

**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ**  
**ХУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ**  
**DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

---

**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ**

**ТУЙЧИЕВА САЙЁРА ТАХИРОВНА**

**ҒОВАК МУҲИТ УЧУН ТЎҒРИ ВА ТЕСКАРИ ДИНАМИК  
МАСАЛАЛАРДА МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАШТИРИШ**

**05.01.07 – Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи  
(физика-математика фанлари)**

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD)  
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

**Тошкент – 2022**

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD)  
диссертацияси автореферати мундарижаси**

**Оглавление автореферата диссертации  
доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD)  
on physical-mathematical sciences**

**Туйчиева Сайёра Тахировна**

Говак муҳит учун тўғри ва тесқари динамик масалаларда математик моделлаштириш..... 3

**Туйчиева Сайёра Тахировна**

Математическое моделирование прямой и обратной динамической задачи для пористой среды ..... 23

**Tuychieva Sayyora Takhirovna**

Mathematical modeling of direct and reverse dynamic problem for porous media..... 43

**Эълон қилинган ишлар рўйхати**

Список опубликованных работ  
List of published works ..... 46

**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ**  
**ХУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ**  
**DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

---

**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ**

**ТУЙЧИЕВА САЙЁРА ТАХИРОВНА**

**ҒОВАК МУҲИТ УЧУН ТЎҒРИ ВА ТЕСКАРИ ДИНАМИК**  
**МАСАЛАЛАРДА МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАШТИРИШ**

**05.01.07 – Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи**  
**(физика-математика фанлари)**

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD)**  
**ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

**Тошкент – 2022**

**Фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2019.3.PhD/FM425 рақам билан рўйхатга олинган.**

Диссертация Мирзо Улғубек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (<http://ik-fizmat.nuu.uz/>) ва «ZiyoNet» Ахборот таълим порталида ([www.ziyounet.uz](http://www.ziyounet.uz)) жойлаштирилган.

**Илмий раҳбар:**

**Жабборов Насридин Мирзоодилович**  
физика-математика фанлари доктори, профессор

**Расмий оппонентлар:**

**Полатов Асқад Мухамеджанович**  
физика-математика фанлари доктори, профессор

**Назирова Элмира Шодмоновна**  
техника фанлари доктори, доцент

**Етакчи ташкилот:**

**Қарши давлат университети**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги Dsc.03/30.12.2019.FM.01.02 рақамли Илмий кенгашнинг 2022 йил «\_\_» \_\_\_\_\_ соат \_\_\_\_\_ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (17 рақами билан рўйхатга олинган). Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (99871) 246-02-24.

Диссертация автореферати 2022 йил «\_\_» \_\_\_\_\_ куни тарқатилди.  
(2022 йил «\_\_» \_\_\_\_\_ даги № \_\_\_\_\_ -рақамли реестр баённомаси).

**М.М.Арипов**

Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., профессор

**З.Р.Рахмонов**

Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.д.

**Б.Ф.Абдурахимов**

Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш ҳузуридаги илмий семинар раиси ўринбосари, ф.-м.ф.д., профессор

