющий электрический сигнал и преобразует его в поворот руля;
• датчики – гироскопическая система, определяющая фактический курс;

• внешние возмущения – это морское волнение и ветер, отклоняющие корабль от заданного курса;
• шумы измерений – это ошибки датчиков.

Информация в системе управления как бы «ходит по кругу»: регулятор выдает сигнал управления на привод, который воздействует непосредственно на объект; затем информация об объекте через датчики возвращается обратно к регулятору и все начинается заново. Говорят, что в системе есть обратная связь, то есть регулятор использует информацию о состоянии объекта для выработки управления.

Системы с обратной связью называют замкнутыми, поскольку информация передается по замкнутому контуру.

Блок-схему системы (автоматического) управления в общем случае можно представить так, как на рис. 3. Выходная переменная объекта управления является выходной (управляемой) переменной системы управления.

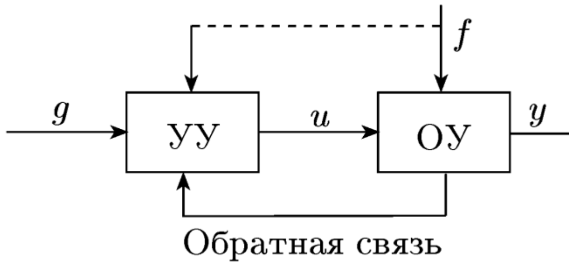


Рис.3. Общая блок-схема САУ

Канал связи, по которому информация о текущем состоянии объекта управления (ОУ) поступает в управляющее устройство (УУ), называется обратной связью.

Внешнее воздействие g, которое определяет требуемый (заданный) закон изменения выходной переменной, называется задающим воздействием. Здесь, как это часто делают, задающее воздействие выведено за пределы управляющего устройства, в то время как задающее воздействие вырабатывается задатчиком, входящим в состав УУ.

Как работает регулятор? Регулятор сравнивает задающий сигнал (цель или «уставку») с сигналами обратной связи от датчиков и определяет рассогласование (ошибку управления) – разницу между заданным и фактическим состоянием. Если оно равно нулю, никакого управления не требуется. Если разница есть, регулятор выдает управляющий сигнал, который стремится свести рассогласование к нулю. Поэтому схему регулятора во многих случаях можно нарисовать так(см. Рис.2):
Эта схема показывает управление по ошибке (или по отклонению). Это значит, что для того, чтобы регулятор начал действовать, нужно, чтобы управляемая величина отклонилась от заданного значения. Блок, обозначенный знаком $\neq$, находит рассогласование. В простейшем случае в нем из заданного значения (цели) вычитается сигнал обратной связи (измеренное значение).

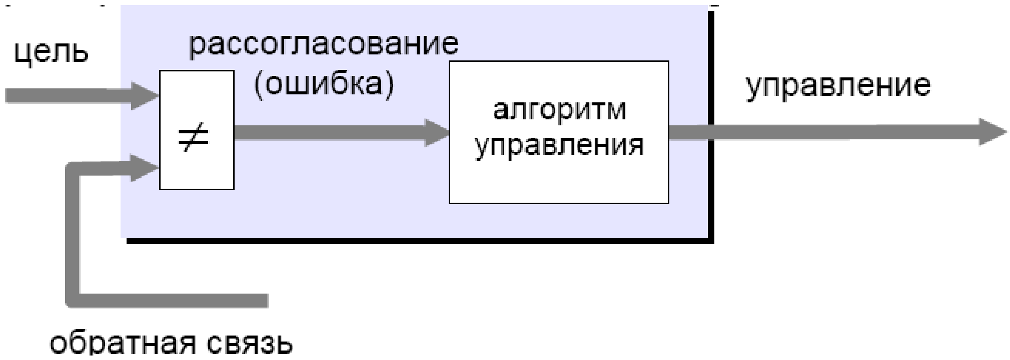


Рис.4

Можно ли управлять объектом так, чтобы не было ошибки? В реальных системах – нет.

Прежде всего, из-за внешних воздействий и шумов, которые заранее неизвестны. Кроме того, объекты управления обладают инерционностью, то есть, не могут мгновенно перейти из одного состояния в другое. Возможности регулятора и приводов (то есть мощность сигнала управления) всегда ограничены, поэтому быстродействие системы управления (скорость перехода на новый режим) также ограничена. Например, при управлении кораблем угол перекладки руля обычно не превышает $30 - 35°$, это ограничивает скорость изменения курса.

Разомкнутые системы. Можно ли управлять, не используя датчики? В принципе, можно. В этом случае регулятор не получает никакой информации о реальном состоянии объекта, поэтому должно быть точно известно, как ведет себя объект. Только тогда можно заранее рассчитать, как им нужно управлять (построить нужную программу управления). Однако при этом нельзя гарантировать, что цель будет достигнута.

Такие системы называют системами программного управления или разомкнутыми системами, поскольку информация передается не по замкнутому контуру, а только в одном направлении.

Слепой и глухой водитель тоже может вести машину. Некоторое время. Пока он помнит дорогу и сможет правильно рассчитать свое место. Пока на пути не встретятся пешеходы или другие машины, о которых он заранее не может знать. Из этого простого примера ясно, что без датчиков невозможно учесть влияние неизвестных факторов, неполноту наших знаний.

Несмотря на эти недостатки, разомкнутые системы применяются на практике. Например, информационное табло на вокзале. Или простейшая система управления двигателем, в которой не требуется очень точно поддерживать частоту вращения. Однако с точки зрения теории управления разомкнутые системы малоинтересны

4. Примеры системы управления

Примером объекта управления является генератор напряжения (рис. 5, а). Управляемой величиной является выходное напряжение $u_{н}$. Им можно управлять, изменяя напряжение возбуждения или воздействуя на переменное сопротивление $R_{в}$, включенное в цепь возбуждения генератора.

Часть объекта управления, на которую оказывают воздействие при управлении, называют управляющим (регулирующим) органом. В случае генератора таким органом является переменное сопротивление $R_в$ или обмотка возбуждения. Другим простым примером объекта управления является резервуар с жидкостью (рис. 5,б), в котором нужно поддерживать жидкость на заданном уровне. Управляемой переменной является уровень h, регулирующим органом — вентиль на входной трубе A.

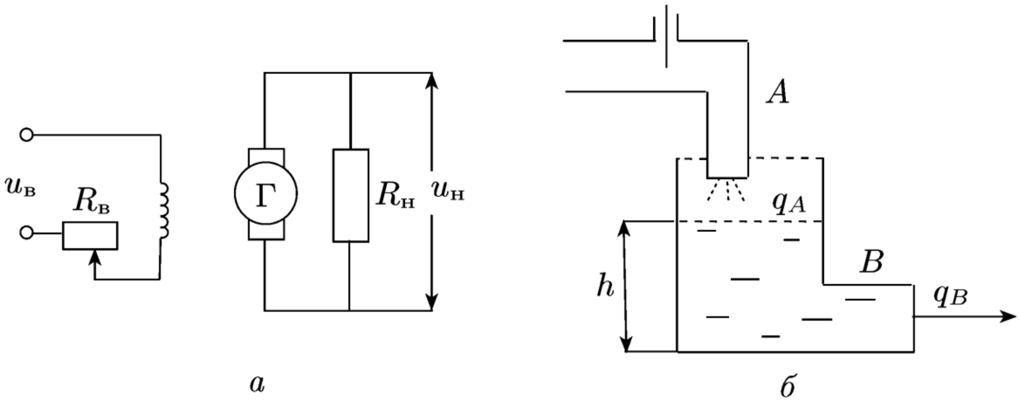


Рис. 5. Объекты управления: а — генератор напряжения; б - резервуар с жидкостью

Контрольные вопросы

1. Дайте определение понятия управления?
2. Какие алгоритмы работы объектов управления Вам известны?
3. Что называется вектором выходного состояния объекта управления?
4. Что называется ошибкой управления?
5. Назовите основные причины отклонения вектора выходного состояния от требуемого значения?
6. Для каких целей необходимы управляющие воздействия?
7. Что называется управляющим устройством?
8. Что называется системой автоматического управления?

2 - лекция	Принципы управления

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1. Принцип разомкнутого управления 2. Принцип компенсации 3. Принцип обратной связи
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о принципе управления и задачах систем управления.	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятием принцип управления; • рассказать классификацию принципа управления; • раскрыть систему и механизм действия обратной связи;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • классификацию принципов управления • перечислить конкретные задания по каждому виду контроля; • дать определение понятию обратная связь.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (2-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что такое управление? 2. Что изучает ТАУ. 3. Что называется ошибкой управления? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Какова роль ТАУ в производственных процессов?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли ТАУ в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Что такое принцип управления? По 2 вопросу. Что такое принцип разомкнутого управления? По 3 вопросу. Что такое принцип компенсации? По 4 вопросу. Что такое принцип отрицательной обратной связи? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Разница между отрицательной и положительной обратной связи.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 2.

ПРИНЦИПЫ УПРАВЛЕНИЯ

План:

1. *Принцип разомкнутого управления*
2. *Принцип компенсации*
3. *Принцип обратной связи*

Основной задачей автоматического управления является поддержание определенного закона изменения одной или нескольких физических величин, характеризующих процессы, протекающие в ОУ, без непосредственного участия человека. Эти величины называются управляемыми величинами. Если в качестве ОУ рассматривается хлебопекарная печь, то управляемой величиной будет температура, которая должна изменяться по заданной программе в соответствии с требованиями технологического процесса.

Принято различать три фундаментальных принципа управления: принцип разомкнутого управления, принцип компенсации, принцип обратной связи.

1. Принцип разомкнутого управления

Рассмотрим САУ хлебопекарной печи (рис.1). Ее принципиальная схема показывает принцип действия данной конкретной САУ, состоящей из конкретных технических устройств. Принципиальные схемы могут быть электрическими, гидравлическими, кинематическими и т.п.

Технология выпечки требует изменения температуры в печи по заданной программе, в частном случае требуется поддержание постоянной температуры. Для этого надо реостатом регулировать напряжение на нагревательном элементе НЭ. Подобная часть ОУ, с помощью которой можно изменять параметры управляемого процесса называется управляющим органом объекта (УО). Это может быть реостат, вентиль, заслонка и т.п.

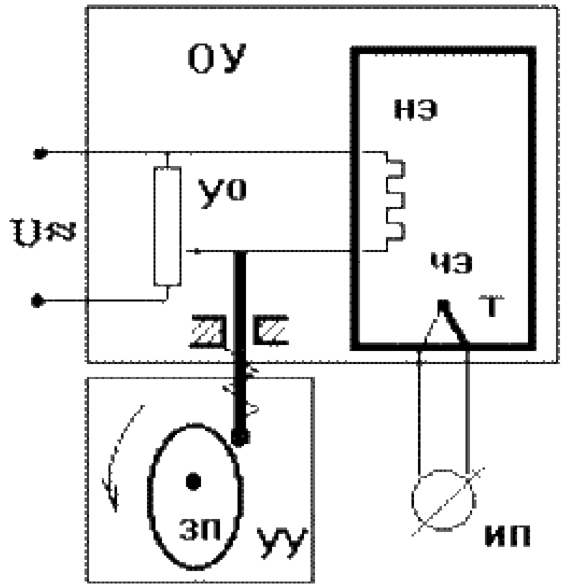


Рис 1

Часть ОУ, которая преобразует управляемую величину в пропорциональную ей величину, удобную для использования в САУ, называют чувствительным элементом (ЧЭ). Физическую величину на выходе ЧЭ называют выходной величиной ОУ. Как правило, это электрический сигнал (ток, напряжение) или механическое перемещение. В качестве ЧЭ могут использоваться термопары, тахометры, рычаги, электрические мосты, датчики давления, деформации, положения и т.п. В нашем случае это термопара, на выходе которой формируется напряжение, пропорциональное температуре в печи, подаваемое на измерительный прибор ИП для контроля. Физическую величину на входе управляющего органа ОУ называют входной величиной ОУ.

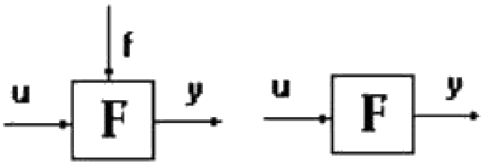


Рис. 2

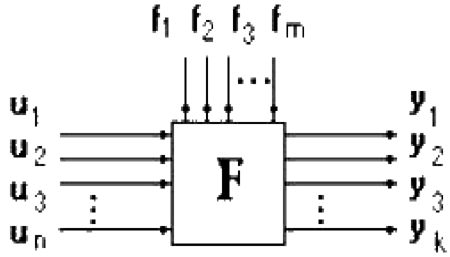


Рис. 3

Управляющее воздействие u(t) - это воздействие, прикладываемое к УО объекта с целью поддержания требуемых значений управляемой величины. Оно формируется устройством управления (УУ). Ядром УУ является исполнительный элемент, в качестве которого может использоваться электрические или поршневые двигатели, мембраны, электромагниты и т.п.

Задающим устройством (ЗУ) называется устройство, задающее программу изменения управляющего воздействия, то есть формирующее задающий сигнал uo(t). В простейшем случае uo(t)=const. ЗУ может быть выполнено в виде отдельного устройства, быть встроенным в УУ или же вообще отсутствовать. В качестве ЗУ может выступать кулачковый механизм, магнитофонная лента, маятник в часах, задающий профиль и т.п. Роль УУ и ЗУ может исполнять человек. Однако это уже не САУ. В нашем примере УУ является кулачковый механизм, перемещающий движок реостата согласно программе, которая задается профилем кулачка.

Рассмотренную САУ можно представить в виде функциональной схемы, элементы которой называются функциональными звеньями. Эти звенья изображаются прямоугольниками, в которых записывается функция преобразования входной величины в выходную (рис.2). Эти величины могут иметь одинаковую или различную природу, например, входное и выходное электрическое напряжение, или электрическое напряжение на входе и скорость механического перемещения на выходе и т.п.

Величина f(t), подаваемая на второй вход звена, называется возмущением. Она отражает влияние на выходную величину y(t) изменений окружающей среды, нагрузки и т.п.

В общем случае функциональное звено может иметь несколько входов и выходов (рис.3). Здесь u1,u2,...,un - входные (управляющие) воздействия; f1,f2,...,fm - возмущающие воздействия; y1,y2,...,yk - выходные величины.

Принцип работы функциональных звеньев может быть различным, поэтому функциональная схема не дает представление о принципе действия конкретной САУ, а показывает лишь пути прохождения и способы обработки и преобразования сигналов.

Сигнал - это информационное понятие, соответствующее на принципиальной схеме физическим величинам. Пути его прохождения указываются направленными отрезками (рис.4). Точки разветвления сигнала называются узлами. Сигнал определяется лишь формой изменения физической величины, он не имеет ни массы, ни энергии, поэтому в узлах он не делится, и по всем путям от узла идут одинаковые сигналы, равные сигналу, входящему в узел. Суммирование сигналов осуществляется в сумматоре, вычитание - в сравнивающем устройстве.

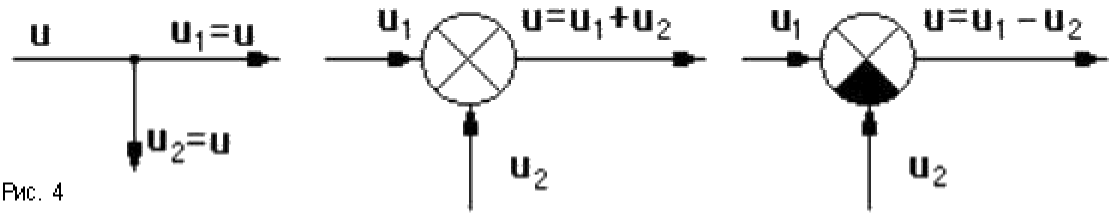


Рис. 4

Рассмотренную САУ хлебопекарной печи можно изобразить функциональной схемой (рис.5). В данной схеме заложен принцип разомкнутого управления, сущность которого состоит в том, что программа управления жестко задана ЗУ; управление не учитывает влияние возмущений на параметры процесса. Примерами систем, работающих по принципу разомкнутого управления, являются часы, магнитофон, компьютер и т.п.

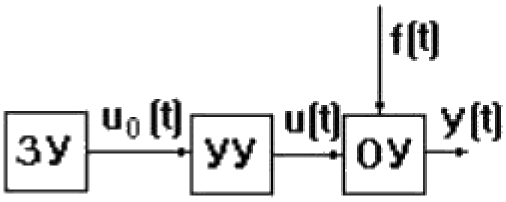
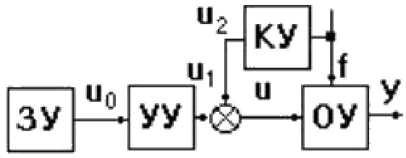


Рис. 5

2. Принцип компенсации

Если возмущающий фактор искажает выходную величину до недопустимых пределов, то применяют принцип компенсации (рис.6, КУ - корректирующее устройство).



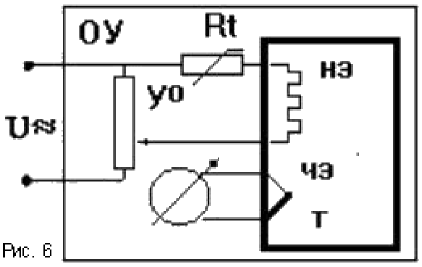


Рис. 6

Пусть уо - значение выходной величины, которое требуется обеспечить согласно программе. На самом деле из-за возмущения f на выходе регистрируется значение у. Величина е = уо - у называется отклонением от заданной величины. Если каким-то образом удается измерить величину f, то можно откорректировать управляющее воздействие u на входе ОУ, суммируя сигнал УУ с корректирующим воздействием, пропорциональным возмущению f и компенсирующим его влияние.

Примеры систем компенсации: биметаллический маятник в часах, компенсационная обмотка машины постоянного тока и т.п. На рис.6 в цепи НЭ стоит термосопротивление Rt, величина которого меняется в зависимости от колебаний температуры окружающей среды, корректируя напряжение на НЭ.
Достоинство принципа компенсации: быстрота реакции на возмущения. Он более точен, чем принцип разомкнутого управления. Недостаток: невозможность учета подобным образом всех возможных возмущений.

3. Принцип обратной связи

Наибольшее распространение в технике получил принцип обратной связи

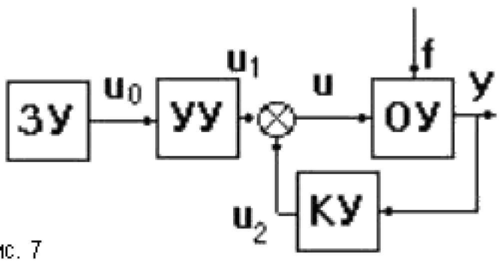


Рис. 7

(рис.7).

Здесь управляющее воздействие корректируется в зависимости от выходной величины y(t). И уже не важно, какие возмущения действуют на ОУ. Если значение y(t) отклоняется от требуемого, то происходит корректировка сигнала u(t) с целью уменьшения данного отклонения. Связь выхода ОУ с его входом называется главной обратной связью (ОС).

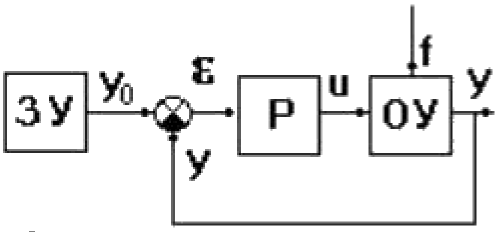


Рис. 8

В частном случае (рис.8) ЗУ формирует требуемое значение выходной величины yo(t), которое сравнивается с действительным значением на выходе САУ y(t). Отклонение e = yo-y с выхода сравнивающего устройства подается на вход регулятора Р, объединяющего в себе УУ, УО, ЧЭ.Если $e \neq 0$, то регулятор формирует управляющее воздействие u(t), действующее до тех пор, пока не обеспечится равенство e = 0, или y = yo. Так как на регулятор подается разность сигналов, то такая обратная связь называется отрицательной, в отличие от положительной обратной связи, когда сигналы складываются.

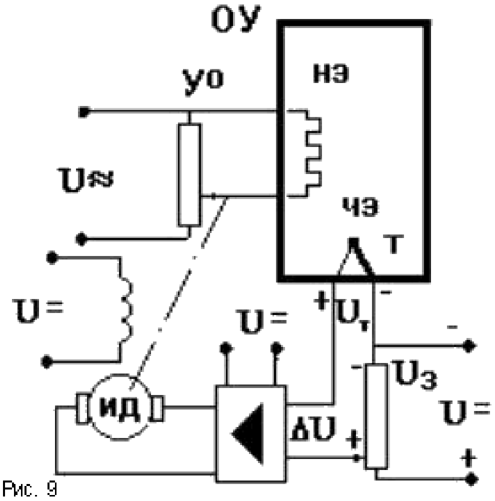


Рис. 9

Такое управление в функции отклонения называется регулированием, а подобную САУ называют системой автоматического регулирования (САР). Так на рис.9 изображена упрощенная схема САР хлебопекарной печи. Роль ЗУ здесь выполняет потенциометр, напряжение на котором Uз сравнивается с напряжением на термопаре Uт. Их разность ΔU через усилитель подается на исполнительный двигатель ИД, регулирующий через редуктор положение движка реостата в цепи НЭ. Наличие усилителя говорит о том, что данная САР является системой непрямого регулирования, так как энергия для функций управления берется от посторонних источников питания, в отличие от систем прямого регулирования, в которых энергия берется непосредственно от ОУ, как, например, в САР уровня воды в баке (рис.10).

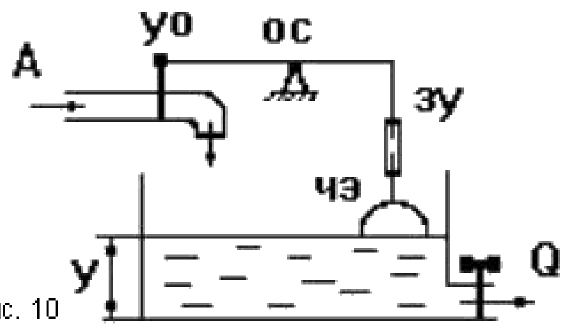


Рис. 10

Недостатком принципа обратной связи является инерционность системы. Поэтому часто применяют комбинацию данного принципа с принципом компенсации, что позволяет объединить достоинства обоих принципов: быстроту реакции на возмущение принципа компенсации и точность регулирования независимо от природы возмущений принципа обратной связи.

Контрольные вопросы

1. Что является основной задачей автоматического управления?
2. Что называется объектом управления?
3. Что называется управляемой величиной?
4. Что называется управляющим органом?
5. Что называется чувствительным элементом?
6. Что такое входная и выходная величины?

3 - лекция	Структура автоматических систем управления.

Технология обучения на лекции

<table>
<tr><td colspan="2">Количество студентов: 38-44 чел. Время - 2 часа</td></tr>
<tr><td>Форма учебного занятия</td><td>Вводно-тематическая лекция</td></tr>
<tr><td>План лекции</td><td>Функциональная структура.
Алгоритмическая структура.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о структуру АСУ, видах структур и их особенностях.</td></tr>
<tr><td>Задачи преподавателя:
• ознакомить с понятием структура АСУ и структурные схемы АСУ;
• рассказать классификацию структуры и структурных схем АСУ;
• кратко охарактеризовать основные виды алгоритмических звеньев;</td><td>Результаты учебной деятельности:
Студент должен:
• перечислить конкретные задания по каждому виду контроля;
• дать определение понятиям: структура, объект управления, системы автоматического управления, системы автоматизированного управления, функциональная схема;
• описать типовые элементарные звенья.</td></tr>
<tr><td>Методы и техники обучения</td><td>Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».</td></tr>
<tr><td>Средства обучения</td><td>Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.</td></tr>
<tr><td>Условия обучения</td><td>Аудитория.</td></tr>
</table>

Технологическая карта лекции (3-е занятие)

<table>
<tr><th rowspan="2">Этапы, время</th><th colspan="2">Деятельность</th></tr>
<tr><th>преподавателя</th><th>Студентов</th></tr>
<tr><td>1 этап.
Введение
(5 мин.)</td><td>1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.</td><td>1.1. Слушают и записывают</td></tr>
<tr><td>2 этап.
Актуализация знаний
(20 мин.)</td><td>2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос:
1. Что такое принцип управление?
2. Что такое входное и выходные величины?
3. Что понимаете под отрицательной обратной связью?
2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Структура автоматических систем управления?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.</td><td>2.1. Отвечают на вопросы.
2.2. Обсуждают и предлагают ответы.</td></tr>
<tr><td>3 этап
Информационный
(45 мин.)</td><td>3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов:
По 1 вопросу. Что такое функциональная структура?
По 2 вопросу. Что такое алгоритмическая структура?
По 3 вопросу. Что такое управляющая устройство?
Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.</td><td>3.1. Высказывают мнение и записывают главное.</td></tr>
<tr><td>4 этап.
Заключи-тельный
(10 мин.)</td><td>4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции.
4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.</td><td>4.1. Отвечают на вопрос.
4.2. Записывают задание.</td></tr>
</table>

ЛЕКЦИЯ 3.

СТРУКТУРА АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

План:

1. *Функциональная структура.*
2. *Алгоритмическая структура.*

Изучение и математический анализ автоматических систем управления (АСУ) существенно облегчаются, если ее предварительно мысленно расчленить на типовые элементы, выявить физические взаимосвязи между ними и отобразить эти взаимосвязи схематично в какой-либо условной форме.

АСУ может быть разделена на части по различным признакам: назначению частей, алгоритмам преобразования информации, конструктивной обособленности. **Соответственно различают следующие структуры и структурные схемы АСУ:**
функциональную;
алгоритмическую;
конструктивную.

При этом будем понимать, что:
структура – совокупность связанных между собой частей чего-либо целого;
структурная схема – графическое изображение структуры.

В теории автоматического управления чаще всего имеют дело с функциональной и алгоритмической структурами (схемами). Поэтому рассмотрим их более подробно.

1. Функциональная структура.

Функциональные и алгоритмические схемы состоят из условных изображений элементов и звеньев (обычно в виде прямоугольников) и различных связей, изображаемых в виде линий со стрелками, показывающих направление передачи воздействий. Каждая линия соответствует обычно одному сигналу или одному воздействию. Около каждой линии указывают физическую величину, характеризующую данное воздействие.

Структурные схемы могут составляться с большей или меньшей степенью детализации. Схемы, на которых показаны лишь главные или укрупненные части АСУ, называются обобщенными (см. рис.1).

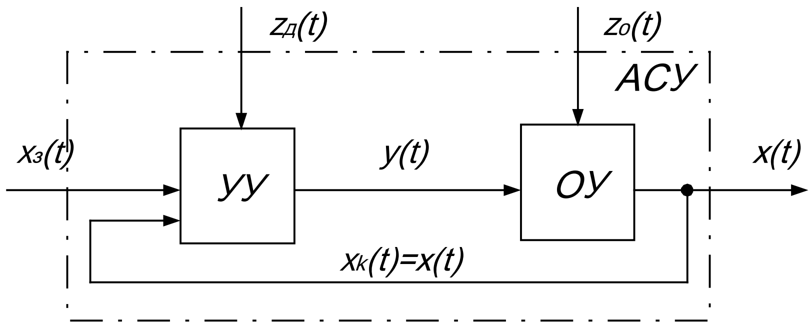


Рис. 1. Обобщенная структурная схема АСУ

Функциональная структура (схема) – структура (схема), отражающая функции (целевые назначения) отдельных частей АСУ.Такими функциями могут быть: получение информации о состоянии объекта управления; преобразование сигналов;сравнение сигналов и т.п.

В качестве частей функциональной структуры (схемы) АСУ рассматриваются функциональные устройства. Названия устройств указывают на выполнение определенной функции.

Например:

датчик;

усилитель;

блок сравнения;

управляющий блок;

исполнительное устройство и т.п.

На рис.1 приведен пример функциональной схемы АСУ, где изображены следующие функциональные устройства:

Д – датчик – предназначен для получения сигнала, пропорционального определенному воздействию;

ЭС – элемент сравнения – служит для получения сигнала, пропорционального отклонению управляемой величины x(t) от задающего воздействия xз(t);

КУ – корректирующее устройство – предназначено для улучшения качества управления;

УПБ – усилительно-преобразующий блок – служит для усиления сигнала и придания ему определенной формы;

РО – регулирующий орган – служит для непосредственного воздействия на регулируемую среду (примеры РО: вентиль, задвижка, тиристор и т.п.);

ИУ – исполнительное устройство – предназначено для приведения в действие регулирующего органа (примеры ИУ: электродвигатель, электромагнит и т.п.).

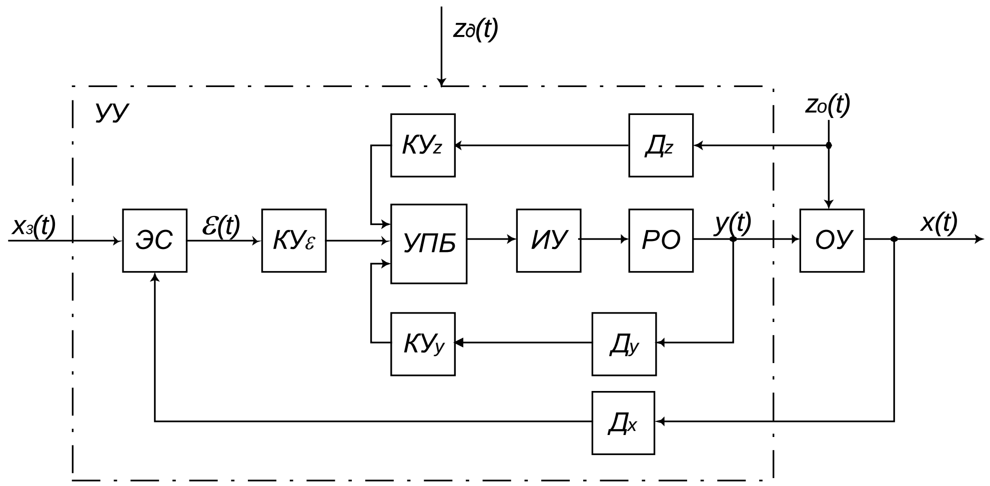


Рис. 2. Функциональная схема АСУ

Алгоритмическая структура.

Алгоритмическая структура (схема) – структура (схема), представляющая собой совокупность взаимосвязанных алгоритмических звеньев и характеризующая алгоритмы преобразования информации в АСУ.

При этом, алгоритмическое звено - часть алгоритмической структуры АСУ, соответствующая определенному математическому или логическому алгоритму преобразования сигнала.

Если алгоритмическое звено выполняет одну простейшую математическую или логическую операцию, то его называют элементарным алгоритмическим звеном. На схемах алгоритмические звенья изображают прямоугольниками, внутри которых записывают соответствующие операторы преобразования сигналов. Иногда вместо операторов в формульном виде приводят графики зависимости выходной величины от входной или графики переходных функций.

Различают следующие виды алгоритмических звеньев:

статическое;

динамическое;

арифметическое;

логическое.

Статическое звено – звено, преобразующее входной сигнал в выходной мгновенно (без инерции).

Связь между входным и выходным сигналами статического звена описывается обычно алгебраической функцией. К статическим звеньям относятся различные безинерционные преобразователи, например, резистивный делитель напряжения. На рис.3,а показано условное изображение статического звена на алгоритмической схеме.

Динамическое звено – звено, преобразующее входной сигнал в выходной в соответствии с операциями интегрирования и дифференцирования во времени.

Связь между входным и выходным сигналами динамического звена описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями.

К классу динамических звеньев относятся элементы АСУ, обладающие способностью накапливать какой-либо вид энергии или вещества, например, интегратор на основе электрического конденсатора.

Арифметическое звено – звено, осуществляющее одну из арифметических операций: суммирование, вычитание, умножение, деление.

Наиболее часто встречающееся в автоматике арифметическое звено – звено, выполняющее алгебраическое суммирование сигналов, называют сумматором.

Логическое звено – звено, выполняющее какую-либо логическую операцию: логическое умножение («И»), логическое сложение («ИЛИ»), логическое отрицание («НЕ») и т.д.

Входной и выходной сигналы логического звена являются обычно дискретными и рассматриваются как логические переменные.

На рис. 3 показаны условные изображения элементарных алгоритмических звеньев.

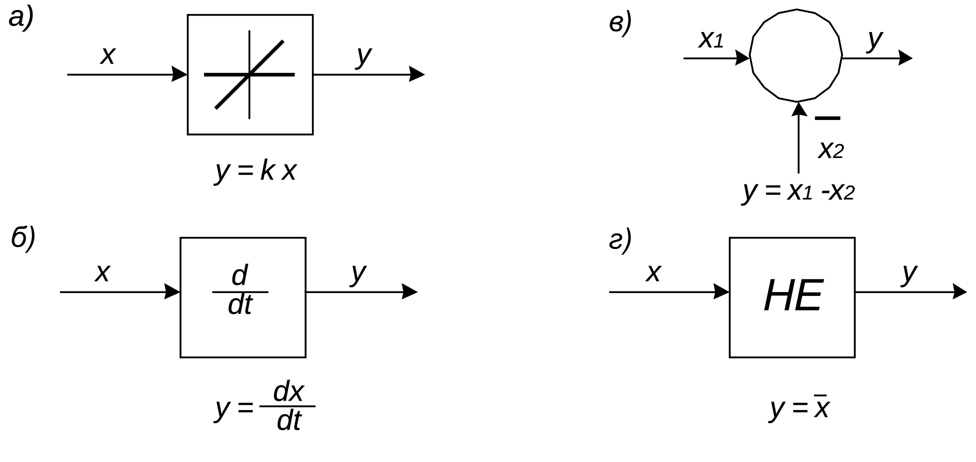


Рис 3. Условные изображения элементарных алгоритмических звеньев:
а– статическое; б – динамическое; в – арифметическое; г – логическое

Конструктивная структура (схема) – структура (схема), отражающая конкретное схемное, конструктивное и прочее исполнение АСУ.

К конструктивным схемам относятся: кинематические схемы устройств, принципиальные и монтажные схемы электрические соединений и т. д. Так как ТАУ имеет дело с математическими моделями АСУ, то конструктивные схемы интересуют в значительно меньшей степени чем функциональные и алгоритмические.

Контрольные вопросы

1. Что называется структурной схемой САУ.
2. Из чего состоят функциональные и алгоритмические схемы АСУ?
3. Дайте определения алгоритмической структуры (схемы) АСУ.
4. Для чего предназначены алгоритмические звенья?

4 - лекция	Классификация АСУ

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	Классификация АСУ в зависимости от характера изменения задающего воздействия во времени Классификация АСУ в зависимости от конфигурации цепи воздействий Классификация АСУ в зависимости от вида сигналов, действующих в системах Классификация АСУ по степени зависимости управляемой величины в установившемся режиме от величины возмущающего воздействия
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о классификации АСУ, об их основных преимуществах и недостатках	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятиями АСУ и классификация АСУ ; • рассказать о об основных признаках классифицирования АСУ; • рассмотреть основные преимущества и недостатки тех или иных АСУ;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • назвать основные принципы классификации АСУ • дать определение понятиям: сигнал, программная АСУ, следящая АСУ, разомкнутая и замкнутая АСУ, статическая и астатическая АСУ; • Назвать критерий по которым классифицируют АСУ • Раскрыть понятие возмущение и внешнее воздействие.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (4-е занятие)

Этапы, время	**Деятельность**	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что такое функциональная структура ? 2. Что такое алгоритмическая структура? 3. Что такое управляющая устройство? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Классификация автоматическими системами управления?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Классификация АСУ в зависимости от характера изменения задающего воздействия во времени? По 2 вопросу. Классификация АСУ в зависимости от конфигурации цепи воздействий? По 3 вопросу. Классификация АСУ в зависимости от вида сигналов, действующих в системах? По 4 вопросу. Классификация АСУ по степени зависимости управляемой величины в установившемся от величины возмущающего воздействия? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции.	4.1. Отвечают на вопрос.

тельный (10 мин.)	4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 4.

КЛАССИФИКАЦИЯ АСУ

План:

5. *Классификация АСУ в зависимости от характера изменения задающего воздействия во времени*
6. *Классификация АСУ в зависимости от конфигурации цепи воздействий*
7. *Классификация АСУ в зависимости от вида сигналов, действующих в системах*
8. *Классификация АСУ по степени зависимости управляемой величины в установившемся режиме от величины возмущающего воздействия*

Классификация АСУ может быть осуществлена по различным принципам и признакам, характеризующим назначение и конструкцию систем, вид применяемой энергии, используемые алгоритмы управления и функционирования и т.д.

В качестве изучаемого объекта, рассмотрим автоматическую систему возбуждения синхронного генератора.

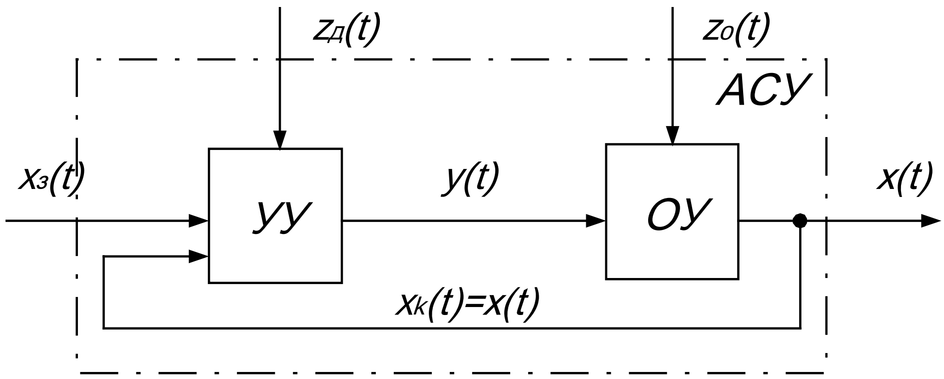


Рис. 1.1. Обобщенная структурная схема АСУ

В ней:

x(t) – управляемая величина – физическая величина, характеризующая состояние объекта.

Примерами управляемых величин в электрической системе являются: ток, напряжение, мощность, частота вращения и т.д.

zо(t), zд(t) – соответственно основное (действующее на объект управления) и дополнительное (действующее на устройство управления) возмущающие воздействия.

Примерами основного возмущающего воздействия zо(t) являются изменение нагрузки синхронного генератора, температуры охлаждающей его среды и т.п., а дополнительного возмущающего воздействия zд(t) – изменение условий охлаждения УУ, нестабильность напряжения источников питания УУ и т.п.

y(t) – управляющее воздействие.

Управляющее воздействие вырабатывается в управляющем устройстве в соответствии с алгоритмом управления в зависимости от истинного и предписанного значений управляемой величины.

xк(t)=x(t) – контрольное воздействие – информация об истинном значении управляемой величины.

xз(t) – задающее воздействие – предписанное (желаемое) значение управляемой величины.

Алгоритм управления (алгоритм функционирования управляющего устройства) – зависимость управляющего воздействия от задающего воздействия, управляемой величины и дополнительного возмущающего воздействия.

Для одномерной АСУ алгоритм управления можно записать следующим образом:

$$y(t) = A\text{у}[\,x\text{з}(t), x(t), z\text{д}(t)]. \qquad (1.1)$$

Алгоритм функционирования объекта управления – зависимость управляемой величины от управляющего и основного возмущающего воздействий.

Для одномерной АСУ алгоритм функционирования объекта можно записать следующим образом:

$$x(t) = A\text{o}[\,y(t), z\text{o}(t)]. \qquad (1.2)$$

Алгоритм функционирования объекта и алгоритм управления в совокупности образуют алгоритм функционирования АСУ.

Воздействия z(t) и xз(t) являются внешними для рассматриваемой системы, а воздействия xк(t) и y(t) – внутренними. Передача внешних и внутренних воздействий происходит через элементы АСУ, которые в совокупности образуют несколько цепей воздействий. На рис.1.1 можно указать, например, цепи воздействий от величины xз(t) к величине y(t) и далее к x(t), от zo(t) к x(t).

Различают три стороны любого воздействия:

энергетическая – сторона, проявляющаяся в процессах преобразования и передачи энергии;

метаболическая – сторона, проявляющаяся в процессах преобразования формы и состава вещества;

информационная – сторона, связанная с переносом каждым воздействием определенной информации.

Информационная сторона наиболее важна для изучения процессов, происходящих в АСУ. Эти процессы заключаются в преобразовании сигналов.

Сигнал в автоматике – определенная физическая величина, отображающая в соответствии с принятой условностью информацию, содержащуюся в воздействии.

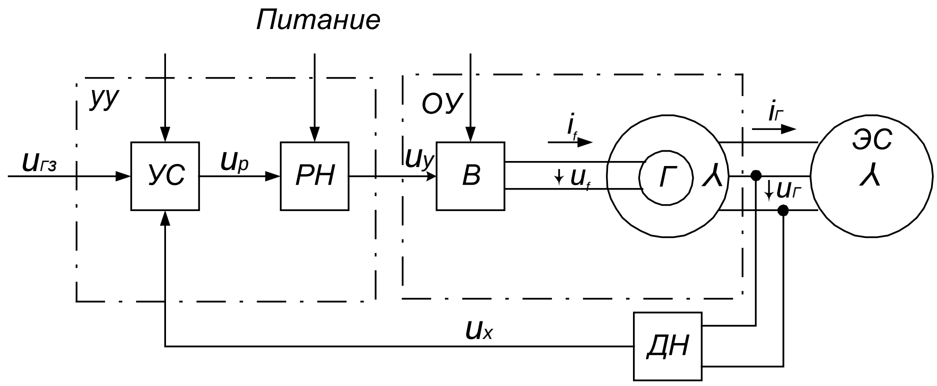


Рис. 1.2. Структура автоматической системы управления возбуждением синхронного генератора

Проиллюстрируем введенные понятия на примере конкретной АСУ.

