ЗАДАЧИ С ИЗОБРАЖЕНИЕМ.

Парманов Абулкосим Абдурашидович, преподаватель, Джизакский государственный педагогический институт, г. Джизак, parmanova@mail.ru

Parmanov Abulkasim Abdurashidovich, Teacher of the Jizzakh State Pedagogical Institute, Jizzakh sity.

Аннотация: Задача с изображением – называется геометрическая задача, данная в виде рисунка. В статье задачи с изображением классифицируются и даются методы их решения.

Ключевые слова: Геометрия, задача, задача с изображением, решение задачи.

Rezume: A problem with an image is a geometric problem given in the form of a picture. The article deals with the problem with the image is classified and to work out methods for their solution.

Key word: Geometry, the problem, the problem with the image, the solution of the problem.

Геометрические задачи в изучении предмета геометрии в средней школе имеют огромное значение. Классический метод изложения задачи геометрии состоит в том, что приводится условия задачи и требованная неизвестная геометрическая величина в словесном описание[1]. В решении таких задач основным методом является построение рисунка словестного описания и используя этот рисунок найти неизвестную. Изображение в этом методе является средством достижении решение задачи.

Существует другой способ описание задачи геометрии. В этом способе дается рисунок соответствующей задачи и на этом рисунке отмечается неизвестное требованное решением задачи. Задачи данные таким методом мы называем «Задачами с изображением»[2].

Мы задачи с изображением разделяем на следующие типы:

- Простые задачи с изображением. В таких задачах дается рисунок и в рисунке указывается неизвестное. Для решения таких задач достаточно знать основные определения и теоремы, относящейся к теме задачи.

- Задача для решения которой, достаточен данный рисунок. Эти задачи отличаются от простых задач с изображением тем, что для решения таких задач требуется знание несколько последовательных тем.

- Задача с изображением для решения которой надо дополнить рисунок задачи. Такие задачи требуют изменение или дополнение, то есть для решения задачи надо дополнить рисунок не достаточным элементом.

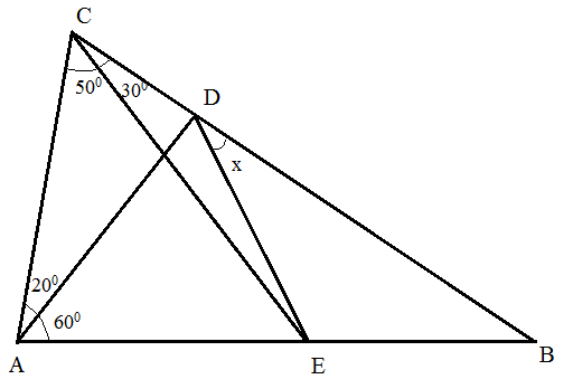
- Задачи с рисунками позволяющие видоизменение рисунка. Это те задачи в которых можно изменить положение элементов рисунка не меняя суть требование задачи.

- Задача с рисунками в стыке разных предметов. Это те задачи с рисунками которые пользуются в других предметах (алгебра, анализ, физика, химия и др.).

Мы приведем некоторых из них и приведём образцы возможных методов решений.

Приведем пример простой задачи с изображением.

Задачи 1. Найти x.



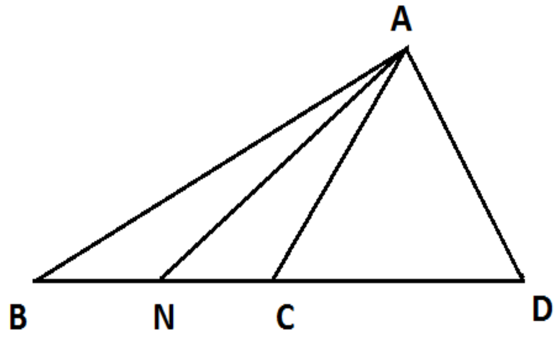
Решение задачи: Так как сумма углов треугольника $180°$. Из треугольников *ACD* и *ADE* получим $\angle ADC = 80°$ и $\angle AEC = 50°$. Учитивая ревенство углов на основание получим $AC = AD = AE$. Следовательно ΔADE равностронний. Из суммы углов в вершине *D* имеем