## **КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)**

**Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати.** Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар, аксарият ҳолларда суюқлик билан тўйинган ғовак муҳитларда тўлқин жараёнларининг математик моделларини яратиш ва тадқиқ этиш масалаларига келтирилади. Қидирув геофизикаси амалиётида нефть қатламларини аниқлаш, нефть ва газ конларида тўлқин ҳаракати параметрларини танлаш, шунингдек, геофизик масалалар ечимини аниқловчи ғовак муҳитларда филтрлаш моделларини илмий тадқиқ қилиш математик физика, туташ муҳитлар механикаси, гидродинамика ва математик моделлаштириш каби соҳалардаги тадқиқотларнинг объектидир. Шу сабабли гиперболик типдаги масалалар билан тавсифланувчи турли хил муҳит ва тизимларда тўлқин жараёнларини ўрганиш, ғовак муҳитлар учун тўғри ва тесқари динамик масалаларини сонли ечиш учун айирмалли схемалар ҳамда алгоритмларни ишлаб чиқиш, дастурий воситалар мажмуини яратиш амалий математиканинг муҳим вазифаларидан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда сейсмоқидирув ва геофизика соҳаларида гиперболик типдаги тенгламалар билан тавсифланувчи ғовак муҳитларда тўлқин тарқалиш жараёнларининг адекват моделини қуриш кенг тадқиқ этилмоқда. Суюқликка тўйинган ғовак муҳитда тўлқинларнинг тарқалишини тавсифловчи нозичик математик моделларни қуриш тўлқин тарқалиш манбалари, нефть қатламларини аниқлаш, нефть ва газ конларида тўлқин ҳаракати параметрларини танлаш, сейсмик жараёнларни лойиҳалашда, нефть ва газ қазиб олишни интенсификаштиришда кенг қўлланилади. Шу сабабли суюқликка тўйинган ғовак муҳитда тўлқинларнинг тарқалишини тавсифловчи нозичик математик моделларни қуриш ва сонли ечиш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий тадқиқига эга бўлган математик физика, механика, иқтисодиёт ва энергетика соҳаларидаги масалаларнинг сонли-аналитик ечиш усуллари ишлаб чиқиш каби долзарб йўналишларга катта эътибор қаратилмоқда. Хусусан, математик физика тенгламалари ва дифференциал тенгламалар назариясининг амалий тадқиқига эга икки тезликли муҳит ҳаракатини ўрганиш, тесқари ва нокоррект масалаларни сонли-аналитик ечишга алоҳида эътибор қаратилди. Бунда икки тезликли муҳит механикасининг математик моделини қуриш ва сонли ечиш бўйича сезиларли натижаларга эришилди. «Функционал анализ, алгебра, дифференциал тенгламалар, математик физика, математик моделлаштириш, ҳисоблаш математикаси ва дискрет математика, эҳтимоллар назарияси ва математик статистика» каби устувор йўналишлар бўйича халқаро стандартлар даражасидаги илмий изланишлар олиб бориш ЎзР ФА В.И.Романовский номидаги Математика институти фаолиятининг асосий вазифаларидан бири ҳисобланади<sup>1</sup>. Қарор ижросини таъминлашда ғовак

---

<sup>1</sup> Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2020 йил 7 майдаги “Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий-тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-4708-сон қарори.

муҳитлардаги жараёнларни математик моделлаштириш, ғовак-эластик муҳитнинг динамик тенгламалар системасини аналитик ва сонли ечиш усуллариини такомиллаштириш муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПҚ-4947 сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги, 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789-сон «Фанлар академияси фаолиятини янада такомиллаштириш, илмий тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги, 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909-сон «Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги, 2018 йил 27 апрелдаги ПҚ-3682-сон «Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойиҳаларни амалиётга жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги, 2020 йил 7 майдаги ПҚ-4708-сон «Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

**Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг асосий устувор йўналишларига боғлиқлиги.** Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожлантиришнинг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

**Муаммонинг ўрганилганлик даражаси.** Суюқлик билан тўйинган ғовак муҳитларда тўлқин жараёнларини ўрганишнинг янгича фаол талқини Я.И.Френкелнинг ишлари билан бошланган. 50-60 йилларда М.Био (M.Biot) қатор ишларида бир ўлчовли яқинлашишда газ билан тўйинган ғовак муҳитда товуш тўлқинларининг тарқалиш тенгламаси муаммосини ҳал қилиш моделини тақдим этган. Тўйинган ғовак муҳитда товуш тўлқинининг тарқалиш назарияси бўйича бошқа тадқиқотчилар Л.Я.Косачевский, В.Н.Николаевский ва Х.А.Рахматулинлар бўлган. П.Робертс, Д.Лопе томонидан ғовак муҳит компонентларининг энтропияси аддитивлиги, сақланиш қонунлари усули билан ноизотермик фильтрация модели қурилган. Ғовак муҳит компонентлари энтропиясининг аддитивлигини назарда тутмаган ҳолда фильтрациянинг континуал назарияси В.Н.Доровский томонидан қурилган, шунингдек, у ҳам сақланиш қонуни усулини қўллаган. Т.Кап, Turgut, А.Т.Уамомото тадқиқотларида чўкинди жинсларни ўрганишга бағишланган. А.В.Бакулин ва Л.А.Молотков ўз тажрибалари ҳамда олинган натижаларни таҳлил қилишда муҳитнинг комплекс қийматли зичликларидан фойдаланган. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, V.N.Dorovsky, Kh.Kh.Imomnazarov, С.Де-Гроот, С.К.Годуновлар томонидан ривожлантирилган моделда тўйинган ғовак муҳитларда суюқликнинг скелетга нисбатан ҳаракати натижасида юзага келадиган ёпишқоқлик йўқотишлари частотасига боғлиқлигини ҳисобга олиш таклиф этилган. Л.Д.Акуленко ва С.В.Нестеров, Т.У.Артиков, И.Я.Эдельман, К.Вилманскийлар таклиф қилган моделлар Бионинг ҳозирги классик моделидан сезиларли фарқларга эга эди.

