

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI
NAVOIY DAVLAT KONCHILIK INSTITUTI
“AVTOMATLASHTIRISH VA BOSHQARUV” KAFEDRASI**



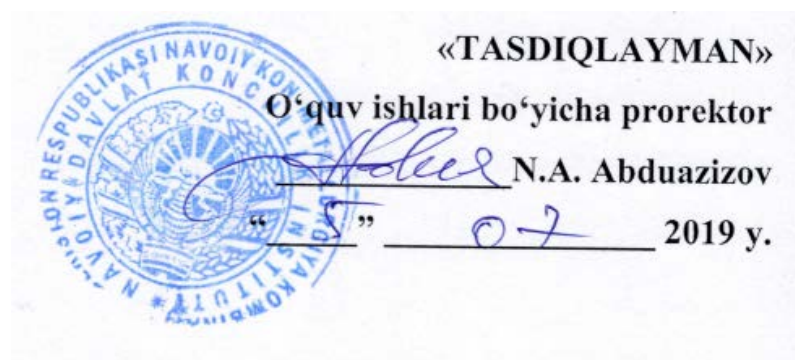
AVTOMATIK BOSHQARISH NAZARIYASI

fanidan o‘quv uslubiy majmua

Bilim sohasi: 300 000 – *Ishlab chiqarish va texnik soha*
Ta’lim sohasi: 310 000 – *Muhandislik ishi*
Ta’lim yo‘nalishi: 5311000 – *Texnologik jaryonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish va boshqaruv (tarmoqlar bo‘yicha)*

NAVOIY - 2019y

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI
NAVOIY DAVLAT KONCHILIK INSTITUTI
ENERGO – MEXANIKA FAKULTETI
“AVTOMATLASHTIRISH VA BOSHQARISH” KAFEDRASI



AVTOMATIK BOSHQARISH NAZARIYASI
fanidan

O'QUV USLUBIY MAJMUA

O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligining 2019 yil ____ avgustdagi ____ – sonli buyrug‘i bilan tasdiqlangan “Avtomatik boshqarish nazariyasi” fani dasturi asosida ishlab chiqilgan.

Tuzuvchilar:

Botirov Tulkin Vafokulovich – “Avtomatlashtirish va boshqaruv” kafedrasida dotsenti.

Ismoilov Muxriddin – “Avtomatlashtirish va boshqaruv” kafedrasida assistenti.

Taqrizchilar:

O‘rinov SHERALI Raufovich–texnika fanlari nomzodi, dotsent, NDKI.

Xudayarov Uktam Norpulatovich – Ishlab chiqarishni avtomatlashtirish bo‘limi boshlig‘i o‘rinbosari NKMK.

O‘quv-uslubiy majmua “Avtomatlashtirish va boshqaruv” kafedrasining yig‘ilishida muxokama qilingan va tasdiqlangan (№ ____ Bayonnoma, “28” iyun 2019 y.).

Kafedra mudiri: _____ **J.O. Jumaev**

O‘quv-uslubiy majmua NDKI Energo – mexanika fakultetining yig‘ilishida muxokama qilingan va tasdiqlangan (№ 10 Bayonnoma, “2” iyul 2019 y.).

Energo-mexanika fakulteti dekani: _____ **A.I.Qarshibaev**

O‘quv-uslubiy majmua NDKI o‘quv-uslubiy kengashida muxokama qilingan va tasdiqlangan (№ 7 Bayonnoma, “5” iyul 2019 y.)

O‘quv-uslubiy kengash kotibasi: _____ **M.J. Normatova**

O‘quv-uslubiy bo‘lim boshlig‘i: _____ **I.A. Karimov**

Mundarija

O'QUV MATERIALLARI	
Ma'ruzalar matni (1-qism)	
1-mavzu. Boshqarish to'g'risida tushuncha. Boshqarish sistemalarini qurish prinsiplari. Avtomatik boshqarish sistemalariga misollar.	
2-mavzu. Boshqarishning fundamendal prinsiplari. Avtomatik boshqarish sistemalarining sinflanishi.	
3-mavzu. Avtomatik boshqarishning asosiy ko'rinishlari. Stabillash. Programmali boshqarish. Kuzatuvchi sistemalar. Optimal boshqarish. Adaptiv sistemalar. Rostlashning asosiy qonunlari.	
4-mavzu. Dinamika va statika tenglamalari. Chiziqlantirish.	
5-mavzu. Laplas almashtirishi va uning xossalari.	
6-mavzu. Tipik kirish signallari.	
7-mavzu. Uzatish funksiyalari. Uzatish funksiyalariga misollar.	
8-mavzu. Chastotaviy xarakteristikalar. Vaqt xarakteristikalari.	
9-mavzu. Elementar zvenolar va ularning xarakteristikalari: proporsional, integrallovchi, differensiallovchi zvenolar.	
10-mavzu. Elementar zvenolar va ularning xarakteristikalari: aperiodik, tebranuvchi, konservativ zvenolar.	
11-mavzu. Statsionar chiziqli sistemalarning strukturali sxemalari. Struktur o'zgartirish qoidalari.	
12-mavzu. Ochiq sistemaning uzatish funksiyasi bo'yicha logorifmik amplituda chastotaviy va logarifmik faza chastotaviy xarakteristikalarni qurish.	
13-mavzu. Turg'unlik tushunchasi. Turg'unlik masalasining umumiy qo'yilishi. A.M.Lyapunov teoremasi. CHiziqli avtomatik boshqarish sistemasining turg'unlik sharoitlari.	
14-mavzu. Turg'unlikning algebraik mezonlari. Raus turg'unlik mezoni. Gurvits turg'unlik mezoni. Lenar-SHipar turg'unlik mezoni	
15-mavzu. Turg'unlikning chastotaviy mezonlari. Argumentlar prinsipi.	
16-mavzu. Mixaylov turg'unlik mezoni.	
17-mavzu. Naykvist turg'unlik mezoni.	
18-mavzu. Logarifmik chastotaviy xarakteristika bo'yicha turg'unlikning tahlili.	
19-mavzu. Barqaror rejimlarda rostlash sifatini baholash.	
20-mavzu. Xatolik koeffitsientlari usuli.	
21-mavzu. Pog'onali signallar ta'siri orqali o'tish jarayoni sifatini baholash.	
22-mavzu. Garmonik ta'sirlar orqali rostlash sifatini baholash.	
23-mavzu. Rostlash sifatini baholashning ildizli usullari.	
24-mavzu. Umumiy hollar. Korrektlovchi qurilma. O'zgartiruvchi elementlar.	
25-mavzu. Barqaror rejimlarda aniqlikni oshirish.	
26-mavzu. Turg'unlikni ta'minlash va turg'unlik zahirasi oshirish. Ildiz godografi bo'yicha parametrlarni tanlash va korrektlovchi qurilmalarni sintez qilish.	
27-mavzu. Logarifmik amplituda-chastotaviy xarakteristika bo'yicha korrektlovchi qurilmalarni sintez qilish.	

Ma'ruzalar matni (2-qism)	
1-mavzu. Asosiy tushuncha va ta'riflar. Nochiziqli sistemalarni xususiyatlari. Nochiziqli sistemalarning statik xarakteristikalar.	
2-mavzu. Fazoviy fazo usuli.	
3-mavzu. Oddiy chiziqli sistema uchun fazoviy traektoriyalar	
4-mavzu. Lyapunov usuli asosida nochiziqli sistemalarni turg'unligining taxlili.	
5-mavzu. V.M.Popovning mutloq turg'unlik mezon.	
6-mavzu. Garmonik balans usuli.	
7-mavzu. mavzu. Diskret sistemalarning sinflanishi.	
8-mavzu. Diskret sistemalarni tadqiq qilishning matematik apparati.	
9-mavzu. Z almashtirish (Laplasning diskret o'zgartiruvchisi va uning xossalsri) va uning xossalari. Ideal impulsli element.	
10-mavzu. Diskret uzatish funksiyasi. Z almashtirishining algebrasi.	
11-mavzu. Impulsli sistemalarning chastota xususiyatlari.	
12-mavzu. Impulsli sistemalarning turg'unligi. Turg'unlik mezonlari. Gurvits mezonini diskret sistemalariga tadbiqu.	
13-mavzu. Mixaylov va Naykvist mezonlarining diskret sistemalariga tadbiqu.	
14-mavzu. Tasodifiy jarayonlar va ularni asosiy statistik xarakteristikalar.	
15-mavzu. Tasodifiy jarayonlarning korrelyasion funksiyalari.	
16-mavzu. Tasodifiy jarayonlarning spektral zichligi.	
17-mavzu. CHiziqli sistemlarning kirish va chiqishida tasodifiy jarayonlarning korrelyasion funksiyalari va spektral zichliklari orasidagi aloqa.	
18-mavzu. Tasodifiy ta'sirlarda bo'lgan chiziqli sistemalarni hisoblash. Diskret tizimlarni sintez qilish.	
Amaliy mashg'ulotlar uchun metodik ko'rsatma	
Tajriba mashg'ulotlari uchun metodik ko'rsatma	
MUSTAQIL TA'LIM MASHG'ULOTLARI	
Ma'ruza va amaliy mashg'ulotlar uchun mustasil ish mavzulari va topshiriqlari	
Kurs ishlari mavzular	
Masalalar va mashqlar to'plami	
GLOSSARIY	
ILOVALAR	
Namunaviy dastur	
Ishchi o'quv dasturi	
Baholash mezonlari	
Kalendar rejas	
Ta'lim texnologiyalari va texnologik xaritasi	
Testlar	
Nazorat uchun savollar (JN, ON, YAN)	
Tarqatma materiallar	
Adabiyotlar ro'yxati	
Xorijiy adabiyotlar	
Foydali maslahatlar	
Annotatsiya	
Mualliflar haqida ma'lumotlar	

MA'RUZA №1

NOCHIZIQLI SISTEMALARNI XUSUSIYATLARI. NOCHIZIQLI SISTEMALARNING STATIK XARAKTERISTIKALARI

Reja:

1. *Kirish*. Asosiy tushuncha va ta'riflar
2. Nochiziqli sistemalarni xususiyatlari.
3. Nochiziqli sistemalarning statik xarakteristikalar.

Kirish

Avtomatika fan va texnikaning avtomatik boshqarish nazariyasi va amaliyoti, avtomatik tizimlarni qurish prinsiplari va texnik jihatlarini o'z ichiga oladi. Avtomatlashtirish – bu texnik jihozlarning qo'llanilishi, matematik usullar va boshqarish tizimlarida, buning natijasida inson qisman yoki butunlay informatsiya olishda o'zgartirish, uzatish va energiyani ishlatishdan ozod bo'ladi.

Avtomatlashtirishning maqsadi – mehnat unumdorligi va ishlab chiqarishning sifatini oshirish rejalarini avtomatlashtirish, optimallashtirish va boshqarish, insonni zararli sharoitlarda ishlashdan ozod qilishdir. U fan va texnikani umumiy rivojlantirish natijasidir. Texnologik jarayonlarni avtomatlashtirishning rivojlanishi asosan 50-60 - yillarda boshlangan. Texnika siyosatini maqsad sari yo'naltirilganligi hisobiga kimyoviy ishlab chiqarishning turli sohalarida avtomatlashtirishning darajasi oshdi. Texnologik jihozlanishning yaxlitligi va undagi o'zlashtirilgan texnologik jarayonlarni boshqarishni texnologik jarayonda amalga oshirilishi, texnologik ob'ektni boshqarishni tashkil qiladi. Axborotlarni avtomatlashtirilgan holda yig'ish va qayta ishlashni ta'minlovchi hamda inson faoliyatining turli sohalaridagi optimal boshqarish uchun zarur bo'lgan inson-mashina tizimiga – avtomatlashtirilgan boshqarish tizimi (ABT) deyiladi.

1. Asosiy tushuncha va ta'riflar

Avtomatik boshqarish nazariyasi (ABN) boshqarish to'g'risida ta'lim beruvchi ilmiy fanlar qatoriga kiradi. Avtomatik boshqarish nazariyasi – bu avtomatik boshqarish tizimi (ABT)da kechuvchi axborot jarayonlari predmetini o'rganuvchi ilmiy fandır.

ABN turli fizik tabiatli boshqarish tizimining o'ziga xos umumiy qonuniyatini va bu qonuniyat asosida yuqori sifatli boshqarish tizimlarini qurish prinsiplarini ishlab chiqadi.

ABNda boshqarish prinsiplarini o'rganish orqali tizimning fizik va konstruktiv xususiyatlardan abstraktlashtiriladi va real tizimning o'rniga matematik modeli adekvat bo'lgan tizim ko'riladi. ABNda asosiy tadqiqot usuli matematik modellashdir hisoblanadi. Undan tashqari ABNning uslubiyot asoslarini quyidagilar tashkil etadi: odatdagi differensial tenglamalar nazariyasi; operatsion hisoblash; garmonik tahlil; vektor-matritsali algebra.

ABN boshqarish tizimlari elementlarining ishlash nazariyasi (datchik, registr) bilan birgalikda *avtomatikani* tashkil etadi. Avtomatika texnik obyektlarni boshqarish to'g'risidagi fan bo'lib, texnik kibernetikaning bir bo'lagi hisoblanadi. Shuningdek, avtomatika texnik obyektlarni boshqarish uchun kerak bo'lgan axborotlar va ularni qayta ishlash bilan shug'ullanuvchi – *axborotlar nazariyasi* va *BN* fanlariga bo'linadi.

Kibernetika – murakkab tizimlar (texnik obyektlar, texnologik jarayonlar, jonli organizmlar, jamoalar, tashkilotlar va h.k.) ni optimal boshqarish to'g'risidagi fan.

Texnik kibernetika (yoki *avtomatik boshqarish nazariyasi*) – kibernetikaning g'oya va usullari yordamida texnik tizimlarni o'rganuvchi fan sohasi. Texnik obyektlarni boshqarishning asosiy vazifasi – jarayonga qo'yilgan talablarni bajarilishida ayni sharoitda boshqarish algoritmlarini topish va amalga oshirishdir.

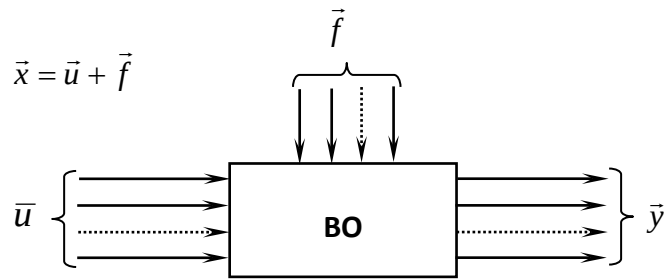
Boshqariluvchi obyekt va avtomatik boshqarish qurilmasi (roslagich) birgalikda hamda ularni o'zaro ta'siri – *avtomatik boshqarish tizimi* deyiladi.

ABT – bu shunday tizimki, unda boshqarilish vazifasi avtomatik bajariladi, ya'ni inson ishtirokisiz.

Avtomatlashtirilgan boshqarish tizimi – bu tizimda boshqarish vazifasini bir qismi avtomatik boshqarish qurilmasida bajariladi, bir qismi (ayniqsa, muhim va murakkab qismi)ni esa inson bajaradi.

Qurilma (tizim)ning ishlash algoritmi – bu qurilma (tizim)da texnik jarayonni to'g'ri bajarilishi haqida yetakchi buyruqlar majmui.

Boshqarish obyekti (BO) – texnik jarayonni amalga oshiruvchi va ishlash algoritmini amalga oshirish uchun maxsus tashkil etilgan tashqi ta'sirga muhtoj qurilma (qurilmalar majmui), moslama yoki jarayon. Boshqarish obyekti – zaruriy holatni ta'minlashi kerak (1.1-rasm).



1.1-rasm. **Boshqarish obyekti.**

ABNda *boshqarish obyekti* istalgan texnik obyekt, texnologik jarayon, shuningdek, soddab ABT bo‘lishi mumkin.

Istalgan obyekt tashqi muhitning obyektga ta’siri, rostlagichli boshqarish signalining ta’siri, obyektning o‘zida jarayonlarni belgilovchi *kattaliklar* qatorida tavsiflanadi.

Ta’sir deb tashqaridan obyektga ta’sir etuvchi kattaliklarga aytiladi (1.1-rasm). Ta’sirlarning ikki turi mavjud:

1. *Boshqaruv ta’siri* $\bar{u}$ (boshqaruv signali, boshqaruvchi kirish kattaligi) – bu boshqaruvchi qurilma tomonidan ishlab chiqiluvchi (yoki inson tomonidan beriluvchi) ta’sir.

2. *G‘alayon* $\bar{f}$ – boshqarish tizimiga bog‘liq bo‘lmagan obyektga ta’sir. *G‘alayon yuklamaga* – bu tizimning ishlashiga bog‘liq bo‘lgan tashqi ta’sir va *xalaqitga* – obyektida qo‘shimcha ko‘rinishda bog‘liq bo‘lgan zararli tashqi ta’sirlarga bo‘linadi.

Ta’sirlar uch jihatdan quyidagilarga bo‘linadi: *energetik* (energiyani o‘zgartirish va uzatish), *metabolik* (kattalikning shakli va tarkibini o‘zgartirish), *axborot* – energetik va metabolik hosil bo‘lgan har bir ta’sirlar bir vaqtini o‘zida axborot bo‘ladi.

Boshqarish obyektining ishlashini tavsiflovchi o‘zgaruvchilarga – *chiqish kattaliklari* $\bar{y}$ (bular barchasi fizik kattaliklar) deyiladi. Ba’zida ularni tizimning *chiqish koordinatalari* deb nomlanadi (1.1-rasm).

Boshqarish algoritmi – bu ishlash algoritmlarini amalga oshirish maqsadida obyektidagi tashqi ta’sirlar tavsifini aniqlovchi buyruqlar majmui.

Avtomatik boshqarish – bu boshqarish algoritmiga muvofiq ta’sirlarni amalga oshirish jarayoni.

Avtomatik boshqarish qurilmasi (ABQ) – boshqarish algoritmi bilan muvofiq kelishda ta’sirlarni amalga oshiruvchi qurilma.

Boshqarish qurilmasining ishlash algoritmi – bu mavjud boshqarish algoritmi.

ABTda jarayonlarni o'rganishda muhim jihatlardan biri bu axborotdir. Bu jarayonlar signal o'zgartirgichlar hisoblanadi.

Signal – bu muayyan fizik kattaliklarni o'zgarishi.

Obyektning o'zida o'zgarishlarni tavsiflovchi kattaliklarga *ichki kattalik* yoki *obyekt holati* deyiladi.

Ular ichidan obyekt holatini tavsiflovchi va atayin o'zgartiriluvchi yoki doimiy ushlab turiluvchi – *boshqarish kattaligini* alohida keltirish mumkin.

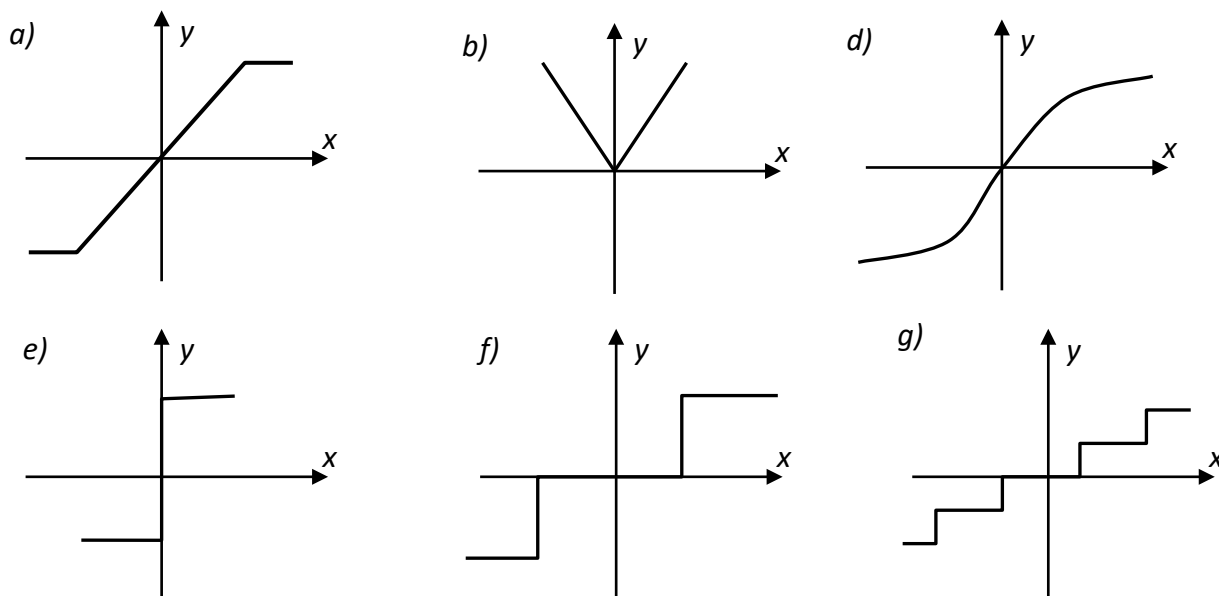
2. Nochiziqli tizimlarning xususiyatlari

Real tizimlarning elementlari o'zining konstruksiyasiga nisbatan nochiziqlidir va ularning statik xarakteristikallari kirish signallarining chegaralangan qiymatlaridagina chiziqli xarakterga egadir.

Nochiziqlilikning hosil bo'lish sabablariga quyidagilar kiradi: to'yinish (nasisheniya); quriq sirpanish; qismlar orasidagi bo'shliqlar; sezmaslik zonalarining mavjudligi; turli xil lyuftlar va hokazo.

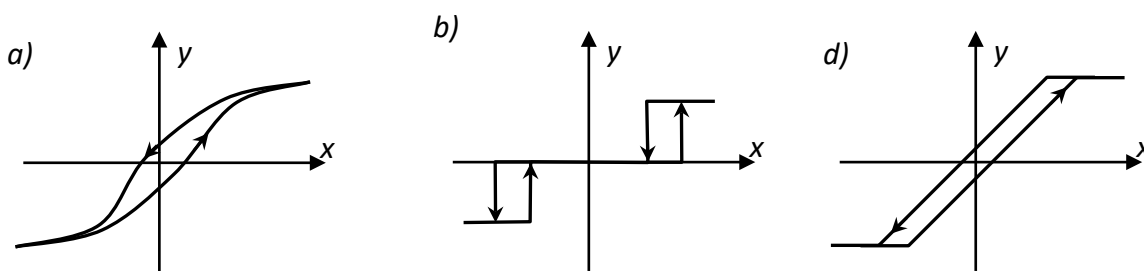
Nochiziqli avtomatik tizimlar deb tarkibida oddiy differensial tenglamalar bilan yoziluvchi zvenolardan tashqari hech bo'lmaganda bitta nochiziqli xarakteristikaga ega bo'lgan zvenoli tizimlarga aytiladi.

Tizimlarda uchraydigan nochiziqlilar chiziqlantirish mumkin bo'lgan va mumkin bo'lmaganlarga bo'linadi. Shuningdek, nochiziqlilar tekis xarakteristikali (uzluksiz) (6.1-rasm,d) va uzlukluga (6.1-rasm,e,f,g) ajratish mumkin.



2.1-rasm. *Nochiziqli elementlarning xarakteristikallari.*

Nochiziqlilar shuningdek, bir qiymatli (6.1-rasm) va ko'p qiymatlilarga (6.2-rasm) bo'linishi mumkin.



1.2-rasm. Ko‘p qiymatli nochiziqli elementlarning xarakteristikalari.

Nochiziqli tizimlar asosan ikkiga bo‘linadi:

- 1) Statik xarakteristikalar ko‘rinishidagi nochiziqlilik.
- 2) Differensial tenglamalar orqali ifodalangan nichiziqlilik.

Nochiziqlilik tizimga tabiatan xos bo‘lishi mumkin va ko‘p hollarda u tizimning xarakteristikasini yomonlashtiradi. Bunday hollarda nochiziqlilikning ta‘sirini kamaytiriladi. Shu bilan bir qatorda tizimning tarkibiga unga zaruriy xususiyatlarni berish uchun sun‘iy ravishda nochiziqlilar kiritiladi.

Nochiziqli avtomatik tizimlar quyidagi xususiyatlarga ega:

1. Nochiziqli tizimlarda superpozitsiya usulini qo‘llash mumkin emas, chunki nochiziqli elementning parametrlari kirish signallarini qiymatiga bog‘liqdir.
2. Komutativlik prinsipini qo‘llash mumkin emas, ya‘ni chiziqli va nochiziqli elementlarni o‘rnini almashtirib bo‘lmaydi.
3. Laplas va Fure almashtirishlarini qo‘llab bo‘lmaydi, chunki nochiziqli elementning xarakteristikasi uzluqlikdir.
4. Nochiziqli tizimlarning turg‘unligi murakkab xarakteristikaga ega. Ularda bir necha muvozanat va turg‘un holatlar hamda avtotebranishlar rejimi hosil bo‘lishi mumkin.

Nochiziqli tizimlardagi jarayonlarda chiziqli tizimlarda uchramaydigan bir qator jiddiy alohidaliklar bor. Bu muhim alohidaliklar sababli nochiziqli avtomatik boshqarish tizimlar turg‘unligi to‘g‘risidagi masala ham murakkablashadi.

Tizimning turg‘unligiga struktura va parametrlaridan tashqari boshlang‘ich shartlar ham katta ta‘sir ko‘rsatadi. Barqaror jarayonlarning yangi ko‘rinishi – avtotebranishlar bo‘lishi mumkin. Avtotebranish bu so‘nmas tebranish. Tebranma tizimga tashqi qarshilik kuchi ta‘sir etsa, tebranish so‘nadi, ya‘ni uning tebranish amplitudasi (energiyasi) vaqt o‘tishi bilan kamayadi. Tebranishni so‘ndirmaslik uchun tebranma tizimni energiya bilan ta‘minlab turiladi. Bunday tizim *avtotebranma* tizim deyiladi. Avtotebranish nazariyasi A.A.Andropov va boshqa olimlar tomonidan ishlab chiqilgan. Avtotebranishga quyidagilar misol bo‘la oladi: mayatnikning o‘zgarmas tebranishi, spiral prujina energiyasi hisobiga yoki ko‘tarilgan yuk energiyasi hisobiga ishlaydigan soatlar, akkumulator batareyasining energiyasi

hisobiga ishlaydigan radiouzatgich, elektr qo'ng'iroq, pnevmatik bolg'a, generator lampadagi elektr tebranishlar va boshqalar.

Umumiy holda nochiziqli tizimlarda chiziqli tizimlardagidek turg'unlik sohasi yoki noturg'unlik sohasi ikki xil ko'rinishda emas, balki nisbatan ko'proq:

1) Kichik qiymatlardagi turg'unlik. Bunda kirish signali juda kichik o'zgarganda tizim turg'un qoladi.

2) Katta qiymatlardagi turg'unlik. Bunda kirish signali katta, lekin chegaralangan qiymatlaridagi turg'unligiga aytiladi.

3) To'la turg'unlik. Bunda kirish signalining qiymati cheksiz katta bo'lishi mumkin.

Nochiziqli tizimlarning turg'unligi uning strukturasi, parametrlariga, o'zgaruvchilarining boshlang'ich holatining qiymatiga va kirish signaliga bog'liq bo'ladi.

3. Nochiziqli tizimlarning statik xarakteristikalarini

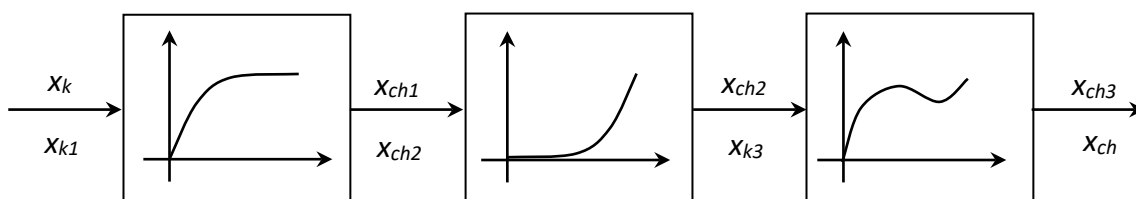
Tizimning xususiyatlari ularning statik va dinamik xarakteristikalarini orqali ifodalanadi.

Statik xarakteristika deb tizimning muvozanat holatida uning kirish va chiqish signallari orasidagi munosabatga aytiladi.

Statik xarakteristikalar tenglama, jadval yoki grafik shakllarda berilishi mumkin. Nochiziqli tizimlarning statik xarakteristikalarini uning tarkibiga kiruvchi elementning statik xarakteristikalariga va ulanish qoidalariga bog'liq bo'ladi.

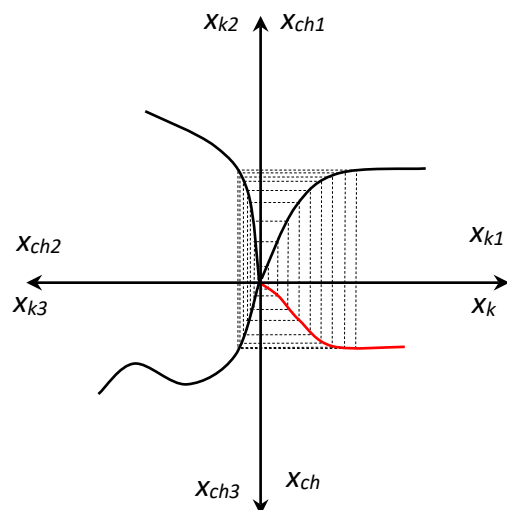
Statik xarakteristikalarini grafik shaklda berilgan bo'lsin.

1. Elementlar ketma-ket ulangan bo'lsin (6.3-rasm).



1.3-rasm. *Elementlarning statik xarakteristikalarini ketma-ket ulanishi.*

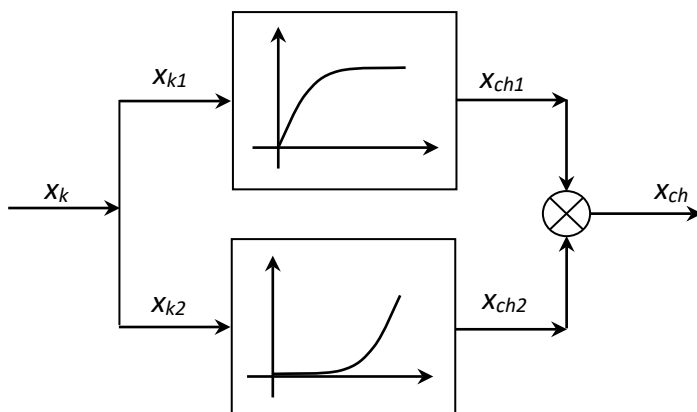
Tizimning statik xarakteristikasini topish uchun to'g'ri chiziqli koordinatalar tizimidan foydalanamiz (1.4-rasm):



1.4-rasm. **Statik xarakteristika.**

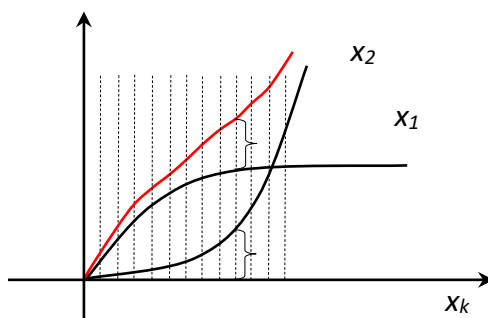
Agar 2 ta statik xarakteristika ketma-ket berilgan bo'lsa, $K=1$ ya'ni uchinchi chorakdan 45° li burchak ostida o'tkazib yuboriladi.

2. Tizimning elementlari parallel ulangan bo'lsin (1.5-rasm).



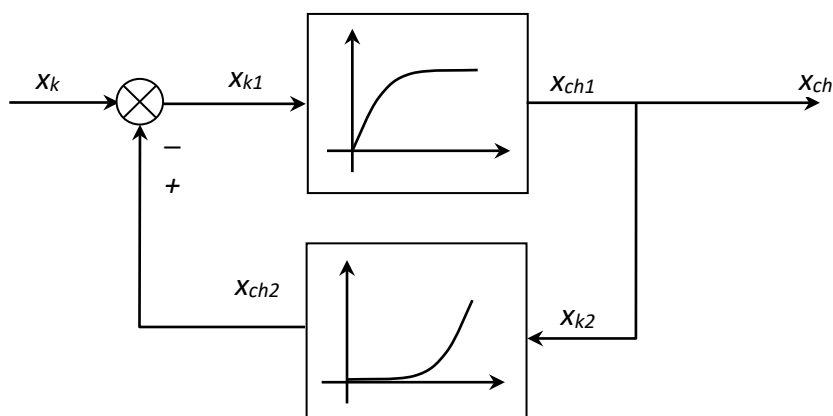
1.5-rasm. **Elementlarning statik xarakteristikalarini parallel ulanishi.**

Tizimning statik xarakteristikasini topish uchun grafikni qo'shish orqali umumiy grafik chiqariladi (1.6-rasm).



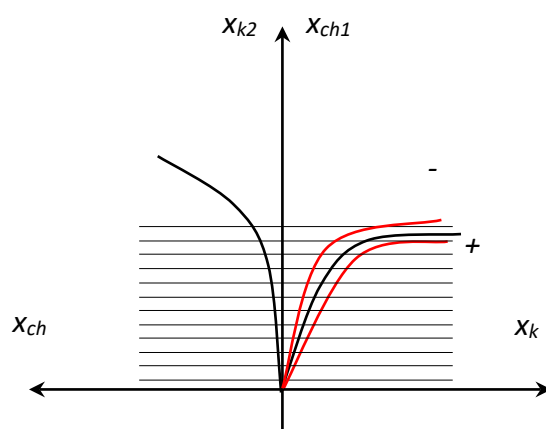
1.6-rasm. **Statik xarakteristika.**

3. Tizimning elementlari teskari aloqa orqali ulangan bo'lsa



1.7-rasm. *Elementlarning statik xarakteristikalarini teskari aloqa orqali ulanishi.*

Tizimning statik xarakteristikasini topish uchun grafikni qo'shish orqali umumiy grafik chiqariladi (1.8-rasm).



1.8-rasm. *Statik xarakteristika.*

Nazorat va muhokama savollari

1. Nochiziqli tizim deb nimaga aytiladi?
2. Nochiziqlilikning hosil bo'lish sabablariga nimalar kiradi?
3. Nochiziqli tizimlarning sinflanishi.
4. Nochiziqli avtomatik tizimlar qanday xususiyatlarga ega?

FAZOVIIY FAZO USULI.

Reja:

1. Asosiy tushuncha va ta'riflar
2. Fazaviy fazo usuli
3. Oddiy chiziqli tizim uchun fazoviy trayektoriyalar.
4. masalalar.

1. Asosiy tushuncha va ta'riflar

Tizimlarning tarkibida nochiziqli elementning bo'lishi uning dinamikasini nochiziqli differensial tenglama orqali yozilishiga olib keladi. Bu esa bunday tizimlarni tekshirish masalasini murakkablashtiradi. Chunki nochiziqli differensial tenglamalarni yechishning yagona usuli mavjud emas. Hozirda nochiziqli tizimlarni tekshirishning turli xil analitik va grafoanalitik usullari mavjuddir. Eng ko'p qo'llanilayotganlari quyidagilar:

- fazaviy fazo usuli;
- garmonik chiziqlantirish usuli;
- chastotaviy usullar;
- raqamli modellashtirish usullari.

2.Fazaviy fazo usuli

Fazaviy fazo – koordinatalari qiymati ko'rilayotgan tizim holatini to'la-to'kis aniqlovchi fazodir. Ikkinchi tartibli differensial tenglama orqali tavsiflanuvchi tizimni tadqiq qilganda fazaviy fazo fazaviy tekislikka o'zgaradi.

Bu usul umumiy va samarador usul bo'lib, jarayon haqida yaqqol geometrik tasvirlash imkonini beradi. U jarayonni, ya'ni tizimning harakatini fazoda tasvirlashga asoslangandir. Bu yerda faza jarayonning ayrim bosqichlari yoki qismlari deb tushuniladi.

Umumiy holda nochiziqli tizimning dinamikasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\Phi(x_1, x_2, \dots, x_n; \frac{dx_1}{dt}, \frac{d^2 x_2}{dt^2}, \dots, \frac{d^n x_n}{dt^n}; g, f) = 0. \quad (6.1)$$

(6.1) tenglamani birinchi tartibli differensial tenglamalar tizimi shaklida tasvirlab olish mumkin

$$(6.2)$$

Tenglamalar tizimini yechish uchun boshlang'ich shartlar ma'lum bo'lishi kerak. Faraz qilaylik differensial tenglamaning tartibi $n=2$ ga teng bo'lsin. $t=t_0$ vaqtda o'zgaruvchilar ma'lum qiymatlarga ega bo'lsin: $x_1 = x'_1$, $x_2 = x'_2$. Bu qiymatlarni to'g'ri burchakli koordinatalar tizimida belgilab olishimiz mumkin (6.9-rasm). $t = t_1$ vaqtda o'zgaruvchilar ma'lum qiymatga ega bo'ladi. Bu yerda M nuqta *tasvirlovchi nuqta* deyiladi.

Tizimning harakatini bunday tasvirlaganimizda vaqt o'zgaruvchisi ishtirok etmaydi. Bu esa fazalar fazosi o'tkinchi jarayonini miqdorini emas, balki sifatinigina aniqlash imkonini beradi.



Ma'lumki tizimning turg'un holatida rostlanuvchi kattalik berilgan qiymatga teng bo'ladi. Uning hosilasi ham «0»ga teng bo'ladi. Bu esa koordinata boshi tizimning turg'un holatiga mos kelishini ko'rsatadi. Fazalar trayektoriyasini qurish uchun tizimning dinamikasini ifodalovchi tenglamadan o'zgaruvchi vaqt olib tashlanadi, ya'ni

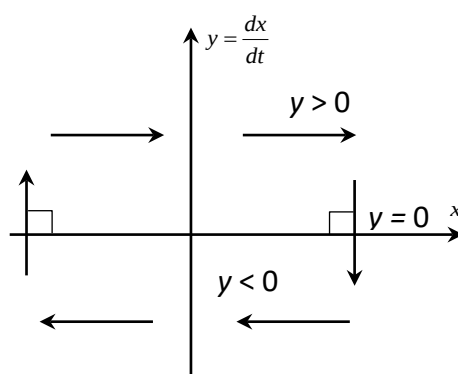
$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = x, \\ \frac{dx}{dt} = \Phi(x, y). \end{cases} \quad (6.3)$$

(6.3) tenglamadan quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\Phi(x, y)}{x}. \quad (6.4)$$

(6.4) tenglama fazalar trayektoriyasining tenglamasi deyiladi. Fazalar trayektoriyasini qurish vaqtida quyidagi qoidalarga amal qilish kerak:

1. Yuqori yarim tekislikda fazalar trayektoriyasi chapdan o'ngga yo'naltirilgan bo'ladi.
2. Pastki yarim tekislikda o'ngdan chapga yo'nalgan bo'ladi. Chunki $y < 0$.
3. Fazalar trayektoriyasi abssissa o'qini to'g'ri burchak ostida kesib o'tadi, chunki $y = 0$.
4. Bitta tizimning fazalar trayektoriyasi turli boshlang'ich qiymatlarda bir-birini kesib o'tmaydi.



6.10-rasm. **Faza tekisligi.**

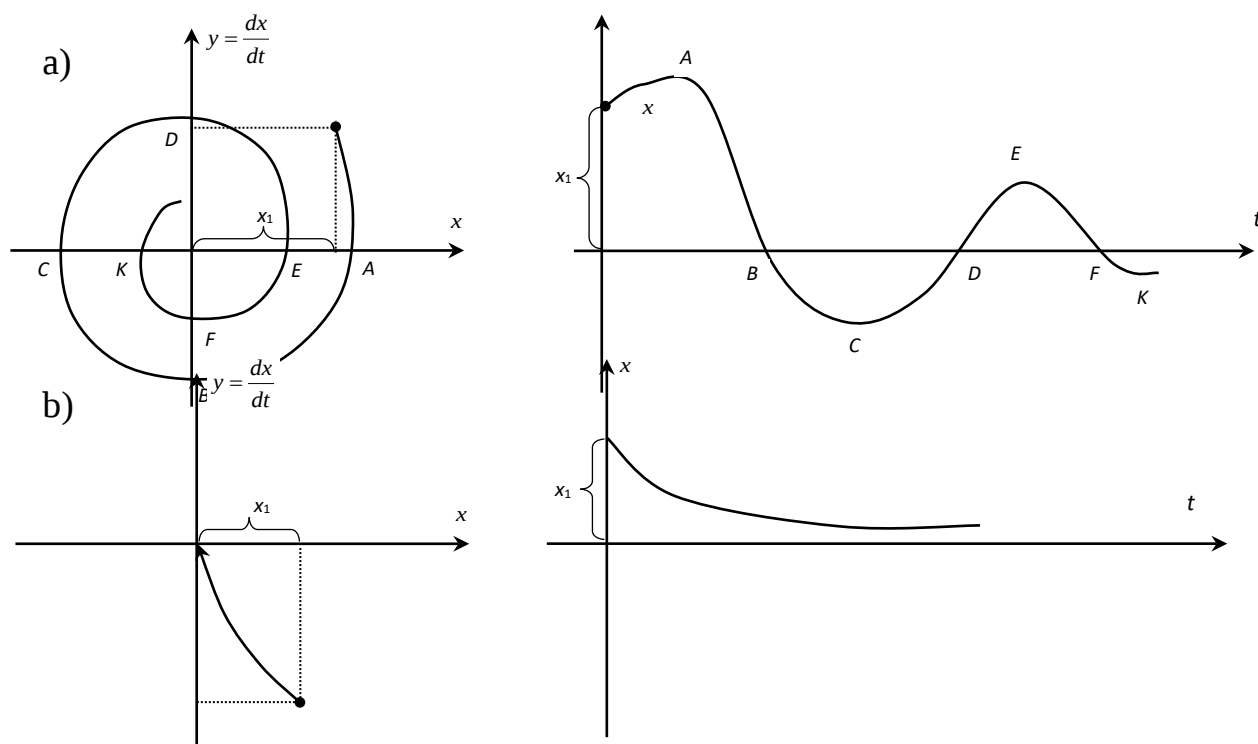
Fazaviy portret hamda vaqt funksiyasida koordinatalar o'zgarishini aks ettiruvchi nuqtalarga misollar 6.11-rasmda keltirilgan.

