

**БУХОРО МУҲАНДИСЛИК - ТЕХНОЛОГИЯ ИНСТИТУТИ**  
**ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ**  
**PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ АСОСИДА**  
**БИР МАРТАЛИК ИЛМИЙ КЕНГАШ**

---

**БУХОРО МУҲАНДИСЛИК-ТЕХНОЛОГИЯ ИНСТИТУТИ**

**БОЛТАЕВ ЗАФАР ИХТИЁРОВИЧ**

**ЎЗГАРУВЧАН ҚАЛИНЛИҚДАГИ ПЛАСТИНКАСИМОН ВА**  
**ЦИЛИНДРИК ҚОВУШҚОҚ - ЭЛАСТИК ҚОБИҚЛАРДА ТЎЛҚИН**  
**ТАРҚАЛИШИ ХУСУСИЯТЛАРИ**

**01.02.04 – Деформацияланувчан қаттиқ жисм механикаси**

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc)**  
**ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

**Бухоро–2021**

**Докторлик диссертацияси автореферати мундарижаси**  
**Оглавление автореферата докторской диссертации**  
**Content of the abstract of doctoral dissertation**

<b>Болтаев Зафар Ихтиёрович</b> Ўзгарувчан қалинликдаги пластинкасимон ва цилиндрик қовушқоқ-эластик қобикларда тўлқин тарқалиши хусусиятлари	5
<b>Болтаев Зафар Ихтиёрович</b> Особенности распространения волн в протяженных пластинчатых и цилиндрических вязкоупругих телах с переменной толщиной	29
<b>Boltaev Zafar Ikhtiyorovich</b> Features of wave propagation in extended plate and cylindrical viscoelastic bodies with variable thickness	55
<b>Эълон қилинган ишлар рўйхати</b> Список опубликованных работ List of published works	60

**БУХОРО МУҲАНДИСЛИК - ТЕХНОЛОГИЯ ИНСТИТУТИ**  
**ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ**  
**PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ АСОСИДА**  
**БИР МАРТАЛИК ИЛМИЙ КЕНГАШ**

---

**БУХОРО МУҲАНДИСЛИК-ТЕХНОЛОГИЯ ИНСТИТУТИ**

**БОЛТАЕВ ЗАФАР ИХТИЁРОВИЧ**

**ЎЗГАРУВЧАН ҚАЛИНЛИКДАГИ ПЛАСТИНКАСИМОН ВА**  
**ЦИЛИНДРИК ҚОВУШҚОҚ - ЭЛАСТИК ҚОБИҚЛАРДА ТЎЛҚИН**  
**ТАРҚАЛИШИ ХУСУСИЯТЛАРИ**

**01.02.04 – Деформацияланувчан қаттиқ жисм механикаси**

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc)**  
**ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

**Бухоро–2021**

Физика-математика фанлари доктори (DSc) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида В2018.2.DS/FM119 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Бухоро муҳандислик-технология институтида бажарилган.  
Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида ([bmti\\_info@edu.uz](mailto:bmti_info@edu.uz)) ва «ZiyoNet» Ахборот таълим порталида ([www.ziynet.uz](http://www.ziynet.uz)) жойлаштирилган.

**Илмий маслаҳатчи:** Сафаров Исмоил Иброҳимович  
физика-математика фанлари доктори, профессор

**Расмий оппонентлар:** Мардонов Ботир Мардонович  
физика-математика фанлари доктори, профессор

Мавланов Тўлқин Мавлонович  
техника фанлари доктори, профессор

Кудайкулов Анарбай Кудайкулович  
физика-математика фанлари доктори, профессор,  
ҚР МФА академиги

**Етакчи ташкилот:** Наманган муҳандислик-қурилиш институти

Диссертация химояси Бухоро муҳандислик-технология институти ҳузуридаги PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 рақамли Илмий кенгаш асосида тузилган бир марталик илмий кенгашнинг 2021 йил «26» ноябр соат 15:00 даги мажлисида бўлиб ўтади (Манзил: 200100, Бухоро шаҳар, Қ. Муртазов кўчаси, 15. Тел.: (+99865) 223-78-84; факс: (+99865) 223-79-72, e-mail: [bmti\\_info@edu.uz](mailto:bmti_info@edu.uz)).

Диссертация билан Бухоро муҳандислик-технология институтининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (№ 343 рақам билан рўйхатга олинган). Манзил: (200100, Бухоро шаҳри, Қ. Муртазов кўчаси, 15. Тел.: (+99895) 604-44-70).

Диссертация автореферати 2021 йил «13» ноябр куни тарқатилди.  
(2021 йил «30» октябрдаги №1 рақамли реестр баённомаси).



**М.Х. Тешаев**

Илмий таражалар берувчи бир марталик Илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д. (DSc)

**Н.Н. Садуллаев**

Илмий таражалар берувчи бир марталик Илмий кенгаш илмий котиби, т.ф.д., профессор

**М.З. Шарипов**

Илмий таражалар берувчи бир марталик Илмий кенгаш қошидаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д. (DSc)

## **КИРИШ (фан доктори (DSc) диссертацияси аннотацияси)**

### **Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурияти.**

Жаҳонда техника, иншоотлар қурилиши, нефт ва фойдали қазилмалар кидирувида мустаҳкам, рақобатбардош, янги авлод мукамал машина ва қурилмаларни яратиш орқали маҳсулот ишлаб чиқаришнинг жадал ўсишига эришиш муҳим масалалардан бири ҳисобланади. Шу жиҳатдан янги авлод конструкцияларини кашф қилишда замонавий машина ва аппаратларнинг кўпгина қисмларида динамик юкланиш таъсирида ҳосил бўладиган резонанс ҳодисасининг олдини олиш, ҳосил бўладиган кучланишлар ва деформацияларни рухсат этилган чегарадан ошмаслигини таъминлаш учун уларда тўлқин тарқалиши жараёнини билиш, конструктив ечимларни оптималлаштириш алоҳида ўрин эгалламоқда. Бу борада, кўпгина хорижий давлатларда, жумладан, Россия, АҚШ, Германия, Хитой ва бошқа саноати ривожланган мамлакатларда конструкцияларнинг мустаҳкамлиги ва рақобатбардошлигининг ўсиб боришига эришиш учун уларда тўлқин тарқалишидаги энергияни мақсадли бошқариш муаммосининг такомиллаштирилган математик моделларини, самарали ҳисоблаш усулларини ишлаб чиқишга алоҳида эътибор қаратилмоқда.

Жаҳонда самолётсозлик, кемасозлик, темирўл қурилишида ўзгарувчан қалинликдаги пластинкасимон ва цилиндрик жисмларда диссипативлик хусусиятига эга бўлган мураккаб кўндаланг кесимли элементлардан ташкил топган конструкцияларнинг динамик ҳолатини ўрганиш муҳим аҳамиятга эга. Ушбу соҳада, жумладан, геофизикада нефт ва бошқа захираларни топиш мақсадида кувурда тарқалувчи тўлқиннинг динамикасига қараб ичидаги маҳсулотнинг тури, реологияси ҳақидаги маълумотларни аниқлашнинг самарали усулларини аниқлаш ҳамда ўзгарувчан қалинликдаги пластинкасимон ва цилиндрик қовушқоқ-эластик қобикларда тўлқин тарқалиши хусусиятларини ўрганиш назариясини ривожлантириш, илмий асосини такомиллаштириш, ҳисоблаш усулларини ишлаб чиқиш учун мазкур йўналишларда мақсадли илмий тадқиқотларни амалга ошириш муҳим вазифалардан бири ҳисобланади.

Ҳозирги кунда республикамизда машинасозликда қўлланиладиган материалларнинг мустаҳкамлигини ва самарадорлигини оширишга алоҳида эътибор қаратилиб, кенг қамровли чора-тадбирлар амалга оширилмоқда. 2017-2021 йилларда Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегиясида, жумладан, «...ишлаб чиқаришни модернизация қилиш, техник ва технологик жиҳатдан янгилаш, ишлаб чиқариш..., ...тежамкор ва самарали замонавий технологияларни босқичма-босқич жорий этиш...» вазифалари белгилаб берилган. Шу жиҳатдан, қўлланиладиган материалларнинг реологик хусусиятини ҳисобга олиб динамик масалалар ечиш назариясини ривожлантириш, илмий асосини такомиллаштириш, умумий методикаси ва алгоритмини ишлаб чиқишни кенг жорий этиш муҳим вазифалардан бири ҳисобланади.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2020 йил 30 июлдаги ПҚ-4794-сонли «Ўзбекистон Республикаси аҳолиси ва худудининг сейсмик хавфсизлигини таъминлаш тизимини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»<sup>1</sup> Қарори, «Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий-тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида» ПҚ-4708-сонли 2020 йил 7 майдаги Президент Қарори ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа меъёрий-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация муайян даражада хизмат қилади.

**Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги.** Мазкур тадқиқот Ўзбекистон Республикаси фан ва технологиялари ривожланишининг IV. “Математика, механика ва информатика” устувор йўналиши доирасида бажарилган.

**Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий тадқиқотлар шарҳи.** Ўзгарувчан қалинликдаги пластинкасимон ва цилиндрик қовушқоқ - эластик қобикларда тўлқин тарқалиши хусусиятларини тадқиқ қилишга йўналтирилган илмий изланишлар жаҳоннинг етакчи илмий марказлари ва олий таълим муассасалари, жумладан, Оксфорд университети (Англия), Эванстон шимолий-шарқ университети, Корнелл университети, Огайо университети (АҚШ), Р. Ганди номидаги техника университети, Канпур технологик университети (Ҳиндистон), Техрон университети (Эрон), Саратов давлат университети, Томск политехника университети, Санкт-Петербург техника университети, Москва электрон машиналар институти, Пермь давлат университети, Москва давлат университети, Фанлар академиясининг Новосибирск бўлими (Россия), Механика институти (Арманистон), Гидромеханика институти, Механика институти УМФА (Украина), Беларус давлат университети (Белоруссия), Озарбайжон миллий фанлар академиясининг (Озарбайжон), А. Яссавий номидаги Қозоқ-Турк халқаро университети (Қозоғистон), Рио де-Жанейро католик университети (Бразилия), Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академияси Механика ва иншоотлар сейсмик мустаҳкамлиги институти, Тошкент ирригация ва қишлоқ хўжалигини механизациялаш муҳандислари институти, Ўзбекистон миллий университети ва Бухоро муҳандислик-технология институти (Ўзбекистон) томонидан олиб борилмоқда. Уларнинг ишларида, асосан, текис ва пластинкасимон эластик жисмларда тўлқин тарқалиши ўрганилган. Суюқликли цилиндрик қобикда тўлқин тарқалиш масаласи кўрилганда идеал суюқлик олинган. Кейинги вақтда цилиндрик қобик ўрнига, маълум қалинликка эга бўлган суюқликли цилиндрда тўлқин тарқалишини ўрганишга ҳаракат қилинмоқда. Қовушқоқ суюқликли ҳоллар учун ечим махсус функцияларда олиниб, функция аргументининг энг катта ва энг кичик қийматлари учун сонли натижалар олинган. Кўп қатламли бўлакли бир

---

<sup>1</sup> Ўзбекистон Республикаси Президентининг ПҚ-4794-сонли қарори, «Ўзбекистон Республикаси аҳолиси ва худудининг сейсмик хавфсизлигини таъминлаш тизимини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида» 30.07.2020 й.

жинсли механик системаларда тўлқин тарқалиши диссипативлик хусусиятини эътиборга олмасдан ўрганилган, кўндаланг кесими цилиндрик бўлмаган (ўзгарувчан қалинликдаги пластинка ва панелларда) жисмларда гармоник тўлқинларни тарқалиши масалаларини ечишга эътибор қаратишган. Бундай масалаларни дифференциал қўйилишда баъзи сонли натижалар ҳам олинган. Бундай тадқиқотлар билан, асосан, назарий ва экспериментал АҚШ (Нью-Йорк университети, Бронкс, Нью-Йорк штати, Калифорния технология институти, Пасадена, Калифорния штати), Россия (Жанубий–Урал давлат университети, Челябинск, Москва электрон машиналар институти, Москва давлат университети физика факултети, Москва авиация институти). Украина (С.П. Тимошенко номидаги механика институти УМФА, Киев), Хитой (Гербин технология университети), Болгария (Механика ва биомеханика институти, Болгария ФА) бажарилмоқда.

Лекин кўндаланг кесими ўзгарувчи бўлган тўлқин ўтказгичларда тўлқин тарқалишини материалнинг реологик хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда ҳамда турли хил ёриқлари мавжудлигини эътиборга олиб ўрганишда ҳозирга қадар ўз ечимини топмаган бир қанча муаммолар мавжуд. Диссипатив бир жинсли бўлмаган узун жисмларда тўлқин тарқалишини ўрганиш методикаси ва алгоритминини яратиш, ҳамда янги масалалар ечиш муаммоси ҳам тўлиқ ҳал этилмаган. Бундай муаммолар қаторига тўлқин ўтказгичлар қовушқоқ-эластиклик хусусиятларини ифодаловчи релаксация ядроси ва унинг параметрларини танлаш, ҳамда дисперсион муносабатларни таҳлил қилиш асосида турли хил мавжуд назарияларни (тақрибий ва аниқ) таққослаш ва қўллаш чегарасини кўрсатиб ўтиш; тўлқин сўнишинини ифодаловчи катталиқни киритиш ва асослаш, қўйилган масалаларни ечадиган ягона методика ва алгоритм яратиш, фаза тезликларининг турли модаларига геометрик параметрлар таъсирини ўрганиш кабилар киради.

**Муаммонинг ўрганилганлик даражаси.** Дунёда узун пластинкасимон ва цилиндрик қовушқоқ-эластик жисмларда тўлқин тарқалиши масалалари илмий нуқтаи-назардан қуйидаги таниқли чет эл олимлари<sup>2</sup> томонидан ўрганилган: Ильюшин А.А., Бреховских Л.В., Викторов И.А., Горшков А.Г., Вольмир А.С., Генкин М.Д., Шемякин Е.И., Гузь А.Н., Гринченко В.Т.,

---

<sup>2</sup> Ewing W. M., Jardetzku W. S., Press F. Elastic Waves in Layered Media, McGraw – Hill, New York, 1962. Achenbach J.D., Keshava S.P., Herrmann G. Moving land plate resting on an elastic half space. – Trans. ASME. Ser. E, J. Appl. Mech, 1967, V.34.#4, p.910-914. Selmane A., Lakis A.A. Vibration analysis of anisotropic open cylindrical shells subjected to a flowing fluid // J. Fluids Struct. 1997. Vol. 11. P. 111–134. Болотин В. В., Новиков Ю. Н. Механика многослойных конструкций. — М.: Машиностроение, 1980. — 375с. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах.— К.: Наук. думка, 1981.— 283 с. Купрадзе В.Д., Гечегия Т.Г., Башелейшвили М.О и др. Трёхмерные задачи математической теории упругости и термоупругости. —М.: наука, 1976. -664с. Ильгамов М.А. Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. М.: Наука, 1969.-184с. Мартинчек Г. Динамическая вязкоупругость в техническом применении/ Успехи механики , том 6, вып. 3/4, 1-28с. Sorokin S.V. Fluid-Structure Interaction and Structural Acoustics. Book of Lecture Notes. – Technical University of Denmark, 1997. – 188 p. Микер Т., Мейтцлер А. Волновое распространение в протяженных цилиндрах и пластинках. – Физ. Акустика. Принципы и методы. Пер. с англ., 1966, 1 А, с. 140-203.

Комиссарова Г.Л., Нигул У.К., Гоголадзе В.Г., Трояновский И.Е., Кийко И.А., Молотков Л.А., Новичков Ю.И., Петрашень Г.И., Крауклис П.В., Слепян Л.И., Антонов А.Н., Матвеев В.П., Шардаков И.Н., Старовойтов Э.И., Анофрикова Н.С., МикерТ., Мейтцлер А., Дейвис Р.М., Митра Р., Кольский Г., Уайт, Ахенбах Ж.Д., Шафер Б.В., Сан Р.И. ва бошқалар.

Шу билан бирга, бу муаммони ечишда республикамиз олимлари<sup>3</sup> Рахматулин Х.А., Уразбоев М.Т., Ширинқулов Т.Ш., Кабулов В.К., Рашидов Т.Р., Мубораков Я.Н., Мардонов Б.М., Султонов К.С., Маматқулов Ш.М., Мирсаидов М.М., Бадалов Ф.Б., Хожметов Г.Х., Ишанходжаев А.А., Мавлонов Т.М., Абдусаторов А., Сафаров И.И., Хусанов Б.Э., Тешаев М.Х., Бозоров М.Б., Эшматов Х., Юлдашев Ш.С., Абдуқодиров С.А., Усаров М.К. ва бошқалар ўз ҳиссаларини қўшиб, кўндаланг кесими ўзгармас (ёки баъзи бир хусусий ҳолларда ўзгарувчан) бўлган ҳолларда материалнинг реологик хусусиятларини ҳисобга олиб пластинкасимон ва цилиндрик жисмларни динамик хусусиятларни характерловчи параметрларни ҳисоблаш усуллари ривожлантиришган. Юқоридагиларга қарамай ҳозирги вақтда ўз ечимини топмаган бир қатор муаммолар мавжуд бўлиб, уларнинг ечими диссипатив бир жинсли бўлмаган тўлқин ўтказгичларда гармоник тўлқинларнинг қовушқоқлик хусусиятларини ҳисобга олиб ўрганиш деформацияланувчан каттик жисмлар динамикасини назарий жиҳатдан қанчалик кўп бойитса, унинг энергия диссипацияси билан боғлиқ бўлган янги натижалар муҳим амалий аҳамиятга эга бўлган кўпгина масалаларни ечишга имкон яратади. Бу тизимли муаммо кўшимча илмий изланишларни олиб боришни талаб этади.

**Диссертация мавзусининг диссертация бажарилган олий таълим муассасининг илмий–тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.** Диссертация тадқиқоти Бухоро муҳандислик-технология институти илмий тадқиқот ишлари режасининг Ф4-14 рақамли «Суюқлик оқувчи ер ости эгри чизиқли қувурнинг ташқи кучлари таъсиридаги кучланиш-деформация ҳолатини тадқиқ қилиш назариясини ривожлантириш ва ҳисоблаш

---

<sup>3</sup> Уразбаев М.Т. Сейсмостойкость упругих и гидроупругих систем. -Ташкент: Фан. 1968-254с. Султанов К.С. Распространение продольных волн в вязкоупругом полупространстве, включающем поглощающий слой //ПМТФ, №5.-1984.-С.137-142. Рашидов Т.Р. Динамическая теория сложных систем подземных сооружений. - Ташкент: Фан.1973. -179с. Safarov I. I., Boltaev Z.I., Akhmedov M. Distribution of the natural waves. LAP LAMBERT Academic Publishing Saarbrücken Deutschland /Germanu/-2015. -110p. Safarov I. I., Akhmedov M.,Rajabov O. Vibrations of plates and shells with attached concentrated mass. LAP LAMBERT Academic Publishing Saarbrücken Deutschland /Germanu/-2015 - 92p. Султонов К.С. Распространение и взаимодействие с преградой волны в грунте с учетом вязких свойств среды/ Автореферат дисс. канд. наук. М.: 1977, -18с. Сафаров И.И. Колебания и волны в диссипативно-неоднородных средах и конструкциях. - Ташкент. Фан, 1992-250с. Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Болтаев З.И. Волновые процессы в механическом волноводе. LAP LAMBERT Academic publishing (Германия). –2012. -217 с. Бозоров М.Б., Сафаров И.И., Шокин Ю.И. Численное моделирование колебаний диссипативно однородных и неоднородных механических систем. СО РАН, Новосибирск. –1966. -188с. Рахматулин Х.А. О распространении плоских волн в упругой среде при нелинейной зависимости напряжения от деформации. Ученые записки МГУ. вып.152, 111. –1951.

усулларини ишлаб чиқиш» мавзусидаги (2012-2016 йй.) фундаментал илмий лойиҳа доирасида бажарилган.

**Тадқиқотнинг мақсади** диссипативлик хусусиятларига эга тўлқин ўтказгичлардаги динамик жараёнларни ўрганиш масалаларининг ечиш методикаси ва алгоритмини ишлаб чиқиш ҳамда ўзгарувчан қалинликли қовушқоқ–эластик пластинкасимон ва қобиксимон жисмларда тўлқин тарқалиши назариясини ривожлантириш, илмий асосини такомиллаштиришдан иборат.

**Тадқиқотнинг вазифалари:**

- диссипативлик хусусиятларига эга тўлқин ўтказгичлардаги динамик жараёнларни ўрганиш масалаларини ечиш методикаси ва алгоритмини ишлаб чиқиш ҳамда ўзгарувчан қалинликдаги пластинкасимон ва фазовий радиал-бўйлама ёриқли қовушқоқ–эластик цилиндрик жисмларда тўлқин тарқалиши назариясини ривожлантириш, илмий асосини такомиллаштириш;

-диссипатив бир жинсли бўлмаган қовушқоқ суюқликли цилиндрик қобикларда хос тўлқинлар тарқалиши масаласининг қўйилиши, ечиш усуллари ва алгоритмини ишлаб чиқиш;

-Кирхгоф-Ляв ва Тимошенко С.П. гипотезаларини пона кўринишдаги қовушқоқ–эластик ўзгарувчан қалинликдаги пластинка ва панелда қўллаш ораликларини аниқлаш;

-қовушқоқ–эластик радиал ёриқли цилиндрда хос тўлқинлар тарқалиш масаласини ечиш орқали, понасимон кўндаланг кесимли пластинкада тўлқин тарқалишига баҳо бериш.

**Тадқиқотнинг объекти** сифатида суюқликли цилиндрик қобик, радиал ёриқли цилиндр, ўзгарувчан қатламли пластинка ва цилиндрик панеллар олинган.

**Тадқиқотнинг предмети** узун суюқликли цилиндрик қовушқоқ–эластик қобик, сектор кўндаланг кесимли цилиндр ва ўзгарувчан қалинликдаги пластинкаларда тарқаладиган тўлқинни механик системанинг диссипатив бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда динамик назариясини ҳамда ечиш усулларини ривожлантириш ташкил этади.

**Тадқиқот усуллари.** Тадқиқот жараёнида диссертация ишида хусусий ҳосилаларни интегро-дифференциал тенгламалар мумкин бўлган қўчиш принциpidан (вариацион тенглама) фойдаланиб чиқарилган. Бу тенгламаларни ечиш учун “музлатиш” (замораживания), ўзгарувчиларни ажратиш, Мюллер, Гаусс, Лаплас ва Годуновнинг ортогонал прогонка усулларида фойдаланилган.

**Тадқиқотнинг илмий янгилиги** қуйидагилардан иборат:

- ўзгарувчан кўндаланг кесимли узун пластинкасимон ва фазовий бўйлама ёриқли қовушқоқ–эластик цилиндрик жисмларда тўлқин динамикаси жараёнларини ўрганиш муаммосини ечиш методикаси ва алгоритми деформацияланувчан қаттиқ жисм механикаси ва математик физика фанларининг усулларига асосланиб ишлаб чиқилган ҳамда комплекс функциялар назариясига асосан такомиллаштирилган;

- узун пластинкада тўлқин тарқалишида ортогоналлик шартлари бажарилмаслиги сабабли математик физика усуллари кўллашдаги чекловдан қутилиш мақсадида биортогоналлик шартлари келтириб чиқарилган ва ўзгарувчан қалинликли пластинкада тўлқин тарқалиши масаласи комплекс соҳада ўзаро қўшма спектрал масалага келтирилган;

- комплекс соҳада ўзгарувчан қалинликли пластинка учун қўйилган спектрал масалани Кирхгоф-Ляв ва Тимошенко С.П. гипотезалари учун алоҳида-алоҳида ечиш орқали, сонли натижалар асосида комплекс фаза тезлиги кичик тўлқин сони соҳасида 5% га, катта тўлқин сони соҳасида эса 20% га фарқ қилиши топилган;

- ўзгарувчан қалинликли қовушқоқ-эластик пластинканинг қиррасидаги бурчаги  $28^{\circ}$  гача бўлганда Кирхгоф-Ляв ва Тимошенко С.П. гипотезалари бўйича олинган сонли натижалар ва вариацион усул асосида олинган ечим 10% фарқ билан устма-уст тушишини аниқлаш асосида ўзгарувчан қалинликли пластинка учун кичик тўлқин сони соҳасида Кирхгоф-Ляв ва Тимошенко С.П. гипотезаларини қўллаш оралиғи аниқланган;

- ўзгарувчан қалинликли пластинканинг вариацион усул асосида олинган спектрал масаласини (Кирхгоф-Ляв ва Тимошенко С.П. гипотезаларини қаноатлантирувчи) ишлаб чиқилган методика асосида ечганда пластинкада тўлқин тарқалиш тезлигининг ҳақиқий ва мавҳум қисмлари ўзгармас сонга интилиши ҳамда Пуассон коэффициентига кучсиз (2-3%) боғлиқ бўлиши топилган;

- бўйлама радиал ёриқли қовушқоқ-эластик цилиндр ва пона кўринишидаги кўндаланг кесимли цилиндрсимон жисм учун сонли натижалар асосида унинг ўқи бўйлаб йиғиладиган ҳаракат фаза тезлигининг ҳақиқий қисми мавжуд бўлмаслиги, понанинг учида эса фаза тезлиги Рэлей тўлқини тезлигига яқин бўлган қирра тўлқини ҳосил бўлиши аниқланган;

- ўзгарувчан қалинликдаги цилиндрик панелда тўлқин тарқалишида комплекс фаза тезлигининг эгрилик радиусига боғлиқлик даражаси  $K=\frac{\pi}{4}$  ва  $K=\frac{\pi}{2}$  ҳоллар учун қиёсий баҳоланган, эгриликнинг ошиши билан энергия диссипациясининг ортиши аниқланган.