На рис. 1.2 изображена структура автоматической системы управления возбуждением синхронного генератора.

Назначение системы – поддержание постоянным напряжения на выводах статорной обмотки генератора путем изменения тока в его обмотке возбуждения. Управляемой величиной $x(t)$ в системе является напряжение $u_Г$ генератора. Сигнал u_x (контрольное воздействие $x_к(t)$), пропорциональный напряжению $u_Г$, вырабатывается датчиком напряжения ДН и передается в устройство сравнения УС, где он сравнивается с заданием $u_{ГЗ}$ (задающим воздействием $x_з(t)$). В зависимости от знака и величины сигнала рассогласования $u_р$ регулятор напряжения РН формирует сигнал управления $u_у$ (управляющее воздействие $y(t)$) на увеличение или уменьшение тока возбуждения i_f на выходе возбудителя В. Этот ток возбуждения и определяет напряжение $u_Г$ генератора. Основным возмущающим воздействием $z_о(t)$ является ток нагрузки $i_Г$ генератора в цепи связи с электрической системой ЭС.

В качестве объекта управления ОУ в данной системе можно рассматривать синхронный генератор СГ с возбудителем В. К управляющему устройству УУ относятся устройство сравнения УС и регулятор напряжения РН.

Рассмотрим первоначально классификацию АСУ по наиболее важным для теории управления признакам, которые характеризуют алгоритм функционирования и алгоритм управления АСУ.

В зависимости от характера изменения задающего воздействия во времени АСУ разделяют на три класса:
стабилизирующие;
программные;
следящие.

Стабилизирующая АСУ – система, алгоритм функционирования которой содержит предписание поддерживать значение управляемой величины постоянным:

$$x(t) \approx x_з = const. \quad (1.3)$$

Знак $\approx$ означает, что управляемая величина поддерживается на заданном уровне с некоторой ошибкой.

Стабилизирующие АСУ самые распространенные в промышленной автоматике. Их применяют для стабилизации различных физических величин, характеризующих состояние технологических объектов. Примером стабилизирующей АСУ является система регулирования возбуждения синхронного генератора (см. рис. 1.2).

Программная АСУ – система, алгоритм функционирования которой содержит предписание изменять управляемую величину в соответствии с заранее заданной функцией времени:

$$x(t) \approx x_з(t) = f_п(t) \qquad (1.4)$$

Примером программной АСУ является система управления активной мощностью нагрузки синхронного генератора на электрической станции в течение суток. Управляемой величиной в системе служит активная мощность нагрузки P генератора. Закон изменения задания активной мощности Рз (задающего воздействия) определен как функция времени t в течение суток (см. рис.1.5).

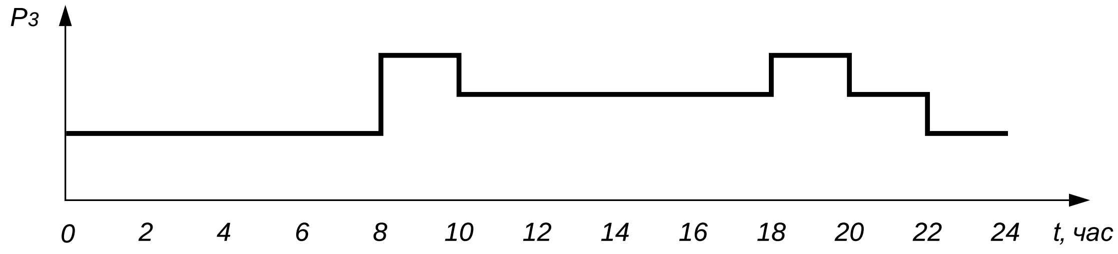


Рис. 1.5. Закон изменения задания активной мощности

Следящая АСУ –система, алгоритм функционирования которой содержит предписание изменять управляемую величину в соответствии с заранее неизвестной функцией времени:

$$x(t) \approx xз(t) = fc(t). \qquad (1.5)$$

Примером следящей АСУ является система управления активной мощностью нагрузки синхронного генератора на электрической станции в течение суток. Управляемой величиной в системе служит активная мощность нагрузки Р генератора. Закон изменения задания активной мощности Рз (задающего воздействия) определяется, например, диспетчером энергосистемы и имеет неопределенный характер в течение суток.

В стабилизирующих, программных и следящих АСУ цель управления заключается в обеспечении равенства или близости управляемой величины x(t) к ее заданному значению xз(t). Такое управление, осуществляемое с целью поддержания называется регулированием.

$$x(t) \approx xз(t), \qquad (1.6)$$

Управляющее устройство, осуществляющее регулирование, называется регулятором, а сама система – системой регулирования.

В зависимости от конфигурации цепи воздействий различают три вида АСУ:

с разомкнутой цепью воздействий (разомкнутая система);

с замкнутой цепью воздействий (замкнутая система);

с комбинированной цепью воздействий (комбинированная система).

Разомкнутая АСУ – система, в которой не осуществляется контроль управляемой величины, т.е. входными воздействиями ее управляющего устройства являются только внешние (задающее и возмущающее) воздействия.

Разомкнутые АСУ можно разделить в свою очередь на два типа:

осуществляющие управление в соответствии с изменением только задающего воздействия (рис. 1.6, а);

осуществляющие управление в соответствии с изменением и задающего и возмущающего воздействий (рис. 1.6, б).

Алгоритм управления разомкнутой системы первого типа имеет вид

$$y(t) = Ay[\, xз(t)] \qquad (1.7)$$

Чаще всего оператор Ay устанавливает пропорциональную связь между задающим воздействием xз(t) и управляющим воздействием y(t), а сама система в этом случае осуществляет программное управление.

Системы первого типа работают с достаточной эффективностью лишь при условии, если влияние возмущений на управляемую величину невелико и все элементы разомкнутой цепи обладают достаточно стабильными характеристиками. В системах управления по возмущению (рис. 1.6, б) управляющее воздействие зависит от возмущающего и задающего воздействий:

$$y(t) = Ay[\ xз(t), z(t)] \qquad (1.8)$$

В большинстве случаев разомкнутые системы управления по возмущению выполняют функции стабилизации управляемой величины.

Преимущество разомкнутых систем управления по возмущению – их быстродействие: они компенсируют влияние возмущения еще до того, как оно проявится на выходе объекта. Но применимы эти системы лишь в том случае, если на управляемую величину действуют одно или два возмущения и есть возможность измерения этих возмущений. Например, сравнительно легко можно измерять температуру, расход воды, ток нагрузки генератора. Поэтому если эти величины действуют на объект как возмущения, то обычно стремятся стабилизировать их при помощи дополнительной системы или ввести в основную систему управления данным объектом сигнал, пропорциональный такому воздействию.

Замкнутая АСУ (АСУ с обратной связью) – система, в которой входными

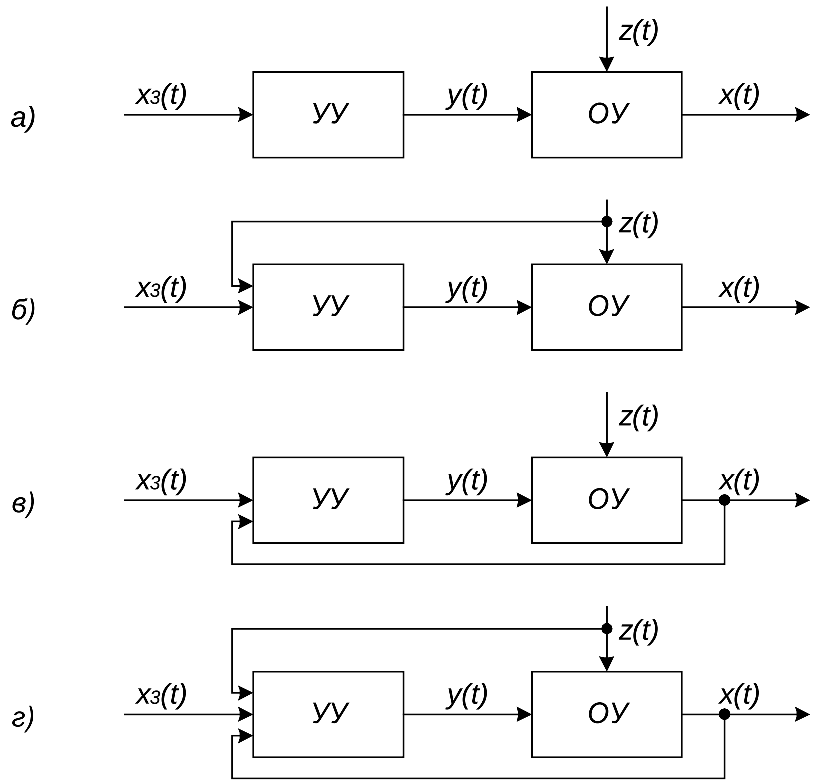


Рис. 1.6. Функциональные схемы АСУ с разомкнутой (а, б), замкнутой (в) и с комбинированной (г) цепями воздействий

воздействиями ее управляющего устройства являются как внешнее (задающее), так и внутреннее (контрольное) воздействия.

Управляющее воздействие в замкнутой системе (рис. 1.6, в) формируется в большинстве случаев в зависимости от величины и знака отклонения истинного значения управляемой величины от ее заданного значения:

$$y(t) = Ay[\ \varepsilon(t)], \qquad (1.9)$$

где $\varepsilon(t) = x_з(t) - x(t)$ – сигнал ошибки (сигнал рассогласования).

Замкнутую систему называют часто системой управления по отклонению.
В замкнутой системе контролируется непосредственно управляемая величина и тем самым при выработке управляющего воздействия учитывается действие всех возмущений, влияющих на управляемую величину. В этом заключается преимущество замкнутых систем. Но из-за наличия замкнутой цепи воздействий в этих системах могут возникать колебания, которые в некоторых случаях делают систему неработоспособной. Кроме того, сам принцип действия замкнутых систем (принцип управления по отклонению) допускает нежелательные изменения управляемой величины: вначале возмущение должно проявиться на выходе, система “почувствует” отклонение и лишь потом выработает управляющее воздействие, направленное на устранение этого отклонения. Такая “медлительность” снижает эффективность управления. Несмотря на наличие определенных недостатков, этот принцип управления широко применяется при создании АСУ.
Основное внимание в настоящем курсе будет уделено именно замкнутым системам управления.

Комбинированная АСУ – система, в которой входными воздействиями ее управляющего устройства являются как внешние (задающее и возмущающее), так и внутреннее (контрольное) воздействия.

В комбинированных системах (рис. 1.6, г) имеется две цепи воздействий – по заданию и по возмущению, и управляющее воздействие формируется согласно оператору

$$y(t) = A_з[\varepsilon(t)] + A_в[z(t)]. \qquad (1.10)$$

Эффективность работы комбинированной АСУ всегда больше, чем у порознь функционирующих замкнутой или разомкнутой систем.

В зависимости от способа выработки управляющего воздействия замкнутые АСУ разделяют на:
беспоисковые;
поисковые.
Беспоисковая АСУ – АСУ, в которой управляющее воздействие вырабатывается в результате сравнения истинного значения управляемой величины с заданным значением.

Такие системы применяют для управления сравнительно несложными объектами, характеристики которых достаточно хорошо изучены и для которых заранее известно в каком направлении и на сколько нужно изменить управляющее воздействие при определенном отклонении управляемой величины от заданного значения. Таковой, например, является рассмотренная ранее АСУ возбуждением синхронного генератора (рис. 1.2).
Поисковая АСУ – АСУ, в которой управляющее воздействие формируется с помощью пробных управляющих воздействий и путем анализа результатов этих пробных воздействий.

Такую процедуру поиска правильного управляющего воздействия приходится применять в тех случаях, когда характеристики объекта управления меняются или известны не полностью; например, известен вид зависимости управляемой величины от управляющего воздействия, но неизвестны числовые значения параметров этой зависимости. Поэтому поисковые системы называют еще системами с неполной информацией.

Особый класс АСУ образуют системы, которые способны автоматически приспосабливаться к изменению внешних условий и свойств объекта управления, обеспечивая при этом необходимое качество управления путем изменения структуры и параметров управляющего устройства. Они называются адаптивными системами. В составе адаптивной АСУ имеется дополнительное автоматическое устройство, которое меняет алгоритм управления основного управляющего устройства таким образом, чтобы АСУ в целом осуществляла заданный алгоритм функционирования. Алгоритм функционирования адаптивной АСУ предписывает обычно максимизацию показателя качества, который характеризует либо свойства процесса управления в АСУ в целом (быстродействие, точность и т.д.), либо свойства процессов, протекающих в объекте управления (производительность, достижение наивысшего коэффициента полезного действия, минимизация затрат и т. д.). Поэтому адаптивные АСУ являются, как правило, еще и оптимальными.

По некоторым дополнительным признакам АСУ классифицируются следующим образом.

В зависимости от вида сигналов, действующих в системах, АСУ разделяют на:

непрерывные;

дискретные.

Непрерывная АСУ – АСУ, в которой действуют непрерывные (аналоговые), определенные в каждый момент времени сигналы.

Дискретная АСУ - АСУ, в которой действует хотя бы один дискретный, определенный только в некоторые моменты времени сигнал.

К дискретным АСУ относятся, например, АСУ, имеющие в своем составе цифровые вычислительные устройства: микропроцессоры, контроллеры, электронные вычислительные машины.

По степени зависимости управляемой величины в установившемся режиме от величины возмущающего воздействия АСУ делят на:

статические;

астатические.

Статическая АСУ – АСУ, в которой имеется зависимость управляемой величины в установившемся режиме от величины возмущающего воздействия.

Астатическая АСУ – АСУ, в которой отсутствует зависимость управляемой величины в установившемся режиме от величины возмущающего воздействия.

По виду дифференциальных уравнений, описывающих элементы АСУ они делятся на: линейные; нелинейные.

Контрольные вопросы

1. Укажите на основные принципы классификации систем автоматического управления?
2. В зависимости от характера изменения задающего воздействия во времени на какие виды делятся АСУ?

5 - лекция	Характеристики воздействий и сигналов в АСУ. Статические характеристики элементов.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1. Особенности передаточных свойств элементов АСУ 2. Характеристики воздействий и сигналов в АСУ 3. Статические характеристики элементов
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление об особенностях передаточных свойств элементов АСУ, о характеристиках элементов, воздействий и сигналов	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятиями элементов АСУ; • рассказать об основных характеристиках элементов АСУ, передаточные свойства элементов АСУ; • рассмотреть виды воздействий и сигналов;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • назвать характеристики воздействий и сигналов в АСУ • дать определение понятиям: сигнал, регулярный (детерминированный) сигнал, непрерывный (аналоговый) сигнал, нерегулярный сигнал, дискретный сигнал, импульсное и гармоническое воздействие; • Дать характеристику статического и динамического режимов работы системы; • Раскрыть понятие неустановившийся (переходный) и установившийся (квазиустановившийся) режимы
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (5-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Укажите на основные принципы классификации систем автоматического управления? 2. В зависимости от характера изменения задающего воздействия во времени на какие виды делятся АСУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Характеристики воздействий и сигналов в АСУ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Особенности передаточных свойств элементов АСУ? По 2 вопросу. Характеристики воздействий и сигналов в АСУ? По 3 вопросу. Статические характеристики элементов? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 5.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЗДЕЙСТВИЙ И СИГНАЛОВ В АСУ. СТАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ

План:

1. Особенности передаточных свойств элементов АСУ
2. Характеристики воздействий и сигналов в АСУ
3. Статические характеристики элементов

При взаимодействии частей АСУ между собой, а также и при процессе функционирования самого объекта управления осуществляется преобразование энергии одного вида в энергию другого вида. Это обусловлено различной физической природой элементов, входящих в состав АСУ. Так одна и та же система может включать в себя, например, механические, электрические и гидравлические элементы. Но процессы преобразования и перераспределения энергии в АСУ, в отличие от многих других физических систем, строго ориентированы, т. е. энергия и воздействия передаются только в определенном направлении.

Направленность передачи воздействий в АСУ обеспечивается благодаря наличию у одного или нескольких конструктивных элементов системы так называемого детектирующего свойства. Это свойство заключается в том, что рассматриваемый элемент не оказывает обратного действия на предыдущий элемент, а его выходная величина не влияет на свою входную. Например, электрический четырехполюсник обладает однонаправленностью передачи воздействий, если он не нагружает предшествующий четырехполюсник, т. е. если выходное сопротивление предшествующего элемента существенно меньше входного сопротивления рассматриваемого четырехполюсника.

Обычно свойством однонаправленности обладают те элементы АСУ, которые передают информационные воздействия. К таким элементам относятся в первую очередь измерители и преобразователи сигналов. Конструктивные части системы, через которые передаются энергетические воздействия, этим свойством, как правило, не обладают.

Только вследствие наличия элементов направленного действия в АСУ создается замкнутый контур передачи воздействий, при помощи которого и осуществляется целенаправленный процесс управления. Без таких элементов АСУ были бы неработоспособны или малоэффективны.

Характеристики воздействий и сигналов в АСУ

Большое разнообразие конструкций и условий работы АСУ определяет многообразие воздействий и сигналов. Анализ конкретных АСУ существенно упрощается, если пользоваться разработанной в ТАУ типизацией воздействий и сигналов.

Рассмотрим основные типы сигналов и воздействий.

В зависимости от характера изменения во времени различают сигналы:

регулярный (детерминированный);

нерегулярный.

Регулярный (детерминированный) сигнал – сигнал, который изменяется по определенному закону и может быть описан конкретной математической функцией времени.

Пример регулярного сигнала приведен на рис. 1, а.

Нерегулярный сигнал – сигнал, который изменяется во времени случайным образом и не может быть представлен конкретной математической функцией.

Характер изменения случайного сигнала во времени показан на рис. 1, б.

В зависимости от определенности во времени различают сигналы:

непрерывный (аналоговый);

дискретный.

Непрерывный (аналоговый) сигнал – сигнал, который определен в любой момент времени.

Примерами такого сигнала являются сигналы, приведенные на рис. 1, а,б.

Дискретный сигнал – сигнал, который определен лишь в некоторые моменты времени.

Пример дискретного сигнала приведен на рис. 1, в.

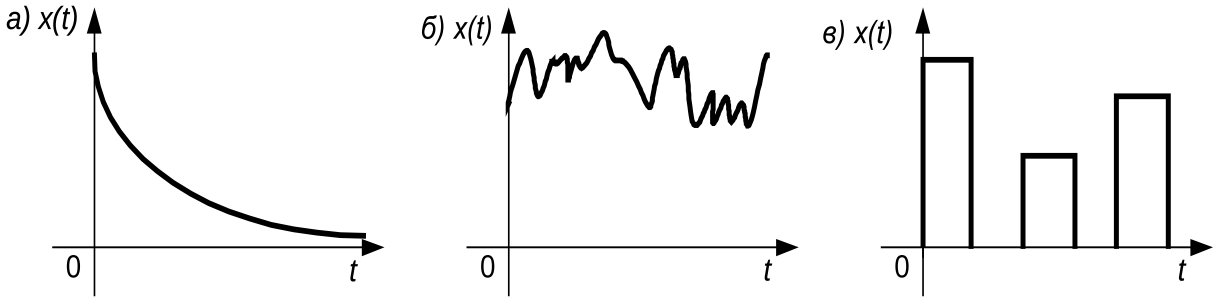


Рис. 1. Виды сигналов

При исследовании АСУ и их элементов используют ряд стандартных сигналов, называемых типовыми воздействиями. Эти воздействия описываются простыми математическими функциями и легко воспроизводятся при исследовании АСУ. Использование типовых воздействий позволяет унифицировать анализ различных систем и облегчает сравнение их передаточных свойств.

Наибольшее применение в ТАУ находят следующие типовые воздействия: ступенчатое; импульсное; гармоническое; линейное.

Ступенчатое воздействие – воздействие, которое мгновенно возрастает от нуля до некоторого значения и далее остается постоянным (рис. 2, а).

Ступенчатому воздействию соответствует функция

$$x(t)=\begin{cases} 0 & \text{при } t<0; \\ a0 & \text{при } t>0. \end{cases} \qquad (1)$$

При анализе и расчете систем удобно использовать ступенчатое воздействие, у которого величина a0 = 1. Его называют единичным ступенчатым воздействием и обозначают 1(t). Математическое выражение, описывающее единичное ступенчатое воздействие, имеет вид

$$1(t)=\begin{cases} 0 & \text{при } t<0; \\ 1 & \text{при } t>0. \end{cases} \qquad (2)$$

Любое неединичное ступенчатое воздействие можно обозначить a01(t). Единичное ступенчатое воздействие, возникающее в момент времени t – t1, обозначают 1(t – t1).
Ступенчатое воздействие чаще всего используют при исследованиях систем стабилизации параметров, так как эти воздействия наиболее близки к реальным входным (задающим и возмущающим) воздействиям систем стабилизации.
Импульсное воздействие – одиночный импульс прямоугольной формы (рис. 2, б), имеющий достаточно большую высоту и малую длительность (по сравнению с инерционностью испытываемой системы) с площадью a0.
При математическом анализе АСУ используют единичное импульсное воздействие, описываемое так называемой дельта-функцией

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & \text{при } t<0;\\ \infty & \text{при } t>0,\end{cases} \qquad (3)$$

причем

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1. \qquad (4)$$

Последние два выражения позволяют рассматривать дельта-функцию, как импульс, имеющий бесконечно большую высоту, бесконечно малую длительность и единичную площадь. Дельта-функцию можно определить также как производную единичного ступенчатого воздействия:

$$\delta(t)=\frac{d\mathbf{1}(t)}{dt}. \qquad (5)$$

Неединичное импульсное ступенчатое воздействие с площадью a0 обозначается

$$x(t) = a0\ \delta\ (t). \qquad (6)$$

Гармоническое воздействие – сигнал синусоидальной формы, описываемый функцией (рис. 2, в)

$$x(t) = xm \sin\omega t, \quad (-\infty < t < \infty), \qquad (7)$$

где xm – амплитуда сигнала; ω = 2π / T – круговая частота; T – период сигнала.
Гармонический сигнал, начинающий действовать в момент времени t = 0, описывают при помощи единичной ступенчатой функции:

$$x(t) = 1(t)\ xm \sin\omega t, \quad (0 \le t < \infty). \qquad (8)$$

Линейное воздействие – воздействие, описываемое функцией (рис. 2, г)

$$x(t) = 1(t)\ a1\ t, \quad (0 \le t < \infty). \qquad (9)$$

Коэффициент a1 характеризует скорость нарастания воздействия x(t).

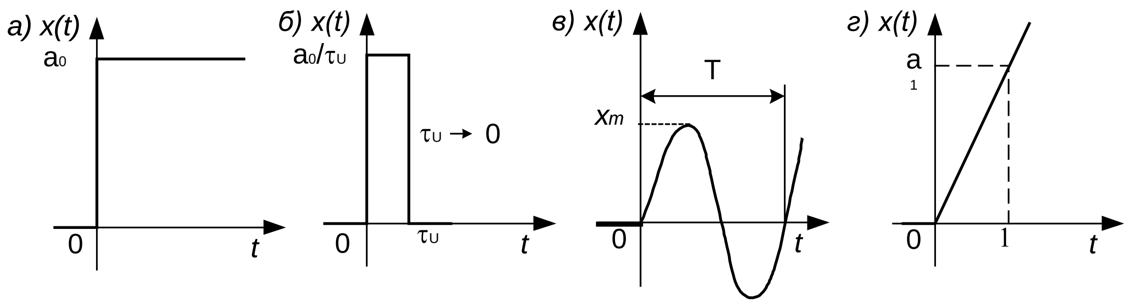


Рис. 2. Виды типовых воздействий

По характеру изменения выходной величины во времени различают следующие режимы элемента АСУ:
статический;
динамический.

Статический режим – состояние элемента АСУ, при котором выходная величина не изменяется во времени, т. е. $y(t) = const$.
Очевидно, что статический режим (или состояние равновесия) может иметь место лишь тогда, когда входные воздействия постоянны во времени. Связь между входными и выходными величинами в статическом режиме описывают алгебраическими уравнениями.

Динамический режим – состояние элемента АСУ, при котором входная величина непрерывно изменяется во времени, т. е. $y(t) = var$.

Динамический режим имеет место, когда в элементе после приложения входного воздействия происходят процессы установления заданного состояния или заданного изменения выходной величины. Эти процессы описываются в общем случае дифференциальными уравнениями.

Динамические режимы в свою очередь разделяются на:
неустановившийся (переходный);
установившийся (квазиустановившийся).

Неустановившийся (переходный) режим – режим, существующий от момента начала изменения входного воздействия до момента, когда выходная величина начинает изменяться по закону этого воздействия.

Установившийся режим – режим, наступающий после того, когда выходная величина начинает изменяться по такому же закону, что и входное воздействие, т. е. наступающий после окончания переходного процесса.

В установившемся режиме элемент совершает вынужденное движение. Очевидно, что статический режим является частным случаем установившегося (вынужденного) режима при $x(t) = const$.

Понятия «переходный режим» и «установившийся режим» иллюстрируются графиками изменения выходной величины $y(t)$ при двух типовых входных воздействиях $x(t)$ (рис. 3). Граница между переходным и установившимся режимами показана вертикальной пунктирной линией.

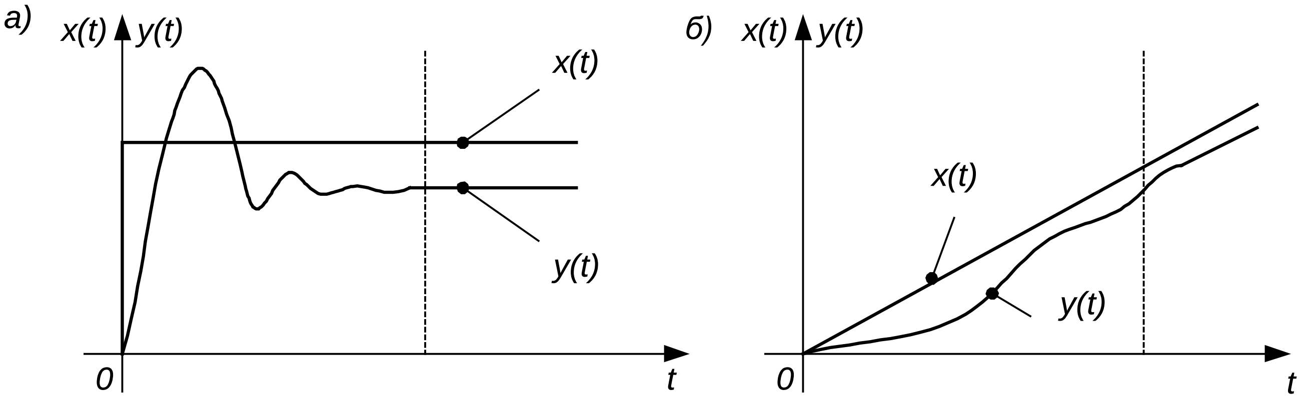


Рис. 3. Переходные и установившиеся режимы при типовых воздействиях

Статические характеристики элементов

Передаточные свойства элементов и АСУ в статическом режиме описывают с помощью статических характеристик.
Статическая характеристика элемента – зависимость выходной величины y элемента от входной x

$$y = f(x) = y(x) \tag{10}$$

в установившемся статическом режиме.

Статическая характеристика конкретного элемента может быть задана в аналитическом виде (например, y = kx2) или в виде графика (рис. 4).

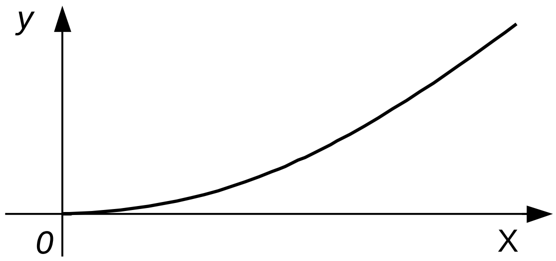


Рис. 4. Статическая характеристика элемента

Как правило, связь между входной и выходной величинами – однозначная. Элемент с такой связью называют статическим (позиционным) (рис. 5, а). Элемент с неоднозначной связью – астатическим (рис.5, б).

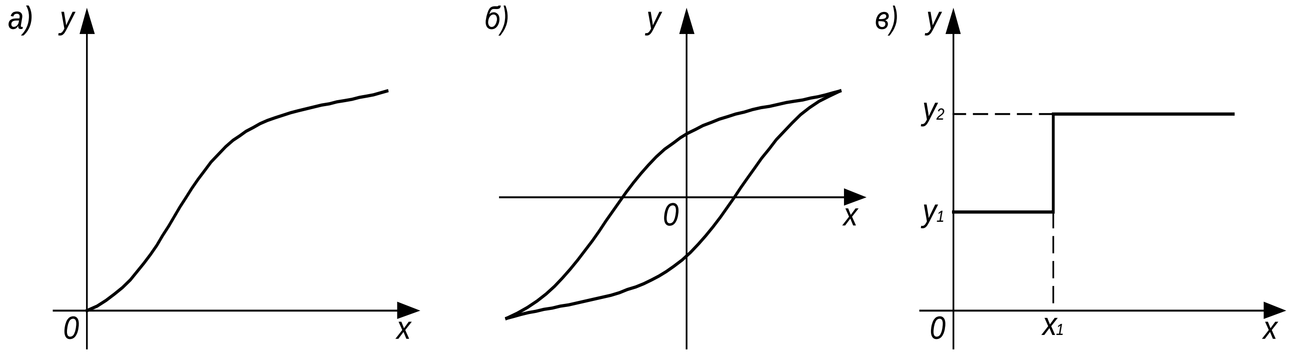


Рис. 5. Виды статических характеристик

По виду статических характеристик элементы разделяют на:
линейные;
нелинейные.

Линейный элемент – элемент, имеющий статическую характеристику в виде линейной функции (рис. 6):

$$y = b + ax. \tag{11}$$

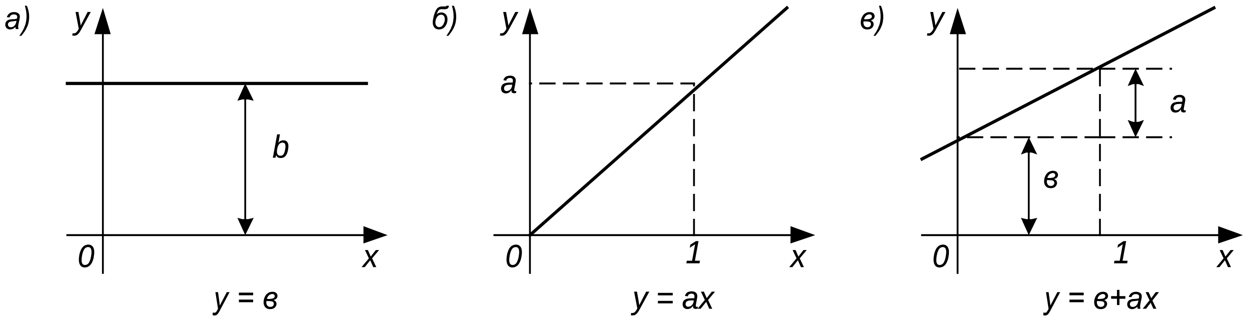


Рис. 6. Виды линейной функции

Нелинейный элемент – элемент, имеющий нелинейную статическую характеристику.

Нелинейная статическая характеристика аналитически обычно выражается в виде степенных функций, степенных полиномов, дробных рациональных функций и более сложных функций (рис. 7).

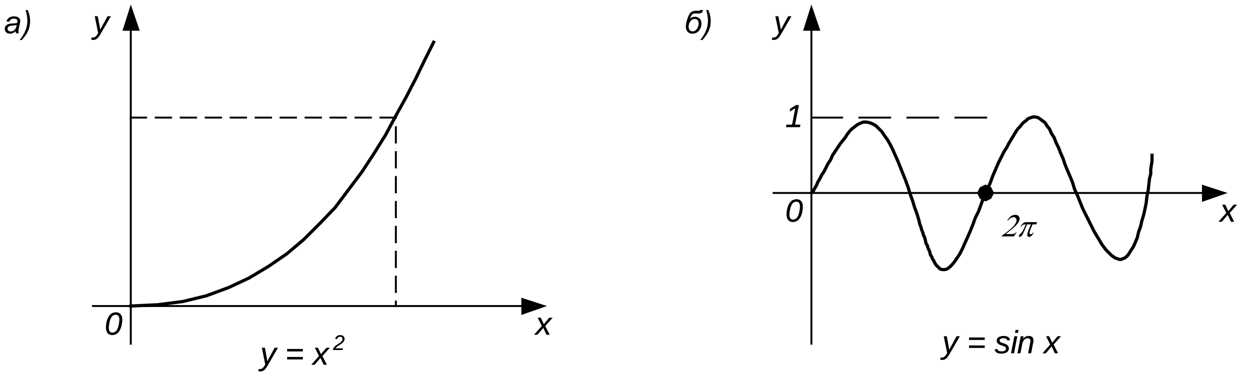


Рис. 7. Виды нелинейных функций

6 - лекция	Динамические характеристики элементов САУ. Обыкновенное дифференциальное уравнение

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	Формы динамических характеристик АСУ Обыкновенное дифференциальное уравнение
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о формах динамических характеристик АСУ, а также об использовании обыкновенных дифференциальных уравнений	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятиями динамические характеристики и обыкновенное дифференциальное уравнение; • рассказать об основных характеристиках элементов САУ; • рассмотреть основные формы динамических характеристик АСУ;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • назвать динамические характеристики элементов САУ; • дать определение понятиям: САУ, ОДУ, временные характеристики системы, динамические характеристики, передаточные свойства элементов АСУ; • Перечислить формы динамических характеристик САУ; • Раскрыть понятие частотные и временные характеристики.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (6-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Особенности передаточных свойств элементов АСУ? 2. Характеристики воздействий и сигналов в АСУ? 3. Статические характеристики элементов? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Динамические характеристики элементов АСУ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Формы динамических характеристик АСУ? По 2 вопросу. Обыкновенное дифференциальное уравнение? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 6.

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ АСУ. ОБЫКНОВЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ.

План:

3. *Формы динамических характеристик АСУ*
4. *Обыкновенное дифференциальное уравнение*

Передаточные свойства элементов АСУ в динамическом режиме описывают с помощью динамических характеристик.

Различают следующие формы динамических характеристик:
обыкновенное дифференциальное уравнение;
временные характеристики;
передаточная функция;
частотные характеристики.

Обыкновенное дифференциальное уравнение

Обыкновенное дифференциальное уравнение является наиболее общей и полной формой описания передаточных свойств элементов АСУ.

Классическим оператором преобразования, связывающим входной и выходной сигналы линейной системы, является линейное ДУ с постоянными коэффициентами (рис.1).

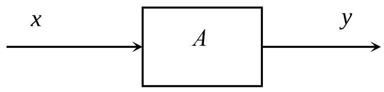


Рис..1
$y = A\{x\}$; A – оператор преобразования

Переменная, стоящая в правой части уравнения, является входным воздействием, а в левой – выходной величиной.
В общем случае линейное неоднородное ДУ записывается в виде

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1}\dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \ldots + b_{m-1}\dot{x} + b_m x . \qquad (1)$$

Из теории ДУ известно, что интегрирование уравнения (1), т.е. определение y(t) при заданном x(t), сводится к нахождению общего интеграла однородного ДУ (без правой части) и частного решения неоднородного ДУ (с правой частью). Тогда общее решение неоднородного ДУ

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) ,$$

где $y_1(t)$ – общее решение однородного ДУ, характеризует свободное движение системы (без внешних воздействий); $y_2(t)$ – частное решение неоднородного ДУ, характеризует вынужденное движение системы.

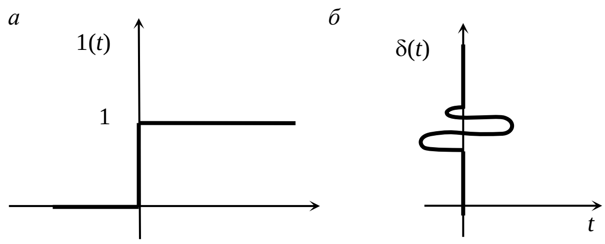


Рис..2

Общее решение однородного ДУ обычно отыскивается в виде экспоненты

$$y_1(t) = C\,\mathrm{e}^{pt}. \qquad (2)$$

Взяв от (2) производные и подставив в (1), получим

$$a_0 p^n C\,\mathrm{e}^{pt} + \ldots + a_n C\,\mathrm{e}^{pt} = 0,$$

или, сократив на e–pt, имеем

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n = 0. \qquad (3)$$

Уравнение (3) является характеристическим уравнением ДУ (1), имеющим n корней и, следовательно, n независимых решений. Известно, что если имеется n независимых решений уравнения, то их сумма также является решением этого уравнения, т.е.

$$y_1(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i\,\mathrm{e}^{p_i t},$$

где pi – корни характеристического уравнения; Ci – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий.

Частное решение неоднородного ДУ обычно отыскивается в том же виде, в каком дана правая часть, т.е. зависит от вида функции x(t) на входе.

В реальных системах входной сигнал чаще всего бывает случайной функцией времени. Поэтому, чтобы сопоставить переходные процессы в различных системах, рассматривают динамику систем при так называемых типовых входных воздействиях, в качестве которых чаще всего применяются единичные ступенчатая и импульсная функции.

Единичная ступенчатая функция (рис.2, а) описывает мгновенное изменение входного сигнала и обозначается $x(t) = 1(t)$,

$$1(t)=\begin{cases}0 \ \forall \ t<0;\\ 1 \ \forall \ t\ge 0.\end{cases}$$

Единичная импульсная функция (рис.3.2, б) описывается выражением

$$\delta(t)=\begin{cases}\infty \ \forall \ t=0;\\ 0 \ \forall \ t\ne 0;\end{cases}$$

.

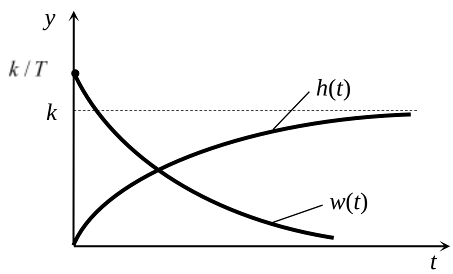


Рис. 3

Очевидно, что функции 1(t) и δ(t) связаны между собой соотношением $\delta(t)=1'(t)$. При подаче на вход системы типового входного воздействия вида $1(t)$ или $\delta(t)$ выходная величина системы будет изменяться во времени тем или иным образом. Это изменение и является реакцией системы на определенное воздействие.

Если $x(t)=1(t)$ и начальные условия нулевые, то реакция системы называется переходной функцией или переходной характеристикой $h(t)$.

Если $x(t)=\delta(t)$ и начальные условия нулевые, то реакция системы называется импульсной переходной характеристикой или функцией веса $w(t)$.

Функции $h(t)$ и $w(t)$ называются временными характеристиками системы или кривыми разгона, и для линейных звеньев связаны соотношением

$$w(t)=h'(t).$$

Пример 2. Пусть система управления описывается ДУ первого порядка $T\dot{y}+y=kx$,

Найти временные характеристики системы.

Характеристическое уравнение $Tp+1=0$ имеет корень $p_1=-1/T$. Общее решение однородного ДУ имеет вид $y_1(t)=C_1\,\mathrm{e}^{-t/T}$. Предположим, что $x(t)=1(t)$, тогда частное решение $x(t)=1(t)$, тогда частное решение ДУ $y_2(t)=C_2=\mathrm{const}$. Подставив его в ДУ, получим C2 = k. Тогда общее решение неоднородного ДУ $y(t)=C_1\,\mathrm{e}^{-t/T}+k$.

Из начальных условий y(0) = 0 находим постоянную интегрирования C1: 0 = = C1 + k, откуда C1 = –k. Тогда $y(t) = h(t) = k(1 - \mathrm{e}^{-t/T})$ и $w(t) = h'(t) = \dfrac{k}{T}\mathrm{e}^{-t/T}$ (рис.3.3).

Пример 3. Если на вход системы (пример 2) подается линейно изменяющийся сигнал (рис. 4, а), имеем

$$T\dot{y} + y = kt,$$

при этом $y_1(t) = C_1\,\mathrm{e}^{-t/T}$; $y_2(t) = C_2 t + C_3$.

Подставив y2(t) в ДУ, получим C2T + C2t + C3 = kt, откуда, приравняв коэффициенты при одинаковых степенях переменной t, имеем C2 = k, C2T + C3 = 0, и, следовательно, C3 = –kT. Тогда общее решение неоднородного

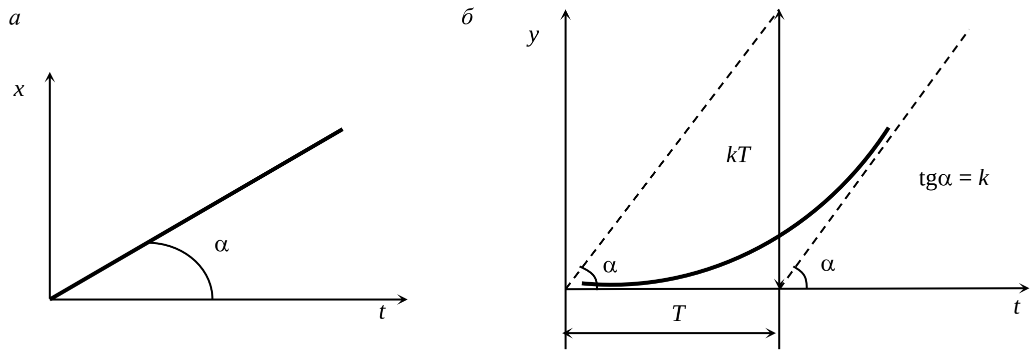


Рис. 4

ДУ (рис. 4, б) $y(t) = C_1\,\mathrm{e}^{-t/T} + kt - kT$

При начальных условиях y(0) = 0 найдем C1 = Tk.
Окончательно получим

$$y(t) = k\left[t - T(1 - \mathrm{e}^{-t/T})\right].$$

Контрольные вопросы.