Ushbu usulning *afzalligi* turli boshlang'ich shartlardagi o'tkinchi jarayonning shaklini yagona fazalar portretida ifodalash mumkin. *Kamchiligi* esa 3 va undan ortiq tartibli tizimni tadqiq qilish murakkabdir.

Bu usul yordamida quyidagi masalalarni yechish mumkin:

1. Tizimning mumkin bo'lgan ishlash rejimlarini aniqlash;
2. Tizimning turg'unligi haqida va uning chegaraviy qiymatlari to'g'risida xulosa chiqarish;
3. Avtotebranish va uning parametrlarini aniqlash;
4. Boshlang'ich shartlar sohalarini aniqlash;

5. Tizimning sifat ko'rsatkichlarini aniqlash, ya'ni tebranishlar soni, maksimal og'ish va h.k.



6.11-rasm. **Faza tekisligi.**

Shunday qilib, fazaviy fazo dinamik jarayonlarning geometrik shaklini tasvirlaydi. Bu geometrik tasvirlashda faqat koordinatalar qatnashadi, vaqt esa qatnashmaydi.

Nazorat va muhokama savollari

1. Fazalar trayektoriyasini qurish vaqtida qanday qoidalariga amal qilinadi?
2. Fazaviy fazo usulining avzallik va kamchiliklarini tushuntirib bering.

ODDIY CHIZIQLI SISTEMA UCHUN FAZOVIIY TRAEKTORIYALAR

Reja:

1. Asosiy tushuncha va ta'riflar.
2. Oddiy chiziqli tizim uchun fazoviy trayektoriyalar
3. masalalar.

1. Asosiy tushuncha va ta'riflar

Ba'zi bir tizimning o'tish jarayoni ikkinchi tartibli tenglama bilan ifodalansin:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 x = 0. \quad (6.5)$$

Bu tenglamani birinchi tartibli differensial tenglamalar orqali ifodalash mumkin

$$y = \frac{dx}{dt} \quad (6.6)$$

belgilash kiritib, (6.5) tenglamani quyidagicha yozamiz.

$$\frac{dy}{dt} = -a_1 y - a_2 x. \quad (6.7)$$

O'zgaruvchi vaqtni yo'qotish maqsadida (6.7) ni (6.6) ga bo'lib (x va $u \neq 0$):

$$\frac{dy}{dx} = -a_1 - a_2 \frac{x}{y} \quad (6.8)$$

hosil qilamiz.

(6.8) tenglamaning yechimi integral egri chiziqlar oilasini ifodalaydi va turli boshlang'ich shartlarda turlicha ko'rinishga ega bo'ladi. Bu egri chiziqlar oilasining hamma to'plami har xil fazo trayektoriyalarini ifodalaydi.

(6.5) tenglama $p^2 + a_1 p + a_2 = 0$ xarakteristik tenglama orqali ifodalanadi va u

$$p_{1,2} = -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_2}$$

ildizlariga mos keladi. Bunda 6 ta holat bo'lishi mumkin:

- 1) ildizlar mavhum, ya'ni $a_1 = 0, a_2 > 0$ (chiziqli tizim turg'unlik chegarasida);
- 2) kompleks ildizlar manfiy haqiqiy qismga ega, ya'ni $a_1^2 < 4a_2, a_1 > 0, a_2 > 0$ (chiziqli tizim turg'un);

3) kompleks ildizlar musbat haqiqiy qismga ega, ya'ni $a_1^2 < 4a_2, a_1 < 0, a_2 > 0$ (chiziqli tizim noturg'un);

4) ildizlar haqiqiy manfiy, ya'ni $a_1^2 > 4a_2, a_1 > 0, a_2 > 0$ (chiziqli tizim turg'un);

5) ildizlar haqiqiy musbat, ya'ni $a_1^2 > 4a_2, a_1 < 0, a_2 > 0$ (chiziqli tizim noturg'un);

6) ildizlar haqiqiy va $a_2 < 0$ da har xil ishoraga ega (chiziqli tizim noturg'un).

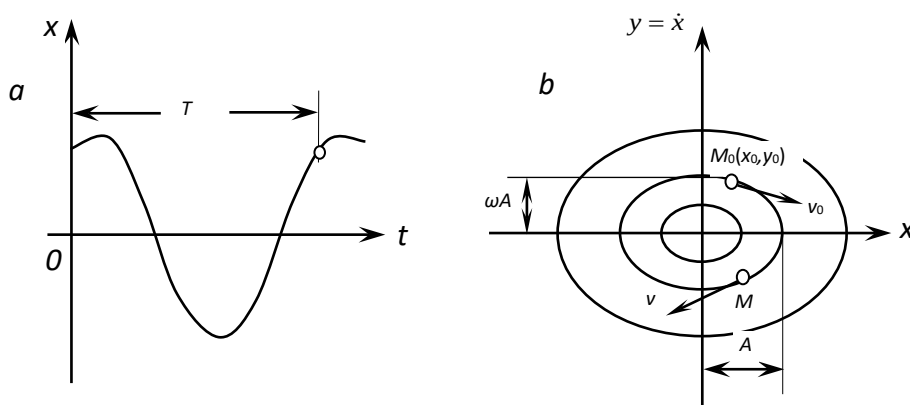
2.Oddiy chiziqli tizim uchun fazoviy trayektoriyalar

Ko'rib chiqilgan har bir hol uchun fazoviy trayektoriyalar chizamiz:

1) Ildizlar mavhum, ya'ni $a_1 = 0, a_2 > 0$ (6.12-rasm). Bunda differensial tenglamaning yechimi so'nmas tebranishni beradi.

$$x = A \sin(\omega t + \beta), \quad y = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \beta), \quad \omega = \sqrt{a_2},$$

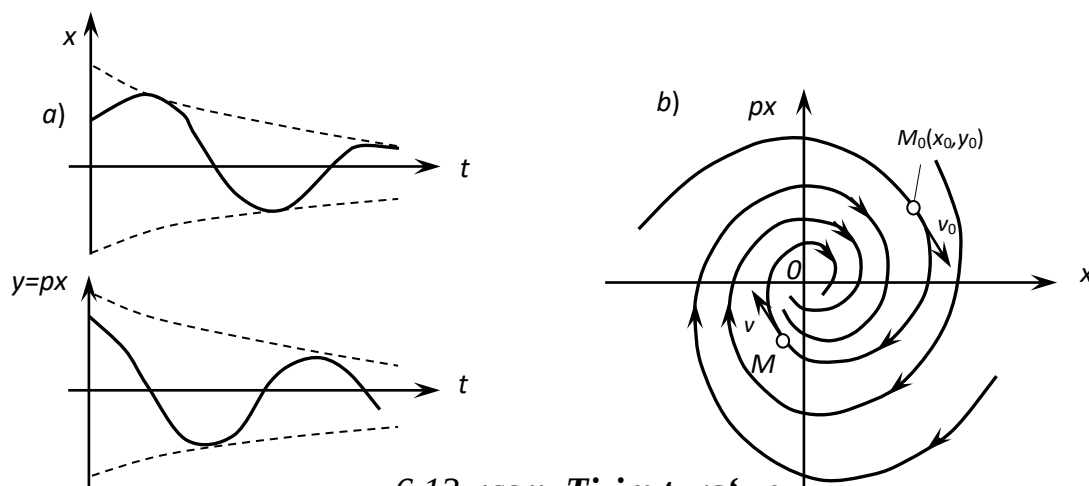
Ikkinchi tartibli tizimning fazo trayektoriyasi va undagi o'tish jarayoni ($\xi=0$).



6.12-rasm. Tizim turg'unlik chegarasida.

2) Kompleks ildizlar manfiy haqiqiy qismga ega, ya'ni $a_1^2 < 4a_2, a_1 > 0, a_2 > 0$ (6.13-rasm).

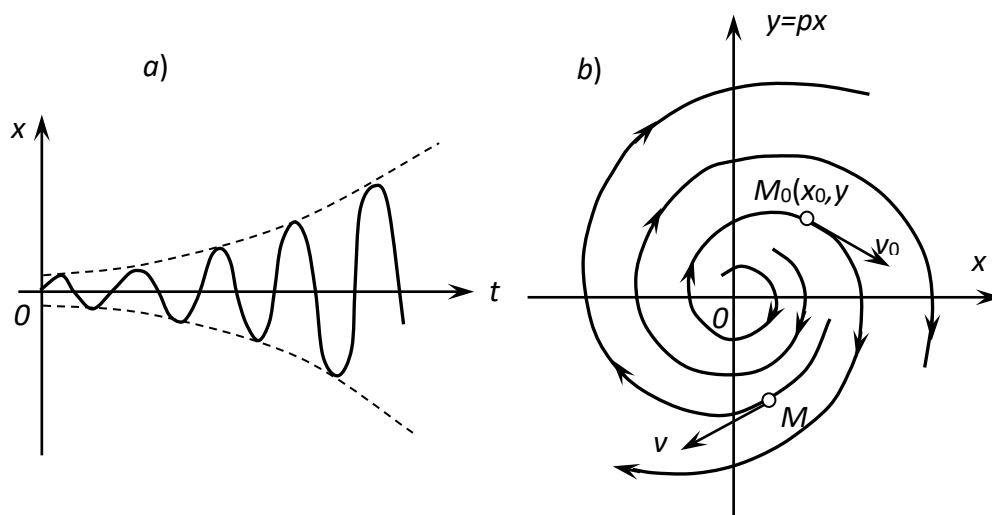
Ikkinchi tartibli tizimning $0 < \xi < 1$ bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni



6.13-rasm. Tizim turg'un.

3) Kompleks ildizlar musbat haqiqiy qismga ega, ya'ni $a_1^2 < 4a_2$, $a_1 < 0$, $a_2 > 0$ (tizim noturg'un) (6.14-rasm).

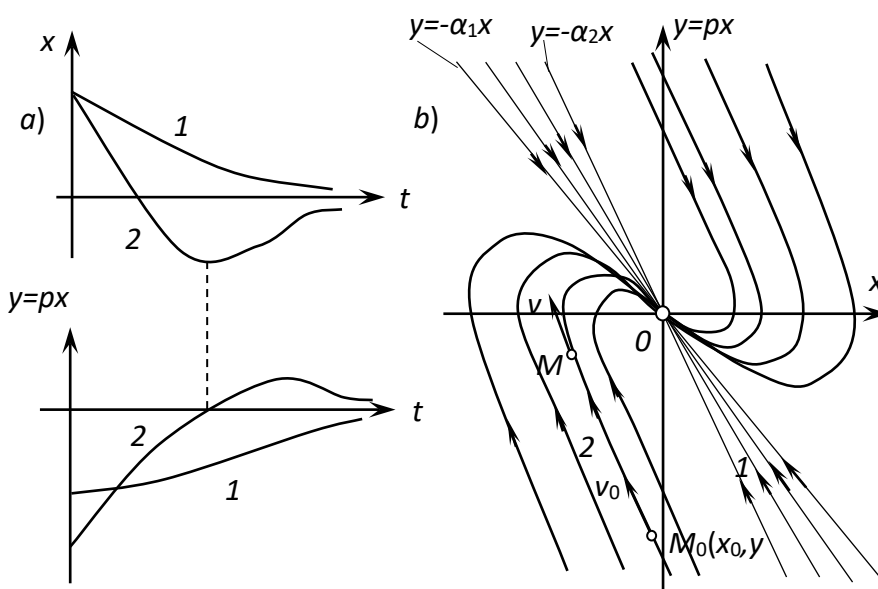
Ikkinchi tartibli tizimning $-1 < \xi < 0$ bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni



6.14-rasm. Tizim noturg'un.

4) Ildizlar haqiqiy manfiy, ya'ni $a_1^2 > 4a_2$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$ (chiziqli tizim turg'un) (6.15-rasm).

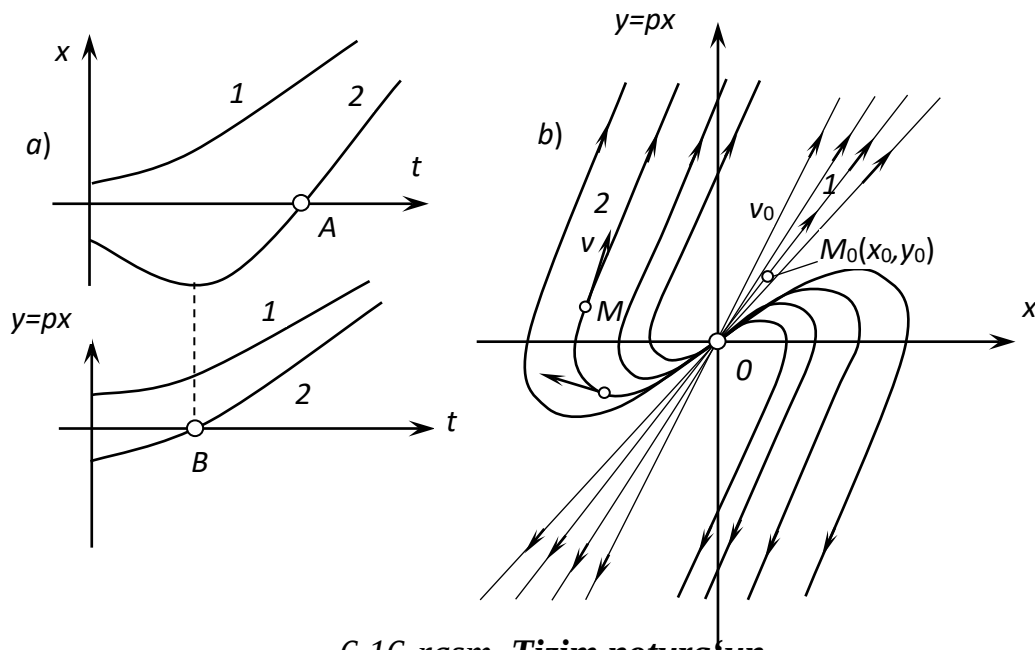
Ikkinchi tartibli tizimning $\xi > 0$ bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni



6.15-rasm. Tizim turg'un.

5) Ildizlar haqiqiy musbat, ya'ni $a_1^2 > 4a_2$, $a_1 < 0$, $a_2 > 0$ (chiziqli tizim noturg'un) (6.16-rasm).

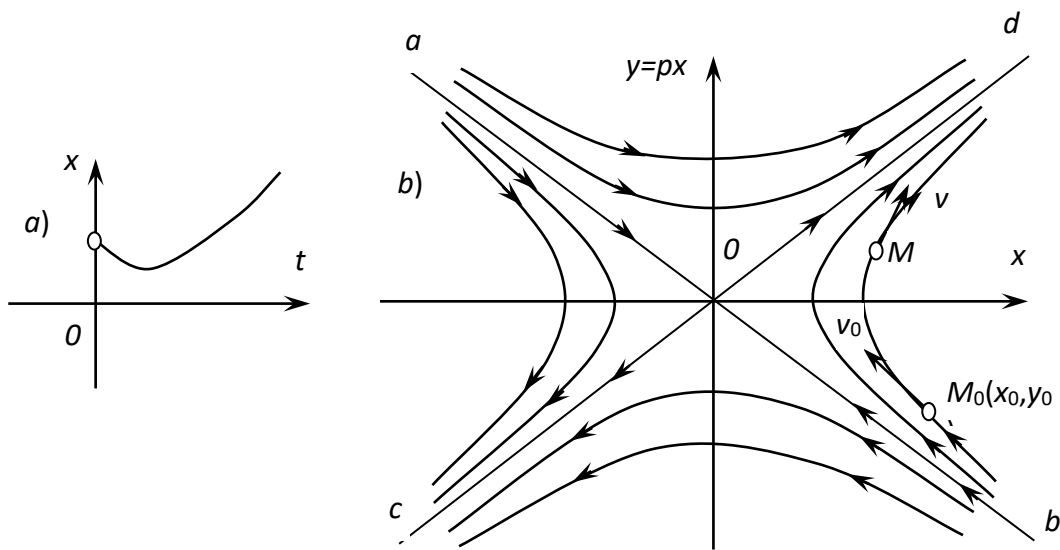
Ikkinchi tartibli tizimning $\xi < -1$ bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni



6.16-rasm. Tizim noturg'un.

6) Ildizlar haqiqiy va $a_2 < 0$ da har xil ishoraga ega (chiziqli tizim noturg'un).

Ikkinchi tartibli tizimning $\xi > 1$ bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni



6.17-rasm. Tizim noturg'un.

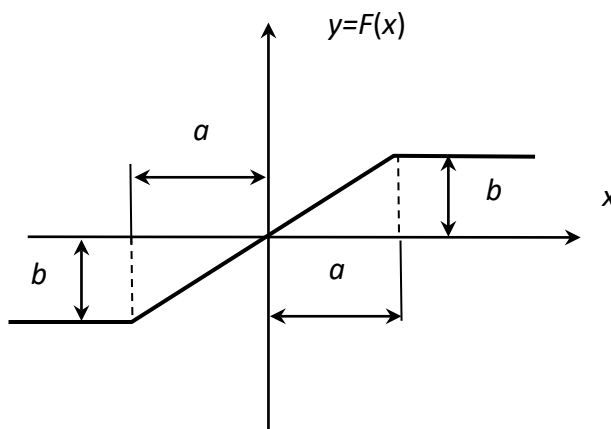
3. masalalar

6.1-masala. To'yinish chegaralari 6.18-rasmda keltirilgan statik xarakteristikali nohiziqli element uchun kompleks garmonik uzatish koeffitsiyenti $J(A)$ ni aniqlang.

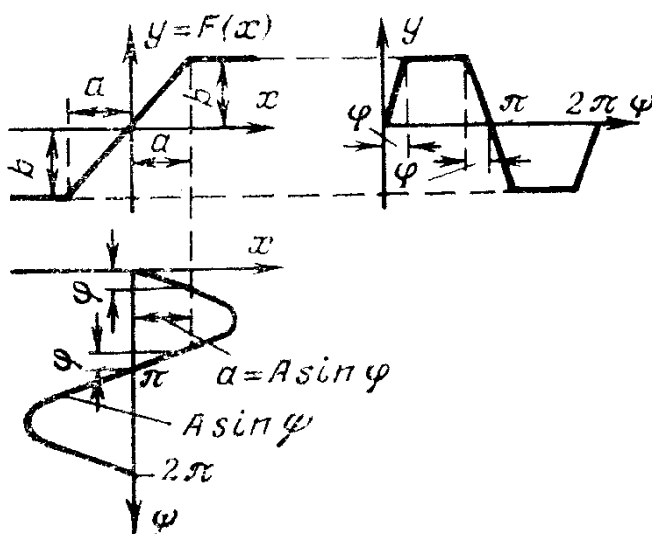
Yechish: $A > a$, bo'lganda $x = A \sin \omega_1 t$ sinusoidal kirish signali uchun chiqishdagi $y = F(x)$ signalning grafigini quramiz (6.19-rasm). Nohiliqlilik bir qiymatli kompleks uzatish koeffitsiyentidan iborat faqat haqiqiy qism

$$J(A) = q(A) = B_1 / A.$$

Fure qatori va 6.19-rasmdagi tavsifdan koeffitsiyent uchun formulalardan foydalanib, nohiziqli element chiqishidagi birinchi garmonika sinus tashkil etuvchisidan B_1 amplitudani aniqlaymiz



6.18-rasm.



6.19-rasm.

$$B_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(A \sin \psi) \sin \psi d\psi = \frac{4}{\pi} \left[\int_0^{\varphi} kA \sin^2 \psi d\psi + \int_{\varphi}^{\pi/2} b \sin \psi d\psi \right] =$$

$$= \frac{4}{\pi} \left[kA \left(\frac{\psi}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\psi \right) \Big|_0^{\varphi} - b \cos \psi \Big|_{\varphi}^{\pi/2} \right] = \frac{4}{\pi} \left(\frac{kA}{2} \varphi - \frac{kA}{4} \sin 2\varphi + b \cos \varphi \right), \quad (6.9)$$

bu yerda

$$k = \frac{b}{a}; \psi = \omega_1 t. \quad (6.10)$$

6.19-rasmni inobatga olgan holda

$$\begin{aligned} \sin \varphi &= \frac{a}{A}; \quad \varphi = \arcsin\left(\frac{a}{A}\right); \\ \cos \varphi &= \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Nochiziqli element parametri a va chiqishdagi signal amplitudasi A ni ikkilamchi sinus burchak deb belgilab olamiz:

$$\sin 2\varphi = 2 \sin \varphi \cos \varphi = 2 \frac{a}{A} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}. \quad (6.12)$$

(6.10)-(6.12) ifodalardan foydalanib, (6.9) tenglikni quyidagicha yozish mumkin:

$$B_1 = \frac{4}{\pi} \left(\frac{kA}{2} \arcsin \frac{a}{A} - \frac{ka}{2} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} + ka \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} \right) = \frac{2k}{\pi} \left(A \arcsin \frac{a}{A} + a \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} \right).$$

Nochiziqli elementning kompleks garmonik uzatish koeffitsiyenti quyidagicha:

$$J(A) = \frac{B_1}{A} = \frac{2k}{\pi} \left(\arcsin \frac{a}{A} + \frac{a}{A} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} \right).$$

6.2-masala. Garmonik tebranishi $x = A \sin \omega t$ qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi nuqta uchun fazoviy portretni quring.

Yechish: Fazoviy portretni qurish uchun x koordinatalaridan hosilani aniqlaymiz

$$\frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t. \quad (6.13)$$

Fazoviy trayektoriya tenglamasini olish uchun x va $\frac{dx}{dt}$ tenglamadan t vaqtini

olib tashlaymiz. $\frac{dx}{dt}$ ni y bilan belgilab, (6.13) tenglamani kvadratga oshiramiz

$$y^2 = A^2 \omega^2 \cos^2 \omega t. \quad (6.14)$$

Xuddi shunaqa x tenglamani kvadratga oshirib, ω^2 ga ko'paytiramiz

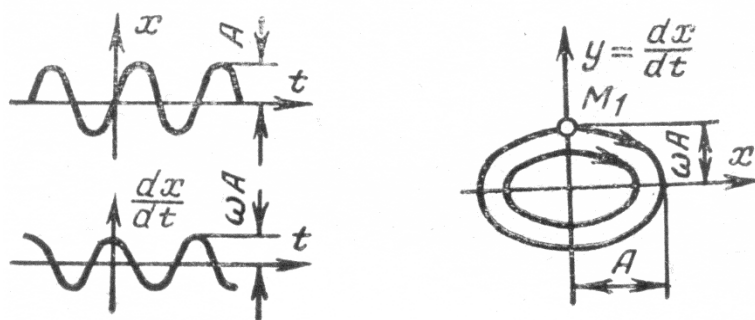
$$\omega^2 x^2 = A^2 \omega^2 \sin^2 \omega t. \quad (6.15)$$

(6.14) va (6.15) tenglamaning o'ng va chap tomonlarini qo'shib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$y^2 + \omega^2 x^2 = A^2 \omega^2 \text{ yoki } \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{A^2 \omega^2} = 1. \quad (6.16)$$

(6.16) tenglama fazoviy trayektoriyani aks ettiruvchi tenglama hisoblanadi. 6.20-rasmda vaqt funksiyasida x koordinatalar o'zgarishini aks ettiruvchi nuqtalar va $y = \frac{dx}{dt}$ tezlik hamda fazoviy portret keltirilgan.

Fazoviy portret o'zida ellipislar oilasini aks ettiradi.



6.20-rasm.

Nazorat va muhokama savollari

1. Nochiziqli tizimlarni turg'unligini tekshirishning qanday usullari mavjud?
2. Fazalar trayektoriyasini qurish vaqtida qanday qoidalarga amal qilinadi?
3. Fazaviy fazo usulining avzallik va kamchiliklarini tushuntirib bering.
4. Oddiy chiziqli tizim uchun fazoviy trayektoriyalar qanday quriladi?

LYAPUNOV USULI ASOSIDA NOCHIZIQLI SISTEMALARNI TURG‘UNLIGINING TAXLILI

Reja:

1. Asosiy tushuncha va ta'riflar
2. Lyapunov usuli asosida noxiziqli tizimlarning turg'unligi tahlili
3. Masalalar.

1. Asosiy tushuncha va ta'riflar

Faraz qilamiz, nochiziqli tizimning hamma o'zgaruvchilari uchun o'tish jarayoni chetlanishlari ularning barqaror jarayonlarining qiymatlariga nisbatan differensial tenglamalari berilgan. U holda n – tartibli chiziqli tizim uchun quyidagi tenglamalar tizimini yozishimiz mumkin:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= X_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= X_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{dx_n}{dt} &= X_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \right\}. \quad (6.17)$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$ – nochizlarning har qanday ko‘rinishini o‘zida mujassamlashtirgan va har doim quyidagi

$$X_1, X_2, \dots, X_n = 0$$

shartlarni qanoatlantiradigan ixtiyoriy funksiyalar.

Tahlil qilish uchun quyidagi tushunchani kiritamiz, bu yerda va keyinchalik ko'p o'zgaruvchili funksiya sifatida n o'lchovli Evklid fazosini ko'rib chiqamiz

$$V = V(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n).$$

Evklid fazosi deb xossasi absolyut geometriya aksiomalari va Evklidning parallel to'g'ri chiziqlar haqidagi (postulati) aksiomasi bilan ta'rif qilinadigan fazoga aytiladi.

Ta'rif: V – funksiya ba'zi bir sohada, agar u shu sohaning har bir nuqtalarida boshlang'ich koordinata atrofida bir xil ishorali bo'lib qolsa va faqat koordinata boshidan boshqa yerda nolga aylansa, uning ishorasi aniqlangan deyiladi.

Agar V – funksiya bir xil ishorani saqlab qolsa va faqat koordinata boshidagina emas, balki shu sohaning boshqa nuqtalarida ham nolga aylanishi mumkin bo'lsa, uni doimiy ishorali deyiladi.

Agar V – funksiya berilgan sohada boshlang'ich koordinata atrofida har xil ishoraga ega bo'lsa, u o'zgaruvchi ishorali deyiladi.

$n=2$ va $V = x_1^2 + x_2^2$ bo'lsin. $x_1 = x_2 = 0$ bo'lganda $V = 0$ va har qanday x_1, x_2 - larda $V > 0$ bo'ladi, ya'ni V ishorasi aniqlangan musbat funksiya bo'ladi.

Shunga o'xshab, har qanday n uchun funksiya $V = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2$ ishorasi aniqlangan musbat funksiya bo'ladi.

$V = -(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)$ ko'rinishdagi funksiya, ishorasi aniqlangan manfiy funksiya bo'ladi.

Endi $n=3$ bo'lgan holda quyidagi funktsiyani ko'rib chiqamiz:

$$V = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

Bu funksiya endi ishorasi aniqlangan emas, balki doimiy ishorali bo'ladi. Chunki u x_1, x_2, x_3 – larning har qanday qiymatlarida musbat bo'lib qoladi, lekin nafaqat $x_1, x_2, x_3 = 0$ bo'lganda 0 ga aylanib qolmay, balki $x_1, x_2 = 0$ bo'lgan holda x_3 ning har qanday qiymatlarida ham doimiy ishorali musbat bo'ladi.

$V=x+x$ ko'rinishdagi funktsiyani ko'rib chiqamiz. Bu funktsiyaning ishorasi o'zgaruvchidir, chunki $x=-x$ to'g'ri chiziqning o'ng tekisligida hamma nuqtalar uchun musbat va shu to'g'ri chiziqning chap tekisligidagi hamma nuqtalar uchun manfiydir.

2.Lyapunov usuli asosida nochiziqli tizimlarning turg'unligi tahlili

Lyapunov funktsiyasi va uning vaqt bo'yicha hosilasi tushunchasini kiritamiz.
Har qanday funksiya

$$V = V(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

$x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$ bo'lganda aynan nolga aylanadigan bo'lsa va unda $x_1, x_2, \dots, x_n$ kattaliklari tizimning o'tish o'zgaruvchilarga nisbatan olingan bo'lsa va (6.17) – tenglama bu tizim uchun quyidagicha yozilishi mumkin bo'lsa:

$X_1=x_1(t), X_2=x_2(t), \dots, X_n=x_n(t)$ uni Lyapunov funktsiyasi deyiladi.

Lyapunov funktsiyasidan vaqt bo'yicha hosila quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dt} + \dots + \frac{\partial V}{\partial x_n} \frac{dx_n}{dt}$$

bu tenglama (6.17) – tenglamadan $\frac{dx_1}{dt}; \frac{dx_2}{dt}, \dots, \frac{dx_n}{dt}$ larni qiymatini qo'yamiz:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x_1} X_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2} X_2 + \dots + \frac{\partial V}{\partial x_n} X_n$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$ – lardan (6.17) – tizimning o'ng qismlari bo'lib, berilgan funksiyasidan $x_1, x_2, \dots, x_n$ – lardan chetlanishlarini ko'rsatadi.

Shunday qilib, Lyapunov funksiyasining vaqt bo'yicha hosilasi ham V – funksiyasiga o'xshab, ba'zi bir chetlanishlarning funksiyasi bo'ladi:

$$\frac{dV}{dt} = W(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Lyapunov funksiyasining hosilasiga yuqorida ko'rsatib o'tilgan ishorasi aniqlangan, doimiy ishorali va o'zgaruvchan ishorali tushunchalarni qo'llash mumkin.

Nochiziqli tizimlarning turg'unligi to'g'risidagi Lyapunov teoremasini isbotsiz keltiramiz.

Teorema: Agar (6.17) – tenglama shaklida berilgan n – chi tartibli tizimlarda shunday ishorasi aniqlangan $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ Lyapunov funksiyasini tanlab olish mumkin bo'lsa, uning vaqt bo'yicha hosilasi $W(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ham ishorasi aniqlangan bo'ladi, lekin $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – da ishorasi teskari ishorali bo'lsa, u holda bunday tizim turg'un bo'ladi.

W – funksiyaning ishorasi aniq bo'lganda tizim asimtotik turg'un bo'ladi.

Yuqoridagi teorema turg'unlikning faqat yetarli shartini berishi va nochiziqli tizim turg'unlik sohasidan tashqari bir qator alohida sohalarga ega bo'lishi mumkinligidan, nochiziqli tizimlarning nochiziqligini aniqlashda alohida zarurat kelib chiqadi.

Nochiziqli tizimlarning noturg'unligini aniqlashda Lyapunovning quyidagi teoremasidan foydalaniladi.

Agar (6.17) tenglama shaklida berilgan n -chi tartibli tenglamalar tizimining $W(x_1, x_2, \dots, x_n)$ hosilasi Lyapunovning biror $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyasida ishorasi aniqlangan bo'lib, V – funksiyaning o'zi birorta soha koordinata boshiga kelib qo'shilsa, uning ishorasi hosila W ishorasi bilan bir xil bo'lib, tizim noturg'un bo'ladi.

Nazorat va muhokama savollari

1. Fazalar trayektoriyasini qurish vaqtida qanday qoidalarga amal qilinadi?
2. Nochiziqli tizimlarning turg'unligi to'g'risida Lyapunov teoremasini tushuntirib bering.

V.M.POPOVNING MUTLOQ TURG'UNLIK MEZONI

Reja:

1. Asosiy tushuncha va ta'riflar
2. V.M.Popovning mutloq turg'unlik mezon
3. Masalalar

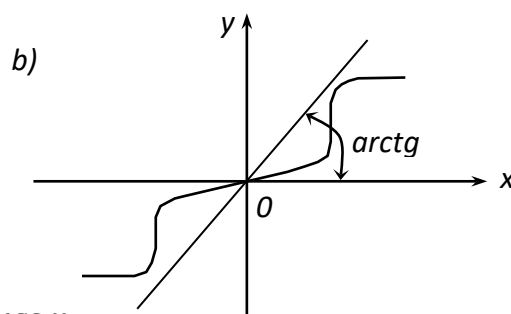
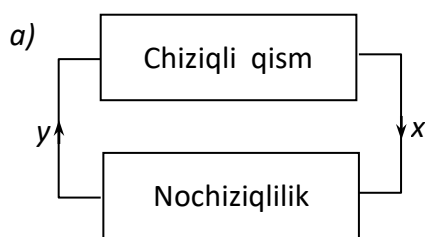
1. Asosiy tushuncha va ta'riflar

Bir ma'noli nochiziqliklarni o'z ichiga olgan nochiziqli tizimlarning turg'unligini o'rganishda ko'pincha rumin olimi V.M.Popov tomonidan tadqiq qilingan turg'unlikning chastota mezonidan foydalaniladi. Birorta nochiziqli tizim o'zida bir ma'noli nochiziqlikka ega bo'lsin

$$y = F(x), \quad (6.18)$$

tizimning chiziqli qismi ham quyidagi tenglama bilan ifodalansin:

$$Q(p) = -R(p)y, \quad (6.19)$$



6.21-rasm.

Bu yerda $Q(p)$ va $R(p)$ quyidagi ko'phadlarga teng:

$$Q(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n,$$

$$R(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m,$$

bu yerda $m < n$.

$y = F(x)$ nochiziqliklilik ixtiyoriy ko'rinishda bo'lib, berilgan $arctgk$ burchak chegarasidan chiqmasin.

Shunday qilib, nochiziqlilik quyidagi shartni qanoatlantiradi:

$$0 < F(x) < kx.$$

$Q(P) = 0$ ning hamma ildizlari manfiy haqiqiy qismli yoki ulardan tashqari ikkitadan ortiq bo'lmagan nol ildizlariga ega. Boshqacha qilib aytganda $a_n = 0$ yoki $a_n = a_{n-1} = 0$.

2.V.M.Popovning mutlaq turg'unlik mezon

V.M. Popov turg'unlik mezonining ta'rifini isbotsiz keltiramiz.

Nochiziqli tizimning turg'unligini aniqlash uchun shunday chekli haqiqiy son h – ni tanlab olish kerakki, unda hamma $\omega > 0$ bo'lganda quyidagi tengsizlik bajarilsin:

$$\operatorname{Re}(1 + j\omega h)W(j\omega) + \frac{1}{k} > 0, \quad (6.20)$$

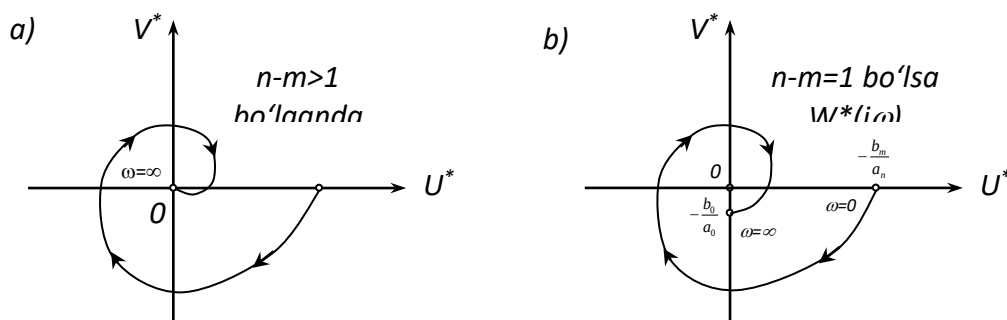
bu yerda, $W(j\omega)$ – chiziqli tizimning AFX si.

Teoremaning boshqacha ta'rifidan qulay geometrik izohlanadigan chastota xarakteristikasining ko'rinishini o'zgartirish bilan bog'liq.

O'zgaruvchan ko'rinishli chastotaviy xarakteristika $W^*(j\omega)$ quyidagicha aniqlanadi:

$$\left. \begin{aligned} U^*(\omega) &= \operatorname{Re} W^*(j\omega) = \operatorname{Re} W(j\omega), \\ V^*(\omega) &= \operatorname{Im} W^*(j\omega) = \omega T_0 \operatorname{Im} W(j\omega), \end{aligned} \right\} \quad (6.21)$$

$T_0 = 1$ sek normallovchi ko'paytiruvchi.



6.22-rasm.

Analogik $W(j\omega)$ qachonki $Q(p)$ va $R(p)$ tenglamalarda darajalar farqi $n-m > 1$ bo'lganda $W^*(j\omega)$ grafigi 6.22,a-rasm ko'rinishiga ega bo'ladi. Agarda darajalar farqi $n-m = 1$ bo'lsa, u holda $W^*(j\omega)$ grafik oxiri mavhum o'qning koordinata boshidan pastda bo'ladi (6.22,b-rasm).

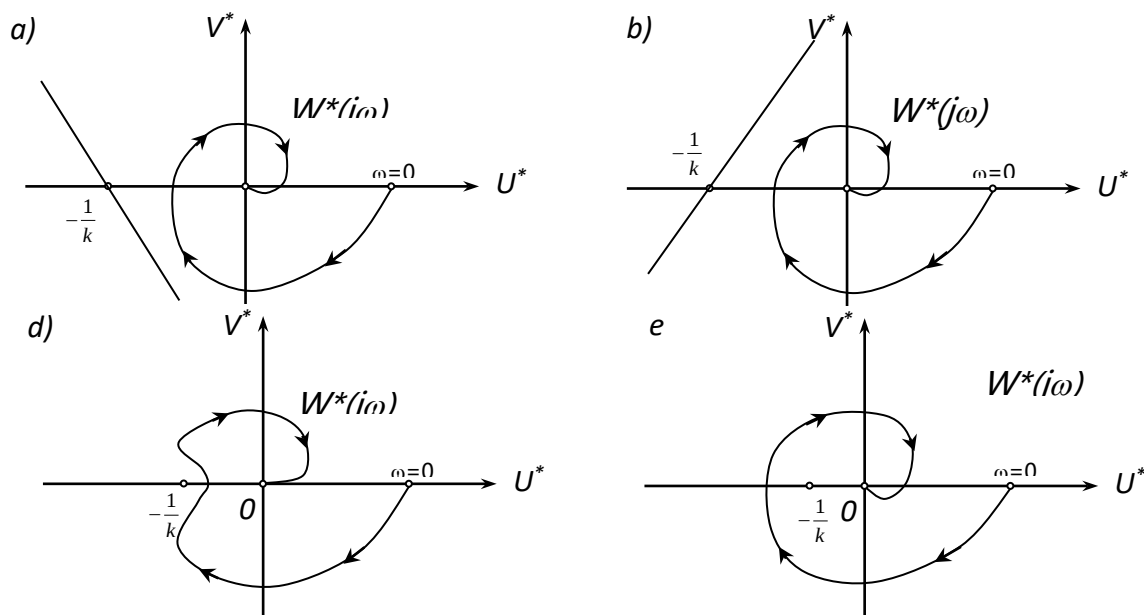
(6.20) tengsizlikning chap qismini quyidagicha o'zgartiramiz:

$$\operatorname{Re}(1 + j\omega h)W(j\omega) + \frac{1}{k} = \operatorname{Re} W(j\omega) - \omega h \operatorname{Im} W(j\omega) + \frac{1}{k} > 0. \quad (6.22)$$

Unda, $W^*(j\omega) = U^*(\omega) + jV^*(\omega)$ va (6.21) chi munosabatlardan foydalanib, (6.22) tengsizikni barcha $\omega \geq 0$ da o'zgartiramiz:

$$U^*(\omega) - \frac{1}{T_0} V^*(\omega) + \frac{1}{k} = U^*(\omega) - h_0 V^*(\omega) + \frac{1}{k} > 0. \quad (6.23)$$

$U^*(\omega) - h_0 V^*(\omega) + \frac{1}{k} > 0$ bo'lganda $W^*(j\omega)$ tekisligida to'g'ri chiziqni ifodalaydi. Bundan V.M.Popov teoremasining geometrik izohi kelib chiqadi: *nochiziqli tizimning turg'unligini aniqlash uchun $W^*(j\omega)$ tekisligida shunday to'g'ri chiziqni tanlab olish kerakki, u $\left(-\frac{1}{k}, j0\right)$ nuqtasidan o'tganda $W^*(j\omega)$ egri chizig'i bu chiziqning o'ng tomonida yotsin.*



6.23-rasm. *a va b hollarda tizim mutlaq turg'un; d va e hollarda tizim noturg'un.*

Tizimning chiziqli qismini va nochiziqli zvenoning uzatish koeffitsiyenti $k = k_{ch} k_n$ shartli ravishda nochiziqli zvenoga kiritilgan. Agar nochiziqli zveno xarakteristikasi $(0, k)$ sektorda joylashgan bo'lsa, k -ning qanday qiymatlarida tizim mutlaq turg'un bo'lishini aniqlang.