**Тадқиқотнинг амалий натижалари** қуйидагилардан иборат:

- ишлаб чиқилган усуллар, олинган натижалар САТ(сирт акустик тўлқинлари) қурилмаларини такомиллаштириш ва янги авлодини яратишга хизмат қилиши ҳамда пезокерамик сиртларда тўлқин тарқалишини ўрганишга имкон бериши асосланган;

- кўндаланг кесими пона кўринишда бўлган деформацияланувчи пластинкада ва панелларда тўлқин тарқалишини ўрганишда аниқланган самаралар амалий аҳамиятга эга бўлган янги материалларни ишлаб чиқаришга имкон бериши асосланган;

- юкланиш остида ишловчи диссипатив бир жинсли ёки бир жинсли бўлмаган жисмларда ҳосил бўладиган резонанс жараёнларини олдиндан баҳолаш ҳамда мос материални танлаш усуллари ишлаб чиқилган;

- ўзгарувчан кўндаланг кесимли фундаментларда сейсмик тўлқинлар таъсирида ҳосил бўладиган динамик кучланишлар–деформацияларни оптималлаштириш имконини берувчи алгоритм ва усуллар ишлаб чиқилган.

**Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги** келтириб чиқарилган математик муносабатларнинг қатъийлиги, асосланган ечиш усулларидан фойдаланиш ва бошқа олимларнинг олган ечимлари билан таққослашлар орқали асосланади.

**Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти.**

Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти узун диссипатив бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган пластинкасимон ва цилиндрик қовушқоқ-эластик жисмларда тўлқин тарқалиш назариясининг ривожланишига салмоқли ҳисса кўшиш билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти диссипатив бир жинсли бўлмаган механик системаларда сўниш тезлиги коэффициентининг геометрик ва физик-механик параметрларга боғлиқ бўлиши муносабатидан ўрганилаётган соҳада энергияни бошқариш имконини беради. Шунингдек, кўндаланг кесими понага ўхшаш пластинка ва цилиндрик панел кўринишидаги конструкцияларда ҳаракатланувчи куч таъсирида ҳосил бўладиган тебранишлар ёки титрашларни камайтиришда ишлаб чиқилган методика ва алгоритмдан фойдаланишга имкон бериши билан изоҳланади.

**Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши.** Тадқиқотдаги қовушқоқ-эластик механик системаларда тўлқин тарқалиши назариясини ривожлантириш бўйича, ишлаб чиқилган ҳисоблаш усуллари ва алгоритм бўйича олинган натижалар асосида:

- бино ва иншоотларни лойиҳалашда фундамент жойлашган қаттиқ қатламнинг қалинлик бўйича ўзгарувчан бўладиган конструкцияларда тарқаладиган сейсмик тўлқинларнинг кинематик параметрлари ва коэффициентларини ҳисоблашда Бухоро “Ўзжамоалойиҳа” МЧЖ корхонасида фойдаланилган (Ўзбекистон Республикаси Қурилиш вазирлигининг 27 февраль 2020 йил, 1903/09-07 сонли маълумотномаси). Илмий тадқиқот натижасини қўллаш асосида кичик частотали тўлқинли соҳада параметрларни танлаш ҳисобидан иншоотларда титрашларнинг резонанс ҳолатини 18% гача камайтириш имконияти яратилган;

- иншоотларни лойиҳалашда фундаментларнинг қалинлик бўйича ўзгарувчан бўлиши унда тўлқин диссипацияси интенсив бўлиши самарасидан “Ўзжамоалойиҳа” МЧЖ корхонасида фойдаланилган (Ўзбекистон Республикаси Қурилиш вазирлигининг 27 февраль 2020 йил, 1903/09-07 сонли маълумотномаси). Ишлаб чиқилган кучланишлар эпюраси назарий таҳлилидан фойдаланиб, фундаментда максимал кучланишлар пайдо бўладиган кесимларда мустаҳкамликни 1.18 марта ошириш таъминланган.

- Кирхгоф-Ляв ва Тимошенко гипотезаларни ҳисобга олувчи ишлаб чиқилган методикадан Наманган муҳандислик–қурилиш институтининг Ф – 4-23 рақамли «Эластиклик назариясининг динамик масаласи уч ўлчовли бўлак-бўлак жинслардан иборат бўлган узлуксиз ярим фазода ҳаракатланувчи юқдан ҳосил бўладиган тўлқинларнинг тарқалиши» мавзусидаги фундаментал

лойихасида (Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 19 март 2020 йил 89-03-1173 сон маълумотномаси) қобикли конструкцияларнинг кучланиш-деформация ҳолатини ҳисоблашларда фойдаланилиб, хусусий ҳосилалари дифференциал тенгламалар системаси биринчи тартибли оддий дифференциал тенгламалар системасига келтирилган;

- цилиндрик конструкциялар динамик ҳолатини баҳолаш усулларида Тошкент темир йўл муҳандислари институтида 2015-2017 йилларда бажарилган амалий А-14-010 «Разработка эффективных методов исследования малоциклового прочностии динамики составных оболочечных конструкций типа цистерны при различных видах нагружений» мавзусидаги амалий лойиҳани бажаришда (Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 19 март 2020 йил 89-03-1173 сон маълумотномаси) системада ҳосил бўладиган энергия диссипациясини ҳисобга олиш натижаларидан фойдаланиб тўлқинни сўндириш имконияти яратилган.

**Тадқиқот натижаларининг апробацияси.** Тадқиқот натижалари 15 та республика ва 12 та халқаро илмий–амалий анжуманларда муҳокамадан ўтказилган.

**Тадқиқот натижаларининг эълон қилиниши.** Диссертация мавзуси бўйича жами 69 та илмий иш чоп этилган, жумладан, 3 та монография, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг фан доктори (DSc) диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 16 та мақола, жумладан, 3 таси республика ва 13 таси хорижий илмий журналларида нашр этилган.

**Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми.** Диссертация таркиби кириш, олтита боб, хулоса, фойдаланилган адабиётлар рўйхати ва иловалардан иборат. Диссертациянинг ҳажми 193 бетни ташкил этган.

**Кириш** қисмида диссертация тадқиқотининг долзарблиги ва зарурияти асослаб берилган, тадқиқотнинг мақсади ва вазифалари, объект ва предметлари шакллантирилган. Тадқиқотнинг Ўзбекистон Республикаси фан ва технологиялар ривожланишининг устувор йўналишларига мувофиқлиги кўрсатилган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён этилган. Олинган натижаларнинг ишончилиги асосланган, уларнинг илмий ва амалий аҳамиятлари ёритилган. Тадқиқот натижаларининг амалиётга жорий этилиши, ишнинг апробацияси, чоп этилган ишлар, диссертация тузилиши ва ҳажми бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг «Ўзгарувчан қалинликдаги қовушқоқ - эластик пластинка ва қобикларда тўлқин тарқалиши хусусиятларини ўрганишга бағишланган адабиётлар таҳлили» деб номланган биринчи бобида қовушқоқ-эластик узун пластинкасимон ва цилиндрсимон жисмларда тўлқин тарқалишини ўрганишга бағишланган адабиётларнинг қисқача таҳлили келтирилган. Адабиётлар таҳлили асосида хулосалар қилинган:

- кўп қатламли қовушқоқлик хоссаси турлича бўлган механик системаларда тўлқинларни тарқалишини ўрганиш муҳим аҳамият касб этади. Бу соҳада қўлланиладиган ирсий қовушқоқ-эластиклик назариясининг Больцман–Вольтер интегралда қайси олим таклиф этган ядродан (Ю.Н.

Работнов таклиф этган каср экспоненциал функция ва Пуассон коэффиценти ҳам оператор кўринишдаги функция, Ржаницын-Колтунов томонидан таклиф этилган уч параметрли кучсиз сингуляр ядро ва Пуассон коэффиценти ўзгармас деб олиниб, ядрога шартлар қўйилади) фойдаланиш керак, деган муаммо очик қолмокда;

- кўп қатламли диссипатив бир жинсли ва диссипатив бир жинсли бўлмаган деформацияланувчан тўлқин ўтказгичларда (турли хил геометрик ва физико-механик параметрларини ҳисобга олган ҳолда) тўлқинларни тарқалишини ўрганишда дисперсион тенгламалар олишнинг ягона услубиётини ишлаб чиқиш муаммоси ҳал этилмаган. Комплекс параметрли мураккаб транцендент тенгламаларни тадқиқ қилишга асосланган юқори аниқликдаги сонли ечиш усуллари ва ечимларнинг комплекс текисликка тақсимланиши назарий жиҳатдан ўрганилмаган;

- диссипатив бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган тўлқин ўтказгичнинг диссипативлик хоссаси диссипатив бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган механик системалар учун қиёсий ўрганилмаган. Уларни комплекс текисликдаги дисперсион муносабатларини баҳоловчи катталиклар ёки муносабатлар ишлаб чиқилмаган;

- қовушқоқ суяқликли қовушқоқ-эластик қатламли цилиндрик қатламда тўлқинларнинг тарқалиши масаласи тўлиқ қўйилмаган ва барча параметрларни ҳисобга олиб ечилмаган. Қовушқоқ суяқлик ва эластик цилиндр учун олинган дисперсион тенгламани фақат махсус функциялар ёрдамидаги асимптотик ифодалари олинган. Аргументнинг ихтиёрий қиймати учун дисперсион муносабатлар олинмаган. Уларни тадқиқ этиш учун спектрал масала қўйилмаган, ечиш методикаси, алгоритми ва дастури ишлаб чиқилмаган;

- радиал ёриқли қовушқоқ-эластик цилиндрнинг хусусий ҳоли бўлган понасимон кўндаланг кесимли тўлқин ўтказгичларда тўлқин тарқалишида чегаравий масала қўйилмаган, ечиш усуллари ва алгоритми ишлаб чиқилмаган.

«Узун қовушқоқ-эластик узун пластинкасимон ва қобиқсимон жисмларда хос тўлқинлар тарқалиши масалаларининг қўйилиши ва ечиш усуллари» деб номланган иккинчи бобида ўзгарувчан кўндаланг кесимли қовушқоқ-эластик узун пластинкасимон ва цилиндрик диссипатив жисмларда тўлқин тақалиши масалаларининг математик қўйилиши, ечиш услубиёти ва алгоритми, солиштириш натижалари ва уларнинг муҳокамаси келтирилган. Узун пластинкасимон ва цилиндрик қовушқоқ-эластик (диссипатив бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган) жисмларда тўлқин тарқалишида масаланинг қўйилиши икки хил кўринишда амалга оширилади. Биринчи ҳолда масала дифференциал постановкада қўйилади. У ҳолда узун пластинкасимон ва цилиндрик қовушқоқ-эластик жисмларда тўлқин тарқалиши фазовий координаталар системасида берилган бўлсин ва уларда гармоник тўлқинлар тарқалиши натижасида ҳосил бўладиган динамик жараёнлар ва мажбурий гармоник кучлар таъсиридаги динамик-кучланишлар деформация ҳолати ўрганилади.

Қалинлиги  $h = \sum_{n=1}^N h_n$  бўлган  $n$ -қатламли қовушқоқ-эластик жисмда хос тўлқин тарқалиш масаласини кўрамиз. Декарт координаталар системасида (Охуз) қатлам қуйидаги соҳани эгалласин:  $x \in (-\infty, +\infty)$ ,  $y \in (-\infty, +\infty)$ ,  $z \in [-h, h]$ . Фараз қилайлик, бу жисмда фаза тезлиги  $c$  ( $c = c_R + ic_I$ ) бўлган хос тўлқин тарқалсин. Кўп қатламли жисмда тўлқин тарқалиши хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар системасидан фойдаланиб, кўчишлар орқали ифодаланган тенглама (Ламе тенгламаси) орқали ифодаланади:

$$\tilde{\mu}_\kappa \nabla^2 \vec{u} + (\tilde{\lambda}_\kappa + \tilde{\mu}_\kappa) \text{grad} \text{div} \vec{u} = \rho_\kappa \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \quad (\kappa = 1, 2, 3..N), \quad (1)$$

бунда  $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$  -муҳитнинг кўчиш вектори,  $\rho_\kappa$  -зичлик ( $\kappa$ -қатлам)  
 $\tilde{\lambda}_\kappa f(t) = \lambda_{0\kappa} \left[ f(t) - \int_0^t R_{\lambda\kappa}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right]$ ,  $\tilde{\mu}_\kappa f(t) = \mu_{0\kappa} \left[ f(t) - \int_0^t R_{\mu\kappa}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right]$ ,  
(2)

$f(t)$ -вақтнинг ихтиёрий функцияси;  $R_{\lambda\kappa}(t-\tau)$  ва  $R_{\mu\kappa}(t-\tau)$  - релаксация ядролари,  $\lambda_{0\kappa}$ ,  $\mu_{0\kappa}$  - оний эластиклик модуллари. Кейинчалик (2) муносабатни қуйидаги кўринишга алмаштириб оламиз:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_\kappa f(t) &= \lambda_{0\kappa} \left[ 1 - \Gamma_{\lambda\kappa}^C(\omega_R) - i \Gamma_{\lambda\kappa}^S(\omega_R) \right] f(t), \\ \bar{\mu}_\kappa f(t) &= \mu_{0\kappa} \left[ 1 - \Gamma_{\mu\kappa}^C(\omega_R) - i \Gamma_{\mu\kappa}^S(\omega_R) \right] f(t), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\Gamma_{\lambda\kappa}^C(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\lambda\kappa}(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau, \quad \Gamma_{\mu\kappa}^C(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\mu\kappa}(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau,$$

$$\Gamma_{\lambda\kappa}^S(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\lambda\kappa}(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau, \quad \Gamma_{\mu\kappa}^S(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\mu\kappa}(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau,$$

мос равишда, Фурье ядро релаксациясининг косинус ва синуси тасвирлари,  $\omega_R$  -ҳақиқий катталиқ. Ҳисоблашларда уч параметрли Колтунов-Ржаницын релаксация ядросидан фойдаланилди  $R_\kappa(t) = A_\kappa e^{-\beta_\kappa t} / t^{1-\alpha_\kappa}$ . Юнг модулини Работновнинг каср-экспоненциал ядроси орқали ифодалаш учун қуйидаги муносабатлардан фойдаланамиз:

$$\tilde{E}_\kappa = E_\kappa (1 - \Gamma_\kappa^\bullet), \quad \tilde{\nu}_\kappa = \nu_\kappa + \frac{1 - 2\nu_\kappa}{2} \Gamma_\kappa^\bullet, \quad \Gamma_\kappa^\bullet f(t) = m_\kappa \int_{-\infty}^t \mathcal{E}_{-1/2}^{(\kappa)}(-\beta_\kappa, t-\tau) f(\tau) d\tau.$$

Бу ерда  $E_\kappa$ ,  $\nu_\kappa$  -Юнг модули ва Пуассон коэффициентининг оний қийматлари,  $m_\kappa$ ,  $\beta_\kappa$  -материалнинг қовушқоқлик параметрлари,  $f(t)$ -вақтнинг ихтиёрий функцияси. Интеграл оператор ядроси сифатида Работновнинг каср-экспоненциал функциясини ишлатамиз:

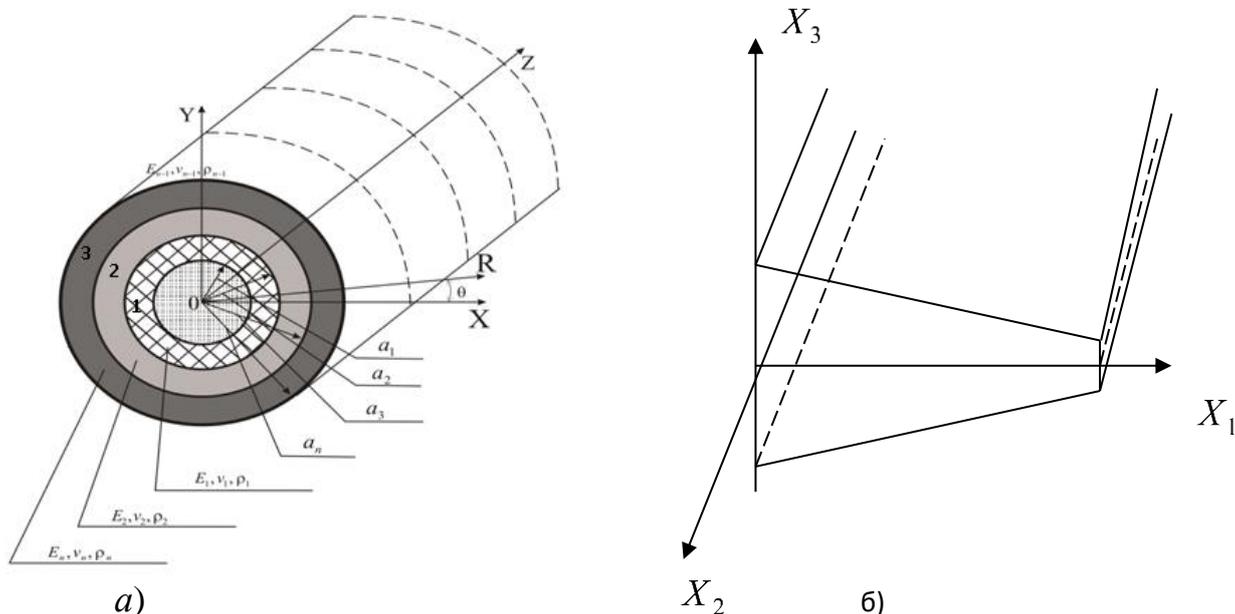
$$m_\kappa \mathcal{E}_{-1/2}^{(\kappa)}(-\beta, t) = m_\kappa t^{-1/2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-\beta_\kappa)^j t^{j/2}}{\Gamma[(j+1)/2]}.$$

Қатламлар орасида қаттиқ маҳкамланганлик (ёки сирпанувчи) шарти қўйилади:

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}^{(1)} &= \sigma_{nn}^{(2)}, \quad \sigma_{ns_1}^{(1)} = \sigma_{ns_1}^{(2)}, \quad \sigma_{ns_2}^{(1)} = \sigma_{ns_2}^{(2)}, \\ u_n^{(1)} &= u_m^{(2)}, \quad u_{s_1}^{(1)} = u_{s_1}^{(2)}, \quad u_{s_2}^{(1)} = u_s^{(2)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Қатламнинг эркин сатҳида кучланишлардан озод бўлганлик шarti кўйилади:

$$\sigma_{nn}^{(1)} = 0, \quad \sigma_{ns_1}^{(1)} = 0, \quad \sigma_{ns_2}^{(1)} = 0.$$



1-расм. а) Кўп қатламли цилиндр; б) ўзгарувчан кўндаланг кесимли пластинка

Иккинчи ҳолда узун пластинкасимон ва цилиндрик қовушқоқ–эластик (диссипатив бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган) жисмларда тўлқин тарқалиши масаланинг кўйилишида вариацион постоновкада кўйилади. Агар механик системадаги қатламлар ўзгарувчи бўлса, у ҳолда ундаги динамик жараёнларни ифодаловчи хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар мумкин бўлган кўчиш принципи ёрдамида олинади:

$$\delta A_{Fk} + \delta A_{Ik} = 0 \quad (5)$$

$$\delta A_{Fk} = -\delta \Pi_k = -\int_V \sigma_{ij}^k \delta \varepsilon_{ij} dV_k, \quad \delta A_{Ik} = -\int_V \rho_k \ddot{u}_i \delta u_i dV_k$$

бунда  $\rho_k$ - “к” чи жисм материали зичлиги,  $u_i$ -кўчиш векторининг компоненталари,  $\ddot{u}_i = \partial^2 u_i / \partial t^2$ ,  $t$ -вақт.

Ҳаракат дифференциал тенгламаси (1) ни ечишда қуйидаги алмаштиришни бажарамиз:

$$\vec{u}_k = \text{grad} \phi_k + \text{rot} \vec{\psi}_k, \quad \text{div} \vec{\psi}_k = 0. \quad (6)$$

Бу ерда  $\phi_k$ -бўйлама тўлқин потенциали;  $\vec{\psi}_k(\psi_{xk}, \psi_{yk}, \psi_{zk})$  -кўндаланг тўлқин потенциали. Агар (6) ни (1) кўйсақ, у ҳолда

$$\nabla^2 \phi_k - \frac{1}{c_{pk}^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi_k}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2 \psi_{zk} - \frac{1}{c_{sk}^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi_{zk}}{\partial t^2} = 0,$$

$$\begin{aligned}\nabla^2 \psi_{\theta k} - \frac{\psi_{\theta k}}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi_{rk}}{\partial \theta} - \frac{1}{\bar{c}_{sk}^2} \frac{\partial^2 \psi_{\theta k}}{\partial t^2} &= 0, \\ \nabla^2 \psi_{rk} - \frac{\psi_{rk}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi_{\theta k}}{\partial \theta} - \frac{1}{\bar{c}_{sk}^2} \frac{\partial^2 \psi_{rk}}{\partial t^2} &= 0.\end{aligned}\quad (7)$$

Бу ерда  $\bar{c}_{sk}^2 = c_{sk}^2 \Gamma_k^*$ ;  $\bar{c}_{pk}^2 = c_{pk}^2 \Gamma_k^*$ ,  $\Gamma_k^* = 1 - \Gamma_k^c(\omega_R) - i\Gamma_k^s(\omega)$ ;  $c_p^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$ ;  $c_s^2 = \mu/\rho$  - эластик жисмда мос равишда бўйлама ва кўндаланг тўлқин тарқалишининг тезликлари.