1. Перечислите форм динамических характеристик АСУ
2. Какое место занимает понятие «Обыкновенное дифференциальное уравнение» в математическом моделирование

7 - лекция	Решение ДУ с помощью преобразования Лапласа.

Технология обучения на лекции

<table>
<tr><td colspan="2">Количество студентов: 38-44 чел. Время - 2 часа</td></tr>
<tr><td>Форма учебного занятия</td><td>Вводно-тематическая лекция</td></tr>
<tr><td>План лекции</td><td>Введение
Основные свойства преобразования Лапласа.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Цель учебного занятия: сформировать целостное представление об основных свойствах преобразования Лапласа</td></tr>
<tr><td>Задачи преподавателя:
• ознакомить с преобразования Лапласа;
• рассказать об основных принципах применение преобразования Лапласа;
• рассмотреть основные преимущества применение преобразования Лапласа для решения ДУ;</td><td>Результаты учебной деятельности:
Студент должен:
• назвать основные свойства преобразования Лапласа;
• дать определение понятиям: свойства линейности, оригинал, изображение по Лапласу, преобразование Лапласа;
• уметь решать ДУ с помощью преобразования Лапласа;
• Раскрыть понятие оригинал и изображение по Лапласу.</td></tr>
<tr><td>Методы и техники обучения</td><td>Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».</td></tr>
<tr><td>Средства обучения</td><td>Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.</td></tr>
<tr><td>Условия обучения</td><td>Аудитория.</td></tr>
</table>

Технологическая карта лекции (7-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Перечислите форм динамических характеристик АСУ? 2. Какое место занимает понятие «Обыкновенное дифференциальное уравнение» в математическом моделирование? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Решение дифференциальному уравнения с помощью преобразования Лапласа?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Основные свойства преобразования Лапласа? По 2 вопросу. Изображение интеграла по преобразования Лапласа? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 7.
РЕШЕНИЕ ДУ С ПОМОЩЬЮ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

План:

3. *Введение*
4. *Основные свойства преобразования Лапласа.*

1. Введение

Применение преобразования Лапласа позволяет перейти от решения системы ДУ к решению системы алгебраических уравнений. Кроме того, исключается необходимость определения постоянных интегрирования, т.к. их учитывают при применении преобразования Лапласа, а общее решение неоднородного ДУ при любой правой части определяется сразу, т.е. исключается раздельное нахождение y1(t) и y2(t).

Пусть f(t) – действительная функция действительного переменного t, удовлетворяющая условиям Дирихле (непрерывна и дифференцируема на рассматриваемом интервале) и равная нулю при t < 0. Будем называть эту функцию оригиналом. Каждому оригиналу f(t) всегда можно поставить в соответствие функцию F(p) комплексного переменного $p = \alpha \pm j\omega$, определенную как интеграл вида

$$F(p) = \int_0^\infty f(t)\,\mathrm{e}^{-pt}\,dt \qquad (1)$$

или

$$F(p) = L\{f(t)\},$$

где L – преобразование Лапласа.

Правая часть (1) называется прямым преобразованием Лапласа функции f(t), а функция F(p) – изображением Лапласа.

В таблице представлены Лапласовы изображения некоторых функций.

Оригинал	Изображение по Лапласу
f(t) = A	$L\{f(t)\} = \int_0^\infty A\,\mathrm{e}^{-pt}dt = A\frac{-1}{p}\mathrm{e}^{-pt}\Big\vert_0^\infty = \frac{A}{p}$
f(t) = 1(t)	$L\{1(t)\} = \frac{1}{p}$
f(t) = δ(t)	$L\{\delta(t)\} = \lim\limits_{\substack{a\to 0\\ b\to\infty}} \int_a^b \delta(t)\,\mathrm{e}^{-pt}\,dt = \int_{-0}^{+0}\delta(t)dt = 1$

2. Основные свойства преобразования Лапласа.

1. Свойство линейности. Изображение алгебраической суммы нескольких функций равно сумме изображений этих функций:

$$L\left\{\sum_{i=1}^{n} a_i f_i(t)\right\} = \sum_{i=1}^{n} a_i L\{f_i(t)\}. \qquad (2)$$

Справедливость выражения (2) вытекает из определения (1), в соответствии с которым преобразование Лапласа представляет собой линейную операцию.

2. Дифференцирование оригиналов. Производной от функции f(t) соответствует разность изображений этой функции F(p), умноженной на p, и ее начального значения f(0):

$$L\{f'(t)\} = pF(p) - f(0). \qquad (2)$$

Действительно, умножив (1) на p, получим

$$pF(p) = p\int_0^\infty f(t)\,\mathrm{e}^{-pt}\,dt = \begin{vmatrix} u = f(t), & du = f'(t)dt \\ d\nu = p\,\mathrm{e}^{-pt}\,dt, & \nu = -\mathrm{e}^{-pt} \end{vmatrix} =$$

$$= -f(t)\,\mathrm{e}^{-pt}\Big|_0^\infty - \int_0^\infty -\mathrm{e}^{-pt}\,f'(t)dt = f(0) + L\{f'(t)\}.$$

Выполнив этот прием n раз, получим

$$L\left\{f^{(n)}(t)\right\} = p^n F(p) - \sum_{k=1}^{n} p^{n-k} f^{(k-1)}(0). \qquad (3)$$

Выражение (3) является математической записью теоремы дифференцирования. При нулевых начальных условиях выражение (3) принимает вид

$$L\left\{f^{(n)}(t)\right\} = p^n F(p).$$

3. Изображение интеграла. Можно показать, что

$$L\left\{\int_0^t f(t)dt\right\} = \frac{F(p)}{p}.$$

Рассмотрим методику интегрирования линейных ДУ с постоянными коэффициентами. В соответствии со свойствами 1 и 2, ДУ в области вещественного переменного t преобразуются в области комплексного переменного p в алгебраическое выражение. При этом автоматически учитываются начальные условия и определяются постоянные интегрирования. Имеем

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1}\dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 y^{(m-1)} + \ldots + b_{m-1}\dot{x} + b_m x. \qquad (4)$$

Умножив (4) на e^{-pt} после интегрирования его по t в пределах от 0 до ∞ при нулевых начальных условиях, получим это уравнение, преобразованное по Лапласу:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n) Y(p) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_{m-1} p + b_m) X(p).$$

Отсюда

$$Y(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n} X(p) = \frac{B(p)}{A(p)} X(p). \quad (5)$$

Обозначим $B(p)/A(p) = W(p)$.

Тогда (5) перепишется в виде Y(p) = W(p)X(p), откуда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}. \quad (6)$$

Выражение (6), т.е. отношение изображения выходной переменной системы Y(p) к изображению входной переменной X(p) при нулевых начальных условиях, называется передаточной функцией системы.

Поскольку при исследовании динамических свойств системы требуется определить зависимость переменных в функции действительного аргумента t, возникает обратная задача: как от изображения переменной перейти к ее оригиналу.

Наиболее общим способом нахождения оригинала y(t) по известному изображению Y(p) является применение обратного преобразования Лапласа:

$$y(t) = L^{-1}\{Y(p)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha - j\infty}^{\alpha + j\infty} Y(p) e^{pt} \, dp. \quad (7)$$

Для большинства типовых изображений обратное преобразование Лапласа табулировано, поэтому наиболее простым способом нахождения оригинала по изображению является использование таблиц, в которых для наиболее распространенных функций y(t) приведены соответствующие изображения Y(p).

Представим Y(p) дробно-рациональной функцией вида

$$Y(p) = \frac{B(p)}{A(p)},$$

где B(p) и A(p) – полином соответственно m-й и n-й степени, причем m < n.

Тогда оригинал y(t) находим по теореме разложения Хевисайда – Карсона:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{B(p_k)}{A'(p_k)} e^{p_k t}, \quad (8)$$

где pk – корни уравнения A(p) = 0; $A'(p) = dA(p)/dp$.

Пример 1. Пусть ДУ системы имеет вид

$$a_0\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2 y = kx \quad .$$

Требуется найти W(p), w(t), h(t).

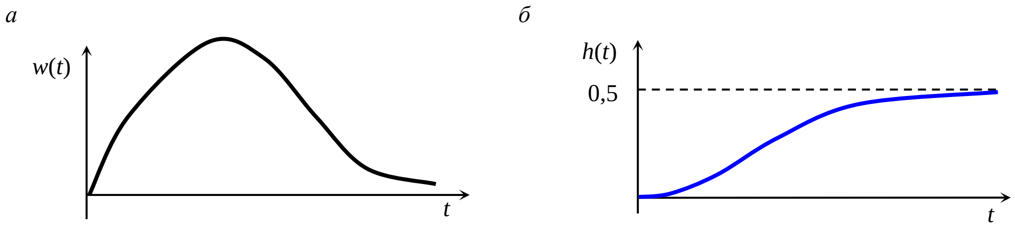


Рис.1

Преобразуем ДУ системы по Лапласу при нулевых начальных условиях. Получим $(a_0 p^2 + a_1 p + a_2)Y(p) = kX(p)$. Откуда передаточная функция будет

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}.$$

Пусть k = 1, a0 = 1, a1 = 3, a2 = 2. Для нахождения функции веса w(t) воспользуемся теоремой разложения. При этом учтем, что L{δ(t)} = 1. Тогда

$$w(t) = L^{-1}\{W(p)\} = \sum_{k=1}^{2} \frac{B(p_k)}{A'(p_k)} \mathrm{e}^{p_k t}. \qquad (9)$$

Имеем A(p) = a0p2 + a1p + a2 = p2 + 3p + 2 = 0; p1 = –1; p2 = –2; A′(p) = 2p + 3; B(p) = k = 1. Тогда, подставив B(p), A′(p), p1 и p2 в выражение (9), получим (рис.1, а)

$$w(t) = \frac{1}{2(-1)+3}\mathrm{e}^{-t} + \frac{1}{2(-2)+3}\mathrm{e}^{-2t} = \mathrm{e}^{-t} - \mathrm{e}^{-2t}.$$

Аналогичным образом находим переходную характеристику (рис.1 б), при этом учитываем, что L{1(t)} = 1/p, тогда A(p) = (p2 + 3p + 2)p = 0; p1 = –1; p2 = 2; p3 = 0; A′(p) = 3p2 + 2p + 2. Воспользовавшись (8), найдем $h(t) = 0{,}5 + 0{,}5\,\mathrm{e}^{-2t} - \mathrm{e}^{-t}$.

Контрольные вопросы.

1. Приведите основных свойств преобразования Лапласа.

8 - лекция	Временные характеристики. Передаточная функция. Модальные характеристики.

Технология обучения на лекции

<table>
<tr><td colspan="2">Количество студентов: 38-44 чел. Время - 2 часа</td></tr>
<tr><td>Форма учебного занятия</td><td>Вводно-тематическая лекция</td></tr>
<tr><td>План лекции</td><td>1. Временные характеристики
2. Передаточная функция.
3. Модальные характеристики.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о временных характеристиках, передаточной функции и модальных характеристиках</td></tr>
<tr><td>Задачи преподавателя:
• ознакомить с понятиями временные характеристики, передаточная функция;
• рассказать об операционном методом описания и анализа АСУ;
• рассмотреть основные преимущества и недостатки использования передаточных функций;</td><td>Результаты учебной деятельности:
Студент должен:
• уметь составлять передаточную функцию объекта или системы;
• дать определение понятиям: характеристическое уравнение, переходная функция, передаточная функция, модальные характеристики;
• Назвать основные модальные характеристики;
• Раскрыть понятие переходная и передаточная функция.</td></tr>
<tr><td>Методы и техники обучения</td><td>Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».</td></tr>
<tr><td>Средства обучения</td><td>Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.</td></tr>
<tr><td>Условия обучения</td><td>Аудитория.</td></tr>
</table>

Технологическая карта лекции (8-е занятие)

Этапы, время	**Деятельность**	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Приведите основных свойств преобразования Лапласа? 2. Основные роль преобразования Лапласа в ТАУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Временные характеристики, передаточная функция, модальные характеристики линейной части в ТАУ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Временные характеристики? По 2 вопросу. Изображение интеграла по преобразования Лапласа? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 8.
ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ. МОДАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ.

План:
1. Временные характеристики
2. Передаточная функция.
3. Модальные характеристики.

Временные характеристики

Дифференциальное уравнение не дает наглядного представления о динамических свойствах элемента, но такое представление дает функция y(t), т. е. решение этого уравнения.

Однако одно и то же дифференциальное уравнение может иметь множество решений, зависящих от начальных условий и характера входного воздействия x(t), что неудобно при сопоставлении динамических свойств различных элементов. Поэтому было решено характеризовать эти свойства элемента только одним решением дифференциального уравнения, полученным при нулевых начальных условиях и одном из типовых воздействий: единичном ступенчатом, дельта-функции, гармоническом, линейном. Наиболее наглядное представление о динамических свойствах элемента дает его переходная функция h(t).

Переходная функция h(t) элемента – изменение во времени выходной величины y(t) элемента при единичном ступенчатом воздействии и нулевых начальных условиях.

Переходная функция может быть задана:
в виде графика;
в аналитическом виде.

Переходная функция, как и любое решение неоднородного (с правой частью) дифференциального уравнения

$$a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+\ldots+a_n y(t)=b_0\frac{d^m x(t)}{dt^m}+b_1\frac{d^{m-1}x(t)}{dt^{m-1}}+\ldots+b_m x(t). \qquad (1)$$

имеет две составляющие:
вынужденную hв(t) (равна установившемуся значению выходной величины);
свободную hс(t) (решение однородного уравнения).

Вынужденную составляющую можно получить решая уравнение (1) при нулевых производных и x(t) = 1

$$h_в(t)=y(\infty)=\frac{b_m}{a_n}. \qquad (2)$$

Свободную составляющую получаем решая уравнение (1) при нулевой правой части

$$hc(t) = \sum_{k-1}^{n} C_k e^{p_k t}, \qquad (3)$$

где pk – k-й корень характеристического уравнения (в общем случае комплексное число);   Ck - k-я постоянная интегрирования (зависит от начальных условий).

Характеристическое уравнение – алгебраическое уравнение, степень и коэффициенты которого совпадают с порядком и коэффициентами левой части линейного дифференциального уравнения вида (1)

$$a0\ pn + a1\ pn -1 + \ldots + an = 0.$$

Передаточная функция

Наиболее распространенным методом описания и анализа АСУ является операционный метод (метод операционного исчисления), в основе которого лежит прямое интегральное преобразование Лапласа для непрерывных функций

$$F(p) = Z\ \{\ f(t)\ \} = \int_0^{\infty} f(t)\ e\text{-}pt\ dt\ . \qquad (4)$$

Это преобразование устанавливает соответствие между функцией действительной переменной t и функцией комплексной переменной $p = \alpha + j\beta$. Функцию f(t), входящую в интеграл Лапласа (4), называют оригиналом, а результат интегрирования – функцию F(p) – изображением функции f(t) по Лапласу.

Преобразование выполнимо лишь для функций, которые равны нулю при t< 0. Формально это условие в ТАУ обеспечивается умножением функции f(t) на единичную ступенчатую функцию 1(t) или выбором начала отсчета времени с момента, до которого f(t) = 0.

Операционный метод в ТАУ получил широкое распространение, так как с его помощью определяют так называемую передаточную функцию, которая является самой компактной формой описания динамических свойств элементов и систем.

Применяя прямое преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению с использованием свойства получим алгебраическое уравнение

$$D(p)Y(p) = K(p)X(p), \qquad (5)$$

где

$$D(p) = a0\ pn + a1\ pn\text{-}1 + \ldots + an \ \text{- собственный оператор;} \qquad (6)$$

$$K(p) = b0\ pm + b1\ pm\text{-}1 + \ldots + bm \ \text{- входной оператор.} \qquad (7)$$

Введем понятие передаточной функции.

Передаточная функция – отношение изображения выходной величины к изображению входной величины при нулевых начальных условиях:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}. \qquad (8)$$

Тогда с учетом уравнения (5) и обозначений (6)- (7) выражение для передаточной функции принимает вид:

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n}. \qquad (9)$$

Значение переменной p, при которой передаточная функция W(p) обращается в бесконечность, называется полюсом передаточной функции. Очевидно, что полюсами являются корни собственного оператора D(p).

Значение переменной p, при которой передаточная функция W(p) обращается в нуль, называется нулем передаточной функции. Очевидно, что нулями являются корни входного оператора K(p).

Если коэффициент a0 ≠ 0, то передаточная функция не имеет нулевого полюса (p = 0), характеризуемый ей элемент называют астатическим и передаточная функция этого элемента при p = 0 (t = ∞) равна передаточному коэффициенту

$$k = W(0) = \frac{b_m}{a_n}. \qquad (10)$$

Пример 1

Определить передаточную функцию объекта, дифференциальное уравнение которого имеет вид

$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 3y = 6\dot{u} + u$$

Используя оператор дифференцирования d/dt = p, запишем уравнение объекта в символической форме

$$p^2 y + 4py + 3y = 6pu + u$$

или

$$(p^2 + 4p + 3)y = (6p + 1)u \quad ,$$

на основании которого определим искомую передаточную функцию объекта

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{6p + 1}{p^2 + 4p + 3}$$

Модальные характеристики

Модальные характеристики соответствуют свободной составляющей движения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x \in R^n, \\ y = Cx, & (u, y) \in R^m, \quad n \geq m. \end{cases} \qquad (11)$$

или, другими словами, отражают свойства автономной системы типа

$$\dot{x} = Ax, \qquad x \in R^n \qquad (12)$$

Будем искать ее решение в виде экспоненты

$$x(t) = \ell^{\alpha t}\gamma, \qquad (13)$$

Где $\ell^{\alpha t}$ скалярная экспонента, $\gamma = x(0)$ - вектор начальных условий.

Подставляя решение (13) в исходное уравнение (12), после преобразований получим

$$[\alpha I - A]\gamma = 0. \qquad (14)$$

Система уравнений (14) будет иметь ненулевое решение относительно γ, если

$$\det[\alpha I - A] = 0. \qquad (15)$$

Уравнение (15) называется характеристическим и имеет n-корней $(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$, которые называются собственными значениями матрицы A. При подстановке собственных значений в (15) получим

$$[\alpha_i I - A]\gamma_i = 0 \; .$$

где γ_i - собственные векторы, $i = \overline{1,n}$

Совокупность собственных значений и собственных векторов представляет собой модальные характеристики системы.

Для (12) могут существовать лишь следующие экспоненциальные решения

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i \ell^{\alpha_i t}\gamma_i \qquad (16)$$

которые называют модами.

Для получения характеристического уравнения системы достаточно общий знаменатель передаточной матрицы (передаточной функции) приравнять нулю.

Контрольные вопросы.

1. Что называется переходной функцией?
2. Что называется характеристическим уравнением?
3. Что называется передаточной функцией?
4. Что называется модальными характеристиками?

9 - лекция	Частотные характеристики. Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	Частотные характеристики Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о частотных характеристиках линейных систем, а также рассмотреть пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятиями частотные характеристики; рассмотреть основные виды частотных характеристик: АЧХ, ЛЧХ,ФЧХ, АФЧХ ; • рассмотреть примеры определения статических и динамических характеристик элемента АСУ.	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • назвать основные частотные характеристики АСУ; • дать определение понятиям: АСУ, статические и динамические характеристики, частотные характеристики, АЧХ, ЛЧХ,ФЧХ, АФЧХ; • основные виды частотных характеристик • уметь определять статические и динамические характеристики элемента АСУ.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (9-е занятие)

<table>
<tr><th rowspan="2">Этапы, время</th><th colspan="2">Деятельность</th></tr>
<tr><th>преподавателя</th><th>Студентов</th></tr>
<tr><td>1 этап.
Введение
(5 мин.)</td><td>1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.</td><td>1.1. Слушают и записывают</td></tr>
<tr><td>2 этап.
Актуализация знаний
(20 мин.)</td><td>2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос:
1. Временные характеристики?
2. Основные роль преобразования Лапласа в ТАУ?
2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос:
«Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.</td><td>2.1. Отвечают на вопросы.
2.2. Обсуждают и предлагают ответы.</td></tr>
<tr><td>3 этап
Информационный
(45 мин.)</td><td>3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов:
По 1 вопросу. Частотные характеристики?
По 2 вопросу. Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ?
Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.</td><td>3.1. Высказывают мнение и записывают главное.</td></tr>
<tr><td>4 этап.
Заключи-тельный
(10 мин.)</td><td>4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции.
4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.</td><td>4.1. Отвечают на вопрос.
4.2. Записывают задание.</td></tr>
</table>

ЛЕКЦИЯ 9
ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ПРИМЕР ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТА АСУ

План:

1. *Частотные характеристики*
2. *Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ*

1. Частотные характеристики

Частотные характеристики описывают передаточные свойства элементов и АСУ в режиме установившихся гармонических колебаний, вызванных внешним гармоническим воздействием. Они находят применение в ТАУ, так как реальные возмущения, а следовательно и реакции на них элемента или АСУ могут быть представлены как сумма гармонических(периодических) сигналов.

Взаимосвязь между параметрами периодических сигналов на входе и выходе объекта определяют частотные характеристики. Рассмотрим сущность и разновидности частотных характеристик. Пусть на вход линейного элемента (рис. 1, а) в момент времени t = 0 подано гармоническое воздействие с частотой ω

$$x(t) = x_m \sin\omega t. \qquad (1)$$

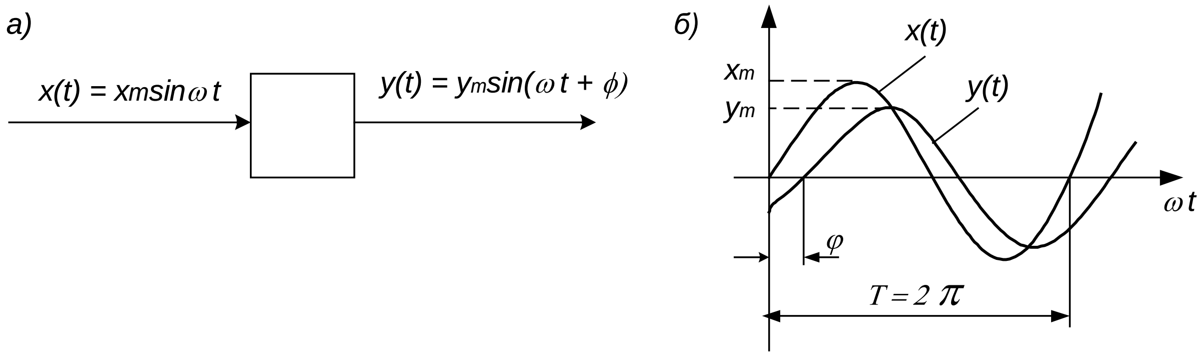


Рис. 1. Схема и кривые, поясняющие сущность частотных характеристик

По завершении переходного процесса установится режим вынужденных колебаний и выходная величина y(t) будет изменяться по тому же закону, что и входная x(t), но в общем случае с другой амплитудой y_m и с фазовым сдвигом φ по оси времени относительно входного сигнала (рис. 1, б):

$$y(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi) . \qquad (2)$$

Проведя аналогичный опыт, но при другой частоте ω, можно увидеть, что амплитуда y_m и фазовый сдвиг φ изменились, т. е. они зависят от частоты. Можно убедиться также, что для другого элемента зависимости параметров y_m и φ от частоты ω иные. Поэтому такие зависимости могут служить характеристиками динамических свойств элементов.

В ТАУ наиболее часто используют следующие частотные характеристики:
амплитудная частотная характеристика (АЧХ);
фазовая частотная характеристика (ФЧХ);
амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ).

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ) – зависимость отношения амплитуд выходного и входного сигналов от частоты

$$A(\varpi) = \frac{y_m}{x_m}. \qquad (3)$$

АЧХ показывает, как элемент пропускает сигналы различной частоты. Пример АЧХ приведен на рис. 2, а.

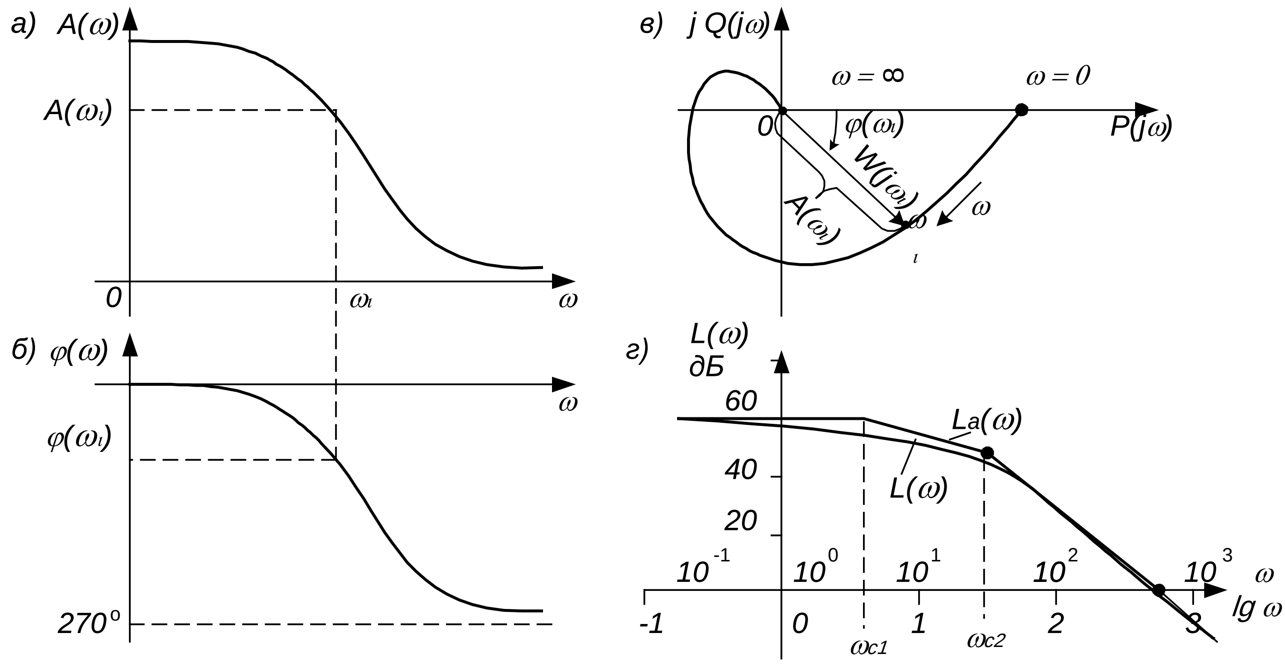


Рис. 2. Частотные характеристики:
а – амплитудная; б – фазовая; в – амплитудно-фазовая; г – логарифмическая

Фазовая частотная характеристика ФЧХ – зависимость фазового сдвига между входным и выходным сигналами от частоты.

ФЧХ показывает, какое отставание или опережение выходного сигнала по фазе создает элемент при различных частотах. Пример ФЧХ приведен на рис. 2, б.

Амплитудную и фазовую характеристики можно объединить в одну общую – амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ). АФЧХ представляет собой функцию комплексного переменного jω :

$$W(j\omega) = A(\omega)\, e^{j\varphi(\omega)} \quad \text{(показательная форма)}, \qquad (4)$$

где A(ω) – модуль функции; φ (ω) – аргумент функции.

Каждому фиксированному значению частоты ωi соответствует комплексное число W(jω), которое на комплексной плоскости можно изобразить вектором, имеющим длину A(ωi) и угол поворота φ (ωi) (рис. 2., в). Отрицательные значения φ (ω), соответствующие отставанию выходного сигнала от входного, принято отсчитывать по часовой стрелке от положительного направления действительной оси.

При изменении частоты от нуля до бесконечности вектор W(jω) поворачивается вокруг начала координат, при этом одновременно изменяется длина вектора. Кривая, которую при этом опишет конец вектора, и есть АФЧХ. Каждой точке характеристики соответствует определенное значение частоты.

Проекции вектора W(jω) на действительную и мнимую оси называют соответственно действительной и мнимой частотными характеристиками и обозначают P(ω), Q(ω). Это позволяет записать АФЧХ в алгебраической форме:

$$W(j\omega) = P(\omega) + j\,Q(\omega) \qquad (5)$$

АФЧХ, как и любую комплексную величину, можно также представить в тригонометрической форме

$$W(j\omega) = A(\omega)\cos\varphi(\omega) + j\,A(\omega)\sin\varphi(\omega). \qquad (6)$$

Аналитическое выражение для АФЧХ конкретного элемента можно получить из его передаточной функции путем подстановки p = jω :

$$W(j\omega) = W(p)\big|_{p = j\omega}\,. \qquad (7)$$

Связь между различными частотными характеристиками следующая:

$$A(\omega) = \left| W(j\omega) \right| = \sqrt{P^2(\varpi) + Q^2(\varpi)}, \qquad (8)$$

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = arctg\,\frac{Q(\varpi)}{P(\varpi)}. \qquad (9)$$

При практических расчетах АСУ (без применения электронных вычислительных машин) удобно использовать частотные характеристики, построенные в логарифмической системе координат. Такие характеристики называют логарифмическими. Они имеют меньшую кривизну и поэтому могут быть приближенно заменены ломаными линиями, составленными из нескольких прямолинейных отрезков. Причем, эти отрезки в большинстве случаев удается построить без громоздких вычислений при помощи некоторых простых правил. Кроме того, в логарифмической системе координат легко находить характеристики различных соединений элементов, так как умножению и делению обычных характеристик соответствует сложение и вычитание ординат логарифмических характеристик.

За единицу длины по оси частот логарифмических характеристик принимают декаду.

екада – интервал частот, заключенный между произвольным значением частоты ωi и его десятикратным значением $10\omega i$.

Отрезок логарифмической оси частот, соответствующий одной декаде, равен 1.

Обычно в расчетах используют логарифмическую амплитудную частотную характеристику (ЛАЧХ)

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega), \qquad (10)$$

ординаты которой измеряют в логарифмических единицах – беллах (Б) или децибеллах (дБ).

Белл – единица измерения мощностей двух сигналов.

Если мощность одного сигнала больше (меньше) мощности другого сигнала в 10 раз, то эти мощности отличаются на 1 Б, ($\lg 10 = 1$). Так как мощность гармонического сигнала пропорциональна квадрату его амплитуды, то при применении этой единицы для измерения отношения амплитуд перед логарифмом появляется множитель 2. Например, если на некоторой частоте $A(\omega) = 100$, то это означает, что мощности входного и выходного сигналов отличаются в 1002 раз, т.е. на $2\lg 100 = 4$ Б или на 40 дБ, соответственно и $L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 40$ дБ.

При построении фазовой частотной характеристики логарифмический масштаб применяют только для оси абсцисс (оси частоты).

На рис. 2, г показаны ЛАЧХ $L(\omega)$ (толстая линия) и соответствующая ей приближенная (асимптотическая) характеристика $La(\omega)$ в виде прямолинейных отрезков (тонкая линия). Частоты, соответствующие точкам стыковки отрезков, называют сопрягающими и обозначают ωc.

По виду частотных характеристик все элементы делятся на две группы:

минимально-фазовые;

неминимально-фазовые.

Минимально-фазовый элемент – элемент, у которого все полюсы и нули передаточной функции $W(p)$ имеют отрицательные действительные части.

Минимально-фазовые элементы дают минимальный фазовый сдвиг $\varphi(\omega)$ по сравнению с любыми другими элементами, имеющими такую же амплитудную характеристику $A(\omega)$, но у которой действительная часть хотя бы одного полюса или нуля положительна.

Минимально-фазовые элементы обладают важным для практических расчетов свойством: их частотная передаточная функция полностью определяется одной из трех составляющих - $A(\omega)$, $P(\omega)$ и $Q(\omega)$. Это существенно упрощает задачи анализа и синтеза минимально-фазовых систем.

2. Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ

Для элемента АСУ (четырехполюсника), схема и параметры которого приведены на рис. 3, найдем следующие статические и динамические характеристики:

дифференциальное уравнение;

переходную функцию;

передаточную функцию;

передаточный коэффициент;

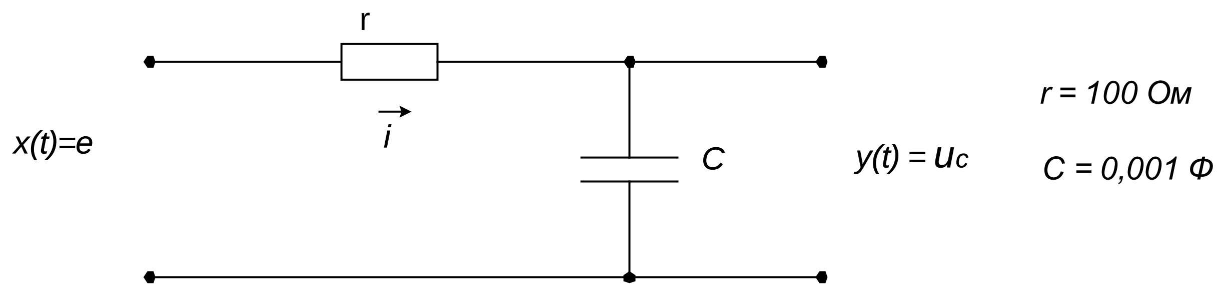


Рис. 3. Схема и параметры элемента

Составление дифференциального уравнения элемента

В соответствии с законами линейных электрических цепей записываем следующие уравнения:

$$r\,i + u_c = e\,; \qquad (11)$$

$$i = c\frac{du_c}{dt}. \qquad (12)$$

Подставляя значение тока i из выражения (12) в уравнение (11) получаем дифференциальное уравнение

$$rc\frac{du_c}{dt} + u_c = e. \qquad (13)$$

Подставляя параметры r и c четырехполюсника (рис. 4) в уравнение (13) получаем искомое дифференциальное уравнение элемента

$$0{,}1\frac{du_c}{dt} + u_c = e. \qquad (14)$$

Нахождение переходной функции элемента

Полагаем входной сигнал четырехполюсника равным единичному ступенчатому воздействию $e = 1(t)$. Тогда его выходной сигнал будет равен переходной функции $u_c = h(t)$.

Учитывая сказанное в уравнении (14), приводим его к виду:

$$0{,}1\frac{dh(t)}{dt} + h(t) = 1(t). \qquad (15)$$

Вынужденную составляющую переходной функции находим из уравнения (15), полагая в нем производную $dh(t)/dt = 0$,

$$h_в(t) = 1. \qquad (16)$$

Составляем характеристическое уравнение, соответствующее дифференциальному уравнению (15)

$$0{,}1p + 1 = 0. \qquad (17)$$

Корень характеристического уравнения p = -10.

Свободную составляющую переходной функции находим по выражению

hc(t) = $\sum_{k-1}^{n} C_k e^{p_k t}$,   при n = 1 и p1 =-10

$$h_c(t) = C_1 e^{-10t} \qquad (18)$$

Находим переходную функцию, суммируя ее вынужденную (16) и свободную (18) составляющие,

$$h(t) = h_в(t) + h_c(t) = 1 + C_1 e^{-10t}. \qquad (19)$$

Из уравнения (19) при нулевых начальных условиях (h(0) = 0) определяем коэффициент C1 = -1.

Подставляя значение этого коэффициента в выражение (19), находим искомую переходную функцию элемента

$$h(t) = 1 - e^{-10t}. \qquad (20)$$

График переходной функции элемента приведен на рис. 4.

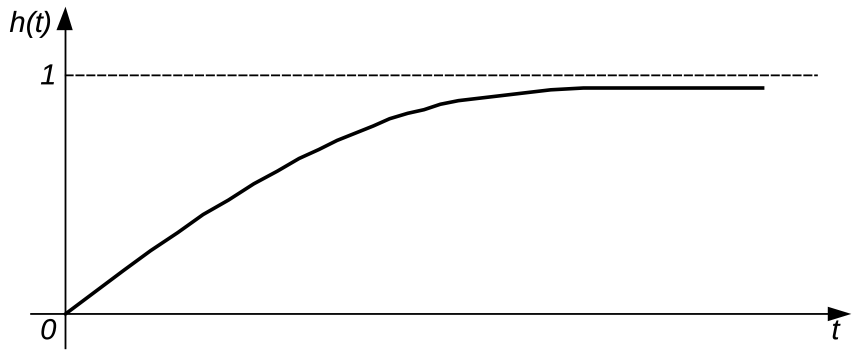


Рис. 4. График переходной функции элемента

Нахождение передаточной функции элемента

В дифференциальном уравнении (14) степени полиномов правой и левой частей соответственно m = 0 и n = 1. Тогда коэффициенты этого уравнения b0 = 1; a0 = 0,1; a1 = 1.

При этих коэффициентах по выражению

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n}.$$

находим искомую передаточную функцию элемента

$$W(p) = \frac{1}{0{,}1p + 1}. \qquad (21)$$

Нахождение передаточного коэффициента элемента

Искомый передаточный коэффициент элемента находим по выражению

$$k = W(0) = \frac{b_m}{a_n}.$$

при b0 = 1 и a1 = 1

$$K = \frac{1}{1} = 1. \qquad (22)$$

или из выражения (21) при p=0

$$K = W(0) = \frac{1}{0 + 1} = 1. \qquad (23)$$

Определение частотных характеристик элемента

Амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ) элемента находим из выражения W(jω) = W(p)│p = jω путем подстановки в него передаточной функции (21) при p = jω :

$$W(j\varpi) = \frac{1}{0{,}1j\varpi + 1} = \frac{1 - 0{,}1j\varpi}{1 + (0{,}1\varpi)^2} = \frac{1}{1 + 0{,}01\varpi^2} - j\frac{0{,}1\varpi}{1 + 0{,}01\varpi^2}. \qquad (24)$$

Вид АФЧХ на комплексной плоскости приведен на рис. 5, а.
Из выражения (24) находим действительную и мнимую частотные характеристики

$$P(\varpi) = \frac{1}{1 + 0{,}01\varpi^2}; \qquad (25)$$

$$Q(\varpi) = -\frac{0{,}1\varpi}{1 + 0{,}01\varpi^2}. \qquad (26)$$

Подставляя значения этих характеристик в выражения

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\varpi) + Q^2(\varpi)},$$

и

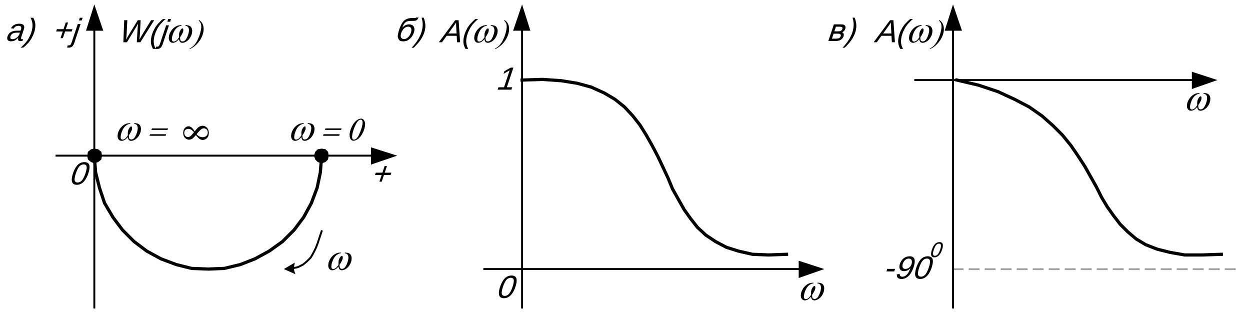
$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = arctg\frac{Q(\varpi)}{P(\varpi)}.$$

находим искомые выражения соответственно для амплитудной и фазовой частотных характеристик:

$$A(\varpi) = \frac{1}{\sqrt{1 + 0{,}01\varpi^2}};$$ (27)

$$\varphi(\varpi) = arctg(-0{,}1\varpi).$$ (28)

Графики амплитудной и фазовой частотных характеристик приведены на рис. 5,а, б,в.



Гр

Рис. 5. Частотные характеристики элемента
а – амплитудно – фазовая, б – амплитудная, в – фазовая.

Контрольные вопросы:

1. Что называется частотными характеристиками?
2. Как получить частотные характеристики опытным путем?
3. Как получить частотные характеристики теоретическим путем по известной передаточной функции звена?
4. Что такое и как получить АФЧХ?
5. Что такое и как получить ВЧХ?
6. Что такое и как получить МЧХ?
7. Что такое и как получить АЧХ?
8. Что такое и как получить ФЧХ?
9. Что такое и как получить ЛАЧХ?
10. Что такое и как получить ЛФЧХ?
11. Постройте АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ безынерционного звена.
12. Постройте АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ интегрирующего звена.
13. Постройте АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ апериодического звена.
14. Постройте АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ колебательного звена.
15. Постройте АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ консервативного звена.
16. Постройте ЛАЧХ и ЛФЧХ идеального дифференцирующего звена.
17. Как изменятся ЛАЧХ и ЛФЧХ звена, если коэффициент усиления возрастет в 100 раз?

10 - лекция	Элементарные звенья и их характеристики. Пропорциональное звено. Интегрирующее звено.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1. Элементарные звенья. Пропорциональное звено. 2. Интегрирующее звено.
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление об элементарных звеньях и их характеристиках, рассмотреть пропорциональное и интегрирующее звенья	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятиями элементарное звено – пропорциональное и интегрирующее; • рассказать об основных различиях пропорционального и интегрирующего звеньев; • рассмотреть основные характеристики элементарных звеньев;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • назвать элементарные звенья САУ; • дать определение понятиям: звено, пропорциональное и интегрирующее звенья; • назвать основные характеристики элементарных звеньев; • Раскрыть понятие пропорциональное и интегрирующее звенья.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (10-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется частотными характеристиками? 2. Что такое и как получить ЛАЧХ? 3. Что такое и как получить ЛФЧХ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Элементарные звенья и их характеристики?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Элементарные звенья? По 2 вопросу. Пропорциональное звено? По 3 вопросу. Интегрирующее звено? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 10.
ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЗВЕНЬЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ЗВЕНО. ИНТЕГРИРУЮЩЕЕ ЗВЕНО

План:
1. Элементарные звенья. Пропорциональное звено.
2. Интегрирующее звено.