Boshlang'ich ma'lumotlar: tizim chiziqli qismining doimiy vaqtlari

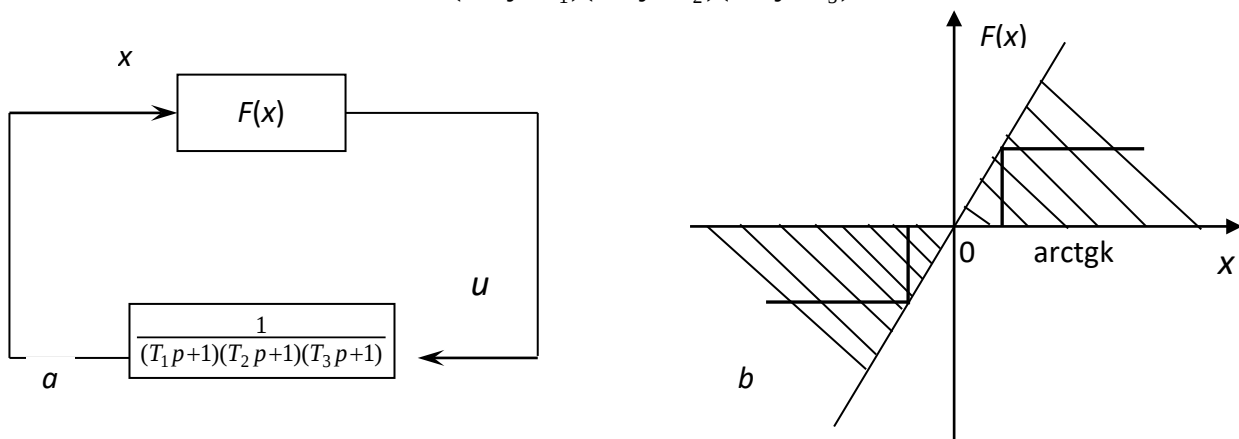
$$T_1=0,5 \text{ sek}, T_2=0,2 \text{ sek } T_3=0,1 \text{ sek}.$$

2. Masalalar

6.3-masala. Nochiziqli avtomatik tizimning struktura sxemasi 6.25,a-rasmda keltirilgan.

Yechish: Tizim chiziqli qismining chastotali uzatish funksiyasni quyidagi ko'rinishga ega:

$$W(j\omega) = \frac{1}{(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3)}. \quad (6.24)$$



24-rasm.

Uning haqiqiy va mavhum qismlari mos ravishda quyidagiga teng

$$U(\omega) = \text{Re}W(j\omega) = \frac{1 - \omega^2(T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)}{(1 + \omega^2T_1^2)(1 + \omega^2T_2^2)(1 + \omega^2T_3^2)}, \quad (6.25)$$

$$V(\omega) = \text{Im}W(j\omega) = \frac{-\omega(T_1 + T_2 + T_3) + \omega^3T_1T_2T_3}{(1 + \omega^2T_1^2)(1 + \omega^2T_2^2)(1 + \omega^2T_3^2)}. \quad (6.26)$$

$U^*(j\omega)$ va $V^*(j\omega)$ ga ba'zi funksiyalar kiritamiz:

$$U^*(\omega) = \text{Re}W(j\omega) = \frac{1 - \omega^2(T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)}{(1 + \omega^2T_1^2)(1 + \omega^2T_2^2)(1 + \omega^2T_3^2)}, \quad (6.27)$$

$$V^*(\omega) = \omega \text{Im}W(j\omega) = \frac{-\omega^2(T_1 + T_2 + T_3) + (\omega^4T_1T_2T_3)}{(1 + \omega^2T_1^2)(1 + \omega^2T_2^2)(1 + \omega^2T_3^2)}. \quad (6.28)$$

(6.27) va (6.28) tengliklar bo'yicha $V^*(\omega) = f[U^*(\omega)]$ xarakteristikani quramiz

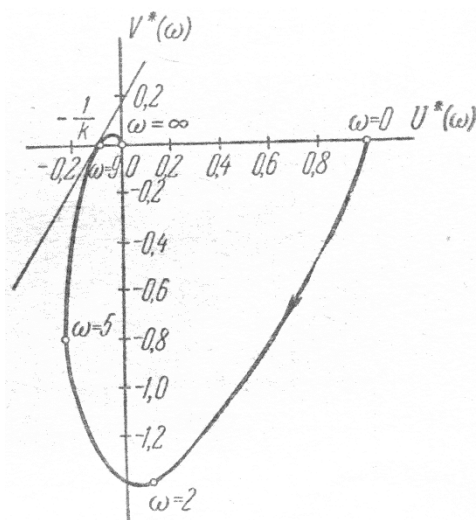
(6.25-rasm) va $\left(-\frac{1}{k}, j0\right)$ bo'yicha Popov to'g'ri

chizig'ini shunday o'tkazamizki, bunda qurilgan xarakteristika bu chiziqdan o'ng tomonda yotsin.

6.25-rasmga binoan $\frac{1}{k} \approx 0,08$. Shuning uchun

tizim $0 < k < 12,5$ sektorda yotuvchi hamma nochiziqli xarakteristikalar uchun mutlaq turg'undir, shu jumladan 6.25-rasmga ko'rsatilgan rele tipli xarakteristika ham turg'un.

Shunday qilib, berk nochiziqli tizimning



6.25-rasm.

mutlaq turg'unligining yetarli sharti ochiq holda k uzatish koeffitsiyentiga ega bo'lgan tutash chiziqli tizimning zaruriy va yetarli sharti bajarilishiga keltirilyapti.

Nazorat va muhokama savollari

1. V.M.Popov mezonini nima uchun mutlaq turg'unlik mezonini deb yuritiladi?
2. V.M.Popov turg'unlik mezonini isbotsiz keltiring.
3. Avtotebranishni aniqlashning qanday usullari mavjud?

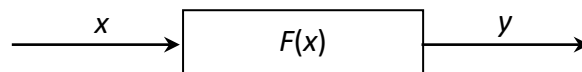
GARMONIK BALANS USULI.

Reja:

1. Garmonik balans usuli
2. Avtotebranishni aniqlash usullari.

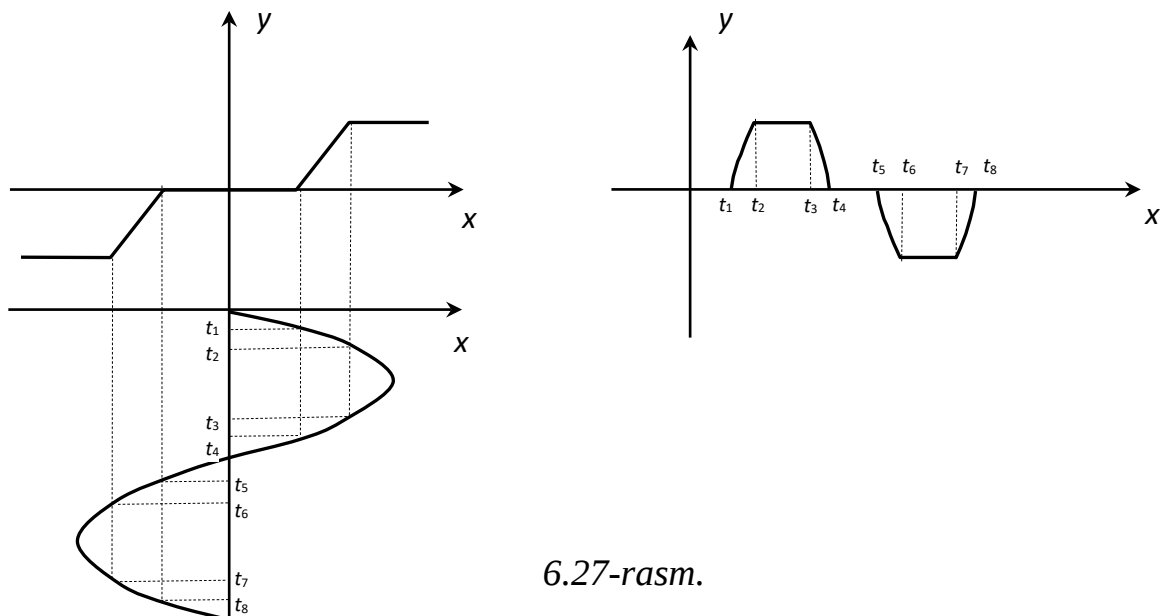
1. Garmonik balans usuli

Bu usul dinamikasi ikki va undan yuqori tartibli nochiziqli differensial tenglama bilan yoziluvchi tizimlarni tekshirish, nochiziqli tizimlarni majburiy harakatini taqriban tahlil qilish, tizimining turg'unligini mavjud bo'ladigan avtotebranishlarni parametrlarini aniqlash imkonini beradi. Tizim tarkibida nochiziqli element bo'lsin.



6.26-rasm.

Bu elementning kirishiga sinusoidal signal berilsa, uning chiqishida davriy signal hosil bo'ladi (6.27-rasm).



6.27-rasm.

Hosil bo'lgan davriy signalni Fure qatoriga yoyamiz

$$y = F(a \sin \omega t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin \omega t + B_n \cos \omega t),$$

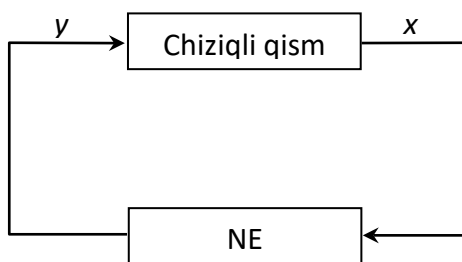
bu yerda $A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \omega t) dt;$

$$A_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \omega t) \sin \omega t dt;$$

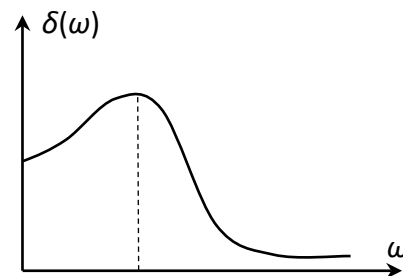
$$B_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \omega t) \cos \omega t dt.$$

Qaralayotgan tizim ixtiyoriy strukturaga ega bo'lsin. Lekin uning tarkibida bir donagina nochiziqli element bo'lsin. U holda sistemani strukturasi quydagicha tasvirlab olish mumkin (6.28-rasm).

Agarda chiziqli qismning uzatish funksiyasi maxrajining darajasi suratining darajasiga nisbatan katta bo'lsa, chiziqli qism yuqori chastotali signallarni so'ndiradi (6.29-rasm).



6.28-rasm.



6.29-rasm.

$$W(p) = \frac{(A(p))^m}{(B(p))^n}, \quad n \gg m$$

$$|W(j\omega)| \gg |W(jn\omega)|, \quad n = 2, 3, \dots$$

Chiziqli qismning bu xossasi filtrlı xossasi deyiladi.

$$y = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin \omega t + \dots + B_1 \cos \omega t + B_2 \cos \omega t + \dots$$

$$y = A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t,$$

bu yerda $\sin \omega t = \frac{x}{a}$, $\omega \cos \omega t = \frac{1}{a} \frac{dx}{dt} \Rightarrow \cos \omega t = \frac{1}{a\omega} \frac{dx}{dt}$ deb quyidagi tenglamani hosil qilamiz

$$y = \frac{A_1}{a} x + \frac{B_1}{\omega a} \frac{dx}{dt}.$$

Bu tenglama nochiziqli elementning differensial tenglamasi deyiladi.

Quyidagi belgilashni kiritib $q(a) = \frac{A_1}{a}$, $q'(a) = \frac{B_1}{a} p$, $p \rightarrow j\omega$

$$y = q(a)x + jq'(a)x, \quad K_N(a) = q(a) + jq'(a).$$

Nochiziqli elementning uzatish funksiyasi deb chiqish signalining birinchi garmonikasi amplitudasini kirish signalining amplitudasi nisbatiga aytiladi. Agarda nochiziqli element bir qiymatli bo'lsa $q'(a) = 0$ bo'ladi.

Nochiziqli elementning AFXsini qurish uchun quyidagi formuladan foydalaniladi:

$$Z_N(a) = -\frac{1}{K_N(a)}.$$

2. Avtotebranishni aniqlash usullari.

Nochiziqli tizimlarni tekshirishda birinchi navbatda quyidagi savollarga javob berish kerak:

1. Tizimda avtotebranish mavjudmi?
2. Mavjud avtotebranish turg'unmi?
3. Avtotebranishning parametrlari qanday?

Bu savollarga javob berish uchun avtotebranishni aniqlash zarur bo'ladi.

Aniqlashning 2 usuli mavjud:

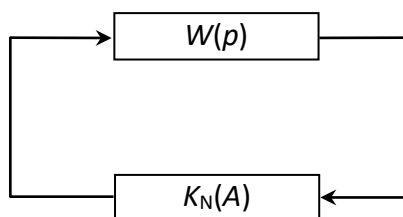
1. Analitik usul.
2. Chastotaviy usul (Goldfarb usuli).

1. Analitik usul. Ushbu usuldan foydalanishda tizimning strukturasi quyidagi ko'rinishga keltirib olinadi (6.30-rasm).

Bunda chiziqli qismning ko'rinishi quyidagiga ega

$$W(p) = \frac{A(p)}{B(p)}.$$

Berk tizimning uzatish funksiyasi topiladi



6.30-rasm.

$$W_B(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p) \cdot K_N(A)}.$$

Berk tizimning xarakteristik tenglamasini nolga tenglaymiz

$$1 + W(p) \cdot K_N(A) = 0,$$

$$1 + \frac{A(p)}{B(p)} \left[q(A) + \int q'(A) \right] = 0,$$

$$B(p) + A(p) \left[q(A) + \int q'(A) \right] = 0.$$

$p \rightarrow j\omega$ bilan almashtirib xarakteristik tenglamaning haqiqiy va mavhum qismlar topiladi. Haqiqiy va mavhum qismlar amplituda A va chastota ω ga bog'liq munosabat ko'rinishda bo'ladi, ya'ni

$$X(A, \omega) + jY(A, \omega) = 0.$$

Ularni nolga tenglab, tenglamalar tizimini hosil qilamiz:

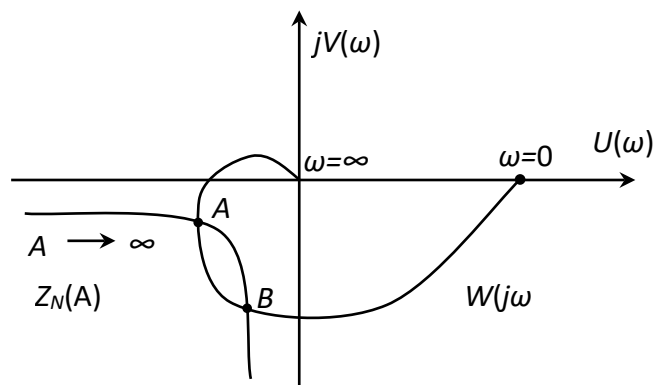
$$\begin{cases} X(A, \omega) = 0, \\ Y(A, \omega) = 0. \end{cases}$$

Agarda tenglamalar tizimini yechimi haqiqiy va musbat qiymatga ega bo'lsa, tizimda avtotebranish mavjud bo'ladi.

2. Goldfarb usuli. Bu usul uncha murakkab bo'lmagan tizimlar uchun qo'llanilib chiziqli qism filtrli xususiyatiga ega bo'lishi kerak. Bunda tizim ikki qismga ajratib olinadi: chiziqli va nochiziqli.

Avtotebranishni topish algoritmi quyidagidan iborat:

1. Chiziqli qismning AFXsi quriladi.
2. Nochiziqli elementning teskari uzatish funksiyasi topiladi



6.31-rasm.

$$Z_N(A) = -\frac{1}{K_N(A)} = -\frac{1}{q(A) + jq'(A)}.$$

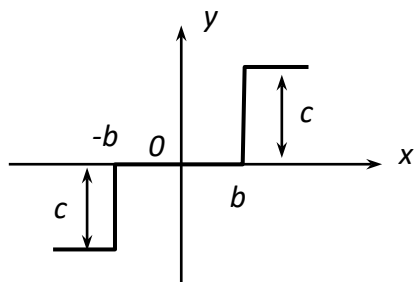
3. Amplitudani 0 dan ∞ gacha o'zgartirib nochiziqli elementning teskari AFXsi quriladi.

Popov mezon: Agarda ikkala AFX o'zaro kesishsa tizimda o'zaro avtotebranish mavjuddir.

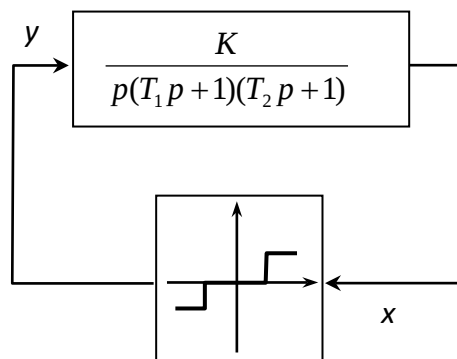
Avtotebranishni turg'un yoki noturg'unligini aniqlash uchun quyidagidan foydalaniladi:

Agarda amplituda 0 dan ∞ ga o'zgarganda nochiziqli elementning AFXsi chiziqli qismning AFXsining konturiga kirs a shu nuqtada noturg'un avtotebranish mavjud. Konturdan chiqadigan nutada turg'un avtotebranish mavjud.

6.4-masala. Agar chiziqli qism parametrlari $k=0,82 \text{ sek}^{-1}$, $T_1=T_2=0,05 \text{ sek}$ va nochiziqli zveno ($b=0,25$, $c=110$) statistik xarakteristikasi 6.32-rasmdagi kabi bo'lsa, 6.33-rasmda keltirilgan struktur sxemali nochiziqli tizimning turg'unligini tadqiq qiling.



6.32-rasm. **Statik**



6.33-rasm. **Strukturli sxema.**

Yechish: Tizimning chiziqli qism $W_{ch}(j\omega)$ amplituda-faza chastotaviy xarakteristikasi va garmonik chiziqlantirilgan nochiziqli zveno $-Z(a) = -\frac{1}{W_N(a)}$ ning gadografni quramiz.

Strukturli sxemaga asosan tizimning chiziqli qism chastotaviy uzatish funksiyasi

$$W_{ch}(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1+T_1j\omega)(1+T_2j\omega)},$$

uning moduli

$$|W_{ch}(j\omega)| = \frac{k}{\omega\sqrt{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}}$$

va fazasi

$$\phi(\omega) = -90^\circ - \arctg\omega T_1 - \arctg\omega T_2$$

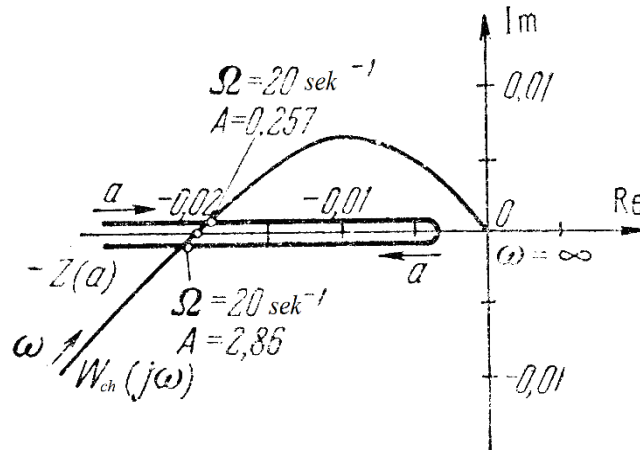
ni yozishimiz mumkin.

Son qiymatlarini quyib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$|W_{ch}(j\omega)| = \frac{0,82}{\omega\sqrt{(1+0,00025\omega^2)}}, \quad (6.29)$$

$$\phi(\omega) = -90^\circ - 2\arctg 0,05\omega. \quad (6.30)$$

$0 \leq \omega \leq \infty$ o'zgartirib, tizimning chiziqli qism AFXsi $W_{ch}(j\omega)$ quramiz (6.34-rasm).



6.34-rasm. Chiziqli qism va nochiziqli zvenoning chastotaviy xarakteristikasi.

Nochiziqli zvenoning garmonik chiziqlantirilgan uzatish funksiyasi quyidagicha:

$$W_N(a) = q(a) = \frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}, \quad a \geq b.$$

Bundan

$$-Z(a) = -\frac{1}{W_N(a)} = -\frac{\pi a^2}{4c} \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}}.$$

Nochiziqli zvenoning son qiymatlarini qo'ygandan so'ng quyidagiga ega bo'lamiz:

$$-Z(a) = -\frac{\pi a^2}{440} \frac{1}{\sqrt{a^2 - 0,0625}}. \quad (6.31)$$

a ning qiymatini $a = b = 0,25$ dan ∞ gacha o'zgartirib, nochiziqli zveno $-Z(a)$ ning gadografini quramiz (6.34-rasm). Ushbu holda bu gadograf musbat haqiqiy yarim o'q bilan ustma-ust tushadi va ikki o'ramli bo'ladi. $-Z(a)$ funksiya modulining minimal qiymati $a = b\sqrt{2} \approx 0,352$ ga teng bo'lganda

$$|Z(a)|_{\min} = \frac{\pi b}{2c} = \frac{\pi \cdot 0.25}{2 \cdot 110} \approx 0,0036$$

ga erishadi.

$W_{ch}(j\omega)$ va $-Z(a)$ larning gadograflari ikki nuqtada kesishadi. Bu

$$W_{ch}(j\omega) = -\frac{1}{W_N(a)} = -Z(a)$$

tenglama 6.34-rasmga asosan ($\Omega = 20 \text{ sek}^{-1}$, $A_1 = 0,257$, $A_2 = 2,86$) ikkita davriy yechim

$$\left. \begin{aligned} x &= A_1 \sin \Omega t \\ x &= A_2 \sin \Omega t \end{aligned} \right\} \quad (6.35)$$

ga ega bo'ladi.

Davriy yechim turg'un bo'lishi uchun tizimning chiziqli qism $W_{ch}(j\omega)$ AFX si kichik amplitudaga mos keluvchi $-Z(a)$ gadograf qismini o'rab oldi. Shuning uchun, (6.35) tenglamaning birinchi yechimi noturg'un hisoblanadi, ikkinchi yechimi esa turg'unidir. Shunday qilib, tizimda amplitudasi $A = 2,86$ va chastotasi $\Omega = 20 \text{ sek}^{-1}$, $x = 2,86 \sin 20t$ bo'lgan avtotebranish hosil bo'ldi.

Nazorat va muhokama savollari

1. V.M.Popov mezon nima uchun mutlaq turg'unlik mezon deb yuritiladi?
2. V.M.Popov turg'unlik mezonini isbotsiz keltiring.
3. Avtotebranishni aniqlashning qanday usullari mavjud?

DISKRET SISTEMALARNING SINFLANISHI.

Reja:

1. Asosiy tushunchalar
2. Impulsli tizimlarni sinflanishi.
3. Diskret tizimlarga misollar.

1. Asosiy tushunchalar

Diskret tizim deb tarkibida uzluksiz dinamik zvenolardan tashqari, hech bo'lmaganda bitta uzluksiz signalni kvantlab diskret signalga aylantirib beruvchi elementi mavjud bo'lgan tizimga aytiladi.

Agar signal vaqtning bir-biriga teng onlari $t_0, t_1, \dots, t_k$ bilan aniqlansa, bunday signal *vaqt bo'yicha kvantlangan* (diskretlangan) deyiladi va $f(t_k)$ deb ifodalanadi. Kvantlash onlari orasida signal aniqlanmaydi. $T = t_k - t_{k-1}$ kattaligi *kvantlash davri yoki qadami* deyiladi va bunday tizim – *impulsli tizim* deyiladi.

Radio va optik lokatsiya tizimlari, chastotali datchiklari mavjud tizimlar impulsli tizimga misol bo'la oladi.

Agar signal qat'iy aniq qiymatlar (sathlar)ga $f_0, f_1, \dots, f_i$ ega bo'lsa, sath bo'yicha kvantlangan signal deyiladi. $\Delta_i = f_i - f_{i-1}$ kattalik sath bo'yicha kvantlash qadami deyiladi. Ushbu holatda tizimning o'zini esa *releli tizim* deyiladi.

Releli tizimlarni amalga oshirish oson. Ish sifati esa, qoniqarli bo'lgani uchun ro'zg'or texnikasida keng ko'lamda qo'llanadi. Masalan, sovutish va elektr isitish asboblariidagi haroratni rostlovchi tizimlar.

Shunday signallar ham bo'ladiki, bir yo'la vaqt va sath bo'yicha kvantlanadi, ya'ni diskret vaqt onlari, $t_0, t_1, \dots, t_k$ da aniqlanadi va aniq qiymatlar $f_0, f_1, \dots, f_i$ qabul qiladi. Bunday tizimlar *raqamli tizim* deyiladi.

Berk konturni ichiga raqamli hisoblash qurilmasi o'rnatilgan avtomatik boshqarish tizimlari "raqamli tizim" deyiladi. Bunday tizim boshqarishning murakkab algoritmlarini amalga oshirish imkonini beradi. Uning kirish joyida uzluksiz kattaliklar diskretlashtiriladi, chiqish joyida esa, teskari jarayon sodir bo'ladi.

Diskret tizimlarning rivojlanishi boshqarishga qo'yilgan konstruktiv, eksplutatsion va metrologik talablarning muttasil oshib borishi bilan bog'liq. Misol uchun, zamonaviy elektromexanik tizimlarda 0,5 m/sek tezlik bilan surilish ta'minlanishi va bunday tezlikni 1% ga yaqin aniqlik bilan ushlab turish talab etiladi. Bunda pozitsiyalash xatoligi 1-2 mkm.dan oshmasligi kerak. Analog boshqarish tizimlari inertsialigi va operatsiya kuchaytirgichlarining "nol dreyfi" sababli bunday aniq ko'rsatgichlarni ta'minlab bera olmaydi. Boshqarish tizimlari o'sha ikkita

sababsiz amalga oshmaydi. Bundan tashqari, tizimning ish rejimi o'zgarganda rostlagichning parametrlarini qayta sozlash, boshqarish tizimi strukturasini o'zgartirishga to'g'ri kelishi mumkin. Bunday amal ko'p vaqtning talab etadi, demak, jihozlarning ish unumi pasayishi kuzatiladi.

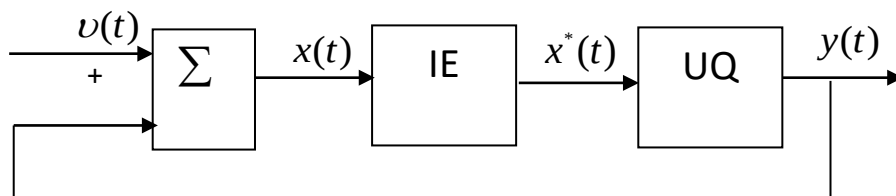
Diskret tizimlarda "nol dreyfi" yo'q, ular xalaqitlardan ancha yuqori himoyalangan va g'alayonlarga turg'un, o'lchamlari va og'irligi kichik. Boshqarish qonuni ularda dasturlar yordamida amalga oshiriladi, bu esa, rostlagichlarning parametrlarini tez o'zgartirish zarur bo'lsa, strukturasini ham o'zgartirish imkonini beradi. Diskret tizimlarda mikroprosessorlardan foydalanish boshqarish funksiyalarini kamaytirish imkonini beradi, masalan, tizim elementlari ishini testli nazorat qilishni tashkil etish, elementlarning ishlash qobiliyatini buzilishini o'z vaqtida aniqlash, tizimni "buzilish" joyini ko'rsatish, elementlarning jismoniy imkoniyatini hisobga olish.

Ayni vaqtda raqamli diskret tizimlarni hisoblash va loyihalash qator masalalarni aniq ta'riflash (qo'yish)ni talab etadi: boshqarish algoritmlarini puxta ishlab chiqish, ularni amalga oshirish uchun texnik vositalarni mohirona tanlash, xususiy buyruqlar tizimi va hisoblash vositalari arxitekturasini, dasturiy ta'minot vositalarini loyihalash.

2. Impulslı tizimlarni sinflanishi

Yuqorida ta'kidlanganidek, impulslı avtomatik boshqarish tizim (IABS)larning o'ziga xos xususiyati shuki, hech bo'lmaganda bitta o'zgaruvchan parametri (kattaligi) vaqt bo'yicha kvantlanishi kerak. Bu kattalik impulslı modulyatsiyalash yo'li bilan impulslar ketma-ketligiga aylantiriladi va ular keyinchalik, tizimning uzluksiz qismiga ta'sir ko'rsatadi. Kvantlash va impulslı modulyatsiyalash jarayonlari impulslı element yordamida amalga oshiriladi. Impulslı tizimni umumiy holda impulslı element (IE) va uzluksiz qism (UQ)dan iborat sxema ko'rinishida tasavvur qilish mumkin (7.1-rasm).

IE uzluksiz o'zgaradigan kattalik $x(t)$ ni modulyatsiyalangan impulslar $x^*(t)$ ketma-ketligiga aylantirib beradi. Bunda signal avval kvantlanadi (7.2.a-rasm) va keyin modulyatsiyalanadi (7.2.b-rasm).

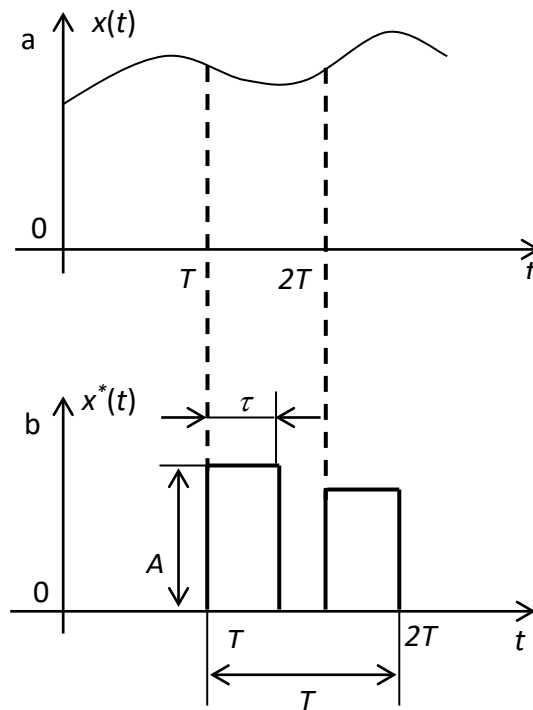


7.1 - rasm. **IABSning namunaviy strukturasini:**

$v(t)$ - kirish signali; $x(t)$ - nomuvofiqlik signali, IEning kirishidagi signali;

$x^*(t)$ - impulslı elementning chiqish joyidagi (impulslangan) signali;

$y(t)$ - chiqish signali.



7.2-rasm. IE ning ishidagi vaqt diagrammalari.

Impulsli modulyatsiyalash jarayoni davriy takrorlanadigan impulslarning qandaydir parametrini ma'lum bir qonun bilan o'zgartirishdan iborat.

Modulyatsiyalash qonunini aniqlaydigan kattalik "modulyatsiyalovchi kattalik" deyiladi.

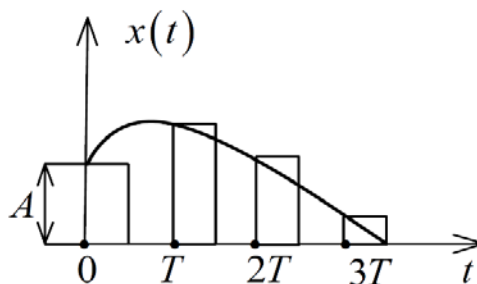
Impulsli ketma-ketlikning asosiy parametrlari quyidagilar: A – impulsning amplitudasi (balandligi); τ – impulsning davomiyligi (eni); T – kvantlash (takrorlanish, diskretlik) davri; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ – takrorlanish chastotasi.

Impulslar ketma-ketligining qaysi parametri o'zgarishiga qarab, impulsli modulyatsiyalash turlari quyidagicha bo'ladi:

1. Amplituda-impulsli modulyatsiyalash (AIM), bunda impuls amplitudasi kirish signaliga proporsional;
2. Kenglik-impulsli modulyatsiya (KIM), bunda impulsning uzunligi (kengligi) kirish signaliga proporsional;
3. Vaqt-impulsli modulyatsiyalash (VIM), unga faza-impulsli modulyatsiyalash (FIM) kiradi. Bunda impulsning diskretlik davrining boshiga nisbatan fazasi yoki vaqt bo'yicha siljishi kirish signaliga proporsional. VIMga, yana, chastota-impulsli modulyatsiyalash (ChIM) ham kiradi; diskretlik chastotasi kirish signaliga proporsional.

Bundan tashqari, impulsli modulyatsiyalash ikki turga bo'linadi. Agar impulslar ketma-ketligining parametrlari: bir-biridan bir xil vaqt onlarida keying modulyatsiyalovchi kattalikning qiymatlariga qarab o'zgarsa, bunday modulyatsiyalash birinchi turdagi impulsli modulyatsiyalash deyiladi. Agar modulyatsiyalovchi kattalikning joriy qiymatiga qarab o'zgarsa, ikkinchi turdagi modulyatsiyalash deyiladi.

Faqat AIM-1ga ega IABSlarning chiziqli ekanligini ko'rsatish qiyin emas, chunki ularda IEning chiqish signallari amplitudasi diskret vaqt onlaridagi kirish signallari qiymatiga proporsional (7.3-rasm).

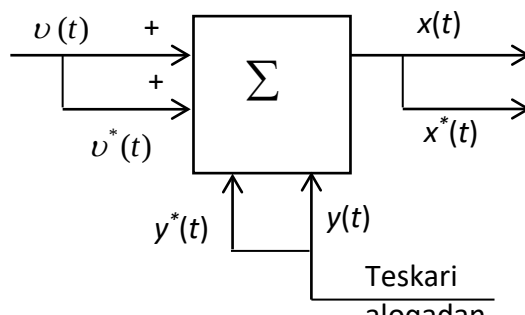


7.3-rasm. AIM-1 ga ega IEdagi chiqish signali.

Modulyatsiyalashning boshqa turlarida impuls kengligi τ ning eni (KIMda) yoki surilishi (VIMda) diskretlash davri – T chegaralarida cheklanganligi sababli IE to'yinib qoladi, bu esa, uning chiziqli emasligidan (matematik ifodalari ko'p darajali ekanidan) darak beradi.

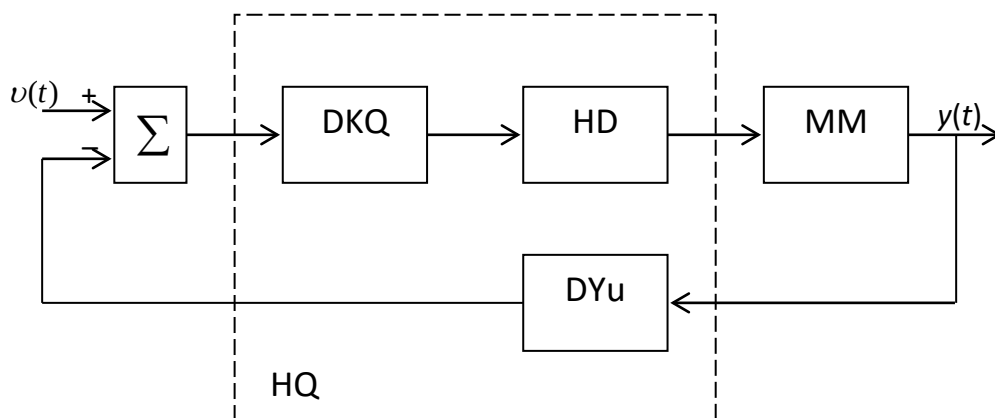
3. Diskret tizimlarga misollar

Diskret tizimlarning turli-tuman ko'rinishlari mavjud. Ular bir-biridan, avvalo, teskari aloqa (TA) zanjiridagi signallarni taqqoslash blokining strukturasi bilan farq qiladi. Bu blok zanjirga ta'sir impulslarini berib turadi (7.4-rasm).



7.4-rasm. Taqqoslash bloki.

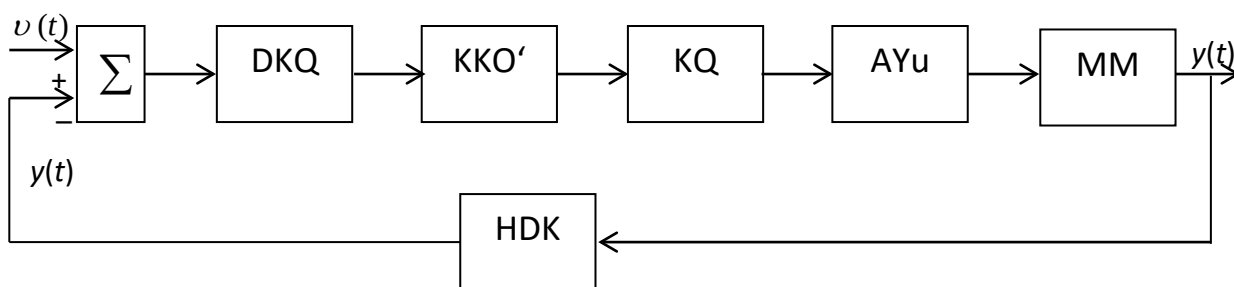
O'z navbatida, blokning strukturasi teskari aloqa zanjiridagi datchiklarga bog'liq. Datchiklar esa, ijrochi qurilma, o'zgartiruvchi va korrektlovchi elementlarning turiga bog'liq. Bularga misol sifatida qadamli va elektrogidravlik dvigatellarda qo'llaniladigan raqamli yuritmaga ega bolgan tizimni keltirish mumkin.



7.5 - rasm. **Raqamli yuritмага ega bo‘lgan diskret tizimning strukturali sxemasi:**

DKQ – diskret korreksiyalovchi qurilma; DYu – diskret yuritma; MM – mashina mexanizmi; HD – holat datchigi (raqamli); HQ – hisoblovchi qurilma.

Bunday tizimlarning afzalligi shundan iboratki, boshqarish signallarini kodlardan chiqarish zarurati qolmaydi. Agar tizimda oddiy yuritma bo‘lsa, diskret tizim quyidagicha ko‘rinish oladi:

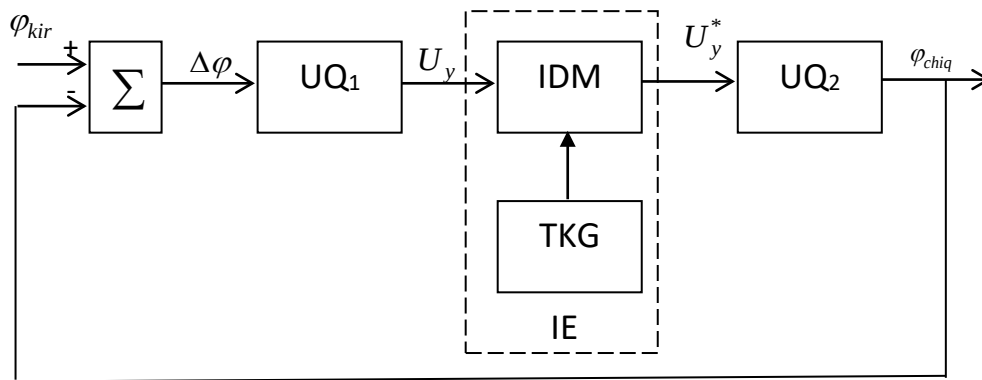


7.6- rasm. **Analog tizimli diskret tizimning strukturaviy sxemasi:**

KKO' – "kuchlanish – kod" o‘zgartiruvchisi; KQ – korrektlovchi qurilma (analog); AYu – analogli yuritma; HDK – holat datchigining kodlovchisi.

Zamonaviy tizimlarning teskari aloqa zanjirida impuls datchiklaridan keng foydalaniladi. Ular mashina mexanizmining holatiga qarab impuls ketma-ketligini shakllantiradi. Agar bunday tizimlarning parametrlarini korreksiyalash uchun hisoblash vositalaridan foydalanilsa, bunday ketma-ketlik kodga aylantiriladi.

Impuls yuritmalı diskret tizim 7.7 - rasmda keltirilgan. Uning o‘ziga xos xususiyati IDM va TKG dan iborat IE bo‘lib, u uzluksiz signalni ishorasi o‘zgaruvchan yuqori chastotali impulslarga aylantirib beradi.