У ҳолда (7) дифференциал тенгламаларнинг ечимини қуйидаги кўринишда излаймиз:

$$\begin{aligned}\phi_k(r, \theta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(\alpha_k r) \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{rk}(r, \theta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{nr}(\beta_k r) \begin{Bmatrix} \sin n\theta \\ -\cos n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{\theta k}(r, \theta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{n\theta}(\beta_k r) \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{zk}(r, \theta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{nz}(\beta_k r) \begin{Bmatrix} \sin n\theta \\ \cos n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t}, \\ \alpha_k^2 &= \frac{\bar{\Omega}_k^2}{\gamma_k^2} - \gamma_p^2, \quad \beta_k^2 = \bar{\Omega}_k^2 - \gamma_p^2, \quad \bar{\Omega}_k = \frac{\omega \alpha_k}{\bar{c}_{sk}}, \quad \gamma_k^2 = \frac{2(1 - \nu_k)}{1 - 2\nu_k}.\end{aligned}\quad (8)$$

Бу ерда  $n$  - бутун сон,  $\gamma_{pk}$  - тўлқин тарқалшининг доимий сони,  $\omega$  - комплекс хусусий частота,  $r = \frac{r_1}{a_0}$ ,  $z = \frac{z_1}{a_0}$ . Ҳар бир компонента учун чексизликда

( $r \rightarrow \infty$ ) Зоммерфельд шартлари қўйилади. (8) ни (7) га қўйиб, қуйидаги комплекс коэффицентли оддий дифференциал тенгламалар системасини оламиз. Уларнинг ечимлари Бессел ва Ханкел функциялари орқали ифодаланadi. Бўйлама ва кўндаланг тўлқин потенциаллари ёрдамида Гукнинг умумлашган қонунини В. Новацкий қисқартириб ёзишидан фойдаланиб ёзамиз ( $1 \rightarrow x, 2 \rightarrow y, 3 \rightarrow z$ ):

$$\begin{aligned}\sigma_{11k} &= 2\bar{\mu}_k (\partial_1^2 \varphi_k + \partial_1 \partial_2 \psi_{3k} - \partial_1 \partial_3 \psi_{2k}) + \bar{\lambda}_k \Delta \varphi_k; \\ \sigma_{22k} &= 2\bar{\mu}_k (\partial_2^2 \varphi_k + \partial_2 \partial_3 \psi_{1k} - \partial_1 \partial_2 \psi_{3k}) + \bar{\lambda}_k \Delta \varphi_k; \\ \sigma_{33k} &= 2\bar{\mu}_k (\partial_3^2 \varphi_k + \partial_1 \partial_3 \psi_{2k} - \partial_2 \partial_3 \psi_{1k}) + \bar{\lambda}_k \Delta \varphi_k; \\ \sigma_{12k} &= \bar{\mu}_k (2\partial_1 \partial_2 \varphi_k + \partial_1 \partial_3 \psi_{1k} - \partial_2 \partial_3 \psi_{2k} + \partial_2^2 \psi_{3k} - \partial_1^2 \psi_{3k}); \\ \sigma_{13k} &= \bar{\mu}_k (2\partial_1 \partial_3 \varphi_k + \partial_2 \partial_3 \psi_{3k} - \partial_1 \partial_2 \psi_{1k} + \partial_1^2 \psi_{2k} - \partial_3^2 \psi_{2k}); \\ \sigma_{23k} &= \bar{\mu}_k (2\partial_2 \partial_3 \varphi_k + \partial_1 \partial_2 \psi_{2k} - \partial_1 \partial_3 \psi_{3k} + \partial_3^2 \psi_{1k} - \partial_2^2 \psi_{1k}),\end{aligned}\quad (9)$$

$$\text{бу ерда } \Delta = \partial_1^2 + \partial_2^2 + \partial_3^2, \partial_1 = \frac{\partial}{\partial x}, \partial_2 = \frac{\partial}{\partial y}, \partial_3 = \frac{\partial}{\partial z}.$$

Агар ўзгарувчи қалинликдаги кўп қатламли пластинкасимон ёки кобиқсимон диссипатив механик системалар берилган бўлса, уларда хос тўлқинлар тарқалишини ўрганиш учун олинган вариацион тенгламалар ечимини (5) кидириб, биринчи тартибли комплекс ва ўзгарувчан коэффициентли оддий дифференциал тенгламалар системасини оламиз. Худди шундай радиал ёриққа эга бўлган цилиндрик жисм учун ҳам оддий ўзгарувчан коэффициентли дифференциал тенгламалар олиниб, ортогонал прогонка ёрдамида дисперсион муносабат олинади:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{1}{K} \sigma_{rr} - \frac{\tilde{\lambda}}{K} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} = \frac{1}{\tilde{\mu}} \sigma_{r\varphi} - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - u_\varphi \right), \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} = \frac{1}{\tilde{\mu}} \sigma_{rz} - \frac{\partial u_r}{\partial z}, \\ \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} - \frac{\tilde{A}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} - \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} [\sigma_{rr} - \tilde{A}] - \frac{2\sigma_{r\varphi}}{r} - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{B}, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \sigma_{rr} - 2\tilde{\mu} \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] - \frac{\sigma_{rz}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \tilde{B}. \end{array} \right. \quad (10)$$

Бу ерда куйидаги белгилашлар киритилган:

$$\tilde{A} = 2\tilde{\mu} \left[ \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + u_r \right) \right], \quad \tilde{B} = \tilde{\mu} \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} \right),$$

$$\tilde{\lambda} f(t) = \lambda_0 \left[ f(t) - \int_0^t R_\lambda(t-\tau) f(\tau) d\tau \right], \quad \tilde{\mu} f(t) = \mu_0 \left[ f(t) - \int_0^t R_\mu(t-\tau) f(\tau) d\tau \right].$$

Чегаравий шартларни ифодаласак,  $r = R$  да кучланишлар кўйилмаган,

$$\sigma_{rz} = \sigma_{rr} = \sigma_{r\varphi} = 0, \quad (11)$$

$r = r_0 \rightarrow 0$  да кучланишлар чегараланган, яъни  $\sigma_{rz} = \sigma_{rr} = \sigma_{r\varphi} = 0$ . Z ўқи бўйича югурувчи гармоник тўлқинлар қаралганда (11) чегаравий масаланинг ечими ўзгарувчиларнинг ажралишига олиб келади:

$$u_r = w(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(\gamma z - \omega t)}, \quad \sigma_{rr} = \sigma(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(\gamma z - \omega t)},$$

$$u_\varphi = v(r) \sin \frac{\varphi}{2} e^{i(\gamma z - \omega t)}, \quad \sigma_{r\varphi} = \tau_\varphi(r) \sin \frac{\varphi}{2} e^{i(\gamma z - \omega t)}, \quad (12)$$

$$u_z = u(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(\gamma z - \omega t)}, \quad \sigma_{rz} = \tau_z(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(\gamma z - \omega t)}.$$

(12) масала комплекс коэффициентли оддий дифференциал тенгламалар системаси учун спектрал масалани ҳисобга олганда куйидагига келтирилади:

$$\begin{cases} w' = \frac{\sigma}{k} - \frac{\bar{\lambda}}{k} \left( \mu + \frac{v}{2r} + \frac{w}{r} \right), & \sigma' = -\omega^2 \rho w + \frac{\tilde{a}}{r} - \frac{\tau_\varphi}{2r} - \gamma \tau_z, \\ v' = \frac{\tau_\varphi}{\bar{\mu}} + \frac{\vartheta}{r} + \frac{w}{2r}, & \tau_\varphi' = -\omega^2 \rho \vartheta - \frac{2\tau_\varphi}{r} + (\sigma + \tilde{a}) \frac{1}{2r} - \gamma \tilde{b}, \\ u' = \frac{\tau_z}{\bar{\mu}} + \gamma w, & \tau_z' = -\omega^2 \rho u - \frac{\tau_z}{r} - \frac{\tilde{b}}{2r} + k(\sigma + 2\bar{\mu}(ku - w')). \end{cases} \quad (13)$$

Бу ерда  $\tilde{a} = 2\bar{\mu} \left( \frac{\vartheta + w}{2r} - w' \right); \quad \tilde{b} = \bar{\mu} \left( -\frac{u}{2r} - k\vartheta \right),$

$\bar{\mu} = \mu_0 [1 - \Gamma_\mu^C(\omega_R) - i\Gamma_\mu^S(\omega_R)], \quad \bar{\lambda} = \lambda_0 [1 - \Gamma_\lambda^C(\omega_R) - i\Gamma_\lambda^S(\omega_R)], \quad (\dots)' = \frac{d}{dr}$  ва

куйидаги чегаравий шартлар билан:

$$r = r_0 \rightarrow 0, \quad r = R, \quad \sigma = \tau_\varphi = \tau_z = 0 \quad (14)$$

Шундай қилиб, радиал ёриққа эга бўлган чексиз узун цилиндрда гармоник тўлқин тарқалишини ифодаловчи спектрал чегаравий масала (13), (14) шакллантирилди. Масала ортогонал прогонка ва Мюллер усулларини биргаликда қўллаш орқали комплекс арифметикада ечилади.

Кўп қатламли диссипатив механик конструкцияларнинг мажбурий тебранишларини ифодаловчи тенгламалар вариацион усулда олинди. Бундай ҳолатда оператор кўринишдаги ҳаракат дифференциал тенгламалари куйидагича бўлади:

$$L_A \vec{u}'' - \int_{-\infty}^t L_A(\tau) R_{LE}(t - \tau) d\tau + L_B \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \vec{q}. \quad (15)$$

Бу ерда  $\vec{u}$ - кўчиш вектори;  $\vec{q}$ - ташқи динамик ва статик кучни ҳисобга олувчи вектор,  $L_A, L_B$  - мусбат аниқланган квадрат матрицали дифференциал оператор бўлиб, блок тузилишга эга;  $R_{LE}(t - \tau)$  - квадрат матрица бўлиб, механик системанинг ҳар бир элементини реологик хусусиятини аниқлаб беради ( $L_A, L_B$  -нинг ўлчами билан бир хил). Ҳар бир блок уч диагоналли матрицани ифода қилади. Бу тенглама учун куйидагича чегаравий шарт берилган:

$$l_\Gamma \vec{u} = \vec{p}_\Gamma, \quad (16)$$

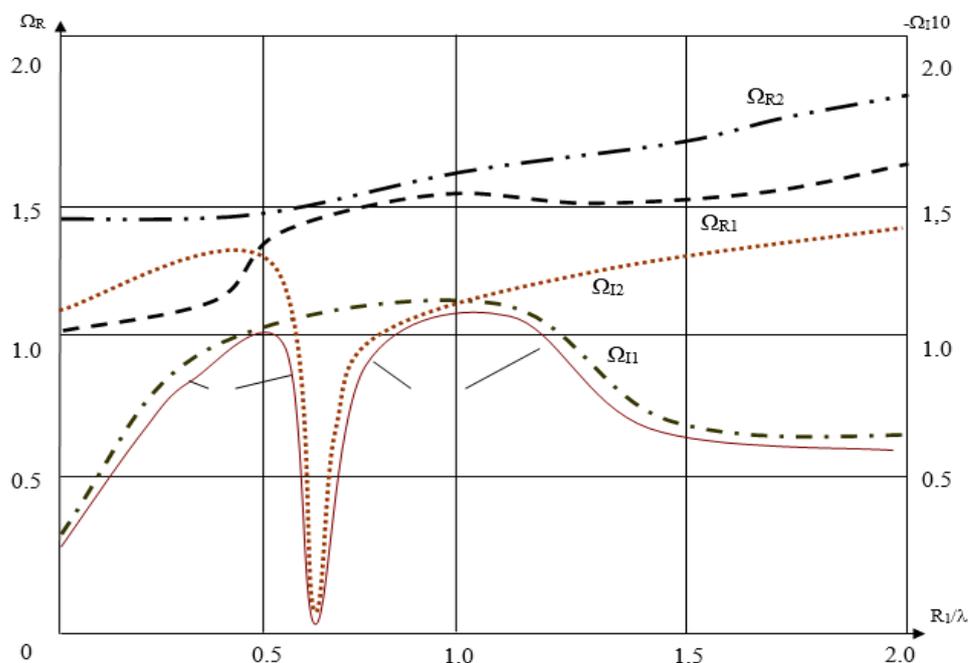
бунда  $l_\Gamma$  - чегаравий шартни ҳисобга олувчи оператор бўлиб, механик система учун вариацион принцип асосида гармоник куч таъсири остида механик системанинг  $-\infty < t < \infty$  ораликда амплитуда ва частота характеристикалари ўрганилади. Асосан, кўчиш ва кучланишлар амплитудасининг резонанс соҳасида камайтириш масалалари қаралади. Жараёни турғун (ёки установавчи) тебранишлари ўрганилади. Бу мажбурий тебраниш масалалари юқорида келтирилган ортогонал прогонка, Мюллер ва Гаусс усуллари ёрдамида ечилади. Ўрганилаётган механик система куйидаги бир жинсли бўлмаган тенгламалар системасига олиб келинади:

$$(L_A(\omega_j) - \omega_j^2 L_B) \vec{A}_u = \vec{Q}_A, \quad (17)$$

бунда  $\omega_j$ - ташқи гармоник куч частотаси,  $\vec{A}_u$ - кўчиш (ёки кучланиш) амплитудаси бўлиб, комплекс катталиқ.  $\vec{Q}_A$ - ташқи гармоник ёки титроқсимон (вибрацион) куч амплитудаси. Бу (17) бир жинсли бўлмаган тенгламалар системаси ечимининг мавжуд бўлиши Кронекер-Кепелли теоремасига асосан топилади.

Шундай қилиб, бу бўлимда масалаларнинг қўйилиши, ечиш методикаси, алгоритми ва асосий муносабатлари келтирилди.

Диссертациянинг «Узун цилиндрик диссипатив бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган механик системаларда тўлқин тарқалиши хусусиятлари» деб номланган учинчи бобида узун икки ва уч қатламли (диссипатив бир жинсли бўлмаган) ҳамда қовушқоқ суяқликли цилиндрик (диссипатив бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган) жисмларда хос тўлқинларнинг тарқалиши масаласи ечилган. Масала цилиндрик координаталар  $(r, \theta, z)$  системасида ечилади. Диссипатив бир жинсли бўлмаган уч қатламли цилиндрик жисм учун ҳаракат дифференциал тенгламаси Ламе тенгламаси орқали олинган ва масала кўчиш потенциаллари ёрдамида ечилади. Ечим комплекс аргументли Бессел ва Ханкел функциялари орқали ифода қилинади. Диссипатив бир жинсли бўлмаган жисмлар учун Трояновский И.Е. томонидан топилган самаранинг янги қирралари топилди. Спектрал масала ортогонал прогонка ва Мюллер усуллари асосида комплекс арифметикада яратилган методика ва алгоритм дастур ёрдамида ечилди.



2-расм. Комплекс частотанинг ҳақиқий  $\Omega_R$  ва мавҳум қисмини  $\Omega_I$  тўлқин сонига боғлиқ ўзгариши. (диссипатив бир жинслимас система).

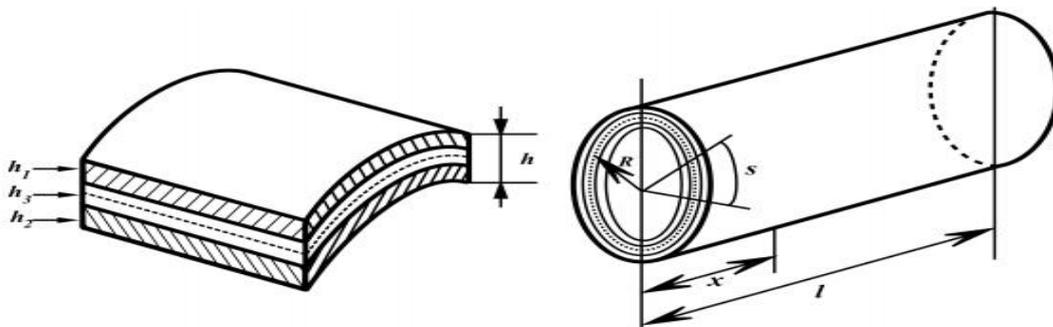
Диссертация ишида уч қатламли суяқликсиз диссипатив бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган цилиндрик жисмда тўлқин тарқалиши масаласи кўрилди. У ҳолда чегаравий шартлар (4) ва (5) (ички ва ташқи чегаралари

юкланишдан озод қилинган, икки қатлам чегарасида қаттиқ маҳкамланганлик шарти) дан фойдаланиб, 18 номаълумли комплекс коэффицентли алгебраик тенгламалар системасини оламиз:

$$[C]\{q\} = \{0\}. \quad (18)$$

Бир жинсли тенгламалар системаси нотривиаль ечимга эга бўлиши учун тенгламалар системасининг асосий аниқловчиси нолга тенг бўлиши керак  $[C] = 0$ , элементлари  $C_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, 18$ ;  $j = 1, 2, \dots, 18$ ) Бессел функцияси (махсус функция)нинг 1-ва 2-жинси ҳамда  $n$ -тартиби билан ифодаланади. Юқорида келтирилган аниқловчининг тартиби 18 га тенг. Бу аниқловчини кўпхад сифатида ёзилганда  $\omega$  комплекс параметрнинг трансцендент тенгламасидан иборат бўлади. Бу тенгламани махсус ишлаб чиқилган алгоритм (Гаусс, Мюллер ва матрицани аниқловчисини ҳисоблаш усуллари) ва дастур ёрдамида ечилади. Ҳисоблашлар 2-расмларда комплекс частотанинг ҳақиқий ва мавҳум қисмини тўлқин сонига боғлиқ ўзгариши келтирилган ( $h/b=0,1$ ). Диссипатив бир жинсли бўлмаган механик системалар учун олинган сўниш коэффицентининг тўлқин сонига боғлиқ ўзгариши номонотон функциялар (частоталар ёки фаза тезлигини ҳақиқий қисмларини максимал яқинлашган қийматларда) орқали ифодаланиши ўз тасдиғини топди. Бу самаранинг янги қирралари очилди. Диссипатив бир жинсли бўлмаган механик системада сўнишнинг глобал тезлиги коэффицентини ролида биринчи, иккинчи ва учинчи частоталарнинг мавҳум қисмлари қатнашди. Бу эса механик системанинг диссипативлик хоссаларини оптималлаштиришга имкон яратади.

Сонли таҳлил шуни кўрсатадики, фаза тезлигини критик қиймати суюқлик қовушқоқлиги  $\eta$ -га боғлиқлиги 2-3%, лекин қобик қовушқоқлигининг таъсири сезиларли бўлар экан (критик қиймат 10% гача камайиши мумкин). Суюқлик қовушқоқлиги ошиб бориши билан Пуассон коэффицентининг таъсири камайиб борар экан. Олинган натижалар таҳлилидан келиб чиқадики, қовушқоқ суюқликли цилиндрик қобикнинг тебранишларини стерженли назария ёрдамида ўрганиш катта хатоликларга олиб келар экан.



3-расм. Ҳисоб схемаси. Уч қатламли конструкция.  
 $h_1$ - биринчи қатлам,  $h_2$ -иккинчи қатлам 3- тўлдирувчи (заполнитель).

Кейинги масалада қовушқоқ-эластик материалдан ясалган уч қатламли цилиндрлик қобикнинг ички динамик босим таъсиридаги динамик кучланганлик ҳолати кўрилган (3-расм).

Цилиндрнинг  $x=0$ , ва  $x=l$  чегарасида қуйидаги чегаравий шартлар кўйилган:  $w = \partial u / \partial x = \partial^2 u / \partial x^2 = \mathcal{G} = 0$ .

Худди шунга ўхшаш шарт тўлдирувчи (заполнитель) ва  $u$  билан контактда бўлган қобикларга ҳам кўйилади:  $u_r = u_\varphi = \sigma_x = \sigma_r = 0$  ( $x = 0, x = l$ ).

Мисол тариқасида цилиндрлик қобикда жойлаштирилган ярим цилиндрга ташқи ёки ички титроқсимон босим таъсиридаги динамик кучланганлик ҳолати, яъни резонанс соҳасининг параметрлар ёки қовушқоқликка боғлиқ ўзгаришини кўрамиз. У ҳолда

$$\begin{aligned} \sigma_{rx} = -q_1, \sigma_{r\varphi} = -q_2, \sigma_{rr} = -q_3, u_x = u, u_\varphi = \mathcal{G}, u_r = w \quad (r = b), \\ \sigma_{rx} = \sigma_{r\varphi} = 0, \sigma_{rr} = Q(t) \quad (r = a). \end{aligned} \quad (19)$$

Бу конструкциянинг ҳаракат тенгламаси Ламенинг цилиндрлик координаталар системасидаги тенгламаларини қаноатлантиради ва кўчиш потенциалларида ечилади.

Шундай қилиб, учинчи бобда фазовий диссипатив бир жинсли бўлмаган уч қатламли цилиндрлик жисмнинг эркин ва мажбурий тебранишлари масаласи ечилди.

Диссертациянинг «Ўзгарувчан қалинликдаги қовушқоқ эластик пластинкада хос тўлқинлар тарқалишини математик моделлаштириш» деб номланган тўртинчи бобида қалинлиги ўзгарувчи бўлган қовушқоқ эластик пластинкада гармоник тўлқин тарқалиш масаласи ечилган. Эластиклик назариясининг уч ўлчовли кўйилишда мумкин бўлган кўчиш принципи асосида вариацион тенглама олинди (Кирхгоф – Ляв гипотезаси чегарасида). Агар бу тенгламадаги ўрта сиртда нормал бўйича айланиш инерциясини ҳисобга олувчи ҳадни ташлаб юборсак, у ҳолда баъзи бир алмаштиришлардан сўнг қуйидаги хусусий ҳосилалар комплекс коэффицентли дифференциал тенгламалар системасини оламиз:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} = y_2, \quad \frac{\partial y_2}{\partial x_1} = -\frac{6(1-\nu)}{h^3} y_3 - \nu \frac{\partial^2 y_1}{\partial x_2^2}, \quad \frac{\partial y_3}{\partial x_1} = y_4 + \frac{h^3}{3} \frac{\partial y_2}{\partial x_2}, \\ \frac{\partial y_4}{\partial x_1} = -\nu \frac{\partial^2 y_3}{\partial x_2^2} + \frac{(1+\nu)h^3}{6} \frac{\partial^4 y_1}{\partial x_2^4} + \frac{h}{c_s^2 \Gamma_k} \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{бунда} \quad y_1 = W, \quad y_2 = \varphi_l, \quad y_3 = \frac{2(1+\nu)M_{11}}{E}, \quad y_4 = \frac{2(1+\nu)}{E} Q_1,$$

$$\Gamma_k = 1 - \Gamma^C(\omega_R) - i\Gamma^S(\omega_R),$$

$$C_s^2 = \frac{E}{2(1+\nu)\rho}, \quad Q_1 = \frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} + 2 \frac{\partial M_{12}}{\partial x_2}.$$

$W$  – пластинка ўрта текисликни салқилиги,  $M_{11}$  – эгувчи момент,  $M_{12}$  – буровчи момент,  $h$  – пластинканинг қалинлиги. (20) дифференциал тенгламалар

системасининг ечимлари орасидан  $x_2$  ўқ бўйича гармоник қонун билан тарқаладиган тўлқинларни ифодаловчи ечимларни оламиз:

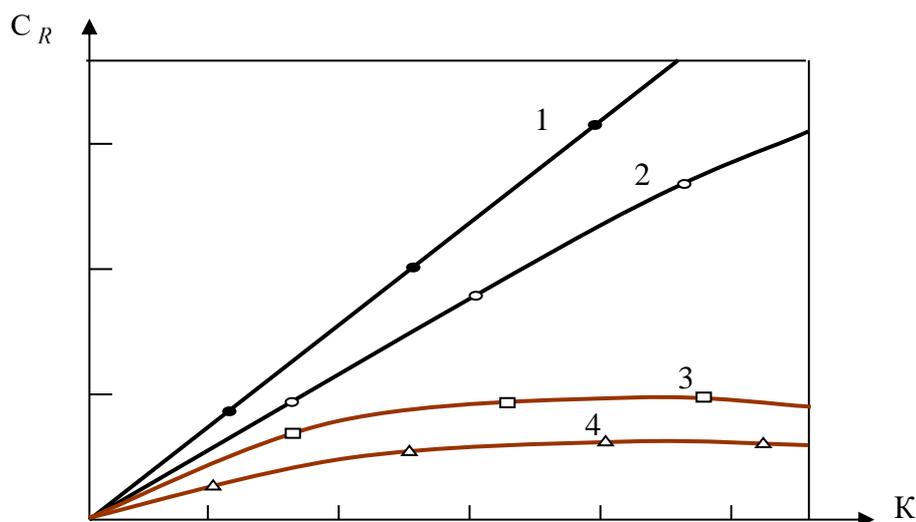
$$y_i = z_i(x_1) e^{i(\kappa x_2 - \omega t)}. \quad (21)$$

Агар (21) ни (20) хусусий ҳосилали комплекс коэффициентли дифференциал тенгламалар системасига қўйсақ, биринчи тартибли ҳосилалари билан топилган қуйидаги оддий дифференциал тенгламалар системасинини оламиз:

$$\begin{aligned} z_1' &= z_2, \quad z_2' = -\frac{6(1-\nu)}{h^3} z_3 + \nu \kappa^2 z_1, \quad z_3' = z_4 - \frac{h^3 \Gamma_k}{3} \kappa^2 z_2, \\ z_4' &= \nu \kappa^2 z_3 + \frac{(1+\nu)h}{6} \kappa^4 z_1 - h \left( \frac{\omega}{C_s} \right)^2 \Gamma_k z_1. \end{aligned} \quad (22)$$

Чегаравий шартларни қуйидагича ёзиш мумкин:

- а) пластинканинг чап чегараси эркин:  $z_3(0) = z_4(0) = 0$ ;
- б) пластинканинг ўнг чегараси эркин:  $z_3(l_1) = z_4(l_1) = 0$ ;
- в) пластинканинг ўнг чегараси маҳкамланган:  $z_1(l_1) = z_2(l_1) = 0$ .



4-расм. Дисперсия эгри чизиғи биринчи модасининг тўлқин сонига боғлиқ ўзгариши (I.  $h_1/h_2=0,1$ ; II.  $h_1/h_2=0,05$ ; III.  $h_1/h_2=0,001$ ; IV.  $h_1/h_2=0,0001$ ).

Ўзгарувчан қатламли қовушқоқ эластик пластинкада Тимошенко гипотезаси ўринли бўлганда ҳам тўлқин тарқалиш жараёнини ўрганишга имкон яратувчи оддий дифференциал тенгламалар системаси ишлаб чиқилди:

$$\begin{aligned}
z_1' &= z_2 + \frac{z_n}{\chi h}, & z_2' &= -\nu \kappa \kappa_3 - \frac{6(1-\nu)}{3} z_5, & z_3' &= \kappa z_2 - \frac{12}{h^3} z_6, \\
z_4' &= \chi h \kappa z_3 + \kappa^2 \left( \chi h - \frac{hc^2}{\Gamma_n} \right) z_1, & z_5 &= -\kappa z_6 + z_4 + \frac{h^3}{12\Gamma_n} \omega^2 z_2, \\
z_6' &= -\chi h \kappa z_1 - \left[ \chi h + \frac{\kappa^2 h^3}{12\Gamma_n} \left( 2(1+\nu) - \frac{c^2}{\Gamma_n} \right) \right] z_3 + \nu \kappa z_5.
\end{aligned} \tag{23}$$

Чегаравий шартларни куйидагича ёзиш мумкин:

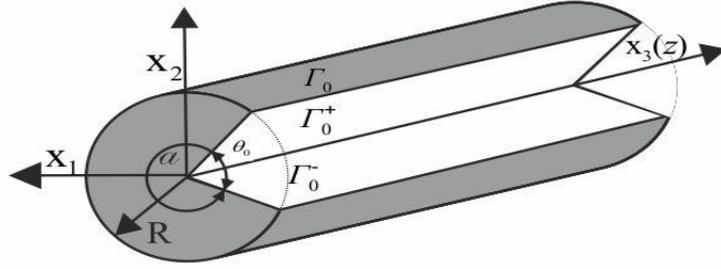
- а) пластинканинг чап чегараси эркин:  $z_4(0)=z_5(0)=z_6(0)=0$ ;
- б) пластинканинг ўнг чегараси эркин:  $z_4(l)=z_5(l)=z_6(l)=0$ ;
- в) пластинканинг ўнг чегараси маҳкамланган:  $z_1(l)=z_2(l)=z_3(l)=0$ .

Шундай қилиб, пластинкада эгилиш тўлқинини ифодаловчи  $\omega$ -комплекс параметр ва унга мос келувчи тебранишлар формасини топиш учун спектраль чегаравий масала ишлаб чиқилди. (22) ва (23) оддий дифференциал тенгламалар системаси ва чегаравий шартлар биргаликда Годуновнинг ортогонал прогонка ва Мюллер усуллари асосида комплекс арифметикада яратилган алгоритм асосида ечилди. Ҳисоблашларда уч параметрли Колтунов-Ржаницын релаксация ядросидан фойдаланилди:  $R(t) = Ae^{-\beta t} / t^{1-\alpha}$  ( $A = 0,048$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\alpha = 0,1$ ).