Для расчета различных систем автоматического управления их обычно разбивают на отдельные элементы, динамическими характеристиками которых являются дифференциальные уравнения не выше второго порядка. Причем различные по своей физической природе элементы могут описываться одинаковыми дифференциальными уравнениями, поэтому их относят к определенным классам, называемым типовыми звеньями.

Изображение системы в виде совокупности типовых звеньев с указанием связей между ними называется структурной схемой. Она может быть получена как на основе дифференциальных уравнений, так и передаточных функций. Данный способ и составляет суть структурного метода.

Предварительно рассмотрим подробнее типовые звенья, из которых состоят системы автоматического управления.

Пропорциональное звено. (усилительное, безынерционное). Пропорциональным называется звено, которое описывается уравнением

$$y=ku \; . \qquad (1)$$

Передаточная функция звена следующая:

$$W(p)=\frac{y(p)}{u(p)}=k \, , \qquad (2)$$

а соответствующая ей структурная схема приведена на рис. 1.

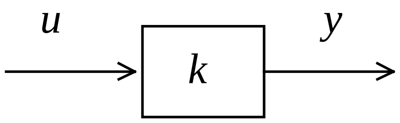


Рис. 1. Структурная схема пропорционального звена

Переходная характеристика (реакция звена на скачкообразное входное воздействие) имеет вид:

$$h(t)=k1(t) \; .$$

Импульсная переходная функция (реакция на входное воздействие типа дельта - функции):

$$g(t)=k\delta(t) \; .$$

Модальные характеристики (собственные значения и собственные векторы) для пропорционального звена отсутствуют.

Заменив в передаточной функции p на jω, получим следующие частотные характеристики:

амплитудно - фазовую, W(jω)=k ,

вещественную частотную характеристику R(ω)=k

мнимую частотную характеристику, I (ω)=0 .

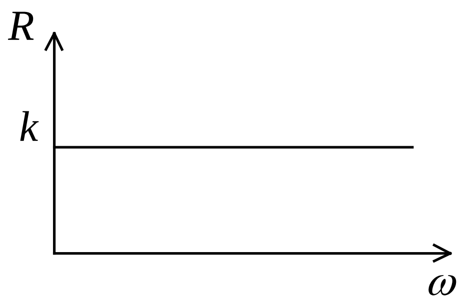


Рис. 2. ВЧХ пропорционального звена

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ) определяется соотношением:

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = R(\omega) = k \qquad (3)$$

и имеет тот же вид, что и ВЧХ.

Выражение для ФЧХ:

$$\varphi(\omega) = arctg[I(\omega)/R(\omega)] = 0 \;. \qquad (4)$$

Это означает, что амплитуда периодического входного сигнала усиливается в k - раз, а фазовый сдвиг отсутствует.

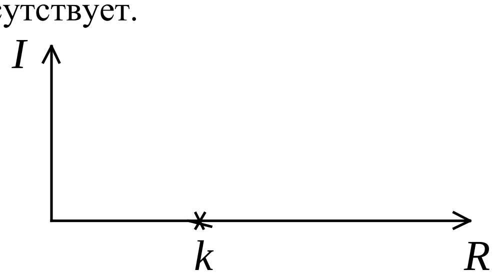


Рис. 3. АФХ пропорционального звена

АФХ звена имеет вид точки на комплексной плоскости (рис. 3).

ЛАЧХ звена представляет собой прямую, параллельную оси абсцисс:

$$L(\omega)=20\lg A(\omega)=20\lg k \;. \qquad (5)$$

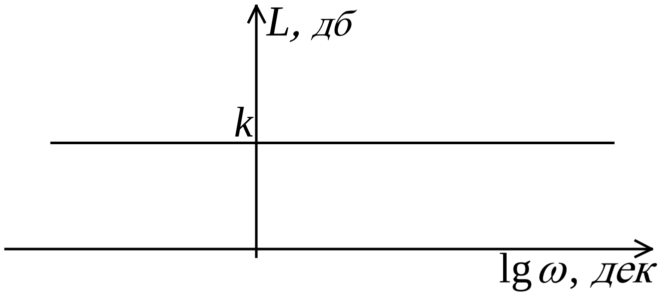


Рис. 4. ЛАЧХ пропорционального звена

Как видим (3),(4), пропорциональное звено пропускает входные сигналы без искажений.

Интегрирующее звено. Это звено, уравнение которого имеет вид:

$$y = k\int_0^t u(\tau)\,d\tau + y(0) \quad , \qquad (10)$$

От интегрального перейдем к дифференциальному уравнению звена

$$\dot{y} = k\,u \quad , \qquad (11)$$

а затем к его передаточной функции

$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{k}{p} \qquad (12)$$

Переходная характеристика звена имеет вид:

$$h(t) = k\int_0^t 1(\tau)\,d\tau = k\,t \; 1(t)\ , \qquad (13)$$

а импульсная переходная функция -

$$g(t) = k\int_0^t \delta(\tau)\,d\tau = k \ . \qquad (14)$$

Определим частотные характеристики интегрирующего звена.

АФХ: $W(j\omega) = \dfrac{k}{j\omega} = -j\dfrac{k}{\omega}$;

ВЧХ: $R(\omega) = 0$;

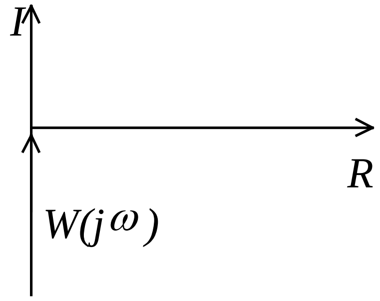


Рис. 8. АФХ звена

МЧХ: $I(\omega) = -\dfrac{k}{\omega}$;

АЧХ: $A(\omega) = \dfrac{k}{\omega}$;

ФЧХ : $\varphi(\omega) = -90^\circ$.

Звено имеет постоянный фазовый сдвиг, который не зависит от частоты.

АФХ интегрирующего звена изображается на комплексной плоскости и имеет вид, представленный на рис. 8.

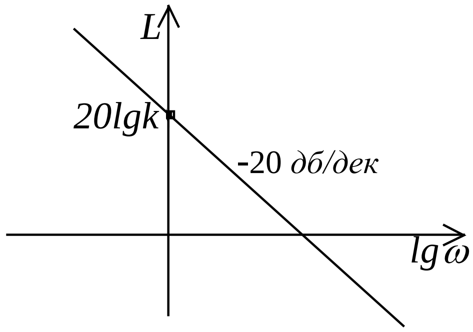


Рис. 9. ЛАЧХ интегрирующего звена

Получим логарифмическую амплитудно-частотную характеристику:

$$L(\omega) = 20\lg\frac{k}{\omega} = \\ = 20\lg k - 20\lg\omega; \qquad (16)$$

она имеет вид прямой на плоскости (рис. 9).

Характеристическое уравнение
A(p) = p = 0
имеет единственный корень, $\lambda_1 = 0$, который представляет собой модальную характеристику интегрирующего звена.

Контрольные вопросы

1. Что называется звеном?
2. Как построить статическую характеристику нескольких звеньев?
3. В чем отличие астатических звеньев от статических?
4. Какие виды звеньев существует?
5. Динамические и статические характеристики звеньев?

11 - лекция	Элементарные звенья и их характеристики. Дифференцирующее звено. Апериодическое звено. Колебательное звено.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1. Элементарные звенья. Дифференцирующее звено. 2. Апериодическое звено. 3. Форсирующее звено (пропорционально - дифференцирующее)
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление об элементарных звеньях и их характеристиках, рассмотреть дифференцирующее звено, апериодическое звено, колебательное звено	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятиями элементарное звено: дифференцирующее, апериодическое и форсирующее; • рассказать об основных различиях дифференцирующего, апериодического и форсирующего звеньев; • рассмотреть основные характеристики элементарных звеньев;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • назвать элементарные звенья САУ; • дать определение понятиям: звено, пропорциональное и интегрирующее звенья, дифференцирующее звено, апериодическое звено, колебательное звено; • назвать основные характеристики элементарных звеньев; • раскрыть понятие дифференцирующее звено, апериодическое звено, колебательное звено и привести примеры передаточных функций таких звеньев.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (11-е занятие)

Этапы, время	**Деятельность**	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется звеном? 2. Как построить статическую характеристику нескольких звеньев? 3. В чем отличие астатических звеньев от статических? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Мнимая характеристика интегрирующего звенья?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Дифференцирующее звено? По 2 вопросу. Апериодическое звено? По 3 вопросу. Форсирующее звено (пропорционально - дифференцирующее)? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 11

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЗВЕНЬЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩЕЕ ЗВЕНО. АПЕРИОДИЧЕСКОЕ ЗВЕНО. ФОРСИРУЮЩЕЕ ЗВЕНО

План:

1. Элементарные звенья. Дифференцирующее звено.
2. Апериодическое звено.
3. Форсирующее звено (пропорционально - дифференцирующее)

Дифференцирующее звено. Дифференцирующим называется звено, которое описывается дифференциальным уравнением:

$$y=k\dot{u}\ . \qquad (1)$$

Его передаточная функция имеет вид:

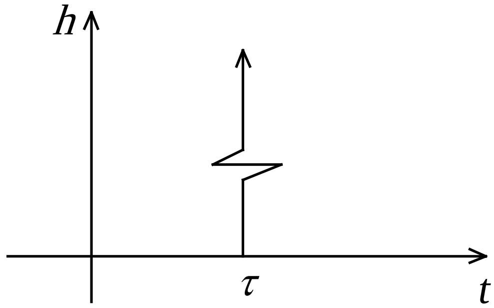


Рис. 1. Переходная характеристика звена

$$W(p)=y(p)/u(p)=kp\ . \qquad (2)$$

Переходная характеристика дифференцирующего звена:

$$h(t)=k\delta(t).$$

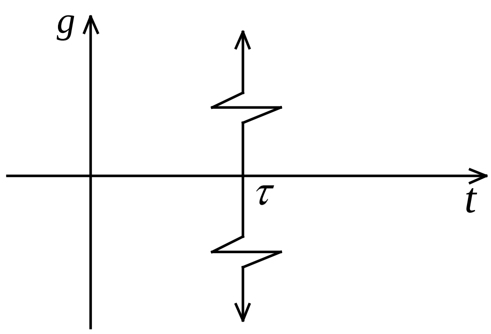


Рис. 2 . Импульсная переходная характеристика

Импульсная переходная функция представляет собой «дуплет» δ-функций

$$g(t)=k\dot{\delta}(t)\ . \qquad (3)$$

Получим теперь частотные характеристики звена.

АФХ : $W(j\omega)=jk\omega$, совпадает с положительной мнимой полуосью на комплексной плоскости;

ВЧХ : $R(\omega)=0$,

МЧХ : $I(\omega)=k\omega$,

АЧХ : $A(\omega)=\sqrt{R^2(\omega)+I^2(\omega)}=I(\omega)=k\omega$,

ФЧХ : $\varphi(\omega)=arctg[I(\omega)/R(\omega)]=90^\circ$, т. е. на всех частотах звено имеет постоянный фазовый сдвиг;

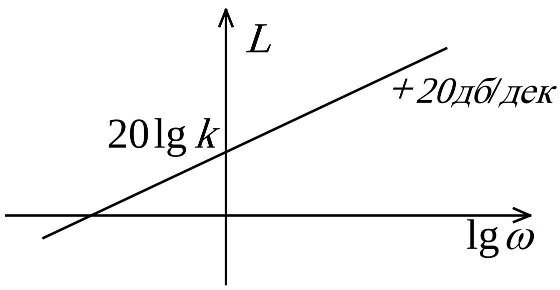


Рис. 3. ЛАЧХ дифференцирующего звена

ЛАЧХ :

$$L(\omega)=20\lg k\omega=20\lg k+20\lg\omega. \quad (3)$$

Как видно из графика рис. 3, дифференцирующее звено усиливает высокочастотные сигналы.

Апериодическое звено. Апериодическим называется звено, дифференциальное уравнение которого имеет вид

$$a_1\dot{y}+a_0y=bu\ . \qquad (4)$$

Перейдем к его стандартному описанию, для чего разделим обе части (4) на коэффициент а0 ,

$$T\dot{y}+y=ku, \qquad (5)$$

где $T=\frac{a_1}{a_0}$ - постоянная времени, $k=\frac{b}{a_0}$ - коэффициент передачи звена.

Заменив в (5) d/dt на p, перейдем к символической записи дифференциального уравнения,

$$(Tp+1)y = ku, \qquad (6)$$

и определим передаточную функцию апериодического звена:

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{k}{Tp+1}. \qquad (7)$$

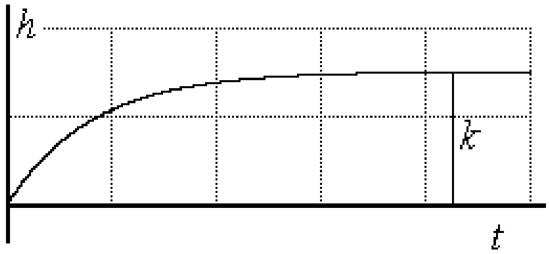


Рис. 4. Переходная характеристика

Его переходную характеристику можно найти как решение уравнения (5) при u=1(t) и y(0)=0,

$$h(t)=k(1-\ell^{-t/T})1(t). \qquad (8)$$

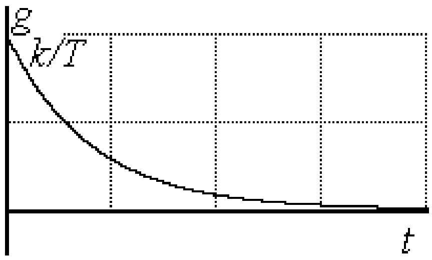


Рис. 5 . Импульсная переходная функция

Импульсную переходную функцию вычислим по соотношению:

$$g(t)=\dot{h}(t)=\frac{k}{T}\ell^{-t/T}. \qquad (9)$$

Для определения модальных характеристик запишем характеристическое уравнение звена

$$A(p)=Tp+1=0 \qquad (10)$$

и вычислим его корень, p=-1/T .
Выражение, соответствующее АФХ апериодического звена, имеет вид:

$$W(j\omega) = \frac{k}{1+Tj\omega} = \frac{(1-Tj\omega)k}{1+T^2\omega^2} = \frac{k}{1+T^2\omega^2} - j\frac{T\omega k}{1+T^2\omega^2}\ . \qquad (11)$$

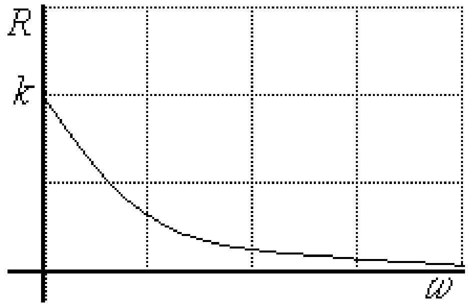


Рис.5. ВЧХ апериодического звена

Построим отдельно вещественную частотную характеристику по выражению

$$R(\omega) = \frac{k}{1+T^2\omega^2}\ . \qquad (12)$$

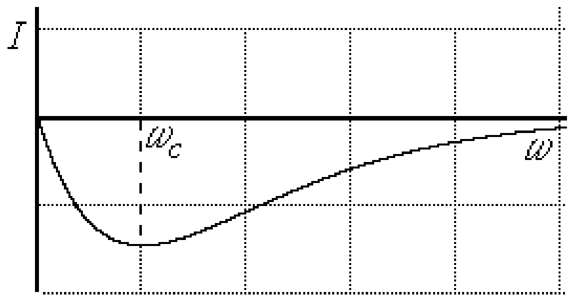


Рис. 6. МЧХ звена

Мнимую частотную характеристику апериодического звена строим по соотношению

$$I(\omega) = -\frac{T\omega k}{1+T^2\omega^2}\ . \qquad (13)$$

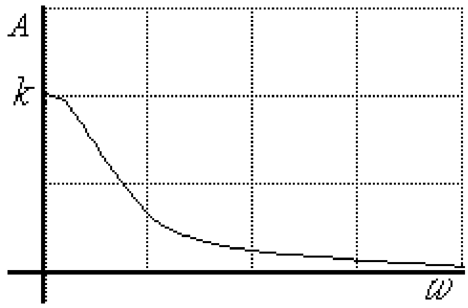


Рис. 7. АЧХ апериодического звена

Построим амплитудную частотную характеристику по выражению:

$$\mathrm{A}(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} =$$
$$= \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 \mathrm{T}^2}}. \qquad (14)$$

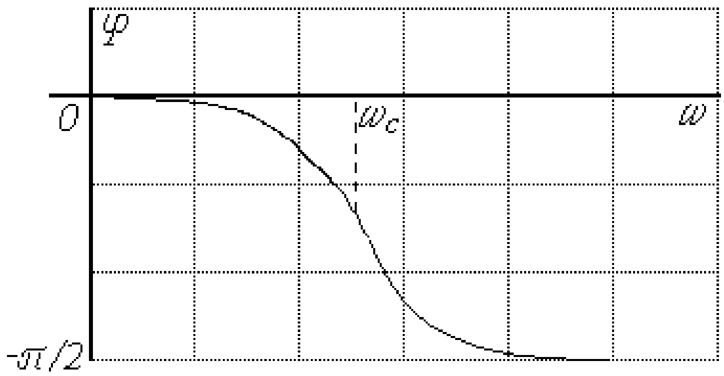


Рис. ФЧХ апериодического звена

ФЧХ звена определяется соотношением

$$\varphi(\omega) = arctg\frac{I(\omega)}{R(\omega)} =$$
$$= arctg(-\omega T)\,. \qquad (15)$$

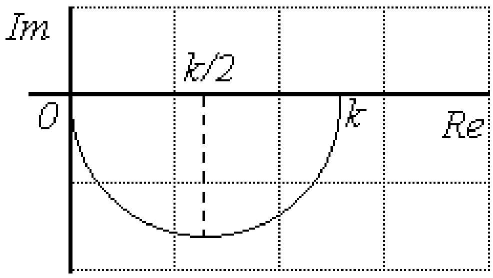


Рис. 9.   АФХ апериодического звена

На комплексной плоскости строим АФХ апериодического звена по выражению (11), которая имеет вид полуокружности и приведена на рис. 9.

Определим теперь логарифмическую амплитудную частотную характеристику в виде:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg k - 10\lg(1 + T^2\omega^2) \quad (16)$$

Наиболее просто можно построить асимптотическую ЛАЧХ. В этом случае рассматривают отдельно области высоких (ОВЧ) и низких частот (ОНЧ) и для каждой определяют свою асимптоту:

1) ОНЧ: ω <<1/T, L(ω)=20lgk. (17)

2) ОВЧ: ω >>1/T, L(ω)=20lgk-20lg(Tω). (18)

Частота $\omega =$ 1/T называется собственной частотой апериодического звена.

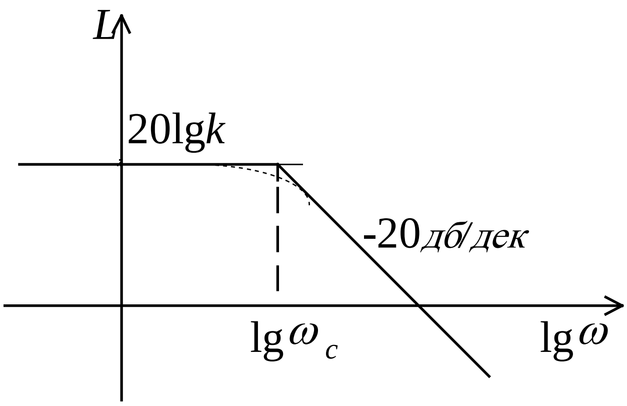


Рис. 10. ЛАЧХ апериодического звена

На рис. 10 действительная ЛАЧХ показана пунктирной линией и несколько отличается от асимптотической, причем наибольшая погрешность будет на собственной частоте звена.

Форсирующее звено (пропорционально - дифференцирующее)

Форсирующим называется звено, дифференциальное уравнение которого имеет вид

y=k1u+k2 $\dot{u}$. (19)

Как видим, его можно представить как сумму пропорционального и дифференцирующего звеньев.

Передаточная функция форсирующего звена,

$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = k_1 + k_2 p,$$

записывается в стандартной форме

$$W(p)=k(1+Tp), \qquad (20)$$

где $k=k_1$ - коэффициент усиления, $T=\frac{k_2}{k_1}$ - постоянная времени звена.

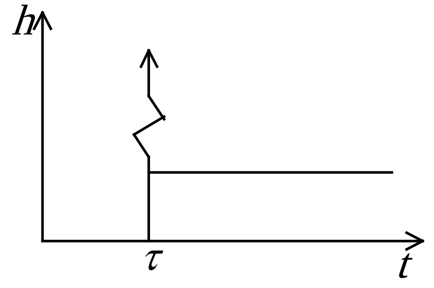


Рис. 11. Переходная характеристика форсирующего звена

Вычислим его переходную характеристику

$$h(t-\tau)=k_1 1(t-\tau)+k_2\delta(t-\tau) \qquad (21)$$

и импульсную переходную функцию

$$g(t)=\dot{h}(t)=k_1\delta(t)+k_2\delta(t). \qquad (22)$$

Запишем выражения для частотных характеристик.

АФХ: $W(j\omega)=k(1+jT\omega)$; (23)

ВЧХ: $R(\omega)=k$;

МЧХ: $I(\omega)=kT\omega$;

АЧХ: $A(\omega)=k\sqrt{1+\omega^2T^2}$;

ФЧХ: $\varphi(\omega)=arctg\omega T$; $\varphi(\infty)=\pi/2$; (24)

ЛАЧХ: $L(\omega)=20\lg k+10\lg(1+T\omega)$. (25)

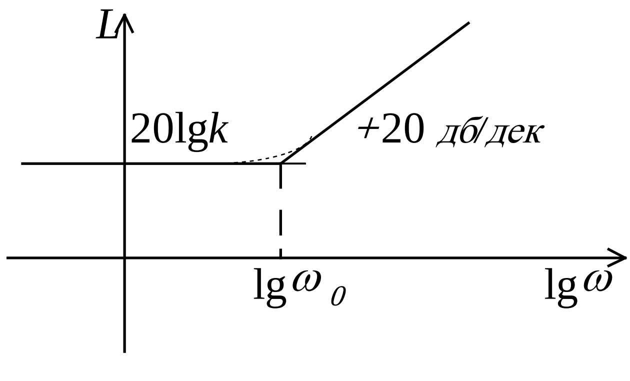


Рис. 12. ЛАЧХ форсирующего звена

Асимптотическую ЛАЧХ форсирующего звена можно получить, рассматривая отдельно области низких и высоких частот, как в случае апериодического звена, или суммируя ЛАЧХ пропорционального и дифференцирующего звеньев.

Здесь $\omega_0 = 1/T$ - собственная частота звена.

АФХ форсирующего звена строится по выражению (23) и имеет вид, представленный на рис. 13.

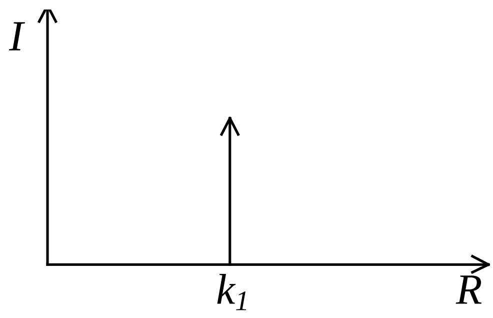


Рис. 13 АФХ форсирующего звена

Контрольные вопросы

1. Что называется звеном?
2. Что называется элементарными и типовыми динамическими звеньями?
3. Как построить статическую характеристику нескольких звеньев?
4. В чем отличие астатических звеньев от статических?
5. Какие виды звеньев существует?
6. Динамические и статические характеристики звеньев?
7. Что называется динамическим коэффициентом усиления звена?

12 - лекция	Обозначения в структурных схемах линейных систем. Структурные схемы и преобразование.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	Обозначения в структурных схемах линейных систем. Структурные схемы и преобразование.
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление об обозначениях в структурных схемах линейных систем, а также структурных схемах и преобразованиях в них	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятиями структурная схема и преобразование структурных схем ; • рассказать об обозначения в структурных схемах линейных систем; • рассмотреть основные структурные схемы и преобразование, принцип суперпозиции;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • назвать основные структурные схемы и преобразование; • дать определение понятиям: линия передачи сигнала; динамическое звено; узел или разветвление; сумматор; устройство сравнения; • знать основные обозначения в структурных схемах линейных систем; • раскрыть понятие принцип суперпозиции.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (12-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Какие виды звеньев существует? 2. Динамические и статические характеристики звеньев? 3. Что называется динамическим коэффициентом усиления звена? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Обозначения в структурных схемах линейных систем?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Обозначения в структурных схемах линейных систем? По 2 вопросу. Область применимости структурного метода? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 12.
ОБОЗНАЧЕНИЯ В СТРУКТУРНЫХ СХЕМАХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ.

Часто АСУ можно рассматривать как комбинацию динамических звеньев с определенными передаточными функциями. Графическое изображение АСУ в виде совокупности динамических звеньев с указанием их передаточных функций и связей между звеньями называется структурной схемой. По существу эта схема представляет собой графическое изображение системы уравнений, записанных в виде передаточных функций, и может рассматриваться как схема прохождения и преобразования сигналов в АСУ. В этой связи она часто называется алгоритмической.

Обозначения в структурных схемах линейных систем

В структурных схемах используют следующие обозначения:

1. Линия передачи сигнала (рис.1).
2. Динамическое звено с одним входом и выходом направленного действия (рис. 2).
3. Динамическое звено с двумя входами (рис. 3).
4. Узел или разветвление. В месте разветвления сигнал не делится (рис.4).
5. Сумматор y = x1 + x2 (рис.5).
6. Устройство сравнения y = x2-x1 (рис.6).

Рассмотрим основные виды соединения звеньев

1. Последовательное соединение (рис.7).

Имеем X1(p) = W1(p)X(p); Y(p) = W2(p)X1(p) = W1(p)W2(p)X(p) = = Wэкв(p)X(p), где Wэкв(p) = W1(p)W2(p).

В общем случае $W_{\text{экв}}(p) = \prod_{i=1}^{N} W_i(p)$, где Wэкв(p) – эквивалентная передаточная функция; N – число последовательно включенных звеньев.

Таким образом, передаточная функция последовательно включенных звеньев равна произведению передаточных функций каждого звена.

2. Параллельное соединение (рис.8).

Имеем Y(p) = Y1(p) + Y2(p) = W1(p)X(p) + W2(p)X(p) = [W1(p) + + W2(p)]X(p) = Wэкв(p)X(p).

В общем случае $W_{\text{экв}}(p) = \sum_{i=1}^{N} W_i(p)$, т.е. передаточная функция параллельно соединенных звеньев равна сумме их передаточных функций.

➢ **Пример.** Запишем эквивалентную передаточную функцию системы, структурная схема которой приведена на рис.9.

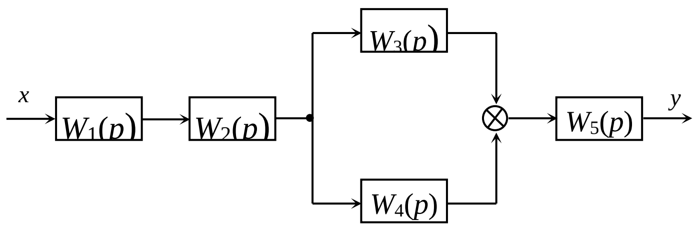


Рис.9

Воспользовавшись приведенными выше правилами объединения передаточных функций последовательно и параллельно соединенных звеньев, запишем
Wэкв(p) = W1(p)W2(p)[W3(p) + W4(p)]W5(p).

3. Параллельно-встречное включение звеньев (обратная связь) (рис.10).
Здесь $\Delta = x - y1$ – отклонение текущего значения управляемой величины от заданного.
Найдем передаточную функцию по каналу $x \rightarrow y$: Wxy(p).
Имеем

$$\Delta(p) = X(p) - Y1(p) = X(p) - WOC(p)Y(p). \qquad (1)$$

С другой стороны,

$$\Delta(p) = \frac{Y(p)}{W_1(p)}. \qquad (2)$$

Приравняв левые и правые части уравнений (1) и (2), окончательно получим

$$W_{xy}(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_{\text{ОС}}(p)} = W_{\text{экв}}(p)$$

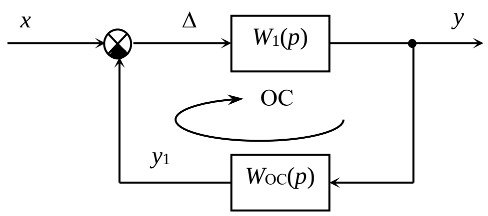


Рис. 10

4. Правило переноса

Иногда при структурных преобразованиях для получения общей передаточной функции системы удобнее переносить точку приложения сигнала через звено.

Рассмотрим, как изменится структура системы, если перенести точку приложения сигнала на выход.

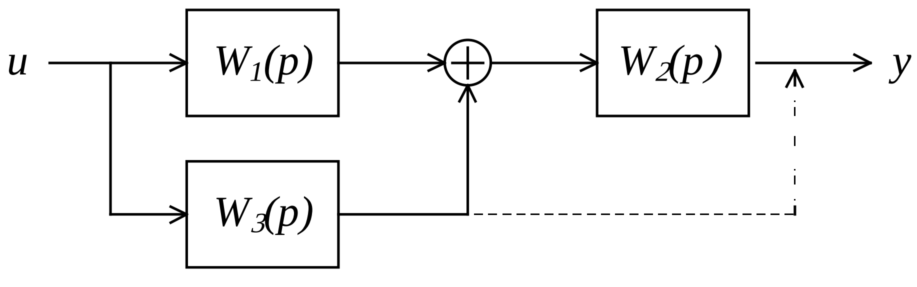


Рис. 11. Структурная схема исходной системы

Ее передаточная функция имеет вид

$$W(p) = W_2(p)[W_1(p) + W_3(p)]\,. \qquad (5)$$

При переносе точки приложения сигнала необходимо придерживаться правила: передаточная функция системы должна оставаться неизменной. Поэтому преобразованная система будет иметь вид:

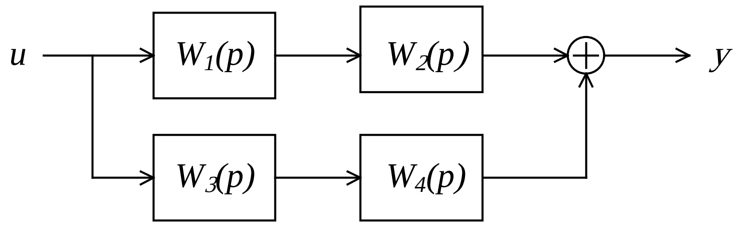


Рис. 12. Структурная схема преобразованной системы

Передаточная функция системы, представленной на рис. 12, следующая:

$$W(p) = W_1(p)W_2(p) + W_3(p)W_4(p)\,. \qquad (6)$$

Приравнивая передаточную функцию (5) к функции (6), определим $W_4(p)$, которую необходимо ввести в систему,

$$W_4(p) = W_2(p)\,. \qquad (7)$$

Того же правила следует придерживаться при обратном переносе точки отбора сигнала.

Область применимости структурного метода

Структурный метод является удобным способом работы при расчете линейных автоматических систем, но имеет свои ограничения. Метод предполагает использование передаточных функций, поэтому может применяться только при нулевых начальных условиях.

Если в реальной системе начальные условия ненулевые, то при пользовании структурным методом необходимо придерживаться следующего правила: при любом преобразовании системы ее порядок не должен уменьшаться, то есть недопустимо сокращение одинаковых множителей в числителе и знаменателе передаточной функции.

Сокращая одинаковые множители, мы тем самым выбрасываем из системы реально существующие звенья. Проиллюстрируем это утверждение примером.

Пример

Рассмотрим систему, состоящую из двух последовательно соединенных звеньев: интегрирующего и дифференцирующего.

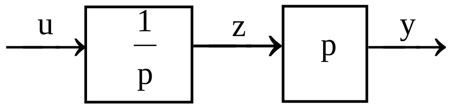


Рис. 13. Структурная схема системы

Используя структурные преобразования, найдем передаточную функцию системы:

$$W(p) = 1/p * p = 1 .$$

Отсюда следует вывод, что пара рассматриваемых звеньев является безынерционным звеном, то есть сигнал на выходе повторяет сигнал на входе. Докажем это, рассматривая промежуточный сигнал

$$z(t) = z(0) + \int_0^t u(\tau)d\tau ,$$

где z(0) - начальные условия. Получим сигнал на выходе

$$y(t) = \dot{z}(t) = u(t)$$

Поменяем звенья местами и рассмотрим систему

$$\xrightarrow{u} \quad p \quad \xrightarrow{z} \quad \frac{1}{p} \quad \xrightarrow{y}$$

Передаточная функция ее та же:

$$W(p) = p * 1/p =1 .$$

Очевидно, что в этой системе выход не повторяет вход. Покажем это, рассматривая промежуточный сигнал

$$z(t) = \dot{u}(t).$$

Выходной сигнал определяется соотношением:

$$y(t) = y(0) + \int_0^t z(\tau)d\tau = y(0) + u(t) ,$$

Как видим, сигнал на выходе второй системы отличается от сигнала на выходе первой на величину начальных условий, хотя обе имеют одну передаточную функцию.

Контрольные вопросы

1. Перечислите типичные схемы соединения звеньев САУ?
2. Как определяется передаточная функция последовательно соединенных звеньев?
3. Как преобразовать цепь последовательно соединенных звеньев к одному звену?
4. Как преобразовать цепь параллельно соединенных звеньев к одному звену?
5. Как преобразовать обратную связь к одному звену?
6. Что называется прямой цепью САУ?
7. Что называется разомкнутой цепью САУ?

13 - лекция	Использование графов для преобразования структурных схем

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	Формула Мезона. Преобразование структурных схем. Роль обратной связи при преобразования структурных схем.
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о роли обратной связи при преобразования структурных схем, преобразованиях структурных схем, формуле Мезона	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятием графов для преобразования структурных схем; • рассказать об обозначения в структурных схемах линейных систем; • рассмотреть основные структурные схемы и преобразование, принцип суперпозиции;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • назвать основные структурные схемы и преобразование; • дать определение понятиям: формула Мезона, граф, линия передачи сигнала; динамическое звено; узел или разветвление; сумматор; устройство сравнения; • знать основные обозначения в структурных схемах линейных систем; • раскрыть понятие обратной связи и графа.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (13-е занятие)

Этапы, время	**Деятельность**	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Как преобразовать цепь последовательно соединенных звеньев к одному звену? 2. Как преобразовать цепь параллельно соединенных звеньев к одному звену? 3. Как преобразовать обратную связь к одному звену? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Использование графов для преобразования структурных схем?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Обозначения в структурных схемах линейных систем? По 2 вопросу. Область применимости структурного метода? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 13
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФОВ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ

План:

4. Формула Мезона.
5. Преобразование структурных схем.
6. Роль обратной связи при преобразования структурных схем.

Для наглядного изображения прохождения и преобразования сигнала в АСУ помимо структурных схем используют графы, которые, как и структурные схемы, представляют собой запись системы уравнений АСУ в виде рисунка.

Граф состоит из точек (узлов) и линий (ветвей), соединяющих эти точки.

Узлам и ветвям могут быть сопоставлены некоторые величины и операторы. Если ветви графа имеют стрелки, соответствующие направлению распространения сигнала, то граф называется направленным. Рассмотрим его свойства.

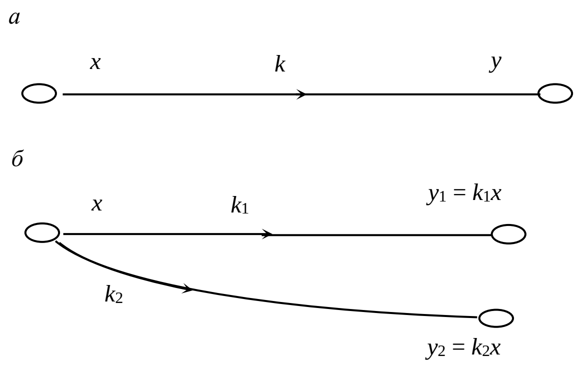


Рис. 1

Каждому узлу (вершине), отмеченному на графе точкой или кружочком, соответствует некоторая переменная рассматриваемой системы.

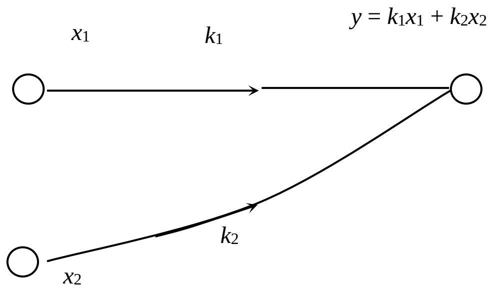


Рис. 2

2. Каждая ветвь (ребро) графа, изображенная в виде линии со стрелкой, имеет узел-начало x – входная величина и узел-конец y – выходная величина (рис.1, а). Выходная переменная ветви получается как результат преобразования входной величины, осуществляемый оператором передачи ветви: y = kx, где k – оператор (передача) графа.

3. Если из узла выходят несколько ветвей, то все они имеют одинаковую входную величину (рис.1, б).

4. Если к одному узлу подходит несколько ветвей, то переменная, соответствующая этому узлу, получается алгебраическим суммированием выходных переменных ветвей (рис.2).

Между структурной схемой и графом прохождения сигнала имеется прямое соответствие. Прямоугольник структурной схемы соответствует ветви, а линия передачи сигнала соответствует узлу.

➢ **Пример 1.** Пусть имеем две параллельно соединенные ветви. (рис.3, а) Тогда получим y = (k1 + k2)x = kэквx.

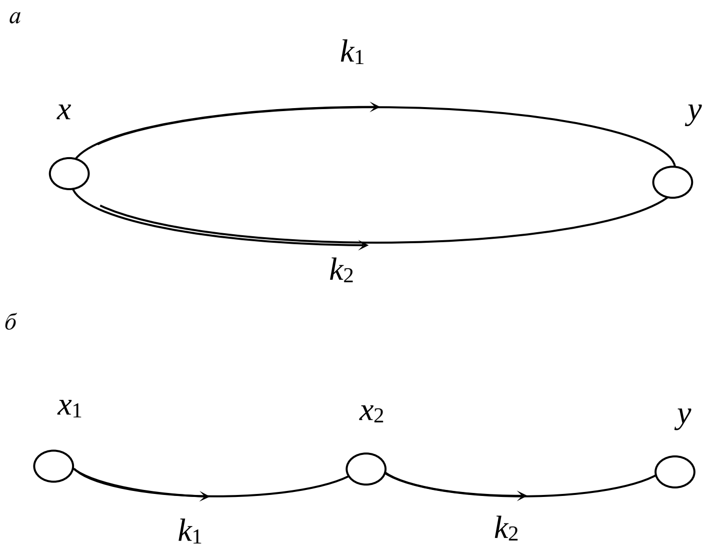
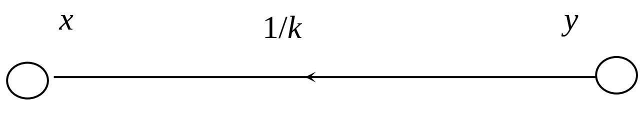


Рис. 3



$x = \frac{1}{k} y$

Рис.4

В общем случае совокупность параллельных одинаково направленных ветвей может быть заменена одной ветвью, передача которой равна сумме передач параллельных ветвей (см. рис.1, а).

Пусть имеем две последовательно соединенные ветви (рис.3, б). Тогда y = k1 k2x = kэквx.

Формула Мезона

Эта формула позволяет отыскать любую переменную величину графа, если известны передачи всех ветвей. Пусть имеем граф, показанный на рис.5.

Введем некоторые определения.

Узлы подразделяются на:

а) обычные узлы, имеющие как отходящие, так и подходящие ветви (x2);

б) источники, имеющие только отходящие ветви (x1);

в) стоки, имеющие только подходящие ветви (x6).

Любой узел можно превратить в сток с помощью ветви с передачей 1 $(x_4 = x_4^*)$. Сигнал, который находится в источнике, является независимой переменной (x1).

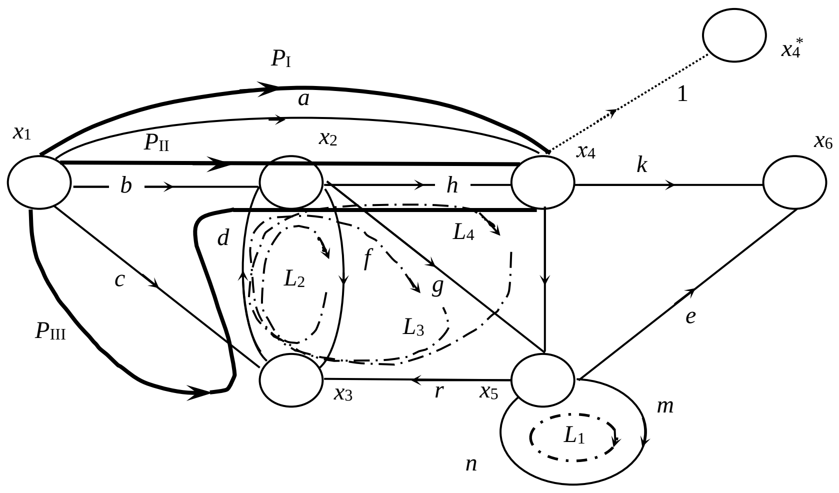


Рис.5

Путем между любыми двумя узлами графа называется непересекающаяся последовательность ветвей между этими узлами с одним и тем же направлением стрелки.