Х.Х.Имомназаров ва А.Э.Холмуродовларнинг тадқиқотлари ғовак-эластиклик тенгламалар системасининг тескари масалаларини назарий ўрганишга, Э.В.Горюнов, Х.Х.Имомназаров, А.С.Алексеев, Е.В.Грачев, Т.Т.Рахмоновларнинг тадқиқотлари эса тескари масалаларнинг сонли ечимларини топишга бағишланган. Гиперболик типдаги тенгламалар учун тескари масалалар назарияси бўйича жуда тўлиқ библиография В.Г.Романов, М.И.Белишев, А.С.Благовещенский, А.Н.Тихонов, В.Я.Арсенин, М.М.Лаврентьев, В.Г.Романов, С.П.Шишатский ишларида мавжуд.

Гиперболик типдаги тенгламалар учун динамик тескари масалалар ечишда, қўшимча маълумот сифатида, одатда, қоида бўйича вақтга ўхшаш сиртда тегишли тўғри масала ечимининг изи берилади. Маълумки, М.М.Лаврентев, В.Г.Романов, А.С.Благовещенский, А.С.Алексеев, А.И.Прилепко, Ю.Е.Аниконов, А.Л.Бухгейм, Ю.Л.Гапоненко, Б.С.Парийский, Д.Г.Орловский, А.Л.Иванков, А.В.Баев, Б.А.Бубнов, Х.Х.Имомназаров, Н.М.Жабборов, Д.К.Дурдиев, А.Э.Холмуродов ва бошқаларнинг тадқиқотларида гиперболик тенгламалар ҳамда системалар учун тескари динамик масалаларнинг қўйилиши шакллантирилган ва ўрганилган. Ҳозирги кунда Ўзбекистонда математик физика тенгламалари ёрдамида тавсифланадиган жараёнларни математик ва сонли моделлаштириш ҳамда уларни тақрибий ечиш усуллари М.М.Арипов, Н.Равшанов, Н.М.Жабборов, Р.Д.Алоев, А.М.Полатов, И.Қ.Хўжаев, А.Хайдаров, А.Э.Холмуродов, Ш.А.Садуллаева, Э.Ш.Назирова, А.С.Матякубов, З.Р.Рахмонов ва бошқа олимлар томонидан ўрганилмоқда.

**Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.** Диссертация тадқиқоти Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети илмий тадқиқот ишлари режасига мувофиқ, MRU-OT-81/2017 рақамли «Икки фазали муҳитнинг термодинамик мутаносиб математик моделини ўзаро таъсирларда диссипатив яқинлашишда математик моделлаштириш» мавзусидаги фундаментал лойиҳаси доирасида бажарилган.

**Тадқиқотнинг мақсади** ғовак-эластик муҳитнинг қайтар чизиқли динамик тенгламалар системаларини симметриклаштириш, ғовак-эластик муҳитнинг тўғри ва тескари динамик масалаларини сонли-аналитик ечишдан иборат.