Пластинканинг қалинлиги (Кирхгоф–Ляв гипотезаси чегарасида) куйидаги конун билан ўзгарсин  $h(x_1) = h_0 x_1^p$ , ( $0 < x_1 \leq b$ ) бунда  $p$  параметр ҳисоблашларда куйидаги қийматларни қабул қилади: 1,5; 2; 2,5; 3. Кўриниб турибдики, ўзгарувчан қалинликдаги пластинкада тўлқин тарқалишининг фаза тезлиги тўлқин сони ортиб бориши билан чекли лимитга эга экан (III ва IV-чизиқлар), лекин пластинка ўзгармас қалинликда бўлса, фаза тезлиги лимитга эга бўлмас экан. Бундай натижалар Тимошенко гипотезаси ўринли бўлганда ҳам олинди. Сонли тажриба асосида комплекс фаза тезлигининг ҳақиқий қисмини  $K \rightarrow \infty$  да лимит қийматини ифодаси топилди:  $C_{Ro} = 2C_s \operatorname{tg} \frac{\varphi_o}{2}$ .

Бу хусусий ҳолда ( $C_{Ro} = C_s$ ) Гринченко В.Т. натижалари билан устма–уст тушади. Пона учидаги бурчак ( $\varphi_o$ ) нинг турли қийматлардаги фаза тезликларнинг ҳақиқий қисмини  $C_{Ro}$  нисбатини  $\varphi_o$ -бурчакка боғлиқ бўлмаслиги топилди. Фаза тезликларнинг мавҳум қисми ҳақида бундай деб бўлмайди. Пластинка қалинлигини характерловчи  $p$  параметрга ҳам баҳо берилди. Ўзгарувчан қалинликдаги пластинканинг ўткир қирраси атрофида ҳаракатнинг йиғилиши топилди.

Диссертациянинг «Радиал ёрикли қовушқоқ–эластик чексиз узун цилиндрда хос тўлқинларнинг тарқалиши» деб номланган бешинчи бобида радиал ёрикли қовушқоқ–эластик цилиндрда тўлқин тарқалиши масаласи ўрганилди.



5-расм. Ҳисоб схемаси

Қовушқоқ-эластиклик назариясининг асосий тенгламаси (цилиндрик координатлар системасида) куйидагича бўлади:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u_r}{\partial r} &= \frac{1}{K} \sigma_{rr} - \frac{\lambda}{K} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right); \quad \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \sigma_{r\varphi} - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - u_\varphi \right); \\
 \frac{\partial u_z}{\partial r} &= \frac{1}{\mu} \sigma_{rz} - \frac{\partial u_r}{\partial z}; \quad \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} - \frac{\tilde{A}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} - \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z}; \\
 \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} &= \rho \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} [\sigma_{rr} - \tilde{A}] - \frac{2\sigma_{r\varphi}}{r} - \frac{\partial \tilde{B}}{\partial z}; \\
 \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} &= \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \sigma_{rr} - 2\mu \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] - \frac{\sigma_{rz}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \varphi}.
 \end{aligned} \tag{24}$$

Бунда  $\sigma_{ik}$  - кучланишлар тензори,  $\rho$  - зичлик,  $(u_r, u_\varphi, u_z)$  – кўчиш компоненталари,  $\tilde{A} = 2\tilde{\mu} \left[ \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + u_r \right) \right]$ ,  $K = \bar{\lambda} + 2\bar{\mu}$ .

Чегаравий шартлар куйидагича берилади:

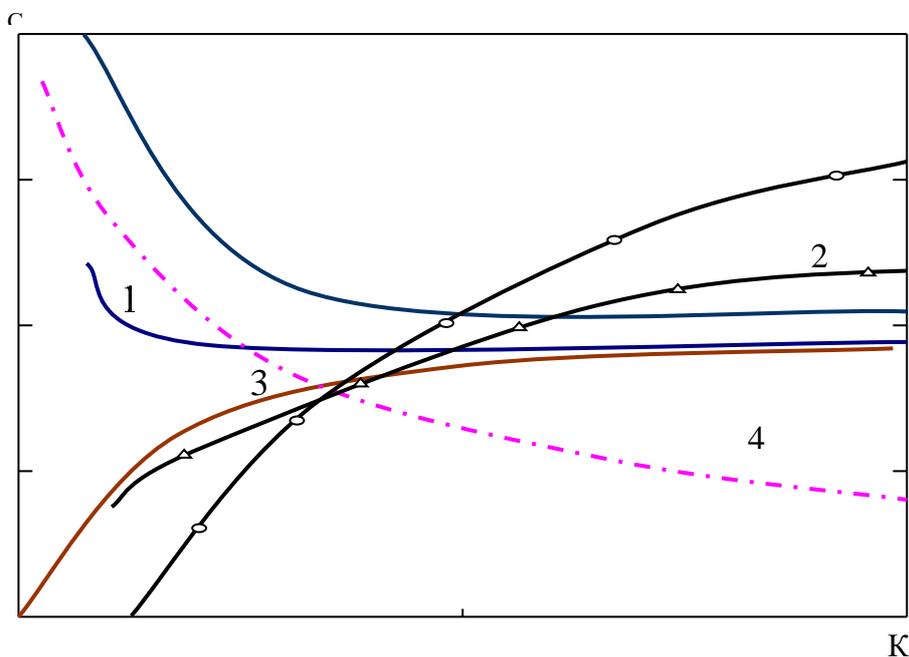
$$r = r_0 \rightarrow 0, r = R, \sigma_{rz} = \sigma_{rr} = \sigma_{r\varphi} = 0, \varphi = 0, \varphi = 2\pi, u_\varphi = 0, \sigma_{\varphi z} = \sigma_{\varphi r} = 0. \tag{25}$$

Бу масаланинг ечимини куйидаги кўринишда излаймиз (яъни  $x_2$  ўк бўйича тўлқин тарқалади):

$$\begin{aligned}
 u_r &= w(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(kx_2 - \omega t)}, \quad u_\varphi = v(r) \sin \frac{\varphi}{2} e^{i(kx_2 - \omega t)}, \\
 u_z &= u(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(kx_2 - \omega t)}, \quad \sigma_{rr} = \sigma(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(kx_2 - \omega t)}, \\
 \sigma_{r\varphi} &= \tau_\varphi(r) \sin \frac{\varphi}{2} e^{i(kx_2 - \omega t)}, \quad \sigma_{rz} = \tau_z(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(kx_2 - \omega t)}.
 \end{aligned} \tag{26}$$

Агар (26) ечимни (24) хусусий ҳосилали комплекс коэффицентли дифференциал тенгламага қўйсақ, у ҳолда оддий биринчи тартибли комплекс ўзгарувчан коэффицентли дифференциал тенгламалар системасини оламиз. Олинган дифференциал тенгламалар системаси ҳам Годуновнинг ортогонал прогонка ва Мюллер усуллари асосида комплекс арифметикада яратилган алгоритм асосида сонли ечилди. Ўлчамсиз катталиклар шундай танланганки,

$C_s$ , зичлик  $\rho$  ва радиус  $R$  бирлик қийматларни қабул қилади. Ҳисоблашларда уч параметрли Колтунов-Ржаницын релаксация ядросидан фойдаланилди  $R(t) = Ae^{-\beta t} / t^{1-\alpha}$  ( $A=0,048$ ;  $\beta=0,05$ ;  $\alpha=0,1$ ).



6-расм. Фаза тезлигининг ҳақиқий ва мавҳум қисмларни тўлқин сонига нисбатан ўзгариши (1-ёриқли цилиндрда фаза тезлигининг ҳақиқий қисмини ўзгариши; 2- ёриқли цилиндрда фаза тезлигининг мавҳум қисмини ўзгариши; 3- ёриқсиз цилиндрда фаза тезлигининг ҳақиқий қисмини ўзгариши; 4- ёриқсиз цилиндрда фаза тезлигининг мавҳум қисмини ўзгариши).

Ёриғи бўлган ва бўлмаган цилиндр учун дисперсион муносабатлар 6-расмда тасвирланган. Кўриниб турибдики, ёриқсиз қовушқоқ-эластик цилиндрда фаза тезлиги координаталар бошидан бошланиб, тўлқин сонининг катта қийматларида Релей тўлқини тезлигига яқинлашиб борар экан (Похгомер ва Кри тенгламасидан олинган). Ёриқли қовушқоқ эластик цилиндрда фаза тезлиги (1 ва 2 модалар) фаза тезлиги биринчи модасининг реал қисми мавжуд эмас ва кейинчалик тўлқин сонининг ошиб бориши билан Релей тўлқини тезлигига яқинлашиб борар экан. Фаза тезлигининг мавҳум қисми тўлқин сони нолга интилганда чекли қиймати мавжуд бўлар экан.

Ёриқли цилиндрнинг сиртида ҳаракат тўпланиши (тебранишлар формаси) ва  $R \rightarrow \infty$  тебранишлар формаси лимитга эга бўлмаслиги асослаб берилган. Худди шундай натижалар пона кўринишдаги цилиндр бўлаги учун ҳам олинди, Кирхгоф-Ляв ва Тимошенко гипотезалари асосида олинган натижалар билан солиштирилди. Бу гипотезаларни қўллаш оралиқлари топилди.

Диссертациянинг «Қовушқоқ-эластик чексиз узун ўзгарувчан қалинликли цилиндрик қобик (панел) да тўлқин тарқалиши» деб номланган олтинчи бобида хос тўлқинларни қовушқоқ эластик ўзгарувчан қатламли

цилиндрик панелда тарқалиши масаласининг қўйилиши, ечиш алгоритми ва сонли натижалари келтирилган. Ўзгарувчан қалинликдаги цилиндрик панелнинг ҳаракат тенгламаси ҳам ортогонал координаталар системаси  $(\alpha_1, \alpha_2, z)$  да  $(z=0$  қобик қуйидаги соҳани эгаллайди  $-\infty < \alpha_1 < +\infty$ ,  $0 < \alpha_2 < l$ ,  $-\frac{h}{2} < z < \frac{h}{2}$ ) мумкин бўлган кўчишлар принципи асосида

(Кирхгоф–Ляв ва Тимошенко гипотезалари рамкасида) олинди:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \alpha_2} &= \frac{S}{A} - \frac{\partial \vartheta}{\partial \alpha_1}, \quad \frac{\partial \vartheta}{\partial \alpha_2} = \frac{T_2}{C} - \nu \frac{\partial u}{\partial \alpha_1} - k_2 w, \\ \frac{\partial w}{\partial \alpha_2} &= -\theta_2 + k_2 \vartheta, \quad \frac{\partial \theta_2}{\partial \alpha_2} = \frac{M_2}{D} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha_1^2}, \quad Q_1 = \frac{\partial M_1}{\partial \alpha_1}; Q_2 = \frac{\partial M_2}{\partial \alpha_2} + 2 \frac{\partial N}{\partial \alpha_1} \quad (27) \\ \frac{\partial S}{\partial \alpha_2} &= \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \tilde{C} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha_1^2} - \nu \frac{\partial T_2}{\partial \alpha_1}, \quad \frac{\partial T_2}{\partial \alpha_2} = \rho h \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} - \frac{\partial S}{\partial \alpha_1} - k_2 Q_2, \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \alpha_2} &= \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \tilde{D} \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha_1^4} - \nu \frac{\partial^2 M_2}{\partial \alpha_1^2} + k_2 T_2, \quad \frac{\partial M_2}{\partial \alpha_2} = Q_2 - 2B \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \alpha_1^2}. \end{aligned}$$

$$\text{Бунда, } \tilde{c} = \frac{\tilde{E}h}{1-\nu^2}, \quad \tilde{D} = \frac{\tilde{E}h^3}{12(1-\nu^2)}, \quad A = \tilde{c} \frac{1-\nu}{2}, \quad B = \tilde{D}(1-\nu) = \frac{\tilde{E}h^3}{12(1+\nu)}.$$

$T_1, T_2, S, M_1, M_2, N$  – зўриқиш ва моментлар;  $u, v, w$  – ўрта сиртнинг кўчиш компоненталари;  $\theta_1, \theta_2$  – координата  $\alpha_1$  ва  $\alpha_2$  ўқларга нисбатан нормал бўйича буралиш бурчаги. Ўрта сиртнинг эгрилик радиуси ( $z=0$ ) мос равишда

$\alpha_1$  ва  $\alpha_2$  координаталар бўйича  $k_1 = 0, k_2 = \frac{1}{R}$ .  $\alpha_2=0, \alpha_2=l$  эркин чегара бўлса,

$M_2 = 0, S = 0, T_2 = 0, Q_2 = 0$  ёки қаттиқ маҳкамланган бўлса,  $u=0, \vartheta=0, w=0, Q_2 = 0$  бўлади. Хусусий ҳосилали дифференциал тенглама (27) ва чегаравий шартнинг ечими ҳам (26) кўринишида изланади, натижада  $\omega$ -комплекс параметр ва тебранишлар формасини топиш учун саккизта оддий дифференциал тенгламалардан ташкил топган қуйидаги системани оламиз:

$$\begin{aligned} z_1' &= z_5/A + k_2 z_2; \quad z_2' = z_6/C + \nu k_2 z_1 - k_2 z_3 \\ z_3' &= -z_4 + k_2 z_2; \quad z_4' = z_8/D + \nu k_2^2 z_3 \\ z_5' &= h(EK^2 - \rho\omega^2)z_1 + \nu h^2 z_6; \quad z_6' = -h\rho\omega^2 z_2 - k_2 z_5 - k_2 z_7; \\ z_7' &= -h\rho\omega^2 z_3 + \tilde{E}/12h^3 k^4 z_3 + \nu k^2 z_8 + k_2 z_6; \quad z_8' = z_7 + G/3h^3 k^2 z_4; \\ z_5 &= z_6 = z_7 = z_8 = 0; \alpha_2 = 0, l. \end{aligned} \quad (28)$$

Баъзи бир мураккаб бўлмаган алмаштиришлардан сўнг комплекс коэффициентли оддий дифференциал тенгламалар системаси олинади. Олинган дифференциал тенгламалар системаси Годуновнинг ортогонал прогонка ва Мюллер усуллари асосида комплекс арифметикада яратилган алгоритм асосида сонли ечилди. Ҳисоблашларда қобикнинг қуйидаги ўлчамсиз параметрлардан ва уч параметрли Колтунов-Ржаницын релаксация ядросидан фойдаланилди:  $E = 1, \rho = 1, \nu = 0,25, G = 1,$

$A = 0,048$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\alpha = 0,1$ . Фаза тезлиги ва тебранишлар формасининг ҳақиқий ва мавҳум қисмларини тўлқин сони, эгрилик радиуси ва бошқа физик (ёки геометрик) параметрларга боғлиқ ўзгариши таҳлил қилинди.

## ХУЛОСА

1. Қовушқоқ-эластик узун пластинкасимон ва қобиксимон (қовушқоқ суюқликли ва суюқликсиз) диссипатив (бир жинсли бўлмаган) механик системаларда хос тўлқинлар тарқалиши масалаларининг ечиш услулари ва алгоритми ишлаб чиқилди.

2. Диссипативлик хусусиятига эга бўлган узун пластинкасимон ва цилиндрик қовушқоқ-эластик механик системаларда тўлқин тарқалиши тезлигини характерловчи, фаза тезлигининг бутун система бўйича сўнишини ифодаловчи глобал фаза тезлиги коэффициенти (СГФТ) параметри киритилди.

Бир жинсли бўлмаган механик системалар СГФТ ролида биринчи ва иккинчи фаза тезликларнинг мавҳум қисмлари олинади. «Ролларнинг алмашиши» тўлқин сонининг шундай характерли нуқтасига мос келадики, бу нуқтада биринчи, иккинчи, учинчи фаза тезлигининг ҳақиқий қисмлари максимал яқин бўлади. СГФТ бу нуқтада ўзининг энг катта (ёки энг кичик) қийматини қабул қилади, яъни системадаги тўлқиннинг сўниш энергияси диссипациясини бу нуқтада интенсив бўлиши аниқланди.

3. Ўзгарувчан қалинликдаги (пона кўринишдаги) пластинка (Кирхгоф – Ляв ва Тимошенко гипотезалари чегарасида) фаза тезлигининг ҳақиқий ва мавҳум қисмлари тўлқин сони ортиб бориши билан ўзгармас лимитга эга бўлиши аниқланди.

4. Пона кўринишдаги пластинка фаза тезлиги биринчи модасининг ҳақиқий ва мавҳум қисмларини тўлқин сонига нисбатан ўзгаришида Пуассон коэффицентининг таъсири 5 % дан ошмаслиги аниқланди.

5. Пона кўринишдаги эластик (реологик хусусиятларни ифодаловчи ядро нолга тенг) пластинкаларнинг кичик бурчакларида, ўткир қирра бўйича дисперсияга учрамайдиган ва узунлиги пластинка кенглиги (эни) дан ошиб кетмайдиган тўлқин мавжуд бўлиши аниқланди.

6. Ёриқли қовушқоқ-эластик цилиндрда тўлқин сони нолга интилганда фаза тезлиги биринчи модасининг реал қисми мавжуд эмаслиги ва кейинчалик тўлқин сони ошиб бориши билан Релей тўлқини тезлигига яқинлашиши, мавҳум қисми эса чекли қийматли бўлиши ҳамда цилиндр ўқининг яқин атрофида фаза тезлиги ҳақиқий қисмига эга бўлган ва шу ўқ атрофида йиғиладиган тўлқинлар мавжуд эмаслиги аниқланди.

7. Ўзгарувчан қалинликдаги пластинкада тўлқин тарқалиши масаласини ечганда Кирхгоф – Ляв ва Тимошенко гипотезалари асосида ҳамда динамик қовушқоқ-эластиклик назариясидан фойдаланиб олинган натижалар пона учигада бурчак 28° гача бўлганда 6% гача фарқ бўлиши аниқланди.

8. Қалинлиги ўзгарувчи қовушқоқ-эластик цилиндрик панелда тарқалаётган тўлқин фаза тезлиги лимит қийматга эга бўлиши, қисқа тўлқинли

соҳада панелда ҳаракатнинг йиғилиши эгрилик радиуси ҳамда тўлқин сонига боғлиқ бўлиши қонунияти аниқланди.

**9.** Бино ва иншоотларни лойиҳалашда фундамент жойлашган қаттиқ катламнинг қалинлик бўйича ўзгарувчан бўладиган конструкцияларда тарқаладиган сейсмик тўлқинларнинг кинематик параметрлари ва коэффициентларини ҳисоблашда диссертацияда тақдим қилинган ҳисоблаш усулларидадан фойдаланилди. Ишлаб чиқилган методика ва алгоритм асосида кичик частотали тўлқинли соҳада параметрларни танлаш ҳисобидан титрашларнинг резонанс ҳолатини 18% гача камайтирилишига эришилди.

**РАЗОВЫЙ НАУЧНЫЙ СОВЕТ ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ  
СТЕПЕНЕЙ НА ОСНОВЕ НАУЧНОГО СОВЕТА  
PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 ПРИ БУХАРСКОМ ИНЖЕНЕРНО-  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ**

---

**БУХАРСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

**БОЛТАЕВ ЗАФАР ИХТИЁРОВИЧ**

**ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В ПРОТЯЖЕННЫХ  
ПЛАСТИНЧАТЫХ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВЯЗКОУПРУГИХ ТЕЛАХ  
С ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНОЙ**

**01.02.04 – Механика деформируемого твёрдого тела**

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК (DSc)**

**Бухара-2021**

Тема диссертации доктора физико-математических наук (DSc) зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за B2018.2.DS/FM119.

Диссертация выполнена в Бухарском инженерно - технологическом институте.  
Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета ([bmti\\_info@edu.uz](mailto:bmti_info@edu.uz)) и Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» ([www.ziyounet.uz](http://www.ziyounet.uz))

**Научный консультант:** Сафаров Исмоил Иброхимович  
доктор физико-математических наук, профессор

**Официальные оппоненты:** Мардонов Ботир Мардонович  
доктор физико-математических наук, профессор

Мавлонов Тулкин Мавлонович  
доктор технических наук, профессор

Кудайкулов Анарбай Кудайкулович  
доктор физико-математических наук, профессор  
академик НАН РК

**Ведущая организация:** Наманганский инженерно-строительный институт

Защита диссертации состоится «26» ноября 2021 г. в «15:00» часов на заседании разового научного совета на основе научного совета PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 при Бухарском инженерно-технологическом институте по адресу: Бухарская область, 200100, г.Бухара, ул. К. Мургазаева, 15. Тел.: (+99865) 223-78-84; факс: (+99865) 223-79-72, e-mail: [bmti\\_info@edu.uz](mailto:bmti_info@edu.uz).

Диссертация зарегистрирована в Информационно-ресурсном центре Бухарского инженерно-технологического института за № 343, с которой можно ознакомиться в ИРЦ (Адрес: 200100, Бухарская область, г. Бухара, ул. К. Мургазаева, 15. Тел.: (+99865) 223-78-84).

Автореферат диссертации разослан «13» ноября 2021 года.  
(протокол рассылки № 1 от 30 октября 2021 г.)



**М.Х. Тешаев**  
Председатель разового Научного совета  
по присуждению ученых степеней,  
д. ф.-м.н. (DSc)

**Н.Н. Садуллаев**  
Ученый секретарь разового Научного  
совета по присуждению ученых  
степеней, д.т.н., профессор

**М.З. Шарипов**  
Председатель Научного семинара при  
разовом Научном совете по  
присуждению ученых степеней, д.ф.-  
м.н. (DSc)

## **ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора наук (DSc))**

**Актуальность и востребованность темы диссертации.** В мире одной из наиболее важных проблем является достижение быстрого роста производства за счет создания нового поколения усовершенствованных машин и оборудования, которые являются надежными и конкурентоспособными в технике, строительстве сооружений, поиске нефти и полезных ископаемых. В связи с этим, для предотвращения резонансного явления, возникающего при воздействии динамических нагрузок на многие детали современных машин и аппаратов, при создании конструкций нового поколения, для обеспечения того, чтобы возникающие напряжения и деформации не превышали допустимых пределов, знание процесса распространения волн в них, оптимизация конструктивных решений занимает особое место. В этом отношении во многих зарубежных странах, включая Россию, США, Германию, Китай и других промышленно развитых странах, особое внимание уделяется разработке усовершенствованных математических моделей, эффективных вычислительных методов, проблеме целенаправленного управления энергией при распространении волн, с целью достижения повышения прочности и конкурентоспособности конструкций.

В мире авиастроения, судостроения, железнодорожного строительства особое значение имеет изучение динамического состояния конструкций, состоящих из элементов сложного поперечного сечения с диссипативными свойствами в пластинчатых и цилиндрических телах переменной толщины. В этой области, в том числе в геофизике, для определения эффективных методов определения типа продукта, её реологии, в зависимости от динамики волны, распространяющейся в трубопроводе, для поиска нефти и других запасов ископаемых, а также для разработки теории распространения волн в пластине и цилиндрической вязкоупругой оболочке переменной толщины, развития научной основы, разработки методов расчета проведение целенаправленных исследований в этих областях является одной из важных задач.

В настоящее время в Республике уделяется особое внимание повышению прочности и эффективности материалов, используемых в машиностроении, реализуются широкомасштабные мероприятия. В стратегиях Действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан на 2017-2021 годы, определены задачи, в том числе "...модернизация производства, техническое и технологическое обновление, производство..., ...поэтапное внедрение современных экономических и эффективных технологий...". В связи с этим, учитывая реологические свойства используемых материалов, развитие теории решения динамических задач, совершенствование научной базы, широкое внедрение общей методологии и алгоритма является одной из важных задач.

Данное диссертационное исследование в определенной степени служит выполнению задач, предусмотренных в Постановлениях Президента Республики Узбекистан от 30 июля 2020 № ПП-4794 «О мерах по коренному совершенствованию системы обеспечения сейсмической безопасности

населения и территории Республики Узбекистан»<sup>4</sup>, ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и научных исследований в области математики» и в других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере.

**Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики.** Данное исследование проведено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий Республики Узбекистан IV: «Математика, механика и информатика».

**Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации.**

Научные исследования по распространению волн в протяженных пластинчатых и цилиндрических вязкоупругих телах проводятся в ведущих научных центрах и высших учебных заведениях мира, в частности, таких как Oxford university (Англия); Evanston Northeastern University, Cornell university, Итака, штат Нью-Йорк; Texas university, Остин, Техас (США); Технологический университет, Канпур; Технический университет им. Р.Ганди, Бхопал, (Индия); Тегеранский университет, Тегеран, (Иран); Саратовский государственный университет, Томский политехнический университет, Санкт-Петербургский технический университет, Московский институт электронной техники, Пермский государственный университет, Московский государственный университет, Новосибирский филиал Академии наук, (Россия); Институт механики, (Армения); Институт гидромеханики Национальной академии наук Украины (УМФА), Институт механики им. С.П. Тимошенко УМФА, Киев, (Украина); Белорусский государственный университет, Минск, (Беларусь); физико-математический факультет Национальной академии наук Азербайджана, (Азербайджан); Казахско-Турецкий международный университет имени А. Яссави, Туркестан, (Казахстан); Католический университет Рио-де-Жанейро, (Бразилия); Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева АН РУз; Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства; Национальный университет Узбекистана и Бухарский инженерно-технологический институт (Узбекистан). Эти исследовательские центры сосредоточены в основном на проблеме распространения волн в эластических плоских и цилиндрических телах. При рассмотрении задачи распространения волн в цилиндрических оболочках с жидкостью принята идеальная жидкость. В последнее время в место цилиндрической оболочки стремятся исследовать процесс распространения волн в цилиндре определенной толщины. Для вязких жидкостей решение получено в специальных функциях, для наибольших и наименьших значений аргумента функции получены численные результаты. Задача распространения волн в многослойных (в основном в 2-х и 3-х слойных) кусочно-однородных механических системах исследована без учета диссипативных свойств. Уделено внимание к решению задач распространения гармонических волн в не цилиндрическим поперечным

---

<sup>4</sup> Постановление Президента Республики Узбекистан № ПП-4794 «О мерах по радикально улучшить систему сейсмической безопасности населения и территории Республики Узбекистан» от 30.07.2020.