Например, между узлами x1 и x4 имеется три пути:

I	II	III
x1 a x4	x1 bh x4	x1 cdh x4

Передачей пути Pij – называется произведение передач ветвей, входящих в путь между узлами i и j. В нашем примере передача путей P14 будет следующей: PI = a, PII = bh, PIII = cdh.

Контуром называется замкнутая непересекающаяся последовательность ветвей, ориентированная в одном и том же направлении.

Передачей контура Li называется произведение передач ветвей, образующих контур. Для нашего примера L1 = m, L2 = fd, L3 = dgr, L4 = dhnr.

Передачей графа Tij – называется отношение выходной величины xj к входной величине xi, причем xi есть источник, т.е. величина независимая,

$$T_{ij} = x_j / x_i \, .$$

Для нашего случая при j = 4, i = 1 получим x4 = T14 x1.

Передача графа находится по формуле Мезона

$$T_{ij} = \frac{\sum_s P_s \Delta_s}{\Delta} = \frac{\{(P_1 + P_2 + \ldots + P_v)[(1 - L_1)(1 - L_2)\ldots(1 - L_u)]\}^*}{[(1 - L_1)(1 - L_2)\ldots(1 - L_u)]^*}, \quad (1)$$

здесь v – количество путей; u – количество контуров; Δ – определитель графа; * – знак звездочки обозначает, что учитываются произведения только некасающихся (даже в точке) контуров, число которых равно u; Ps – передача s-го пути, число путей равно v; Δs – алгебраическое дополнение s-го пути, представляющее собой определитель графа Δ, из которого исключены все контуры,

которых касается s-й путь; именно поэтому в числителе стоит знак *. Если s-й путь касается всех контуров, то $\Delta s = 1$.
Для графа рис. 5 определитель

$\Delta = (1 - L1)(1 - L2)(1 - L3)(1 - L4) = 1 - (L1 + L2 + L3 + L4) +$
$+ (L1L2 + L1L3 + L1L4 ++ L2L3 + L2L4 + L3L4) - -$
$(L1L2L3 + L1L2L4 + L2L3L4 + L1L3L4) + L1L2L3L4$.

Поскольку должны учитываться произведения только несоприкасающихся контуров, имеем $\Delta^* = [1 - (L1 + L2 + L3 + L4) + L1L2]$ (не касаются друг друга только контуры 1 и 2).

Алгебраические дополнения, полученные из определителя графа Δ^*: $\Delta I = 1 - (L1 + L2 + L3) + L1L2$; $\Delta II = 1 - L1$; $\Delta III = 1 - L1$.

Тогда в соответствии с (1) передача графа

$$T_{14} = \frac{P_{\mathrm{I}}[1-(L_1+L_2+L_3)+L_1L_2]+P_{\mathrm{II}}(1-L_1)+P_{\mathrm{III}}(1-L_1)}{1-(L_1+L_2+L_3+L_4)+L_1L_2}$$

При рассмотрении АСУ передачи ветвей, входящих в передачи путей и передачи контуров, представляют собой передаточную функцию.

➢ **Пример 2**. Пусть имеем структурную схему, показанную на рис.6, а. Соответствующий граф имеет вид, показанный на рис.6, б. Здесь $L1 = -W1W2$; $P1 = 1W1 = W1$; $\Delta 1 = 1$. Тогда

$$T_{xy} = W_{xy}(p) = \frac{P_1\Delta_1}{1-L_1} = \frac{W_1(p)}{1+W_1(p)W_2(p)}.$$

.

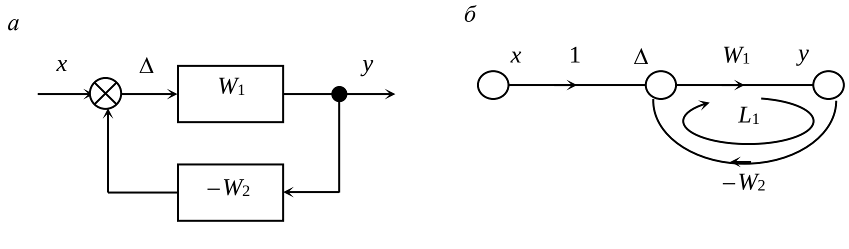


Рис.6

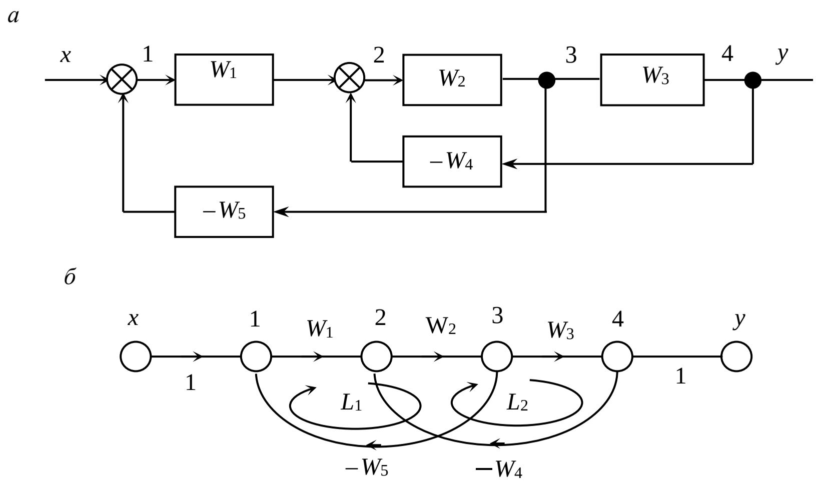


Рис.7

14 - лекция	Электромеханические преобразователи, используемые в САУ

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1. Электродвигатель постоянного тока 2. Асинхронный электродвигатель 3. Бесконтактный электродвигатель
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление об электромеханических преобразователях, используемых в САУ, электродвигателях ПТ, асинхронных и бесконтактных электродвигателях	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятием электромеханический преобразователь; • рассказать об основных качественных характеристиках электродвигателей ПТ, асинхронных и бесконтактных электродвигателей; • рассмотреть основные преимущества и недостатки использования того или иного электродвигателя;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • знать общее понятие об электромеханических преобразователях; • дать определение понятиям: ток нагрузки, якорной ток; модель, полюсный наконечник, электромеханический преобразователь, электродвигателях ПТ, асинхронных и бесконтактных электродвигателях; • Назвать преимущества и недостатки использования того или иного электродвигателя; • Раскрыть понятие асинхронный и бесконтактный электродвигателях.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (14-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. С какой целью помимо структурных схем используют графы? 2. Проведите соответствие между структурной схемой и графом. 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Роль обратной связи при преобразования структурных схем?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Какие основные условия устойчивости существует? По 2 вопросу: Как определяется устойчивость системы? По 3 вопросу: Какие критерии применяют при анализе устойчивости АСУ? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 14

ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В САУ

План:
1. Электродвигатель постоянного тока
2. Асинхронный электродвигатель
3. Бесконтактный электродвигатель

В САУ используются различные исполнительные устройства, предназначенные для выполнения необходимых технологических операций. В качестве исполнительных преобразователей могут использоваться устройства, такие как электрические машины, гидравлические и пневматические преобразователи, нагревательные и акустические приборы. В технологическом оборудовании, используемом в механообработке, наиболее часто используются электромеханические преобразователи, в качестве которых используются электрические машины. Наиболее часто применяются электродвигатели постоянного тока, асинхронные электродвигатели и синхронные электрические машины, работающие в режиме бесконтактного двигателя. Рассмотрим их основные характеристики, которые необходимы для их рассмотрения, как объектов теории автоматического управления.

1. Электродвигатель постоянного тока

Двигатель постоянного тока, как элемент САУ, описывается дифференциальными уравнениями якорной цепи и механической части двигателя:

$$\begin{cases} U = i_я R_я + L_Я \dfrac{di_я}{dt} + C_e \omega \\ C_M (i_Я - i_C) = J \dfrac{d\omega}{dt} \end{cases} \qquad (4)$$
,

где $L_я, R_я$ – соответственно индуктивность и активное сопротивление якорной цепи;

$i_я,\ i_c$ — соответственно ток якорной цепи и ток нагрузки;

$c_e,\ c_m$ – конструктивные постоянные двигателя;

J – момент инерции двигателя.

При изменении напряжения на входе двигателя на некоторую величину ΔU изменяются ток двигателя $\Delta i_я$ и частота вращения двигателя $\Delta\omega$ и, пренебрегая обратной связью по противоЭДС двигателя $(c_e \cdot \omega = 0)$, получаем уравнения якорной цепи и механической части двигателя в приращениях:

$$
\begin{cases}
\Delta U = \Delta i_я R_я + L_Я \dfrac{d\Delta i_я}{dt} \\
C_М(\Delta i_Я - \Delta i_С) = J\dfrac{d\Delta\omega}{dt}
\end{cases} \tag{5}
$$

Преобразовывая уравнения (5) и, считая $i_c = 0$, переходим к операторной форме записи данных уравнений:

$$
\begin{cases}
\Delta U(s) = \Delta i_я(s) R_я + L_Я s \Delta i_я(s) \\
C_М \Delta i_я(s) = Js\Delta\omega(s)
\end{cases} \tag{6}
$$

Из уравнений (6) получаем выражения для передаточных функций якорной цепи и механической части двигателя:

$$
\begin{cases}
W_{яц}(s) = \dfrac{\Delta i_я(s)}{\Delta U(s)} = \dfrac{1/R_я}{T_э s + 1} \\
W_{мех.ч}(s) = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta i_я} = \dfrac{См}{Js} = \dfrac{Rя/Ce}{T_M s}
\end{cases}
$$

где $T_э = \dfrac{L_я}{R_я}$ – электромагнитная постоянная двигателя,

$T_М = \dfrac{jRя}{CeCм}$ — электромеханическая постоянная двигателя.

Согласно этой системе получаем, что развернутая структурная схема двигателя принимает вид, показанный на рис.1.

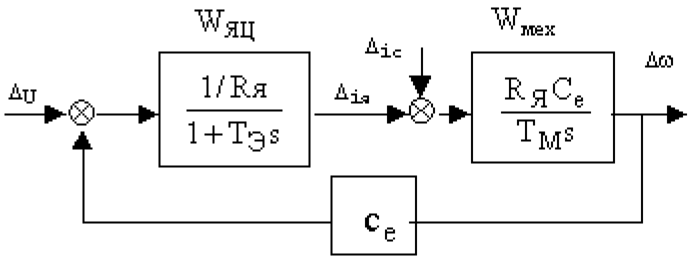


Рис. 1. Развернутая структурная схема двигателя

Свертывая развернутую схему, двигатель можно представить одним колебательным звеном (рис. 2):

$$
W_{двиг}(s) = \frac{\Delta\omega}{\Delta U} = \frac{К_{ДВИГ}}{T_э T_м s^2 + T_м s + 1},
$$

где $К_{ДВИГ} = \dfrac{1}{C_e}$.

Рис. 2. Свернутая структурная схема двигателя

2. Асинхронный электродвигатель

Асинхронный электродвигатель является наиболее широко используемой электрической машиной. Это объясняется простотой его конструкции и достаточно жесткими механическими характеристиками. Механическая характеристика имеет вид, представленный на рис. 3.

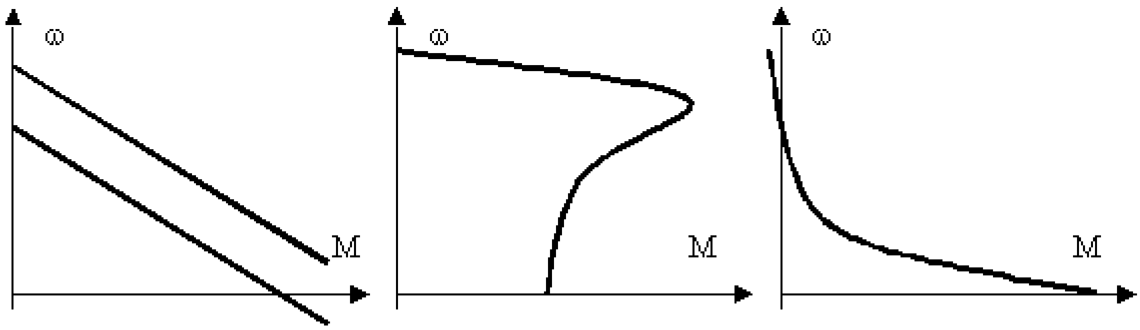


Рис. 3. Сравнительные механические характеристики электродвигателей.

Конструктивно асинхронный двигатель состоит из ротора, на котором расположена короткозамкнутая обмотка типа "беличья клетка", и статора. На статоре расположены обмотки управления, число которых определяется числом фаз питающего напряжения. Синхронная частота вращения вала двигателя определяется как

$$n_c = \frac{60f}{p},$$

где f – частота питающего напряжения

p – число пар полюсов статорной обмотки.

Для управления асинхронными двигателями используются частотные и амплитудные методы. В первом случае регулирование частоты вращения осуществляется путем изменения частоты питающего напряжения. Во втором случае для изменения частоты вращения вала асинхронного двигателя изменяется напряжение, подаваемое на статорные обмотки двигателя.

Точное математическое описание процессов, происходящих в асинхронном двигателе, представляется системой уравнений Парка-Горева. Оно используется при детальном рассмотрении систем автоматического управления с такими двигателями. Но так как, электромагнитные процессы, протекающие в асинхронных двигателях достаточно быстротечны, при их рассмотрении в большинстве приложений рассматривают только электромеханическую их составляющую. Поэтому передаточная функция асинхронного двигателя в большинстве приложений представляется как

$$W(s) = \frac{\Delta\omega(s)}{\Delta U(s)} = \frac{k}{T_m s + 1},$$

где K – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью вала и управляющим сигналом,

T_M – электромеханическая постоянная времени двигателя и исполнительного механизма.

3. Бесконтактный электродвигатель

В приводах подачи металлообрабатывающих станков широкое применение находят бесконтактные (бесколлекторные) двигатели (БКД). Такие электромеханические преобразователи состоят из синхронного двигателя, с ротором которого связан датчик положения ротора. Этот датчик обеспечивает коммутацию обмоток управления, расположенный на статоре электрической машины. На ее роторе располагаются постоянные магниты. Функциональная схема такого электромеханического преобразователя представлена на рис. 4.

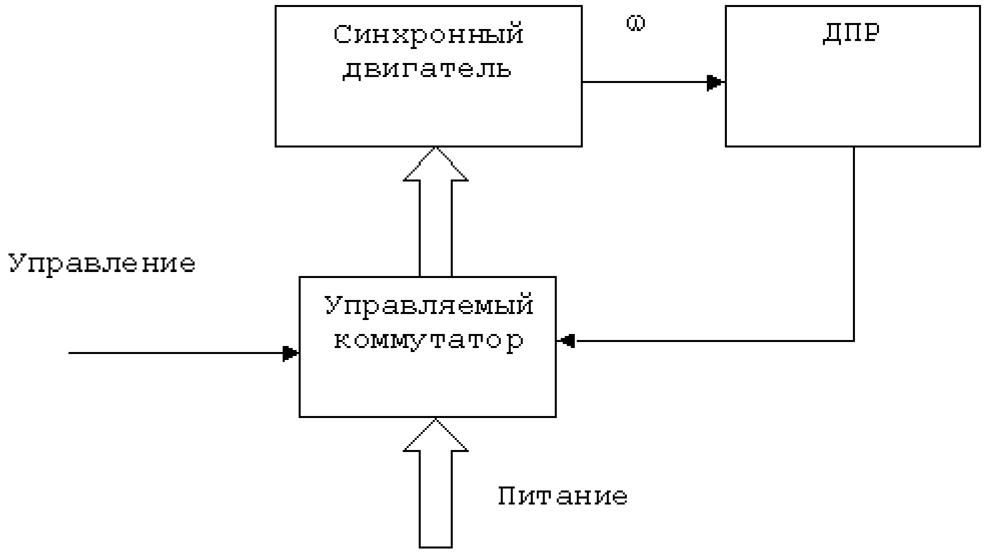


Рис. 4. Функциональная схема БКД.

Момент, развиваемый БКД определяется как:

$$M = \frac{m p c_e \left[U_c \left(R_a \cos\varphi + p\omega L_q \sin\varphi \right) - c_e \omega R_a \right]}{(p\omega)^2 L_q^2 + R_a^2},$$

где

ω — угловая скорость вала,

U_c – напряжение управления двигателем,

R_a, L_q – сопротивление и индуктивность фазной обмотки двигателя,

c_e – коэффициент пропорциональности между напряжением на фазных обмотках двигателя и угловой скоростью его вала,

p – число пар полюсов двигателя,

m – число фаз обмотки управления,

φ — угол сдвига между основной гармоникой ЭДС фазы и фазовым напряжением.

При малой индуктивности фазных обмоток двигателя и величине угла сдвига между основной гармоники ЭДС и фазовым напряжением, близким к 90 градусов, величина момента, развиваемого БКД, определяется как

$$M = \frac{m p c_e [U_c - c_e \omega]}{R_a}$$

Таким образом, вид механической характеристики БКД достаточно близок к аналогичным характеристикам двигателя постоянного тока. Поэтому, для исследования САУ, содержащих бесконтактные двигатели, используются передаточные функции, полученные для двигателей постоянного тока.

Контрольные вопросы.

1. Какие основные элементы используются в системах автоматического управления?
2. Для чего используются исполнительные двигатели?
3. Какая передаточная функция характеризует двигатель постоянного тока?
4. Что называется бесколлекторным двигателем? Какая передаточная функция используется для его представления?
5. Какая передаточная функция характеризует асинхронный двигатель?
6. Какая математическая модель используется при представлении динамических свойств силовых преобразователей?
7. Какая математическая модель используется при представлении динамических свойств исполнительных механизмов?
8. Что называется упругостью механизма? Какие его свойства характеризует упругость механизма?
9. Какие математические модели используются при представлении измерительных преобразователей?
10. Как получить математическое описание регулятора, построенного на базе операционного усилителя?
11. Как определить передаточную функцию многомассовой системы?
12. Как динамически представляется процесс резания.
13. Какой вид имеет структурная схема многомассовой системы?
14. Какой вид имеет структурная схема двигателя постоянного тока?

15 - лекция	Основные понятия и определения устойчивости линейных систем. Общая постановка задачи устойчивости.

Технология обучения на лекции

<table>
<tr><td colspan="2">Количество студентов: 38-44 чел. Время - 2 часа</td></tr>
<tr><td>Форма учебного занятия</td><td>Вводно-тематическая лекция</td></tr>
<tr><td>План лекции</td><td>Что такое устойчивость АСУ.
Общее математическое условие устойчивости.
Какие критерии применяют при анализе устойчивости АСУ.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Цель учебного занятия: сформировать целостное представление об основных понятиях и определении устойчивости линейных систем, общую постановку задачи устойчивости</td></tr>
<tr><td>Задачи преподавателя:
• ознакомить с понятиями устойчивости линейных систем, общей постановку задачи устойчивости;
• рассказать об основных методах определения устойчивости линейных систем;
• рассмотреть основные преимущества и недостатки методов определения устойчивости линейных систем;</td><td>Результаты учебной деятельности:
Студент должен:
• знать общее понятие об устойчивости линейных систем;
• дать определение понятиям: входной и собственный операторы , мнимая ось, вещественная ось, устойчивая и неустойчивая АСУ, область устойчивости;
• Назвать основные преимущества и недостатки методов определения устойчивости линейных систем;
• Раскрыть понятие разомкнутой и типовой замкнутой схемы.</td></tr>
<tr><td>Методы и техники обучения</td><td>Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».</td></tr>
<tr><td>Средства обучения</td><td>Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.</td></tr>
<tr><td>Условия обучения</td><td>Аудитория.</td></tr>
</table>

Технологическая карта лекции (15-е занятие)

Этапы, время	**Деятельность**	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что является одной из важнейших характеристик АСУ? 2. Какие критерии применяют при анализе устойчивости АСУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем различие между устойчивой и неустойчивой АСУ, каково общее математическое условие устойчивости?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Что такое устойчивость АСУ. По 2 вопросу: Общее математическое условие устойчивости?. По 3 вопросу: Какие критерии применяют при анализе устойчивости АСУ? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Критерии устойчивости.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 15.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ.

План:

1. *Что такое устойчивость АСУ.*
2. *Общее математическое условие устойчивости.*
3. *Какие критерии применяют при анализе устойчивости АСУ.*

1. Что такое устойчивость АСУ

Одной из важнейших характеристик АСУ является ее устойчивость. **Устойчивость АСУ** – свойство системы возвращаться в состояние равновесия после прекращения изменения воздействия, выведшего систему из этого состояния. **Неустойчивая АСУ** не возвращается в состояние равновесия, а непрерывно удаляется от него

От устойчивости АСУ зависит ее работоспособность. Система, не обладающая устойчивостью, вообще не способна выполнять функции управления и имеет нулевую или даже отрицательную эффективность. Неустойчивая система может привести управляемый объект в аварийное состояние. Поэтому проблема устойчивости систем является одной из центральных в теории автоматического управления.

Проявлением, по которому можно судить об устойчивости или неустойчивости системы, является характер изменения ее сигналов во времени, например, управляемой величины x(t). Если управляемая величина x(t) после прекращения изменения, например, задающего воздействия хз(t) становится с течением времени постоянной (рис.1, а), то система ведет себя
устойчиво. Если же управляемая величина x(t) – возрастает, то система ведет себя неустойчиво.

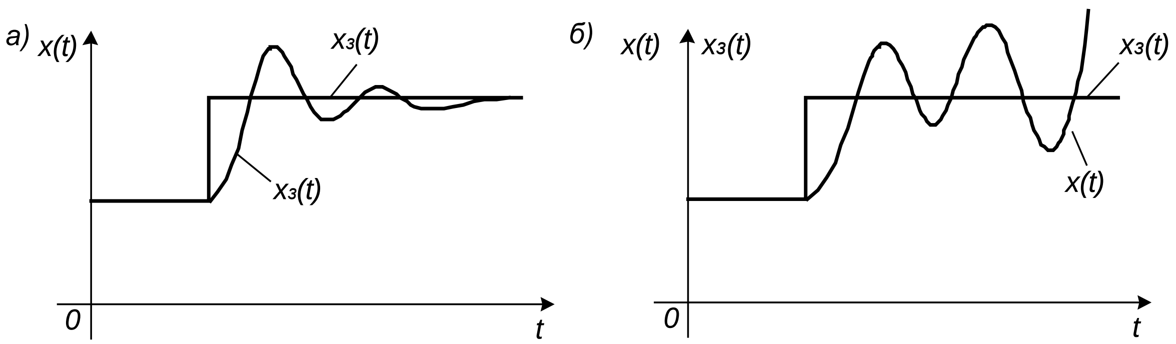


Рис.1. Графики изменения сигналов АСУ во временииа – устойчивая АСУ; б – неустойчивая АСУ

Вскроем причины неустойчивости АСУ.

Неустойчивость АСУ возникает, как правило, из-за неправильного (положительного) или очень сильного действия главной обратной связи. В результате чего в систему в режиме гармонических колебаний непрерывно поступает (закачивается) энергия. Энергия системы увеличивается. Увеличиваются и связанные с ней режимные параметры, например, регулируемая величина. Такое явление в технике получило название резонанса.

Задачами анализа устойчивости АСУ обычно являются:

определение устойчивости или неустойчивости системы при заданных параметрах;

определение допустимого по условиям устойчивости диапазона изменения некоторых незаданных параметров системы;

выяснение принципиальной возможности устойчивости системы при заданной ее структуре.

2. Общее математическое условие устойчивости.

Согласно данному выше физическому определению устойчивость определяется характером движения системы, когда воздействия, выведшие ее из состояния равновесия, прекратили действовать или изменяться во времени. Такое движение системы называют свободным. Оно происходит за счет внутренней энергии самой системы и зависит только от ее свойств (параметров).

Свободное движение линейной или линеаризованной АСУ описывается однородным дифференциальным уравнением

$$a_0 \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_n x(t) = 0, \qquad (1)$$

где x(t) – свободная составляющая выходной (управляемой) величины системы.

Вынужденная составляющая выходной величины, зависящая от вида внешнего воздействия и соответственно от правой части уравнения на устойчивость системы не влияет.

С математической точки зрения:

система устойчива, если свободная составляющая x(t) переходного процесса с течением времени стремится к нулю;

система неустойчива, если свободная составляющая x(t) переходного процесса с течением времени неограниченно возрастает;

система находится на границе устойчивости, если свободная составляющая x(t) переходного процесса с течением времени не стремится ни к нулю, ни к бесконечности.

Решение уравнения (1) равно сумме

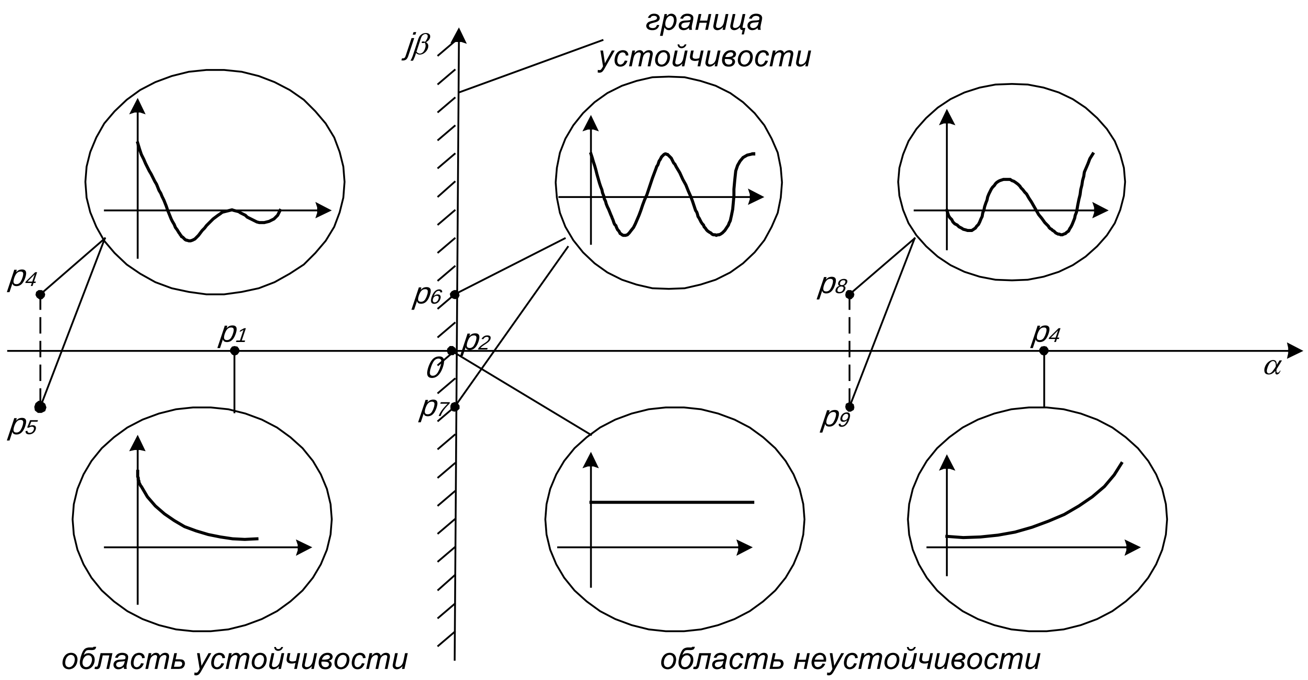
$$x(t) = \sum_{k=1}^{n} C_k \exp(p_k t), \qquad (2)$$

где Ck – постоянные, зависящие от начальных условий; pk – корни характеристического уравнения

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_n = 0. \qquad (3)$$

Корни характеристического уравнения могут быть действительными (pk = αk), мнимыми (pk = jβk) и комплексными (pk = αk ± jβk). При этом комплексные корни всегда попарно сопряжены между собой: если есть корень с положительной мнимой частью, то обязательно существует корень с такой же по модулю, но отрицательной мнимой частью.

Переходная составляющая (2) при времени t → ∞ стремится к нулю лишь в том случае, если каждое слагаемое вида $C_k \exp(p_k t) \to 0.$ Характер этой функции времени зависит от вида корня pk . На рис. 2 изображены возможные случаи



расположения корней pk на комплексной плоскости и соответствующие им функции xk(t), которые показаны внутри окружностей.
Рис. 2. Влияние корней характеристического уравнения АСУ на составляющие ее свободного движения

Анализ рис.2 позволяет сформулировать общее математическое условие устойчивости: для устойчивости линейной АСУ необходимо и достаточно, чтобы действительные части всех корней характеристического уравнения системы были отрицательными (или чтобы все корни характеристического уравнения системы располагались в левой части комплексной плоскости).

Устойчивость системы зависит только от вида корней характеристического уравнения и не зависит от характера внешних воздействий на систему, т. е. устойчивость есть внутреннее свойство системы, присущее ей вне зависимости от внешних условий.

Мнимая ось jβ является границей устойчивости в плоскости корней. Если характеристическое уравнение имеет пару чисто мнимых корней (pk = +jβk , pk+1 =- jβk), а все остальные корни находятся в левой части комплексной плоскости, то в системе устанавливаются незатухающие гармонические колебания с круговой частотой ω = | βk | . В этом случае говорят, что система находится на колебательной границе устойчивости.

Если характеристическое уравнение имеет нулевой корень (β = 0), то система находится на апериодической границе устойчивости. Если таких корня два, то система неустойчива.

Применяя сформулированное выше условие для оценки устойчивости реальных АСУ, не следует забывать, что линейные уравнения вида (1), как правило , получаются в результате упрощений и линеаризации исходных нелинейных уравнений. Возникает вопрос: в какой мере оценка устойчивости по линеаризованному уравнению будет справедлива для реальной системы, и не окажут ли существенное влияние на результат анализа отброшенные при линеаризации члены разложения? Ответ на него был дан русским математиком А. М. Ляпуновым в 1892 г. в работе «Общая задача об устойчивости движения». Он сформулировал и доказал следующую теорему: если характеристическое уравнение линеаризованной системы имеет хотя бы один нулевой корень или одну пару мнимых корней, то судить об устойчивости реальной системы по линеаризованному уравнению нельзя. Отброшенные при линеаризации малые члены могут сделать систему неустойчивой, и поэтому устойчивость реальной системы необходимо оценивать по исходному нелинейному уравнению. Характеристическое уравнение АСУ можно составлять не только по дифференциальному уравнению (1) ее свободного движения, но и по ее алгоритмической схеме с известными передаточными функциями звеньев.

Получим характеристическое уравнение разомкнутой АСУ, алгоритмическая схема которой приведена на рис.3, а.
Ее уравнение движения

$$X(p) = W(p) X_З(p), \tag{4}$$

или представляя передаточную функцию системы в виде

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)}, \tag{5}$$

где K(p) и D(p) – входной и собственный операторы, уравнение движения приводим к виду

$$X(p) = \frac{K(p)}{D(p)} X_З(p). \tag{6}$$

Полагая в уравнении (6) задающее воздействие ХЗ(р) = 0 записываем уравнение свободного движения АСУ

$$D(p) X(p) = 0. \tag{7}$$

Откуда искомое характеристическое уравнение разомкнутой АСУ

$$D(p) = 0. \tag{8}$$

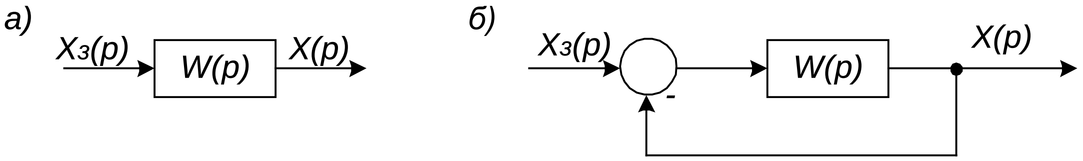


Рис.3. Алгоритмические схемы АСУ
а – разомкнутой; б – типовой замкнутой

Получим характеристическое уравнение типовой замкнутой АСУ, алгоритмическая схема которой приведена на рис.3, б.
Ее уравнение движения

$$X(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} X_3(p), \qquad (9)$$

или с учетом обозначения (5.5)

$$X(p) = \frac{K(p)}{D(p)+K(p)} X_3(p). \qquad (10)$$

Полагая в уравнении (5.10) ХЗ(р) = 0, записываем уравнение свободного движения АСУ

$$\left[D(p)+K(p)\right]X(p) = 0. \qquad (11)$$

Тогда искомое характеристическое уравнение типовой замкнутой АСУ

$$D(p)+K(p) = 0. \qquad (12)$$

Какие критерии применяют при анализе устойчивости АСУ.

Как было показано выше, для суждения об устойчивости линейной АСУ достаточно определить лишь знаки действительных частей корней характеристического уравнения.

В ТАУ разработан ряд правил, с помощью которых можно судить о знаках действительных частей корней, не решая характеристическое уравнение и не находя числовые значения самих корней. Эти правила получили название критериев устойчивости.

Различают алгебраические и частотные критерии устойчивости.

Алгебраические критерии устанавливают необходимые и достаточные условия отрицательности вещественных частей корней в форме ограничений, накладываемых на определенные комбинации коэффициентов характеристического уравнения системы.

Частотные критерии определяют связь между устойчивостью системы и формой ее частотных характеристик.

Контрольные вопросы

1. Как определяется устойчивость системы?
2. Какие основные условия устойчивости существует?

16 - лекция	Алгебраические критерии устойчивости. Критерий устойчивости Рауса. Критерий устойчивости Гурвица.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	Критерий устойчивости Гурвица Критерий устойчивости Рауса
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление об алгебраических критериях устойчивости, критерии устойчивости Рауса, критерии устойчивости Гурвица.	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятиями устойчивости линейных систем, общей постановку задачи устойчивости; • рассказать об алгебраических критериях устойчивости; • рассмотреть основные преимущества и недостатки критериев устойчивости Гурвица и Раусса;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • знать общее понятие об устойчивости линейных систем; • дать определение понятиям: критериев устойчивости Гурвица и Раусса; входной и собственный операторы , мнимая ось, вещественная ось, устойчивая и неустойчивая АСУ, область устойчивости; • Назвать основные преимущества и недостатки критериев устойчивости Гурвица и Раусса; • Знать формулировку критериев устойчивости Гурвица и Раусса.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (16-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Как определяется устойчивость системы? 2. Какие основные условия устойчивости существует? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Какие критерии устойчивости вы знаете? В чем отличие между алгебраическими и частотными критериями?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Критерий устойчивости Гурвица. По 2 вопросу. Критерий устойчивости Рауса. Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Алгебраические критерии устойчивости.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 16.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

План:

3. *Критерий устойчивости Гурвица*
4. *Критерий устойчивости Рауса*

Как было показано в предыдущей лекции, для суждения об устойчивости линейной АСУ достаточно определить лишь знаки действительных частей корней характеристического уравнения.

В ТАУ разработан ряд правил, с помощью которых можно судить о знаках действительных частей корней, не решая характеристическое уравнение и не находя числовые значения самих корней. Эти правила получили название критериев устойчивости.

Различают алгебраические и частотные критерии устойчивости.

Алгебраические критерии устанавливают необходимые и достаточные условия отрицательности вещественных частей корней в форме ограничений, накладываемых на определенные комбинации коэффициентов характеристического уравнения системы.

Наибольшее распространение в инженерной практике нашли алгебраические критерии Гурвица и Рауса.

Другими словами, точно вычислить корни можно лишь для систем не выше 4-го порядка, поэтому были разработаны критерии, которые позволяют оценить устойчивость (то есть отрицательность вещественной части корней) по характеристическому уравнению или частотной характеристике. Их называют критериями устойчивости.

1. Критерий устойчивости Гурвица

Это алгебраический критерий, который предполагает рассмотрение характеристического уравнения в стандартной форме:

$$A(p) = p^n + a_n p^{n-1} + \ldots a_2 p + a_1 = 0.$$

Из его коэффициентов по следующему правилу составляется матрица Гурвица:на главной диагонали сверху вниз выписываются по порядку коэффициенты характеристического уравнения от an до a1 включительно. В каждом столбце вниз от диагонали записывают коэффициенты при возрастающих степенях оператора p, вверх - при убывающих степенях p. Недостающие элементы в столбце дополняются нулями.

$$H = \begin{bmatrix} a_n & a_{n-2} & \dots & 0 & 0 \\ 1 & a_{n-1} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_n & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & a_3 & a_1 \end{bmatrix}. \qquad (1)$$

dim H = n × n . Приведем без доказательства критерий Гурвица.

Формулировка критерия. Для устойчивости линейной системы необходимо и достаточно, чтобы все n определителей, получаемых из матрицы Гурвица H были положительны.

$$\Delta_i > 0, \qquad i = \overline{1,n}. \qquad (2)$$

Здесь $\Delta_1 = a_n > 0$;

$$\Delta_2 = \det\begin{bmatrix} a_n & a_{n-2} \\ 1 & a_{n-1} \end{bmatrix} > 0;$$

$$\Delta_3 = \det\begin{bmatrix} a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 1 & a_{n-1} & a_{n-3} \\ 0 & a_n & a_{n-2} \end{bmatrix} > 0;$$

$$\dots$$

$$\Delta_n = \det H = a_1 \Delta_{n-1} > 0.$$

Условие границы устойчивости согласно критерию Гурвица имеет вид:

$$\begin{cases} \Delta_n = \det H = a_1 \Delta_{n-1} = 0, \\ \Delta_i > 0, \qquad i = \overline{1, n-1}. \end{cases} \qquad (3\text{-}4.15)$$

Рассмотрим примеры применения критерия Гурвица:

1) n = 1 => уравнение динамики: a0p + a1 = 0. Определитель Гурвица: Δ= Δ1 = a1 > 0 при a0 > 0, то есть условиие устойчивости: a0 > 0, a1 > 0;

2) n = 2 => уравнение динамики: a0p2 + a1p + a2 = 0. Определители Гурвица: Δ1 = a1 > 0, D2 = a1a2 - a0a3 = a1a2 > 0, так как a3 = 0, то есть условие устойчивости: a0 > 0, a1 > 0, a2 > 0;

3) n = 3 => уравнение динамики: a0p3 + a1p2 + a2p + a3 = 0. Определители Гурвица: Δ1 = a1 > 0, Δ2 = a1a2 - a0a3 > 0, Δ3 = a3Δ2 > 0, условие устойчивости: a0 > 0, a1 > 0, a2 > 0, a3 > 0, a1a2 - a0a3 > 0;

Таким образом, при n ≤2 положительность коэффициентов характеристического уравнения является необходимым и достаточным условием устойчивости САУ. При n > 2 появляются дополнительные условия.

Критерий Гурвица применяют при n ≤4. При больших порядках возрастает число определителей и процесс становится трудоемким. Имеется ряд модификаций данного критерия, расширяющие его возможности.

Недостаток критерия Гурвица - малая наглядность.

Достоинство - удобен для реализации на ЭВМ. Его часто используют для определения влияния одного из параметров САУ на ее устойчивость. Так равенство нулю главного определителя Δn = anΔn-1 = 0 говорит о том, что система находится на границе устойчивости. При этом либо an = 0 - при выполнении остальных условий система находится на границе апериодической устойчивости, либо предпоследний минор Δn-1 = 0 - при положительности всех остальных миноров система находится на границе колебательной устойчивости. Параметры САУ определяют значения коэффициентов уравнения динамики, следовательно изменение любого параметра Ki влияет на значение определителя Δ n-1. Исследуя это влияние можно найти, при каком значении Ki определитель Δn-1 станет равен нулю, а потом - отрицательным . Это и будет предельное значение исследуемого параметра, после которого система становится неустойчивой.

2. Критерий Рауса

Раус предложил критерий устойчивости САУ в виде алгоритма, по которому заполняется специальная таблица с использованием коэффициентов характеристического уравнения:

1) в первой строке записываются коэффициенты уравнения с четными индексами в порядке их возрастания;

2) во второй строке - с нечетными;

3) остальные элементы таблицы определяется по формуле: ck,i = ck+ 1,i - 2 - ri·ck + 1,i - 1, где ri = c1,i - 2/c1,i - 1, i ≥ 3 - номер строки, k - номер столбца.

4) Число строк таблицы Рауса на единицу больше порядка характеристического уравнения.

Ri	i\k	1	2	3	4
-	1	c11 = a0	c21 = a2	c31 = a4	...
-	2	c12 = a1	c22 = a3	c32 = a5	...
r3 =c11/cc12	3	c13 = c21-r3c22	c23 = c31-r3c32	c33 = c41-r3c42	...
r3 =c11/c12	4	c14 = c22-r3c23	c24 = c32-r4c33	c34 = c42-r4c43	...
...	...	...	...	...	...

Критерий Рауса: для того, чтобы САУ была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты первого столбца таблицы Рауса c11, c12, c13,... были положительными. Если это не выполняется, то система неустойчива, а количество правых корней равно числу перемен знака в первом столбце.

Достоинство - критерий прост в использовании независимо от порядка характеристического уравнения. Он удобен для использования на ЭВМ.

Его недостаток - малая наглядность, трудно судить о степени устойчивости системы, на сколько далеко отстоит она от границы устойчивости.