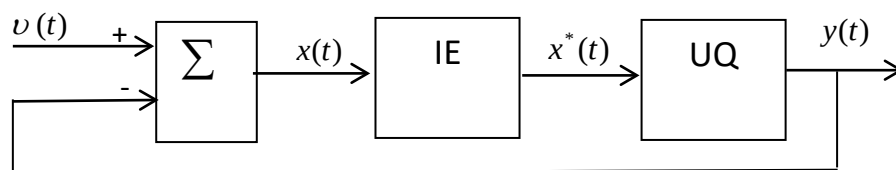


7.7 - rasm. **Impuls yuritmalı diskret tizim:**

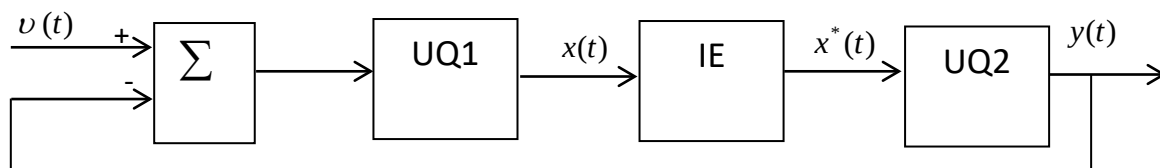
UQ_1 – uzluksiz qism, o‘lchagich – o‘zgartirgich, dastlabki kuchaytirgich, korreksiyalovchi zvenodan iborat bo‘lib, boshqarish signali U_y ni shakllantiradi; IDM – impuls uzunligi modulyatori, chiqish joyida boshqarish signali impulsi U_y^* shakllanadi; TKG – tayanch kuchlanish generatori; UQ_2 – uzluksiz qism, kuch kanali (quvvat kuchaytirgichi, dvigatel, mexanik uzatma) xususiyatlarini aks ettiradi.

Impulslı tizımlar turli-tuman bo‘lishiga qaramay, ularning strukturaviy sxemalarini ikki turga keltirish mumkin (7.8 - rasm):

a



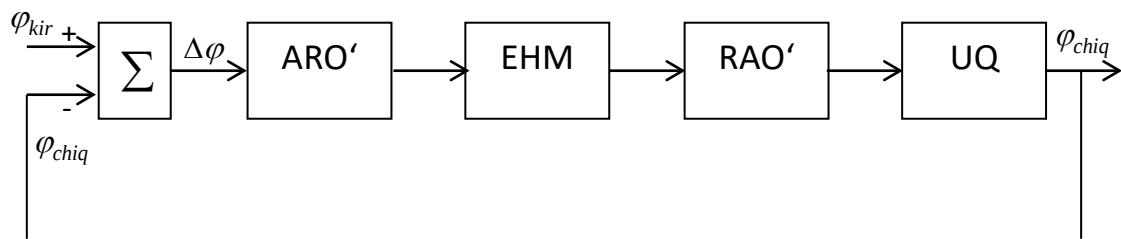
b



7.8 - rasm. **IABS ning umumlashgan strukturaviy sxemasi:**

a – uzluksiz qismi ajratilmagan tizim, *b* – uzluksiz qismi ajratilgan tizim.

Nihoyat, raqamli tizim quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi (7.9 - rasm).



7.9 - rasm. **Raqamli tizimning strukturaviy sxemasi:**

ARO' – analog-raqamli o'zgartirgich; RAO' – raqam-analogli o'zgartirgich.

Bunday tasavvur diskret tizimlarning tahlili bilan bog'liq qator qiyinchiliklarni chetlab o'tish imkonini beradi, chunki teskari aloqa uzluksiz bo'ladi.

Yuqorida keltirilgan turli diskret tizimlarning tahlili shuni ko'rsatadiki, diskret tizim uzluksiz tizimdan IE, RAO', ARO'larning mavjudligi bilan farq qilar ekan.

Nazorat va muhokama savollari

1. Diskret tizim deb nimaga aytiladi?
2. Vaqt bo'yicha kvantlangan signallarni tushuntiring.
3. Kvantlash davri yoki qadami deb nimaga aytiladi?
4. Releli va raqamli tizimlar deb nimaga aytiladi?

DISKRET SISTEMALARNI TADQIQ QILISHNING MATEMATIK APPARATI.

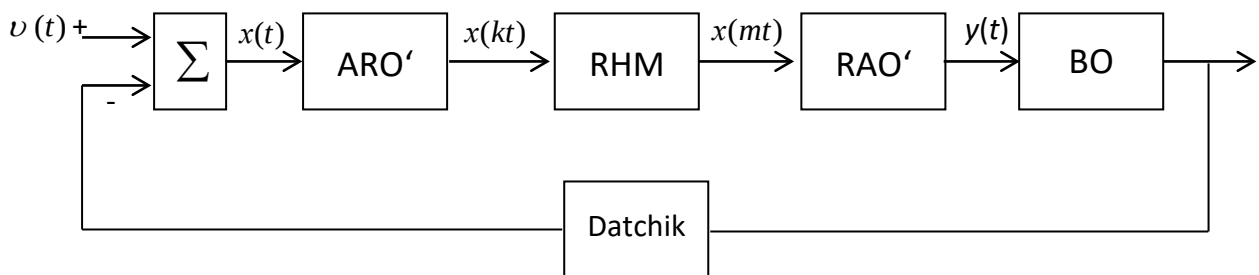
Reja:

1. Diskret vaqtli tizim tushunchasi
2. Panjarali funksiya va ayirmali tenglamalar. .

1. Diskret vaqtli tizim tushunchasi

Ushbu darslikning oldingi boblarida ko'rib chiqilgan tizimlar uzluksiz vaqtda ishlaydi. Ularning dinamikasi o'zgarmas koeffitsiyentli differensial tenglamalar bilan ifodalanadi. Diskret tizimlarni o'rganishda diskret vaqtlarda kechadigan jarayonlarni ko'rib chiqamiz, ular ayirmali tenglamalar bilan ifodalanadi.

Raqamli ABSning strukturasi quyidagicha bo'lsin (7.10- rasm).



7.10 - rasm. **Raqamli boshqarish tizimi**

Bu sxemada raqamli hisoblash mashinasi (RHM) rostlagich vazifasini bajaradi va uning amallarni bajarish vaqti T ga qaraganda juda kichik.

Faraz qilaylik $t = 1$ da RHM ning kirishida $x(0)$, chiqishida $m(0)$ signal bor. RHM chiziqli amallarni bajargani uchun $m(0) = b_0 x(0)$ bo'ladi, bu yerda $b_0 = \text{const}$. Ushbu holda $m(T)$ uchta ifoda $x(0)$, $m(0)$, $x(T)$ ning funksiyasi bo'ladi:

$$m(T) = b_0 x(T) + b_1 x(0) - a_1 m(0),$$

$$m(2T) = b_0 x(2T) + b_1 x(T) + b_2 x(0) - a_1 m(T) - a_2 m(0),$$

$$m(kT) = b_0 x(kT) + b_1 x[(k-1)T] + \dots + b_n x[(k-n)T] - a_1 m[(k-1)T] - \dots - a_n m[(k-n)T].$$

So'nggi formuladan T ni chiqarib tashlasak, quyidagi ko'rinishga keladi:

$$m(k) = b_0 x(k) + b_1 x(k-1) + \dots + b_n x(k-n) - a_1 m(k-1) - \dots - a_n m(k-n). \quad (7.1)$$

(7.1) tenglama diskret filtrning ayirmali tenglamasi deyiladi.

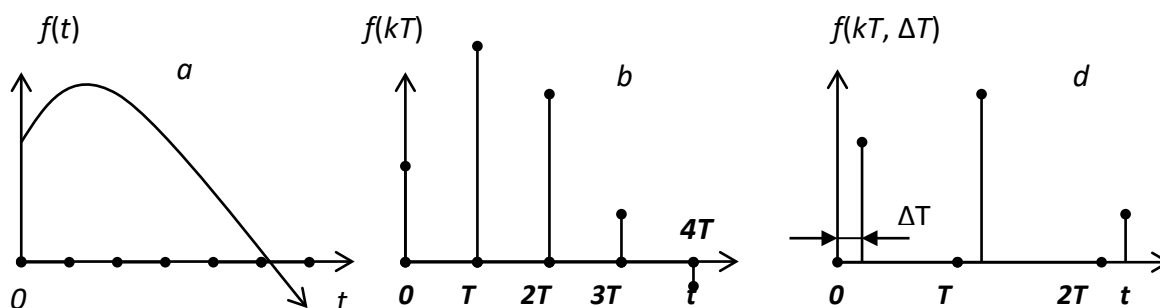
Diskret vaqtli tizimlarni tadqiq etish uchun panjarali funksiyalarni, ayirmali tenglamalarni, Laplasning diskret o'zgartiruvchisi va uning turli ko'rinishlarini o'z ichiga olgan matematik apparatdan foydalaniladi.

2. Panjarali funksiya va ayirmali tenglamalar

Panjarali funksiya (7.11 - rasm) deganda, diskret vaqt oraliqlari – kT da aniqlanadigan diskret argumentning funksiyalari tushuniladi. Bunda $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, T diskretlash davri:

$$f(kT) = f(t)|_{t=kT} \text{ yoki } f(k) = f(t)|_{t=k, T=1} \quad (7.2)$$

Diskretli funksiyaning $t = kT$ onlaridagi qiymatlari “diskretlar” deyiladi. Siljirilgan panjarali funksiyalar - $f(kT, T)$ yoki $f(k, \varepsilon)$ ham qo'llanadi, bu yerda $\varepsilon = \frac{\Delta T}{T} \leq 1$.

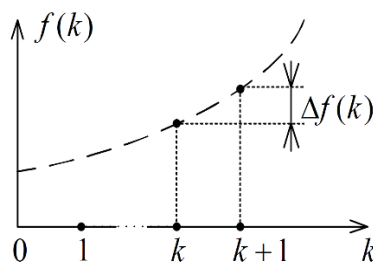


7.11-rasm. *a* – uzluksiz funksiya; *b* – panjarali funksiya; *d* – aralash panjarali funksiya.

Shuni nazarda tutish kerakki, uzluksiz funksiya bo'yicha panjarali funksiyani osongina topish mumkin. Teskari masala esa, ya'ni panjarali funksiya bo'yicha uzluksiz funksiyani shakllantirish bir xil kechmaydi, chunki panjarali funksiyaning oraliq qiymatlari noma'lum.

Uzluksiz funksiyaning birinchi hosilasining panjarali funksiya uchun o'xshashi (analogi) birinchi ayirmadan iborat (1 - tartibli ayirma) (7.12 - rasm):

$$\Delta f(k) = f(k+1) - f(k). \quad (7.3)$$



7.12 - rasm. *Panjarali funksiyaning ayirmasini topish.*

Ikkinchi ayirma quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\begin{aligned}\Delta^2 f(k) &= \Delta f(k+1) - \Delta f(k) = f(k+2) - f(k+1) - \{f(k+1) - f(k)\} = \\ &= f(k+2) - 2f(k+1) + f(k),\end{aligned}$$

n -chi ayirma:

$$n^n f(k) = \Delta^{n-1} f(k+1) - \Delta^{n-1} f(k) = \sum_{i=0}^n C_n^i f(k+n-i)(-1)^i, \quad (7.4)$$

bu yerda $C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ (birikishlar soni).

Integralning analogi yig‘indi hisoblanadi:

$$F_{\Sigma}(k) = \sum_{i=0}^{k-1} f(i) = f(0) + f(1) + \dots + f(k-1). \quad (7.5)$$

Yig‘indilar ayirmasi quyidagi ifoda bo‘yicha hisoblanadi:

$$\Delta F_{\Sigma}(k) = F_{\Sigma}(k+1) - F_{\Sigma}(k) = f(k). \quad (7.6)$$

Panjarali funksiya va uning ayirmalarini diskret qurilmaning chiqish va kirish joyida bog‘laydigan ifoda so‘nggi ayirmali tenglama deyiladi. Bu tenglamani n -chi tartibli qurilma uchun umumiy holda quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned}\alpha_0 \Delta^n y(k) + \alpha_1 \Delta^{n-1} y(k) + \dots + \alpha_n y(k) &= \\ = \beta_0 \Delta^m v(k) + \beta_1 \Delta^{m-1} v(k) + \dots + \beta_m v(k),\end{aligned} \quad (7.7)$$

bu yerda, $m < n$, $y(k)$ – qurilmaning chiqish signali; $v(k)$ – qurilmaning kirish signali.

$$\begin{aligned}a_0 y(k+n) + a_1 y(k+n-1) + \dots + a_n y(k) &= \\ = b_0 v(k+m) + b_1 v(k+m-1) + \dots + b_m v(k),\end{aligned} \quad (7.8)$$

bu yerda, $a_l = \sum_{i=0}^l (-1)^{l-i} \alpha_i c_{n-i}^{l-i}$, $c_{n-i}^{l-i} = \frac{(n-i)!}{(l-n)!(n-l)!}$

$$b_l = \sum_{i=0}^l (-1)^{l-i} \beta_i c_{m-i}^{l-i}, \quad c_{m-i}^{l-i} = \frac{(m-i)!}{(l-i)!(m-l)!}.$$

Nazorat va muhokama savollari

1. Impulsli avtomatik boshqarish tizimlarning o‘ziga xos xususiyati nimada?
2. Impulsli avtomatik boshqarish tizimining namunaviy strukturasi qanday ko‘rinishga ega?
3. Impulsar ketma-ketligining parametri o‘zgarishiga qarab impulsli modulyatsiyalash qanday turlarda bo‘ladi?
4. Panjarali funksiya deganda qanday funktsiyani tushunasiz?
5. To‘g‘ri va teskari ayirmali tenglamalarni tushuntiring.

Z ALMASHTIRISH (LAPLASNING DISKRET O'ZGARTIRUVCHISI VA UNING XOSSALARI) VA UNING XOSSALARI.

Reja:

1. Laplasning diskret almashtirishi va uning xossalari
2. Laplas almashtirishi va z – almashtirishi.
3. Ayirma tenglamalarni yechish

1. Laplasning diskret almashtirishi va uning xossalari

Uzluksiz funksiya $f(t)$ lar uchun Laplas almashtirishining analogi panjarali funksiya $f(k)$ lar uchun Laplasning diskret o'zgartiruvchisidir.

To'g'ri diskret o'zgartirishi

$$F^*(p) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)e^{-pkT}, \quad (7.9)$$

teskari diskret o'zgartirishi

$$f(t) = \frac{1}{j\omega_0} \int_{c-j\frac{\omega_0}{2}}^{c+j\frac{\omega_0}{2}} F^*(p)e^{pkT} dp, \quad (7.10)$$

bu yerda, $F^*(p)$ panjarali funksiya $f(k)$ ning tasviri, $f(k)$ funksiya esa haqiqiy (original) deyiladi.

(7.9) va (7.10) dagi p – kompleks o'zgaruvchi; c – mutlaq yaqinlashuv abssissasi;

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ - diskretlash chastotasi.

Bu formulalar quyidagicha timsoliy ko'rinishga ega bo'ladi:

$$F^*(p) = D\{f(k)\}, \quad (7.11)$$

$$f(k) = D^{-1}\{F^*(p)\}. \quad (7.12)$$

$F^*(p)$ tarkibida e^{pT} ko'paytma borligi sababli, funksiya noratsional bo'lib qolishidan qutilish uchun formuladagi o'zgaruvchilarni almashtirib, ratsional ko'rinishga keltiriladi:

$$e^{pT} = z, \quad p = \frac{1}{T} \ln z. \quad (7.13)$$

Shunday qilib,

$$F(z) = Z\{f(k)\} = F^*(p) \Big|_{p=\frac{1}{T} \ln z} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) z^{-k}, \quad (7.14)$$

$$f(k) = Z^{-1}\{F^*(z)\} = \frac{1}{2\pi j} \oint F^*(z) z^{k-1} dz. \quad (7.15)$$

Diskret tizimlar nazariyasida z – almashtirishidan foydalanganda shuni unutmaslik kerakki, chiziqli tizimning vaqt funksiyasining qiymatlarini faqat kvantlash onidagina aniqlaydi (ya'ni funksiyaning kvantlash onlari orasidagi qiymatlari haqida axborotga ega bo'lmaydi).

Bundan tashqari, uzluksiz tizimning uzatish funksiyasi qutblar soni nollar sonidan hech bo'lmaganda bittaga ko'p bo'lishi kerak. Bu real tizimlarda amalda doim bajariladi.

z – almashtirishiga o'tish uchun maxsus jadvallardan foydalaniladi. Eng ko'p ishlatiladigan o'zgartirishlarni keltiramiz (7.1 – jadval).

Quyida z – almashtirishining asosiy xossalari ko'rib chiqamiz.

Chiziqlilik xossasi

$$af(k) \rightarrow aF(z); \quad f_1(k) + f_2(k) \rightarrow F_1(z) + F_2(z). \quad (7.16)$$

Siljish teoremasi (ilgarilash va kechikish)

Ilgarilash 7.13-rasmda ko'rsatilgan, quyidagi formula yordamida hisoblanadi.

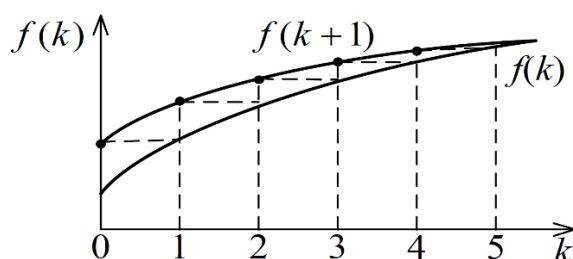
$$Z\{f(k+1)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(k+1)z^{-k} = f(1)z^{-0} + f(2)z^{-1} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} f[k]z^{-(k-1)} = z \sum_{k=1}^{\infty} f(k)z^{-k}.$$

7.1 - jadval

2. Laplas almashtirishi va z – almashtirishi

Uzluksiz funksiya		Panjarali funksiya	
Original	Laplas almashtirishi	Orginal	z – almashtirishi
$1(t)$	$\frac{1}{p}$	$1(kT)$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{p^2}$	kT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$\frac{t^2}{2}$	$\frac{1}{p^3}$	$\frac{(kT)^2}{2}$	$\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$
e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$	e^{-akT}	$\frac{Tz}{z-e^{-aT}}$

$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{p(p+a)}$	$1 - e^{-akT}$	$\frac{z(1 - e^{-aT})}{(z-1)(z - e^{-aT})}$
$\sin bt$	$\frac{b}{p^2 + b^2}$	$\sin bkT$	$\frac{z \sin bt}{z^2 - 2z \cos bT + 1}$
$\cos bt$	$\frac{p}{p^2 + b^2}$	$\cos bkT$	$\frac{z(z - \cos bT)}{z^2 - 2z \cos bT + 1}$



7.13 - rasm. **Ilgarilanish haqidagi tenglama uchun.**

Ifodaning o'ng tomonida $f(0)$ ni qo'shib va ayirib hosil qilamiz.

$$Z\{f(k+1)\} = z[F(z) - f(0)]. \quad (7.17)$$

Boshlang'ich shartlar no'lga teng bo'lganda $f(0) = 0$ va

$$Z\{f(n+1)\} = zF(z). \quad (7.18)$$

2 taktga ilgarilanganda va boshlang'ich shartlar no'lga teng bo'lganda

$$Z\{f(k+2)\} = z^2 F(z).$$

m – taktga ilgarilanganda

$$Z\{f(k+m)\} = z^m F(z). \quad (7.19)$$

Kechikishni hisoblash uchun xuddi shu yo'llar bilan formulalar keltirib chiqariladi (7.14-rasm).

$$Z\{f(k-1)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(k-1)z^{-k} = 0 \cdot z^{-0} + f(0)z^{-1} + f(1)z^{-2} + \dots = \quad (7.20)$$

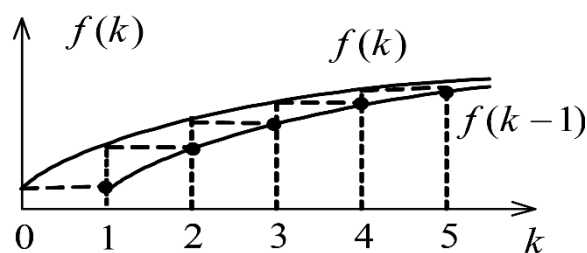
$$= \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-(k+1)} = z^{-1}F(z),$$

$$Z\{f[k-2]\} = z^{-2}F(z),$$

.....

$$Z\{f[k-m]\} = z^{-m}F(z).$$

(7.21)



7.14 - rasm. **Kechikish teoremasiga doir.**

Ayirmalarni tasvirlash

Dastlabki shartlar no‘l bo‘lganda:

$$Z\{\Delta f(k)\} = Z\{f(k+1)\} - Z\{f(k)\} = zF(z) - F(z) = (z-1)F(z). \quad (7.22)$$

.....

$$Z\{\Delta^m f(k)\} = (z-1)^m F(z). \quad (7.23)$$

Yig‘indini tasvirlash

Yig‘indining ayirmasi $\Delta F_{\Sigma}(k) = f(k)$ bo‘lgani uchun tasviri $Z\{\Delta F_{\Sigma}(k)\} = F(z)$ bo‘ladi. (7.22) tufayli $Z\{\Delta F_{\Sigma}(k)\} = (z-1)Z\{F_{\Sigma}(k)\}$ bo‘lgani uchun uzil - kesil hosil qilamiz:

$$Z\{F_{\Sigma}(k)\} = \frac{F(z)}{z-1}. \quad (7.24)$$

m – tartibli yig‘indi uchun

$$Z\{F_{\Sigma}^m(k)\} = \frac{F(z)}{(z-1)^m}. \quad (7.25)$$

Panjarali funksiyaning chekli qiymati

$$f(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)F(z). \quad (7.26)$$

Panjarali funksiyaning dastlabki qiymati

$$f(0) = \lim_{k \rightarrow 0} f(k) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$$

Panjarali funksiyalar o‘rami:

Agar $Z\{f_1(k)\} = F_1(z)$ va $Z\{f_2(k)\} = F_2(z)$ bo‘lsa,

$$F_1(z) \cdot F_2(z) = Z\left\{\sum_{v=0}^k f_1(v)f_2(k-v)\right\} = Z\left\{\sum_{v=0}^k f_2(v)f_1(k-v)\right\} \quad (7.27)$$

Bo‘ladi.

O‘zgartirish formulasi:

$$f(k) = \frac{1}{2\pi j} \oint F(z)z^{k-1}dz = \sum_{v=1}^l \text{Re } p_v F(z)z^{k-1}. \quad (7.28)$$

Integrallash radius $R > |z_v|_{\max}$, aylanasi bo'ylab bajariladi, bunda z_v – $F(z)$ funksiyaning qutblarini, $z = z_v$ – oddiy qutblar uchun nuqtadagi chegirma.

$$\operatorname{Re} p_v F(z) z^{k-1} = \lim_{z \rightarrow z_v} (z - z_v) F(z) z^{k-1}. \quad (7.29)$$

Yoyish formulasi:

a) faraz qilaylik $F(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = \frac{zA_0(z)}{B(z)}$ bo'lsin, maxrajining ildizlari oddiy, suratning darajasi maxrajnikidan kichkina, shunda:

$$f(k) = \sum_{v=1}^n \frac{A_0(z_v)}{\dot{B}(z_v)} z_v^k, \quad (7.30)$$

bu yerda z_v – maxrajning ildizlari.

b) Faraz qilaylik $F(z) = \frac{A(z)}{B(z)}$ bo'lsin, suratning no'l ildizi yo'q, suratning darajasi maxrajnikidan kichik, shunda:

$$f(k) = \sum_{v=1}^n \frac{A(z_v)}{\dot{B}(z_v)} z_v^{k-1}, \quad k \geq 1. \quad (7.31)$$

d) Faraz qilaylik $F(z) = \frac{A(z)}{B(z)}$, suratning darajasi maxrajnikiga teng, shunda $A(z)$ ni $B(z)$ ga bo'lib hosil qilamiz:

$$F(z) = f(0) + \frac{A_0(z)}{B(z)},$$

ya'ni b) holatga kelamiz.

Umumiy holda (jumladan, butun ildizlarda) $F(z)$ ni bo'laklarga yoyish usulidan foydalanish mumkin.

Loran qatoriga yoyish:

$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) z^{-k} = f(0) + f(1) z^{-1} + f(2) z^{-2} + \dots$, bo'lgani uchun $F(z)$ ni, (z) ning kamayib boradigan darajalari bo'yicha Loran qatoriga yoyib va $F(z)$ ning suratini maxrajiga bo'lib, $F(z) = c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots$ ni hosil qilamiz. Ikkala qatorni taqqoslab, quyidagini chiqaramiz:

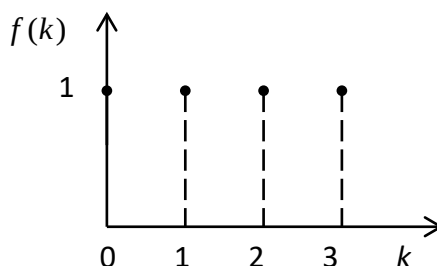
$$f(0) = c_0, f(1) = c_1, f(2) = c_2, \dots \quad (7.32)$$

7.1-misol. $F(z) = \frac{z}{z-1}$ bo'lsa $f(k)$ ni topish kerak.

Yechish: Bo'lish usulidan foydalanib quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{array}{r}
z \\
\hline
z-1 \quad \left| \begin{array}{l} z-1 \\ 1+z^{-1}+z^{-2}+\dots \end{array} \right. \\
\hline
1 \\
\hline
1-z^{-1} \\
\hline
z^{-1} \\
\hline
z^{-1}-z^{-2} \\
\hline
\dots\dots\dots
\end{array}$$

Funksiyaning grafigi 7.15-rasmda berilgan.



7.15 - rasm. $F(z) = \frac{z}{z-1}$ ning tasviriga mos original.

Impulsli tizimlarda axborotning bir qismi kvantli, boshqa qismi uzluksiz (yechib olish onlari orasida) bo‘ladi. Korrektlovchi qurilmasi yoki boshqarish qurilmasi sifatida tezkor hisoblash texnikasidan foydalanish shunga olib keladi-ki, axborotni istalgan vaqt onida baholash mumkin. Umuman, hisoblash qurilmasi yoki uning dasturiga oid impulsli xarakteristikani o‘zgaruvchi parametrlarni uzluksiz funksiyalar bilan ifodalanganligini to‘g‘ri hosil qilish mumkin. Shuning uchun yechib olishlar orasida axborot olishning bir qancha usullari ishlab chiqilgan. Ulardan bittasi – modifikatsiyalangan z - o‘zgartirish. U shundan iboratki, axborotni yechib olish uchun εT kechikish beriladi, bunda $0 \leq \varepsilon T \leq 1$, $t = kT + \varepsilon T$. Modifikatsiyalangan z - o‘zgartirish quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$F(z, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT + \varepsilon T) z^{-k}. \quad (7.33)$$

O‘z-o‘zidan ayonki, $\varepsilon = 0$ bo‘lganda oddiy z - o‘zgarishga aylanib qoladi.

3. Ayirma tenglamalarni yechish

Chiziqli ayirma tenglamalarni yechishning uchta asosiy usullarini ko‘rib chiqamiz.

Birinchisi chiziqli tenglamalarni yechishning klassik usulida erkin va majburiy qism (xad)larini topishdan iborat. U diskret tizimlardagi jarayonlarni tadqiq etishda qo‘llaniladi.

Ikkinchi usul – rekkurentli usul bo‘lib, tizimning ayirmali tenglamalaridan bevosita kelib chiqadi.

Uchinchi usul Z - “o‘zgartirish” bo‘yicha originalni (panjarali funksiya originali) topishga asoslanadi, bunda original Loran qatoriga yoyiladi.

Keyingi ikki usulni misolda ko'rib chiqamiz.

7.2 - misol. Faraz qilaylik,

$$u(k) = x(k) - x(k-1) - u(k-1), \quad k \geq 0, \quad x(-1) = u(-1) = 0 \text{ va}$$

$$x(k) = \begin{cases} 1, & \text{juft } k \text{ - lar uchun} \\ 0, & \text{toq } k \text{ - lar uchun,} \end{cases}$$

Bo'lsin. $k = 0, \dots, 4$ lar uchun $u(k)$ ning qiymatlarini topish kerak.

$$u(0) = x(0) - x(-1) - u(-1) = 1 - 0 - 0 = 1,$$

$$u(1) = x(1) - x(0) - u(0) = 0 - 1 - 1 = -2,$$

$$u(2) = x(2) - x(1) - u(1) = 1 - 0 - (-2) = 3,$$

$$u(3) = x(3) - x(2) - u(2) = 0 - 1 - 3 = -4,$$

$$u(4) = x(4) - x(3) - u(3) = 1 - 0 - (-4) = 5.$$

k - ning ko'proq qiymatlarini olish uchun MATLAB dasturidan foydalanish mumkin:

```
uk minus 1=0; xk minus 1=0; xk=1;
```

```
for k=0:4
```

```
    uk=xk-xk minus1-uk minus1;
```

```
    [k xk uk]
```

```
    uk minus1=uk;
```

```
    xk minus1=xk;
```

```
    xk=1-xk;
```

```
end
```

Ushbu dastur bo'yicha hisoblanganda quyidagi koeffitsiyentlar matrisasi olindi:

$$\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & -4 \\ 4 & 1 & 5 \end{array}$$

z - "o'zgarish" jadvallaridan foydalanib, uchinchi usulni ko'rib chiqamiz. Oldingi misol shartlari uchun kechikish teoremasini hisobga olgan holda z - "o'zgartirish"ni topamiz:

$$U(z) = X(z) - z^{-1}X(z) - z^{-1}U(z),$$

$$\text{bunda } U(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} X(z).$$

$$x(k) = \begin{cases} 1, & \text{juft } k - \text{lar uchun} \\ 0, & \text{toq } k - \text{lar uchun,} \end{cases} \quad \text{sharti asosida va qatorlar nazariyasidagi}$$

formuladan foydalanib, yozamiz:

$$X(z) = 1 + 0 \cdot z^{-1} + 1 \cdot z^{-2} + 0 \cdot z^{-3} + 1 \cdot z^{-4} + \dots = \frac{1}{1-x} \Big|_{x=z^{-2}} = \frac{1}{1-z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2-1},$$

va

$$U(z) = \frac{z-1}{z+1} \frac{z^2}{z^2-1} = \frac{z^2}{z^2+2z+1}$$

topamiz.

Suratni maxrajga bo'lib hosil qilamiz:

$$\begin{array}{r} \frac{z^2}{z^2+2z+1} \quad \Big| \quad \frac{z^2+2z+1}{1-2z^{-1}+3z^{-2}-4z^{-3}+5z^{-4}-\dots} \\ \underline{-2z-1} \\ -2z-4-2z^{-1} \\ \underline{3+2z^{-1}} \\ -3+6z^{-1}+3z^2 \\ \underline{-4z^{-1}-3z^{-2}} \\ -4z^{-1}-8z^{-2}-4z^{-3} \\ \underline{\phantom{-4z^{-1}-8z^{-2}-4z^{-3}}} \\ 5z^{-4}+4z^{-3} \end{array}$$

$U(z) = 1 - 2z^{-2} + 3z^{-2} - 4z^{-3} + 5z^{-4}$, ya'ni $u(k)$ ning qiymatlari oldingi usul bilan topilganidek bo'ldi.

Nazorat va muhokama savollari

1. Laplasning diskret almashtirishi va uning xossalari.
2. Chiziqli ayirma tenglamalarni yechishning qanday usullarini bilasiz?
3. Diskret uzatish funksiyasini tushuntiring.

DISKRET UZATISH FUNKSIYASI. Z ALMASHTIRISHINING ALGEBRASI.

Reja:

1. Uzatish funksiyalari va diskret tizimlarni modellashtirish sxemalari
2. Ma'lumotlarni impulsli tizimda ifodalash.

1. Uzatish funksiyalari va diskret tizimlarni modellashtirish sxemalari

Diskret tizim n – tartibli, umumiy ko'rinishdagi ayirmali tenglama bilan ifodalangan bo'lsin:

$$\begin{aligned} a_0 y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = \\ = b_0 v(k) + b_1 v(k-1) + \dots + b_m v(k-m). \end{aligned} \quad (7.34)$$

Uni z - “almashtirish” yo'li bilan, boshlang'ich shartlar no'lga teng bo'lgan holat uchun hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} a_0 Y(z) + a_1 z^{-1} Y(z) + \dots + a_n z^{-n} Y(z) = \\ = b_0 V(z) + b_1 z^{-1} V(z) + \dots + b_m z^{-m} V(z). \end{aligned} \quad (7.35)$$

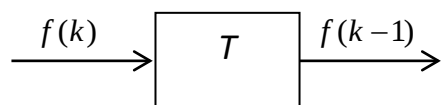
Bundan topamiz:

$$K(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}. \quad (7.36)$$

Bu ifoda diskret, uzatuvchi funksiya deyiladi. Bunday funksiyaning ayirmali tenglama (7.8) dan ham, uni z - o'zgartirib hosil qilish mumkin:

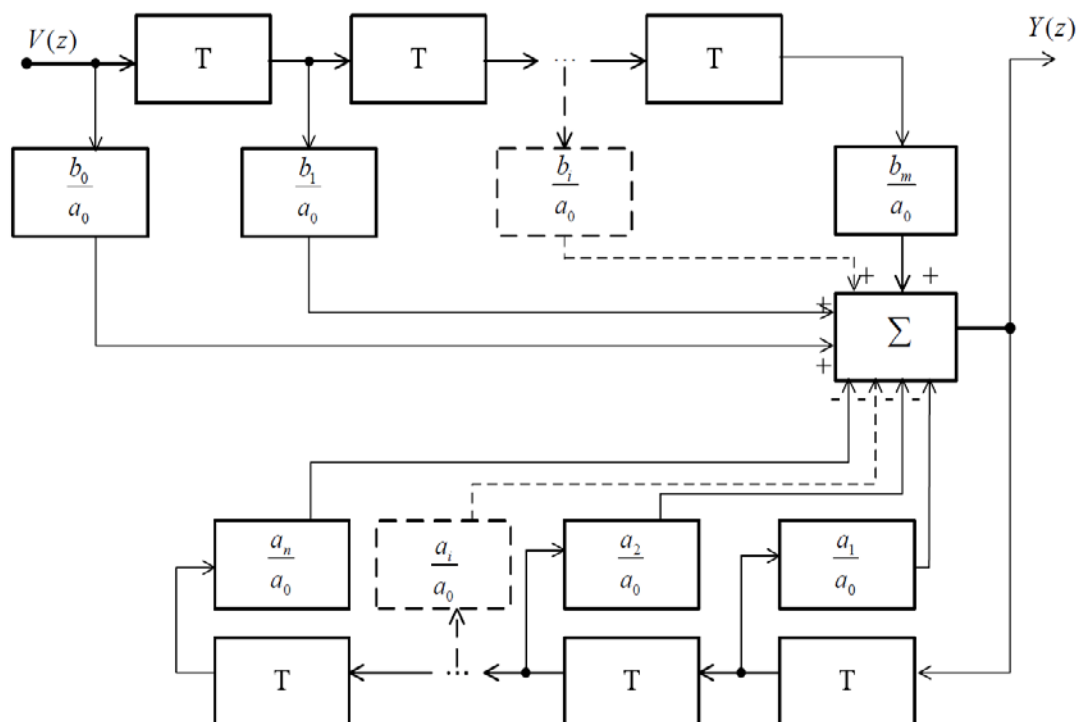
$$K(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n}. \quad (7.37)$$

Diskretli tizimlarni modellashtirish uzluksiz tizimlardagiga o'xshash bo'ladi. Integrator o'rniga siljish registratoridan foydalaniladi:



U (registrator) diskretlash davriga kechiktiradi. Qolgan o'rinlarda modelni tuzish prinsiplari uzluksiz tizimdagi kabi bo'ladi. Ayirmali tenglama (7.34) yoki uzatish

funksiyasining modeli 7.16 - rasmda berilgan. Bu sxema yagona emas, boshqacha ko‘rinishlari ham bor. 7.16-rasm. (7.34) yoki (7.36)ni modellashtirish sxemasi.



7.16 - rasm. **Modellashtirish sxemasi (7.34) yoki (7.36).**

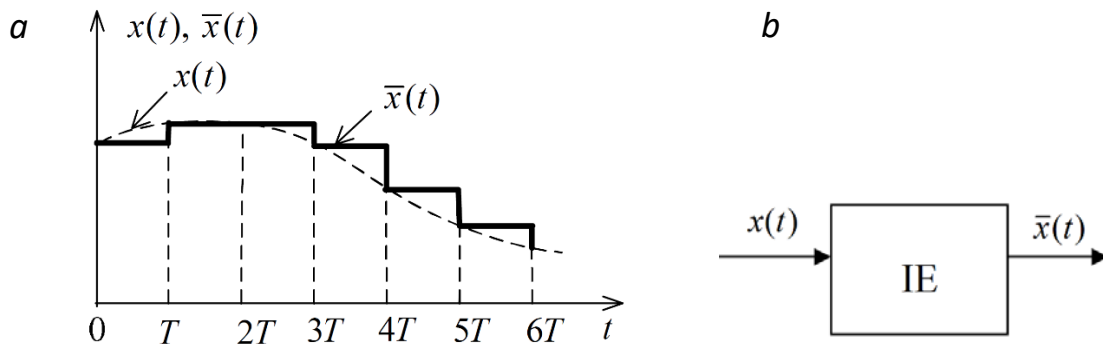
2. Ma'lumotlarni impulsli tizimda ifodalash

7.1 - rasmda keltirilgan tizimni ko‘rib chiqamiz. Bu strukturadagi impulsli element (IE) signalni kvantlaydi va modulyatsiyalaydi. Tabiiyki, uzluksiz signalni kvanlanganda axborot qisman yo‘qoladi, chunki kvantlangan signalning qiymati faqat diskretlangan vaqt oni uchun ma‘lum. Kvantlanganda axborot yo‘qolishini kamaytirish uchun ma‘lumotlarni tiklaydigan qurilma (fiksator) kiritiladi. Uning vazifasi – kvantlangan signalni dastlabki signalga yaqin uzluksiz signalga o‘zgartirishdan iborat. No‘l tartibli fiksator keng tarqalgan. U kvantlangan signalni kvantlash davri davomida eslab qoladi.

Real impulsli element kvantlovchi bilan fiksatorni birlashtiradi, alohida mavjud bo‘lmaydi. IEning signallari va sxemasi 7.17 – rasmda ko‘rsatilgan.

IEning chiqish joyidagi signalni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\bar{x}(t) = x(0)[1(t) - 1(t - T)] + x(T)[1(t - T) - 1(t - 2T)] + x(2T)[1(t - 2T) - 1(t - 3T)] + \dots$$

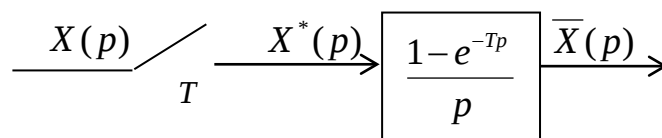


7.17 – rasm. **IEning signali(a), IEning tasviri(b).**

Bu ifodani Laplas usuli bilan o‘zgartirishdan hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}\bar{X}(p) &= x(0) \left[\frac{1}{p} - \frac{e^{-Tp}}{p} \right] + x(T) \left[\frac{e^{-Tp}}{p} - \frac{e^{-2Tp}}{p} \right] + x(2T) \left[\frac{e^{-2Tp}}{p} - \frac{e^{-3Tp}}{p} \right] + \dots \\ &= \left[x(0) + x(T)e^{-Tp} + x(2T)e^{-2Tp} + \dots \right] \frac{1 - e^{-Tp}}{p} = \left[\sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-kTp} \right] \frac{1 - e^{-Tp}}{p}.\end{aligned}\quad (7.38)$$

Kvadrat qavslar ichidagi ifoda uzluksiz signalni kvantlash amalini, ikkinchi ko‘paytma esa - fiksatsiya (tiklash)ni aks ettiradi. Keyingisi IEning tasviriga (7.18 - rasm) ekvivalent. Boshqacha aytganda, impulsli element ideal impulsli element (kvantlovchi)dan kalit va uzatish funksiyasi $\frac{1 - e^{-Tp}}{p}$ bo‘lgan fiksatoridan tashkil topadi.