$$x + 80° + 60° = 180°, \qquad x = 40° .$$

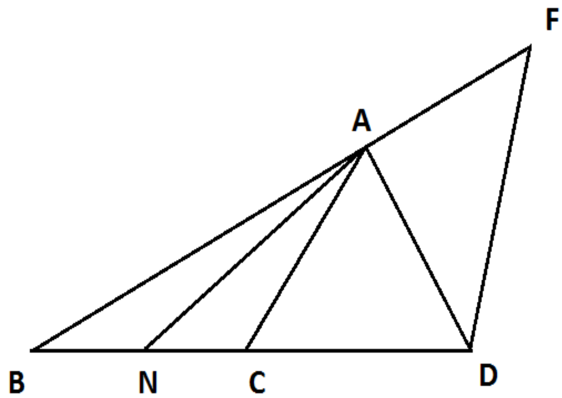
Для решения задачи 1. – изображение данной задачи оказался необходимым и достаточным.

Но существуют задачи с изображением, для решения которых, необходимо добавить некоторых элементов изображения.

Например. **Задача 2.** Для угла $\angle BAC$ *AN* и *AD* соответственно внутренняя и внешняя биссектрисы. Если $BN = 6$ см, $NC = x$, $CD = x + 1$, найти *x* .



Решение задачи: На продолжение отрезка *BA* отложим отрезок *AF* = *AC*, и проведем отрезок *FD*. Тогда рисунок, соответствующий задачи 2 имеет вид.



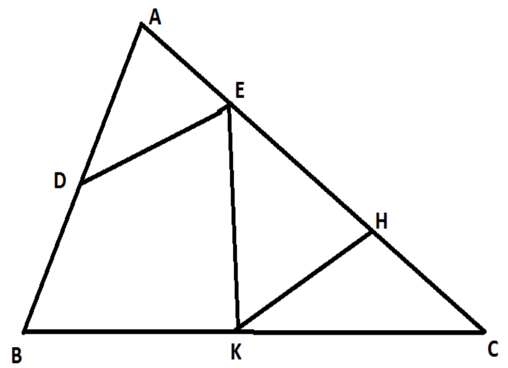
Так, как *AN* биссектриса $\frac{AB}{AC} = \frac{BN}{NC} = \frac{6}{x}$. Треугольники *ADC* и *ADF* равны по равенство двух сторон и угла между ними. Так, как *AD* общая сторона, *AC* = *AF* и ∠*CAD* = ∠*DAF*. Так как ∠*CAD* = ∠*DAF* отрезок *DA* будет биссектрисой треугольника *BDF*. Получим,

$$\frac{BD}{DF} = \frac{AB}{AF} = \frac{BN}{NC} \quad \text{или} \quad \frac{7 + 2x}{x + 1} = \frac{6}{x}, \qquad x = 1{,}5 \text{ см.}$$

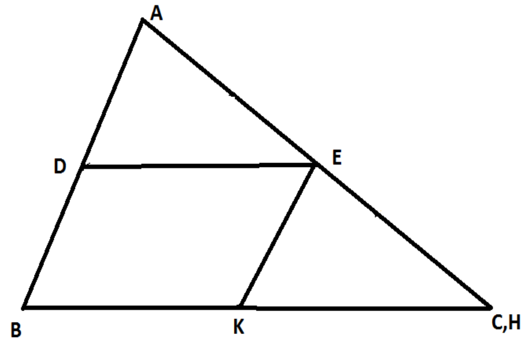
Встречаются задачи с изображением, для решения которых, необходимо изменить рисунок, при этом общая консрукция рисунка не меняется. Такие задачи мы назовем задачой с изображением, определяемой положением геометрических элементов.