сечением (пластинки и панели переменной толщины). Получены и некоторые численные результаты при дифференциальной постановке таких задач. Такие исследования проводятся, в основном, теоретические и экспериментальные в: США (New York university, Бронкс, штат Нью-Йорк, Kalifornia technologi university, Пасадена, штат Калифорния), России (ЮжноУральский государственный университет, Челябинск, Московский институт электронного машиностроения, Московский государственный университет, факультет физики, Московский авиационный институт), Украине (институт механики им. С.П. Тимошенко, Киев), Китае (технологический университет Гербин), Болгарии (институт Механики и биомеханики, АН Болгарии).

Но, несмотря на это, существует ряд нерешенных вопросов при исследовании распространения волн в волноводах с переменным поперечным сечением, учитывающих реологические свойства материала, а также наличие различных трещин. Кроме того, не разработана научная основа распространения волн в диссипативно-неоднородных телах, состоящих из плоских параллельных слоев. Не решена проблема разработки методики и алгоритм изучения распространения волн в диссипативных неоднородных длинных телах, а также решения новых задач. В ряд таких проблем входят также: выбор ядра релаксации и его параметров, которые представляют вязкоупругие свойства волноводов, а также сравнение и применение различных существующих теорий (приближенных и точных), основанных на анализе дисперсионных соотношений, ввод и обоснование величины, представляющей затухание волны, создание единой методики и алгоритм, решающей поставленные задачи, изучение влияния геометрических параметров на различные моды фазовых скоростей.

**Степень изученности проблемы.** В мире проблемы распространения волн в длинных пластинчатых и цилиндрических вязкоупругих телах, контактирующих с окружающей средой, были изучены следующими известными зарубежными учеными<sup>5</sup>: Ильюшин А.А., Бреховских Л.В., Викторов И.А., Горшков А.Г., Волмир А.С., Генкин М.Д., Шемякин Е.И., Гузь А.Н., Гринченко В.Т., Комиссарова Г.Л., Нигуль Ю.К., Гоголадзе В.Г., Трояновский И.Е., Кийко И.А., Молотков Л.А., Новичков Ю.И., Петрашень

---

<sup>5</sup>Ewing W. M., Jardetzku W. S., Press F. Elastic Waves in Layered Media, McGraw – Hill, New York, 1962. Achenbach J.D., Keshava S.P., Herrmann G. Moving land plate resting on an elastic half space. – Trans. ASME. Ser. E, J. Appl. Mech, 1967, V.34.#4, p.910-914. Selmane A., Lakis A.A. Vibration analysis of anisotropic open cylindrical shells subjected to a flowing fluid // J. Fluids Struct. 1997. Vol. 11. P. 111–134. Болотин В. В., Новиков Ю. Н. Механика многослойных конструкций. — М.: Машиностроение, 1980. — 375с. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах.— К.: Наук. думка, 1981.— 283 с. Купрадзе В.Д., Гечегия Т.Г., Башелейшвили М.О и др. Трехмерные задачи математической теории упругости и термоупругости. —М.: наука, 1976. -664с. Ильгамов М.А. Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. М.: Наука, 1969.-184с. Мартинчек Г. Динамическая вязкоупругость в техническом применении/ Успехи механики , том 6, вып. 3/4, 1-28с. Sorokin S.V. Fluid-Structure Interaction and Structural Acoustics. Book of Lecture Notes. – Technical University of Denmark, 1997. – 188 p. Микер Т., Мейтцлер А. Волноводное распространение в протяженных цилиндрах и пластинках. – Физ. Акустика. Принципы и методы. Пер. с англ., 1966, 1 А, с. 140-203.

Г.И., Крауклис П.В., Слепян Л.И., Фролов К.В., Антонов А.Н., Матвеев В. П., Шардаков И.Н., Старовойтов Е.И., Анофрикова Н.С., Микер Т., Мейтцлер А., Дэвис Р.М., Митра Р., Кольский Г., Уайт, Аксенбах Ю.Д., Шафер Б.В., Сан Р.И. и другие.

В решении этой проблемы узбекские ученые<sup>6</sup> Рахматулин Х.А., Уразбоев М.Т., Ширинкулов Т.Ш., Кабулов В.К., Рашидов Т.Р., Мубораков Я.Н., Мардонов Б.М., Султанов К. С., Маматкулов Ш.М., Мирсаидов М.М., Бадалов Ф.Б., Хожметов Г.Х., Ишанходжаев А.А., Мавлонов Т.М., Абдусаторов А., Сафаров И.И., Худайназаров Х., Хасанов Б.Е., Тешаев М.Х., Бозоров М.Б., Эшматов Х., Юлдашев Ш.С., Абдукодиров С.А., Усаров М.К. и другие внесли свой вклад в разработке методов расчета параметров, характеризующих динамические свойства пластинчатых и цилиндрических тел, с учетом реологических свойств материала в тех случаях, когда сечение является постоянным (или в некоторых частных случаях переменным). Однако, вместе с этим, в настоящее время существует ряд нерешенных проблем, решение которых, учитывая вязкоупругие свойства распространения гармонических волн в диссипативно-неоднородных волноводах, насколько теоретически обогащает динамику деформируемого твердого тела, такими важными практическими являются новые результаты, связанные с его диссипацией энергии, которые позволяют решить множество важных задач (в машиностроении, строительстве и других областях техники).

**Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация.** Диссертационная работа выполнена в соответствии с планами научно-исследовательских работ Бухарского инженерно-технологического института и в рамках фундаментального научного проекта № Ф-4-14- “Развитие теории и разработка методов расчета напряженно-деформированного состояния подземных криволинейных труб, протекающих жидкостью при воздействии внешних нагрузок” (2012-2016 гг.).

---

<sup>6</sup> Уразбаев М.Т. Сейсмостойкость упругих и гидроупругих систем. –Ташкент: Фан. –1968-254с. Султанов К.С. Распространение продольных волн в вязкоупругом полупространстве, включающем поглощающий слой//ПМТФ, –№5. –1984. –С. 137-142. Рашидов Т.Р. Динамическая теория сложных систем подземных сооружений. –Ташкент: Фан. –1973. -179с. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Akhmedov M. Distribution of the natural waves. LAP LAMBERT Academic Publishing Saarbrücken Deutschland /Germany/. –2015. -110p. Safarov I.I., Akhmedov M., Rajabov O. Vibrations of plates and shells with attached concentrated mass. LAP LAMBERT Academic Publishing Saarbrücken Deutschland /Germany/. –2015. -92p. Султанов К.С. Распространение и взаимодействие с преградой волны в грунте с учетом вязких свойств среды/ Автореферат дисс. канд. наук. –М.: 1977. -18с. Сафаров И.И. Колебания и волны в диссипативно-неоднородных средах и конструкциях. – Ташкент: Фан. –1992. -250с. Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Болтаев З.И. Волновые процессы в механическом волноводе. LAP LAMBERT Academic publishing (Германия). –2012. –217 с. Бозоров М.Б., Сафаров И.И., Шокин Ю.И. Численное моделирование колебаний диссипативно однородных и неоднородных механических систем. СО РАН, Новосибирск.–1966.-188с. Рахматулин Х.А. О распространении плоских волн в упругой среде при нелинейной зависимости напряжения от деформации. Ученые записки МГУ. вып. 152, 111. –1951.

**Целью исследования** является разработка методики и алгоритма решения задач динамических процессов в волноводах с диссипативными свойствами, развитие теории распространения волн в вязкоупругих пластинчатых и оболочечных телах переменной толщины, совершенствование научных основ.

**Задачи исследования:**

разработка методики и алгоритма решения задач исследования динамических процессов в волноводах с диссипативными свойствами, развитие теории распространения волн в вязкоупругих цилиндрических телах с пространственной радиально-продольной трещиной и пластиной переменной толщины, совершенствование научной основы;

разработка методов и алгоритма решения проблемы распространения собственных волн в диссипативно- неоднородных цилиндрических оболочках с вязкой жидкостью;

определение границ применения гипотез Кирхгофа-Лява и Тимошенко С.П. к вязкоупругой пластине и панели переменной толщины в виде клина;

оценка распространения волны на клиновидной пластинке путем решения задачи распространения собственных волн в вязкоупругом цилиндре с радиальной трещиной.

**Объектом исследования** являются цилиндрическая оболочка с вязкой жидкостью, цилиндр с радиальной трещиной, вязкоупругая пластина и цилиндрическая панель переменной толщины.

**Предметом исследования** является разработка динамической теории и методов решения задач распространения волн, учитывающих диссипативно однородные и неоднородные характеристики механической системы из протяженной цилиндрической оболочки, цилиндра секторного поперечного сечения и пластины переменной толщины.

**Методы исследования.** В диссертационной работе основные интегро-дифференциальные уравнения в частных производных получены используя принцип возможных перемещений (вариационное уравнение). Для решения этих уравнений использовались метод замораживания, метод разделения переменных, метод ортогональной прогонки Годунова, методы Мюллера, Гаусса, Лапласа.

**Научная новизна исследования** заключается в следующем:

были разработаны методика и алгоритм решения задачи изучения процессов волновой динамики в протяженной пластинке переменного поперечного сечения и вязкоупругих цилиндрических телах с пространственной продольной трещиной, а также усовершенствованы на основе методов механики деформируемого твердого тела и математической физики основываясь на теорию комплексных функций;

поскольку условия ортогональности при распространении волн на протяженной пластине не выполняются, чтобы избавиться от ограничений в применении методов математической физики выведены условия биортогональности и проблема распространения волн на пластине переменной

толщины приведена к самосопряженной спектральной задаче на комплексной плоскости;

решением поставленной спектральной задачи для пластины переменной толщины в комплексной плоскости, в отдельности для гипотез Кирхгофа-Лява и Тимошенко С.П., на основе численных результатов было обнаружено, что комплексная фазовая скорость отличается на 5% в поле малых волновых чисел и на 20% - в поле больших волновых чисел;

обнаружено, что на основе численных результатов, полученных по гипотезам Кирхгофа-Лява и Тимошенко С.П. и решений, полученных на основе вариационного метода, в области малого числа волн, различаются до 10%, если угол на грани вязкоупругой пластины с переменной толщиной составляет до  $28^\circ$ , была определена область применения гипотез Кирхгофа-Лява и Тимошенко С.П.;

спектральная задача, полученная на основе вариационного метода для пластины переменной толщины (удовлетворяющая гипотезам Кирхгофа-Лява и Тимошенко С.П.) при решении на основе разработанной методики, было установлено, что действительная и мнимая части скорости распространения волны на пластине стремятся к постоянному числу, а также слабо связана (2-3%) к коэффициенту Пуассона;

для вязкоупругого цилиндра с продольно- радиальной трещиной и цилиндрического тела клиновидного поперечного сечения на основе численных результатов установлено, что вдоль его оси фазовая скорость накапливающего движения не имеет действительной части, в то время как на грани клина возникают клиновидные волны, фазовая скорость которых близок к фазовой скорости волн Рэлея;

проведено сравнение степени зависимости комплексной фазовой скорости от радиуса кривизны при распространении волн в цилиндрической панели переменной толщины для случаев  $K = \frac{\pi}{4}$  и  $K = \frac{\pi}{2}$ , обнаружено увеличение диссипации энергии с увеличением кривизны.

**Практические результаты исследования** заключаются в следующем:

разработанная методика, найденные эффекты служат для улучшения устройств ПАВ (поверхностные акустические волны) и создания их нового поколения, а также обоснована возможность изучения распространения волн на пьезокерамических поверхностях;

обоснованы обнаруженные эффекты при исследовании распространения волн в деформируемых пластинах и панелях с клиновидным поперечным сечением, которые позволяют производство новые материалы, имеющие практическое значение;

разработанные методы и алгоритмы позволяют прогнозировать резонансные процессы, происходящие в диссипативно однородных или неоднородных телах, работающих под нагрузкой, а также для выбора соответствующего материала;

разработанные методы и алгоритмы позволяют оптимизировать динамические напряженно-деформируемые состояния, возникающие под воздействием сейсмических волн на фундаменты переменного сечения.

**Достоверность результатов исследования** основана на жесткости выведенных математических соотношений, использованием обоснованных методов решения и сравнениями с решениями, полученными другими учеными.

**Научная и практическая значимость результатов исследования.** Научная значимость полученных в исследовании результатов заключается в том, что они вносят существенный вклад в развитие теории распространения волн в протяженных диссипативно-однородных и неоднородных пластинчатых и цилиндрических вязкоупругих телах.

Практическая значимость исследования заключается в том, что коэффициент скорости затухания, в диссипативно неоднородных механических системах, зависит от геометрических и физико-механических параметров, что позволяет управлять энергией в исследуемой области. Это также объясняется тем, что разработанные методики и алгоритмы позволяет использовать для снижения вибраций или колебаний, создаваемых воздействием движущей силы на конструкции в виде поперечного сечения клиновидной пластины и цилиндрической панели.

**Внедрение результатов исследования.** На основе исследования по развитию теории распространения волн в вязкоупругих механических системах, по разработанным методикам вычисления и алгоритма:

при проектировании зданий и сооружений, используемых на предприятии Бухоро ООО "Узжамоалойиха", при расчете кинематических параметров и коэффициентов сейсмических волн, распространяющихся в изменяемых по толщине конструкциях твёрдого слоя, расположенного в фундаменте (справка Министерства строительства Республики Узбекистан от 27 февраля 2020 года, № 1903/09-07). На основе использования результата научных исследований появляется возможность снизить резонансное состояние колебаний в конструкциях до 18% за счет подбора параметров в области волн низких частот;

При проектировании сооружений на предприятии ООО «Узжамоалойиха» использован эффект интенсивности диссипации волн за счет переменности толщины фундамента (справка Минстроя Республики Узбекистан от 27 февраля 2020 г., 1903 г. / 09-07). В результате использования теоретического анализа разработанной эпьюры напряжений, обеспечено повышение прочности на 1.18 раза на участках, где в фундаменте возникают максимальные напряжения.

методика, разработанная с учетом гипотез Кирхгофа-Лява и Тимошенко использована в фундаментальном проекте Ф-4-23 «Динамическая задача теории упругости в разработке распространения волн, возникающих от движения в непрерывной полуплоскости груза, состоящего из трехмерных кусочных пород» Наманганского инженерно-строительного института (Справка Министерства высшего и среднего специального образования № 89-

03-1173 от 19 марта 2020 г.) при расчете напряженно-деформированного состояния оболочечных конструкций система дифференциальных уравнений в частных производных сведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка;

применение методов оценки динамического состояния цилиндрических конструкций в прикладном проекте А-14-010 «Разработка эффективных методов исследования малоциклового прочностного и динамического состава оболочечных конструкций типа цистерны при различных видах нагружений», выполненном в Ташкентском институте инженеров железнодорожного транспорта 2015-2017 годах (справка № 89-03-1173 Министерства высшего и среднего специального образования от 19 марта 2020 года) создала возможность гашения волн, используя результаты расчета диссипации энергии, возникающей в системе.

**Апробация результатов исследования.** Результаты данного исследования доложены на 12 международных и 15 республиканских научно-практических конференциях.

**Опубликованность результатов исследования.** По теме диссертации опубликовано 69 научных работ, в частности, 3 монографий, 16 научных статей в научных журналах, рекомендованных ВАК РУз для публикации основных научных результатов диссертации доктора наук (DSc), из них 3 в республиканском и 16 в зарубежных научных журналах.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка использованной литературы и приложений. Объем диссертации составляет 193 страниц.

**Во введении** обоснована актуальность и востребованность диссертационного исследования, сформулированы цели и задачи исследования, объект и предметы исследования. Показано соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики Узбекистан. Изложена научная новизна и практические результаты исследования. Обоснована достоверность полученных результатов, раскрыта научная и практическая значимость. Приведены сведения о внедрении, апробации, об опубликованных работах, структуре и объеме диссертации.

В первой главе диссертации, озаглавленной «Обзор литературы по изучению свойств распространения волн в вязкоупругих пластинах и оболочках переменной толщины», дан краткий анализ литературы по изучению распространения волн в вязкоупругих длинных пластинчатых и цилиндрических телах. На основании обзора литературы сделаны следующие выводы:

изучение распространения волн в многослойных механических системах, в которых вязкоупругие свойства разные, имеет важное значение. Остаётся открытым вопрос, использовать какой из ядер, этой области в используемой наследственной теории вязкоупругости, из ядра, предложенного ученым в интеграле Больцмана-Вольтера, используемой в этой области (предложенные Ю.Н. Роботовым при условии, что дробно- экспоненциальная функция и

коэффициент Пуассона функции операторного вида, или трехпараметрические слабо-сингулярные ядра, предложенные Ржаницын-Колтуновым, коэффициент Пуассона инвариантен и условия в ядро);

проблема разработки единой методики получения дисперсионных уравнений при исследовании распространения волн в многослойных диссипативно однородных и диссипативных неоднородных деформируемых волноводах (с учетом различных геометрических и физико-механических параметров) не решена. Высокоточные методы численного решения, основанные на изучении сложных трансцендентных уравнений с комплексными параметрами и распределении решений в комплексной плоскости, теоретически не изучены;

диссипативные свойства диссипативно-однородных и неоднородных волноводов не были сравнительно изучены для диссипативно-однородных неоднородных механических систем. Не разработаны величины или соотношения, оценивающие их дисперсионные соотношения в комплексной плоскости;

проблема распространения волн в цилиндрическом слое с вязкоупругим слоем с вязкой жидкостью математически полностью не поставлена и не решена с учетом всех параметров. Дисперсионное уравнение, полученное для вязкой жидкости и упругого цилиндра, получена только асимптотические выражения с помощью специальных функций. Не были получены дисперсионные соотношения для произвольного значения аргумента. Для их исследования не была поставлена спектральная задача, не были разработаны методика решения и алгоритмы;

не поставлена краевая задача для представления распространения волн в волноводах с клиновидным поперечным сечением, которые являются частным случаем вязкоупругого цилиндра с радиальной трещиной, не разработана методика и алгоритм решения.

Во второй главе диссертации, озаглавленной «Постановка задачи распространения собственных волн в длинных вязкоупругих пластинчатых и оболочечных телах и методы их решения» приведена математическая постановка, методика решения и алгоритм, сравнение результатов решения задач о распространении волн в вязкоупругих длинных пластинчатых и цилиндрических диссипативных телах с переменным поперечным сечением. В длинных пластинчатых и цилиндрических вязко-упругих (диссипативно-однородных и неоднородных) телах при распространении волн постановка задачи осуществляется в двух формах. В первом случае задача ставится в дифференциальной постановке. В этом случае, пусть распространение волн в длинных пластинчатых и цилиндрических вязкоупругих телах дано в пространственной системе координат, и тогда исследуются динамические процессы, возникающие в результате распространения гармонических волн и динамические напряженно-деформированные состояния под действием вынужденных гармонических сил.

Рассмотрим задачу распространения волн в  $n$ -слойном вязкоупругом теле толщина  $h = \sum_{n=1}^N h_n$ . Пусть в декартовой системе координат (Oxyz) слой имеет следующую область:  $x \in (-\infty, +\infty)$ ,  $y \in (-\infty, +\infty)$ ,  $z \in [-h, h]$ . Предположим, что в этом теле распространяется собственная волна с фазовой скоростью  $c$  ( $c = c_R + ic_I$ ). Распространение волн в многослойном теле представлено, используя систему дифференциальных уравнений в частных производных, выраженными через перемещения, уравнениями (уравнениями Ламе):

$$\tilde{\mu}_\kappa \nabla^2 \vec{u} + (\tilde{\lambda}_\kappa + \tilde{\mu}_\kappa) \text{grad} \text{div} \vec{u} = \rho_\kappa \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \quad (\kappa = 1, 2, 3..N), \quad (1)$$

где  $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$  - вектор перемещений среды,  $\rho_\kappa$  - плотность  $\kappa$ -го слоя.

$$\tilde{\lambda}_\kappa f(t) = \lambda_{0\kappa} \left[ f(t) - \int_0^t R_{\lambda\kappa}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right]; \quad \tilde{\mu}_\kappa f(t) = \mu_{0\kappa} \left[ f(t) - \int_0^t R_{\mu\kappa}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right], \quad (2)$$

$f(t)$  - произвольная функция времени,  $R_{\lambda\kappa}(t-\tau)$  и  $R_{\mu\kappa}(t-\tau)$  - ядра релаксации,  $\lambda_{0\kappa}$ ,  $\mu_{0\kappa}$  - мгновенные модули упругости. Далее заменим соотношение (2) на следующие:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_\kappa f(t) &= \lambda_{0\kappa} \left[ \mathbf{1} - \Gamma_{\lambda\kappa}^C(\omega_R) - i\Gamma_{\lambda\kappa}^S(\omega_R) \right] f(t), \\ \bar{\mu}_\kappa f(t) &= \mu_{0\kappa} \left[ \mathbf{1} - \Gamma_{\mu\kappa}^C(\omega_R) - i\Gamma_{\mu\kappa}^S(\omega_R) \right] f(t), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\Gamma_{\lambda\kappa}^C(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\lambda\kappa}(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau, \quad \Gamma_{\mu\kappa}^C(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\mu\kappa}(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau,$$

$$\Gamma_{\lambda\kappa}^S(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\lambda\kappa}(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau, \quad \Gamma_{\mu\kappa}^S(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\mu\kappa}(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau,$$

соответственно косинус и синус изображения Фурье ядер релаксаций;  $\omega_R$  - действительная величина. В расчетах использовалось трехпараметрическое ядро релаксации Колтунова-Ржаницына:  $R_\kappa(t) = A_\kappa e^{-\beta_\kappa t} / t^{1-\alpha_\kappa}$ . Мы используем следующие соотношения для выражения модуля Юнга через дробно-экспоненциальное ядро Работнова:

$$\tilde{E}_\kappa = E_\kappa (1 - \Gamma_\kappa^\bullet), \quad \tilde{\nu}_\kappa = \nu_\kappa + \frac{1 - 2\nu_\kappa}{2} \Gamma_\kappa^\bullet, \quad \Gamma_\kappa^\bullet f(t) = m_\kappa \int_{-\infty}^t \mathcal{E}_{-1/2}^{(\kappa)}(-\beta_\kappa, t - \tau) f(\tau) d\tau$$

Где  $E_\kappa$ ,  $\nu_\kappa$  - мгновенные значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона,  $m_\kappa$ ,  $\beta_\kappa$  - параметры вязкости материала,  $f(t)$  - произвольная функция времени. Мы используем дробно-экспоненциальную функцию Работнова в качестве ядра

интегрального оператора:  $m_\kappa \mathcal{E}_{-1/2}^{(\kappa)}(-\beta, t) = m_\kappa t^{-1/2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-\beta_\kappa)^j t^{j/2}}{\Gamma[(j+1)/2]}$ .