Пример 1. Оценить устойчивость системы 3-го порядка, дифференциальное уравнение которой имеет вид:

$$\dddot{y} + a_3\ddot{y} + a_2\dot{y} + a_1 y = bu$$

Запишем характеристическое уравнение

$$p^3 + a_3 p^2 + a_2 p + a_1 = 0$$

и составим матрицу Гурвица для этой системы:

$$H = \begin{bmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ 1 & a_2 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{bmatrix}.$$

Условия устойчивости системы в соответствии с критерием Гурвица следующие:

1) $\Delta_1 = a_3 > 0$,

2) $\Delta_2 = a_3 a_2 > a_1$,

3) $\Delta_3 = \det H = a_1 \Delta_2 > 0$ или $a_1 > 0$.

Поскольку положительность всех коэффициентов характеристического уравнения следует из необходимого условия, то условие устойчивости системы 3-го порядка принимает вид:

$$a_3 a_2 > a_1 .$$

Контрольные вопросы

1. Что такое критерии устойчивости?
2. Сформулируйте необходимое условие устойчивости САУ?
3. Сформулируйте критерий Рауса?
4. Сформулируйте критерий Гурвица?
5. В чем достоинства и недостатки алгебраических критериев устойчивости?
6. Что называется частотными критериями устойчивости САУ?
7. В чем преимущество частотных критериев устойчивости перед алгебраическими:
8. Сформулируйте принцип аргумента.

17 - лекция	Частотные критерии устойчивости

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1.Критерий устойчивости Михайлова 2. Критерий устойчивости Найквиста
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о частотных критериях устойчивости, критериях устойчивости Михайлова и Найквиста.	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятиями устойчивости линейных систем, общей постановку задачи устойчивости; • рассказать о частотных критериях; • рассмотреть основные преимущества и недостатки критериев устойчивости Михайлова и Найквиста;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • знать общее понятие об устойчивости линейных систем; • дать определение понятиям: критериев устойчивости Михайлова и Найквиста; входной и собственный операторы , мнимая ось, вещественная ось, устойчивая и неустойчивая АСУ, область устойчивости; • Назвать основные преимущества и недостатки критериев устойчивости Михайлова и Найквиста; • Знать формулировку критериев устойчивости Михайлова и Найквиста.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (17-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Критерий устойчивости Гурвица? 2. Критерий устойчивости Рауса? 3.В чем преимущества и недостатки алгебраических методов определения устойчивости? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем преимущества и недостатки частотных методов определения устойчивости, в чем их отличие от алгебраических методов?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Критерий устойчивости Михайлова? По 2 вопросу. Критерий устойчивости Найквиста? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи- тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Частотные методы определения устойчивости замкнутых систем.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 17

ЧАСТОТНЫЕ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

План:
1.Критерий устойчивости Михайлова
2. Критерий устойчивости Найквиста

Как было показано в предыдущей лекции в ТАУ разработан ряд правил, с помощью которых можно судить о знаках действительных частей корней, не решая характеристическое уравнение и не находя числовые значения самих корней. Эти правила получили название критериев устойчивости.

Различают алгебраические и частотные критерии устойчивости.

Алгебраические критерии устанавливают необходимые и достаточные условия отрицательности вещественных частей корней в форме ограничений, накладываемых на определенные комбинации коэффициентов характеристического уравнения системы.

Частотные критерии определяют связь между устойчивостью системы и формой ее частотных характеристик. Это графоаналитические методы, позволяющие по виду частотных характеристик САУ судить об их устойчивости. Их общее достоинство в простой геометрической интерпретации, наглядности и в отсутствии ограничений на порядок дифференциального уравнения.

Критерий устойчивости Михайлова

Он был сформулирован А. В. Михайловым в 1936 году и базируется на принципе аргумента. При этом для анализа устойчивости рассматривается характеристический комплекс системы F(jw), который получается из характеристического полинома

$$F(p) = p^n + a_n p^{n-1} + \ldots a_2 p + a_1 \qquad (1)$$

заменой p на $j\omega$ и имеет вид:

$$F(j\omega) = (j\omega)^n + a_n (j\omega)^{n-1} + \ldots + a_1 , \qquad (2)$$

где можно выделить вещественную и мнимую часть, а также амплитуду и фазу:

$$F(j\omega) = R_F(\omega) + jI_F(\omega) = A_F(\omega) e^{j\varphi_F(\omega)} . \qquad (3)$$

Для конкретного численного значения $\omega = \omega_1$ характеристический комплекс представляет собой комплексное число F(j$\omega_1)$, которое можно изобразить на плоскости в виде вектора, соединяющего начало координат с точкой $\left\{ R_F(\omega)\,;\, jI_F(\omega)\right\}$.

При изменении ω от 0 до ∞ конец вектора F(jω) выписывает на комплексной плоскости некоторую кривую, которую называют годографом Михайлова. Причем начинается годограф, как следует из соотношения (2), в точке с координатами{ a_1; j0}.

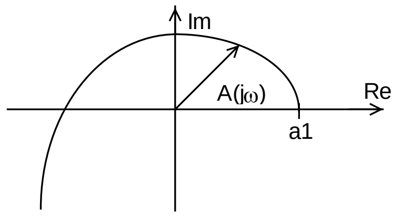


Рис. 1. Вид годографа Михайлова.

Формулировка критерия. Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова при изменении ω от 0 до ∞ начинался на вещественной оси в точке a_1 и проходил последовательно против часовой стрелки n квадрантов, не обращаясь в ноль и стремясь к ∞ в n-ом квадранте.

Доказательство. Утверждение основано на расположении годографа Михайлова на комплексной плоскости, поэтому проанализируем, как связаны корни характеристического уравнения λ_i с видом F(jω). Поскольку полином (1) можно представить как произведение простейших сомножителей

$$F(p) = (p - \lambda_1)\cdot\ldots\cdot(p - \lambda_n), \tag{4}$$

характеристический комплекс (2) также принимает вид:

$$F(j\omega) = (j\omega - \lambda_1)\cdot\ldots\cdot(j\omega - \lambda_n). \tag{5}$$

Его можно представить в форме

$$F(j\omega) = A_1(\omega)\ell^{j\varphi_1(\omega)}\cdot\ldots\cdot A_n(\omega)\ell^{j\varphi_n(\omega)}. \tag{6}$$

Из выражений (3) и (1) следует, что

$$A_F(\omega) = \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega). \tag{7}$$

$$\varphi_F(\omega) = \sum_{i=1}^{n}\varphi_i(\omega). \tag{8}$$

Если характеристическое уравнение системы содержит чисто мнимые корни, то, как следует из (7), $A_F(\omega) = 0$ при определенном значении частоты $\omega = \omega_0$, так как при этом один из сомножителей обратится в ноль. В случае устойчивой системы корни расположены только в левой полуплоскости плоскости корней и не могут быть чисто мнимыми, следовательно, в ноль годограф Михайлова не обращается.

Определим теперь угол поворота вектора $F(\omega)$ при изменении частоты от 0 до ∞. Поскольку $\varphi_F(\omega)$, в соответствии с (8), есть сумма отдельных $\varphi_i(\omega)$, то рассмотрим угол поворота каждого сомножителя выражения (5).

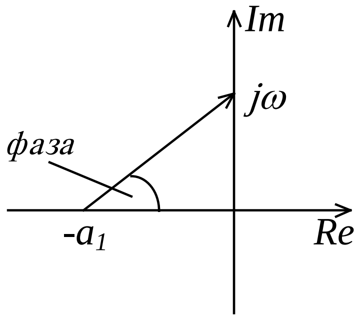


Рис. 2. Элементарный вектор, соответствующий устойчивому вещественному корню

1). Корень характеристического уравнения вещественный отрицательный; $\lambda_i = -\alpha_i$, $\alpha_i > 0.$ Соответствующий сомножитель в (5) имеет вид: ($j\omega + \alpha_i$). Изобразим этот элементарный вектор на комплексной плоскости; при изменении ω от 0 до ∞ его вещественная часть остается неизменной и равна a_i, а мнимая часть возрастает до бесконечности.

Как видим, угол поворота элементарного вектора, соответствующего устойчивому вещественному корню, равен $\varphi_i = +\pi / 2.$

Если корень характеристического уравнения вещественный положительный, $\lambda_i = +\alpha_i$, то угол поворота элементарного вектора $(j\omega - a_i)$ равен $-\pi / 2.$

2). Рассмотрим теперь пару устойчивых комплексно - сопряженных корней $\lambda_{i,i+1} = -\alpha_i \pm j\beta_i$ и соответствующий им угол поворота произведения $(\alpha_i + j\beta_i + j\omega)(\alpha_i - j\beta_i + j\omega)$.

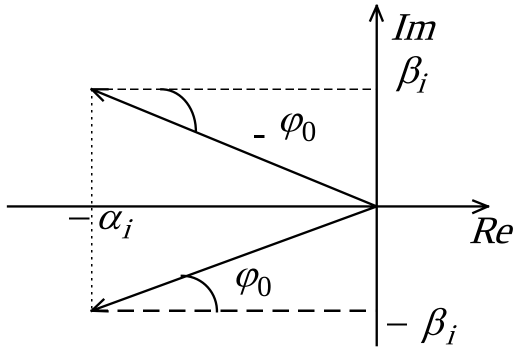


Рис. 3. Векторы, соответствующие устойчивым комплексно - сопряженным корням

У этих двух векторов начальные фазы одинаковы по модулю (φ_0), но имеют противоположные знаки. При изменении ω от 0 до ∞ один вектор поворачивается на угол, равный $\varphi_0 = +\pi / 2$, а второй - на угол $\varphi_{i+1} = -\varphi_0 + \pi / 2$. Суммарный угол поворота для пары устойчивых комплексно - сопряженных корней равен $+\pi$.

Если комплексно - сопряженные корни имеют положительную вещественную часть, то суммарный угол поворота равен $-\pi$.
Таким образом, в устойчивой системе каждый из n корней даст приращение фазы $\varphi_i = +\pi / 2$, а общий угол поворота $F(\omega)$ согласно (8) равен $+(\pi / 2)n$, что и требовалось доказать. Вид годографа Михайлова для устойчивых и неустойчивых систем третьего порядка приведен на рис. 4.11.

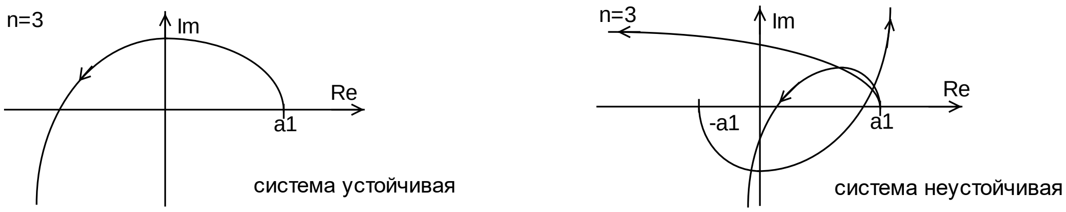


Рис. 4. Годограф Михайлова устойчивой и неустойчивой систем

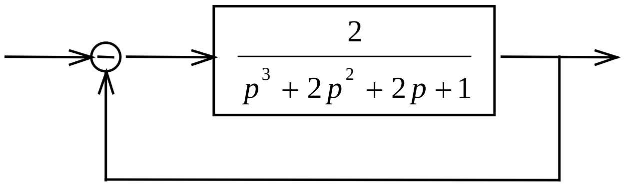
Система будет находиться на границе устойчивости, если годограф Михайлова при некотором значении частоты $\omega = \omega_0$ обращается в ноль, то есть при выполнении условия:

$$\begin{cases} R_F(\omega_0) = 0 , \\ I_F(\omega_0) = 0 . \end{cases} \tag{9}$$

Здесь частота ω 0 - есть частота незатухающих колебаний системы.

Пример 1

Оценить устойчивость системы, структурная схема которой имеет вид:



Определим передаточную функцию системы

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{2}{p^3 + 2p^2 + 2p + 3} ,$$

и запишем ее характеристический полином

$$F(p) = p^3 + 2p^2 + 2p + 3$$

Заменой p на $j\omega$ перейдем к выражению для годографа Михайлова

$$F(j\omega) = -j\omega^3 - 2\omega^2 + 2j\omega + 3,$$

которое представим в форме

$$F(j\omega) = R_F(\omega) + jI_F(\omega) = (3 - 2\omega^2) + j(2\omega - \omega^3).$$

С целью построения годографа Михайлова вычислим значения вещественной и мнимой части при конкретных значениях частоты и занесем их в таблицу.

ω	0	1	1,22	1,41	...	∞
$R_F(\omega)$	3	1	0	-1	...	$-\infty$
$I_F(\omega)$	0	1	0,61	0	...	$-\infty$

По данным таблицы построим годограф Михайлова.

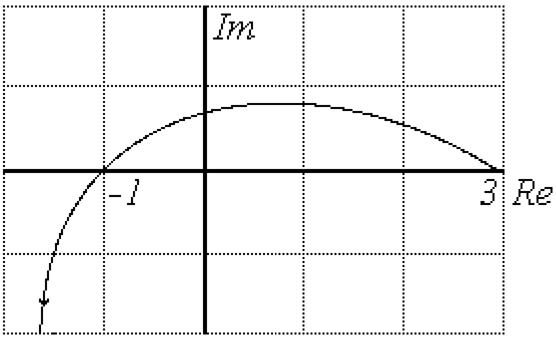


Рис. 5. Годограф Михайлова для исследуемой системы

Как видим, он проходит последовательно три квадранта, не обращаясь в ноль и стремясь к бесконечности в третьем квадранте. Следовательно, исследуемая система устойчива.

2. Критерий устойчивости Найквиста

Этот критерий был получен Н. Найквистом в 1932 году для проверки усилителей с отрицательной обратной связью, затем обобщен на системы автоматического управления.

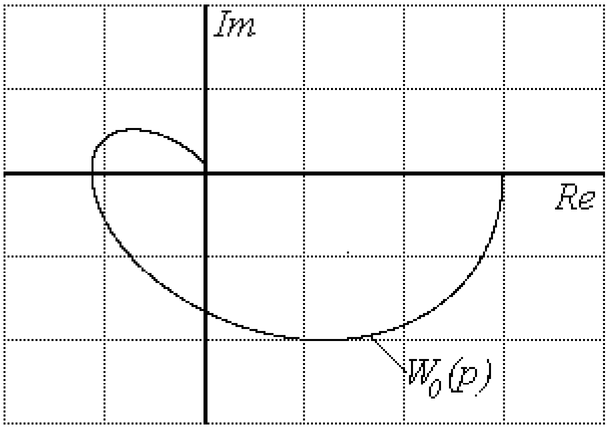


Рис. 6. АФХ разомкнутой системы

Критерий Найквиста позволяет определить устойчивость системы с обратной связью (замкнутой системы) по экспериментально снятой или полученной на основе передаточной функции амплитудно - фазовой частотной характеристике разомкнутой системы.

Будем полагать, что известна передаточная функция разомкнутой системы

$$W_0(p) = \frac{B_0(p)}{A_0(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_0}{p^n + a_n p^{n-1} + \ldots + a_1}, \qquad m \le n. \tag{10}$$

Здесь $A_0(p) = p^n + a_n p^{n-1} + \ldots + a_1$ - ее характеристический полином.

Структурная схема замкнутой имеет вид:

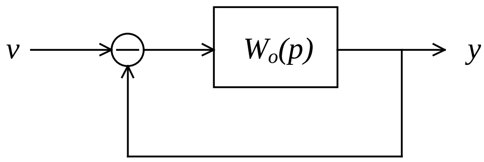


Рис. 7. Структурная схема замкнутой системы

Передаточная функция замкнутой системы следующая:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{W_0(p)}{1 + W_0(p)} = \frac{B_0(p)}{A_0(p) + B_0(p)}, \tag{11}$$

где $A(p) = A_0(p) + B_0(p)$ - характеристический полином замкнутой системы. Для получения критерия устойчивости вводится вспомогательная функция:

$$\tilde{W}(p) = 1 + W_0(p) = \frac{A_0(p) + B_0(p)}{A_0(p)} = \frac{A(p)}{A_0(p)}. \tag{12}$$

Как видим, числитель вспомогательной передаточной функции представляет собой характеристический полином замкнутой системы, а знаменатель - характеристический полином разомкнутой системы. Так как $\dim B_0(p) \le \dim A_0(p)$, то в выражении для А(р) порядок суммы полиномов равен $\dim A_0(p) = n$. Следовательно, во вспомогательной передаточной функции $\tilde{W}(p)$ полиномы числителя и знаменателя имеют одинаковый порядок (n).

В выражении (12) заменим р на $j\omega$ и получим:

$$\tilde{W}(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{A_0(j\omega)}. \tag{13}$$

Рассмотрим результирующий угол поворота вектора $\tilde{W}(j\omega)$ при изменении ω от 0 до ∞, используя те же соотношения, что и при доказательстве критерия Михайлова.

Если замкнутая система устойчивая, то общее приращение фазы числителя (13) будет равно

$$\varphi(\omega) = n(\pi/2). \tag{14}$$

При устойчивой разомкнутой системе фаза знаменателя

$$\varphi_0(\omega) = n(\pi/2). \tag{15}$$

Результирующий угол поворота вектора $\tilde{W}(j\omega)$ равен разности (14) и (15)

$$\tilde{\varphi}(\omega) = \varphi(\omega) - \varphi_0(\omega) = 0. \tag{16}$$

Таким образом, для устойчивости замкнутой системы при устойчивой разомкнутой должно выполняться соотношение (16). Это свойство имеет простую геометрическую интерпретацию: вспомогательная частотная характеристика не должна охватывать начало координат. Так как $\tilde{W}(j\omega)$ отличается от $W_0(j\omega)$ на единицу, то можно строить амплитудно - фазовую характеристику разомкнутой системы, что значительно проще.

Формулировка критерия Найквиста: для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно чтобы амплитудно - фазовая характеристика устойчивой разомкнутой системы при изменении ω от 0 до ∞ не охватывала точку с координатами {-1, j0}.

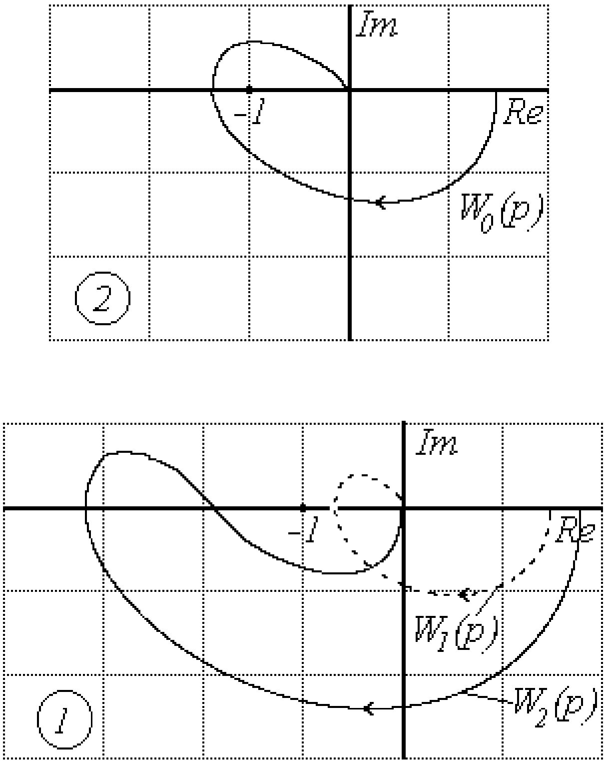


Рис. 8. Частотные характеристики, иллюстрирующие критерий Найквиста
1 - устойчивая система; 2 - неустойчивая система

Разомкнутая система может быть неустойчива, но это не означает, что неустойчивой будет и замкнутая. В этом случае меняется формулировка критерия Найквиста: для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы амплитудно - фазовая характеристика неустойчивой разомкнутой системы при изменении ω от 0 до ∞ охватывала точку с координатами {-1, j0} в положительном направлении r/2 раз, где r число корней характеристического уравнения разомкнутой системы с положительной вещественной частью.

Критерий Найквиста можно также применять, если разомкнутая система имеет в своем составе интегратор, то есть ее передаточная функция следующая:

$$W_0(p) = \frac{B_0(p)}{pA_0(p)}. \qquad (17)$$

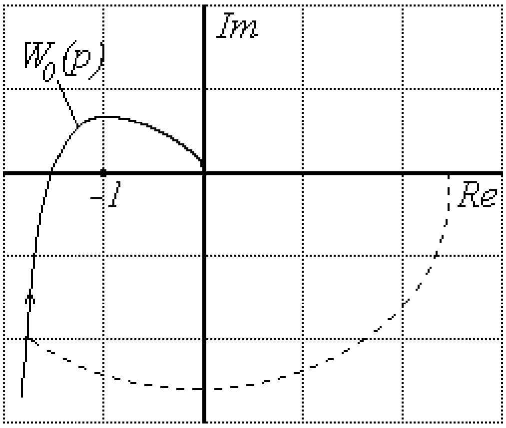


Рис. 9. АФХ разомкнутой системы с интегратором

Полученная в результате замены p на $j\omega$ в выражении (17) амплитудно - фазовая характеристика будет иметь неопределенность в точке ω = 0. Поэтому при ее построении делают аппроксимацию: характеристику дополняют полуокружностью бесконечно большого радиуса так, чтобы она начиналась на положительной вещественной полуоси.

Замкнутая система будет находиться на границе устойчивости, если при некоторой частоте $\omega = \omega_0$ АФХ разомкнутой системы пересекает точку с координатами {-1, j0}. Аналитически условие границы устойчивости записывается в виде

$$1 + W_0(j\omega_0) = 0\,. \qquad (18)$$

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте критерий устойчивости Михайлова?
2. Сформулируйте критерий устойчивости Найквиста.
3. В чем особенность использования критерия Найквиста для астатических САУ?
4. Какие САУ считаются структурно устойчивыми и структурно неустойчивыми?
5. В каком квадранте уходит в бесконечность АФЧХ разомкнутой САУ если порядок астатизма равен трем? Является ли такая САУ структурно устойчивой в замкнутом состоянии:
6. Как сделать устойчивой структурно неустойчивую САУ?
7. Что называется запасом устойчивости по модулю?
8. Что называется запасом устойчивости по фазе?

18 - лекция	Области и запасы устойчивости. Понятие о D – разбиении.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1.Основные понятия и определения 2. Частотные оценки запаса 3.Корневые оценки 4. Метод D-разбиения
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление об области и запасах устойчивости, понятие о D – разбиении, а также частотных и корневых оценках запаса.	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятием область и запасы устойчивости; • рассказать о частотных и корневых оценках запаса; • рассмотреть основные преимущества и недостатки использования метода D - разбиения;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • знать общее понятие об устойчивости линейных систем; • дать определение понятиям: D-разбиение, частотные и корневые оценки запаса; входной и собственный операторы , мнимая ось, вещественная ось, устойчивая и неустойчивая АСУ, область устойчивости; • Назвать основные преимущества и недостатки использования метода D -разбиения; • уметь определять устойчивость системы методом D-разбиения.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (18-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Формулировка критерия устойчивости Михайлова? 2. Дайте формулировка критерия устойчивости Найквиста? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем особенность использования критерия Найквиста для астатических САУ? Какие САУ считаются структурно устойчивыми и структурно неустойчивыми?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Частотные оценки запаса. Корневые оценки? По 2 вопросу. Метод D-разбиения, для чего служит метод D – разбиения? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Метод Д-разбиения – преимущества и недостатки.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 18.
ОБЛАСТИ И ЗАПАСЫ УСТОЙЧИВОСТИ. ПОНЯТИЕ О D – РАЗБИЕНИИ

План:

1.Основные понятия и определения
2. Частотные оценки запаса
3.Корневые оценки
4. Метод D-разбиения

1.Основные понятия и определения

Поскольку при составлении математической модели делается ряд допущений, то параметры реальной системы несколько отличаются от расчетных (номинальных). Кроме того, с течением времени они могут изменяться в некотором диапазоне, но при этом свойство устойчивости должно сохраняться. Поэтому для нормальной работы система должна обладать определенным запасом устойчивости.
Рассмотрим линейную стационарную систему общего вида

$$\dot{x} = Ax + Bu, \qquad x \in R^n,$$
$$y = Cx, \qquad (u, y) \in R^m, \quad n \geq m,$$

и соответствующее ей характеристическое уравнение

$$\det(pI - A) = 0 ,$$

которое имеет n корней $\lambda_i = \lambda_i(A)$.

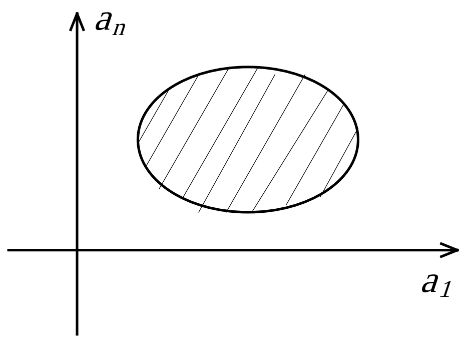


Рис. 1. Область устойчивости системы

Определение: областью устойчивости по параметрам будем называть множество матриц A, для которых выполняется общее условие устойчивости, Re λ(A) < 0 .

На практике обычно речь идет об изменении одного - двух параметров системы.

Определение: критическими (граничными) будем называть такие значения матриц А, при которых система находится на границе устойчивости, Re λ(A) = 0 .

Определение: запасом устойчивости называется диапазон значений параметра от номинального до граничного.

2. Частотные оценки запаса

Частотные запасы устойчивости характеризуют, в соответствии с критерием Найквиста, удаление амплитудно - фазовой характеристики разомкнутой системы от критической точки с координатами {-1, j0}.

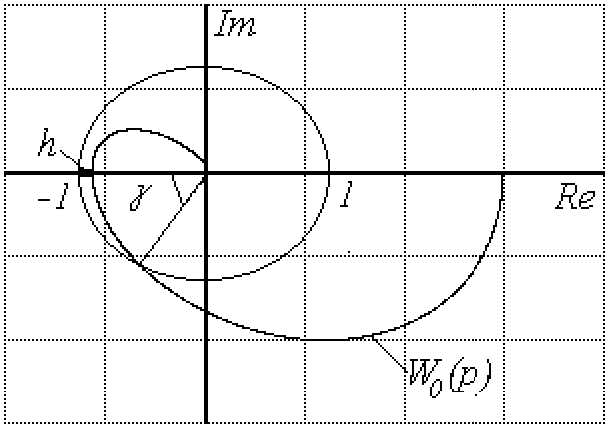


Рис. 2. Определение запасов устойчивости по АФХ

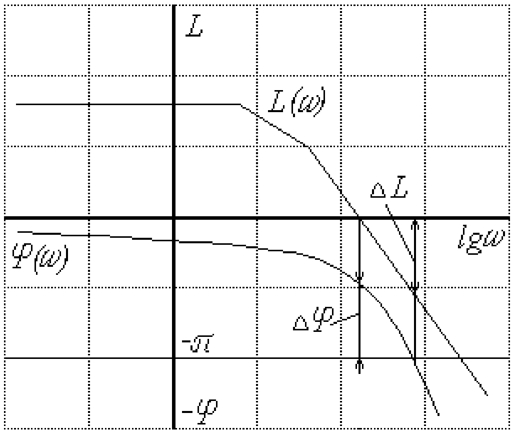
Запас устойчивости по амплитуде (h) показывает, насколько можно увеличить амплитуду без потери устойчивости системы.

Запас устойчивости по фазе (γ) показывает, насколько можно изменить фазу системы без потери ею устойчивости.

Опытным путем установлено, что для нормальной работы система должна обладать следующими запасами устойчивости:

$$h = 50\text{-}80\%\ , \qquad \gamma = 50\text{-}80\%\ . \qquad (1)$$

Аналогичные запасы устойчивости можно определить и по логарифмическим характеристикам системы.



Здесь запас устойчивости по модулю обозначают как ΔL и измеряют в децибеллах [дБ]. Он определяется на частоте, где фазовая частотная характеристика достигает значения -π.

Запас устойчивости по фазе обозначают как $\Delta\varphi$, он определяется на частоте ω_c, где $\Delta L = 0$,

$$\Delta\varphi(\omega_c) = \pi - \varphi(\omega_c). \qquad (2)$$

Экспериментально установлено, что имея следующий запас устойчивости:

$$\Delta L \geq (10-15)\ дБ; \qquad \Delta\varphi \geq (30-60)^0, \qquad (3)$$

система будет работать удовлетворительно.

3.Корневые оценки

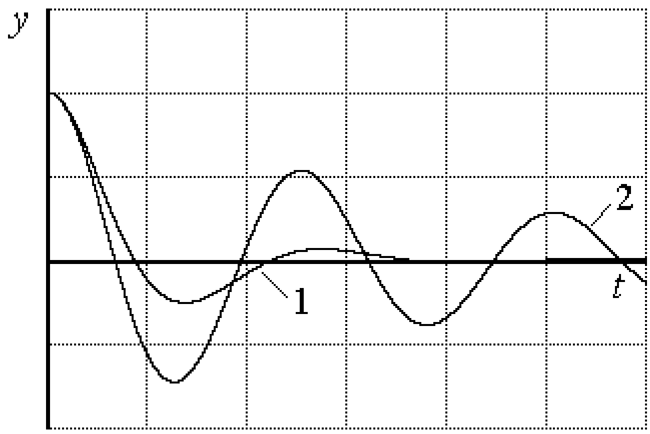


Рис. 4. Процессы в системах с разным запасом устойчивости

Склонность системы к неустойчивости выражается в большой колебательности процессов в ней, следовательно, процесс 2 на рис.4 соответствует системе с меньшим запасом устойчивости.

Вид процессов в системе определяется корнями характеристического уравнения согласно выражения (4), причем колебательный характер придают комплексно - сопряженные корни:

$$\lambda_{i,i+1} = -\alpha_i \pm j\beta_i,$$

где вещественная часть (α_i) определяет скорость затухания, а мнимая часть корней (β_i) - частоту затухания.

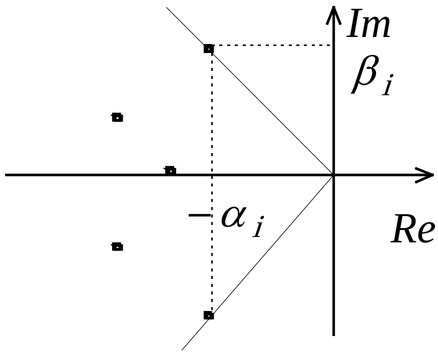


Рис. 5. Распределение корней в системе

Пара корней с самым широким сектором будет давать составляющую процесса с наибольшими колебаниями, поэтому в качестве оценки устойчивости используем величину:

$$\gamma = \frac{\alpha_i}{\beta_i}, \qquad (4)$$

которая может изменяться в диапазоне $\gamma \subset [0, \infty]$. Чем меньше γ (то есть больше мнимая часть корня, тем ближе система к границе устойчивости. При $\gamma = 0$ она находится на границе устойчивости, если же $\gamma = \infty$, система будет абсолютно устойчива.

Таким образом, корневая оценка запаса устойчивости γ характеризует, насколько можно изменять корни характеристического уравнения без потери системой устойчивости.

Обычно такая оценка используется на этапе проектирования, так как ее трудно связать с параметрами реальной САУ (коэффициентом усиления, постоянными времени, коэффициентом демпфирования).

4. Метод D-разбиения

На практике бывает необходимо знать не только запас, который можно оценить с помощью какого - либо критерия устойчивости, но и всю область устойчивости по параметрам. Этой цели служит метод D - разбиения, позволяющий построить такую область в плоскости одного или двух параметров.

Рассмотрим сначала этот метод для одного параметра D, который входит в характеристическое уравнение системы линейно:

$$A(p) = N(p) + D\,M(p) = 0\,. \qquad (5)$$

В (5) заменим p на jω и получим уравнение

$$A(j\omega) = N(j\omega) + DM(j\omega) = 0 \quad , \tag{6}$$

соответствующее границе устойчивости согласно критерия Михайлова .. Разрешим его относительно D

$$D(j\omega) = -\frac{N(j\omega)}{M(j\omega)} = R_D(\omega) + jI_D(\omega)\,. \tag{7}$$

Полученное комплексное представление параметра D позволяет изобразить его в виде вектора на плоскости $\{R_D(\omega);\ I_D(\omega)\}$. Конкретное численное значение D(jω) зависит от частоты, и при изменении ω в диапазоне от $-\infty$ до $+\infty$ конец вектора выписывает на комплексной плоскости кривую D - разбиения, представляющую собой границу устойчивости (ее можно рассматривать также как отображение мнимой оси плоскости корней).

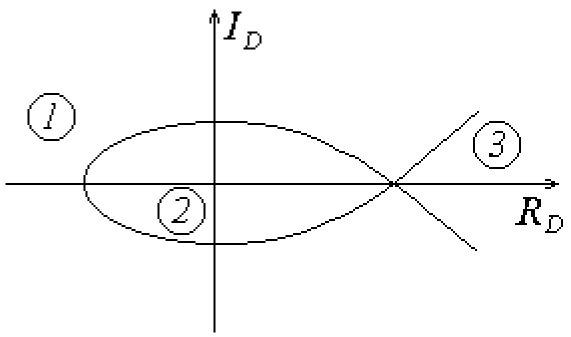


Рис. 6. Иллюстрация построения кривой D - разбиения

Эта кривая симметрична относительно вещественной оси, поэтому достаточно построить ее часть, соответствующую положительным значениям частоты, а вторую часть получить зеркальным отображением относительно вещественной оси.

Кривая D разбивает плоскость параметра на несколько областей с различным условием устойчивости, для определения которого необходимо выбрать по одному значению D в каждой из них и проверить устойчивость с помощью какого-либо критерия. Если система устойчива при выбранном D, то она будет устойчива и при других значениях из этой области.

Обычно в качестве параметра D фигурирует реальный параметр системы (коэффициент усиления, постоянная времени, момент инерции и так далее, который может иметь только вещественные значения. Представление его комплексным выражением D(jω) носит формальный характер, а область устойчивости ограничивается отрезком вещественной оси.

Метод D - разбиения применим и в случае построения области устойчивости для двух параметров D_1 и D_2, которые входят линейно в характеристическое уравнение

$$A(p, D_1, D_2) = 0 . \qquad (8)$$

В этом случае уравнение границы устойчивости

$$A(j\omega, D_1, D_2) = 0 \qquad (9)$$

распадается на два независимых уравнения, соответствующих равенству нулю вещественной и мнимой части (9)

$$\begin{cases} R(\omega, D_1, D_2) = 0 , \\ I(\omega, D_1, D_2) = 0 . \end{cases} \qquad (10)$$

Эти два уравнения параметрически задают кривую D - разбиения. Область устойчивости определяется аналогично случая одного параметра D.

Пример 1.

Определить область устойчивости системы по коэффициенту усиления.

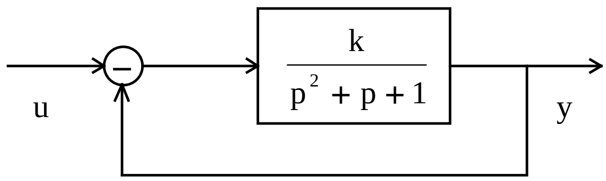


Рис. 7. Структурная схема системы

Определим передаточную функцию замкнутой системы

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{k}{p^2 + p + 1 + k} .$$

и запишем ее характеристическое уравнение

$$F(p) = p^2 + p + 1 + k = 0 .$$

Здесь k - параметр, по которому строится область устойчивости, поэтому обозначим его через D. Разрешим характеристическое уравнение относительно D и сделаем замену $p \to j\omega$. В результате получим уравнение для кривой D - разбиения:

$$D(j\omega) = \omega^2 - j\omega - 1 = (\omega^2 - 1) - j\omega .$$

Вычислим значения вещественной и мнимой части D($j\omega$) при конкретных положительных значениях частоты и занесем их в таблицу.

ω	0	1	2	...	∞
$R_D(\omega)$	-1	0	3	...	∞
$I_D(\omega)$	0	1	2	...	∞

Для построения кривой D - разбиения при отрицательных значениях частоты полученную половину D(jω) зеркально отобразим относительно оси абсцисс.

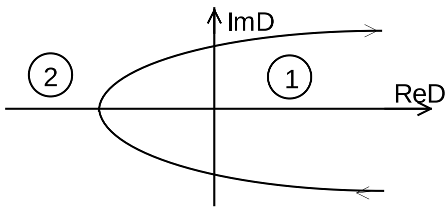


Рис. 8- Кривая D - разбиения для исследуемой системы

Как видим, кривая D - разбиения разделила плоскость параметра на две области. Выбираем по одному вещественному значению D в каждой из них и оцениваем устойчивость системы второго порядка, необходимым и достаточным условием устойчивости которой является положительность всех коэффициентов характеристического уравнения. Следовательно, первая область - есть область устойчивости ($-1 < k < \infty$).

Контрольные вопросы:

1. Что называется запасом устойчивости?
2. Что показывает запас устойчивости по амплитуде (h) ?
3. Какими запасами устойчивости система должна обладать для нормальной работы ?
4. По каким характеристикам системы можно определить запасы устойчивости ?
5. Что характеризует корневая оценка запаса устойчивости ?
6. Для чего служит метод D – разбиения?
7. Для какой кривой достаточно построить ее часть, соответствующую положительным значениям частоты, а вторую часть получить зеркальным отображением относительно вещественной оси?
8. Где применим метод D – разбиения?
9. Какие уравнения параметрически задают кривую D – разбиения?
10. Что обычно фигурирует в качестве параметра D ?

19 - лекция	Повышение точности в установившемся режиме.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1. Робастная устойчивость 2. Полиномы Харитонова
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о робастной устойчивости, полиномах Харитонова.	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятием область и запасы устойчивости; • рассказать о критериях робастной устойчивости; • рассмотреть формулировку и доказательство теоремы Харитонова;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • знать общее понятие об устойчивости линейных систем; • дать определение понятиям робастная устойчивость, характеристический полином, мнимая ось, вещественная ось, устойчивая и неустойчивая АСУ, область устойчивости; • знать формулировку и доказательство теоремы Харитонова.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (19-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется запасом устойчивости? 2. Что характеризует корневая оценка запаса устойчивости ? 3. Для чего служит метод D – разбиения? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Для какой кривой достаточно построить ее часть, соответствующую положительным значениям частоты, а вторую часть получить зеркальным отображением относительно вещественной оси?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Робастная устойчивость По 2 вопросу. Полиномы Харитонова? О чем гласит теорема Харитонова? Что является достаточным условием устойчивости для полиномов первого и второго порядков? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Теорема Харитонова.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 19
ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ.

План:

1. *Робастная устойчивость*
2. *Полиномы Харитонова*

1. Робастная устойчивость

Параметры стационарных систем с течением времени в силу старения или других причин могут меняться. Кроме того, при разработке регуляторов параметры объекта могут быть точно не известны. В подобных случаях возникает необходимость построения систем управления таким образом, чтобы она была устойчива не при одних фиксированных значениях параметров, а при всех возможных их значениях.

В последнем случае говорят, что система робастно устойчива. Более строго робастная устойчивость определяется следующим образом.

Рассмотрим характеристический полином

$$Q(\lambda) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \ldots + a_n. \qquad (1)$$

Полином называется устойчивым полином или полином Гурвица, если все его нули являются левыми.

Введем в рассмотрение (n + 1)-вектор $a = (a_0, a_1, \ldots, a_n)$..Пусть в (n + 1)-мерном пространстве коэффициентов задано множество А $(A \subset R^{n+1})$.

Полином (1) называется робастно устойчивым или робастно устойчивым в А, если он является устойчивым при любых значениях коэффициентов $a_i \quad (i = 0, 1, \ldots, n)$ из множества $A \quad (a \in A)$.

Система называется робастно устойчивой или робастно устойчивой на множестве А, если ее характеристический полином является робастно устойчивым полиномом в А.

2. Полиномы Харитонова.

Пусть множество А является (гипер) параллелепипедом:

$$A = \{\underline{a} \colon \underline{a}_i \leqslant a_i \leqslant \overline{a}_i,\ i = 0, 1, \ldots, n\}. \qquad (2\text{-}3.24)$$

Здесь $\underline{a}_i$ и $\overline{a}_i$ — минимальное и максимальное значения коэффициента $a_i \ (i = 0, 1, \ldots, n)$.

Подставим в характеристический полином $\lambda = j\omega$ и выделим вещественную и мнимую части:

$$Q(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_n = u(\omega) + jv(\omega),$$

$$u(\omega) = a_n - a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\omega^4 - a_{n-6}\omega^6 + \ldots, \qquad (3а)$$

$$v(\omega) = a_{n-1}\omega - a_{n-3}\omega^3 + a_{n-5}\omega^5 - a_{n-7}\omega^7 + \ldots \qquad (3б)$$

При фиксированном ω, когда вектор a пробегает все значения из множества (2), характеристический вектор описывает прямоугольник (рис. 1).

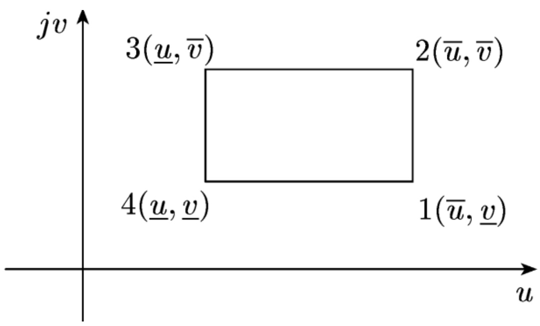


Рис 1. К определению полиномов Харитонова

Очевидно, на вершинах прямоугольника $u(\omega)$ и $v(\omega)$ как функции от a принимают минимальные или максимальные значения. Обозначим минимумы $u(\omega)$ и $v(\omega)$ через $\underline{u}(\omega)$ и $\underline{v}(\omega)$максимумы через $\overline{u}(\omega)$ и $\overline{v}(\omega)$ соответственно:

$$\underline{u} = \underline{u}(\omega) = \min_{a \in A} u(\omega), \quad \underline{v} = \underline{v}(\omega) = \min_{a \in A} v(\omega),$$
$$\overline{u} = \overline{u}(\omega) = \max_{a \in A} u(\omega), \quad \overline{v} = \overline{v}(\omega) = \max_{a \in A} v(\omega).$$

Функции $u(\omega)$ и $v(\omega)$ примут минимальные значения, когда в (3) слагаемые с положительным знаком принимают минимальные значения, а слагаемые с отрицательным знаком — максимальные значения. И наоборот, $u(\omega)$ и $v(\omega)$ примут максимальные значения, когда слагаемые с положительным знаком принимают максимальные значения, а слагаемые с отрицательным знаком — минимальные значения.