7.18 - rasm. **IE ning tasviri.**

Ideal impulsli elementning matematik modelini ko‘rib chiqamiz. Undagi $X^*(p)$ ni $x(t)$ signalni Laplas usuli bilan o‘zgartirilgan ko‘rinishi deb ataymiz va quyidagi ifoda orqali topiladi:

$$X^*(p) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-kTp}.\quad (7.39)$$

Bu formuladan Laplas teskari almashtirishni bajarib, ideal impulsli elementning vaqt tekisligidagi matematik modelini hosil qilamiz:

$$x^*(t) = L^{-1}\{X^*(p)\} = x(0)\delta(t) + x(T)\delta(t-T) + x(2T)\delta(t-2T) + \dots \quad (7.40)$$

Bunda, $\delta(t-kT)$ – birlik impulsli funksiya, $t=kT$ vaqt onida mavjud; $x^*(t) - \delta$ – funksiyaning ulushlari bilan ketma - ketligi; ulushlar kT diskret vaqt onlaridagi dastlabki uzluksiz signallar qiymatiga teng. Biroq (7.39) va (7.40) – ideal IEning modellari xolos. Real IE – bu, kvantlovchi (ideal IEni) va funksator (shakllantiruvchi qurilma) yig‘indisidir.

7.3 - misol. Birlik pog‘onali signal $x(t) = 1(t)$ uchun $X^*(p)$ ni topilsin.

$$X^*(p) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-kTp} = x(0) + x(T)e^{-Tp} + x(2T)e^{-2Tp} + \dots = 1 + 1 \cdot e^{-Tp} + 1 \cdot e^{-2Tp} + \dots$$

Bu quyidagi qatorga mos keladi: $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots$, $|x| < 1$. Shunda

$$X^*(p) = \frac{1}{1-e^{-Tp}}, \quad |e^{-Tp}| < 1 \quad \text{bo'ladi.} \quad |e^{-Tp}| = z^{-1} \quad \text{bo'lgani uchun}$$

$$X^*(p) = E(z) \Big|_{z=e^{Tp}} = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots \text{ bo'ladi.}$$

Nazorat va muhokama savollari

1. Impulsli avtomatik boshqarish tizimlarning o‘ziga xos xususiyati nimada?
2. Panjarali funksiya deganda qanday funksiyanı tushunasiz?
3. To‘g‘ri va teskari ayirmali tenglamalarnı tushuntiring.
4. Laplasning diskret almashtirishi va uning xossalari.
5. Chiziqli ayirma tenglamalarnı yechishning qanday usullarini bilasiz?
6. Diskret uzatish funksiyasini tushuntiring.

IMPULSLI SISTEMALARNING CHASTOTA XUSUSIYATLARI.

Reja:

1. Diskretli o'zgartirishning chastota xususiyatlari
2. Ma'lumotlarni tiklash
3. Ochiq tizimning impulsli uzatish funksiyasi
4. Berk tizimning impulsli uzatish funksiyasi
5. Impulsli tizimlardagi jarayonlar.

1. Diskretli o'zgartirishning chastota xususiyatlari

Diskret o'zgartirishlar (yulduzcha bilan ifodalangan)ni boshqacha ko'rinishda ham tasavvur qilish mumkin.

Quyidagicha tasavvur foydalanamiz:

$$F^*(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(p + jk\omega_p) + \frac{f(0)}{2} \quad (7.41)$$

yoki

$$F^*(p) = \frac{1}{T} [F(p) + F(p + j\omega_p) + F(p + j2\omega_p) + F(p - j\omega_p) + F(p - j2\omega_p) + \dots] + \frac{f(0)}{2},$$

bunda $\omega_p = \frac{2\pi}{T}$ – kvantlash chastotasi, rad./s.

Bunday o'zgarishning asosiy xususiyatlarini aytib o'tamiz.

1. $F^*(p)$ bu – $j\omega_p$ davr bilan o'zgaruvchi p parametrlarning davriy funksiyasi:

$$F^*(p) = F^*(p + j\omega_p). \quad (7.42)$$

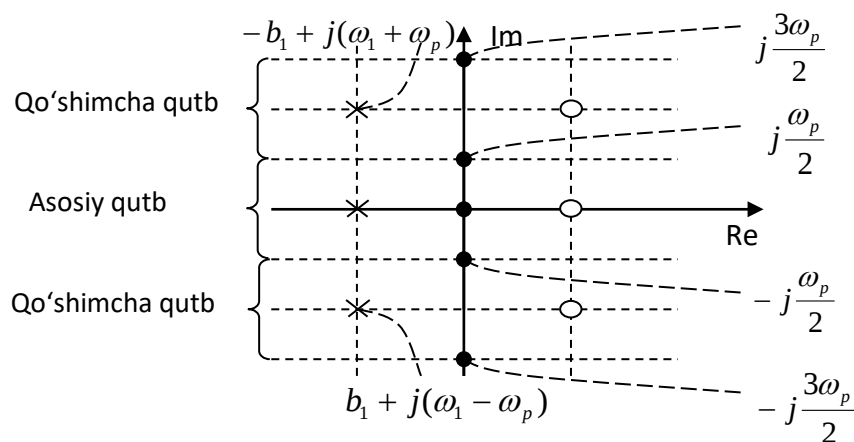
$$(7.39) \text{ ga ko'ra } F^*(p + j\omega_p) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) e^{-kT(p + j\omega_p)}.$$

Eyler formulasi asosida $\omega_p = \frac{2\pi}{T}$; $e^{-j\frac{2\pi}{T}kT} = e^{-jk2\pi} = 1$, chunki $e^{-j2\pi k} = \cos 2k\pi - j \sin 2k\pi = 1$.

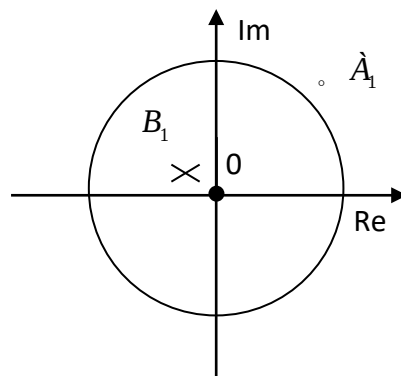
Demak, $F^*(p + j\omega_p) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) e^{-kTp} e^{-jkT\omega_p} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) e^{-kTp} = F^*(p)$, shuni isbotlash talab etilgan edi.

2. Agar $F(p)$ funksiyaning $p = p_1$ qutbi bor bo'lsa, $F^*(p)$ ning qutblari $p = p_1 + jm\omega_p$, bunda $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ bo'ladi.

$F^*(p)$ ning nollari holati ham $j\omega_p$ davr bilan davriylikka ega (7.19 - rasm). Rasmda nollar doirachalar bilan, qutblar – kesishgan chiziqlar ($\times$) bilan ifodalangan. Ular asosiy va qo'shimcha polyuslarda cheksiz marta hozir. Bu kamchilikdan qutilish uchun e^{pT} ni z ga almashtirish ($e^{pT} = z$) kerak. Shunda s tekisligining xayoliy o'qidagi $-\frac{\omega_p}{2}$ dan $\frac{\omega_p}{2}$ gacha kesimi z tekislikdagi birlik radiusli aylanasi ga o'tadi (7.20 - rasm).



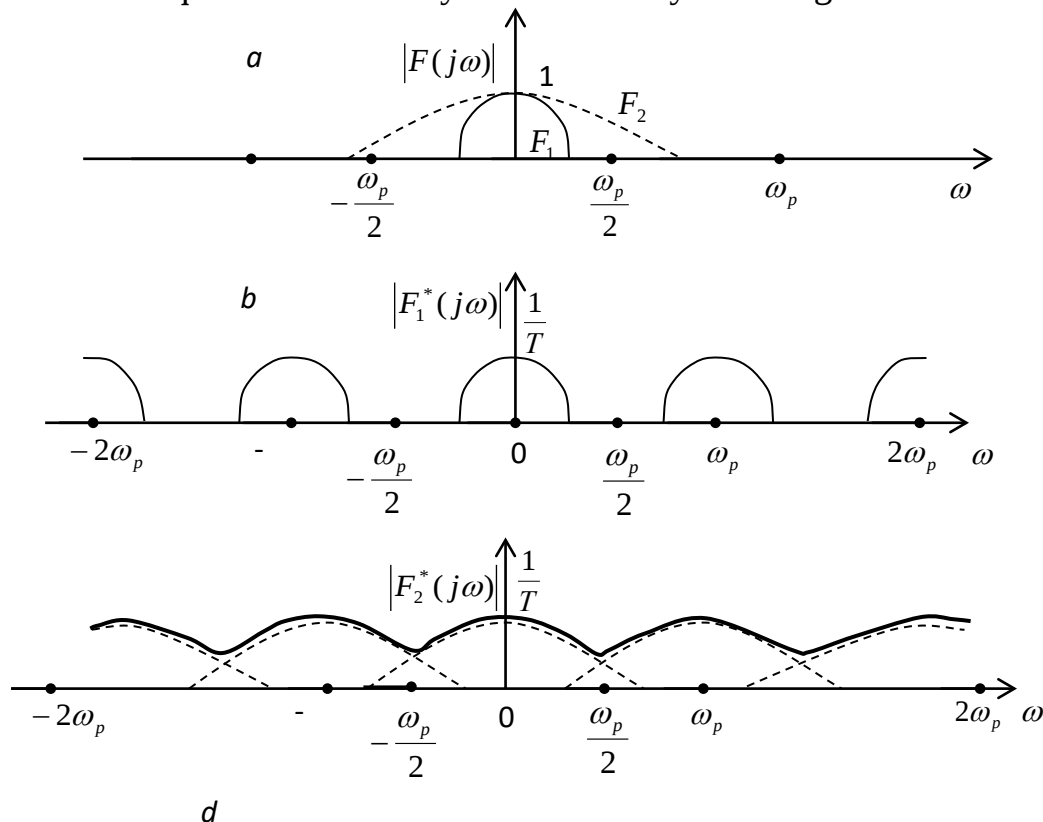
7.19 - rasm. $F^*(p)$ ning qutblari va nollarining joylashuvi.



7.20 - rasm. $F(z)$ ning qutblari va nollarining joylashuvi.

Bunda p tekislikning chap yarmidagi davriy takrorlanuvchi qutblarga (misol uchun) mos hamma nuqtalar z tekisligining doirasi ichidagi bitta nuqta (B_1) ga o'tadi. O'ng o'rindagi davriy takrorlanadigan nollarga (misol uchun) hamma nuqtalar esa z tekisligining doirasidan tashqaridagi bitta nuqta (A_1) ga o'tadi.

3. Agar 7.21,a - rasmda keltirilgan, amplituda spektrli signallar kvantlansa, amplitudali spektr $F_1^*(j\omega)$ 7.21,b - rasmdagi kabi, $F_2^*(j\omega)$ esa 7.21,d - rasmdagi kabi bo'ladi. Boshqacha aytganda ideal filtrda signalni tanlash mumkin, noidealda – iloji yo'q. Ideal filtr deganda, o'tkazish polosasidagi birlik kuchaytirish koeffitsiyenti va polosadan tashqarida nolli kuchaytirish koeffitsiyenti bo'lgan filtr tushuniladi.



7.21 - rasm. $F(j\omega)$ va $F^*(j\omega)$ signallarning chastotali spektrlari.

2. Ma'lumotlarni tiklash

IEning ikkinchi qismi – nollinchi tartibli ekstropolyatorning chastotali tavsiflarini ko'rib chiqamiz. Ekstropolyatorning uzatish funksiyasi:

$$K(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p}. \quad (7.43)$$

$$K(p) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} e^{j\omega \frac{T}{2}} e^{-j\omega \frac{T}{2}} = \frac{2e^{j\omega \frac{T}{2}}}{\omega} \cdot \frac{e^{j\omega \frac{T}{2}} - e^{-j\omega \frac{T}{2}}}{2j} = T \frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}} e^{-j\omega \frac{T}{2}}.$$

$$\frac{\omega T}{2} = \frac{\omega}{\omega_p} \frac{2\pi}{2} = \frac{\pi\omega}{\omega_p} \text{ bo'lgani uchun, quyidagini hosil qilamiz}$$

$$K(j\omega) = T \frac{\sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_p}\right)}{\frac{\pi\omega}{\omega_p}} e^{-j\frac{\pi\omega}{\omega_p}}. \quad (7.44)$$

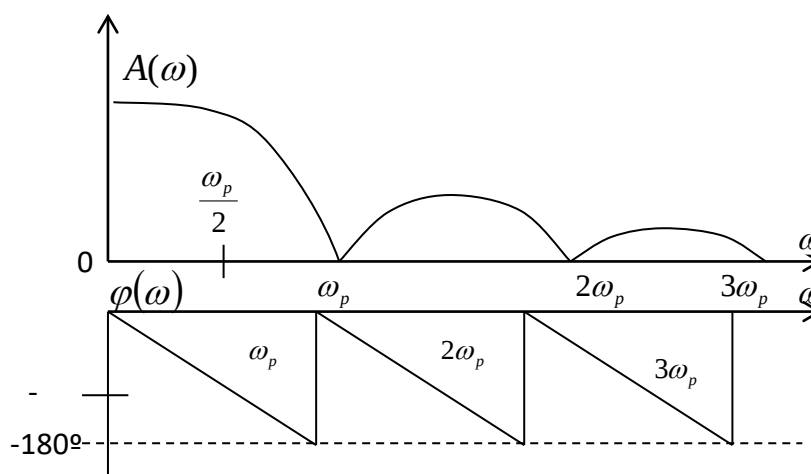
Nollinchi tartibli ekstropolyatorning amplituda – chastotali tavsifi

$$A(\omega) \quad |K(j\omega)| = T \frac{\sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_p}\right)}{\frac{\pi\omega}{\omega_p}}. \quad (7.45)$$

Shu ekstropolyatorning faza – chastotali tavsifi:

$$\varphi(\omega) = \arg K(j\omega) = \begin{cases} -\frac{\pi\omega}{\omega_p} + \pi, & \sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_p}\right) < 0 \\ -\frac{\pi\omega}{\omega_p}, & \sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_p}\right) > 0. \end{cases} \quad (7.46)$$

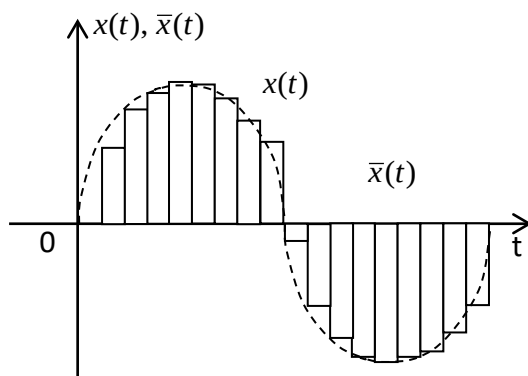
$A(\omega)$ va $\varphi(\omega)$ tavsiflar 7.22 - rasmda ko'rsatilgan.



7.22 - rasm. **Nol tartibli ekstropolyatorning chastotali tavsifi.**

Rasmdan ko'rinadiki, $\omega \ll \frac{\omega_p}{2}$ bo'lganda ekstropolyatorning chiqish joyida signalning amplitudaviy va fazoviy buzilishi minimal ekan.

7.23 - rasmda kvantlovchining kirish joyidagi va ekstropolyatorning chiqish joyidagi, aniqrog'i – IEning kirish va chiqish joyidagi signallar ko'rsatilgan.



7.23 - rasm. **IE ning kirish** – $x(t)$ **va chiqish** $\bar{x}(t)$ **signallari.**

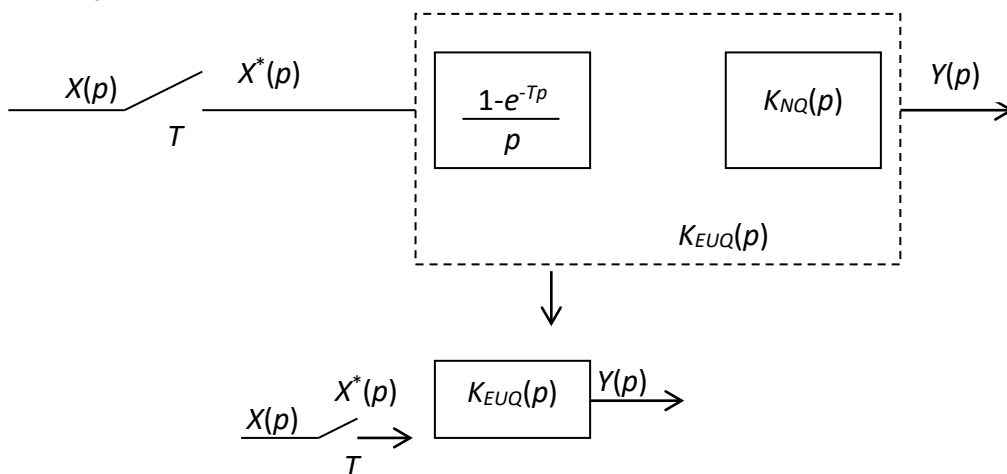
3. Ochiq tizimning impulsli uzatish funksiyasi

7.24 - rasmda keltirilgan IABTni ko‘rib chiqamiz.

Ekstroplyatorning uzatish funksiyasi uzluksiz qismning uzatish funksiyasi bilan birlashtiriladi:

$$K_{EUQ}(p) = \frac{1 - e^{-Tp}}{p} K_{NQ}(p),$$

bu yerda $K_{EUQ}(p)$ – *ekvivalent uzluksiz qismining* uzatish funksiyasi.



7.24 – rasm. **IABTning strukturasi.**

Dastlabki shartlarni nol faraz qilib, hosil qilish mumkin:

$$Y^*(p) = [K_{EUQ}(p)X^*(p)]^* = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Y(p + jk\omega_p), \quad (7.47)$$

bundan kelib chiqadi $Y^*(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} K_{EUQ}(p + jk\omega_p)X^*(p + jk\omega_p)$, $X^*(p)$ – davriy funksiya bo‘lgani uchun $X^*(p + jk\omega_p) = X^*(p)$ va:

$$Y^*(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} K_{EUQ}(p + jk\omega_p)X^*(p). \quad (7.48)$$

(7.48) ga $z = e^{Tp}$ ni qo'yib, $Y(z) = K_{EUQ}(z)X(z)$ ni hosil qilamiz.

$K_{EUQ} = \frac{Y(z)}{X(z)}$ – ochiq ABSning impulsli uzatish funksiyasi deyiladi.

Turli strukturaga ega bo'lgan, uzluksiz qismi ikkita uzatish funksiyasidan iborat IABTlarni ko'rib chiqamiz (7.25 – rasm).

IABTning har bir uzluksiz qismi IEdan oldinda joylashgan struktura (7.25, *a* - rasm) uchun tizimning uzatish funksiyasi qismlarning impulsli uzatish funksiyalari ko'paytmasiga teng:

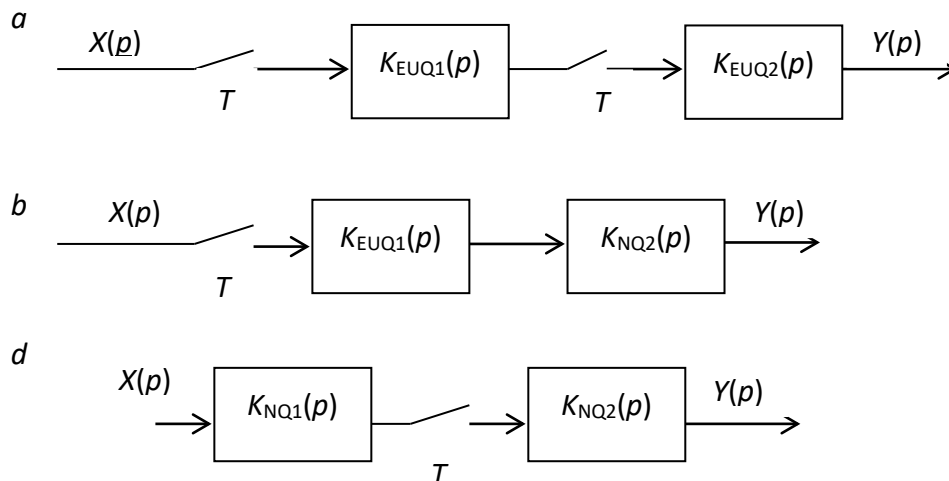
$$K(z) = K_{EUQ1}(z)K_{EUQ2}(z). \quad (7.49)$$

IABTning ikkinchi uzluksiz qismi oldida IE bo'lmagan struktura uchun tizimning umumiy uzatish funksiyasi:

$$K(z) = K_{EUQ}(z), \quad (7.50)$$

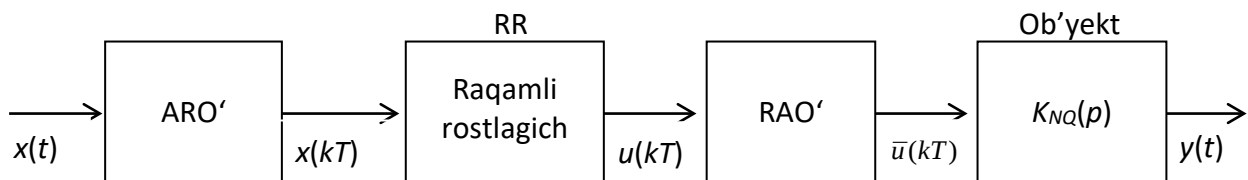
bunda $K_{EUQ}(z) = Z\{K(p)K_{NQ1}(p)K_{NQ2}(p)\}$.

IABTning 7.25, *v* - rasmdagi strukturasida impulsli uzatish funksiyasi yo'q, chunki kirish signali kvantlanmaydi.



7.25 - rasm. *IABT ning strukturalari.*

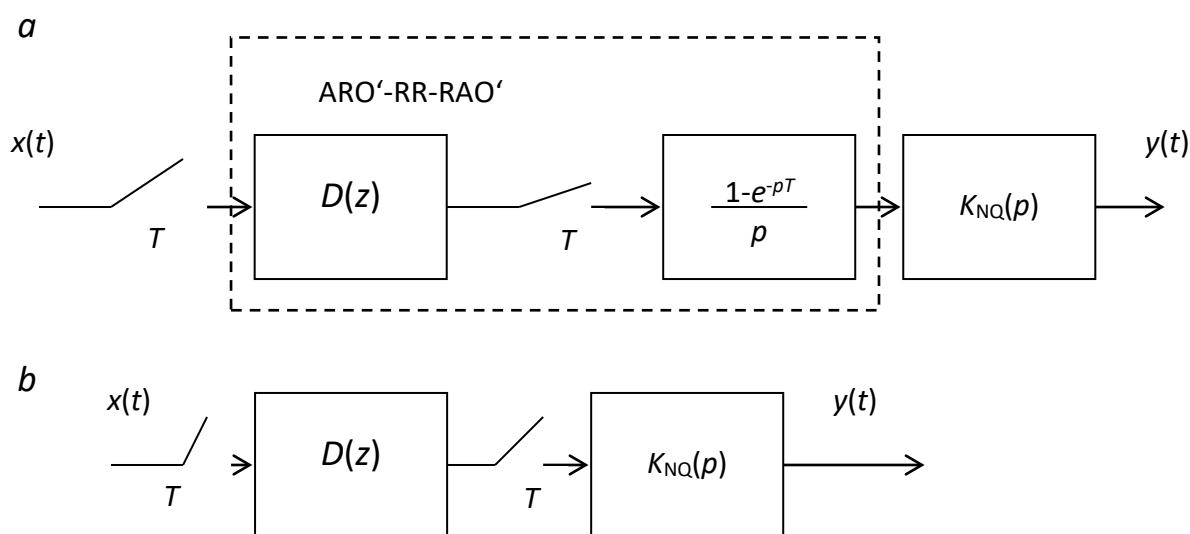
Raqamli tizim (7.26 - rasm)ni ko'rib chiqamiz.



7.26 – rasm. *Raqamli ABT.*

Analog – raqamli o‘zgartirgich (ARO’)ning uzatish koeffitsiyenti $\delta_{ARO'} = \frac{1}{2^\alpha - 1}$, bunda α – razryadlar soni; raqamli-analog o‘zgartirgichning (RAO’)ning uzatish koeffitsiyenti $\delta_{RAO'} = 2^\alpha - 1$. ARO' va RAO'larning razryadlar soni bir xil bo'lganda umumiy uzatish koeffitsiyenti 1,0 ga teng. Odatda, $\alpha \geq 10$ bo'ladi, shuning uchun $2^\alpha - 1 = 1023$ va ARO' bilan RAO'ning statik tavsiflarini chiziqli deb atash mumkin.

Diskretli tizimlarni – ARO' ni xisoblashda raqamli rostlagich (RR) va RAO'lar 7.27,a – rasmdagi modelga, jami tizimni esa, 7.27,b – rasmdagi almashtiriladi.



7.27 - rasm. **Raqamli tizimning modeli.**

Shunda $K(z) = Z\{K_{EUQ}(p)\}D(z)$, bo'ladi; bunda $D(z)$ – RRning diskretli uzatish funksiyasi.

7.4-misol. Agar $K_{NQ}(p) = \frac{1}{p+1}$, a $K(p) = \frac{1-e^{-Tp}}{p}$ bo'lsa, ochiq IABTning diskretli uzatish funksiyasini toping.

$$\text{Yozamiz: } K_{EUQ}(p) = \frac{1-e^{-Tp}}{p} \frac{1}{p+1} = (1-e^{-Tp}) \frac{1}{p(p+1)}.$$

$$\text{Belgilaymiz: } e^{-Tp} = z; \text{ shunda } K_{EUQ}(p) = (1-z^{-1}) \frac{1}{p(p+1)} = \frac{z-1}{z} \frac{M(p)}{N(p)}.$$

$$\frac{M(p)}{N(p)} = \frac{1}{p(p+1)} \text{ ni oddiy kasrlarga yoyib chiqamiz:}$$

$$\frac{M(p)}{N(p)} = \frac{\beta_1}{(p-p_1)} + \frac{\beta_2}{p-p_2}, \text{ bunda } p_1 = 0; p_2 = -1.$$

$$\beta_1 = (p - p_1) \frac{M(p)}{N(p)} \Big|_{p=p_1} = \frac{(p - p_1)}{(p - p_1)(p - p_2)} \Big|_{p=p_1} = \frac{1}{0 - (-1)} = 1.$$

$$\beta_2 = (p - p_2) \frac{M(p)}{N(p)} \Big|_{p=p_2} = \frac{(p - p_2)}{(p - p_1)(p - p_2)} \Big|_{p=p_2} = \frac{1}{-1 - 0} = -1.$$

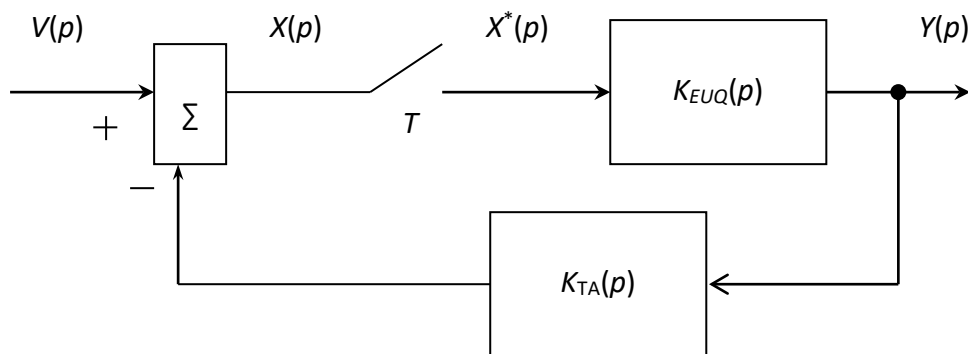
$$\text{Shunda } K_{EUQ}(p) = \frac{z-1}{z} = \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p+1} \right).$$

Tegishli jadvallardan topamiz: $\frac{1}{p} \xrightarrow{\cdot} \frac{z}{z-1}$; $\frac{1}{p+1} \xrightarrow{\cdot} \frac{z}{z-e^{-T}}$. Uzil - kesil hosil qilamiz:

$$K(z) = \frac{z-1}{z} \left[\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}} \right] = 1 - \frac{z-1}{z-e^{-T}} = \frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}.$$

4. Berk tizimning impulsli uzatish funksiyasi

7.28 - rasmda tasvirlangan berk IABTni ko'rib chiqamiz



7.28 - rasm. **Berk IABTning strukturasi.**

$$Y(p) = K_{EUQ}(p)X^*(p),$$

$$X(p) = V(p) - K_{TA}(p)Y(p) = V(s) - K_{EUQ}(p)K_{TA}(p)X^*(p).$$

Keyingi tenglamaning chap va o'ng qismlaridagi diskret o'zgarishlar topilsa, $X^*(p) = V^*(p) - (K_{EUQ}K_{TA})^*(p)X^*(p)$ ni hosil qilamiz; bundan

$$X^*(p) = \frac{V^*(p)}{1 + (K_{EUQ}K_{TA})^*(p)}, \quad X(z) = \frac{V(z)}{1 + (K_{EUQ}K_{TA})(z)}.$$

Shunday qilib berk IABT xatolik bo'yicha uzatish funksiyasiga

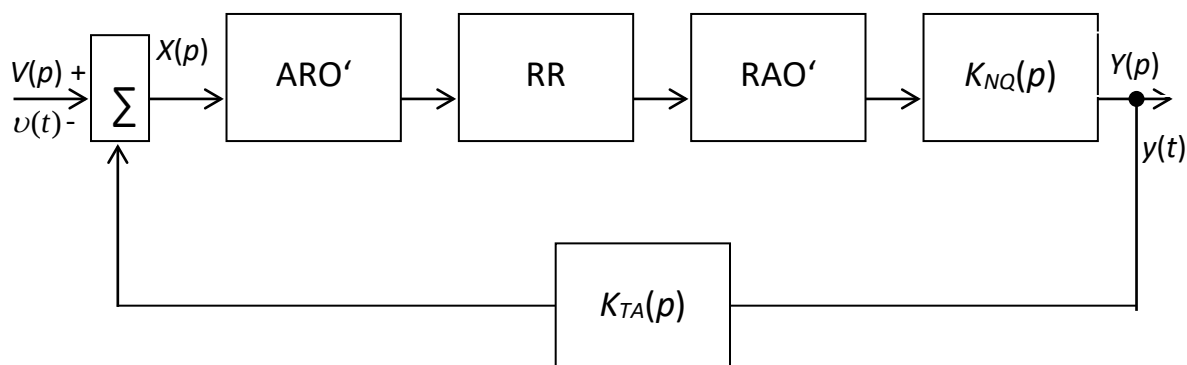
$$K_x(z) = \frac{X(z)}{V(z)} = \frac{1}{1 + (K_{EUQ}K_{TA})(z)} \quad (7.51)$$

va asosiy uzatish funksiyasiga

$$K_B(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{K_{EUQ}(z)}{1 + (K_{EUQ}K_{TA})(z)}. \quad (7.52)$$

Bu formulalardagi $(\cdot)^*(s)$ va $(\cdot)^*(z)$ yozuvlari shuni ko'rsatadiki, Laplas usuli bo'yicha diskret o'zgartirish va "z – o'zgartirish" amallari bajarilishidan oldin tegishli uzatish funksiyalarini ko'paytirib chiqish, keyin oddiy kasrlarga yoyish va shulardan keyingina, "z – o'zgartirish" amalini bajarish kerak.

Berk raqami ABT (RABT)ni ko'rib chiqamiz (7.29 - rasm).



7.29 - rasm. **Raqamli ABTning strukturasi.**

Ochiq qismining modeli 7.27 - rasimga to'g'ri keladi. Berk tizimdagi xatolik signalining tasviri $X(p) = V(p) - K_{EUQ}(p)X^*(p)D^*(p)K_{TA}(p)$, chiqish koordinatasining tasviri esa $Y(p) = K_{EUQ}(p)D^*(p)X^*(p)$.

Birinchi ifodani Laplas bo'yicha diskret o'zgartirib hosil qilamiz:

$$X^*(p) = \frac{V^*(p)}{1 + D^*(p)(K_{EUQ}K_{TA})^*(p)}.$$

$Y(p)$ ni z – o'zgartirib va unga $X^*(p)$ ning hosil qilingan ifodasini quyib, hosil qilamiz:

$$Y(z) = \frac{D(z)K_{EUQ}(z)}{1 + D(z)(K_{EUQ}K_{TA})(z)}V(z).$$

Shunday qilib, berk RABTning uzatish funksiyasi:

$$K_B(z) = \frac{D(z)K_{EUQ}(z)}{1 + D(z)(K_{EUQ}K_{TA})(z)}. \quad (7.53)$$

5. Impulsli tizimlardagi jarayonlar

IABTdagi jarayonlar uzluksiz tizimlardagi kabi, yo ichki koordinatalarning o'zgarishi (boshlang'ich shartlar variyatsiyasi) hisobiga, yo tashqi ta'sirlar (boshqaruvchi yoki qo'zg'atuvchi) hisobiga yuzaga keladi.

Umumiy holda, jarayonlarni hisoblashda IABTning dinamikasini aks ettiruvchi ayirmali tenglamani yechish kerak. Ma'lumki, umumiy yechim

$$y(k) = y_e(k) + y_m(k),$$

bunda, $y_e(k)$ – erkin tashkil etuvchi bo'lib, nol bo'lmagan boshlang'ich shartlarga bog'liq; $y_m(k)$ – majburiy tashkil etuvchi bo'lib, tashqi ta'sirlarga bog'liq.

Bu tashkil etuvchilarni hisoblash uchun z – tasvirning yoyish formulalaridan foydalanish mumkin.

Faraz qilaylik, IABT chiqish koordinatalarining z – tasviri quyidagicha bo'lsin:

$$Y(z) = K_B(z)V(z),$$

bunda $K_B = \frac{K(z)}{Q(z)}$, a $V(z) = \frac{R(z)}{L(z)}$.

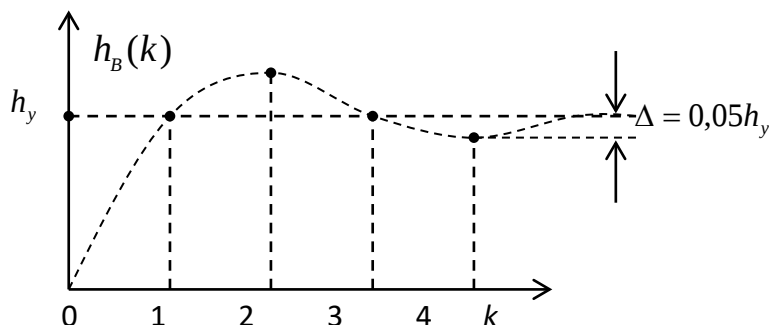
Erkin harakatlar berk tizimning xarakteristik (tavsifiy) tenglamasi $Q(z) = 0$ ning ildizlari $z_{ev}, \nu = \overline{1, n}$ bilan, majburiy harakatlar esa $L(z) = 0$ tenglamaning ildizlari $z_{mv}, \nu = \overline{1, m}$ bilan bog'liq.

$$Y(z) = Y_e(z) + Y_m(z),$$

bu yerda $Y_e(z) = \sum_{\nu=1}^n c_{e\nu} \frac{z}{z - z_{e\nu}} \rightarrow y_e(k) = \sum_{\nu=1}^n c_{e\nu} z_{e\nu}^k$, $Y_m(z) = \sum_{\nu=1}^m c_{m\nu} \frac{z}{z - z_{mv}} \rightarrow y_m(k) = \sum_{\nu=1}^m c_{m\nu} z_{mv}^k$.

$c_{e\nu}$ va $c_{m\nu}$ koeffitsiyentlar $K_B(z)$ va $V(z)$ larning ko'rinishiga qarab yoyish formulalari orqali aniqlanadi.

IABTda, uzluksiz tizimlardagi kabi, o'tish funksiyasi $h_B(k)$ ko'riladi. Bu funksiya IABTning pog'onali panjarali ta'siri $v(k) = 1(k)$ ga bo'lgan reaksiyasidir, shuningdek, uzluksiz tizimlardagi kabi tushunchalar kiritiladi: o'tarostlash σ , rostlash vaqti t_r .



7.30 - rasm. IABTning o'tish jarayoni.

O'tish funksiyasining hisoblashning asosiy usullari:

1) Analitik usul - $Y(z)$ tasvirni elementar tashkil etuvchilarga yoyish, z -tasvirlar va originallarni muvofiqlik jadvalaridan foydalanish, $Y(z)$ ni Loran qatoriga yoyish;

2) Kompyuterda modellashtirish (masalan, Matlab muhitida).

Birinchi usulni ko'rib chiqamiz.

Agar $Y(z) = K_B(z)V(z)$, $K_B(z) = \frac{K(z)}{Q(z)}$ va $V(z) = \frac{z}{z-1}$ bo'lsa,

$Y(z) = \frac{zK(z)}{(z-1)Q(z)}$ bo'ladi.

Bu tasvir elementar tashkil etuvchilarga yoyish uchun z -tasvirning birinchi holatiga mos keladi. Bu holda original $y(k) = h_B(k)$ quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$h_B(k) = \frac{K(1)}{Q(1)} - \sum_{v=1}^n \frac{K(z_v)}{(1-z_v)\dot{Q}(z_v)} z_v^k.$$

Birinchi tashkil etuvchi barqaror tashkil etuvchi ($z = e^{Tp} = 1$)ga, $\sum_{v=1}^n (\bullet)$ esa - o'tkinchi tashkil etuvchiga mos keladi. Bu formula oddiy ildizlar z_v uchun yaroqli. Ildizlar butun son bo'lganda ifoda murakkablashadi, bunda Loran qatoriga yoygan ma'qul.

IABTda uzluksiz tizimlardan farqli ravishda, o'tish jarayoning tugal davomiyligiga erishish mumkin.

Agar $K_B(z)$ da $a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0$ xarakteristik tenglamada $a_1 = \dots = a_{n-1} = 0$ bo'lsa, u $a_0 z^n = 0$ ko'rinishga keltiriladi. Shunda, suratning darajasi maxrajnikidan hech bo'lmaganda, bittaga kichik bo'lsa:

$$K_B(z) = \frac{b_0 z^{n-1} + \dots + b_{n-1}}{a_0 z^n} = \frac{b_0}{a_0} z^{-1} + \frac{b_1}{a_0} z^{-2} + \dots + \frac{b_{n-1}}{a_0} z^{-n}.$$

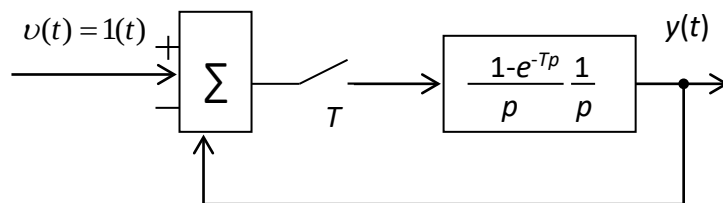
Bu formuladagi $\frac{b_i}{a_0}$ koeffitsiyentlarni $F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k}$ ifodasidagi

z -tasvirning ulushlari bilan taqqoslab, hosil qilamiz:

$$f(0) = 0; \quad f(1) = \frac{b_0}{a_0}; \dots; \quad f(2) = \frac{b_1}{a_0}; \dots; \quad f(n) = \frac{b_{n-1}}{a_0} \quad \text{ya'ni impulsli o'tish funksiyasi}$$

diskretlashning " n " davrida tugaydigan tugal qatordir. Demak, o'tish jarayoni $h_B(k)$ ham nk yoki nkT vaqtda tugaydi.

7.5-misol. 7.31 - rasmdagi ochiq va berk IABTning birlik pog'onali ta'sirga reaksiyasini toping. $T = 1$ sek deb qabul qilinsin.



7.31 - rasm. **IABTning strukturasi.**

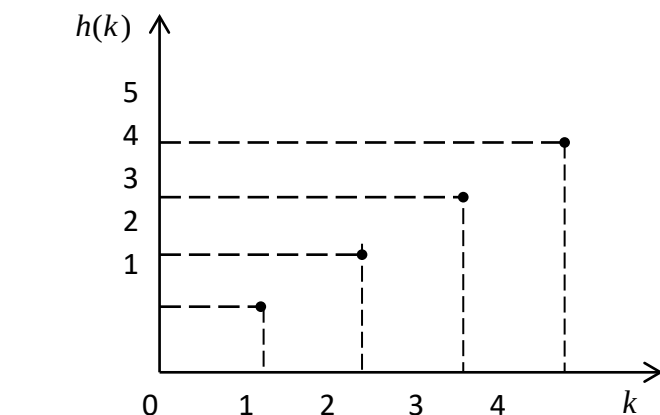
Ochiq ABSning uzatish funksiyasi $K(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{1}{p^2}\right\}$.