Между слоями ставится условие плотного закрепления (или скольжения):

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}^{(1)} &= \sigma_{nn}^{(2)}, \quad \sigma_{ns_1}^{(1)} = \sigma_{ns_1}^{(2)}, \quad \sigma_{ns_2}^{(1)} = \sigma_{ns_2}^{(2)}, \\ u_n^{(1)} &= u_m^{(2)}, \quad u_{s_1}^{(1)} = u_{s_1}^{(2)}, \quad u_{s_2}^{(1)} = u_s^{(2)}. \end{aligned} \quad (4)$$

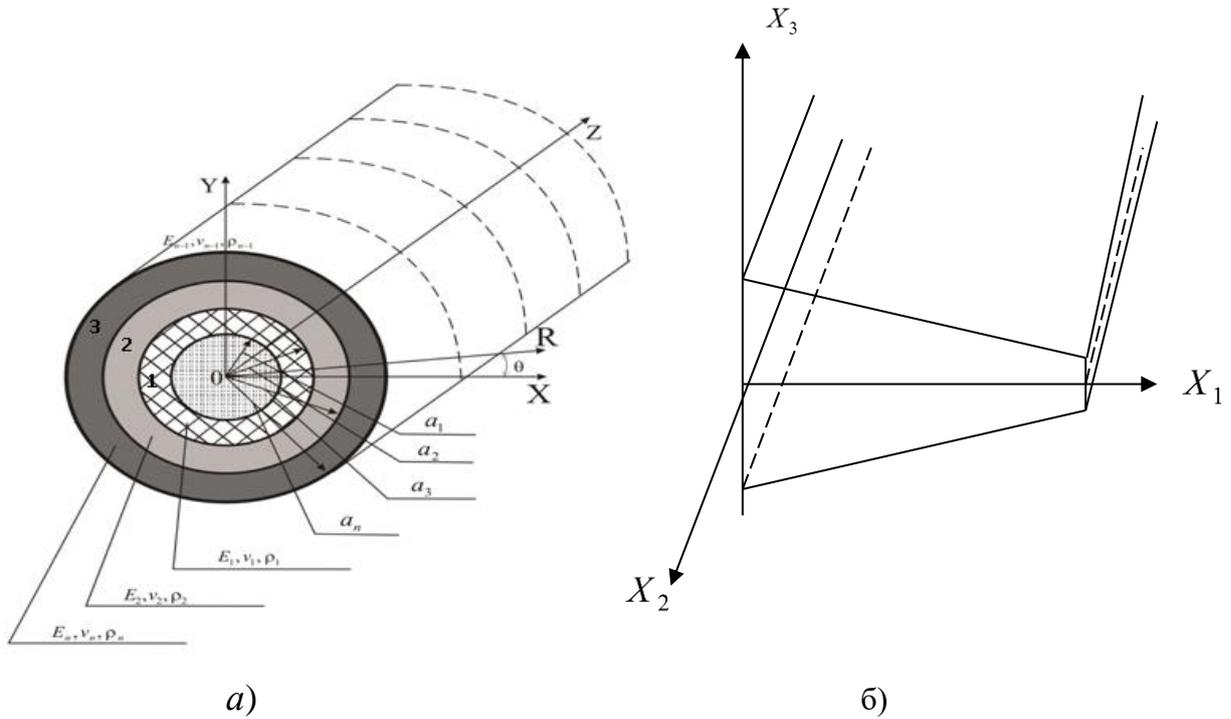


Рис. 1. а) Многослойный цилиндр; б) пластинка переменного поперечного сечения

На свободной поверхности слоя ставится условие свободы от напряжений:

$$\sigma_{nn}^{(1)} = 0; \quad \sigma_{ns_1}^{(1)} = 0; \quad \sigma_{ns_2}^{(1)} = 0.$$

Во втором случае задача распространения волн в длинных пластинчатых и цилиндрических вязкоупругих (диссипативно однородных и неоднородных) телах ставится в вариационной постановке. Если слои в механической системе являются переменными, то дифференциальные уравнения в частных производных, представляющие динамические процессы в них, получаются использованием принципа возможных перемещений:

$$\delta A_{Fk} + \delta A_{Ik} = 0, \tag{5}$$

где,  $\delta A_{Ik} = - \int_V \rho_k \ddot{u}_i \delta u_i dV_k$ , здесь  $\rho_k$  -плотность  $k$ -го материала тела;  $u_i$  -компоненты вектора перемещений;  $\ddot{u}_i = \partial^2 u_i / \partial t^2$ ,  $t$ -время. При решении дифференциального уравнения движения (1) выполняем следующую подстановку:

$$\vec{u}_k = \text{grad } \phi_k + \text{rot } \vec{\psi}_k, \text{div } \vec{\psi}_k = 0. \tag{6}$$

Где  $\phi_k$  -продольный волновой потенциал;  $\vec{\psi}_k(\psi_{xk}, \psi_{yk}, \psi_{zk})$  -поперечный волновой потенциал. Если положить (6) в (1), тогда:

$$\nabla^2 \phi_k - \frac{1}{\bar{c}_{pk}^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi_k}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2 \psi_{zk} - \frac{1}{\bar{c}_{sk}^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi_{zk}}{\partial t^2} = 0,$$

$$\nabla^2 \psi_{\theta k} - \frac{\psi_{\theta k}}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi_{rk}}{\partial \theta} - \frac{1}{\bar{c}_{sk}^2} \frac{\partial^2 \psi_{\theta k}}{\partial t^2} = 0, \quad (7)$$

$$\nabla^2 \psi_{rk} - \frac{\psi_{rk}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi_{\theta k}}{\partial \theta} - \frac{1}{\bar{c}_{sk}^2} \frac{\partial^2 \psi_{rk}}{\partial t^2} = 0.$$

Здесь  $\bar{c}_{sk}^2 = c_{sk}^2 \Gamma_k^*$ ,  $\bar{c}_{pk}^2 = c_{pk}^2 \Gamma_k^*$ ,  $\Gamma_k^* = 1 - \Gamma_k^C(\omega_R) - i\Gamma_k^S(\omega)$ ,

$c_p^2 = (\lambda + 2\mu) / \rho$ ,  $c_s^2 = \mu / \rho$  — соответственно скорости распространения продольной и поперечной волн в упругом теле. В этом случае ищем решение дифференциальных уравнений (7) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \phi_k(r, \theta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(\alpha_k r) \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{rk}(r, \theta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{nr}(\beta_k r) \begin{Bmatrix} \sin n\theta \\ -\cos n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{\theta k}(r, \theta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{n\theta}(\beta_k r) \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{zk}(r, \theta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{nz}(\beta_k r) \begin{Bmatrix} \sin n\theta \\ \cos n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t}, \\ \alpha_k^2 &= \frac{\bar{\Omega}_k^2}{\gamma_k^2} - \gamma_p^2, \quad \beta_k^2 = \bar{\Omega}_k^2 - \gamma_p^2, \quad \bar{\Omega}_k = \frac{\omega \alpha_k}{\bar{c}_{sk}}, \quad \gamma_k^2 = \frac{2(1 - \nu_k)}{1 - 2\nu_k}. \end{aligned} \quad (8)$$

Где  $n$  — целое число;  $\gamma_{pk}$  — постоянное число распространения волн;  $\omega$  — комплексная собственная частота;  $r = \frac{r_1}{a_0}$ ,  $z = \frac{z_1}{a_0}$ . В бесконечности

$(r \rightarrow \infty)$  для каждой компоненты ставится условия Зоммерфельда. Подставляя (8) в (7), получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами. Их решения выражаются функциями Бесселя и Ханкеля. Обобщенный закон Гука пишем с помощью продольных и поперечных потенциалов волн, используя аббревиатуру Новацкого ( $1 \rightarrow x, 2 \rightarrow y, 3 \rightarrow z$ ):

$$\begin{aligned} \sigma_{11k} &= 2\bar{\mu}_k (\partial_1^2 \varphi_k + \partial_1 \partial_2 \psi_{3k} - \partial_1 \partial_3 \psi_{2k}) + \bar{\lambda}_k \Delta \varphi_k, \\ \sigma_{22k} &= 2\bar{\mu}_k (\partial_2^2 \varphi_k + \partial_2 \partial_3 \psi_{1k} - \partial_1 \partial_2 \psi_{3k}) + \bar{\lambda}_k \Delta \varphi_k, \\ \sigma_{33k} &= 2\bar{\mu}_k (\partial_3^2 \varphi_k + \partial_1 \partial_3 \psi_{2k} - \partial_2 \partial_3 \psi_{1k}) + \bar{\lambda}_k \Delta \varphi_k, \\ \sigma_{12k} &= \bar{\mu}_k (2\partial_1 \partial_2 \varphi_k + \partial_1 \partial_3 \psi_{1k} - \partial_2 \partial_3 \psi_{2k} + \partial_2^2 \psi_{3k} - \partial_1^2 \psi_{3k}), \\ \sigma_{13k} &= \bar{\mu}_k (2\partial_1 \partial_3 \varphi_k + \partial_2 \partial_3 \psi_{3k} - \partial_1 \partial_2 \psi_{1k} + \partial_1^2 \psi_{2k} - \partial_3^2 \psi_{2k}), \\ \sigma_{23k} &= \bar{\mu}_k (2\partial_2 \partial_3 \varphi_k + \partial_1 \partial_2 \psi_{2k} - \partial_1 \partial_3 \psi_{3k} + \partial_3^2 \psi_{1k} - \partial_2^2 \psi_{1k}). \end{aligned} \quad (9)$$

Где  $\Delta = \partial_1^2 + \partial_2^2 + \partial_3^2$ ,  $\partial_1 = \frac{\partial}{\partial x}$ ,  $\partial_2 = \frac{\partial}{\partial y}$ ,  $\partial_3 = \frac{\partial}{\partial z}$

Если дана многослойная пластинчатая или оболочечная диссипативных механических систем переменной толщины, то для изучения в них распространения собственных волн, из вариационного уравнения (5) получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными и переменными коэффициентами. Аналогично, для цилиндрического тела с радиальной трещиной получены интегро-дифференциальные уравнения в частных производных с переменными коэффициентами и дисперсионное соотношение получено с использованием метода ортогональной прогонки:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{1}{K} \sigma_{rr} - \frac{\tilde{\lambda}}{K} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} = \frac{1}{\tilde{\mu}} \sigma_{r\varphi} - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - u_\varphi \right), \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} = \frac{1}{\tilde{\mu}} \sigma_{rz} - \frac{\partial u_r}{\partial z}, \\ \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} - \frac{\tilde{A}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} - \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} [\sigma_{rr} - \tilde{A}] - \frac{2\sigma_{r\varphi}}{r} - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{B}, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \sigma_{rr} - 2\tilde{\mu} \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] - \frac{\sigma_{rz}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \tilde{B}. \end{array} \right. \quad (10)$$

здесь введены следующие обозначения:

$$\tilde{A} = 2\tilde{\mu} \left[ \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + u_r \right) \right],$$

$$\tilde{B} = \tilde{\mu} \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} \right),$$

$$\tilde{\lambda} f(t) = \lambda_0 \left[ f(t) - \int_0^t R_\lambda(t-\tau) f(\tau) d\tau \right], \quad \tilde{\mu} f(t) = \mu_0 \left[ f(t) - \int_0^t R_\mu(t-\tau) f(\tau) d\tau \right].$$

Граничные условия при  $r = R$  свободы от напряжений:

$$\sigma_{rz} = \sigma_{rr} = \sigma_{r\varphi} = 0, \quad (11)$$

при  $r = r_0 \rightarrow 0$  соответствующие напряжения ограничены  $\sigma_{rz} = \sigma_{rr} = \sigma_{r\varphi} = 0$ .

При рассмотрении гармонических волн, бегущих вдоль оси  $z$  решение граничной задачи (11) приводится к разделению переменных:

$$\begin{aligned}
u_r &= w(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(\gamma z - \omega t)}, & \sigma_{rr} &= \sigma(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(\gamma z - \omega t)}, \\
u_\varphi &= v(r) \sin \frac{\varphi}{2} e^{i(\gamma z - \omega t)}, & \sigma_{r\varphi} &= \tau_\varphi(r) \sin \frac{\varphi}{2} e^{i(\gamma z - \omega t)}, \\
u_z &= u(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(\gamma z - \omega t)}, & \sigma_{rz} &= \tau_z(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(\gamma z - \omega t)}.
\end{aligned} \quad (12)$$

Задача (12) дана с учетом спектральной задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами:

$$\begin{cases}
w' = \frac{\sigma}{k} - \frac{\bar{\lambda}}{k} \left( \gamma w + \frac{v}{2r} + \frac{w}{r} \right), & \sigma' = -\omega^2 \rho w + \frac{\tilde{a}}{r} - \frac{\tau_\varphi}{2r} - \gamma \tau_z, \\
v' = \frac{\tau_\varphi}{\bar{\mu}} + \frac{\vartheta}{r} + \frac{w}{2r}, & \tau_\varphi' = -\omega^2 \rho \vartheta - \frac{2\tau_\varphi}{r} + (\sigma + \tilde{a}) \frac{1}{2r} - \gamma \tilde{b}, \\
u' = \frac{\tau_z}{\bar{\mu}} + \gamma w, & \tau_z' = -\omega^2 \rho u - \frac{\tau_z}{r} - \frac{\tilde{b}}{2r} + k(\sigma + 2\bar{\mu}(ku - w')).
\end{cases} \quad (13)$$

где  $\tilde{a} = 2\bar{\mu} \left( \frac{\vartheta + w}{2r} - w' \right)$ ,  $\tilde{b} = \bar{\mu} \left( -\frac{u}{2r} - k\vartheta \right)$ ,  $\bar{\mu} = \mu_0 [1 - \Gamma_\mu^C(\omega_R) - i\Gamma_\mu^S(\omega_R)]$ ,

$\bar{\lambda} = \lambda_0 [1 - \Gamma_\lambda^C(\omega_R) - i\Gamma_\lambda^S(\omega_R)]$   $(\dots)' = \frac{d}{dr}$  и при следующих граничных условиях:

$$r = r_0 \rightarrow 0, \quad r = R: \sigma = \tau_\varphi = \tau_z = 0 \quad (14)$$

Таким образом, сформирована спектральная краевая задача (13)-(14), представляющая распространение гармонической волны в бесконечно длинном цилиндре с радиальной трещиной. Задача решается в комплексной арифметике с использованием совместного применения методов ортогональной прогонки и Мюллера.

Уравнения, представляющие вынужденные колебания многослойных диссипативных механических систем получены применением вариационного метода. При этом все дифференциальные уравнения движения в операторном виде имеют следующий вид:

$$L_A \vec{u}'' - \int_{-\infty}^t L_A(\tau) R_{LE}(t - \tau) d\tau + L_B \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \vec{q}. \quad (15)$$

Где  $\vec{u}$ -вектор перемещений;  $\vec{q}$ -вектор, учитывающий внешние динамические и статические силы;  $L_A, L_B$ - дифференциальные операторы с положительно определенной квадратной матрицей и имеющие блочную структуру;  $R_{LE}(t - \tau)$ -квадратная матрица, определяющая реологические свойства каждого элемента механической системы (имеет одинаковую размерность с  $L_A, L_B$ ). Каждый блок представляет собой трехдиагональную матрицу. Граничное условие задается для этого уравнения следующим образом:

$$l_\Gamma \vec{u} = \vec{p}_\Gamma, \quad (16)$$

здесь  $l_\Gamma$ - оператор, учитывающий граничные условия. С помощью вариационного принципа изучены амплитудно-частотные характеристики

механической системы под воздействием гармонических сил в диапазоне  $-\infty < t < \infty$ . Рассмотрены вопросы уменьшения амплитуд перемещений и напряжений в резонансных областях. Изучаются устойчивые (или установившиеся) процессы колебаний. Эти проблемы вынужденных колебаний решаются с использованием методов ортогональной прогонки, Мюллера и Гаусса, описанных выше. Исследуемая механическая система сводится к следующей системе неоднородных уравнений

$$(L_A(\omega_j) - \omega_j^2 L_B) \vec{A}_u = \vec{Q}_A, \quad (17)$$

где  $\omega_j$ - частота внешней гармонической силы,  $\vec{A}_u$ - амплитуда перемещения (или напряжения), комплексная величина;  $\vec{Q}_A$ - амплитуда внешней гармонической или вибрационной силы. Существование решения этой неоднородной системы уравнений (17) определяется по теореме Кронекера-Кепелли.

Таким образом, в этом разделе приведены постановка задачи, методика, алгоритм решения и основные соотношения.

В третьей главе диссертации, озаглавленной «Свойства распространения волн в длинных цилиндрических диссипативных однородных и неоднородных механических системах» рассмотрена задача распространения собственных волн в двух- и трехслойных цилиндрических (диссипативно-однородных и неоднородных) телах с вязкой жидкостью. Задача решается в цилиндрической системе координатах  $(r, \theta, z)$ . Для диссипативно-неоднородного трехслойного цилиндрического тела дифференциальное уравнение движения получается из уравнения Ламе, задача решается с помощью потенциалов перемещения. Решение выражается функциями Бесселя и Ханкеля с комплексными аргументами. Для диссипативно-неоднородных тел найдены новые грани эффекта, найденного Трояновским И.Е. Спектральная задача решалась с использованием разработанной методики, алгоритма и программ, в комплексной арифметике, на основе методов ортогональной прогонки и метода Мюллера.

В диссертационной работе рассмотрена задача распространения волн в диссипативно-однородном и неоднородном трех слойном цилиндрическом теле без жидкости. Тогда используя граничные условия (4) и (5) (внутренние и внешние границы свободны от нагрузок, при условии, что граница между двумя слоями жесткая), получаем систему 18 алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами:

$$[C]\{q\} = \{0\}. \quad (18)$$

Для того чтобы система однородных уравнений имела нетривиальное решение, основной определитель системы уравнений должен быть равен нулю ( $[C]=0$ ). Элементы  $C_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, 18; j = 1, 2, \dots, 18$ ) выражаются через функции Бесселя (специальная функция) 1-го и 2-го рода  $n$ -го порядка. Порядок Бесселя определителя, указанный выше, составляет 18. Когда этот определитель раскрывается, то получается трансцендентное уравнение комплексного параметра  $\omega$ . Это уравнение решается с помощью специально

разработанного алгоритма (методы Гаусса, Мюллера и методов вычисления матричного определителя) и программы.

На рисунке 2 показано изменение действительной и мнимой частей комплексной частоты в зависимости от волнового числа ( $h/b=0,1$ ). Подтвержден эффект о немонотонной зависимости изменения коэффициента затухания (при максимально близких значениях действительных частей

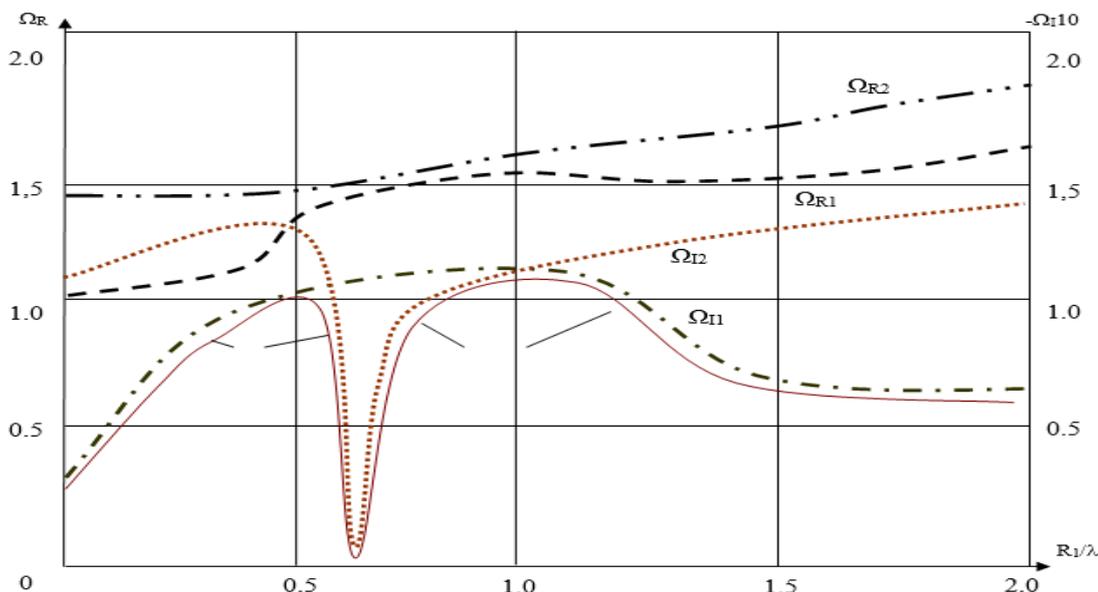


Рис. 2. Изменение реальной  $\Omega_R$  и мнимой  $\Omega_I$  части комплексной частоты в зависимости от волнового числа (диссипативно неоднородная система).

частот или фазовых скоростей), обнаруженный для диссипативно-неоднородных механических систем. Были раскрыты новые аспекты этого эффекта. В диссипативно-неоднородной механической системе роль глобального коэффициента демпфирования играют мнимые части первой, второй и третьей частот. Это позволяет оптимизировать диссипативные свойства механической системы.

Численный анализ показывает, что зависимость критического значения фазовой скорости от вязкости жидкости  $\eta$  составляет 2-3%, но влияние вязкости оболочки оказывается значительным (критическое значение может быть уменьшено до 10%). По мере увеличения вязкости жидкости влияние коэффициента Пуассона уменьшается. Анализ полученных результатов показывает, что исследование колебаний цилиндрической оболочки с вязкой жидкостью по стержневой теории приводит к большим ошибкам.

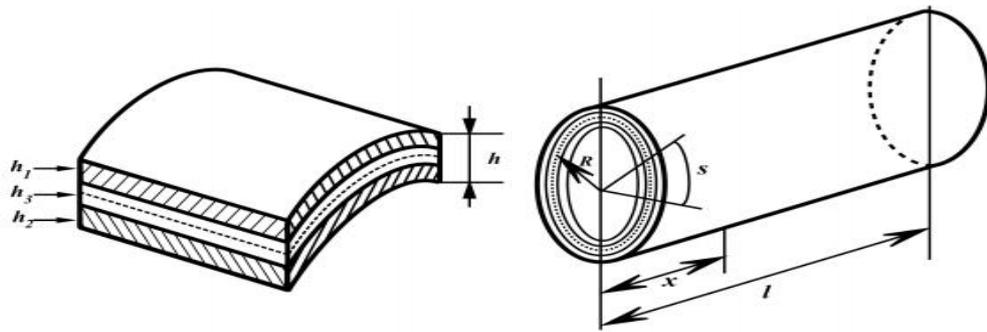


Рис. 3. Схема расчета. Трехслойная конструкция

( $h_1$ -толщина первого слоя,  $h_2$ -толщина второго слоя,  $h_3$ -толщина заполнителя).

В следующей задаче рассмотрено динамическое напряженное состояние под воздействием внутреннего динамического давления трехслойной цилиндрической оболочки из вязкоупругого материала (рис. 3). На границе цилиндра  $x=0, l$  наложены следующие граничные условия:  $w = \partial u / \partial x = \partial^2 u / \partial x^2 = \mathcal{G} = 0$ .

Аналогичные условия ставятся к заполнителю и оболочкам, которые соприкасаются с ним:  $u_r = u_\varphi = \sigma_x = \sigma_r = 0$  ( $x = 0, l$ ).

В качестве примера рассмотрено динамическое напряженное состояние под воздействием внешнего или внутреннего вибрационного давления полый цилиндр, помещенный в цилиндрическую оболочку, т.е. изменение параметров резонансной области в зависимости от параметров вязкости. В таком случае

$$\begin{aligned} \sigma_{rx} = -q_1, \quad \sigma_{r\varphi} = -q_2, \quad \sigma_{rr} = -q_3, \quad u_x = u, \quad u_\varphi = \mathcal{G}, \quad u_r = w \quad (r = b), \\ \sigma_{rx} = \sigma_{r\varphi} = 0, \quad \sigma_{rr} = Q(t) \quad (r = a) \end{aligned} \quad (19)$$

Уравнение движения этой конструкции удовлетворяет уравнениям Ламе в цилиндрической системе координат и решаются в потенциалах перемещения.

Таким образом, в третьей главе решена задача о собственных и вынужденных колебаниях пространственного диссипативно-неоднородного трехслойного цилиндрического тела.

Четвертая глава диссертации, озаглавленная «Математическое моделирование распространения собственных волн в вязкоупругой пластине переменной толщины», решает задачу распространения гармонических волн в вязкоупругой пластине переменной толщины. Вариационное уравнение получено на основе принципа возможных перемещений теории упругости в трехмерной постановке (на границе гипотезы Кирхгофа-Лява). Если мы опустим член, который учитывает инерцию вращения вдоль нормали на срединной поверхности, то после некоторых преобразований получим следующую систему дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами в частных производных:

$$\frac{\partial y_1}{\partial x_1} = y_2, \quad \frac{\partial y_2}{\partial x_1} = -\frac{6(1-\nu)}{h^3} y_3 - \nu \frac{\partial^2 y_1}{\partial x_2^2}, \quad \frac{\partial y_3}{\partial x_1} = y_4 + \frac{h^3}{3} \frac{\partial y_2}{\partial x_2}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial y_4}{\partial x_1} = -\nu \frac{\partial^2 y_3}{\partial x_2^2} + \frac{(1+\nu)h^3}{6} \frac{\partial^4 y_1}{\partial x_2^4} + \frac{h}{c_s^2 \Gamma_k} \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2},$$

где  $y_1=W$ ,  $y_2=\varphi_1$ ,  $y_3 = \frac{2(1+\nu)M_{11}}{E}$ ,  $y_4 = \frac{2(1+\nu)}{E} Q_1$ ,

$$\Gamma_k = 1 - \Gamma^C(\omega_R) - i\Gamma^S(\omega_R), \quad C_s^2 = \frac{E}{2(1+\nu)\rho}, \quad Q_1 = \frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} + 2 \frac{\partial M_{12}}{\partial x_2}.$$

$W$  –прогиб срединной плоскости пластины;  $M_{11}$ –изгибающий момент;  $M_{12}$ –крутящий момент,  $h$  -толщина пластины. Среди решений системы дифференциальных уравнений(20) выбираем те, представляющие волны, распространяющиеся по гармоническому закону вдоль оси  $x_2$ :

$$y_i = z_i(x_1) e^{i(\kappa x_2 - \omega t)}. \quad (21)$$

Если подставить (21) в систему дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами в частных производных (20), то получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} z_1' &= z_2, & z_2' &= -\frac{6(1-\nu)}{h^3} z_3 + \nu \kappa^2 z_1, & z_3' &= z_4 - \frac{h^3 \Gamma_k}{3} \kappa^2 z_2, \\ z_4' &= \nu \kappa^2 z_3 + \frac{(1+\nu)h}{6} \kappa^4 z_1 - h \left( \frac{\omega}{C_s} \right)^2 \Gamma_k z_1. \end{aligned} \quad (22)$$

Граничные условия можно записать в следующем виде:

- а) левая граница пластины свободна:  $z_3(0) = z_4(0) = 0$ ,
- б) правая граница пластины свободна:  $z_3(l_1) = z_4(l_1) = 0$ ,
- в) правая граница пластины закреплена:  $z_1(l_1) = z_2(l_1) = 0$ .