Поэтому из (3) имеем

$$\underline{u}(\omega) = \underline{a}_n - \overline{a}_{n-2}\omega^2 + \underline{a}_{n-4}\omega^4 - \overline{a}_{n-6}\omega^6 + \ldots, \qquad (4а)$$

$$\underline{v}(\omega) = \underline{a}_{n-1}\omega - \overline{a}_{n-3}\omega^3 + \underline{a}_{n-5}\omega^5 - \overline{a}_{n-7}\omega^7 + \ldots, \qquad (4б)$$

$$\overline{u}(\omega) = \overline{a}_n - \underline{a}_{n-2}\omega^2 + \overline{a}_{n-4}\omega^4 - \underline{a}_{n-6}\omega^6 + \ldots, \qquad (4в)$$

$$\overline{v}(\omega) = \overline{a}_{n-1}\omega - \underline{a}_{n-3}\omega^3 + \overline{a}_{n-5}\omega^5 - \underline{a}_{n-7}\omega^7 + \ldots \qquad (4г)$$

Как следует из рис. 1., вершинам прямоугольника 1, 2, 3 и 4 соответствуют характеристические векторы

$$Q_1(j\omega) = \overline{u}(\omega) + j\underline{v}(\omega), \quad Q_2(j\omega) = \overline{u}(\omega) + j\overline{v}(\omega),$$
$$Q_3(j\omega) = \underline{u}(\omega) + j\overline{v}(\omega), \quad Q_4(j\omega) = \underline{u}(\omega) + j\underline{v}(\omega).$$

Подставив в формулу для $Q_1(j\omega)$ выражения для $\overline{u}(\omega)$ из (4в) и для v_ $\underline{v}(\omega)$ из (4б), получим

$$Q_1(j\omega) = \overline{a}_n - \underline{a}_{n-2}\omega^2 + \overline{a}_{n-4}\omega^4 - \ldots$$
$$\ldots + j(\underline{a}_{n-1}\omega - \overline{a}_{n-3}\omega^3 + \underline{a}_{n-5}\omega^5 - \ldots) = \overline{a}_n + \underline{a}_{n-1}(j\omega) +$$
$$+ \underline{a}_{n-2}(j\omega)^2 + \overline{a}_{n-3}(j\omega)^3 + \overline{a}_{n-4}(j\omega)^4 + \underline{a}_{n-5}(j\omega)^5 + \ldots$$

Отсюда, положив $j\omega = \lambda$, получим характеристический полином $Q_1(\lambda)$. Аналогично можно получить характеристические полиномы, соответствующие остальным вершинам прямоугольника.

Выпишем коэффициенты при λ в порядке возрастания степени λ всех четырех полиномов:

$$Q_1(\lambda)\colon\ \overline{a}_n, \underline{a}_{n-1}, \underline{a}_{n-2}, \overline{a}_{n-3}, \overline{a}_{n-4}, \underline{a}_{n-5}, \ldots,$$
$$Q_2(\lambda)\colon\ \overline{a}_n, \overline{a}_{n-1}, \underline{a}_{n-2}, \underline{a}_{n-3}, \overline{a}_{n-4}, \overline{a}_{n-5}, \ldots,$$
$$Q_3(\lambda)\colon\ \underline{a}_n, \overline{a}_{n-1}, \overline{a}_{n-2}, \underline{a}_{n-3}, \underline{a}_{n-4}, \overline{a}_{n-5}, \ldots,$$
$$Q_4(\lambda)\colon\ \underline{a}_n, \underline{a}_{n-1}, \overline{a}_{n-2}, \overline{a}_{n-3}, \underline{a}_{n-4}, \underline{a}_{n-5}, \ldots \qquad (5а,б,в,г)$$

Полиномы $Q_1(\lambda),\ Q_2(\lambda) Q_3(\lambda)$ и $Q_4(\lambda)$ называются полиномами Харитонова.

Теорема Харитонова. (Необходимое условие робастной устойчивости.)

Так как при робастной устойчивости в параллелепипеде (2)) должны быть устойчивыми характеристические полиномы при всех значениях коэффициентов из этого параллелепипеда, необходимо, чтобы был устойчивым характеристический полином при $a_i = \underline{a}_i \ (i = 0, 1, \ldots, n)$ Поэтому для робастной устойчивости в параллелепипеде (2) необходимо, чтобы при $\underline{a}_0 > 0$ выполнялось условие

$$\underline{a}_0 > 0, \quad \underline{a}_1 > 0, \quad \ldots, \quad \underline{a}_n > 0. \qquad (6)$$

Теорема Харитонова. Для того чтобы система с характеристическим полиномом $Q(\lambda) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \ldots + a_n$ была робастно устойчива в параллелепипеде $A = \{a\colon \underline{a}_i \leqslant a_i \leqslant \overline{a}_i,\ i = 0, 1, \ldots, n\}$. необходимо и достаточно, чтобы все полиномы Харитонова были устойчивыми.

Доказательство. Необходимость. Так как по определению робастной устойчивости характеристический полином должен быть устойчивым при всех значениях $a \in A$, то должны быть устойчивыми и полиномы Харитонова как характеристические полиномы, соответствующие четырем различным значениям а из множества А.

Достаточность. По критерию Михайлова для робастной устойчивости при $a_0 > 0$ достаточно, чтобы годограф характеристического вектора при всевозможных $a \in A$, начавшись на положительной вещественной полуоси, последовательно охватывал п квадрантов. Иначе говоря, прямоугольник на рис. 1 должен последовательно охватывать n квадрантов. Вещественная и мнимая части характеристического вектора $Q'(j\omega) = u'(\omega) + jv'(\omega)$ соответствующего произвольному $a' \in A$, удовлетворяет неравенствам

$$\underline{u}(\omega) \leqslant u'(\omega) \leqslant \overline{u}(\omega), \quad \underline{v}(\omega) \leqslant v'(\omega) \leqslant \overline{v}(\omega).$$

Поэтому если вершины прямоугольника последовательно охватывают n квадрантов, то и все точки прямоугольника будут последовательно охватывать n квадрантов.

Теорема доказана.

Случай n= 1,2,3,4,5. Как известно, для полиномов первого и второго порядков положительность его коэффициентов является достаточным условием устойчивости. Поэтому в случае n = 1, 2, очевидно, для робастной устойчивости в параллелепипеде необходимо и достаточно, чтобы выполнялось необходимое условие робастной
устойчивости (6).

Следствие. Для того чтобы система с характеристическим полиномом $Q(\lambda) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \ldots + a_n$ была робастно устойчива в параллелепипеде при выполнении необходимого условия робастной устойчивости (6), необходимо и достаточно, чтобы были устойчивыми:

а) в случае n = 3 полином Харитонова $Q_1(\lambda)$;

б) в случае n = 4 полиномы Харитонова $Q_1(\lambda)$ и $Q_2(\lambda)$;

в) в случае п = 5 полиномы Харитонова $Q_1(\lambda)$, $Q_2(\lambda)$ и $Q_3(\lambda)$.

Доказательство. Необходимость очевидна. Поэтому докажем достаточность. Вершины прямоугольника 1, 2, 3, 4 в 1-м квадранте преобразуется при переходе во 2-й квадрант в 1', 2', 3', 4;, при переходе в 3-й квадрант в 1", 2", 3", 4" и при переходе в 4-й квадрант в $1'''$", $2'''$, $3'''$, $4'''$ соответственно (рис. 2)

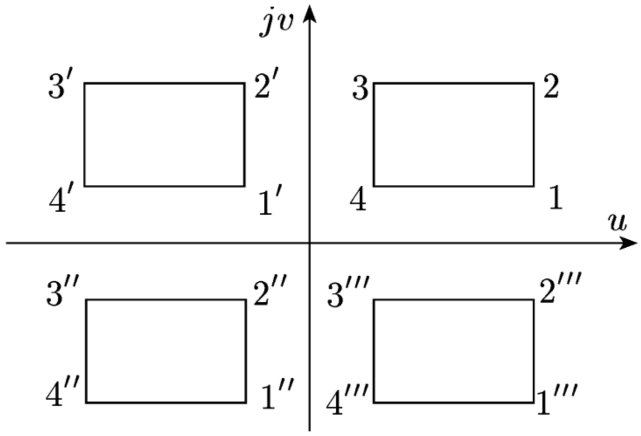


Рис. 2. К выводу следствия

а) Если при увеличении ω вершина 1 прямоугольника переходит во 2-й квадрант, то и все остальные вершины также перейдут во 2-й квадрант. Далее, если вершина 1' при дальнейшем увеличении ω не пересекает мнимую ось, то остальные вершины также ее не пересекут. И так как характеристический вектор 3-го порядка с
положительными коэффициентами при $\omega \to \infty$ располагается в 3-м квадранте, при n = 3 годографы характеристических векторов $Q_2(j\omega)$, $Q_3(j\omega)$ и $Q_3(j\omega)$ будут последовательно охватывать три квадранта, если годограф характеристического вектора $Q_1(j\omega)$ последовательно охватит три квадранта. Следовательно, при п = 3 для робастной устойчивости достаточно, чтобы годограф характеристического вектора $Q_1(j\omega)$ последовательно охватывал три квадранта, т. е. чтобы полином $Q_1(\lambda)$ был устойчивым.

б) Если с ростом и вершины 1 и 2 прямоугольника, последовательно охватывая 1-й и 2-й квадранты, окажутся в 3-м квадранте, то то же самое произойдет с вершинами 3 и 4. И если при дальнейшем росте и вершина 2'' не пересечет действительную ось, то и вершины 3'' и 4'' не пересекут эту ось. И так как характеристический вектор 4-го порядка с положительными коэффициентами при $\omega \to \infty$ располагается в 4-м квадранте, при п = 4 годографы характеристических векторов $Q_3(j\omega)$ и $Q_4(j\omega)$ будут последовательно охватывать четыре квадранта, если годографы характеристических векторов $Q_1(j\omega)$ и $Q_2(j\omega)$ последовательно охватят четыре квадранта. Следовательно, при п = 4 для робастной устойчивости достаточно, чтобы годографы характеристических векторов $Q_1(j\omega)$ и $Q_2(j\omega)$ последовательно охватывали четыре квадранта, т.е. чтобы полиномы $Q_1(\lambda)$ и $Q_2(\lambda)$ были устойчивыми.

в) Если вершины 1, 2 и 3 с ростом и, последовательно пройдя 1-й, 2-й и 3-й квадранты, окажутся в 4-м квадранте, то то же самое произойдет с вершиной 4. И если при дальнейшем росте ω вершина 3''' не пересекает мнимую ось, то и вершина 4''' не пересечет эту ось. И так как годограф характеристического вектора 5-го порядка с положительными коэффициентами при $\omega \to \infty$ заканчивается в 1-м квадранте, годограф характеристического вектора $Q_4(j\omega)$ при п = 5 последовательно охватит пять квадрантов, если годографы характеристических векторов $Q_1(j\omega)$, $Q_2(j\omega)$ и $Q_3(j\omega)$ последовательно охватят пять квадрантов.

Таким образом, при п = 5 для робастной устойчивости достаточно, чтобы полиномы $Q_1(\lambda)$, $Q_2(\lambda)$ и $Q_3(\lambda)$ были устойчивыми полиномами.

Пример 1. Исследовать робастную устойчивость системы, характеристический полином которой имеет вид

$$Q(\lambda) = \lambda^4 + 3\lambda^3 + \alpha\lambda^2 + \beta\lambda + \gamma = 0, \quad 4 \leqslant \alpha \leqslant 5, \quad 2 \leqslant \beta \leqslant 3, \quad 1 \leqslant \gamma \leqslant 2.$$

Решение. В данном случае

$$A = \{a\colon\ a_0 = 1,\ \ a_1 = 3,\ 4 \leqslant\ a_2 \leqslant 5,\ \ 2 \leqslant a_3 \leqslant 3,\ \ 1 \leqslant a_4 \leqslant 2\},$$

$$\underline{a}_0 = \overline{a}_0 = 1,\ \ \underline{a}_1 = \overline{a}_1 = 3,\ \ \underline{a}_2 = 4,\ \ \overline{a}_2 = 5,$$

$$\underline{a}_3 = 2,\ \ \overline{a}_3 = 3,\ \ \underline{a}_4 = 1,\ \ \overline{a}_4 = 2.$$

Так как п = 4, то достаточно рассмотреть полиномы $Q_1(\lambda)$ и $Q_2(\lambda)$

Из (5а) и (56) имеем

$$Q_1(\lambda)\colon \overline{a}_4,\ \ \underline{a}_3,\ \ \underline{a}_2,\ \ \overline{a}_1,\ \ \overline{a}_0,$$

$$Q_2(\lambda)\colon \overline{a}_4,\ \ \overline{a}_3,\ \ \underline{a}_2,\ \ \underline{a}_1,\ \ \overline{a}_0,$$

или

$$Q_1(\lambda) = \overline{a}_0\lambda^4 + \overline{a}_1\lambda^3 + \underline{a}_2\lambda^2 + \underline{a}_3\lambda + \overline{a}_4 = \lambda^4 + 3\lambda^3 + 4\lambda^2 + 2\lambda + 2,$$

$$Q_2(\lambda) = \overline{a}_0\lambda^4 + \underline{a}_1\lambda^3 + \underline{a}_2\lambda^2 + \overline{a}_3\lambda + \overline{a}_4 = \lambda^4 + 3\lambda^3 + 4\lambda^2 + 3\lambda + 2.$$

Необходимое условие устойчивости для обоих полиномов выполняется.

Для полинома $Q_1(\lambda)$определитель Гурвица

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \overline{a}_1 & \underline{a}_3 & 0 \\ \overline{a}_0 & \underline{a}_2 & \overline{a}_4 \\ 0 & \overline{a}_1 & \underline{a}_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 3(4\cdot 2 - 3\cdot 2) - 1(2\cdot 2 - 3\cdot 0) = 2 > 0,$$

а для полинома $Q_2(\lambda)$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \underline{a}_1 & \overline{a}_3 & 0 \\ \overline{a}_0 & \underline{a}_2 & \overline{a}_4 \\ 0 & \underline{a}_1 & \overline{a}_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \end{vmatrix} = 3(4\cdot 3 - 3\cdot 2) - 1(2\cdot 2 - 3\cdot 0) = 2 > 0.$$

На основе критерия Льенара-Шипара $Q_1(\lambda)$ и $Q_2(\lambda)$ являются устойчивыми полиномами. Следовательно, в силу следствия система робастно устойчива.

Пример 2.. Исследовать устойчивость замкнутой системы, если передаточная функция разомкнутой системы имеет вид

$$W(p) = \frac{k}{(T^2p^2 + 2\xi p + 1)p},\quad 0{,}1 \leqslant k \leqslant 1,\quad 0{,}1 \leqslant T \leqslant 0{,}5,\quad 0{,}1 \leqslant \xi \leqslant 0{,}5.$$

Решение. Характеристический полином замкнутой системы имеет вид

$$Q(\lambda) = a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3,$$

где

$$a_0 = T^2,\quad a_1 = 2\xi,\quad a_2 = 1,\quad a_3 = k.$$

Коэффициенты характеристического полинома удовлетворяют следующим условиям:

$$0{,}01 \leqslant a_0 \leqslant 0{,}25, \quad 0{,}2 \leqslant a_1 \leqslant 1, \quad a_2 = 1, \quad 0{,}1 \leqslant a_3 \leqslant 1.$$

Следовательно, в принятых выше обозначениях имеем

$$\underline{a}_0 = 0{,}01, \quad \overline{a}_0 = 0{,}25, \quad \underline{a}_1 = 0{,}2, \quad \overline{a}_1 = 1,$$
$$\underline{a}_2 = \overline{a}_2 = 1, \quad \underline{a}_3 = 0{,}1, \quad \overline{a}_3 = 1.$$

Необходимое условие робастной устойчивости выполняется. Так как п = 3, то для робастной устойчивости достаточно, чтобы полином $Q_1(\lambda)$был устойчивым.
Из (5а) получаем

$$Q_1(\lambda) = \overline{a}_3 + \underline{a}_2\lambda + \underline{a}_1\lambda^2 + \overline{a}_0\lambda^3 = 1 + \lambda + 0{,}2\lambda^2 + 0{,}25\lambda^3.$$

Определитель Гурвица

$$\Delta_2 = 1 \cdot 0,2 - 0,25 < 0.$$

Поэтому замкнутая система не будет робастно устойчива (т. е. устойчива при всевозможных значениях параметров).

Теорема Харитонова справедлива при условии, что коэффициенты характеристического полинома изменяются на заданных интервалах независимо друг от друга. Однако когда множества возможных значений коэффициентов характеристического полинома определяются заданными множествами возможных значений параметров системы и при этом одни и те же параметры входят в выражение для разных коэффициентов, эти коэффициенты уже не являются независимыми.

В таких случаях условия робастной устойчивости, вытекающие из теоремы Харитонова, являются только достаточными. Из того, что они не выполняются, не следует, что система не может быть робастно устойчива.

Контрольные вопросы:

1. Что называется полином ?
2. Как можно получить характеристические полиномы?
3. Когда система называется робастно устойчивой ?
4. О чем гласит теорема Харитонова?
5. Что является достаточным условием устойчивости для полиномов первого и второго порядков ?
6. Когда теорема Харитонова справедлива?

20 - лекция	Метод ошибки коэффициентов.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1. Понятие управляемости 2. Понятие наблюдаемости
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление об управляемости системы и ее наблюдаемости.	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятиями управляемости системы и ее наблюдаемости; • рассказать об основных критериях управляемости системы; • рассмотреть роль управляемости и наблюдаемости системы в общем технологическом процессе;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • уметь определять управляемость линейной системы с постоянными коэффициентами • дать определение понятиям: сигнал, управляемость, наблюдаемость, разомкнутая и замкнутая АСУ, статическая и астатическая АСУ; • Назвать критерий по которым определяется управляемость системы; • Раскрыть понятие управляемости системы и ее наблюдаемости.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (20-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Как можно получить характеристические полиномы? 2. Когда система называется робастно устойчивой ? 3. О чем гласит теорема Харитонова? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Что является достаточным условием устойчивости для полиномов первого и второго порядков? Когда теорема Харитонова справедлива?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Понятие управляемости По 2 вопросу. Понятие наблюдаемости Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Наблюдаемость и управляемость САУ.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 20
МЕТОД ОШИБКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ.

План:

1. *Понятие управляемости*
2. *Понятие наблюдаемости*

Рассмотрим случай, когда все переменные состояния могут быть измерены, а результаты этих действий могут быть использованы для управления системой. Однако такой случай не всегда технически реализуем. Поэтому для систем автоматического управления вводится понятие управляемости.
Рассмотрим линейную систему с постоянными коэффициентами:

$$\dot{X} = AX + BU, \qquad (1)$$

где A, B – матрицы с постоянными коэффициентами.
При этом управление полагается скалярным, т.е. управление объектом осуществляется по одной координате.

Заданы начальная и конечная точка $x(0) = x_0$, и $x(t) = 0$. Задача состоит в том, чтобы перевести систему из заданного начального положения в некоторую точку, совпадающую с началом координат. При этом никаких ограничений на величину управляющего воздействия и время регулирования не накладывается. Если такая задача решается при любых начальных и конечных условиях, то такая система является управляемой.

Система называется управляемой, если существует такое управление, которое из любого начального состояния в любое конечное положение. При каких условиях система является управляемой. Попытаемся выяснить причины неуправляемости. Это удобно сделать с помощью геометрического представления движения системы. Как отмечалось выше решение линейного однородного уравнения имеет вид:

$$x(t) = \sum_{I=0}^{n-1} C_I \alpha^I e^{p_I t}$$

Если какой-нибудь из коэффициентов $C_i = 0$, а остальные отличны от нуля, то движение происходит в инвариантном подпространстве матрицы $\mathbf{A}$. С геометрической точки зрения все траектории лежат в плоскости S, т.е. вектор $\dot{X} = AX$ также направлен вдоль этой плоскости. Предположим, что вектор $\mathbf{B}$ тоже лежит в плоскости S. Очевидно, что добавка к вектору $\dot{X}$ величины $\mathbf{B} \cdot \mathbf{U}$ оставляет вектор $\dot{X}$ в той же плоскости, хотя и деформирует траекторию движения вектора состояния. Следовательно, если начальная точка лежит в плоскости S, а конечная — нет, то попасть в точку с заданными координатами нельзя, так как не существует управления, которое переводит состояние системы с заданными параметрами из начальной точки в конечную. Такая система неуправляема по определению.

Условия управляемости в терминах исходной системы получены Калманом и имеют вид:

Для управляемости системы (1) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие вида

$$\det\left\| b, Ab, \ldots A^{N-1} b \right\| \neq 0 \quad (2)$$

Это условие выполняется, если матрица U вида

$$U = \left\| b, Ab, \ldots A^{N-1} b \right\|$$

имеет ранг, равный N.

Рангом матрицы называется наибольший порядок ее определителя, отличный от нуля.

Рассмотрим поведение системы в пространстве состояний собственных векторов $\alpha^1, \cdots \alpha^N$ матрицы A (для простоты будем полагать, что собственные значения матрицы A — действительные и различные). Как мы убедимся в дальнейшем, в этом пространстве условия управляемости становятся практически очевидными. Введем неособое преобразование вида

$$x = Д \cdot y, \quad (3)$$

Выше отмечалось, что $\det(Д) \neq 0$ и $Д^{-1}$ существует. Поэтому вектора X и Y связаны однозначной зависимостью. Следовательно, задачи об управляемости в пространствах этих переменных эквивалентны.

В пространстве новых переменных $Y = Д^{-1} X$ поведение САУ описывается уравнением

$$y' = Д^{-1} A y + Д^{-1} b U. \quad (4)$$

Рассмотрим произведение $A \cdot Д$

$$A \cdot Д = \left(A \cdot d^1, A \cdot d^2, \cdots A \cdot d^N \right).$$

так как $A \cdot d^i = p_i \cdot d^i$, то

$$A \cdot Д = \left(p_1 \cdot d^1, p_2 \cdot d^2, \cdots p_N \cdot d^N \right) = Д \cdot P,$$

где

$$P = \begin{vmatrix} p_1 & \cdots & 0 \\ \cdots & p_i & \cdots \\ 0 & \cdots & p_N \end{vmatrix}$$

Следовательно, уравнение (4) приводится к виду

$$y' = Д^{-1}ДPy + Д^{-1}bU.$$

или

$$y' = Py + hU. \qquad (5)$$

$Д^{-1}b = h$ — вектор столбец с компонентами $h_1, h_2, \cdots h_N$.
Так как матрица P диагональная, то

$$y_i' = P_i y_i + h_i U_i, \text{ где } i = 1...N.$$

и если хотя бы одно $h_k = 0$, то координата y_k — неуправляема. Поэтому можно предположить, что, если все $h_i \neq 0$, то система управляема.

Рассмотрим n-мерное пространство состояния X, в котором каждому состоянию системы соответствует некоторое положение изображающей точки, определяемое значениями фазовых координат $x_i\ (i = 1, \cdots, N)$.

Пусть в пространстве состояния заданы два множества $\Gamma_1 \subset X$ и $\Gamma_2 \subset X$. Рассматриваемая система будет управляемой, если существует такое управление $u(t) = |u_1, u_2, \ldots, u_{n-1}, u_n|$, определенное на конечном интервале времени $0 \le t \le T$, которое переводит изображающую точку в пространстве X из подобласти Γ_1 в подобласть Γ_2.

Можно сузить определение управляемости и понимать под ней возможность перевода изображающей точки из любой области пространства состояний X в начало координат. Система будет управляемой, если каждое состояние управляемо в этом смысле.

От пространства состояний X перейдем к другому пространству $\tilde{X}$ посредством неособого преобразования $\tilde{x} = Rx$, причем $R \neq 0$, где R — матрица коэффициентов $n \times n$.
Тогда вместо уравнения вида

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Ej \\ &y = Cx \\ &u = Dx \end{aligned}\right\}, \qquad (6)$$

где j — матрица возмущающих и задающих воздействий,
u — матрица-столбец управляющий величин,
y — матрица-столбец регулируемых величин,
x- матрица-столбец фазовых координат,
будем иметь

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d\tilde{x}}{dt} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}\tilde{u} + \tilde{E}\tilde{j} \\ &\tilde{y} = \tilde{C}\tilde{x} \\ &\tilde{u} = \tilde{D}\tilde{x} \end{aligned}\right\}. \qquad (7)$$

Здесь использованы преобразованные матрицы коэффициентов:

$\tilde{A}=RA^{-1}R$, $\tilde{B}=RB$, $\tilde{E}=RE$, $\tilde{D}=DR^{-1}$ и $\tilde{C}=CR^{-1}$.

Введение новых фазовых координат посредством неособого преобразования $\tilde{x}=Rx$ приводит к эквивалентным системам различной структуры. При некотором преобразовании может оказаться, что часть управляющих величин не входит в некоторые дифференциальные уравнения (7) или часть фазовых координат не участвует в формирование вектора выходного сигнала Y. В первом случае система не будет полностью управляемой, а во втором — полностью наблюдаемой.

В случае не полностью управляемой системы ее исходное уравнение могут быть представлены в виде

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dx^1}{dt}=A_{11}x^1+A_{12}x^2+Bu\\ &\frac{dx^2}{dt}=A_{22}x^2\\ &u=Dx\\ &y=Cx \end{aligned}\right\}$$

Это иллюстрирует рис. 7. Набор фазовых координат x^1 соответствует управляемой части фазовых координат, а набор x^2 — неуправляемой части.

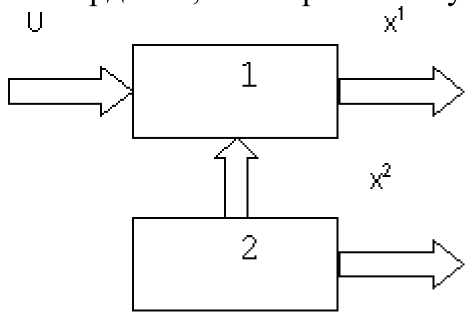


Рис. 7. Пример не полностью управляемой системы

Калманом был доказан критерий управляемости, который гласит, что размерность ν управляющей части системы, то есть порядок первой группы уравнений (7) совпадает с рангом матрицы

$$U=\left|B, A\cdot B, A^2\cdot B, \ldots A^{n-1}\cdot B\right|_{n\times kn},$$

где k — размерность управляющего вектора.

При $\nu=n$ система полностью управляема, при $0<\nu<n$ — система не полностью управляема, при $\nu=0$ — система полностью не управляема.

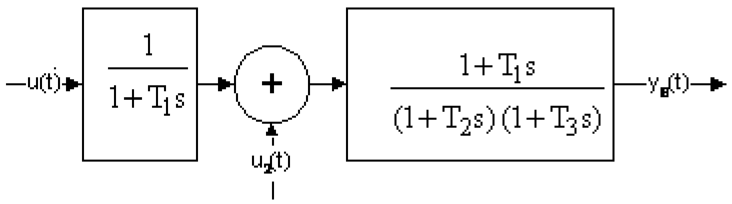


Рис. 8. Структура исходной системы.

На рис. 8 представлен простейший пример. Если рассматривать выходную величину $y(t)$ при нулевых начальных условиях, то можно записать

$$y(t) = y_B(t) + C_1 e^{-at} + C_2 e^{-bt} + C_3 e^{-ct},$$

где $a = \frac{1}{T_1}$, $b = \frac{1}{T_2}$, $c = \frac{1}{T_3}$, C_1, C_2, C_3 определяются начальными условиям до приложения входного сигнала $u_1(t)$, а $y_B(t)$ — вынужденная составляющая. Система устойчива при $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$.

Если начальные условия до приложения управляющего сигнала были нулевыми, то поведение системы может быть рассчитано по передаточной функции

$$W_1(s) = \frac{1 + T_1 s}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)(1 + T_3 s)} = \frac{1}{(1 + T_2 s)(1 + T_3 s)}$$

В этом случае переходный процесс в системе определяется как

$$y(t) = y_B(t) + C_2 e^{-bt} + C_3 e^{-ct}$$

Как следует из последнего выражения, во втором случае система описывается дифференциальным уравнением не третьего, а второго порядка. Система будет устойчивой даже при $a < 0$.

Рассмотренная система будет не полностью управляемой. В ней оказывается $n = 3$, а $\nu = 2$.

При введении второй составляющей управления $u_2(t)$ система оказывается полностью управляемой, и ей будет соответствовать матрица-строка передаточный функций по управлению

$$W(s)\left\| W_1(s)\, W_2(s) \right\| = \left\| \frac{1}{(1 + T_2 s)(1 + T_3 s)}, \frac{1}{(1 + T_1 s)} \right\|.$$

В случае не полностью наблюдаемой системы ее уравнения могут быть представлены в виде

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dx^1}{dt} = A_{11} x^1 + Bu \\ &\frac{dx^2}{dt} = A_{21} x^1 + A_{22} x^2 + B_2 u \\ &u = D_1 x^1 \\ &y = C_1 x^1 \end{aligned}\right\}.$$

Эти уравнения отличаются от (7) тем, что фазовые координаты группы x^2 не входят ни в выражения для y и u, ни в первое уравнение, куда входят фазовые координаты группы x^1. Группа фазовых координат x^2 относится к ненаблюдаемым.

Калманом показано, что порядок первой группы уравнений ν совпадает с рангом матрицы V вида

$$V = \left\| C^1, A \cdot C^1, A^2 \cdot C^1, \cdots A^{n-1} \cdot C^1 \right\|_{n \times nm}.$$

При $\nu = n$ система полностью наблюдаема, при $0 < \nu < n$ — система не полностью наблюдаема, при $\nu = 0$ — система полностью ненаблюдаемая.

На рис. 9 изображен простейший пример. Для него легко показать, что в формировании выхода участвуют только две фазовые координаты из трех.

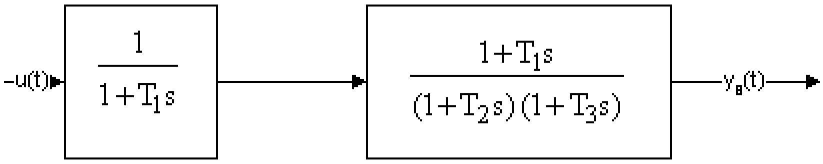


Рис. 9. Пример не полностью наблюдаемой системы

В общем случае система может содержать четыре группы фазовых координат:
управляемую, но ненаблюдаемую часть x^1,
управляемую и наблюдаемую часть x^2,
неуправляемую и ненаблюдаемую часть x^3,
неуправляемую но наблюдаемую част x^4.
Исходные уравнения системы (7) можно для самого общего случая записать следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dx^1}{dt} = A_{11}x^1 + A_{12}x^2 + A_{13}x^3 + A_{14}x^4 + B_1u \\
&\frac{dx^2}{dt} = A_{21}x^1 + A_{22}x^2 + B_2u \\
&\frac{dx^3}{dt} = A_{33}x^3 + A_{34}x^4 \\
&\frac{dx^4}{dt} = A_{44}x^4 \\
&y = C_2x^2 + C_4x^4 \\
&u = D_2x^2 + D_4x^4
\end{aligned}\right\}$$

где E — единичная матрица размера $n \times n$, системы в этом случае содержит четыре сомножителя:

$$|Es - A - BD| = \begin{vmatrix} Es - A_{11} & -A_{12} - B_1D_1 & -A_{13} & -A_{14} - B_1D_4 \\ 0 & Es - A_{22} - B_2D_2 & 0 & -A_{24} - B_2D_4 \\ 0 & 0 & Es - A_{33} & -A_{24} \\ 0 & 0 & 0 & Es - A_{44} \end{vmatrix} =$$
$$= |Es - A_{11}| \bullet |Es - A_{22} - B_2D_2| \bullet |Es - A_{33}| \bullet |Es - A_{44}| = 0$$

Управляемость и наблюдаемость системы в изложенном смысле не всегда совпадает с практическими представлениями. Даже если какая-либо фазовая координата и может быть вычислена по доступным для измерения выходным величинам обработка измеренных величин может быть, во-первых, сложной и, во-вторых, она может быть затруднена наличием помех.

Контрольные вопросы.

1. Приведите физический пример интерпретации управляемости САУ.
2. Дайте определение управляемости САУ.
3. Как определить управляемость САУ?
4. Что понимается под наблюдаемостью САУ?

21 - лекция	Оценка качества перехода с помощью ступенчатых сигналов.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1. Показатели качества 2. Получение графика переходного процесса 3. Показатель колебательности *4.* Интегральные оценки качества
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление об анализе переходных процессов и показателях качества переходных процессов	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятием переходного процесса; • рассказать о показателях качества переходных процессов; • раскрыть систему и механизм действия обратной связи;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • уметь получать график переходного процесса • дать определение понятиям: качество, переходной процесс, сигнал, показатели качества, показатели колебательности, оценки качества; • Назвать основные показатели качества переходных процессов; • дать определение понятию качество системы.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (21-е занятие)

Этапы, время	**Деятельность**	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Дайте определение управляемости САУ. 2. Как определить управляемость САУ? 3. Что понимается под наблюдаемостью САУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Приведите физический пример интерпретации управляемости САУ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Показатели качества По 2 вопросу. Показатель колебательности По 3 вопросу: Интегральные оценки качества Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Показатели качества переходных процессов.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 21

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДА С ПОМОЩЬЮ СТУПЕНЧАТЫХ СИГНАЛОВ.

1. Краткая теория

Качество линейных САР принято характеризовать точностью и быстродействием их работы в переходном и установившемся режимах.

И переходный, и установившийся режимы работы линейной системы могут существовать при подаче изменяющихся воздействий на систему. Отличие заключается в том, что в переходном режиме либо само воздействие, либо некоторые его младшие производные содержат ступенчатые изменения. Некоторое время после скачка величины воздействия или его производной, в системе происходит переходный процесс, а затем, по его окончании система функционирует в установившемся режиме до появления новых скачков воздействий и их производных или до коммутаций, изменяющих структуру схемы.

Качество САР в переходном режиме характеризуется [1] параметрами переходной функции. Переходную функцию модели - реакцию системы на ступенчатое единичное воздействие несложно построить для модели в любой моделирующей программе. Остается только определить время регулирования и перерегулирование, характеризующие в первом приближении быстродействие и точность САР.

Качество САР в установившемся режиме принято характеризовать коэффициентами ошибок [2]. Коэффициенты ошибок можно определить как коэффициенты разложения в ряд Тейлора передаточной функции САР $\Phi_e(s)$ по ошибке, обусловленной воздействием:

(1)

$$\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{X(s)} = \Phi_e(0) + \frac{\Phi_e'(s)\big|_{s=0}}{1!}s + \frac{\Phi_e''(s)\big|_{s=0}}{2!}s^2 + \cdots = c_0 + c_1 s + \frac{c_2}{2}s^2 + \cdots$$

где: c_0-коэффициент ошибки по положению; c_1-коэффициент ошибки по скорости; c_2-коэффициент ошибки по ускорению.

Тогда, очевидно, поведение ошибки регулирования во времени может быть представлено рядом:

$$e(t) = c_0 x(t) + c_1 x'(t) + c_2 x''(t) / 2 + \ldots \quad (2)$$

Из (2) следует, что при заданной допустимой максимальной ошибке регулирования e_m, с привлечением принципа равных влияний, коэффициенты определяют:

- X_m- максимально допустимые отклонения сигнала задания, поступающего на САР, при которых САР обеспечивает требуемую точность слежения: $X_m < e_m/(3c_0)$;
- $\max(dx/dt)$ - максимальную скорость изменения сигнала задания: $\max(dx/dt) < e_m/(3c_1)$;
- $\max(d^2x/dt^2)$ - максимально допустимое ускорение задающего сигнала: $\max(d^2x/dt^2) < 2e_m/(3c_2)$.

Таким образом, коэффициенты c_0, c_1 и c_2 определяют как точность, так и быстродействие системы в установившемся режиме.

Традиционно коэффициенты ошибок находятся путем разложения передаточной функции САР в ряд Лорана (делением числителя передаточной функции на ее знаменатель). В моделирующих программах весьма просто получить отклик САР на степенное воздействие произвольного порядка, а путем несложного анализа изменения ошибок регулирования во времени можно получить и значения коэффициентов ошибок.

Определение коэффициентов ошибок регулирования, которое проиллюстрируем на примере применения программы VisSim, целесообразно проводить в следующем порядке.

Определение коэффициента ошибки по положению c_0:

1. Построить модель главного контура САР (transferFunction + summingJunction + gain), подключить на ее вход генератор ступенчатого сигнала (step), а выход сумматора контура главной обратной связи подключить к осциллографу (plot).
2. Запустить процесс моделирования.

Установившееся значение выходного сигнала сумматора главного контура обратной связи и есть коэффициент ошибки по положению c_0. Действительно, при t стремящемся к ∞, т.е. по окончании переходных процессов, входной сигнал $x(t)=1$, а его производные $x'(t)=0$ и $x''(t)=0$. Поэтому, как следует из (2), $e(t)=c_0$. Статические системы хорошего качества имеют коэффициент c_0 в пределах 0,01..0,1. У астатических систем, имеющих интеграторы в контуре, коэффициент c_0 равен нулю.

2. Статическая САР

2.1. Коэффициент ошибки по положению

Пример определения коэффициента ошибки по положению c_0 для статической САР приведен на рис.1.

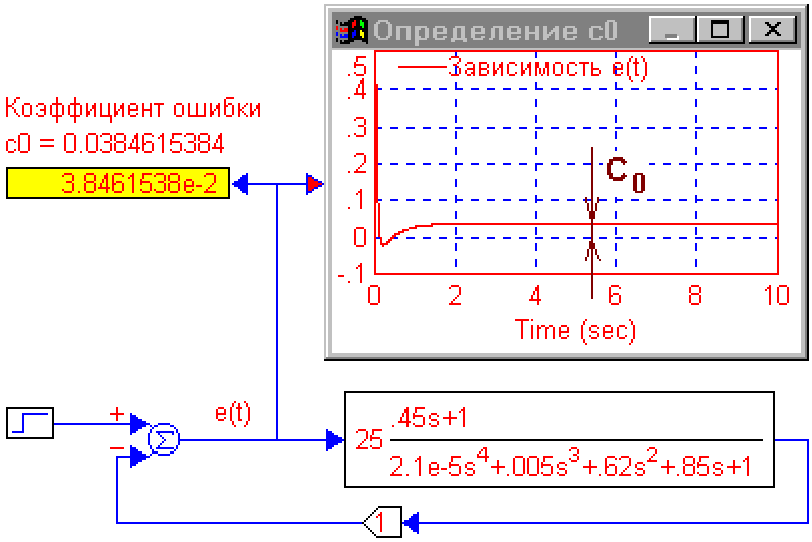


Рис.1. Определение коэффициента ошибки c_0 для статической системы. Значение коэффициента равно установившемуся значению ошибки регулирования

Отметим, что хотя для практического использования достаточно знать величину c_0 с точностью в две - три значащих цифры, но для того, чтобы далее, в программе VisSim, достаточно точно определять значения коэффициентов c_1и c_2 необходимо определять значение коэффициента c_0 с точностью 6..8 значащих цифр. Это легко сделать, изменяя масштаб осциллограммы - выделяя ее участок левой кнопкой мыши и удерживая при этом клавишу Ctrl, хотя более удобно использовать цифровой индикатор (display).

2.2. Коэффициент ошибки по скорости

Определение коэффициента ошибки по скорости c_1 целесообразно проводить следующим образом. Заменить в предыдущей схеме ступенчатое воздействие на линейно растущее воздействие (ramp): $x(t)=1_0(t)\cdot t$,где $1_0(t)$- единичная ступенчатая функция Хэвисайда. Имея виду, что по окончании переходного процесса, $x'(t)=1$, $x''(t)=0$ и учитывая (2) получим:

$$e(t) = c_0 t + c_1. \quad (3)$$

Отсюда

$$c_1 = e(t) - c_0 t. \quad (4)$$

Как видно, для получения значения c_1 следует из установившегося значения ошибки $e(t)$ вычесть линейно растущую величину $c_0 t$, определяющую зависимость установившегося значения ошибки от величины сигнала. Схема и осциллограмма примера определения коэффициента ошибки по скорости приведена на рис.2.

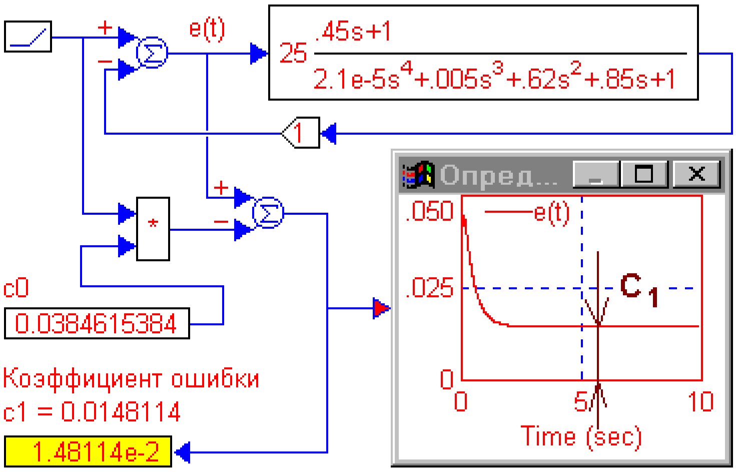


Рис.2. Определение коэффициента ошибки по скорости c_1. Значение ошибки, численно равное коэффициенту c_1, следует определять по окончании переходного процесса

О достаточной степени точности определения коэффициента c_0 можно судить по осциллограмме рис.2. Если этот коэффициент задан недостаточно точно, то по окончании переходного процесса, хорошо наблюдаемого на осциллографе, график осциллограммы на рис.2 будет убывать или возрастать. Для устранения этого, можно вернуться к схеме рис.1 и там уточнить значение c_0. Уточнение можно провести и подбором этого значения в схеме рис.2, добиваясь того, чтобы график установившегося процесса проходил горизонтально на отрезке времени, значительно превышающем длительность переходного процесса.