Пример такых задач:

Задача 3. *D* и *K* средина соответствующих сторон ΔABC и *DE // KH*. Найти $\frac{S_{KEH}}{S_{DEKB}} = ?$



Решения задачи: Из условии задачи *DE//KH* . Точки сторон *AC*, то есть *E* и *H* на заданном рисунке не является единственным. Они могут двигаться по отрезку *AC*, так чтобы остались параллельными отрезки *DE* и *KH*. Для решение задачи за точку *E* необходимо выбрать средину отрезка *AC*. Тогда точка *H* совпадает с точкой *C*. Аналогичным способом за точку *H* можно выбрать средину *AC*, при этом точка *E* совпадает с точкой *A*. В этой конструкции условия задачи не меняется и изображение имеет вид:



Легко доказать, что треугольники ADF и ABC подобны и $\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \frac{1}{4}$. Учитывая $S_{ADE} = \frac{S}{4}$ и $S_{KEH} = \frac{S}{4}$, получим

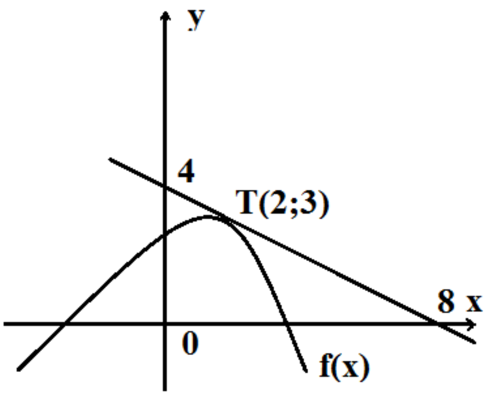
$$\frac{S_{KEH}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{S}{4}}{\frac{S}{2}} = \frac{1}{2}.$$

Задачи с изображением развивает умение учащихся распознать геометрические образы, применять теоретические знания в конкретном образе. Особенно это проявляется в решение пространственных задач с изображениями, то есть задач относящейся разделу стереометрии.

Кроме того задачи с изображениями можно использовать в курсе алгебре, анализа. Также можно применять в предметах физики, химии, географии.

Приведем пример задачи с изображением, которую можно использовать в предмете анализ.

Задача 4. Если $g(x) = [f(x)]^4$, то найти $g'(2) = ?$



Примечание: При решении данной задачи ученик воспользуется, тем, что производная функции в данной точке равно угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в данной точке. А так же ему необходимо будет вспомнить понятие внешнего угла треугольника и воспользоваться понятием уравнении прямой в отрезках, отсекаемых на координатных осях.

Решения задачи: Составим уравнение касательной, проведенной к графику данной функции. По чертежу можно определить, что касательная по оси *Ox* отсекает отрезок *a* = 8, а по осу *Oy* – отрезок равный b = 4. По отрезкам, отсеченным касательной на осях координат, соответственно, можно составить уравнение касательной:

$$\frac{x}{8}+\frac{y}{4}=1, \qquad y=-\frac{1}{2}x+4$$

По геометрическому смыслу производной имеем $f'(2)=-\frac{1}{2}$. Найдем производную функции $g(x)$ и соответственно условию задачи найдем значение производной в точке $x_0=2$, т.е.

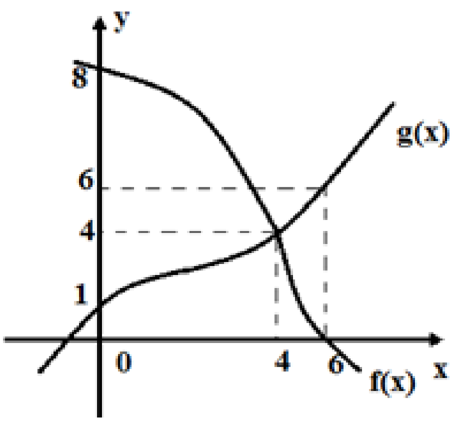
$$g'(x)=4\cdot[f(x)]^3\cdot f'(x), \;\; g'(2)=4\cdot 3^3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=-54.$$

В статье мы привели несколько типов задач с изображением на плоскости. Применение этих задач в стереометрии богато с разнообразием. Поэтому требует отдельного внимания.