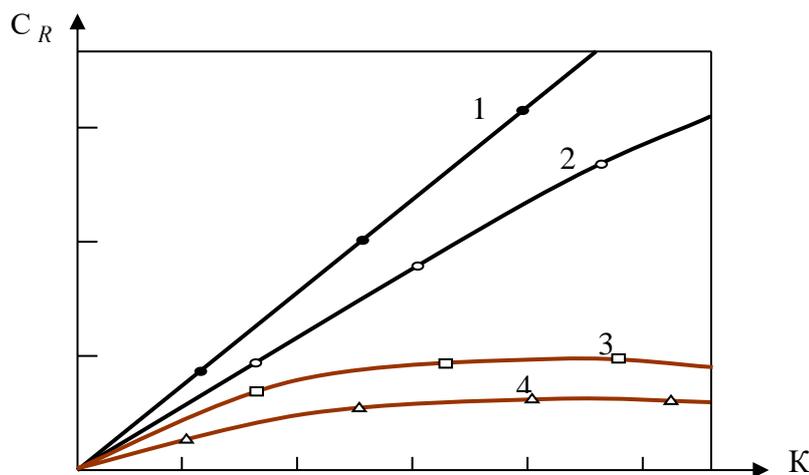


Рис. 4. Изменение первой моды кривой дисперсии в зависимости от волнового числа (I.  $h_1/h_2=0,1$ ; II.  $h_1/h_2=0,05$ ; III.  $h_1/h_2= 0,001$ ; IV.  $h_1/h_2=0,0001$ ).

Получена система обыкновенных дифференциальных уравнений, позволяющая изучать процесс распространения волн в вязкоупругой пластине переменного слоя, даже если использовать гипотезу Тимошенко:

$$\begin{aligned}
 z_1' &= z_2 + \frac{z_n}{\chi h}, & z_2' &= -\nu \kappa \kappa_3 - \frac{6(1-\nu)}{3} z_5, & z_3' &= \kappa z_2 - \frac{12}{h^3} z_6, \\
 z_4' &= \chi h \kappa z_3 + \kappa^2 \left( \chi h - \frac{hc^2}{\Gamma_n} \right) z_1, & z_5 &= -\kappa z_6 + z_4 + \frac{h^3}{12\Gamma_n} \omega^2 z_2, \\
 z_6' &= -\chi h \kappa z_1 - \left[ \chi h + \frac{\kappa^2 h^3}{12\Gamma_n} \left( 2(1+\nu) - \frac{c^2}{\Gamma_n} \right) \right] z_3 + \nu \kappa z_5.
 \end{aligned} \tag{23}$$

Граничные условия можно записать следующим образом:

- а) левая граница пластины свободна:  $z_4(0)=z_5(0)=z_6(0)=0$ ;
- б) правая граница пластины свободна:  $z_4(l)=z_5(l)=z_6(l)=0$ ;
- в) правая граница пластины закреплена:  $z_1(l)=z_2(l)=z_3(l)=0$ .

Таким образом, разработана спектральная краевая задача для нахождения комплексного параметра  $-\omega$ , представляя изгибающую волну на пластине, и соответствующей ей формы колебаний. Система обыкновенных дифференциальных уравнений (22) и (23) и граничные условия решались совместно на основе алгоритма, созданного в комплексной арифметике на основе метода ортогональной прогонки Годунова и метода Мюллера. В расчетах использовалось трехпараметрическое ядро релаксации Колтунова-Ржаницына:  $R(t) = Ae^{-\beta t} / t^{1-\alpha}$ , ( $A = 0,048$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\alpha = 0,1$ ).

Пусть толщина пластины (на границе гипотезы Кирхгофа-Лява) изменяется по следующему закону  $h(x_1) = h_0 x_1^p$ , ( $0 < x_1 \leq b$ ), где параметр  $p$  в расчетах принимает следующие значения: 1,5; 2; 2,5; 3. Можно видеть, что фазовая скорость распространения волн в пластине переменной толщины имеет конечный предел с увеличением числа волн (линии III и IV), но фазовая скорость, оказывается, не имеет предела, если пластина имеет постоянную толщину. Такие результаты были получены и тогда, когда имело место гипотеза Тимошенко. На основе численного эксперимента найдено выражение предельного значения действительной части комплексной фазовой скорости при  $K \rightarrow \infty$ :  $C_{Ro} = 2C_s t g \frac{\varphi_o}{2}$ . Это в частном случае ( $C_{Ro} = C_s$ ) совпадает с результатами Гринченко В.Т. Было установлено, что отношение реальный части фазовых скоростей ( $C_{Ro}$ ) на значения угла ( $\varphi_o$ ) при разных значениях клина ( $\varphi_o$ ) не зависит от угла ( $\varphi_o$ ). Чего нельзя сказать о мнимой части фазовых скоростей. Параметр  $p$ , характеризующий толщину пластины, также был оценен. Был найден вокруг острой кромки пластины переменной толщины накопление колебательных движений.

В пятой главе диссертации, озаглавленной «Распределение собственных волн в вязкоупругом бесконечно длинном цилиндре с радиальной трещиной»,

рассматривается задача распространения волн в вязкоупругом цилиндре с радиальной трещиной.

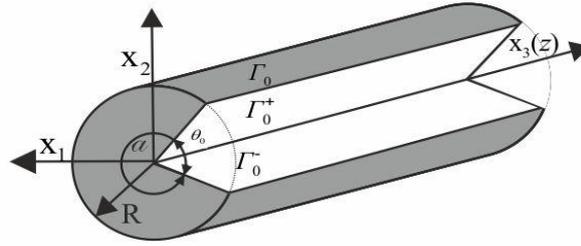


Рис. 5. Расчетная схема.

Основные уравнения теории вязкоупругости (в цилиндрической системе координат) состоят в следующем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial r} &= \frac{1}{K} \sigma_{rr} - \frac{\lambda}{K} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right); \quad \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \sigma_{r\varphi} - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - u_\varphi \right), \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} &= \frac{1}{\mu} \sigma_{rz} - \frac{\partial u_r}{\partial z}; \quad \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} - \frac{\tilde{A}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} - \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} &= \rho \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} [\sigma_{rr} - \tilde{A}] - \frac{2\sigma_{r\varphi}}{r} - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{B}, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} &= \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \sigma_{rr} - 2\mu \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \right] - \frac{\sigma_{rz}}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \tilde{B}. \end{aligned} \quad (24)$$

Где  $\sigma_{ik}$  - тензор напряжения,  $\rho$  - плотность,  $(u_r, u_\varphi, u_z)$  – компоненты вектора

перемещения;  $\tilde{A} = 2\tilde{\mu} \left[ \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + u_r \right) \right]$ ,  $K = \bar{\lambda} + 2\bar{\mu}$ . Граничные

условия имеют вид:

$$r = r_0 \rightarrow 0, r = R, \sigma_{rz} = \sigma_{rr} = \sigma_{r\varphi} = 0, \varphi = 0, \varphi = 2\pi, u_\varphi = 0, \sigma_{\varphi z} = \sigma_{\varphi r} = 0. \quad (25)$$

Решение этой задачи ищем в следующем виде (то есть волна распространяется вдоль оси  $x_2$ ):

$$\begin{aligned} u_r &= w(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(kx_2 - \omega t)}, \quad u_\varphi = v(r) \sin \frac{\varphi}{2} e^{i(kx_2 - \omega t)}, \\ u_z &= u(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(kx_2 - \omega t)}, \quad \sigma_{rr} = \sigma(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(kx_2 - \omega t)}, \\ \sigma_{r\varphi} &= \tau_\varphi(r) \sin \frac{\varphi}{2} e^{i(kx_2 - \omega t)}, \quad \sigma_{rz} = \tau_z(r) \cos \frac{\varphi}{2} e^{i(kx_2 - \omega t)}. \end{aligned} \quad (26)$$

Если подставить решение (26) в дифференциальные уравнения с комплексным коэффициентом в частных производных (24), то получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с комплексными коэффициентами. Полученная система дифференциальных уравнений численно решена на основе алгоритма, созданного в комплексной арифметике на основе метода ортогональной прогонки Годунова и метод

Мюллера. Безразмерные величины выбрали так, чтобы  $C_s$ , плотность  $\rho$  и радиус  $R$  принимают единичные значения. В расчетах использовалось трехпараметрическое ядро релаксации Колтунова-Ржаницына  $R(t) = Ae^{-\beta t} / t^{1-\alpha}$  ( $A = 0,048$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\alpha = 0,1$ ).

Обосновано накопление движения на поверхности треснутого цилиндра и при  $R \rightarrow \infty$  форма колебаний не имеет предела. Утверждается, что форма колебаний не имеет границ. Аналогичные результаты получены для клиновидной части цилиндра, которую сравнивали с результатами, полученными на основе гипотез Кирхгоф-Лява и Тимошенко. Были найдены границы применения этих гипотез.

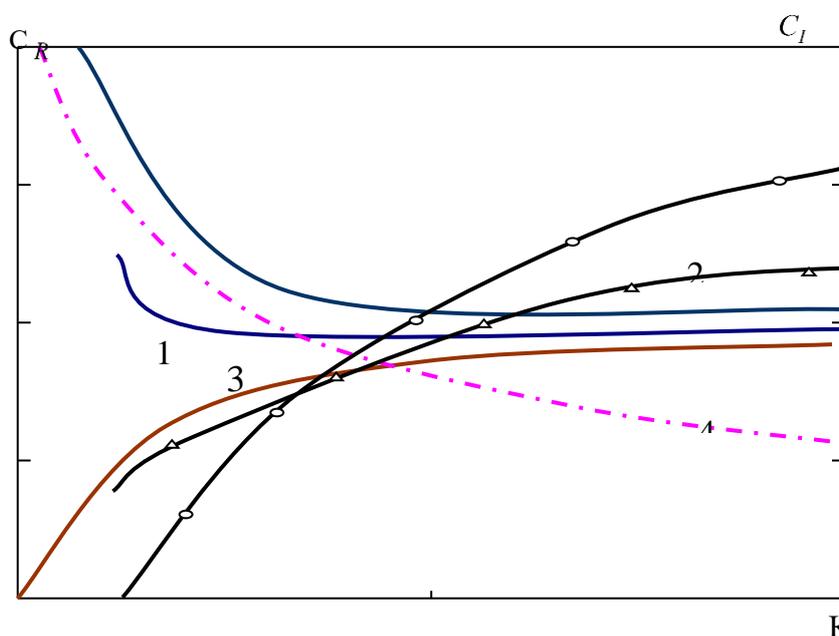


Рис. 6. Изменение действительной и мнимой частей фазовой скорости относительно волнового числа (1-изменение действительной части фазовой скорости в цилиндре с трещиной; 2-изменение мнимой части фазовой скорости в цилиндре с трещиной; 3-изменение действительной части фазовой скорости в цилиндре без трещины; 4-изменение мнимой части фазовой скорости в цилиндре без трещины).

В шестой главе диссертации, озаглавленной «Распространение волн в бесконечно длинной вязкоупругой цилиндрической оболочке (панели) переменной толщины», приведена постановка задачи распространения собственных волн в вязкоупругой цилиндрической панели с переменным слоем, алгоритм решения и численные результаты. В ортогональной системе координат  $(\alpha_1; \alpha_2; z)$  при  $z = 0$  оболочка занимает следующую область:  $-\infty < \alpha_1 < +\infty$ ;  $0 < \alpha_2 < l$ ;  $-\frac{h}{2} < z < \frac{h}{2}$ . Уравнения движения цилиндрической панели переменной толщины получены на основе принципа возможных перемещений (в рамках гипотез Кирхгофа - Лява и Тимошенко):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial \alpha_2} &= \frac{S}{A} - \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \alpha_1}, & \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \alpha_2} &= \frac{T_2}{C} - \nu \frac{\partial u}{\partial \alpha_1} - k_2 w, \\
\frac{\partial w}{\partial \alpha_2} &= -\theta_2 + k_2 \mathcal{G}, & \frac{\partial \theta_2}{\partial \alpha_2} &= \frac{M_2}{D} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha_1^2}, \\
Q_1 &= \frac{\partial M_1}{\partial \alpha_1}; Q_2 = \frac{\partial M_2}{\partial \alpha_2} + 2 \frac{\partial N}{\partial \alpha_1} & & (27)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial \alpha_2} &= \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \tilde{C} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha_1^2} - \nu \frac{\partial T_2}{\partial \alpha_1}, & \frac{\partial T_2}{\partial \alpha_2} &= \rho h \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial t^2} - \frac{\partial S}{\partial \alpha_1} - k_2 Q_2, \\
\frac{\partial Q_2}{\partial \alpha_2} &= \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \tilde{D} \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha_1^4} - \nu \frac{\partial^2 M_2}{\partial \alpha_1^2} + k_2 T_2, & \frac{\partial M_2}{\partial \alpha_2} &= Q_2 - 2B \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \alpha_1^2}.
\end{aligned}$$

Здесь,  $\tilde{c} = \frac{\tilde{E}h}{1-\nu^2}$ ,  $\tilde{D} = \frac{\tilde{E}h^3}{12(1-\nu^2)}$ ,  $A = \tilde{c} \frac{1-\nu}{2}$ ,  $B = \tilde{D}(1-\nu) = \frac{\tilde{E}h^3}{12(1+\nu)}$ .

$T_1, T_2, S, M_1, M_2, N$  – усилия и моменты;  $u, v, w$  – компоненты перемещений срединной поверхности;  $\theta_1, \theta_2$  – углы поворота по нормали к осям  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Радиус кривизны срединной поверхности ( $z=0$ ) соответственно по координатам  $\alpha_1$  и

$\alpha_2$ :  $k_1 = 0; k_2 = \frac{1}{R}$ . Если  $\alpha_2=0$ ,  $l$  есть свободная граница, тогда:

$M_2=0, S=0, T_2=0, Q_2=0$ ; или если плотно закреплены, тогда:  $u=0, \mathcal{G}=0, w=0, Q_2=0$ .

Решение системы частных производных дифференциальных уравнений (27) в соответствующих предельных условиях также отыскивается на основе разработанной методики, в результате чего для нахождения комплексного параметра и формы колебаний получаем следующую систему, состоящую из восьми простых дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
z_1' &= z_5/A + k z_2, & z_2' &= z_6/C + \nu k z_1 - k_2 z_3, \\
z_3' &= -z_4 + k_2 z_2, & z_4' &= z_8/D + \nu k^2 z_3 \quad (28), \\
z_5' &= h(EK^2 - \rho\omega^2)z_1 + \nu h^2 z_6, & z_6' &= -h\rho\omega^2 z_2 - k z_5 - k_2 z_7, \\
z_7' &= -h\rho\omega^2 z_3 + \bar{E}/12h^3 k^4 z_3 + \nu k^2 z_8 + k_2 z_6, & z_8' &= z_7 + G/3h^3 k^2 z_4, \\
z_5 &= z_6 = z_7 = z_8 = 0, & \alpha_2 &= 0, l.
\end{aligned}$$

Полученная система дифференциальных уравнений решалась численно на основе алгоритма, созданного на комплексной арифметике на основе метода ортогональной прогонки Годунова и метода Мюллера. В расчетах использовались следующие безразмерные параметры оболочки и трехпараметрического ядра релаксации Колтунова-Ржаницына.  $E = 1$ ;  $\rho = 1$ ;  $\nu = 0,25$ ;  $G = 1$ ;  $A = 0,048$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\alpha = 0,1$ . Проанализировано изменение реальной и мнимой частей фазовой скорости и формы колебаний в зависимости от волнового числа, радиуса кривизны и других физических (или геометрических) параметров.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**1.** Разработана методика и алгоритм для решения задач распространения собственных волн в вязкоупругих длинных пластинчатых и оболочечных (с вязкой жидкостью и без жидкости) диссипативно-неоднородных механических системах.

**2.** Введен параметр глобального коэффициента фазовой скорости (ГКФС), характеризующий скорость распространения волн в вязкоупругих длинных пластинчатых и оболочечных диссипативно-неоднородных механических системах, имеющих диссипативные свойства, и выражающих затухание фазовой скорости во всей системе.

Для диссипативно-неоднородных механических систем роль ГКФС играют мнимые части первой и второй фазовых скоростей. «Смена ролей» соответствует такой характерной точке волнового числа, что в этой точке действительные части первой, второй, третьей и т. д. фазовой скорости находятся наиболее близко друг к другу. ГКФС в этой точке достигает своего наибольшего (или наименьшего) значения, то есть обнаружено, что в этой точке диссипация энергии в системе становится интенсивной.

**3.** Обнаружено, что действительная и мнимая части фазовой скорости пластина переменной толщины (в виде клина) стремятся к постоянному значению при увеличении волнового числа (на границе гипотез Кирхгофа-Лява и Тимошенко).

**4.** Выявлено, что влияние коэффициента Пуассона на изменение в функции волнового числа действительной и мнимой частей первой моды фазовой скорости пластины в виде клина относительно числа волн не превышает 5%.

**5.** Обнаружено наличие волны при малых углах упругих (реологические свойства ядра равны нулю) клиновидных пластин, не диспергирующиеся вдоль острого края и длина которых не превышает ширины пластины.

**6.** Обнаружено, что фазовая скорость в вязкоупругом цилиндре с трещиной первая мода не имеет реальной части, а далее приближается к скорости волны Релея по мере увеличения волнового числа, и мнимая часть фазовой скорости имеет конечное значение, когда волновое число стремится к нулю, а также, выяснилось, что вблизи продольной оси цилиндра не существует накапливающихся волн, у которых фазовая скорость имеет реальную часть.

**7.** На основе анализа результатов расчета, основанного на гипотезах Кирхгофа-Лява и Тимошенко, а также теории динамической вязкоупругости, было обнаружено, что результаты отличаются до 6%, когда угол на конце клина составляет до  $28^\circ$ .

**8.** Выявлено закономерность, что фазовая скорость волн, распространяющихся в вязкоупругой цилиндрической панели переменной толщины (в виде клина), будут иметь предельное значение, в коротковолновой области на панели накопление движения будет в зависимости от радиуса кривизны и волнового числа.

9. При проектировании зданий и сооружений изложенные в диссертации методы расчета использовались для расчета кинематических параметров и коэффициентов распространения сейсмических волн в конструкциях, изменяемых толщиной твердого слоя, на котором расположен фундамент. На основе разработанной методики и алгоритма резонансное состояние колебаний было снижено до 18% за счет подбора параметров в низкочастотном волновом поле.

**ONE-TIME SCIENTIFIC COUNCIL PhD.03 / 27.02.2021.FM.101.02  
AWARDING SCIENTIFIC DEGREES AT  
BUKHARA ENGINEERING AND TECHNOLOGICAL INSTITUTE**

---

**BUKHARA ENGINEERING-TECHNOLOGICAL INSTITUTE**

**BOLTAEV ZAFAR IKHTIEROVICH**

**FEATURES OF WAVE PROPAGATION IN EXTENDED PLATE AND  
CYLINDRICAL VISCOELASTIC BODIES WITH VARIABLE  
THICKNESS**

**01.02.04 – Mechanics of a deformable solid**

**DISSERTATION OF DOCTOR OF (DSc) PHYSICAL AND MATHEMATICAL  
SCIENCES**

**Bukhara - 2021**

The theme of the dissertation of the doctor of physical and mathematical sciences (DSc) is registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2018.2.DS / FM119.

The dissertation was completed at the Bukhara Engineering and Technology Institute.

The abstract of the dissertation in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website of Scientific Council ([bmti\\_info@edu.uz](mailto:bmti_info@edu.uz)) and on the information- educational portal "ZiyoNet" at the address ([www.ziynet.uz](http://www.ziynet.uz).)

**Scientific consultant:** **Safarov Ismoil Ibrokhimovich**  
Doctor of Physical and Mathematical sciences, Professor

**Official opponents:** **Mardonov Botir Mardonovich**  
Doctor of Physical and Mathematical sciences, Professor

**Mavlonov Tulqin Mavlonovich**  
Doctor of Technical Sciences, Professor

**Kudaykulov Anarbay Kudaykulovich**  
Doctor of Physical and Mathematical sciences, Professor  
Academician of NAS RK

**Leading organization:** **Namangan Civil Engineering Institute**

The defense will take place in «26» november 2021 at «15:00» o'clock at a meeting of the scientific council PhD.03/ 27.02.2021.FM.101.02 at the Bukhara Engineering and Technological Institute at the address: Bukhara region, 200100, Bukhara, st. K. Murtazaev, 15. Tel.: (+99865) 223-78-84; fax: (+99865) 223-79-72, e-mail: [bmti\\_info@edu.uz](mailto:bmti_info@edu.uz).

The thesis is registered in the Information Resource Center of the Bukhara Engineering and Technological Institute under No. 343, which can be found in the IRC (Address: Bukhara region, 200100, Bukhara, K. Murtazaev str., 15. Tel.: (+99865) 223 -78-84).

Abstract of dissertation sent out on "13" november 2021 year.  
(mailing report №1 on "30" october 2021 year.)



**M.Kh. Tashaev**  
Chairman of Scientific of the One-time Council  
for awarding degrees,  
Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Professor

**N.N. Sadullayev**  
Chairman of Scientific of the One-time Council  
for awarding degrees, Doctor of Technical Sciences, Professor

**M.Z. Sharipov**  
Chairman of Scientific Seminar at the Scientific  
of the One-time Council for awarding degrees,  
Doctor of Physical and Mathematical Sciences

## INTRODUCTION (abstract of doctoral dissertation (DSc))

**The aim of the research** is to develop a methodology and algorithm for solving problems of dynamic processes in waveguides with dissipative properties, to develop the theory of wave propagation in viscoelastic plate and shell bodies of variable thickness, to improve the scientific foundations.

**Research objectives are:**

development of a methodology and algorithm for solving problems of studying dynamic processes in waveguides with dissipative properties, development of the theory of wave propagation in viscoelastic cylindrical bodies with a spatial radial-longitudinal crack and a plate of variable thickness, improvement of the scientific basis;

development of methods and algorithm for solving the problem of propagation of natural waves in dissipatively inhomogeneous cylindrical shells with a viscous liquid;

determination of the limits of application of the Kirchhoff-Love and Timoshenko S.P. hypotheses to a viscoelastic plate and a panel of variable thickness in the form of a wedge;

estimation of wave propagation on a wedge-shaped plate by solving the problem of propagation of proper waves in a viscoelastic cylinder with a radial crack.

**The object of the study** is a cylindrical shell with a viscous liquid, a cylinder with a radial crack, a viscoelastic plate and a cylindrical panel of variable thickness.

**The subject of the research** is the development of a dynamic theory and methods for solving wave propagation problems that take into account dissipatively homogeneous and inhomogeneous characteristics of a mechanical system consisting of an extended cylindrical shell, a cylinder of a sector cross-section and a plate of variable thickness.

**Research methods.** In the dissertation work, the basic integro-differential partial differential equations are obtained using the principle of possible displacements (variational equation). To solve these equations, the freezing method, the method of separation of variables, the method of orthogonal Godunov run, the methods of Muller, Gauss, Laplace were used.

**The scientific novelty of the research is as follows:**

a method and an algorithm for solving the problem of studying the processes of wave dynamics in an extended plate of variable cross-section and viscoelastic cylindrical bodies with a spatial longitudinal crack were developed, and also improved on the basis of methods of mechanics of a deformable solid and mathematical physics based on the theory of complex functions; a self-adjoint spectral problem for a plate of variable thickness is formulated, and the biorthogonality condition is derived;

since the orthogonality conditions for wave propagation on an extended plate are not met, in order to get rid of restrictions in the application of methods of mathematical physics, biorthogonality conditions are derived and the problem of wave propagation on a plate of variable thickness is reduced to a self-adjoint spectral problem on a complex plane;

By solving the formulated spectral problem for a plate of variable thickness in the complex plane, separately for the hypotheses of Kirchhoff-Love and Timoshenko S.P., on the basis of numerical results it was found that the complex

phase velocity differs by 5% in the field of small wavenumbers and by 20% -in the field of large wave numbers;for the first time, it was found that for elastic cylinders with a radial crack, there is no real part of the phase velocity of movements accumulating around the axis of the cylinder;

it was found that on the basis of numerical results obtained according to the hypotheses of Kirchhoff-Love and Timoshenko S.P. and solutions obtained on the basis of the variational method in the region of a small number of waves differ by up to 10%, if the angle on the face of a viscoelastic plate with variable thickness is up to  $28^{\circ}$ , the field of application of the Kirchhoff-Lyav and Timoshenko S.P. hypotheses was determined;

spectral problem obtained on the basis of the variational method for a plate of variable thickness (satisfying the hypotheses of Kirchhoff-Love and Timoshenko S.P.) when solving on the basis of the developed method, it was found that the real and imaginary parts of the wave propagation velocity on the plate tend to a constant number, and also weakly related (2-3%) to Poisson's ratio;

for a viscoelastic cylinder with a longitudinal-radial crack and a cylindrical body of a wedge-shaped cross-section, it was found on the basis of numerical results that the phase velocity of the accumulating motion along its axis has no real part, while wedge-shaped waves appear on the edge of the wedge, the phase velocity of which is close to the phase velocity Rayleigh wave velocity;

a comparison was made of the degree of dependence of the complex phase velocity on the radius of curvature during wave propagation in a cylindrical panel of variable thickness for the cases  $K = \pi / 4$  and  $K = \pi / 2$ ; an increase in energy dissipation with an increase in curvature was found.