Muvofiqlik jadvaliga ko'ra $Z\left\{\frac{1}{p^2}\right\} = \frac{Tz}{(z-1)^2}$ ga, $T = 1\text{sek}$ ni qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$Z\left\{\frac{1}{p^2}\right\} = \frac{z}{(z-1)^2} \text{ va } K(z) = \frac{z-1}{z} \cdot \frac{z}{(z-1)^2} = \frac{1}{z-1}.$$

O'tish funksiyasi:

$$\begin{aligned} h(k) &= Z^{-1}\{Z\{1(k)\}K\{(z)\}\} = Z^{-1}\left\{\frac{z}{z-1} \frac{1}{z-1}\right\} = Z^{-1}\left\{\frac{z}{(z-1)^2}\right\} = \\ &= kT = 0 + T + 2T + \dots = 0 + 1 + 2 + \dots \end{aligned}$$



7.32 - rasm. **Ochiq IABTning o'tish funksiyasi.**

Unday natija $\frac{z}{(z-1)^2}$ ni Loran qatoriga yoyganda ham olinadi.

$$\begin{array}{r} \frac{z}{z-2+\frac{1}{z}} \left| \frac{z^2-2z+1}{z} + \frac{2}{z^2} + \frac{3}{z^3} + \dots = 0 \cdot z^0 + 1 \cdot z^{-1} + 2 \cdot z^{-2} + 3 \cdot z^{-3} + \dots \right. \\ \hline 2 - \frac{1}{z} \\ - \\ 2 - \frac{4}{z} + \frac{2}{z^2} \\ \hline \frac{3}{z} - \frac{2}{z^2} \\ \dots \end{array}$$

Berk tizimning uzatish funksiyasi

$$K_B(z) = \frac{K(z)}{1 + K(z)} = \frac{\frac{T}{z-1}}{1 + \frac{T}{z-1}} = \frac{1}{z}.$$

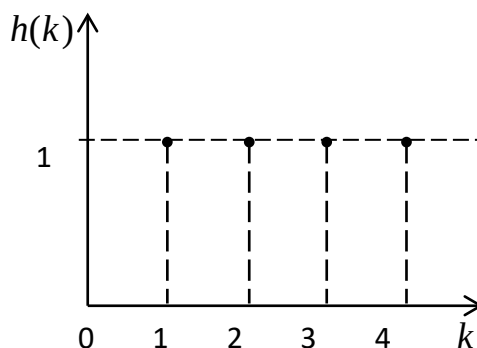
Berk tizimning o'tish funksiyasi:

$$h_B(k) = Z^{-1} \left\{ \frac{z}{z-1} \frac{1}{z} \right\} = Z^{-1} \left\{ \frac{1}{z-1} \right\}.$$

$\frac{1}{z-1}$ tasvirni Loran qatoriga yoyib olamiz:

$$\begin{array}{r} - \frac{1}{1 - \frac{1}{z}} \left| \frac{z-1}{z} \right. \\ \hline \frac{1}{z} \\ - \frac{1}{z} \\ \hline \frac{1}{z} - \frac{1}{z^2} \\ \hline \frac{1}{z^2} \\ - \frac{1}{z^2} - \frac{1}{z^3} \\ \hline \dots \end{array} \quad \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} + \dots = 0 \cdot z^0 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \dots$$

Ordinatalar $h_B(k)$ ning qiymatlariga mos (7.33 - rasm).



7.33- rasm. **Berk IABTning o'tish funksiyasi.**

Shunday natija $h_B(k) = Z^{-1} \left\{ \frac{z}{z-1} \frac{1}{z} \right\}$ ifodaning tahlilidan ham kelib chiqadi. $\frac{1}{z}$ ifodasi kechikish tomonga surilishga to'g'ri kelgani uchun pog'onali sakrashga to'g'ri keladigan panjarali funksiya $Z\{1(k)\} = \frac{z}{z-1}$ bitta taktga suriladi; uzatish funksiyasidan foydalanganda $h(0)$ ning qiymati nol deb qabul qilingani uchun 7.33 - rasmda ham $h_B(0) = 0$.

Nazorat va muhokama savollari

1. Impulsi avtomatik boshqarish tizimlarning o'ziga xos xususiyati nimada?
2. Impulsi avtomatik boshqarish tizimining namunaviy strukturasi qanday ko'rinishga ega?
3. Impulslar ketma-ketligining parametri o'zgarishiga qarab impulsi modulyatsiyalash qanday turlarda bo'ladi?
4. Diskret tizimlarning o'tish tavsifi qanday quriladi?

**IMPULSLI SISTEMALARNING TURG'UNLIGI. TURG'UNLIK
MEZONLARI. GURVITS MEZONINI DISKRET SISTEMALARGA
TADBIQI.**

Reja:

1. Turg'unlik shartlari
2. Ikki chiziqli o'zgartirish.
3. Raus-Gurvis mezoni.

1. Turg'unlik shartlari

Berk tizimning dinamikasini aks ettiruvchi tenglama

$$(a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n)Y(z) = (b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m)V(z),$$

ning yechimi ikki qismdan iborat:

$$y(k) = y_e(k) + y_m(k), \quad (8.1)$$

Birinchi qismi erkin harakatni, ikkinchisi – majburiy harakatni bildiradi.

IABTning turg'unligini baholashda, uzluksiz tizimdagi kabi, erkin harakat o'rganiladi. Bunday harakatni bir jinsli ayirmali (qaytuvchi) tenglamani (o'ng tomoni yo'q) yechishda topish mumkin.

$$a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0, \quad (8.2)$$

Bu tenglama berk IABTning xarakteristik tenglamasi deyiladi. Uni berk tizimning uzatish funksiyasini, uning maxrajini nolga tenglashtirib ham hosil qilish mumkin:

$$1 + K(z) = 0. \quad (8.3)$$

(8.3) tenglamaning yechimi quyidagi ko'rinishda qidiriladi:

$$y_e(k) = \sum_{i=0}^n c_i z_i^k,$$

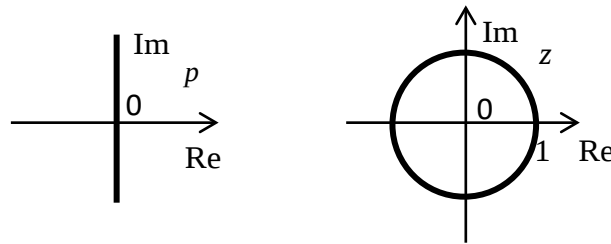
bu yerda, c_i – o'zgarmas koeffitsiyentlar, z_i – xarakteristik tenglama ildizlari.

IABTning turg'unligi uchun $\lim_{k \rightarrow \infty} y_e(k) = 0$ bo'lishi zarur va yetarli ekani ayon.

Buning uchun xarakteristik tenglamaning hamma ildizlari – z_i ning moduli birdan kichkina. Shunday qilib, turg'unlik sharti quyidagi nisbatdan iborat:

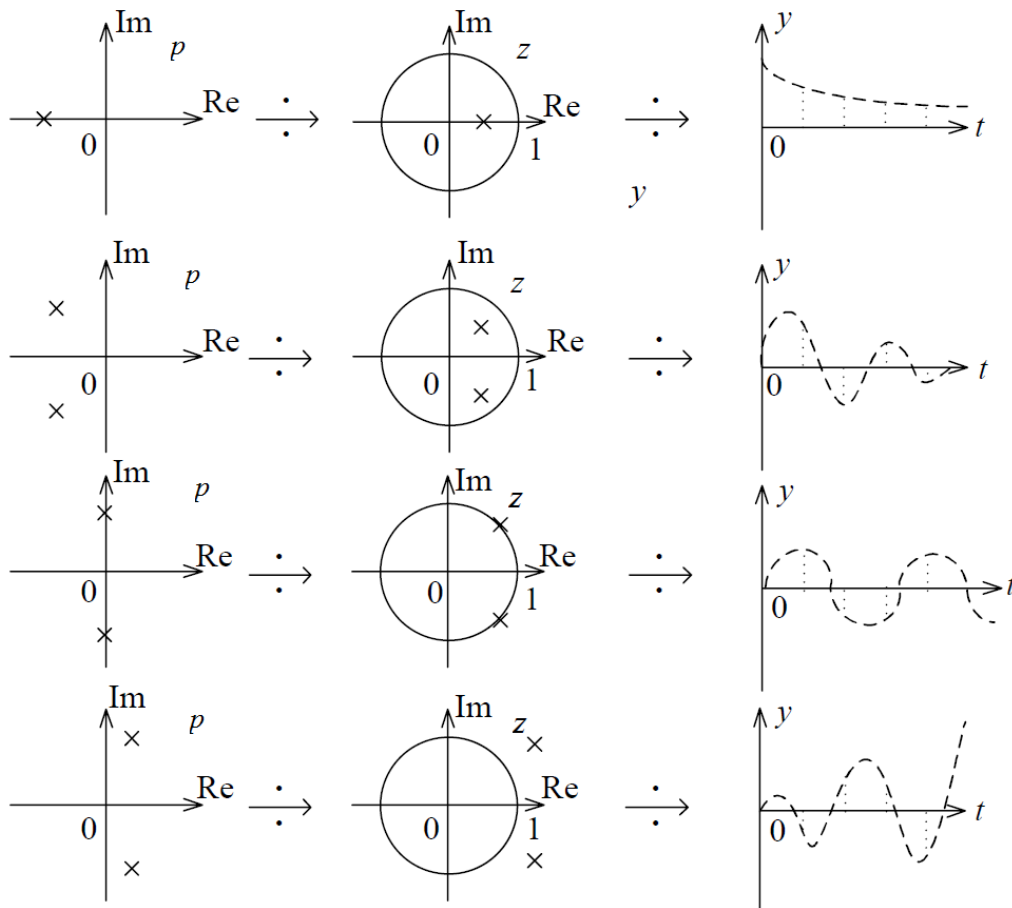
$$|z_i| < 1. \quad (8.4)$$

Bu shartni grafik yo'l bilan talqin qilish uchun p –tekislikni z –tekislikka o'zgartirish kerak. $z = e^{pT}$ bo'lgani uchun, unga $p = j\omega$ ni qo'yib (bu mavhum o'qqa mos), $z = e^{j\omega T}$ ni hosil qilamiz. Bu birlik radiusli bo'lgan aylanadir (8.1 - rasm).



8.1- rasm. s –tekislikni z –tekislikda aks ettirish.

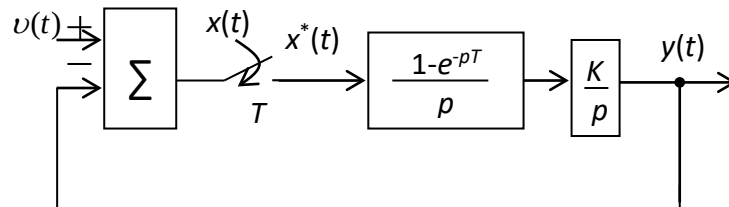
Agar $p = c + j\omega$ bo'lsa, $z = e^{pT} = e^{cT} e^{j\omega T}$ bo'ladi va $c \rightarrow -\infty$ da o'zgaruvchi $z \rightarrow \infty$. Buning ma'nosi shuki, p –tekislikning chap yarmi z –tekislikning birlik radiusli bo'lgan doirasi ichida, o'ng yarmi esa – doiradan tashqarida aks ettiriladi. p –tekislik, z –tekislik va xarakteristik tenglamaning turli tasodifiy ildizlariga oid vaqt tavsiflariga muvofiq kelishi 8.2 - rasmda tasvirlangan.



8.2- rasm. Xarakteristik tenglama ildizlarining p – tekislikka, z – tekislikka va vaqt tavsiflariga muvofiqqligi.

Demak, IABTning turg'unligi uchun berk tizimning xarakteristik ildizlari birlik radiusli bo'lgan doira ichida bo'lishi zarur va yetarli.

8.1-misol. 8.3-rasmdagi impulsli tizimning turg'unligini baholang.



8.3 - rasm. **IABTning** strukturalari.

Ochiq tizimning uzatish funksiyasi: $K_{EUQ}(p) = (1 - e^{-pT}) \frac{K}{p^2}$.

z – almashtirishi orqali quyidagini hosil qilamiz:

$$K(z) = \frac{z-1}{z} \frac{KTz}{(z-1)^2} = \frac{KT}{z-1}.$$

Berk tizimning uzatish funksiyasi: $K_B(z) = \frac{K(z)}{1 - K(z)} = \frac{KT}{z - 1 + KT}$, bundan

xarakteristik tenglamani keltirib chiqaramiz: $z + (KT - 1) = 0$. Uning yagona ildizi bor $z = (1 - KT)$. Turg'unlik sharti bo'yicha $|z| < 1$, ya'ni $|1 - KT| < 1$ va turg'unlik sohasi $0 < KT < 2$ tengsizlik ko'rinishida bo'ladi. K va T ning boshqa hamma qiymatlarida impulsli tizim noturg'un bo'ladi.

Diskret tizimlarda ham, uzluksiz tizimlarda ham turg'unlik mezonlaridan foydalaniladi. Ularning qo'llanishi ikkichizikli o'zgartirish formulasiga asoslanadi.

2. Ikki chiziqli o'zgartirish

Almashtirish ifodasi $z = \frac{1 + \frac{T}{2}w}{1 - \frac{T}{2}w}$ yoki $w = \frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)$ yordamida ikki- chiziqli

o'zgartirish amali bajariladi, ya'ni z – tekislikdagi birlik radiusli bo'lgan aylanani w – tekislikdagi mavhum o'qda aks ettiriladi. Buni quyidagicha tushuntirish mumkin:

$$w = \frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1} \right) \bigg|_{z=e^{j\omega T}} = \frac{2}{T} \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} + 1} = \frac{2}{T} \frac{e^{j\omega T} - e^{j\frac{\omega T}{2}} e^{-j\frac{\omega T}{2}}}{e^{j\omega T} + e^{j\frac{\omega T}{2}} e^{-j\frac{\omega T}{2}}} = \frac{2}{T} \frac{e^{j\frac{\omega T}{2}} (e^{j\frac{\omega T}{2}} - e^{-j\frac{\omega T}{2}})}{e^{j\frac{\omega T}{2}} (e^{j\frac{\omega T}{2}} + e^{-j\frac{\omega T}{2}})}.$$

Eyler formulasi bo'yicha:

$$w = \frac{2}{T} j \frac{\sin \omega \frac{T}{2}}{\cos \omega \frac{T}{2}} = j \frac{2}{T} \operatorname{tg} \omega \frac{T}{2}. \quad (8.5)$$

(8.5)ning tahlilidan ko‘rinadiki, $\omega = 0$ da $w = j_0$, $\omega = \frac{\omega_p}{2}$ da yoki $\omega \frac{T}{2} = \frac{\pi}{2}$ da $w = j_\infty$. Boshqacha aytganda, p – tekislikdagi $0 \leq j\omega \leq j \frac{\omega_p}{2}$ oraliq z – tekislikning yuqori yarim aylanasida va w – tekislikning mavhum o‘qi aylanasida yuqori yarmida akslantiriladi. Shunda tizimning w – tekislikdagi turg‘unlik sohasi uning chap yarmida bo‘ladi.

(8.5) ifodasi p – tekislikdagi chastota bilan w – tekislikdagi psevdochastota o‘rtasida bog‘lanish hosil qiladi. Agar $j\omega_w$ o‘zgaruvchi w ning mavhum qismi bo‘lsa, $j\omega_w = j \frac{2}{T} \operatorname{tg} \omega \frac{T}{2}$ va

$$\omega_w = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \omega \frac{T}{2}. \quad (8.6)$$

Shuni ta’kidlash kerakki, p – tekislikdagi kichik chastotalarda, $\operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} \approx \frac{\omega T}{2}$ bo‘lganda, (8.6) ifodasi boshqacha ko‘rinish oladi:

$$\omega_w \approx \frac{2}{T} \omega \frac{T}{2} = \omega_w = \omega. \quad (8.7)$$

Bu quyidagi shartda to‘g‘ri bo‘ladi:

$$\omega < \frac{2\pi}{10T} = \frac{\omega_p}{10}. \quad (8.8)$$

Shunday qilib, (8.8) shart bajarilganda ω va ω_w chastotalarni bir - biriga mos deb hisoblash mumkin, katta chastotalarda esa, psevdochastotadan foydalanish kerak.

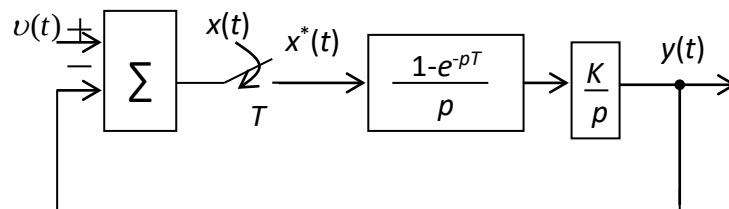
3. Raus-Gurvis mezon

Ikkichiziqli o'zgartirishni qo'llab, berk diskret tizim uchun xarakteristik tenglamani chiqarish kerak:

$$1 + K(w) = 1 + K(z) \left| \begin{array}{l} z = \frac{1 + \frac{T}{2}w}{1 - \frac{T}{2}w} \end{array} \right. = 0. \quad (8.9)$$

Keyin, uzluksiz tizimlardagi kabi algoritm bo'yicha Raus jadvali tuziladi. Agar shu jadvalning birinchi ustunidagi hamma elementlari $a_0 > 0$ bo'lganda, musbat bo'lsa, diskret tizim turg'un deb hisoblanadi.

8.2-misol. 8.3 - rasmda keltirilgan tizimni ko'rib chiqamiz.



15.1 - rasm. *IABTning* strukturasi.

Berk tizimning xarakteristik tenglamasi $D(z) = z - 1 + KT = 0$. Bundan $D(w)$ ga o'tamiz.

$$D(w) = D(z) \left| \begin{array}{l} z = \frac{1 + \frac{T}{2}w}{1 - \frac{T}{2}w} \end{array} \right. = \frac{1 + \frac{T}{2}w}{1 - \frac{T}{2}w} + (KT - 1) = \frac{w(2T - T^2K) + 2KT}{2 - Tw} = 0.$$

Xarakteristik tenglamani quyidagicha yozamiz: $\underbrace{(2T - T^2K)}_{a_0}w + \underbrace{2KT}_{a_1} = 0$.

Radius jadvalini tuzamiz:

$$\begin{array}{c|c} w' & 2T - T^2K \\ w^0 & 2KT \end{array}$$

Diskret tizim barqaror bo'lishi uchun birinchi ustunning hamma elementlarining (bu misolda birinchi ustun – yagona) ishorasi bir xil bo'lishi kerak. Bundan kelib chiqadiki, $T > 0$ va $K > 0$ da $2KT > 0$ bo'ladi; $TK < 2$ da $2T - T^2K > 0$ bo'ladi. Bu natija 8.1 - misol natijasi bilan mos keladi.

Ko'rib chiqilgan misollardan xulosa qilish mumkinki, kvantlash diskret tizimlarning turg'unlik sohasi o'xshash uzluksiz tizimlarga (bir xil uzluksiz qismlarga ega) qaraganda torayib qoladi. Birinchi tartibli uzluksiz tizimda xarakteristik tenglamaning hamma musbat koeffitsiyentlarida turg'unlik ta'minlanadi, diskret tizimda esa qat'iy cheklanish ($TK < 2$) tushadi.

MIXAYLOV VA NAYKVIST MEZONLARINING DISKRET SISTEMALARGA TADBIQI.

Reja:

1. Naykvist mezon
2. Naykvistning logarifmik mezon.
3. Mixaylov mezon.
4. Diskret tizimlarning aniqligi.

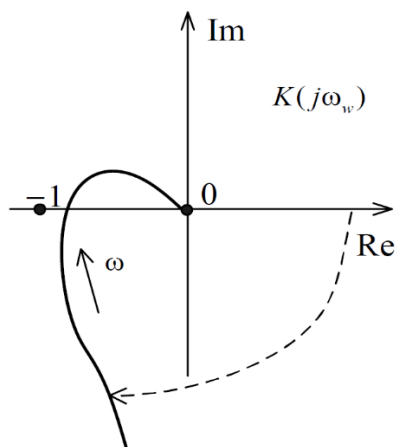
1. Naykvist mezon

Naykvist mezonini diskret tizimlarga ham, uzluksiz tizimlarga ham qo'llasa bo'ladi. Ochiq tizim uchun AFChX (amplituda – faza chastotaviy xarakteristika)ni qurish har bir turdagi model uchun, o'zgaruvchi parametr va shu xarakteristikaning o'zgarish diapazoni bilan farqlanadi (8.1 - jadval).

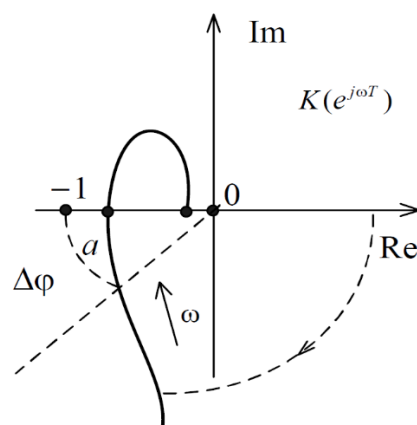
8.1 - jadval

Ochiq tizimning uzatish funksiyasi	O'zgaruvchi	O'zgaruvchining o'zgarish diapazoni
$K(p)$	$p = j\omega$	$0 \leq j\omega \leq j\infty$
$K(z)$	$z = e^{j\omega T}$	$0 \leq \omega T \leq \pi$
$K(w)$	$w = j\omega_w$	$0 \leq j\omega_w \leq j\infty$

$K(j\omega_w)$ va $K(j\omega)$ ning AFChXlari bir - biriga mos (8.4 - rasm).



8.4- rasm. $K(j\omega)$ va $K(j\omega_w)$ larning AFChXsi.



8.5- rasm. $K(e^{j\omega T})$ AFChXsi

$K(e^{j\omega T})$ niki ham shunday ko'rinishga ega, lekin koordinata boshida emas, haqiqiy o'qda tugaydi, chunki oxirgi nuqta $\omega = \frac{\omega_p}{2}$ chastotaga to'g'ri keladi; bunda ochiq tizimning kuchayish koeffitsiyenti nolga teng (8.5 - rasm). Agar $K(j\omega_w)$ yoki $K(e^{j\omega T})$ $(-1; j_0)$ nuqtani qamrab olmasa, diskret tizim turg'un hisoblanadi. Turg'unlik zaxiralari uzluksiz tizimlardagi kabi topiladi: $\frac{1}{a}$ moduli bo'yicha, $\Delta\varphi$ faza bo'yicha.

2. Naykvistning logarifmik mezoni

Diskretli tizimlarning chastotali xarakteristikasi, real chastota - ω dan psevdochastota - ω_w ga o'tilgandan keyin, (8.6) ga muvofiq quriladi. Bunda uzluksiz tizimlarning shunday xarakteristikasini chizish uslubi qo'llanadi. Logarifmik chastotali xarakteristika (LChX)lar past va yuqori chastotalar uchun alohida - alohida quriladi. Past chastotali va yuqori chastotali sohalarni ajratib turuvchi chegara sifatida kesishish chastotasi - ω_k xizmat qiladi. Bunda $\omega_k < \frac{2}{T}$ deb faraz qilinadi. Turg'unlik zaxirasi va tizimning aniq ishlashini ta'minlash uchun qo'yiladigan talablar sababli shu shartni ham bajarish kerak.

LChXni qurish uslubini ko'rib chiqamiz. Buning uchun umumlashgan uzatish funksiyasi tarkibiga uzluksiz qismi bo'lgan tizimni qo'shib misol qilib olamiz.

$$K_{NQ}(p) = \frac{K \prod_{j=1}^m (1 + \tau_j p)}{p^v \prod_{i=1}^n (1 + T_i p)}. \quad (8.10)$$

Qurish uchun quyidagi farazlar qabul qilinadi:

1. $\omega_k < \frac{2}{T}$.

2. Uzluksiz qismning asimtotik logarifmik - amplitudali xarakteristikasi (LAX) desibellarning nol o'qini manfiy - 20 dB/dek og'malikda kesib o'tadi.

3. Vaqt τ_j ($j = 1, 2, \dots, m$) ning doimiylariga kesishish chastotalaridan kichik chastotalarni bog'lovchilar to'g'ri keladi.

4. Vaqt T_i ($i = 1, 2, \dots, l$) ning l ($l < n$) doimiylari bor; ularga kesishish chastotasidan kichik chastotalarni bog'lovchilar to'g'ri keladi.

Farazlar qabul qilinganda, past chastotalar sohasi uchun uzluksiz qismning uzatish funksiyasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$K_{NQ}^P(p) = \frac{K \prod_{j=1}^m (1 + \tau_j p)}{p^\nu \prod_{l=1}^l (1 + T_l p)}, \quad (8.11)$$

yuqori chastotalar sohasi uchun:

$$K_{NQ}^P(p) = \frac{\omega_k}{p \prod_{i=l+1}^n (1 + T_i p)}. \quad (8.12)$$

Shu ikkita (8.11), (8.12) formula va (8.6) asosida ochiq impulsli tizimning past chastotalar sohasiga tegishli chastotali xarakteristikasini hosil qilamiz:

$$K_{NQ}^P(j\omega_w) = (1 - j\omega_w T/2) \frac{K \prod_{j=1}^m (1 + \omega_w \tau_j)}{(j\omega_w)^\nu \prod_{i=1}^l (1 + j\omega_w T_i)}. \quad (8.13)$$

Yuqori chastotali sohasi uchun

$$K_{NQ}^Y(j\omega_w) = \frac{\omega_k (1 - j\omega_w T/2) [1 + j\omega_w (T/2 - T_\Sigma)]}{(j\omega_w) (1 + j\omega_w T/2)}, \quad (8.14)$$

bu yerda $T_\Sigma = \sum_{i=l+1}^n T_i$.

Bu formulalarning tahlilidan ko‘rinadiki, impulsli tizimning uzatish funksiyasini past chastotalar sohasidan, uzluksiz qismning shunday funksiyasidan keltirib chiqarish mumkin. Buning uchun $p = j\omega_w$ ifoda o‘sha funksiyaga almashtirib kiritiladi va qo‘shimcha ko‘paytiruvchi $(1 - j\omega_w T/2)$ ham kiritiladi. Bu sohada psevdochastota ω_w burchak chastotasi $-\omega$ bilan deyarli teng bo‘ladi. Qo‘shimcha ko‘paytiruvchining ta‘sirini hisobga olmasa ham bo‘ladi, chunki $\omega_k < 2/T$.

Past chastotalar sohasida impulsli tizimning chastotali xarakteristikasi uning uzluksiz qismiga oid shunday xarakteristika bilan mos keladi. Yuqori chastotalar sohasida bunday bo‘lmaydi, shuning uchun xarakteristikani psevdochastota $-\omega_w$ bo‘yicha qurish kerak.

Ochiq diskret tizimning chastotali o‘zatish funksiyasi psevdochastotalar tekisligida quyidagicha ifodalanadi:

$$K(j\omega_w) = \frac{K \prod_{j=1}^m (1 + \omega_w \tau_j) [1 + j\omega_w (T/2 - T_\Sigma)]}{(j\omega_w)^\nu \prod_{i=1}^l (1 + j\omega_w T_i)} \frac{(1 - j\omega_w T/2)}{(1 + j\omega_w T/2)}. \quad (8.15)$$

Bu formula elementar namunaviy ko'paytuvchilar ko'paytmasidan iborat, shuning uchun undan impulsli tizimlarning logarifmik chastotali xarakteristikasini qurishda foydalanish oson. Yakunlovchi fazoviy surilish quyidagicha aniqlanadi:

$$\varphi(\omega_w) = -\nu \cdot 90^\circ + \sum_{j=1}^m \arg \operatorname{tg} \omega_w \tau_j + \arg \operatorname{tg} \omega_w \left(\frac{T}{2} - T_\Sigma \right) - \sum_{i=1}^l \operatorname{arctg} \omega_w T_i - 2 \operatorname{arctg} \omega_w \frac{T}{2} \quad (8.16)$$

Qurilgan logarifmik chastotali xarakteristikalar yordamida turg'unlik zaxirasi topiladi.

8.3-misol. Nolinchi tartibli ekstrapolyatorli va impulsli elementning diskretlik davri $T = 4 \text{ sek}$ bo'lgan tizimning logarifmik chastotali xarakteristikasi qurilsin. Tizimning uzluksiz qismi uzatish funksiyasi quyidagicha ko'rinishda berilgan:

$$K_{NQ}(p) = \frac{K(1 + 25p)}{p^2(1 + 0,5p)(1 + 0,3p)}, \quad K = 0,01s^{-1}.$$

Qirqish chastotasini topamiz: $\omega_k = 2/T = 0,5 \text{ s}^{-1}$. Vaqtning berilgan doimiylariga muvofiq bog'lovchi chastotalarni hisoblab topamiz:

$$\omega_{bog'1} = \frac{1}{25} = 0,04s^{-1} - \text{past chastotali diapazon};$$

$$\omega_{bog'2} = \frac{1}{0,5} = 2s^{-1} - \text{yuqori chastotali diapazon};$$

$$\omega_{bog'3} = \frac{1}{0,3} = 3,33s^{-1} - \text{yuqori chastotali diapazon};$$

$$T_\Sigma = T_1 + T_2 = 0,5 + 0,3 = 0,8; \quad \frac{T}{2} - T_\Sigma = 2 - 0,8 = 1,2 \text{ s}.$$

Shulardan kelib chiqib, quyidagini hosil qilamiz:

$$K(j\omega_w) = \frac{K(1 + j\omega_w \cdot 25)(1 + j\omega_w \cdot 1,2)}{(j\omega_w)^2} \frac{(1 - j\omega_w \cdot 2)}{(1 + j\omega_w \cdot 2)},$$

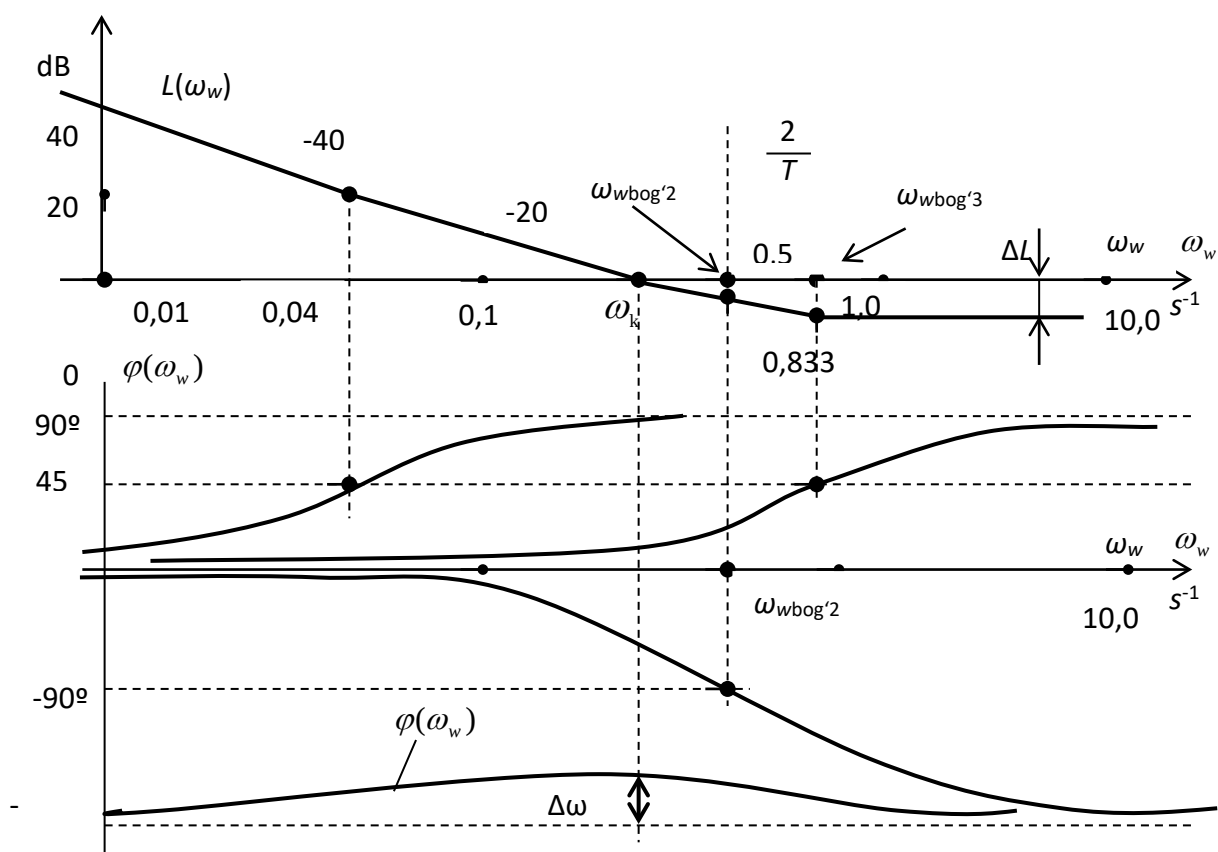
$$\varphi(\omega_w) = -2 \cdot 90^\circ + \operatorname{arctg} 25\omega_w + \operatorname{arctg} 1,2\omega_w - 2 \operatorname{arctg} 2\omega_w.$$

Bog'lovchi psevdochastotalarni hisoblaymiz:

$$\omega_{wbog'1} = \omega_{bog'1} = \frac{1}{25} = 0,04s^{-1}; \quad \omega_{wbog'2} = \frac{1}{T/2} = \frac{1}{2} = 0,5s^{-1};$$

$$\omega_{wbog'3} = 1 / \left(\frac{T}{2} - T_\Sigma \right) = 1 / (2 - 0,8) = 0,833s^{-1}.$$

Hosil qilingan ifodalarga mos asimitotik LAX (logarifmik amplitudali xarakteristika) va LFX (logarifmik fazaviy xarakteristika) 8.6 - rasmda ko'rsatilgan.



8.6 - rasm. *Impulsli tizimning LChXsi.*

Ko'paytuvchi $(1 - j\omega_w \cdot 2)$ kompleks uzatish funksiyasida nominal-fazaviy zvenoga to'g'ri keladi. U LAXni yuqori chastotalarda +20dB/dek qiymatga ko'taradi. Bizning misolda bu zvenoda LAXning -20dB/dek qiymatga pasayishini, maxrajda $(1 + j\omega_w \cdot 2)$ ko'paytma borligi sababli kompensatsiyalaydi. Shu nominal-fazaviy zveno $-\arctg \omega_w \frac{T}{2}$ ga teng, manfiy fazaviy siljish kiritadi. 8.6 – rasmdan kelib chiqadiki, tizim turg'unlik zaxirasiga ega: amplituda bo'yicha 10dB atrofida, faza bo'yicha 25° atrofida.

3. Mixaylov mezoni

IABTning turg'unligini aniqlash uchun Mixaylov mezonidan ham foydalanish mumkin.

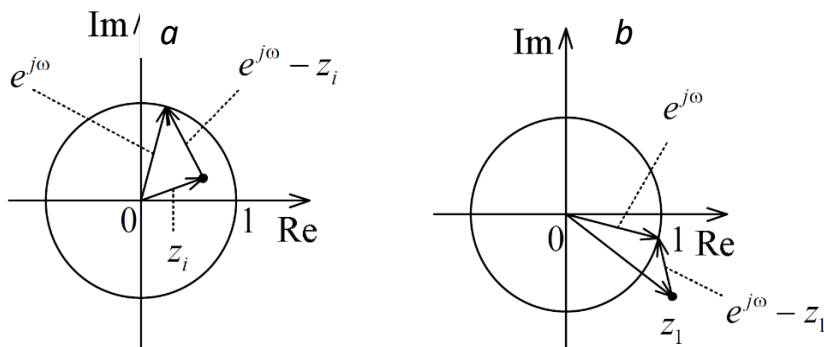
Berk ABTning xarakteristik tenglamasiga mos keladigan quyidagi vektorni faraz qilamiz:

$$D(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = a_0 (z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_n) = 0.$$

$z = e^{j\omega T}$ va $T = 1$ bo'lganda

$$D(e^{j\omega}) = a_0 (e^{j\omega} - z_1)(e^{j\omega} - z_2) \dots (e^{j\omega} - z_n) = 0.$$

ABT turg'un bo'lishi uchun $0 \leq \omega \leq \frac{2\pi}{T}$ ($T = 1/\partial a$, $0 \leq \omega \leq 2\pi$) da vektorlar $(e^{j\omega} - z_i)$ ning jami burilishi $\Delta\varphi_{\Sigma}$ $i=1, \dots, n$ da $2\pi m$ bo'lishi zarur va yetarlidir. Ildizlar birlik radiusli doira ichida yotganda bu shart bajariladi (8.7a - rasm). Misol uchun, doira tashqarisida yotgan z_1 ildiz, vektor $(e^{j\omega} - z_1)$ 2π ga burilganda (8.7b-rasm) $\Delta\varphi_1 = 0$ natijani beradi va turg'unlik sharti bajarilmaydi.



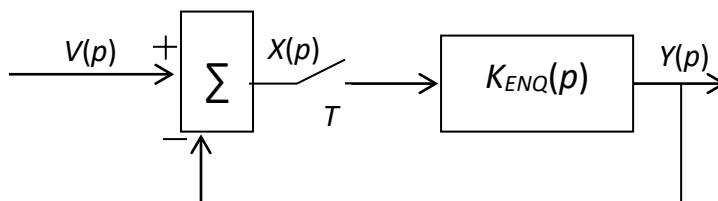
8.7- rasm. $e^{j\omega} - z_i$ vektorning burilish burchagining o'zgarishi:
 a – doira ichidagi ildiz uchun ($\Delta\varphi_1 = 2\pi$); b – doiradan tashqaridagi ildiz uchun ($\Delta\varphi_1 = 0$).

4. Diskret tizimlarning aniqligi

Impulslı tizimning aniqligini barqaror rejimda ko'rib chiqamiz. Bunday sharoitdagi uzluksiz tizimlarning aniqligi Laplasning uzluksiz funksiyasining so'nggi qiymatiga oid o'zgarishlari xususiyatlari asosida tadqiq etilgan. Xuddi shunday natijalarni impulslı tizimlar uchun, panjarali funksiyaning so'nggi qiymatiga oid z – o'zgartirish asosida olish mumkin:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(kT) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X(z), \quad (8.17)$$

bu yerda $X(z) - x(kT)$ tizimning diskret vaqt onlaridagi xatolarni z – tasvirlash (8.8 - rasm).



8.8 - rasm. IABT ning strukturasi.

Xatolikning z – tasviri:

$$X(z) = V(z) - Y(z) = V(z) - \frac{K(z)}{1 + K(z)} V(z) = \frac{1}{1 + K(z)} V(z).$$

Bu ifodadan kelib chiqadiki, berk tizimning xatolik bo'yicha diskret uzatish funksiyasi:

$$K_x(z) = \frac{X(z)}{V(z)} = \frac{1}{1 + K(z)}. \quad (8.18)$$

So'nggi qiymat haqidagi xossa asosida qaror xatolikni quyidagicha ifodalash mumkin

$$x_{qar}(kT) = \lim_{k \rightarrow \infty} x(kT) = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) K_x(z) V(z). \quad (8.19)$$

Pog'anali ta'sir $-V1(kT)$ dagi qaror xatolikni ko'rib chiqamiz. Bu holda $V(z) = V \frac{z}{(z - 1)}$ va

$$\begin{aligned} x_{qar}^0(kT) &= \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) K_x(z) V \frac{z}{z - 1} = \lim_{z \rightarrow 1} K_x(z) V(z) = \\ &= V \lim_{z \rightarrow 1} K_x(z) = \frac{V}{1 + \lim_{z \rightarrow 1} K(z)} = \frac{V}{1 + K_0}, \end{aligned} \quad (8.20)$$

bu yerda $K_0 = \lim_{z \rightarrow 1} K(z)$ – holat bo'yicha xatolik koeffitsiyenti deyiladi.

Agar $K(z)$ ning $z = 1$ qutubi bo'lsa, ya'ni maxrajda $(z - 1)$ ko'paytuvchi mavjud bo'lsa, $K_0 = \infty$ va holat bo'yicha xatolik nolga teng bo'ladi. Bu, birinchi tartibli astatizmi bo'lgan uzluksiz tizimga to'g'ri keladi.

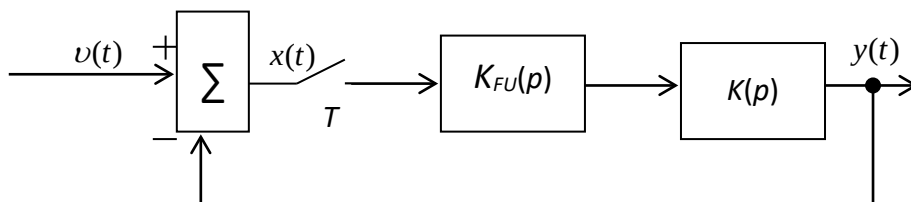
Endi chiziqli o'sib boruvchi ta'sir $V \cdot kT$ dagi qaror xatolikni ko'rib chiqamiz. Bu holda $V(z) = V \frac{Tz}{(z - 1)^2}$ bo'ladi.

$$\begin{aligned} x_{qar}'(kT) &= \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) K_x(z) V \frac{Tz}{(z - 1)^2} = \lim_{z \rightarrow 1} K_x(z) V \frac{Tz}{(z - 1)} = \\ &= \lim_{z \rightarrow 1} \frac{VTz}{[1 + K(z)](z - 1)} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{VTz}{(z - 1) + (z - 1)K(z)} = \frac{VT}{\lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)K(z)} = \frac{V}{K_v}, \end{aligned} \quad (8.21)$$

bu yerda $K_v = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{T} (z - 1)K(z)$ – tezlik bo'yicha xatolik koeffitsiyenti deyiladi.