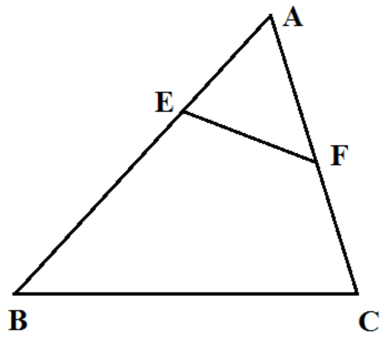
Кроме того для решения задач с изображением можно пользоваться компьютером. Особенно это эффективно при решении задач с изображением требующие дополнение или видоизменение рисунка. Поэтому считаем задачи с изображением требует отдельного методического подхода к их решению.

Ученикам предлагаем самостоятельно решить следующие задачи.

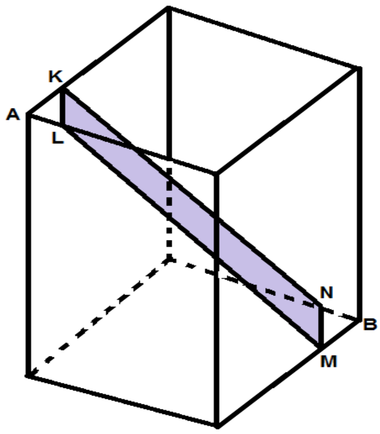
Задачи 1. Найдите по чертежу $f\left(g^{-1}(3)\right) = ?$



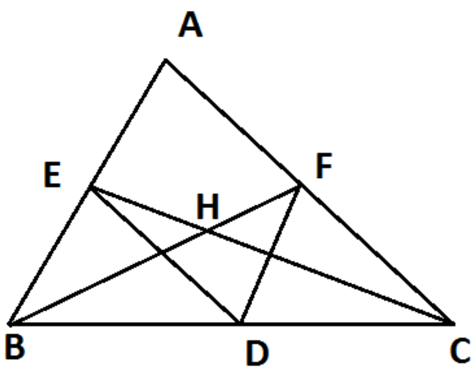
Задачи 2. Если в данном треугольнике $\angle AEF = \angle ACB$, $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$, $AE = m$, $AF = n$, $EF = p$, то найти $\begin{vmatrix} 3 & p & a \\ 0 & m & b \\ -2 & n & c \end{vmatrix} = ?$



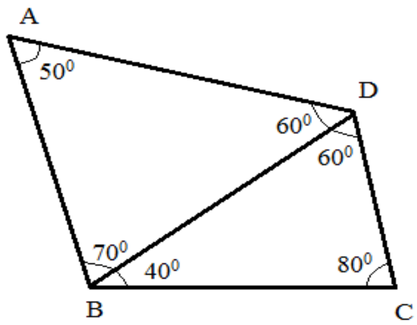
Задачи 3. Если сторона куба 5 см. *AK*=*AL*=1см и *BN*=*BM*=1 см, то найти площадь прямоугольника *KLMN*.



Задача 4. *E* и *F* середины соответствующих сторон треугольника *ABC.* Точка *D* лежит на отрезке *BC*. Найти $\frac{S_{ABC}}{S_{DEHF}} = ?$



Задача 5. Найдите самую большую сторону фигура, изображённой на рисунке.



Литература.

1. Погорелов А.В. Геометрия. Учебник для 7-11-классов. Москва “Просвещения” 1992 г.
2. Мустафа Курикчи и др. Тестовые задачи. Ташкент 1998 г.