2.3. Коэффициент ошибки по ускорению

Определение коэффициента ошибки по ускорению c_2 выполним следующим образом. На исследуемую САР следует подать параболу:

$$x(t) = 1_0(t)t^2/2!\ .$$

По окончании переходного процесса производные примут вид: $x'(t)=t$, $x''(t)=1$, а старшие производные степени к для всех $\kappa>2$ равны нулю: $x^{(\kappa)}(t)=0$. Таким образом, в установившемся режиме выражение (2) для ошибки примет вид:

$$e(t) = c_0 t^2/2 + c_1 t + c_2/2\ . \qquad (5)$$

Отсюда может быть найдено значение c_2:

$$c_2 = 2\,(e(t) - c_0\, t^2/2 - c_1\, t)\ . \ (6)$$

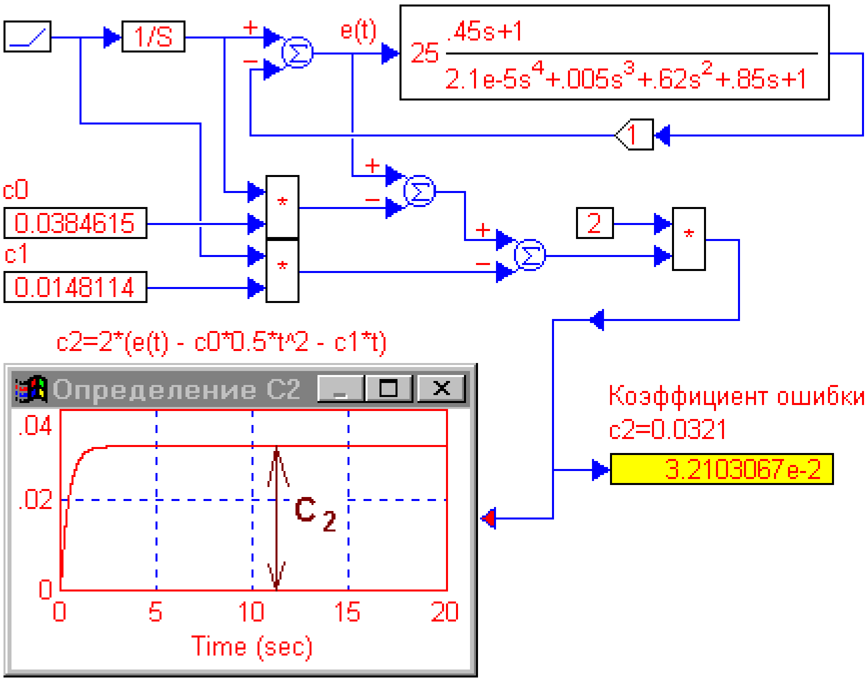


Рис.3. Схема для определения коэффициента ошибки c_2 САР по ускорению и осциллограмма с указанным значением коэффициента. Параболическое воздействие формирует интегратор, интегрирующий линейно растущий сигнал

Схема рис.3 позволяет при необходимости уточнить значения младших коэффициентов ошибок. Критерием здесь, как и ранее служит требование горизонтальности графика в течение времени, значительно, в 10..100 раз, превышающего длительность переходного процесса.

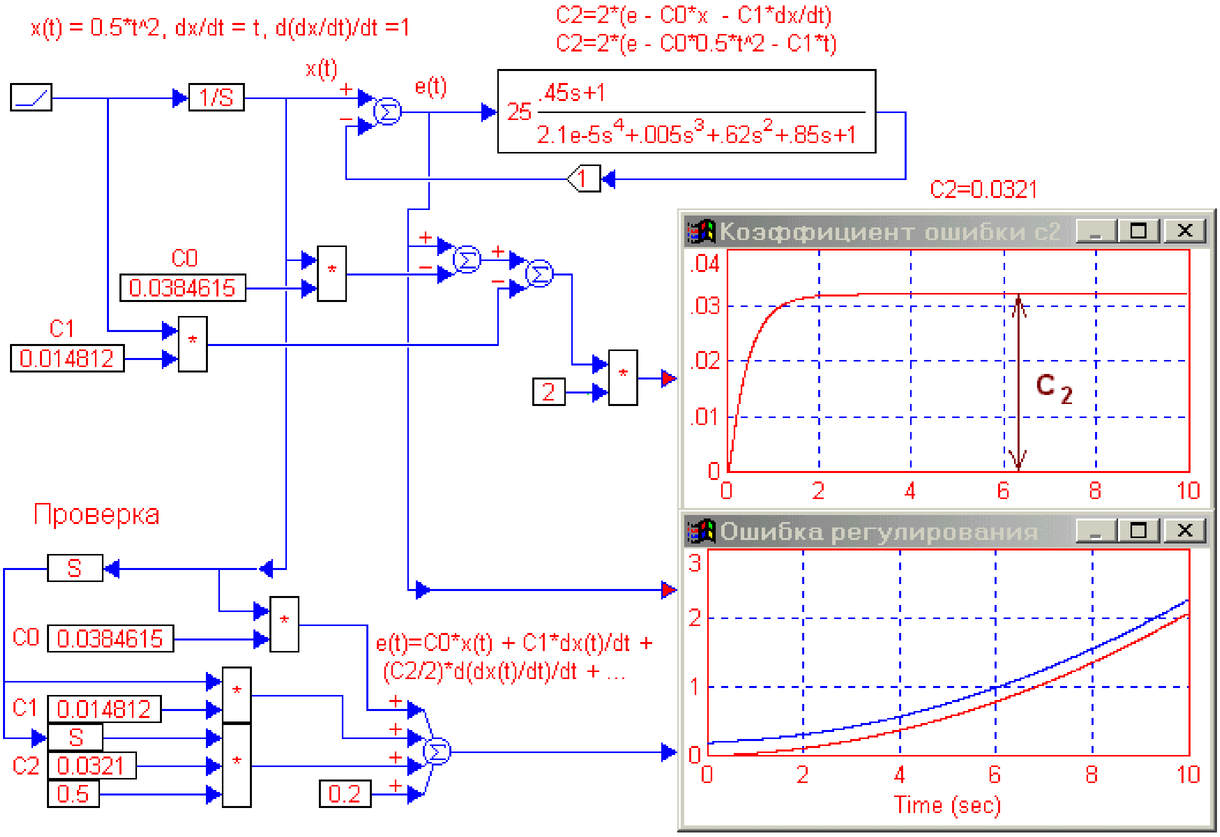


Рис.4. Проверка правильности определения коэффициентов ошибок. На нижней осциллограмме приведены: сигнал ошибки e(t) непосредственно из модели САР (красная кривая) и сигнал ошибки, вычисленный с помощью полученных ранее значений коэффициентов ошибок (синяя кривая). Второй график поднят на 0,2 для удобства сравнения кривых. Как видно, они совпадают, что свидетельствует о правильности определения коэффициентов ошибок. При данном воздействии и интервале наблюдения основной вклад в ошибку вносит слагаемое с коэффициентом ошибки по положению c_0.

Отметим, что выбор метода интегрирования VisSim'a в данном примере мало сказывается на результатах определения коэффициентов ошибок.

Как следует из (1), коэффициенты ошибок могут быть получены и разложением передаточной функции САР по ошибке, обусловленной заданием, в ряд Тейлора. Ниже, для сравнения с результатами VisSim'a, разложение проведено в программе Mathcad 2000:

$$W(p) := 25 \cdot \frac{(0.45p + 1)}{2.1 \cdot 10^{-5} \cdot p^4 + 0.005 \cdot p^3 + 0.62p^2 + 0.85p + 1}$$

$$\Phi e(p) := \frac{1}{1 + W(p)}$$

$$\Phi e(p) \text{ series}, p, 3 \rightarrow \frac{1}{26} + 1.4792899408284023668 \cdot 10^{-2} \cdot p + 1.6044606281292671825 \cdot 10^{-2} \cdot p^2$$

$$c0 = \frac{1}{26} = 0.0384615385 \quad c1 = 0.01479 \quad c2 = 2 \cdot \left(1.6044606281292671825 \cdot 10^{-2}\right) = 0.0321$$

Как видно, для рассмотренного примера, коэффициенты c_0 и c_2 совпадают в обеих программах с точностью выше четырех значащих цифр, а коэффициент c_1 совпадает только с точностью в три значащих цифры, что впрочем вполне достаточно для практики, но, тем не менее, характеризует и точность, достижимую в программах. Не всегда длинный ряд цифр в числе свидетельствует о его точности.

3. Астатическая САР

Пример определения коэффициентов ошибок для астатической системы с первым порядком астатизма приведен на рис.5. Модель получена из предыдущей модели добавлением ПИ-регулятора. Наличие интегратора в контуре обеспечивает равенство нулю коэффициента ошибки c_0.

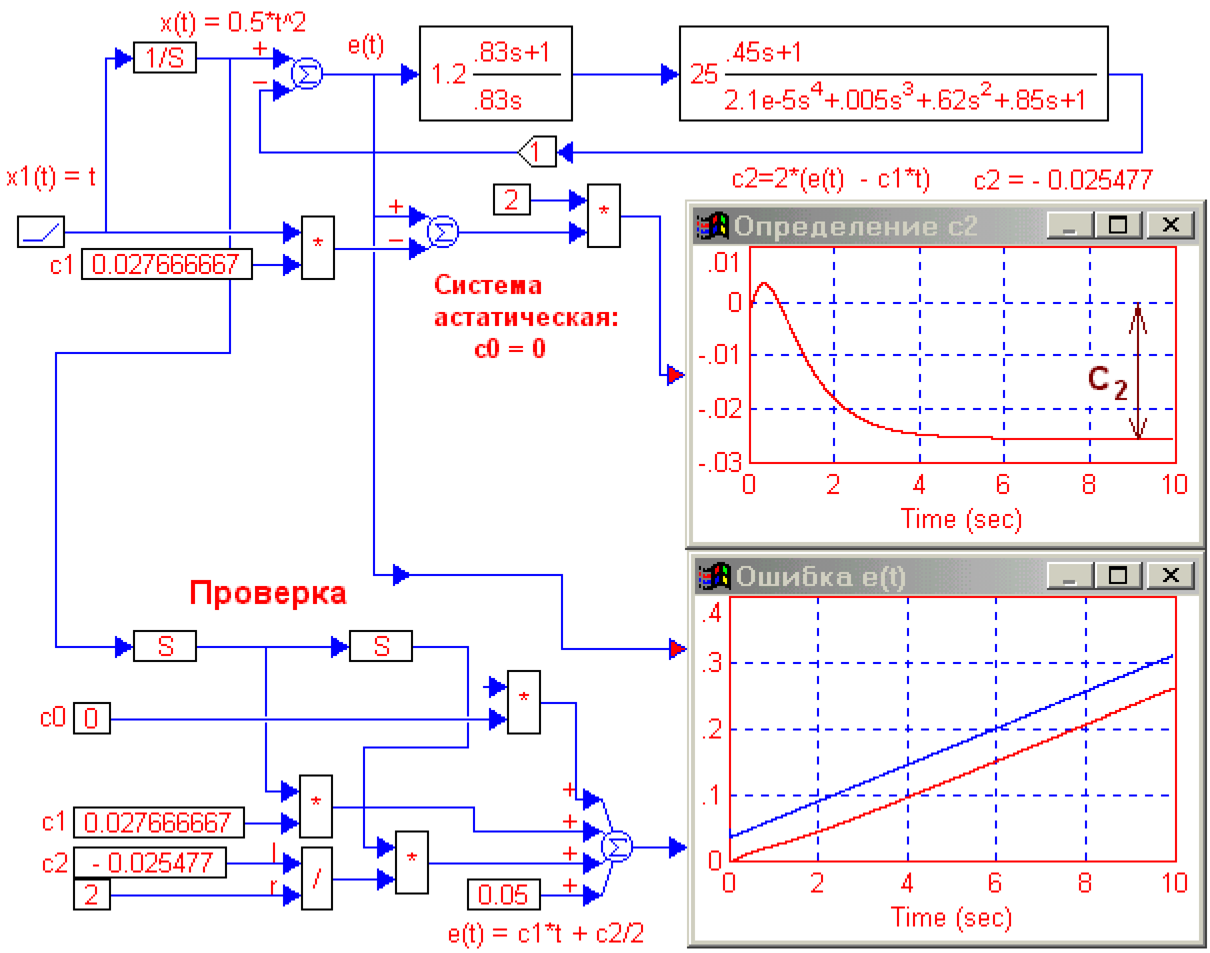


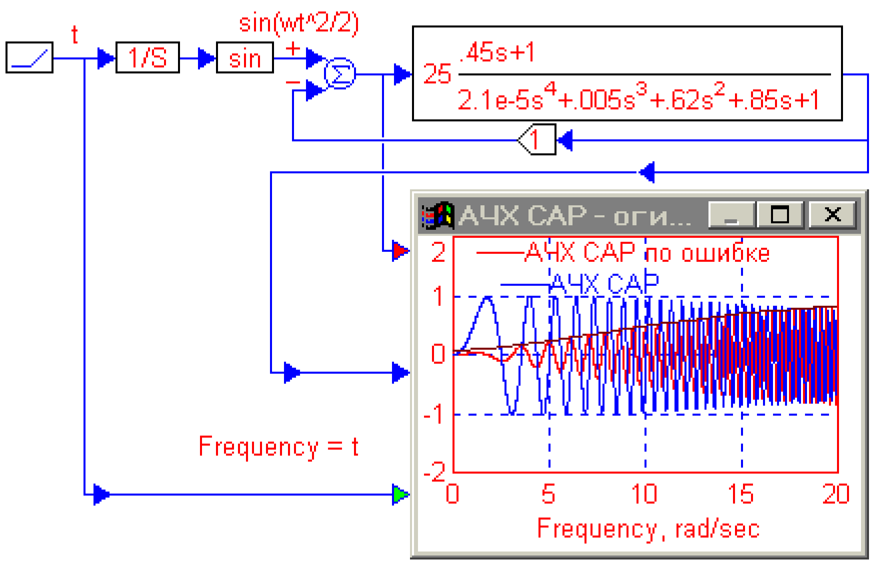
Рис.5. Схемы для определения коэффициента ошибки по ускорению c_2 астатической САР и проверки правильности определения коэффициентов ошибок. Синий график на нижней осциллограмме приподнят на величину 0,05 для удобства сравнения величин ошибок. Как видно, по окончании переходного процесса, примерно через 3 сек, значение ошибки e(t), определенное с помощью коэффициентов ошибок растет линейно, как и положено при параболическом воздействии на систему первого порядка астатизма, и совпадает с ошибкой модели. Значение коэффициента c_2 для получения более высокой точности целесообразно определять в этом примере при длительности развертки осциллографа, равной 100сек

Отметим, что во втором примере, в случае астатической системы, результат определения коэффициента c_2 более существенно зависит от метода интегрирования, чем в первом. В диаграмме рис.5 применялся метод Эйлера.

4. Качество САР при гармоническом воздействии

Наряду со степенным воздействием важным характерным сигналом, поддерживающим установившийся режим работы САР, является синусоидальный сигнал. Качество работы САР в условиях воздействия на нее синусоидального сигнала полезно характеризовать амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) САР по тому же каналу ошибки, обусловленной заданием. К сожалению, на сегодняшний день программа VisSim неправильно масштабирует графики при переходе от логарифмического масштаба к натуральному масштабу. В такой ситуации можно применить различные альтернативные способы построения АЧХ, из которых наиболее простым в реализации является применение сигнала с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). Результат здесь представляется в не очень изящной форме, но для практических целей годится.

На рис.6 показана схема для построения АЧХ с использованием ЛЧМ сигнала и осциллограммы сигналов ошибки регулирования и выходного сигнала САР. Нижний вход осциллографа служит для создания развертки по частоте (следует поставить галочку "XY plot" в свойствах осциллографа).



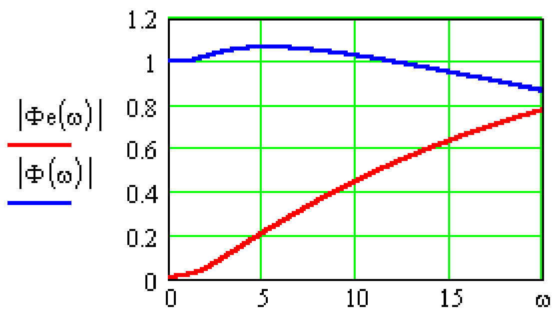


Рис.6. Использование ЛЧМ сигнала для построения АЧХ САР. Огибающие частотно-модулированного сигнала и представляют собой амплитудно-частотные характеристики (АЧХ). Внизу показаны для сравнения те же характеристики, построенные в программе Mathcad 2000

Как видно на рис.6, амплитуда сигнала ошибки достигает значительных величин уже тогда, когда величина выходного сигнала снижается еще незначительно. Это обусловлено тем, что передаточные функции связаны соотношением:

$$\Phi_з(s) + \Phi_{ез}(s) = 1 \quad (7)$$

Критерием быстродействия САР при использовании АЧХ САР может служить граничная частота, на которой усиление составляет 0,707 исходного. Для схемы рис.7 это примерно 20 рад/сек. Сигналы произвольной формы, спектр которых ограничен сверху частотой, меньшей чем граничная, будут отрабатываться САР с удовлетворительной точностью.

Коэффициенты ошибок САР характеризуют ее точность и быстродействие в установившемся режиме работы при отработке степенных воздействий. Поскольку произвольное гладкое воздействие может быть разложено в степенной ряд, то коэффициенты ошибок могут характеризовать качество САР и при произвольном сигнале, позволяя определять динамические ошибки регулирования.

Коэффициенты ошибок САР могут быть определены в моделирующих программах как установившиеся постоянные значения ошибок слежения при степенных воздействиях различных порядков. Точность определения значений младших коэффициентов ошибок для получения верного значения старшего коэффициента должна быть достаточно высокой: 6..8 знаков.

Качество САР при отработке гармонического воздействия характеризуется АЧХ САР по каналу ошибки, обусловленной заданием или возмущением. АЧХ может быть построена с использованием синусоидального сигнала с линейной частотной модуляцией.

Учитывая некоторые особенности и недоработки хорошей в общем программы VisSim, для уверенности в результатах, целесообразно проводить и контрольные расчеты в другой моделирующей программе или в Mathcad'e.

22 - лекция	Оценка качества гармонических эффектов.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1. Взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией 2. Взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками 3. О начальном участке переходной характеристики
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о частотном методе анализа, об оценках качества переходного процесса по вещественной частотной характеристике	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятием частотный метода анализа; • рассмотреть взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией; • рассмотреть взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • знать постановку задачи синтеза статических режимов; • знать о методах оценки качества процессов для вычисление переходной характеристики системы; • дать определение понятиям: частотный метод, переходной процесс, переходная функция, импульсная характеристика, частотная характеристика. • знать какова взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (22-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Какой называют режим работы статическим (установившимся)? 2. Какую систему управления называют статической? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Из каких двух составляющих складывается полная ошибка регулирования? В каких системах особое значение имеет статическая ошибка?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией По 2 вопросу. Взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками По 3 вопросу: О начальном участке переходной характеристики Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключи-тельный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Частотный метод анализа.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 22.
ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ГАРМОНИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ.

План:
1. Взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией
2. Взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками
3. О начальном участке переходной характеристики

В большинстве случаев аналитическое вычисление переходной характеристики системы является трудоемкой задачей, поэтому используют косвенные методы оценки качества процессов.
Известно, что между переходными и частотными характеристиками системы, которые легко вычисляются, а также могут быть получены экспериментальным путем, существует однозначное соответствие. Поэтому качество переходных процессов можно исследовать непосредственно по ее частотным характеристикам.
Отметим, что частотный метод анализа позволяет оценить реакцию системы на входное воздействие v(t) при нулевых начальных условиях.

1. Взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией

Будем рассматривать линейную систему с известной передаточной функцией

$$W(p) = \frac{y(p)}{v(p)},$$

от которой с помощью замены p на jω перейдем к ее частотной характеристике W(jω).
Соответствие между импульсной переходной функцией и частотной характеристикой устанавливает обратное преобразование Фурье

$$g(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} W(j\omega)\,\ell^{j\omega t}d\omega . \qquad (1)$$

Представим частотную характеристику W(jω) следующим образом:

$$W(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega), \qquad (2)$$

а экспоненту $\ell^{j\omega t}$ на основе формулы Эйлера запишем в виде:

$$\ell^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t . \qquad (3)$$

В результате подстановки (2) и (3) в выражение (1) получим

$$g(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\{R(\omega)\cos\omega t-I(\omega)\sin\omega t\}-j\{I(\omega)\cos\omega t+R(\omega)\sin\omega t\}\right]d\omega$$

Импульсная переходная функция является вещественной, поэтому в последнем выражении мнимая часть должна быть равна нулю. Это нетрудно показать.

Здесь cos ω t есть четная функция частоты, а sin ω t - нечетная. Вещественная часть R(ω) содержит четные степени частоты, $R(\omega)=R(\omega^2,\omega^4,\ldots),$ и является четной функцией; мнимая часть, $I(\omega)=I(\omega,\omega^3,\ldots)$ - нечетная. Следовательно, произведения R(ω)sin ω t и I(ω)cos ω t представляют собой нечетные функции, а интегрирование их суммы во всем диапазоне частот дает

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[I(\omega)\cos\omega t+R(\omega)\sin\omega t\right]d\omega=0.$$

Таким образом, выражение для импульсной переходной функции принимает вид:

$$g(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[R(\omega)\cos\omega t-I(\omega)\sin\omega t\right]d\omega. \qquad (4)$$

В (4) подынтегральная функция четная, поэтому можно перейти к интегрированию по положительным частотам и удвоить результат, что дает

$$g(t)=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\left[R(\omega)\cos\omega t-I(\omega)\sin\omega t\right]d\omega. \qquad (5)$$

Здесь время t является параметром, так как интегрирование осуществляется по ω. В то же время известно, что импульсная переходная функция при t < 0 отсутствует, то есть g(-t) = 0. Это свойство используем для упрощения выражения (5), где в результате замены t на -t получим:

$$g(-t)=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\left[R(\omega)\cos\omega t+I(\omega)\sin\omega t\right]d\omega=0.$$

Отсюда следует

$$\int_{0}^{\infty}R(\omega)\cos\omega t\,d\omega=-\int_{0}^{\infty}I(\omega)\sin\omega t\,d\omega. \qquad (6)$$

После подстановки (6) в (5) получим два соотношения для импульсной переходной функции:

$$g(t)=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\infty}R(\omega)\cos\omega t\,d\omega. \qquad (7)$$

$$g(t)=-\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\infty}I(\omega)\sin\omega t\,d\omega. \qquad (8)$$

В расчетной практике чаще используется вещественная частотная характеристика и соотношение (7).
Обычно для анализа бывает необходима переходная характеристика, поэтому установим ее связь с вещественной частотной характеристикой.

2. Взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками

Поскольку переходная характеристика связана с импульсной переходной функцией соотношением

$$h(t) = \int_0^t g(\tau)\, d\tau \quad ,$$

то после подстановки в него (5) получим

$$h(t) = \int_0^t \left[\frac{2}{\pi} \int_0^\infty R(\omega) \cos \omega\, t \, d\omega \right] d\tau \; .$$

Здесь произведение R(ω)cosωt - функция двух переменных, поэтому изменим порядок интегрирования и запишем

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left[\int_0^t R(\omega) \cos \omega \tau \, d\tau \right] d\omega \; .$$

В результате получим следующее соотношение, связывающее переходную и вещественную частотную характеристику:

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty R(\omega) \frac{\sin \omega\, t}{\omega} d\omega \; . \qquad (9)$$

Типичный вид вещественной частотной характеристики, которая может быть получена экспериментально, представлен на рис. 1.

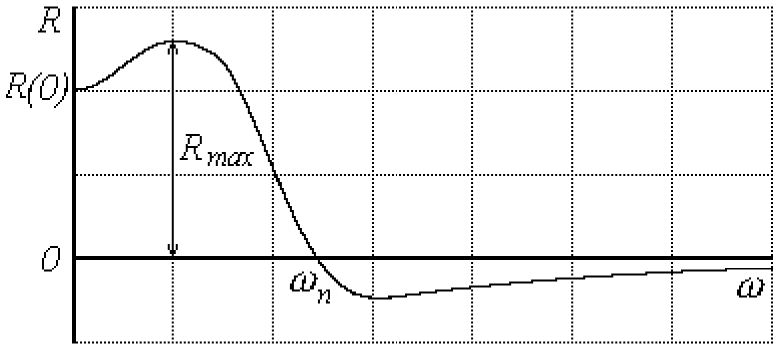


Рис. 1. Вещественная частотная характеристика системы

В теории управления были разработаны различные способы вычисления переходной характеристики при аппроксимации R(ω) различными функциями, например, метод трапеций и треугольников.

В настоящее время необходимость в них отпала, так как с помощью средств вычислительной техники можно с достаточной степенью точности построить характеристики h(t).

Однако, выражение (9) используется для оценки вида переходного процесса без построения всей кривой h(t).

3. О начальном участке переходной характеристики

Используя частотный метод, можно оценить не только начальное значение переходного процесса, но и его вид на начальном участке.
Рассмотрим систему с передаточной функцией общего вида:

$$W(p)=\frac{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1}+\dots+b_0}{p^n + a_n p^{n-1}+\dots+a_1}.$$

Заменив p на jω, перейдем к ее частотной характеристике

$$W(j\omega)=\frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1}+\dots+b_0}{(j\omega)^n + a_n(j\omega)^{n-1}+\dots+a_1}.$$

Известно, что начальное значение переходного процесса определяет конец частотной характеристики, поэтому в (10) устремим $\omega \to \infty$. При этом доминирующими слагаемыми в числителе и знаменателе будут $(j\omega)$ в старшей степени, и (10) вырождается в

$$W(j\omega)=\frac{b_m(j\omega)^m}{(j\omega)^n}.$$

Частотную характеристику (11) имеет интегратор (n-m) порядка, следовательно, и начальный участок переходного процесса соответствует интегратору (n-m) порядка.
В случае, когда передаточная функция системы n-го порядка содержит в числителе просто коэффициент, начальный участок переходного процесса соответствует кривой n-го порядка.

Контрольные вопросы:

1. Какие используют методы оценки качества процессов для вычисление переходной характеристики системы ?
2. По каким характеристикам можно исследовать качество переходных процессов?
3. Что позволяет анализ частотного метода оценить?
4. Какова взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией?
5. Какая переходная функция является вещественной?
6. Какова взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками ?
7. Какие оценки качества переходного процесса вы знаете?

8. Что можно определить используя частотный метод?

23 - лекция	Корневые методы оценки качества.

Технология обучения на лекции

Количество студентов: 38-44 чел.	**Время - 2 часа**
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция
План лекции	1. Корневые оценки переходного процесса 2. Анализ систем низкого порядка
Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о корневом методе анализа, корневых оценках переходного процесса.	
Задачи преподавателя: • ознакомить с понятием корневого метода анализа; • рассказать об основных корневых оценках переходного процесса; • рассказать о принципах определения коэффициента демпфирования d;	*Результаты учебной деятельности:* Студент должен: • знать постановку задачи корневого метода анализа; • знать о принципах определения основных корневых оценках переходного процесса; • дать определение понятиям: частотный метод, колебательность, корневой метод, переходной процесс, корневая оценка, коэффициент демпфирования; • дать определение понятию колебательности системы.
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения	Аудитория.

Технологическая карта лекции (23-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	**Студентов**
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятие задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Какие используют методы оценки качества процессов для вычисление переходной характеристики системы? 2. По каким характеристикам можно исследовать качество переходных процессов? 3. Что позволяет анализ частотного метода оценить? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Какова взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией? Какая переходная функция является вещественной?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Корневые оценки переходного процесса? По 2 вопросу. Анализ систем низкого порядка? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1.Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Анализ систем низкого порядка.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

ЛЕКЦИЯ 23

КОРНЕВЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА

План:
1. Корневые оценки переходного процесса
2. Анализ систем низкого порядка

Корневой метод анализа, в отличие от частотного, позволяет исследовать реакцию системы на начальные условия и может применяться как для одноканальных, так и для многоканальных систем.

Так для одноканальных систем типа

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x \in R^n \\ y = Cx, & (y, u) \in R^1 \end{cases}, \qquad (1)$$

общая реакция на входной сигнал при ненулевых начальных условиях описывается соотношением

$$y(t) = C\ell^{At}x(0) + C\int_0^t \ell^{A(t-\tau)}Bu(\tau)\,d\tau,$$

Нас интересует первая составляющая, представляющая собой линейную комбинацию мод :

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i \ell^{\lambda_i t}\gamma_i \,,$$

где γ_i - корни характеристического уравнения.

Каждая мода эквивалентна решению системы первого или второго (если корни комплексно - сопряженные) порядка, причем скорость затухания соответствующей экспоненты зависит от численного значения γ_i.Поэтому на основе корней характеристического уравнения можно оценить граничные составляющие переходного процесса: самую быструю, самую колебательную моду и т.п.

1. Корневые оценки переходного процесса

Будем рассматривать характеристическое уравнение системы

$$A(p) = p^n + a_n p^{n-1} + \cdots + a_1 = 0$$

с корнями $\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$, которые изобразим на комплексной плоскости.

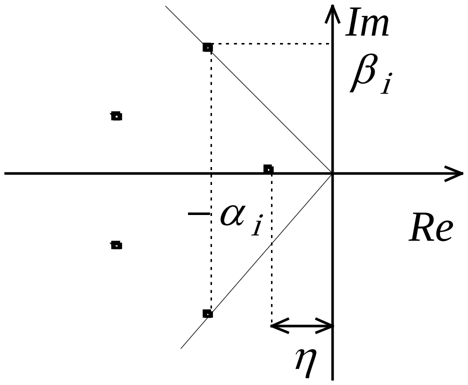


Рис. 1. Корневой портрет системы

Наиболее удаленные от мнимой оси корни (имеющие $\max\left|\operatorname{Re}\lambda_i\right|$) определяют моды, затухающие быстрее всего. Корни характеристического уравнения, расположенные ближе всего к мнимой оси (с $\min\left|\operatorname{Re}\lambda_i\right|$, дают наиболее медленно затухающие моды, которые и определяют длительность переходного процесса.

Поэтому корневой оценкой быстродействия служит расстояние до мнимой оси ближайшего к ней корня, то есть

$$\eta = \min\left|\operatorname{Re}\lambda_i\right|. \qquad (2)$$

В случае, когда статическая ошибка $\Delta^{\circ} \cong$ 5%, можно приближенно оценивать время переходного процесса (время попадания в 5% зону) по соотношению:

$$t_n \cong \frac{3}{\eta}. \qquad (3)$$

Колебания в системе будет наблюдаться только в том случае, когда характеристическое уравнение содержит комплексно - сопряженные корни $\lambda_{i,i+1} = -\alpha_i \pm j\beta_i$. Склонность системы к колебаниям характеризует величина

$$\mu = \frac{\beta_i}{\alpha_i}, \qquad (4)$$

которая называется колебательностью. Чем больше μ, тем более колебательными будут переходные процессы системы и наоборот. При $\mu = 0$ колебания отсутствуют, процессы будут носить апериодический характер. Обычно допустимая колебательность системы $\mu = 1.57$

2. Анализ систем низкого порядка

1) Система 1-го порядка

Качество процессов в системе 1-го порядка, которая описывается с помощью стандартной передаточной функции,

$$W(p)=\frac{y(p)}{v(p)}=\frac{k}{Tp+1}, \qquad (5)$$

зависит от коэффициента усиления k и постоянной времени T.

Реакция системы на входное воздействие типа v = const представляет собой экспоненту, скорость затухания которой определяется параметром T, а установившееся значение (статика) для выходной переменной соответствует выражению

$$y^0=W(0)\ v=kv. \qquad (8)$$

Процесс считают закончившимся, когда выходная переменная достигает установившегося значения с точностью не менее 5% .

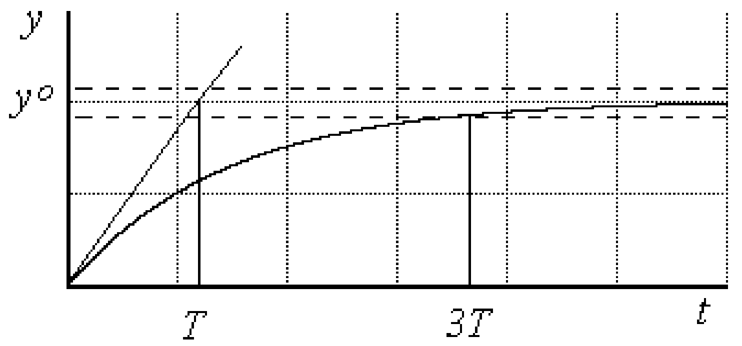


Рис. 2. Переходный процесс в системе 1-го порядка

Система (7) имеет только один корень характеристического уравнения, поэтому $\eta = 1/T$, а время переходного процесса в соответствии с (3)

$$t_n \approx 3T, \qquad (9)$$

2) Система 2-го порядка

Стандартное описание такой системы следующее:

$$W(p)=\frac{y(p)}{v(p)}=\frac{k}{T^2p^2+2dTp+1}. \qquad (10)$$

Переходные процессы в ней зависят от трех параметров: коэффициента усиления k, который определяет установившееся значение для выходной переменной в соответствии с выражением (?); постоянной времени T и коэффициента демпфирования d.

В литературе приводятся нормированные переходные характеристики в зависимости от d. Качественный вид их представлен на рис. 3.

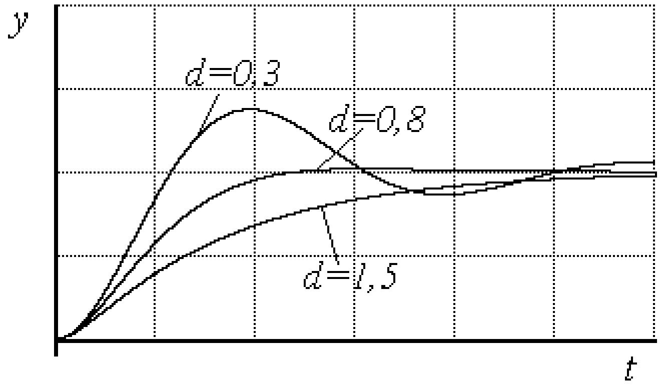


Рис. 3. Переходные процессы в системе 2-го порядка

В системе 2-го порядка время переходного процесса зависит не только от постоянной времени T, но и от коэффициента демпфирования d, поэтому для его приближенной оценки можно пользоваться соотношением (9), если d изменяется в диапазоне $0{,}5 \le d \le 1$.

Корни характеристического уравнения системы следующие:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 - 1}}{T},$$

что позволяет определить колебательность (при d < 1) в виде

$$\mu = \frac{\sqrt{1 - d^2}}{d} = \mu(d).$$

Таким образом, коэффициент демпфирования d определяет колебательность системы, а следовательно, и ее перерегулирование.

3) Система 3-го порядка

Стандартная передаточная функция системы имеет вид:

$$W(p) = \frac{y(p)}{v(p)} = \frac{k}{T^3 p^3 + AT^2 p^2 + BTp + 1}. \qquad (11)$$

Таким образом, переходные процессы в ней определяют уже четыре параметра: k, T, A и B.

Установившееся значение для выходной переменной соответствует выражению (8), то есть зависит только от коэффициента усиления k, инерционность процессов зависит от T, а колебательные свойства системы определяются параметрами A и B.

Для исследования этой зависимости используется диаграмма Вышнеградского, полученная им в 1876 году на основе характеристического уравнения

$$T^3 p^3 + AT^2 p^2 + BTp + 1. \qquad (12)$$

Поскольку при оценке колебательности быстродействие нас не интересует, перейдем к нормированному характеристическому уравнению заменой в (12) Тр оператором q:

$$q^3 + Aq^2 + Bq + 1 = 0, \qquad (13)$$

где А и В - параметры Вышнеградского.

Введем в рассмотрение область значений параметров А и В и нанесем границу устойчивости, соответствующую условию:

$$A\,B = 1\,. \qquad (14)$$

Разобьем ее на подобласти с различным распределением корней характеристического уравнения (13), а значит и видом переходных процессов (рис. 4).

Чтобы оценить вид переходного процесса, необходимо отметить точку с соответствующими значениями параметров А и В на диаграмме Вышнеградского.

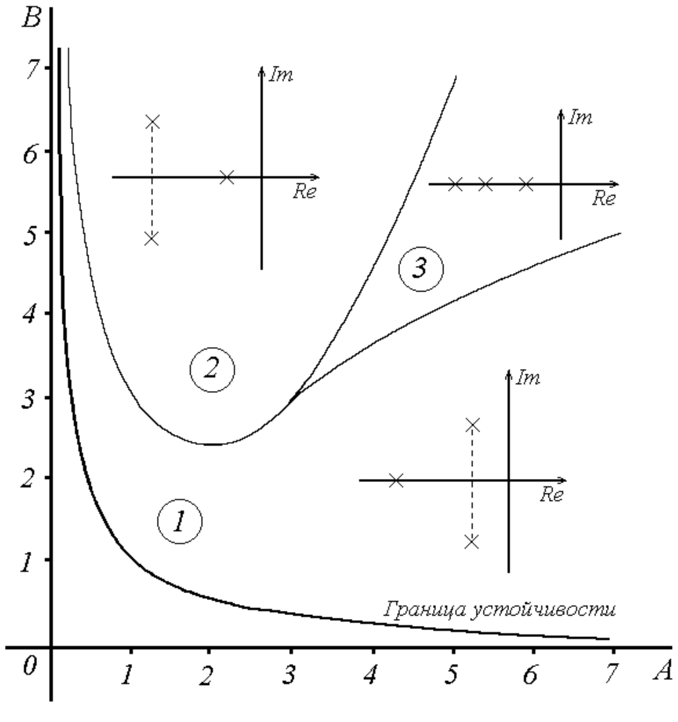


Рис. 4. Диаграмма Вышнеградского

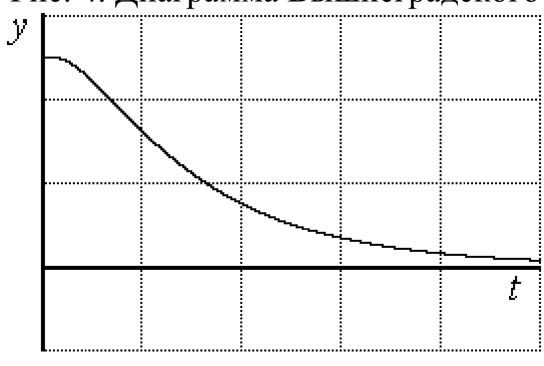


Рис. 5. Переходные процессы в системе с вещественными корнями

Если она попала в область, где все корни вещественные (область 3), процесс будет иметь апериодический характер (рис.5.23).

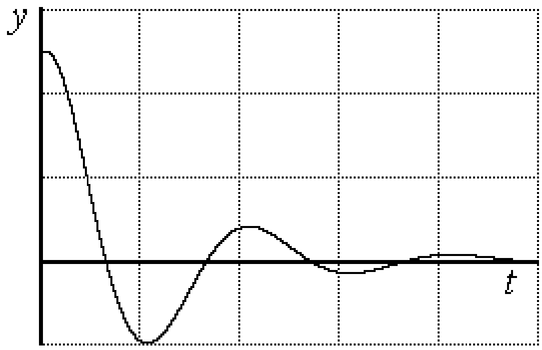


Рис. 6. Колебательные процессы

Если точка соответствует области 1, где ближайшей к мнимой оси будет пара комплексно - сопряженных корней, то это - область колебательных процессов (рис.6.).

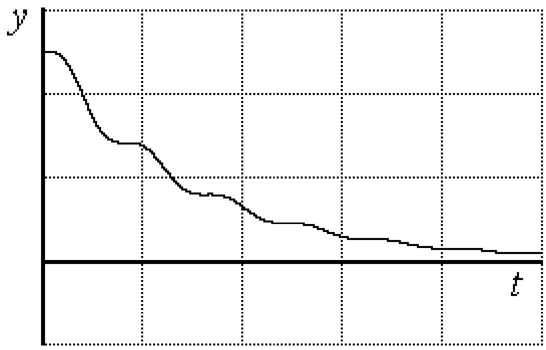


Рис. 7. Монотонные процессы

В случае, когда вещественный корень располагается ближе к мнимой оси, чем пара комплексно - сопряженных (область 2), колебательная составляющая затухает быстрее, и процессы будут носить монотонный характер.

Контрольные вопросы:

1. Что позволяет исследовать в отличие от частотного метода корневой метод ?
2. Что можно оценить на основе корней характеристического уравнения ?
3. Какие корневые оценки переходного процесса вы знаете?
4. Что называется колебательностью?
5. С помощью какой стандартной передаточной функции описывается качество процессов в системе 1-го порядка?
6. От каких трех параметров зависят переходные процессы системы 2-го порядка?
7. Что определяет коэффициент демпфирования d ?

Какова стандартная передаточная функция системы 3-го порядка?