**The practical results of the study are as follows:**

the developed technique, the effects found serve to improve surfactant devices (surface acoustic waves) and create a new generation of them, and the possibility of studying wave propagation on piezoceramic surfaces is substantiated;

the discovered effects in the study of wave propagation in deformable plates and panels with a wedge-shaped cross-section are substantiated, which allow the production of new materials of practical importance;

the developed methods and algorithms make it possible to predict resonant processes occurring in dissipatively homogeneous or inhomogeneous bodies operating under load, as well as to select the appropriate material;

the developed methods and algorithms make it possible to optimize dynamic stress-strain states arising under the influence of seismic waves on foundations of variable cross-section.

**The reliability of the research results** is based on the rigidity of the derived mathematical relations, the use of reasonable solution methods and comparisons with solutions obtained by other scientists.

**Scientific and practical significance of the research results.** The scientific significance of the results obtained in the study lies in the fact that they make a significant contribution to the development of the theory of wave propagation in extended dissipatively homogeneous and inhomogeneous lamellar and cylindrical viscoelastic bodies.

The practical significance of the study lies in the fact that the attenuation rate coefficient, in dissipatively inhomogeneous mechanical systems, depends on geometric and physico-mechanical parameters, which makes it possible to control

the energy in the studied area. This is also explained by the fact that the developed techniques and algorithms can be used to reduce vibrations or vibrations created by the impact of the driving force on structures in the form of a cross-section of a wedge-shaped plate and a cylindrical panel.

**Implementation of the research results.** Based on research on the development of the theory of wave propagation in viscoelastic mechanical systems, according to the developed calculation methods and algorithm:

in the design of buildings and structures used at the Bukhoro enterprise, Uzjamoaloyikha LLC, in the calculation of the kinematic parameters and coefficients of seismic waves propagating in the continuous layer structures varying in thickness located in the foundation (reference of the Ministry of Construction of the Republic of Uzbekistan dated February 27, 2020, No. 1903 / 09-07). Based on the use of the results of scientific research, it becomes possible to reduce the resonant state of oscillations in structures up to 18% due to the selection of parameters in the region of low-frequency waves;

When designing structures at the Uzzhamoaloyikha LLC, the effect of the intensity of wave dissipation was used due to the variability of the foundation thickness (reference of the Ministry of Construction of the Republic of Uzbekistan dated February 27, 2020, 1903 / 09-07). As a result of using the theoretical analysis of the developed stress profile, the strength increased by 1.18 times in the areas where the maximum stresses arise in the foundation;

The technique developed taking into account the hypotheses of Kirchhoff-Love and Timoshenko was used in the fundamental project F-4-23 "The dynamic problem of the theory of elasticity in the development of the propagation of waves arising from motion in a continuous half-plane of a load consisting of three-dimensional piecewise rocks" of the Namangan Civil Engineering Institute ( Reference of the Ministry of Higher and Secondary Specialized Education No. 89-03-1173 dated March 19, 2020) when calculating the stress-strain state of shell structures, the system of partial differential equations is reduced to a system of ordinary differential equations of the first order;

application of methods for assessing the dynamic state of cylindrical structures in the applied project A-14-010 "Development of effective methods for the study of low-cycle strength and dynamics of composite shell structures such as a tank under various types of loading", carried out at the Tashkent Institute of Railway Engineers in 2015-2017 (reference No. 89 -03-1173 of the Ministry of Higher and Secondary Specialized Education dated March 19, 2020) created the possibility of damping waves, using the results of calculating the energy dissipation arising in the system.

**Approbation of the results of the study.** The results of this study were reported at 12 international and 15 republican scientific and practical conferences.

**Publication of the results of the study.** 69 scientific papers have been published on the topic of the dissertation, in particular, 3 monographs, 16 scientific articles in scientific journals recommended by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for the publication of the main scientific results of the dissertation of the Doctor of Sciences (DSC), 3 of them in the republican and 13 in foreign scientific journals.

**The structure and scope of the dissertation.** The dissertation consists of an introduction, six chapters, a conclusion, a list of references and appendices. The volume of the dissertation is 193 pages.

**ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ**  
**СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ**  
**LIST OF PUBLISHED WORKS**  
**I-бўлим (I часть; I part)**

1. Boltaev Z.I., Safarov I.I., Razokov T.R. Natural Vibrations Of Spherical Inhomogeneity In A Viscoelastic Medium International journal of scientific & technology research volume 9, issue 01, januar. –2020. –P. 3674-3680. (Scopus, IF=0,2).

2. Safarov I.I., Teshayev, M.Kh., Boltaev Z.I., Kulmuratov N.R., Hamroev N.N. Own waves in a spatial viscoelastic cylinder with radial crack. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 12 (80). –Philadelphia, USA. –2019. –№12(80). –P. 341-345. <http://T-Science.org> (IF=0.350).

3. Safarov I.I., Kulmuratov N.R., Boltaev, Z.I. Unsteady oscillations of cylindrical shells under the influence of internal explosive loads. *International Scientific Journal Theoretical & Applied Science*. –Philadelphia, USA. –2019. –№12(80). –P. 250-257. <http://T-Science.org> (IF=0.350)

4. Safarov I. I., Kulmuratov N.R., Boltaev Z.I., Ishmamatov M. R. Dynamic stressed deformable state of locally located cylindrical pipes with liquid when exposed to harmonious loads. *International Scientific Journal Theoretical & Applied Science*. –2019. –№11(79). –P. 425-433 <http://T-Science.org> (IF=0.350)

5. Safarov I.I., Teshayev M.Kh., Boltaev Z.I. Propagation of linear waves in multilayered structural inhomogeneous cylindrical shells / *Journal of Critical Reviews*, Vol. 7, Issue 12, 2020/893-9. <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/> DOI: <http://dx.doi.org/10.31838/jcr.07.12.157> –2020. –Vol. 7, Issue 12. –P. 893-904 (Scopus, IF=0.6).

6. Boltaev Z.I., Safarov I.I., Ruziev T.R. Solid body oscillations under the influence of group vibration loads// *International Journal of Psychosocial Rehabilitation*. 30 May. –2020.–P. 5719-5729 <https://www.psychosocial.com> (Scopus, IF=0.2)

7. Safarov I.I., Teshayev M. Kh., Axmedov M.Sh., Boltaev Z.I. Spread of Natural Waves in Cylindrical Panel. *International journal of Case Studies*. Vol.4. –2015. – №5 Issue 3 – March. –P. 34–39 (Scopus, IF=3.582)

8. Болтаев З.И. Ўзгарувчан қалинликдаги қовушқоқ эластик пластинкада ҳос тўлқинлар тарқалиши. Бухоро Давлат Университети илмий ахбороти 2020/2 (78).17-22 б. (01.00.00; № 3).

9. Safarov I.I., Teshayev M. Kh., Axmedov M.Sh., Boltaev Z.I. Distribution Free Waves in Viscoelastic Wedge with an Arbitrary Angle Tops. *Applied Mathematics*, 8, 736-745. <https://doi.org/10.4236/am.2017.85058>. –2017. –№8. –P. 735-745 (Scopus, IF=1.7).

10. Safarov I.I., Teshayev M.Kh., Boltaev Z.I., Akhmedov M.Sh., Rajabov O.I. Distribution Natural Waves on the Viscoelastic Cylindrical Body in Plane Strain State. Impact Factor 3.582. *Case Studies Journal ISSN (2305-509X) – Volume 6, Issue 1–Jan.* –2017. –P. 1-8 <http://www.casestudiesjournal.com>. (IF= 3.582.)

11. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Akhmedov M.Sh. Dissemination Sinusoidal Waves in of A Viscoelastic Strip. Global Journal of Science Frontier Research: F Mathematics & Decision Sciences. Volume 15 Issue 1 (Ver.1.0). –2015. –Volume 15 Issue 1 (Ver.1.0) –P. 39-60 (IF= 2.42).

12. Safarov I.I., Teshayev M.Kh., , Boltaev Z.I., Akhmedov M.Sh. Properties Of Wave Motion In A Cylindrical Shell Is In Contact With A Viscous Fluid. Impact Factor 3.582 Case Studies Journal ISSN (2305-509X) – Volume 6, Issue 1–Jan. – 2017. –P. 9-35 <http://www.casestudiesjournal.com>. (IF= 3.582.)

13. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Axmedov M.Sh., Buronov S.A. O distribution of own waves in elastic and Viscoelastic environments and Constructions. The Authors. Published under Caribbean Journal of Science and Technology ISSN 0799-3757. <http://caribjscitech.com/> Carib.j.SciTech. –2017. –Vol.5. –P. 65-8717(IF=0,2)

14. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Teshayev M.Kh., Nuriddinov B.Z. Of Own and Forced Vibrations of Dissipative Inhomogeneous Mechanical Systems. Applied Mathematics. –2017. –№8. –P. 1001-1015 <https://doi.org/10.4236/am.2017.87078> (Scopus, IF=0,46).

15. Болтаев З.И. О распространении трубной и лембовской волн в цилиндрических скважинах. “Илм сарчашмалари” Урганч давлат университетининг илмий-назарий, методик журнали. – 2021. – №8. 20-25 б. (01.00.00; № 10).

16. Болтаев З.И. Колебания структурно-неоднородного коаксиального многослойного цилиндра. “Илм сарчашмалари” Урганч давлат университетининг илмий-назарий, методик журнали. – 2021. – №9. 28-35 б. (01.00.00; № 10).

### **II-бўлим (II часть; II part)**

17. Safarov I.I., Teshayev M.Kh., Toshmatov E., Boltaev Z.I and Homidov F. Torsional vibrations of a cylindrical shell in a linear viscoelastic medium. [IOP Conference Series: Materials Science and Engineering](#). –2020. (Scopus).

18. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Teshayev M.Kh., Akhmedov M.Sh. About distribution of own waves in the dissipative layered cylindrical bodies interacting with Wednesday. The International journal ISSN 2278 – 5469 EISSN 2278 – 5450 © 2017 Discovery Publication. All Rights Reserved. Discovery. –2017. –№53(253). –P. 16-29

19. Mirsaidov M.M., Safarov I.I., Boltaev Z.I., Teshayev M.Kh. Spread waves in a viscoelastic cylindrical body of a sector cross section with cutouts. FORM-2020. IOP Publishing IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 869(2020) 042011 doi:10.1088/1757-899X/869/4/042011. –2020. –P. 1-10 (Scopus).

20. Sagdiyev K.H., Boltayev Z.I., Ruziev T.R., Juayev O', Jalolov F. Dynamic stress-deformed states of a circular tunnel of small position under harmonic disturbances. E3S Web of conference 264. 01028 (2021) CONMECHYDRO-2021 <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20216401028>

21. Ishmamatov M.R., Avezov A.X, Ruziyev T.R., Boltayev Z.I., Kulmurotov N.R. Propagation of natural waves on a multilayer viscoelastic cylindrical body

containing the surface of a weakened. ICASSCT 2021, IOP Publishing, Journal of physics: Conference Series conf. ser.: 1921 (2021) 012127 doi:10.1088/1742-6596/1921/1/012127

22. Mirsaidov M.M., Safarov I.I., Teshayev M.Kh., Boltayev Z.I. Dynamics of structural-inhomogeneous coaxial –multi-layered systems “cylinder-shells”. First International Conference on Advances in Physical Sciences and Materials. Journal of Physics: Conference Series 1706(2020)012033 doi:10.1088/1742-6596/1706/1/012033. –2020. –P. 1-14 (Scopus).

23. Safarov I.I., Teshayev M. Kh., Boltaev Z.I., Axmedov M.Sh. Of Own Vibrations of Cylindrical Bodies in the Deformable Medium-Specific Vibrations of Cylindrical Bodies in the Deformed Environment. World Wide Journal of Multidisciplinary Research and Development. [www.wwjmr.com](http://www.wwjmr.com). WWJMRD. –2018. –№4(2). –P. 1-22

24. Safarov I.I., Boltaev Z.I. Propagation of Natural Waves on Plates of a Variable Cross Section. Open Access Library Journal , 5: e4262. Copyright c 2018 by authors and Open Access Library Inc. <https://doi.org/10.4236/oalib.1104262>. –2018. –P. 1-29

25. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Methods for Assessing the Seismic Resistance of Subterranean Hydro Structures Under the Influence of Seismic Waves. American Journal of Physics and Applications. –2018. –Vol. 6. –№2. –P. 51-62. doi: 10.11648/j.ajpa.20180602.14

26. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Kuldashov N.U. Oscillations and Waves in a Layered Homogeneous Viscoelastic Medium. International Journal of Emerging Engineering Research and Technology. –2018. –Volume 6, Issue 3. –P. 27-32

27. Safarov I.I., Teshayev M.Kh., Boltaev Z.I. Own Vibrations of Bodies Interacting with Unlimited Deformable Environment. Open Access Library Journal. 5: e4432. <https://doi.org/10.4236/oalib.1104432>. –2018. –№5. –P. 1-22

28. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Teshayev M. Kh. Properties of Wave Motion in a Cylindrical Shell, Interacting with Viscous Liquid. Open Access Library Journal, 5: e4563. <https://doi.org/10.4236/oalib.1104563>. –2018. –№5. –P. 1-22

29. Boltaev Z.I. Akhmedov M.Sh., Ro'ziyev T.R., Hamroyeva Z. Q. Calculation of Static and Dynamic Stress-Deformed State of Pipeline in Deformable with the Environment. International Journal of Emerging Engineering Research and Technology. –2018. –Volume 6, Issue 8. –P. 31-42.

30. Safarov I.I., Teshayev M. Kh., Boltaev Z.I., Axmedov M.Sh. Damping Properties of Vibrations of Three-Layer Viscoelastic Plate. International Journal of Theoretical and Applied Mathematics. –2017. –3(6). –P. 191-198 <http://www.sciencepublishinggroup.com/j/ijtam> doi:10.11648/j.ijtam.20170306.13 ISSN: 2575-5072 (Print); ISSN: 2575-5080 (Online)

31. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Akhmedov M.Sh., Otajonova N. Non Stationary Interaction of Elastic of Waves with Cylindrical Shells. Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology (JMEST) ISSN: 3159-0040 Vol. 2 Issue 1, January. 2015. –P. 251-254

32. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Akhmedov M.Sh. Waveguide Propagation in Extended Plates of Variable Thickness. *Open Access Library Journal* Copyright © 2014 by authors and OALib. This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY). –2014. –P. 1-9

33. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Akhmedov M.Sh. Impact of longitudinal and transverse waves by cylindrical layers were liquid. *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology (JMEST)* ISSN: 3159-0040 Vol. 1 Issue 4, November. –2014. –P. 273-281

34. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Akhmedov M.Sh. Waves in a viscoelastic cylinder with radial cracks. *IJRRAS* 20 (2) • August 2014. [www.arpapress.com/Volumes/Vol20](http://www.arpapress.com/Volumes/Vol20) Issue2/IJRRAS\_20\_2\_03.pdf. – 2014. – Vol.20. –P. 65-70

35. Сафаров И.И., Болтаев З.И., Тешаев М.Х. О распространении собственных волн в диссипативных слоистых цилиндрических телах. *Вестник пермского университета. Математика. Механика. Информатика.* –2017. –Вып. 1(36). –С. 33-40

36. Сафаров И.И., Болтаев З.И., Тешаев М.Х. Собственные волны в пространственном вязкоупругом цилиндре с радиальной трещиной. *Проблемы механики и управление.* –Пермь. –2018. –Выпуск №50. –С. 95-114

37. Сафаров И.И. Болтаев З.И., Нуриддинов Б.З. Распространение собственных волн в цилиндрической оболочке с вязкой жидкостью. *Материалы XXI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам.* –Алушта, Крым. –2019. –С. 339-341

38. Сафаров И.И., Болтаев З.И., Тешаев М.Х. Оценки динамических характеристик и напряженно-деформированного состояния цилиндрических и тороидальных оболочек с жидкостью при воздействии динамических нагрузок. *Open Science Publishing Raleigh Nort Carolina, USA* 2018. -220 с.

39. Болтаев З.И., Нуриддинов Б.З. Распространение линейных вязкоупругих волн в цилиндрической панели с переменной толщиной. *XXI асрда фан, таълим ва ишлаб чиқариш интеграциясини долзарб муаммолари: Республика Олий ўқув юртлариаро илмий ишлар тўплами/ТКТИ.* –Тошкент. – 2017. 55-57 б.

40. Сафаров И.И., Болтаев З.И. Математическое моделирование распространения волн в вязкоупругом слое. *XXI асрда фан, таълим ва ишлаб чиқариш интеграциясини долзарб муаммолари: Республика Олий ўқув юртлариаро илмий ишлар тўплами/ ТКТИ.* –Тошкент. –2017. 66-68 б.

41. Болтаев З.И. Собственных волн в слоистых диссипативно – неоднородных средах. *XXI асрда фан, таълим ва ишлаб чиқариш интеграциясини долзарб муаммолари: Республика Олий ўқув юртлариаро илмий ишлар тўплами/ ТКТИ.* –Тошкент. –2017. 84-87 б.

42. Болтаев З.И., Нуриддинов Б.З. О распространении гармонических волн в вязкоупругом слое переменной толщины. *Материалы XVI*

международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. –Алушта, Крым. –2013. –С. 288-290

43. Сафаров И.И., Болтаев З.И., Ахмедов М.Ш. Установившиеся колебания цилиндрических тел с внешним трением на границе. Материалы VIII международная научно-практическая конференция: “Научно обозрение физико – математических и технических наук XXI веке”. – Россия, Москва.– 2014. –С. 61-64

44. Болтаев З.И., Рузиев Т.Р. Распространение собственных волн в линейных упругих телах с начальным напряжением. Ташкентский Химико-Технологический Институт. Материалы Республиканской научно-практической конференции Прикладные и фундаментальные проблемы естественных наук. –Ташкент. – 2019. –С. 143-148.

45. Сафаров И.И., Джумаев З.Ф., Болтаев З.И., Киёмов Ш.Ф. Воздействие сейсмической волны на цилиндрическую трубу с жидкостью. Академия наук Республика Узбекистан. Конференция посвящается 100-летию видного ученого в области механики, заслушанного деятеля науки и техники, лауреата государственных премий, доктора технических наук, академика М.Т. Уразбаева. – Ташкент. – 2006. –С. 372-374

46. Сафаров И.И., Болтаев З.И., Тешаев М.Х. Математическое моделирование распространения гармонических волн в вязкоупругой пластине переменной толщины. Труды научной конференции Проблемы современной математики. –Карши. – 2011. –С. 593-595

47. Джумаев З.Ф., Болтаев З.И., Кенжаева М. Дифракция гармонических волн на параллельных цилиндрических оболочках с жидкостью. Академия наук Республика Узбекистан. Конференция посвящается 100-летию видного ученого в области механики, заслушанного деятеля науки и техники, лауреата государственных премий, доктора технических наук, академика М.Т. Уразбаева. – Ташкент. – 2006. –С. 257-259

48. Болтаев З.И. Гармонические волны в вязкоупругой пластине с переменной толщины. Энергия ресурсларини тежашда альтернатив энергия манбаларидан фойдаланиш – муаммолар ва ечимлар. Республика илмий – амалий анжуман материаллари. –Қарши. –2008. –С. 164-167

49. Болтаев З.И. Соотношение биортогональности для протяженных пластин переменной толщины. Академия наук Республика Узбекистан. Конференция посвящается 100-летию видного ученого в области механики, заслушанного деятеля науки и техники, лауреата государственных премий, доктора технических наук, академика М.Т. Уразбаева. – Ташкент. – 2006. –С. 250-252

50. Сафаров И.И., Болтаев З.И. Распространение гармонических волн цилиндрической панели с учетом вязкоупругих свойств материала. ТошДТУ хабарлари. –2011. –№ 1-2. –С. 7-12

51. Болтаев З.И., Шарипова Н.У. Математическое моделирование распространения волн в вязкоупругом слое. Математик физика ва замонавий анализнинг турдош масалалари республика илмий – амалий анжумани материаллари. –Бухоро. –2015. 333-334 б.

52. Болтаев З.И. О распространении поверхностных волн в волноводах Механика деформируемого твердого тела. Материалы международной научно-технической конференции. Самарканд. –2007. –С. 55-56.

53. Сафаров И.И., Болтаев З.И., Солиева О.К. Собственные волны в вязкоупругом клине с произвольным углом вершины. Сборник материалов Международной научно- практической конференции “Современные тенденции развития науки и производства”. –Том II. –Кемерово. –2014. –С. 107-110.

54. Тешаев М.Х., Болтаев З.И. Математическое моделирование распространения волн в упругом слое. Сборник материалов Международной научно- практической конференции Современные тенденции развития науки и производства” –Том II. –Кемерово. –2014. –С. 110-112

55. Сафаров И.И., Болтаев З.И., Ахмедов М.Ш. Свободные волн в клине с произвольным углом вершины. «Актуальные вопросы развития инновационной деятельности в новом тысячелетии» Ежемесячный научный журнал. –Новосибирск, Россия. –2014. –№ 9. –С. 56-60.

56. Сафаров И.И., Болтаев З.И., Ахмедов М.Ш. Распространение гармонических волн в цилиндрической панели с учетом вязкоупругих свойств материала. Вестник пермского университета. Математика. Механика. Информатика. –2014. –Вып.2(25). –С. 58-63

57. Болтаев З.И., Умаров А.О. Линейные крутильные колебания вязкоупругой системы оболочка-вязкая жидкость. Ташкентский Химико-Технологический Институт. Материалы Республиканской научно-практической конференции Прикладные и фундаментальные проблемы естественных наук. –Ташкент. –2019. –С. 169-175.

58. Болтаев З.И. Распространение собственных вязкоупругих волн в тонкой панели с переменной толщиной. Ташкентский Химико-Технологический Институт. Материалы Республиканской научно-практической конференции Прикладные и фундаментальные проблемы естественных наук. –Ташкент. –2019. –С. 140-143.

59. Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Болтаев З.И. Fluctuations of cylindrical shells when exposed internal unsteady load. Ташкентский Химико-Технологический Институт. Материалы Республиканской научно-практической конференции Прикладные и фундаментальные проблемы естественных наук. –Ташкент. –2019. –С. 70-81.

60. Сафаров И.И., Болтаев З.И., Ахмедов М.Ш. Effect of proximity of source of dilated waves on the dinamic tension of cylinder with liquid. Ташкентский Химико-Технологический Институт. Материалы Республиканской научно-практической конференции Прикладные и фундаментальные проблемы естественных наук. –Ташкент. –2019. –С. 58-69.

61. Сафаров И.И., Болтаев З.И. Крутильных колебаний вязкоупругой оболочки с вязкой жидкости. Сборник докладов Республиканской научно-практической конференции «Механика деформируемого твердого тела». –Том-I. –Ташкент. –2018. –С. 143-148

62. Болтаев З.И. Гармонические волны в вязкоупругом цилиндре с радиальной трещиной в клине. Сборник докладов Республиканской научно-практической конференции «Механика деформируемого твердого тела». –Том-I. –Ташкент. –2018. – С. 252-258
63. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Akhmedov M.Sh. Distribution of the natural waves. LAP, Lambert Academic Publishing. –2015. – 110 p.
64. Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Болтаев З.И. Вынужденные гармонические колебания вязкоупругих слоистых тел, лежащих на деформируемой полуплоскости. Проблемы механики и управление. –Пермь. – 2016. –Выпуск №48. –С. 126-139
65. Нуриддинов Б.З., Болтаев З.И., Эсанов Н.Қ. Волны в вязкоупругом цилиндре с трещиной. Математика, физика ва ахборот технологияларининг долзарб муаммолари мавзусидаги Республика миқёсидаги онлайн илмий-амалий анжумани тезислар тўплами. –Бухоро. –2020. 184–186 б.
66. Болтаев З.И. Распространение собственных волн в цилиндрической панели с учетом вязкоупругих свойства материала. Материалы Международной научно-технической конференции Прочность конструкций, сейсמודинамика зданий и сооружений. –Ташкент. –2016. –С. 249-252
67. Болтаев З.И., Шарипова Н.У., Умаров А.О. Собственные волны в слоистых структурно-неоднородных средах. Материалы Международной научно-технической конференции Прочность конструкций, сейсמודинамика зданий и сооружений. –Ташкент. –2016. –С. 253-255
68. Сафаров И.И., Эшмаматов М.Р, Болтаев З.И., Кулмуратов Н. Р., Эсанов Н.Қ. Суюклик окувчи кўп қатламли қувурлар бўлакларининг динамик юкланишлар таъ-сирида кучланиш-деформация ҳолатини ўрганиш усуллари ишлаб чиқиш ва назариясини ривожлантириш. –Тошкент. –2019. –219 б.
69. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Axmedov M.Sh. Собственные волны в слоистых кусочно- однородных диссипативных средах (монография). LAP LAMBERT Academic Publishing. –2018. -178 p.

Автореферат “Дурдона” нашриётида тахрирдан ўтказилди ҳамда ўзбек,  
рус ва инглиз тилларидаги матнларнинг мослиги текширилди.



Босишга рухсат этилди: 11.11.2021 йил. Бичими 60x84 1/16 , «Times  
New Roman» гарнитурда рақамли босма усулида босилди.

Шартли босма табағи 4,0 Адади: 100 нусха. Буюртма № 383.

Гувоҳнома АИ №178. 08.12.2010.

“Садриддин Салим Бухорий” МЧЖ босмахонасида чоп этилди.

Бухоро шаҳри, М.Иқбол кўчаси, 11-уй. Тел.: 65 221-26-45