Agar $K(z)$ ikkita qutbga ega bo'lsa, $z_1 = z_2 = z_3$, $K_v = \infty$ va tezlik bo'yicha xatolik nolga teng bo'ladi. Bu ikkinchi tartibli astatizmli bo'lgan uzluksiz tizimga to'g'ri keladi.

8.4 - misol. Impulsli tizim 8.9 - rasmdagi strukturaga ega. Holat bo'yicha barqaror xatolarni (yolg'iz sakrashga reaksiya sifatida) ikki holat $K(p) = \frac{K}{p+1}$, $K(p) = \frac{K}{p}$ uchun topish kerak.



8.9- rasm. **IABT ning strukturasi.**

Birinchi holatda:

$$K(z) = Z\{K_{FU}(p)K(p)\} = Z\left\{\frac{1-e^{-pT}}{p} \frac{K}{p+1}\right\} = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{K}{p(p+1)}\right\}.$$

Katta qavslar ichidagi ifodani oddiy kasrlarga yoyib chiqamiz:

$$\frac{K}{p(p+1)} = \frac{\beta_1}{p} + \frac{\beta_2}{p+1}; \quad \beta_1 = \frac{pK}{p(p+1)} \Big|_{p=0} = K; \quad \beta_2 = \frac{K(p+1)}{p(p+1)} \Big|_{p=-1} = -K.$$

Muvofiqlik jadvalidan quyidagini topamiz:

$$Z\left\{\frac{K}{p} - \frac{K}{p+1}\right\} = K \frac{z}{z-1} - K \frac{z}{z-e^{-T}} = K \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}} \right).$$

Diskret uzatish funksiyasi:

$$K(z) = \frac{z-1}{z} K \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}} \right) = K \left(1 - \frac{z-1}{z-e^{-T}} \right) = K \frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}.$$

Holat bo'yicha barqaror xatolik $x_{qar}^0(kT) = \frac{V}{1+K_0}$, $V=1$,

$$K_0 = \lim_{z \rightarrow 1} K(z) = \frac{1}{1+K}.$$

Ikkinchi holatda

$$K(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{K}{p^2}\right\} = \frac{z-1}{z} \frac{Tz}{(z-1)^2} = \frac{T}{z-1},$$

$$x_{qar}^0(kT) = \frac{V}{1+K_0} = \frac{1}{1+\infty} = 0.$$

Bu natijalar nazariy xulosalarga to'g'ri keladi. Shunday qilib, diskret tizim uzluksiz qismining astatizm darajasi saqlanib qoladi.

Nazorat va muhokama savollari

1. Impulsli avtomatik boshqarish tizimlarda turg'unlik tushunchasi.
2. Impulsli avtomatik boshqarish tizimining turg'unligini zaruriy va yetarli sharti.
3. Turg'unlikning Raus-Gurvis mezon.
4. Naykvist mezonini diskret tizimlarga qanday tatbiq etiladi?
5. Naykvistning logarifmik mezon.
6. Impulsli avtomatik boshqarish tizimlarning turg'unligini aniqlash uchun Mixaylov mezonidan qanday foydalanish mumkin?

TASODIFIY JARAYONLAR VA ULARNI ASOSIY STATISTIK XARAKTERISTIKALARI

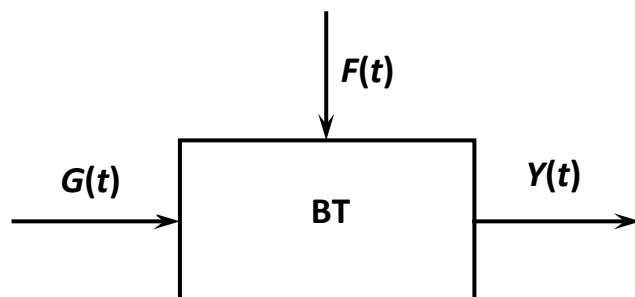
Reja:

1. Tasodifiy ta'sirlar
2. Tasodifiy jarayon va uning asosiy tavsiflari.
3. Statsionar tasodifiy jarayonlar.

1. Tasodifiy ta'sirlar

Ilgari faraz qilinganidek, boshqarish tizimining kirishidagi muhit modeli – M_F , ma'lum, determinirlangan: topshiriq beruvchi – $g(t)$ va qo'zg'atuvchi – $f(t)$ vaqt funksiyalari bilan ifodalanishi mumkin. Bunda tizimning holati, istalgan vaqtda, qat'iy ravishda, ma'lum boshlang'ich holat bilan aniqlanadi. Holatni oldindan bilish mumkin bo'lgan bunday tizimlar *determinirlangan tizimlar* deyiladi.

Amaliyotda tasodifiy (stoxastik) tarzda o'zgaradigan, tizimda tasodifiy signallar hosil qiladigan ta'sirlar ko'p uchraydi. Bunday tizimlarning holatini qandaydir ehtimollik bilan oldindan bilish mumkin.



11.1-rasm. Boshqarish tizimida paydo bo'lgan tasodifiy ta'sirlar.

Tasodifiy ta'sirlar (11.1-rasm) determinirlangan ta'sirlar singari, topshiriq beruvchi – $G(t)$ va g'alayon yoki halal beruvchi - $F(t)$ turlarga ajratiladi. Bulardan birinchisi boshqarish uchun foydali axborot eltadi (foydali signal) ikkinchisi – boshqarish tizimi (BT) ning chiqishidagi foydali signallarni buzib ko'rsatadi. Halaqitlar, kelib chiqish sabablariga ko'ra ichki va tashqi bo'ladi.

Tashqi tasodifiy halaqitlar, masalan, suvda ketayotgan kemaga, uchuvchi apparat yoki radiolokatsiya antenasi ta'sir etuvchi shamol ko'rinishida, kemani kutilmagan vaqtda chayqaltiradigan dengiz to'lqinlari shaklida, elektr kuchaytirgichlarning tok manbai kuchlanishini o'zgarishlari va shu kabilar shakllarida namoyon bo'ladi. Iqtisodiy tizimlarda oldindan bilib bo'lmaydigan siyosiy voqealar tashqi halaqit bo'lishi mumkin. Ular, masalan fond birjalaridagi

narxlarni tasodifan o'zgartirib yuborishi mumkin. Biologik tizimlarda, aytaylik, qurg'oqchilik yoki o'rmonga o't ketishi tashqi xalaqitga misol bo'la oladi va muayyan biologik turlarning ko'payishiga tasodifan ta'sir qilishi mumkin. Keltirilgan misollarda amplituda spektrlari, past chastotali diapazonda yotadi. Radiosignallarni qabul qiluvchi qurilmalarda yuzaga keladigan tashqi halaqitlar "shovqin" ga o'xshaydi. Bular elektromagnit to'lqinlarning tarqalishi va qaytishi bilan bog'liq fizik sharoitlar bilan bog'liq bo'lib, amplituda spektrlari yuqori chastotali diapazonida yotadi.

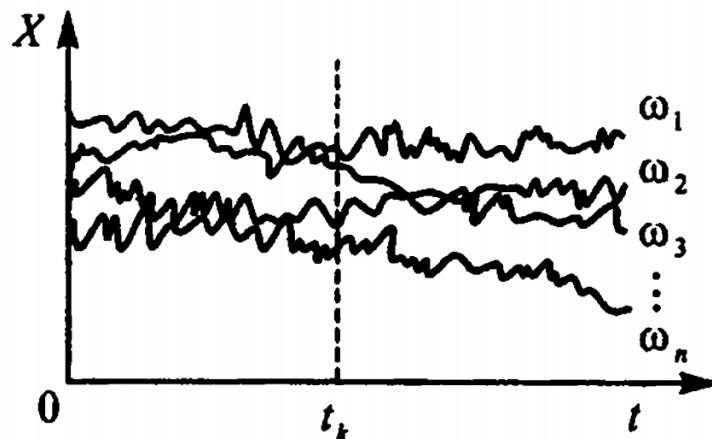
Ichki tasodifiy halaqitlar tizimdagi elementlarning parametrlari beqaror (o'zgarib turadigan) bo'lishi bilan bog'liq. Ular elektron sxemalar va mexanik birikmalarning ishqalanuvchi elementlarida turli muhitlar orasidagi chegaralarda zaryad eltuvchilarning tebranishlari (fluktuatsiya) tufayli yuzaga keladi.

Kirishdagi ta'sirlar tasodifiy xususiyatga ega bo'lganda, boshqarish tizimlarini hisoblash uchun o'sha tasodifiy hodisalar haqidagi statistik ma'lumotlarning yoki bu ma'lumotlarning ehtimolliklarining taqsimlanish qonunlarini e'tiborga olish lozim. Bunda jarayonlarning sifat ko'rsatkichlari tasodifiy ta'sirlarning sodir bo'lishi ehtimolliklari (joiz ehtimollik) ga mos kelishi kerak.

Bunday yondashuv, kam ehtimollik bilan sodir bo'ladigan hollarda tizim ishining sifati pasayishi mumkinligini oldindan taxmin qilinadi. Har qanday ta'sirlar sodir bo'lganda ham ish sifati kamaymasligi talab etilganda hisoblar, ehtimolligi juda oz, eng noqulay holatlarga mo'ljallab bajariladi. Bunda determinirlangan tizimlar uchun mo'ljallangan hisoblash usullaridan foydalaniladi, biroq tizim ehtimolliklar asosidagi hisoblashga qaraganda murakkablashib va qimmatlashib ketadi.

2. Tasodifiy jarayon va uning asosiy tavsiflari

Boshqarish tizimini tasodifiy ta'sirlar bo'ladigan holatlar uchun hisoblaganda tasodifiy funksiyalar nazariyasi deb atalgan matematik apparatdan foydalaniladi. Tasodifiy funksiya, tasodifiy kattalik singari, sinovning oxiri – ω deb atalgan elementar hodisaga bog'liq holda, turli qiymatlar qabul qiladi. Bundan tashqari, tasodifiy funksiya tasodifiy bo'lmagan qandaydir λ parametrga ham bog'liq bo'ladi, ya'ni $X(\lambda, \omega)$.



11.2-rasm. Tasodifiy jarayonlarning kechishi.

Agar λ parametri o'rnida vaqt – t ishlatilsa, tasodifiy funksiya – $X(t, \omega)$ tasodifiy jarayon deb ataladi. Elementar hodisa $\omega = \omega_0$ qayd etilganda t argumentning muntazam (tasodifiy bo'lmagan, ya'ni determinirlangan) funksiyasi – $x(t)$ hosil bo'ladi. Qayd etilgan ω da tasodifiy jarayonning muayyan ko'rinishi – tasodifiy jarayonning amalga oshishi (to'g'rirog'i, kechishi) deb ataladi. Hamma “kechish”larning yig'indisi tasodifiy jarayonlarning ansambli, deyiladi. 11.2-rasmda $X(t, \omega)$ tasodifiy jarayonning mustaqil $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \dots$ hodisalarda amalga oshishi (kechishi) ko'rsatilgan. Masalan, “amalga oshish” deganda, uchayotgan samolyotning tezligini bir xil ushlab turishga qaratilgan choralar ko'rilsa ham, har safar uchganda tezlikning vaqtga bog'liq holda o'zgarishlarini tushunish mumkin.

Tasodifiy jarayonlarni tadqiq etishning ehtimollik nazariyasiga asoslangan usuli ansabilga kirgan har bir “kechinma” (amalga oshish) $x_i(t)$ ni emas, balki jami “kechinma”larni o'z ichiga olgan to'plamning xususiyatlarini o'rganadi. Bunda xar bir “kechinma” ning xususiyatlaridan o'rtacha qiymat chiqariladi.

Ko'rsatkich $t = t_k$ qayd etilganda tasodifiy jarayonning “kesimi” hosil bo'ladi. U elementar hodisaga – ω ga bog'liq bo'ladi va demak, tasodifiy kattalik – $X(\omega)$ bo'lib qoladi.

Agar tasodifiy jarayonning n -ta kesimi $X(t_1, \omega), X(t_2, \omega), \dots, X(t_n, \omega)$ ko'rilyotgan bo'lsa, tasodifiy jarayon – $X(t, \omega)$ ga tegishli n -o'lchamli tasodifiy kattalik hosil bo'ladi. Odatda, qisqaroq yozish maqsadida argument – ω tushirib qoldiriladi.

Tasodifiy jarayon – $X(t)$ ni vaqtga bog'liq holda o'zgaradigan, ehtimolliklarining qiymati ko'p o'lchamli (n -o'lchamli) funksiya bo'yicha taqsimlanadigan (interval taqsimot qonuni) tasodifiy kattalik sifatida ko'rish mumkin

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = P\{X(t_1) < x_1; X(t_2) < x_2; \dots; X(t_n) < x_n\}$$

yoki ehtimolliklari ko'p o'lchamli zichlik bilan taqsimlangan (differensial taqsimot qonuni) tasodifiy kattalik sifatida ham ko'rish mumkin:

$$W_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{\partial^n F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n}.$$

Ikkala holatda ham hamma $x_1, x_2, \dots, x_n$ o'zgaruvchilar bo'yicha xususiy hosilalar mavjud bo'lish sharti bor. n -ning tartibi qancha baland bo'lsa, tasodifiy jarayonning ehtimollik xususiyatlari shunchalik to'liq ifoda etiladi.

Tasodifiy jarayonlar ko'pincha normal qonun bilan taqsimlanadi. Tasodifiy jarayon normal taqsimlangan yoki Gauss qonuni bo'yicha taqsimlangan deb hisoblanishi uchun uning istalgan tartibli ehtimolliklari zichligi normal qonun bilan taqsimlangan bo'lishi kerak. Bu qonunning grafik ko'rinishi bir o'rkachli tuyanining o'rkachiga o'xshagan qavariq chiziq bo'lib, vertikal o'rta o'qiga nisbatan simmetrik bo'ladi. Normal taqsimlangan tasodifiy jarayonlarda ehtimollik xususiyatlari ehtimolliklarning ikki o'lchamli zichligi bilan aniqlanadi

$$W_2(x_1, x_2; t_1, t_2) = \frac{\partial^2 F_2(x_1, x_2; t_1, t_2)}{\partial x_1 \partial x_2}.$$

Normal tasodifiy jarayonlarning taqsimlanish funksiyasi

$$F_2(x_1, x_2; t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} W_2(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2.$$

Ko'p o'lchamli taqsimlanish funksiyalaridan amalda foydalanish qiyinroq. Shuning uchun tasodifiy ta'sirlarga uchrab turadigan boshqarish tizimlari hisobini soddalashtirish maqsadida tasodifiy jarayonlarning boshqa oddiyroq, o'zi tasodifiy bo'lmagan miqdoriy ko'rsatkichi kiritiladi. Bunday ko'rsatkich sifatida ko'pincha matematik kutilma, dispersiya va korrelyatsiyali funksiya ishlatiladi.

Tasodifiy jarayon – $X(t)$ ning *matematik kutilmasi (o'rtacha qiymati)* shunday funksiya – $m_x(t)$ ni uning qiymati har bir on – t da tasodifiy jarayonning tegishli kesimining matematik kutilmasigaga teng bo'ladi, ya'ni

$$m_x(t) = M[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) W_1(x; t) dx.$$

Matematik kutilma shunday o'rtachalashtirilgan jarayon-ki, tasodifiy jarayonning ehtimoliy kechishi unga yaqin bo'ladi.

Muntazam jarayon $X(t)$ ning matematik kutilmasi jarayonning o'zi bilan mos tushadi, ya'ni $m_x(t) = x(t)$.

Tasodifiy jarayon – $x(t)$ ning dispersiyasi shunday $D_x(t)$ funksiya-ki, uning qiymati har bir on – t da tasodifiy jarayonning tegishli kesimining dispersiyasiga teng bo'ladi, ya'ni

$$D_x(t) = D[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) - m_x(t)]^2 W_1(x; t) dx.$$

Dispersiya, tasodifiy jarayon matematik kutilmasidan qancha og'ib ketishi mumkinligini ko'rsatadi va tasodifiy jarayonning kvadrati bilan o'lchanadi, shuning uchun hisoblash qulay bo'lishi maqsadida “o'rta kvadratik og'ish” ko'rsatkichidan foydalaniladi

$$\sigma_x(t) = \sqrt{D_x(t)}.$$

Bu parametrning o'lchov birligi tasodifiy jarayoni bilan bir xil.

Matematik kutilma va dispersiya o'z qiymati atrofida birmuncha “yo'lak” qoldiradiki, unda ma'lum ehtimollik bilan tasodifiy jarayonning ehtimoliy kechishi

joylashishi mumkin, biroq aytilgan ikki tavsif (parametr) “kechinmalar” qanday tarzda o‘zgarishi mumkinligini bildirib olmaydi.

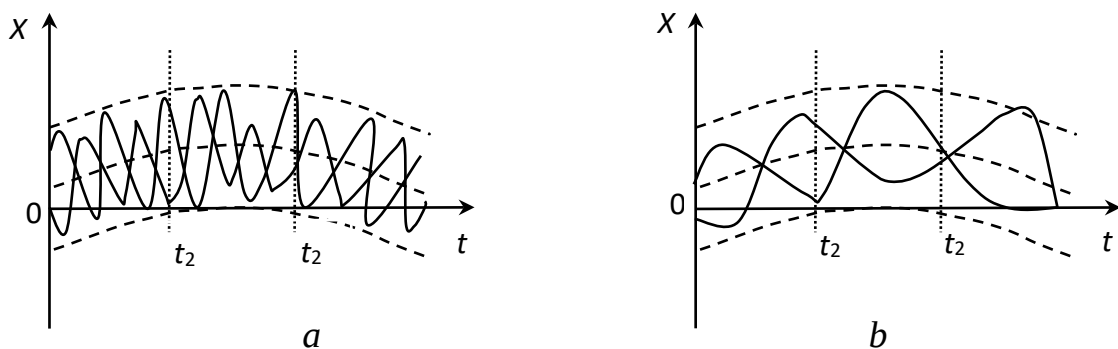
Tasodifiy funksiyaning o‘zgaruvchanlik darajasi yoki ikkita ixtiyoriy tanlangan kesimlari orasidagi ehtimoliy yoki statistik bog‘liqlik darajasi korrelyatsion funksiya bilan tavsiflanadi.

Tasodifiy jarayon – $X(t)$ ning *korrelyatsiya (avtokorrelyatsiya)li funksiyasi* ikki o‘zgaruvchi (t_1, t_2) ning shunday – $K_{xx}(t_1, t_2)$ funksiyasi-ki, uning ixtiyoriy har bir juft on – t_1, t_2 dagi qiymati markazlashgan tasodifiy jarayon – $\overset{\circ}{X}(t) = X(t) - m_x(t)$ ning tegishli kesimiga oid korrelyatsiyali momentiga teng bo‘ladi, ya’ni

$$K_{xx}(t_1, t_2) = M \left[\overset{\circ}{X}(t_1) \overset{\circ}{X}(t_2) \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1(t_1) - m_x(t_1)] [x_2(t_2) - m_x(t_2)] W_2(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2.$$

Bu funksiya $X(t_1)$ va $X(t_2)$ tasodifiy kattaliklar orasidagi ehtimoliy bog‘lanish (korrelyatsiyani) aks ettiradi. Ehtimoliy bog‘lanish qancha kam bo‘lsa, $K_{xy}(t_1, t_2)$ ning qiymati ham shuncha kichik va tasodifiy jarayon $X(t)$ ning qiymatlari shunchalik tez o‘zgaradi.

11.3-rasmda matematik kutilma va dispersiyasi bir xil bo‘lgan ikkita tasodifiy jarayonning tavsifi ko‘rsatilgan. 11.3,a-rasmdagi tasodifiy jarayon tez o‘zgarayapti va bunda jarayonning kesimlari orasidagi ehtimoliy bog‘lanish tez o‘zgarayapti. 11.3,b-rasmdagi tasodifiy jarayonda kesimlar orasidagi ehtimoliy bog‘lanish katta. Shuning uchun $t_2 - t_1$ ayirmasi kattalashganda korrelyatsiyali funksiya 11.3,a-rasmdagiga qaraganda sekin (asta)roq so‘nadi. Shunday qilib, aytish mumkinki, korrelyatsion funksiya tasodifiy jarayonning ichki strukturasi tavsiflaydi.



11.3-rasm. Matematik kutilma va dispersiyasi bir xil bo‘lgan ikki tasodifiy jarayonning tavsifi.

Korrelyatsion funksiya t_1, t_2 o‘zgaruvchilarga nisbatan simmetrik bo‘ladi

$$K_{xx}(t_1, t_2) = K_{xx}(t_2, t_1).$$

Agar $t_1 = t_2 = t$ deb qabul qilsak korrelyatsion funksiya dispersiyaga teng bo‘ladi, ya’ni

$$K_{xx}(t, t) = D_x(t).$$

Boshqarish tizimlarining xususiyatlarini tadqiq etayotganda, olimlar ko‘pincha, tizimdagi turli tasodifiy jarayonlar o‘rtasidagi bog‘lanishni izlaydilar. $X(t)$ va $Y(t)$ tasodifiy jarayonlar orasidagi ehtimoliy bog‘lanish ularning o‘zaro korrelyatsion funksiyasi bo‘yicha baholanadi.

Ikkita tasodifiy jarayon $X(t)$ va $Y(t)$ ning o‘zaro korrelyatsiyali funksiyasi $K_{xy}(t_1, t_2)$ yuqorida ta’riflangan korrelyatsiya (avtokorrelyatsiya)li funksiyaning aynan o‘zi bo‘lib, ikkala jarayon uchun bunday yoziladi: $\overset{\circ}{X}(t) = X(t) - m_x(t)$ va $\overset{\circ}{Y}(t) = Y(t) - m_y(t)$, yani

$$K_{xy}(t_1, t_2) = M \left[\overset{\circ}{X}(t_1) \overset{\circ}{X}(t_2) \right] = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x(t_1) - m_x(t_1)] [y(t_2) - m_y(t_2)] W_2(x, y; t_1, t_2) dx dy.$$

O‘zaro korrelyatsiyali funksiyalar simmetrik emas:

$$K_{xy}(t_1, t_2) \neq K_{yx}(t_1, t_2).$$

Biroq, quyidagi tenglik o‘rinli:

$$K_{xy}(t_1, t_2) \neq K_{yx}(t_2, t_1).$$

3. Statsionar tasodifiy jarayonlar

Boshqarish tizimlarida kechadigan tasodifiy hodisalar statsionar va nostatsionar turlarga ajratiladi. Vaqtga bog‘liq holda kechsa, *nostatsionar*, bog‘liq bo‘lmasa, *statsionar* deyiladi. Amalda nostatsionar tasodifiy jarayonlar ko‘p uchraydi, ularning matematik apparat yordamida tadqiq etib, parametrlarining analitik ifodasini keltirib chiqarish juda qiyinlashib ketadi va har bir son uchun alohida-alohida ifodalar topish lozim bo‘ladi.

Shu sabablarga ko‘ra, tasodifiy jarayon statsionar deya faraz etiladi.

Tasodifiy jarayon $X(t)$ ni *statsionar*, deb atash uchun uning ehtimollik tavsiflari vaqtga bog‘liq bo‘lmasligi kerak, ya’ni $X(t + \tau)$ tasodifiy jarayonning tavsiflari istalgan τ da $X(t)$ jarayonning tavsiflari bilan mos tushishi lozim.

Statsionarlik tor va keng ma’nolarga ega.

Agar tasodifiy jarayon $X(t)$ ning n o‘lchamli taqsimot funksiya va istalgan n dagi ehtimolliklar zichligi $t_1, t_2, \dots, t_n$ qatorning har bir oni uchun vaqtning surilishi τ ga bog‘liq bo‘lmasa, tor ma’noda statsionar va qat’iy statsionar deyiladi, ya’ni:

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1 + \tau, t_2 + \tau, \dots, t_n + \tau),$$

$$W_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = W_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1 + \tau, t_2 + \tau, \dots, t_n + \tau), n = 1, 2, \dots$$

Keltirilgan ta’rifdan statsionar tasodifiy jarayonning hamma ehtimollik tavsiflari vaqtga nisbatan invariantligi ko‘rinadi. Bu tavsiflar, shuningdek, vaqt bo‘yicha hisob boshiga ham bog‘liq bo‘lmaydi.

Tasodifiy jarayon $X(t)$, keng ma'noda statsionar yoki bo'sh (sust) statsionar deyilishi uchun uning matematik kutilmasi o'zgarmas:

$$m_x(t) = M[X(t)] = m_x = \text{const},$$

va korrelyatsiyali funksiyasi faqat bitta o'zgaruvchi $\tau = t_2 - t_1$ ga bog'liq bo'lishi kerak:

$$K_{xx}(\tau) = K_{xx}(t_1, t_1 + \tau) = M\left[\overset{\circ}{X}(t_1)\overset{\circ}{X}(t_1 + \tau)\right] = \\ = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} [x_1(t_1) - m_x][x_2(t_1 + \tau) - m_x] W_2(x_1, x_2; \tau) dx_1 dx_2.$$

Tasodifiy jarayonlar $X(t)$ va $Y(t)$ larni bir-biriga statsionar bog'langan, deb atash uchun ularning o'zaro korrelyatsiyali funksiyasi faqat vaqtning surilishi $\tau = t_2 - t_1$ ga bog'liq bo'lishi kerak, ya'ni

$$K_{xy}(t_1, t_2) = K_{xy}(\tau).$$

Tor ma'nodagi statsionar tasodifiy jarayonlar keng ma'noda ham, albatta statsionar bo'ladi, biroq buning teskarisi bo'lmaydi. Normal taqsimlangan tasodifiy jarayonlar uchun keng va tor ma'nodagi statsionarlik tushunchalari bir-biriga mos keladi, chunki ularning matematik kutilish va korrelyatsiyali funksiyasi ehtimolliklarning n -o'lchamli zichligini to'liq aniqlaydi. Bundan keyin faqat keng ma'noda statsionar tasodifiy jarayonlar ustida so'z yuritiladi.

Agar tasodifiy jarayon statsionarlik shartiga javob bermasa, nostatsionar deyiladi. O'tish jarayoni esa statsionar bo'lmaydi.

Boshqarish jarayonlaridagi statsionar tasodifiy jarayonlarni o'rganishda o'rta qiymatlarining ikki turi ishlatiladi: to'plam bo'yicha o'rta va vaqt bo'yicha o'rta.

To'plam (ansambl) bo'yicha o'rta qiymat tasodifiy jarayonning bitta vaqt onida kechishlari (amalga oshirishlari) to'plami bilan aniqlanadi:

$$m_x = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x W_1(x) dx.$$

Bunda m_x kattaligi X tasodifiy kattaligi (ma'lum vaqt onidagi $X(t)$ tasodifiy jarayon)ning ehtimoliy o'rtachalashtirish onini ko'rsatadi. Bunda tasodifiy kattalik X ning har bir ehtimoliy qiymati $W_1(x)dx$ ehtimollikka teng ulush bilan hisoblanadi.

Vaqt bo'yicha o'rtacha qiymat $x(t)$ tasodifiy jarayonni cheksiz vaqt oralig'i- T da bir marta kechishi bo'yicha aniqlanadi, ya'ni:

$$\bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt$$

Umumiy holda vaqt bo'yicha o'rtacha qiymat tasodifiy jarayon $-X(t)$ ning har bir kechishida har xil bo'ladi. Bundan tashqari, bitta tasodifiy jarayonning to'plam bo'yicha va vaqt bo'yicha o'rta qiymatlari bir xil emas. Masalan, 11.4-rasmdagi statsionar tasodifiy jarayonning har bitta kechishi shu bilan tavsiflanadi-ki, istalgan vaqt onida to'plam bo'yicha o'rtacha qiymat $m_x = 0$, ayni vaqtda qaysidir bitta kechishi $-x_i$ dagi vaqt bo'yicha o'rta qiymat $\bar{x}_i \neq 0$.



11.4-rasm. *Statsionar tasodifiy jarayon.*

11.4. Ergodik tasodifiy jarayonlar

Shunday tasodifiy jarayonlar borki, ularning to‘plam bo‘yicha va vaqt bo‘yicha o‘rta qiymatlari bir-biriga teng, ya’ni $m_x = \bar{x}$. Bunday tasodifiy jarayonlar «Ergodik jarayon» deyiladi.

Agar tasodifiy jarayon $X(t)$ ning ehtimollik tavsiflari, jarayonning kechishi tartib raqamiga bog‘liq bo‘lmasa, bunday jarayon ergodik deyiladi.

Bitta tasodifiy jarayon bitta ehtimollik tavsiflarga nisbatan ergodik bo‘lib, boshqalariga nisbatan noergodik bo‘lishi mumkin. Statsionar tasodifiy jarayon $X(t)$ ning korrelyatsiya funksiyasiga quyidagicha shart yetarli bo‘ladi:

$$\lim_{|\tau| \rightarrow \infty} K_{xx}(\tau) = 0.$$

Ergodik xususiyatning amaliy ahamiyati muhim. Ko‘plab tizimlarda o‘rta qiymatni aniqlash uchun tasodifiy jarayonni bir vaqt onining o‘zida eksperiment yo‘li bilan ko‘plab marta amalga oshirish ancha uzoq vaqt oralig‘ida alohida bitta “kechinma”ni kuzatishdan ko‘ra ancha murakkab.

Ergodik tasodifiy jarayonning dispersiyasi:

$$D_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - \bar{x}]^2 dt,$$

bunda $x(t)$ – tasodifiy jarayonning istalgan bir amalga oshishi (kechishi).

Ergodik tasodifiy jarayonning korrelyatsiya funksiyasi:

$$K_{xx}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - \bar{x}][x(t + \tau) - \bar{x}] dt;$$

Agar $\bar{x} = 0$ bo‘lsa,

$$K_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau)dt.$$

Korrelyatsiyali funksiyaning dastlabki qiymati $K_{xx}(\tau)$ tasodifiy jarayonning dispersiyasiga teng: $K_{xx}(0) = D_x$.

Ergodik tasodifiy jarayonlarning o'zaro korrelyatsiyali funksiyasi:

$$K_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - \bar{x}][y(t+\tau) - \bar{y}]dt,$$

bu yerda $x(t)$, $y(t)$ -tasodifiy jarayonlar $X(t)$ va $Y(t)$ ning istalgan kechishi (amalg oshishi); $\bar{x}$, $\bar{y}$ – vaqt bo'yicha o'rta qiymatlar.

Bu ifodadan kelib chiqadi:

$$K_{xy}(\tau) = K_{yx}(-\tau), K_{yx}(\tau) = K_{xy}(-\tau).$$

$K_{xy}(\tau)$ funksiyasi $X(t)$ va $Y(t)$ tizimidagi ikkita tasodifiy jarayonlarning turli vaqt onlarida va bir-biridan τ vaqt oralig'i narida turgan tasodifiy jarayonning ehtimoliy o'zaro bog'liqligini tavsiflaydi.

$K_{xy}(0)$ ning $\tau = 0$ dagi qiymati bir vaqtdagi shunday bog'lanishni ko'rsatadi. Bir-biriga ehtimollik bilan bog'lanmagan tasodifiy jarayonlar $X(t)$ va $Y(t)$ uchun o'zaro korrelyatsiyali funksiya:

$$K_{xy}(\tau) \equiv 0.$$

TASODIFIY JARAYONLARNING KORRELYASION FUNKSIYALARI

Reja:

1. Korrelyatsiyali funksiyaning asosiy xossalari
2. Tasodifiy jarayonlar va ularning korrelyatsiyali funksiyalari

1. Korrelyatsiyali funksiyaning asosiy xossalari

Korrelyatsiyali funksiyaning asosiy xossalariga quyidagilarni kiritish mumkin:

1. Dastlabki qiymat

$$K_{xx}(0) = D_x.$$

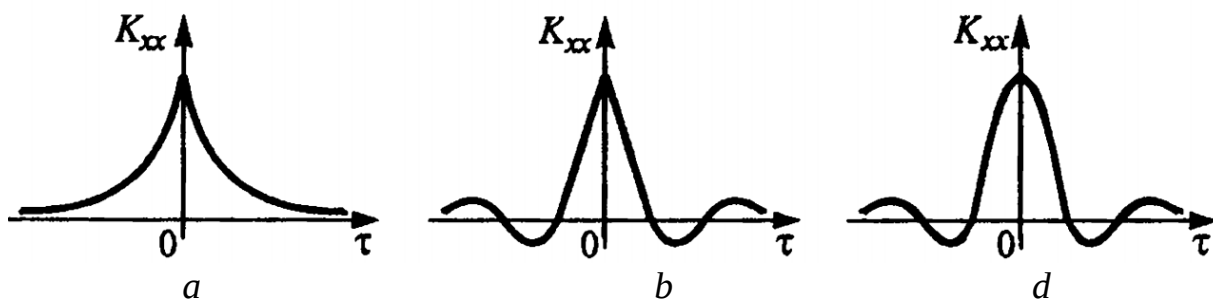
2. Cheklanganlik

$$|K_{xx}(\tau)| \leq D_x.$$

3. Juftlik

$$K_{xx}(\tau) = K_{xx}(-\tau).$$

Bundan kelib chiqadi-ki, korrelyatsiyali funksiyaning grafigi ordinata o'qiga nisbatan simmetrik.



11.5-rasm. Ko'p uchraydigan korrelyatsiyali funksiyalar.

4. Tasodifiy jarayonlarning yig'indisi $Z(t) = X(t) + Y(t)$:

$$K_{zz}(\tau) = K_{xx}(\tau) + K_{yy}(\tau) + K_{xy}(\tau) + K_{yx}(\tau).$$

5. O'zgarmas jarayon $x(t) = a$:

$$K_{xx}(\tau) = a^2,$$

ya'ni, korrelyatsiyali funksiya ham o'zgarmas.

6. Garmonik jarayon $x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$:

$$K_{xx}(\tau) = 0,5A^2 \cos \omega_0 \tau,$$

ya'ni, korrelyatsiyali funksiya τ ga nisbatan juft garmonik funksiya bo'ladi va o'sha chastota ω_0 ga ega, lekin fazaning siljishi φ ga bog'liq emas.

2. Tasodifiy jarayonlar va ularning korrelyatsiyali funksiyalari

Statsionar tasodifiy jarayonlarning ko'p uchraydigan korrelyatsiyali funksiyalari namunalari 11.5-rasmda berilgan. Ularni ko'pincha quyidagi analitik ifodalarga o'xshatishadi:

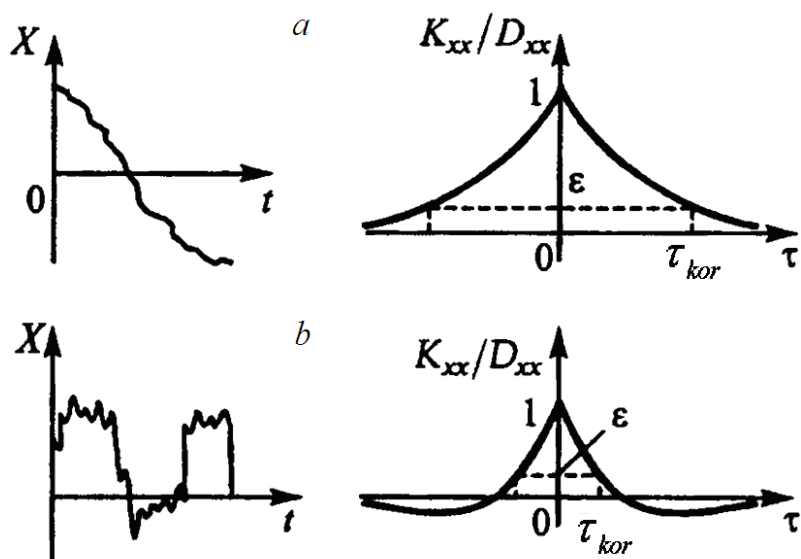
$$K_{xx}(\tau) = De^{-\mu|\tau|} \quad (11.5, a\text{-rasm});$$

$$K_{xx}(\tau) = De^{-\mu|\tau|} \cos \omega_0 \tau \quad (11.5, b\text{-rasm});$$

$$K_{xx}(\tau) = De^{-\mu|\tau|} \cos(\omega_0 \tau + \gamma \sin \omega_0 |\tau|) \quad (11.5, d\text{-rasm})$$

bunda D – tasodifiy jarayonning dispersiyasi; μ, ω_0, γ – konstantalar.

Grafiklardan ko'rinadiki 11.5-rasmdagi τ kattalashganda, $X(t)$ bilan $X(t+\tau)$ orasidagi bog'lanish susayadi, korrelyatsiyali funksiya kamayadi. Korrelyatsiyali funksiyalarning manfiy qiymatlari bo'lishi (14.5, b, d- rasmlar), tasodifiy jarayon strukturasida davriylik borligidan darak beradi, shuning uchun ham tasodifiy jarayonning qiymatlari o'rtasida manfiy korrelyatsiya uchraydi: bitta kesimdagi musbat og'ishlarga, ma'lum vaqt o'tgandan keyin boshqa kesimda manfiy og'ish to'g'ri keladi va aksincha. Tasodifiy jarayon qanchalik o'zgaruvchan bo'lsa, ya'ni hosilalarining qiymati qanchalik katta bo'lsa, yoki boshqacha aytganda, jarayon spektrida yuqori chastotali tashkil etuvchilar mavjud bo'lsa, unga tegishli korrelyatsiyali funksiya shunchalik tez pasayadi (11.6, a, b-rasmlar).



11.6 – rasm. Tasodifiy jarayonlar va ularning korrelyatsiyali funksiyalari.

Ikkita kesim: $X(t)$ va $X(t+\tau)$ o'rtasida korrelyatsiyali bog'lanishning davomiylik birligi sifatida tasodifiy jarayonning korrelyatsiya vaqti (oralig'i) deb atalgan τ_{kor} kattalik xizmat qiladi. Bunda quyidagi shart bajariladi:

$$|K_{xx}(\tau_{kor})/D_{xx}| \leq \varepsilon,$$

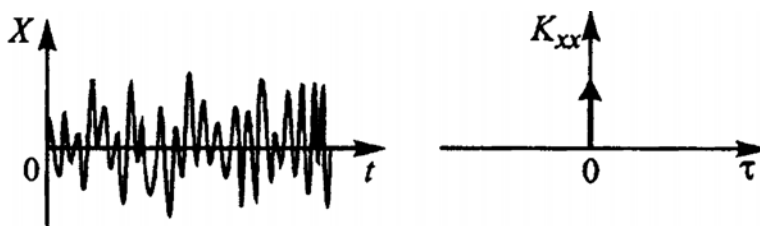
bunda ε –kichkina kattalik (odatda, 0,05–0,1 oralig‘ida qabul qilinadi).

Oldingi va keyingi qiymatlari orasida hech qanaqa bog‘lanish bo‘lmagan tasodifiy jarayon “mutlaqo tasodifiy jarayon” yoki “oq shovqin” deyiladi. Bu xususiyat uni boshqa tasodifiy jarayonlar orasida alohida ko‘rsatib turadi va tasodifiy jarayonning eng sodda modeli sifatidagi alohida ahamiyatini ko‘rsatadi. “Oq shovqin”da $\tau_{kor} = 0$ bo‘ladi. Uning ko‘rinishi va korrelyatsiyali funksiyasi 11.7-rasmda ko‘rsatilgan.

“Oq shovqin”ning korrelyatsiyali funksiyasi δ -funksiya bilan quyidagicha yoziladi

$$K_{xx}(\tau) = \overline{N}\delta(\tau)$$

bunda $\overline{N}$ –jadallik.



11.7-rasm. Oq shovqin va uning korrelyatsiyali funksiyasi.

“Oq shovqin” turidagi tasodifiy jarayon jismonan amalga oshmaydi, chunki uning dispersiyasi $D_x = K_{xx}(0)$ cheksiz katta qiymatlarga ega bo‘ladi. Jadalligi doimo cheksiz bo‘lgan dispersiya o‘rniga tavsif (xarakteristika) sifatida qabul qilinadi.

Nazorat va muhokama savollari

1. Tasodifiy jarayonlarning korrelatsion funksiyasini tushuntirib bering.
2. Chiziqli tizimlar kirishida o‘rtacha kvdratik og‘ish va dispersiya qanday hisoblanadi?
3. Signal manbai sifatida ishlatiladigan „Oq shovqin“ni tushuntiring.
4. Tasodifiy jarayonlarning korrelatsion funksiyasini qanday hisoblanadi?

TASODIFIY JARAYONLARNING SPEKTRAL ZICHLIGI

Reja:

1. Spektral zichligi haqida tushuncha
2. Tasodifiy jarayonlarning spektral zichligi.

1. Spektral zichligi haqida tushuncha

Tasodifiy jarayon $X(t)$ ning Fure usuli bilan o'zgartirilgan korrelyatsiyali funksiya $K_{xx}(\tau)$ si spektral zichlik $S_{xx}(\omega)$ deb ataladi, ya'ni:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (11.1)$$

Bu ifodani, Eyler formulasi ($e^{-j\omega\tau} = \cos \omega\tau - j \sin \omega\tau$) ni hisobga olib, quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau - j \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) \sin \omega\tau d\tau.$$

Integral ostidagi ifodalar: $K_{xx}(\tau) \cos \omega\tau$ - juft funksiya; $K_{xx}(\tau) \sin \omega\tau$ - toq funksiya. Shu sababdan:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau = 2 \int_0^{\infty} K_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau. \quad (11.2)$$

Spektral zichlik chastota - ω ga nisbatan haqiqiy va juft funksiya hisoblanadi ya'ni:

$$S_{xx}(\omega) = S_{xx}(-\omega).$$

Demak, $S_{xx}(\omega)$ ning grafigi ordinata o'qiga nisbatan simmetrik.

Istalgan statsionar tasodifiy jarayon uchun spektral zichlik musbat funksiya - ω dan iborat.

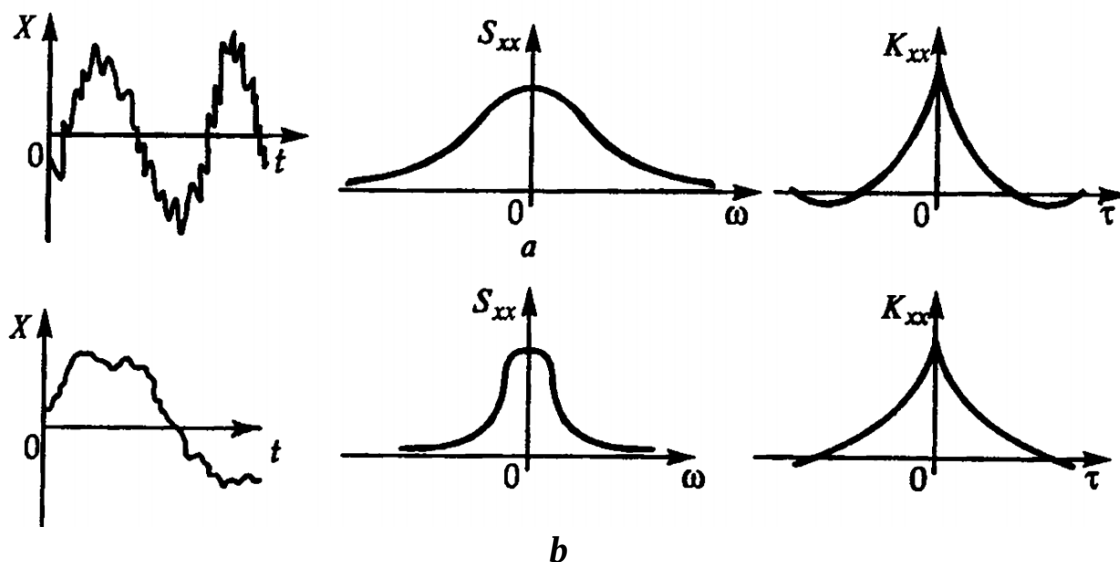
2. Tasodifiy jarayonlarning spektral zichligi.

Tasodifiy jarayonning ma'lum spektral zichligi $S_{xx}(\omega)$ bo'yicha, Furening qayta o'zgartirish usulidan foydalanib, tasodifiy jarayonning korrelyatsiyali funksiyasini aniqlash mumkin:

$$K_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) \cos \omega\tau d\omega, \quad (11.3)$$

Bundan tasodifiy jarayonning dispersiya ifodasini hosil qilamiz:

$$D_x = K_{xx}(0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega. \quad (11.4)$$



11.8-rasm. Tasodifiy jarayonlar, ularning spektral zichliklari va korrelyatsiyali funksiyalari.

Statsionar tasodifiy jarayonning korrelyatsiyali funksiyasini va spektral zichligini bir biriga bog‘laydigan (11.2) va (11.3) ifodalar “Viner Xinchin formulalari” deb ataladi.

Spektral zichlik va korrelyatsiyali funksiyaning grafiklari, tasodifiy jarayonlarning tavsifiga bog‘liq holda, 11.8-rasmda keltirilgan. Ulardan ko‘rinadi-ki, $S_{xx}(\omega)$ ning garfigi qancha keng bo‘lsa $K_{xx}(\tau)$ ning garfigi shunchalik tor. Bunday xolda 11.8,a-rasmdagi tasodifiy jarayon yuqoriroq chastotali tashkil etuvchiga, demakki, 11.8,b-rasmdagi tasodifiy jarayonga qaraganda o‘zgaruvchanroq tashkil etuvchiga ega.

Spektral zichlik tushunchasining muhim amaliy ahamiyati shundaki uning yordamida tasodifiy signallarning chiziqli tizimlardan o‘tishi nisbatan oson o‘rganiladi.

Spektral zichlikning fizik ma’nosini tushuntiramiz. Buning uchun “so‘ngi (finit) funksiya” degan tushunchani ko‘rib chiqamiz, u quyidagi ko‘rinishda yoziladi:

$$x_T = \begin{cases} x(t), & |t| \leq T \text{ bo'lganda;} \\ 0, & |t| > T, \text{ bo'lganda,} \end{cases}$$

Bu yerda T – funksiya $x(t)$ ning davomiylik intervali.

Bu funksiya uchun Fure o‘zgartiruvchisini qo‘llab spektral tavsifini hosil qilamiz:

$$X_T(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-T}^T x(t) e^{-j\omega t} dt.$$

Shunda Parseval formulasiga muvofiq, soʻnggi funksiya uchun quyidagi tenglik oʻrinli:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x_T^2(t) dt = \int_{-T}^T x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X_T(j\omega)|^2 d\omega,$$

bunda integral ostidagi $|X_T(j\omega)|^2$ ifoda $x_T(t)$ funksiyasi energiyasining spektral zichligi boʻladi. Keltirilgan ifodani $2T$ ga taqsimlab davomiylik- T ni cheksizlikka intiltirib, yozamiz:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2 d\omega.$$

$\bar{x} = 0$ boʻlganda tenglamaning chap qismi dispersiyaga teng boʻladi, yani

$$D_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2 d\omega.$$

Bu ifodani (11.4) bilan taqqoslab yozish mumkin:

$$S_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} X_T(j\omega) X_T(-j\omega).$$

Shunday qilib, spektral zichlik tasodifiy jarayon energiyasining soʻnggi (finit) funksiya bilan ifodalangan spektral zichligining cheksizlikka intilgan davomiylikka nisbatidan iborat boʻladi. Demak, spektral zichlik tasodifiy jarayonda *spektral quvvatni* bildiradi.

Ikkita tasodifiy jarayon – $X(t)$ va $Y(t)$ ga oid oʻzaro korrelyatsiyali funksiya – $K_{xy}(\tau)$ ning Fure usuli bilan oʻzgartirilgan koʻrinishi tasodifiy jarayonlarning oʻzaro *spektral zichligi* $S_{xy}(j\omega)$ deyiladi, yaʼni:

$$S_{xy}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau.$$

Oʻzaro *spektral zichlik* $S_{xy}(j\omega)$ kompleks funksiya boʻlib, ikkita tasodifiy jarayon $X(t)$ va $Y(t)$ ning ehtimoliy bogʻlanish darajasini koʻrsatadi. Bu zichlik uchun quyidagini hosil qilamiz:

$$S_{xy}(j\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} X_T(j\omega) Y_T(-j\omega).$$

Spektral zichlikni bilish $X(t)$ va $Y(t)$ jarayonlarning oʻzaro korrelyatsiyali funksiyasini aniqlash imkonini beradi:

$$K_{xy}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(j\omega) e^{j\omega\tau} d\omega.$$

Misol: Statsionar tasodifiy jarayon $X(t)$ ning korrelyatsiyali funksiyasi quyidagicha:

$$K_{xx}(\tau) = D e^{-\mu|\tau|}.$$

Spektral zichlik – $S_{xx}(\omega)$ ni aniqlash talab etiladi.

Yechish: (11.1) formulaga binoan quyidagicha yozish mumkin:

$$S_{xx}(\omega) = D \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu|\tau|} e^{-j\omega\tau} d\tau = D \left[\int_{-\infty}^0 e^{\mu\tau} e^{-j\omega\tau} d\tau + \int_0^{\infty} e^{-\mu\tau} e^{-j\omega\tau} d\tau \right] =$$
$$= D \left[\frac{-1}{\mu - j\omega} e^{-(\mu - j\omega)\tau} + \frac{-1}{\mu + j\omega} e^{-(\mu + j\omega)\tau} \right]_0^{\infty} = D \left[\frac{1}{\mu - j\omega} + \frac{1}{\mu + j\omega} \right] = \frac{2D\mu}{\mu^2 + \omega^2}.$$

Tasodifiy jarayonning spektrdagi μ parametrning qiymati kamayganda past chastotali tashkil etuvchilarning ulushi ortadi: spektral zichlikning (egri) chizig'i ikki biqinidan siqilib, tepaga cho'zilib chiqadi, $\mu \rightarrow 0$ chegarada $S_{xx}(\omega)$ chizig'i (egri) vertikal chiziqqa aylanib, buziladi. μ ning qiymati oshganda tasodifiy jarayonning spektridagi past chastotali tashkil etuvchilarning ulushi kamayadi, egri chiziq $S_{xx}(\omega)$ chastotalar o'qi bo'ylab yotiqroq joylashadi.

Nazorat va muhokama savollari

5. Spektral zichlik nima?
6. Signal manbai sifatida ishlatiladigan „Oq shovqin“ni tushuntiring.
7. Tasodifiy jarayonlarning korrelatsion funksiyasini qanday hisoblanadi?

CHIZIQLI SISTEMLARNING KIRISH VA CHIQISHIDA TASODIFIY JARAYONLARNING KORRELYASION FUNKSIYALARI VA SPEKTRAL ZICHLIK LARI ORASIDAGI ALOQA

Reja:

1. Spektral zichlik va uning korrelyatsiyali funksiya bilan bog'liqligi
2. Tasodifiy ta'sirlarning modellari.

1. Spektral zichlik va uning korrelyatsiyali funksiya bilan bog'liqligi

Tasodifiy jarayon $X(t)$ ning Fure usuli bilan o'zgartirilgan korrelyatsiyali funksiya $K_{xx}(\tau)$ si spektral zichlik $S_{xx}(\omega)$ deb ataladi, ya'ni:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (11.1)$$

Bu ifodani, Eyler formulasi ($e^{-j\omega\tau} = \cos \omega\tau - j \sin \omega\tau$) ni hisobga olib, quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau - j \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) \sin \omega\tau d\tau.$$

Integral ostidagi ifodalar: $K_{xx}(\tau) \cos \omega\tau$ - juft funksiya; $K_{xx}(\tau) \sin \omega\tau$ - toq funksiya. Shu sababdan:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau = 2 \int_0^{\infty} K_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau. \quad (11.2)$$

Spektral zichlik chastota - ω ga nisbatan haqiqiy va juft funksiya hisoblanadi ya'ni:

$$S_{xx}(\omega) = S_{xx}(-\omega).$$

Demak, $S_{xx}(\omega)$ ning grafigi ordinata o'qiga nisbatan simmetrik.

Istalgan statsionar tasodifiy jarayon uchun spektral zichlik musbat funksiya - ω dan iborat.

2. Tasodifiy ta'sirlarning modellari

Ehtimollik tavsiflari keltirilgan tasodifiy ta'sirlarning keng tarqalgan bazi modellarini ko'rib chiqamiz.

1. *Ideal oq shovqin*. Chastotalar diapazoni $(-\infty; \infty)$ da spektral zichligi o'zgarmas bo'lgan tasodifiy ta'sir:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{N} \delta(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \overline{N} e^{-j\omega\tau} \Big|_{\tau=0} = \overline{N} = c^2,$$

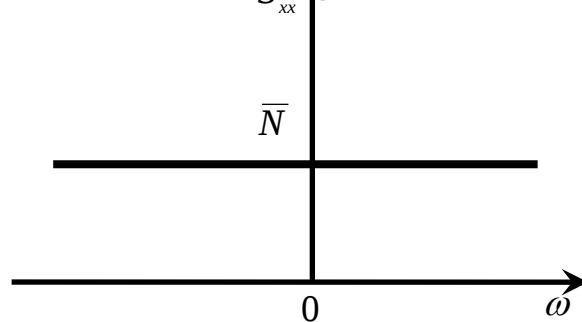
bunda c^2 -jadallik.

Oq shovqinning spektral zichligi grafigi 11.9-rasmda ko'rsatilgan; hamma chastotalar bo'yicha bir xil taqsimlangan.

Korrelyatsiyali funksiyasi

$$K_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) \cos \omega\tau d\omega = c^2 \delta(\tau).$$

$K_{xx}(\tau)$ ning grafigi 11.7-rasmda keltirilgan.

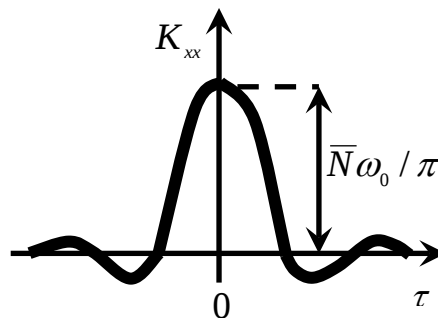
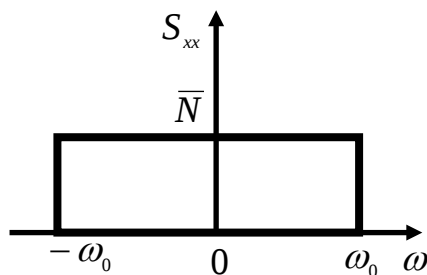


11.9-rasm. *Ideal oq shovqinning spektral zichligi.*

2. *Real oq shovqin*. Oq shovqin ko'rinishidagi model ta'sirlarni juda ideallashtirib yuboradi, shuning uchun, amaliyotda spektral zichligi cheklangan real oq shovqin ko'rinishidagi real modeldan foydalaniladi (11.10,a-rasm):

$$S_{xx} = \overline{N} = c^2, \text{ agar } |\omega| \leq \omega_0 \text{ bo'lganda;}$$

$$S_{xx} = 0, \text{ agar } |\omega| > \omega_0 \text{ bo'lganda.}$$



11.10-rasm. *Real oq shovqinning spektral zichligi (a) va korrelyatsiyali funksiyasi (b).*

Bu holda, dispersiya:

$$D_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega = \frac{c^2 \omega_0}{\pi},$$

va korrelyatsiyali funksiya (11.10,b-rasm):

$$K_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} c^2 e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{c^2}{2\pi} \frac{1}{j\tau} e^{j\omega\tau} \Big|_{-\omega_0}^{\omega_0} = \frac{c^2}{\pi\tau} \sin \omega_0 \tau.$$

3. *Silliqliq real oq shovqin*. Analitik tadqiqotlarda ideal oq shovqinning spektral zichligini uzluksiz, siniqliq funksiya bilan almashtirish afzalroq:

$$S_{xx}(\omega) = \frac{2D\mu}{\omega^2 + \mu^2},$$

bunda D, μ – tavsifning parametrlari; so‘nishi ifodalaydigan parametr – μ ning o‘lchov birligi chastota – ω niki bilan bir xil, yani rad/sek. Spektral zichlik – $S_{xx}(\omega)$ ning grafigi 11.11,a-rasmda ko‘rsatilgan.

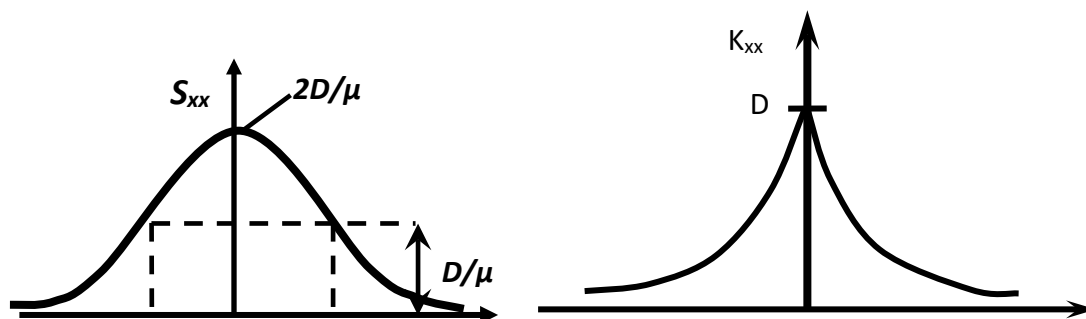
Bu funksiya $\omega \in [-\mu, \mu]$ oraliqda, amaliyotga kerakli aniqlik bilan ideal oq shovqinni aks ettira oladi.

Bu holda dispersiya quydagicha bo‘ladi:

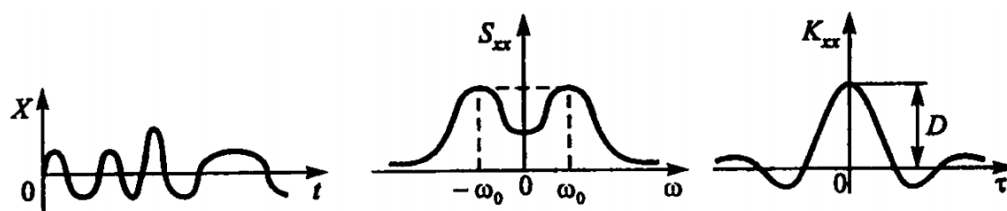
$$D_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2D\mu}{\omega^2 + \mu^2} d\omega = \frac{D\mu}{\pi} \frac{1}{\mu} \arctg \frac{\omega}{\mu} \Big|_{-\infty}^{\infty} = D,$$

korrelyatsiyali funksiya esa (11.11,b-rasm)

$$K_{xx}(\tau) = D^{-\mu|\tau|}.$$



11.11-rasm. Silliqliq, real oq shovqinni spektral zichligi (a) va korrelyatsiyali funksiyasi (b).



11.12-rasm. ^aNomuntazam chayqalish ^bturidagi tasodifiy jarayon va uning ehtimollik tavsiflari.

4. *Nomuntazam chayqalish*. Ko‘plab harakatlanuvchi ob’ektlar, masalan, uchish apparatlari, kemalar, avtomobillar doimo nomuntazam ta’sirlar ostida bo‘ladi

(atmosfera ta'sirlari, dengiz to'liqlari, yo'lining notekisligi kabilar). Ularning harakati tasodifiy qonunlar bilan kechadi (11.12,a-rasm). Ob'ektlarning bunday tasodifiy xarakatlari *nomuntazam chayqalish* deyiladi. Muntazam chayqalish ham bor, bundagi harakat davriy xususiyatga ega bo'ladi.

Nomuntazam chayqalishning korrelyatsiyali funksiyasi

$$K_{xx}(\tau) = D^{-\mu|\tau|} \cos \omega_0 \tau,$$

spektral zichligi

$$S_{xx}(\omega) = \mu D \left[\frac{1}{\mu^2 + (\omega_0 - \omega)^2} + \frac{1}{\mu^2 + (\omega_0 + \omega)^2} \right],$$

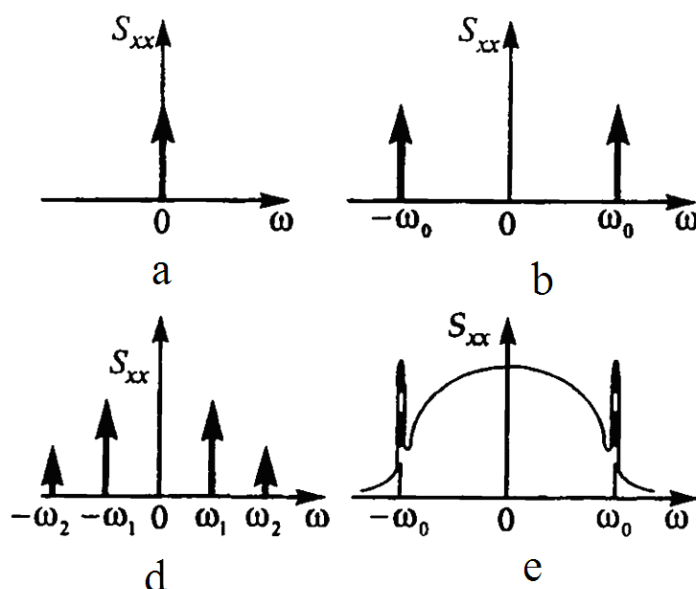
bu erda ω_0 – rezonansli chastota; μ – so'nish parametri; D – dispersiya.

Endi, ta'sirlar modeli sifatida ba'zi muntazam jarayonlarning spektral zichligini ko'rib chiqamiz.

5. *O'zgarmas (doimiy) jarayon* $x(t) = a$. Spektral zichligi

$$S_{xx}(\omega) = 2\pi a^2 \delta(\omega).$$

11.13,a-rasmda spektral zichlik grafigi ko'rsatilgan. Unga qaraganda, jarayonning hamma quvvati no'l chastotada mujassamligini ko'rish mumkin.



11.13–rasm. *Turli tasodifiy jarayonlarning spektrial zichliklari.*

6. *Garmonik jarayon* $x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$. Spektral quvvat

$$S_{xx}(\omega) = 2\pi \left(\frac{A}{2} \right)^2 [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)].$$

$S_{xx}(\omega)$ ning 11.13,b-rasmdagi grafigidan ko'rinidiki, jarayonning hamma quvvati ω_0 va ω chastotalarda to'plangan. Agar, faqat musbat chastotalar diapazoni ko'riladigan bo'lsa, quvvat ω_0 chastotaga jamlanadi.

7. Fure qatorining xususiy yig'indisi $x(t) = c_0 + \sum_{k=1}^n c_k \sin(\omega_k t + \varphi_k)$. Spektral quvvati quyidagicha:

$$S_{xx}(\omega) = 2\pi \left\{ c_0^2 \delta(\omega) + \sum_{k=1}^n \left(\frac{c_k}{2} \right)^2 [\delta(\omega - \omega_k) + \delta(\omega + \omega_k)] \right\}.$$

$S_{xx}(\omega)$ ning 11.13,d-rasmdagi grafigi chiziqli (diskret) spektrdan iborat. Bunda impulslar shunday tasvirlanadiki, ularning amplitudasi Furening tegishli koeffitsientlari kvadratiga proporsional bo'ladi, yani c_0^2 va $(c_k/2)^2$.

8. Muntazam garmonik tashkil etuvchilar qo'yilgan tasodifiy jarayonlarning spektral zichligida rezonansli cho'qqilar aniq ko'rinib turadi. Bu cho'qqilarni bazi "kechinma" larda ko'rish qiyin bo'lgan garmonikalarga mos keladi (11.13,e-rasm).

Nazorat va muhokama savollari

1. Signal manbai sifatida ishlatiladigan „Oq shovqin“ni tushuntiring.
2. Ma'lum korrelatsion funksiya bo'yicha tasodifiy jarayonlarning spektral zichligini hisoblash tartibini tushuntiring.
3. Tasodifiy jarayonlarning spektral zichligini baholashda Fureye almashtirishidan qanday foydalaniladi?
4. Tasodifiy jarayonlarning spektral zichligi bahosini qanday silliqlantiriladi?

TASODIFIY TA'SIRLARDA BO'LGAN CHIZIQLI SISTEMALARNI HISOBLASH. DISKRET TIZIMLARNI SINTEZ QILISH

Reja:

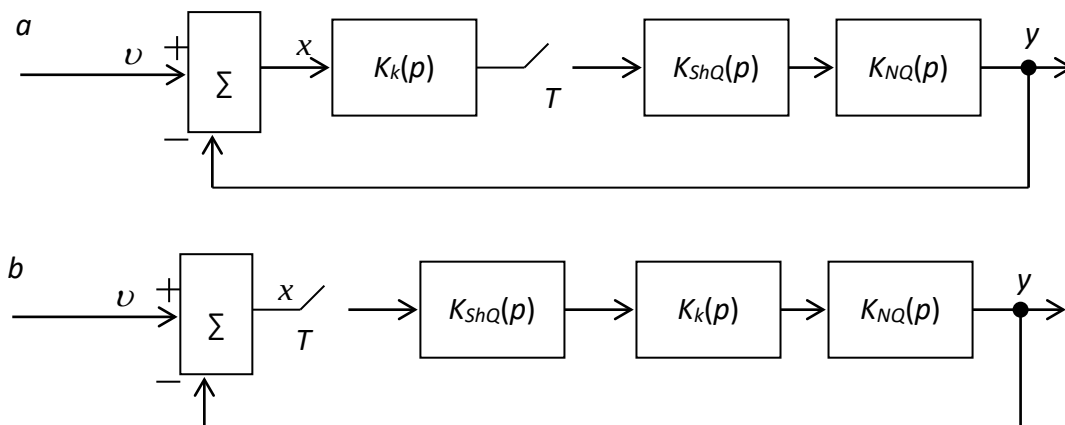
1. Diskret tizimlarni sintez qilish
2. Diskret tizimni uzluksiz ekvivalent tizimga almashtirish.
3. Minimal o'rtacha kvadratik xatoli chiziqli sistemalarning sintezi

1. Diskret tizimlarni sintez qilish

Diskret tizimlarni sintez qilishda qo'yiladigan masala uzluksiz tizimlarnikidan farq qilmaydi, ya'ni boshqarish sifatining talab etilgan ko'rsatgichlarini ta'minlash kerak. Uzluksiz tizimlarda bu maqsadga yetish uchun boshqaruv konturiga analogli rostlagichlar yoki korrektlovchi qurilmalar ulanadi. Bunda ulanish joyi, dinamik struktura va parametrlari aniqlanadi. Diskret tizimlarda sintezning imkoniyatlari keng, chunki analogli rostlagichlardan tashqari diskret rostlagichlar va korrektirovkalovchi qurilmalardan foydalanish mumkin, hisoblash texnikasidan foydalanganda esa korreksiyalash uchun hisoblash algoritmlari qo'llanadi.

2. Diskret tizimni uzluksiz ekvivalent tizimga almashtirish

Korreksiyaovchi diskret tizimning ikkita strukturaviy sxemasini ko'rib chiqamiz (9.1 - rasm).



9.1- rasm. **Korreksiyaovchi diskret tizimlarning strukturaviy sxemasi:** *a* – kalitning kirish joyida korreksiyaovchi; *b* – uzluksiz qismning kirish joyida korreksiyaovchi.

Sistemaning birinchi turi (9.1,*a*-rasm) xatolikning uzluksiz signali va uzluksiz chiqish signali bilan xarakterlanadi. Shuning uchun korrektirovkalash qirilmalarini sintez qilishda uzluksiz tizimlar usulidan bevosita foydalanish mumkin.

Ikkinchi tur tizimlarda (9.1,*b*-rasm) masala murakkablashadi. Muhandislik amaliyotida bunday strukturaviy sxema odatda, ekvivalent uzluksiz sxemaga keltiriladi. Bunda quyidagi o'zgartishlarga asoslaniladi:

$$X^*(p) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-pkT}, \quad X(p) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt} dt = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-pkT}T. \quad (9.1)$$

Quyidagi ifodani ideal impulsli elementning modeli deb hisoblash mumkin.

$$K_{IE} = \frac{X^*(p)}{X(p)} = \frac{1}{T}.$$

Nolinchi tartibli ekstropolyator uchun $K_{ShQ}(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p}$.

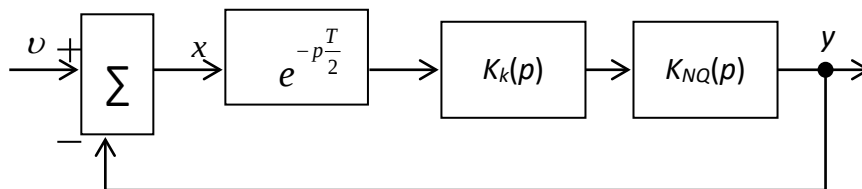
Yuqorida ko'rsatilganidek, $K_{ShQ}(j\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} = Te^{-j\omega \frac{T}{2}} \frac{\sin \omega \frac{T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}$.

Agar $\frac{\omega T}{2} \ll 1$ bo'lsa, $\frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} = 1$, $K_{ShQ}(j\omega) = Te^{-j\omega \frac{T}{2}}$ bo'ladi va impulsli

elementning uzatish funksiyasi quyidagicha ifodalanadi:

$$K_{IE}(p) = K_{IE}(p)K_{ShQ}(p) = \frac{1}{T}Te^{-p\frac{T}{2}} = e^{-p\frac{T}{2}}. \quad (9.2)$$

Shunday qilib, axborotni saqlash qurilmasi bor real impulsli element $\frac{T}{2}$ ga teng kechikish kiritadi. Shu yo'l bilan o'zgartirilgan strukturaviy sxema 9.2 - rasmda.



9.2- rasm. **Diskret tizimning o'zgartirilgan strukturaviy sxemasi.**

Amaliyotda modellashtirishda yanada aniqroq ifoda qo'llanadi:

$$K_{IE}(p) = e^{-p\frac{T}{2}} = \frac{1 - p\frac{T}{2}}{1 + p\frac{T}{2}}. \quad (9.3)$$

Bundan kelib chiqadiki, bu uzatish funksiyasi minimal bo'lmagan fazaviy zvenoga to'g'ri keladi.

Diskret tizimni ekvivalent uzluksiz tizimga almashtirish haqida qaror qabul qilishda diskretlash davri T qiymatini tizimdagi jarayonlarga ta'sir etadigan bir qator kattaliklar bilan taqqoslash zarur bo'ladi. Bir qancha shartlar bajarilganda ekvivalentlash mumkin:

1. $T \ll \frac{\pi}{\omega_{\max}}$, bunda $\omega_{\max}$ – berilgan va qo'zg'atuvchi signallarining eng katta chastotasi. Odatda $\omega_{\max} = (2 \div 5)\omega_k$ qabul qilinadi.

2. $T \ll \frac{t_r}{n}$, bunda, t_r – rostlash vaqti; n – tizimning tartibi.

3. Dinamik aniqlik hisobga olinadigan kuzatuvchi tizimlarda $T \ll \sqrt{\frac{8e_{qo'sh}}{\ddot{v}_{\max}}}$,

bunda, $e_{qo'sh}$ – kuzatish uchun berilgan xatolik; $\ddot{v}_{\max}$ – kirish signalining maksimal tezlanishi.

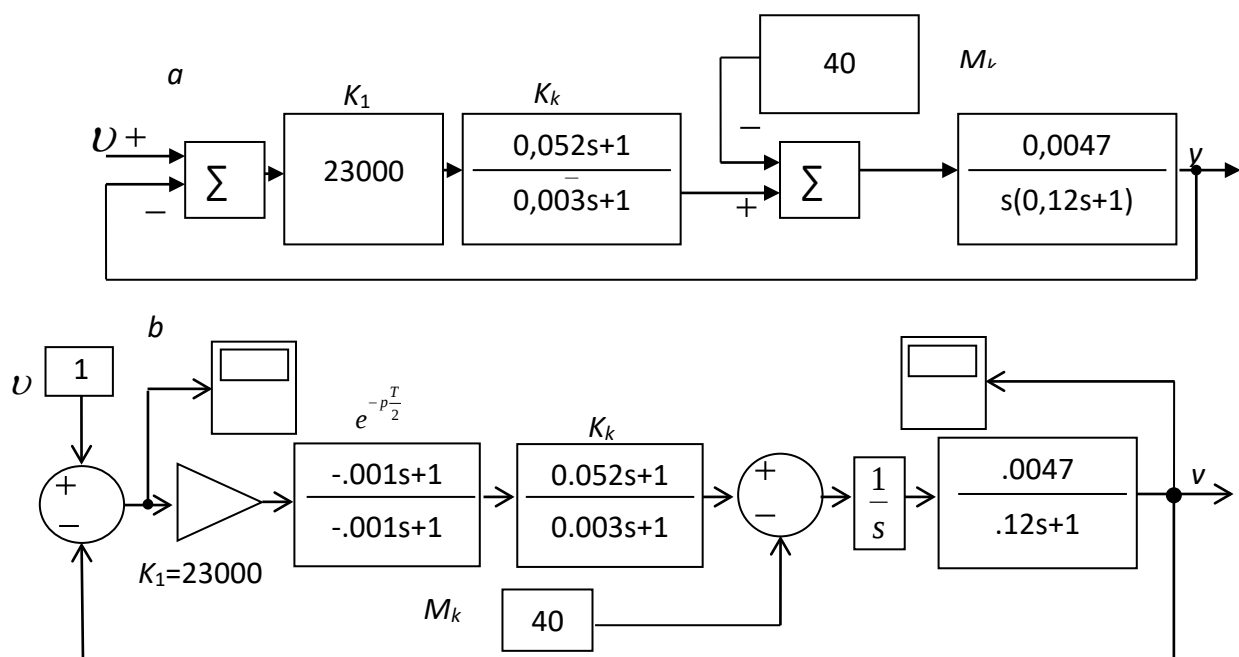
4. Turg'unlik zaxirasining yomonlashishini hisobga olganda, $T \ll (0,1 \div 0,5) / \omega_r$, bunda, ω_r – tizimdagi signallarning ishchi chastotasi.

5. Tebranuvchanlik ko'rsatkichini hisobga olganda $T \ll (2 / \omega_p) M / (M + 1)$.

Cheklovlar ichidan eng qat'iylari tanlanadi.

Shundan keyin uzluksiz tizimlarning usullari asosida korrektsiyalar hisoblanadi. Diskretlash davrining qanchalik to'g'ri tanlangani tizimni kompyuterda modellashtirish natijalariga qarab tekshiriladi.

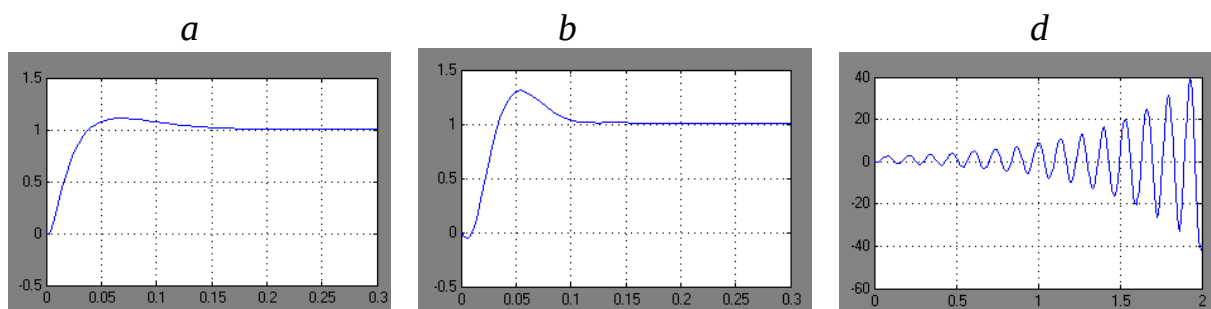
9.1-misol. Diskretlash davri qiymatining tizimdagi jarayonlarga ta'sirini modellashtirish yo'li bilan baholansin. Faraz qilaylik, korrektsiyalangan tizimning strukturasi 9.3,a - rasmdagidek bo'lsin. SIMULINK bilan modellashtirish sxemasi 9.3,b - rasmda berilgan.



9.3- rasm. **Korreksiyalangan tizim:**

a – strukturaviy sxema; b – SIMULINK bilan modellashtirish sxemasi.

Tizimni $T=0,002$ sek qiymat bilan tadqiq etish natijasida, o'tish jarayonning (egri) chiziqlari uzluksiz tizimda ($e^{-p\frac{T}{2}}$ elementsiz) va diskretlashni hisobga olganda ($e^{-p\frac{T}{2}}$ mavjud bo'lganda) deyarli bir xil bo'ldi (9.4,a-rasm). $T \approx 0,01$ sek.da tizimda qayta tartiblash (pereregulirovaniye) sezgilarda ortadi (9.4,b-rasm); $T=0,03$ sek.da esa, jarayon tebranuvchi, tarqaluvchi bo'ladi (9.4,d-rasm).

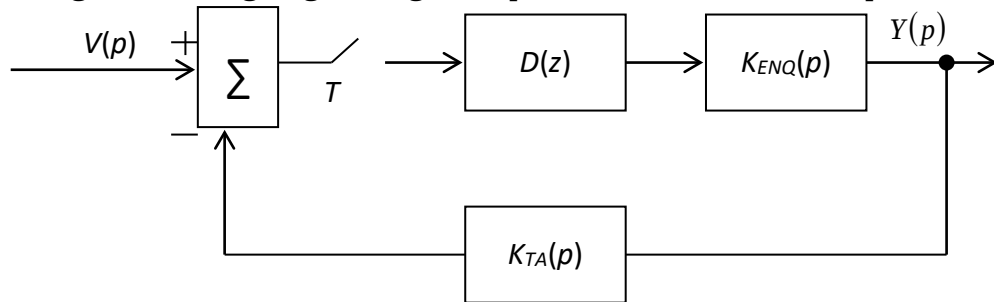


9.4-rasm. **O'tish jarayonlari:**

a – uzluksiz tizimda va $T=0,002$ sek. bo'lganda diskret tizimda; b – $T=0,01$ sek.da diskret tizimda; d - $T=0,03$ sek. da diskret tizimda.

3. Minimal o'rtacha kvadratik xatoli chiziqli sistemalarning sintezi

9.5 - rasmdagi strukturaga ega bo'lgan raqamli tizimni ko'rib chiqamiz.



9.5 - rasm. **Raqamli boshqarish tizimi:**

$D(z)$ – raqamli rostlagich; $K_{TA}(p)$ – datchik.

Berk tizimning uzatish funksiyasi $K_B(z) = \frac{D(z)K_{ENQ}(z)}{1 + D(z)(K_{ENQ}K_{TA})(z)}$, uning xarakteristik tenglamasi:

$$1 + D(z)(K_{ENQ}K_{TA})(z) = 0. \quad (9.4)$$

Birinchi tartibli korreksiyalovchi qurilmani ko'rib chiqamiz:

$$D(z) = \frac{K_d(z - z_0)}{z - z_p}, \quad (9.5)$$

Bunda, z_0 – nol; z_p – qutb; K_d – uzatish funksiyasi $D(z)$ ni uzatish koefitsiyenti.

Sintezning chastotali usulidan foydalanish uchun z – tekislikdan w – tekislikka o'tish zarur. Buning uchun z o'zgaruvchi w ga almashtiriladi:

$$D(w) = D(z) \Bigg|_{z = \frac{1 + \frac{T}{2}w}{1 - \frac{T}{2}w}}. \quad (9.6)$$

$D(w)$ – birinchi tartibli bo'lib, quyidagi ko'rinishga ega:

$$D(w) = \frac{1 + \frac{w}{\omega_{wo}}}{1 + \frac{w}{\omega_{wp}}}, \quad (9.7)$$

Bunda, ω_{wo} va ω_{wp} – w – tekislikdagi nol va $D(w)$ ning qutbi.

Rostlagichni amalga oshirish uchun $D(w)$ dan $D(z)$ ga o'tish kerak:

$$\begin{aligned}
D(z) &= \frac{1 + \frac{w}{\omega_{wo}}}{1 + \frac{w}{\omega_{wp}}} \bigg|_{w = \frac{2z-1}{Tz+1}} = \frac{\omega_{wp}(\omega_{wo} + \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1})}{\omega_{wo}(\omega_{wp} + \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1})} = \frac{\omega_{wp}}{\omega_{wo}} \frac{\omega_{wo} T(z+1) + 2(z-1)}{\omega_{wp} T(z+1) + 2(z-1)} = \\
&= \frac{\omega_{wp}}{\omega_{wo}} \frac{T \left[(\omega_{wo} + \frac{2}{T})z - (\frac{2}{T} - \omega_{wo}) \right]}{T \left[(\omega_{wp} + \frac{2}{T})z - (\frac{2}{T} - \omega_{wp}) \right]} = \frac{\omega_{wp} \left(\frac{2}{T} + \omega_{wo} \right)^{z - \frac{\frac{2}{T} - \omega_{wo}}{\frac{2}{T} + \omega_{wo}}}}{\omega_{wo} \left(\frac{2}{T} + \omega_{wp} \right)^{z - \frac{\frac{2}{T} - \omega_{wp}}{\frac{2}{T} + \omega_{wp}}}}. \tag{9.8}
\end{aligned}$$

(9.5) ni hisobga olib, rostlagichning z – tezlikdagi parametrlari:

$$K_d = \frac{\omega_{wp} \left(\frac{2}{T} + \omega_{wo} \right)}{\omega_{wo} \left(\frac{2}{T} + \omega_{wp} \right)}; \quad z_0 = \frac{\frac{2}{T} - \omega_{wo}}{\frac{2}{T} + \omega_{wo}}; \quad z_p = \frac{\frac{2}{T} - \omega_{wp}}{\frac{2}{T} + \omega_{wp}}. \tag{9.9}$$

Bunda, agar $\omega_{wp} < \omega_{wo}$ bo'lsa, rostlagich faza bo'yicha orqada qolishi mumkin; aksincha, ya'ni $\omega_{wp} > \omega_{wo}$ bo'lsa – faza bo'yicha ilgarilaydi.