**Тадқиқотнинг вазифалари:**

ғовак-эластик муҳитда тўлқин тарқалишининг чизиқли математик моделини қуриш;

ғовак-эластик муҳитда тўлқин тарқалишини тавсифловчи қайтар чизиқли тенгламалар системасини симметриклаштириш;

компонентлараро ишқаланиш коэффициенти туфайли энергия тарқалишини ҳисобга олган ҳолда суюқлик билан тўйинган ғовак муҳитда тўлқинлар тарқалишининг модели бўлган чизиқли динамик тенгламалар системасини ечиш;

турли жамланган кучлар учун қайтар ҳолда ғовак-эластик муҳитнинг динамик тенгламалар системасининг ечимини топиш;

ғовак-эластик муҳитнинг эркин чегара нуқталари кўчишининг қўшимча маълумотлари бўйича манбани аниқловчи тескари динамик масаласини ечиш;

ғовак-эластик муҳитда тўлқин тарқалишининг тўғри масаласини сонли ечиш усуллари ишлаб чиқиш ва дастурлар мажмуини яратиш.

**Тадқиқотнинг объекти** мураккаб реологияга эга суюқлик билан тўйинган ғовак муҳитдаги тўлқин жараёнларидан иборат.

**Тадқиқотнинг предмети** суюқлик билан тўйинган ғовак муҳитда тўлқинлар тарқалишининг тўғри ва тескари динамик масалаларини математик моделлаштириш, сонли ҳисоблаш учун самарали алгоритмлар ва дастурлар мажмуини ишлаб чиқишдан иборат.

**Тадқиқотнинг усуллари.** Диссертацияда математик физика ва дифференциал тенгламаларни ечишнинг сонли усуллари ҳамда сонли ечимларни куриш учун чекли айирмали схема кўринишидаги математик ва сонли моделлаштиришнинг усуллари, ҳисоблаш математикаси усуллари, интеграл тенгламалар усули ва функционал таҳлил усулларидан фойдаланилган.

**Тадқиқотнинг илмий янгилиги** қуйидагилардан иборат:

суюқлик билан тўйинган ғовак-эластик муҳитларда тўлқинларнинг тарқалишини тавсифловчи хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар системасидан иборат математик модели қурилган;

суюқлик билан тўйинган ғовак-эластик муҳитларда тўлқинларнинг тарқалишини тавсифловчи қайтар чизиқли тенгламалар системасининг Фридрихс бўйича симметрик  $t$  – гиперболик кўриниши олинган;

компонентлараро ишқаланиш коэффиенти туфайли энергия тарқалишини ҳисобга олган ҳолда суюқлик билан тўйинган ғовак муҳитда тўлқинлар тарқалишининг модели бўлган чизиқли динамик тенгламалар системаси ечилган;

турли жамланган кучлар учун қайтар ҳолда ғовак-эластик муҳитнинг динамик тенгламалар системасининг ечими топилган;

ғовак-эластик муҳитнинг эркин чегара нуқталари кўчишининг қўшимча маълумотлари бўйича манбани аниқловчи тескари динамик масаласи ечилган;

ғовак-эластик муҳитда тўлқин тарқалишининг тўғри масаласини сонли ечиш усуллари ва дастурлар мажмуи ишлаб чиқилган.

**Тадқиқотнинг амалий натижалари** қуйидагилардан иборат:

икки тезликли муҳит ҳаракатининг математик модели такомиллаштирилган;

ғовак-эластик муҳитнинг динамик тенгламалар системасини аналитик ва сонли ечиш усуллари такомиллаштирилган.

**Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги.** Диссертацияда олинган математик моделнинг корректлиги, модел тенгламаларининг гиперболиклиги ва унинг термодинамика қонуниятлари билан мутаносиблигини таъминловчи

математик мулоҳазаларнинг қатъийлиги, ечимни топишда математик асосланган усуллардан фойдаланилгани, олинган ечимларнинг бир компонентали суюқлик учун мос аниқ ечим билан мутаносиблиги ва сонли моделлаштириш натижалари маълум модели масалаларнинг ечимлари орқали таққослангани таҳлили билан асосланган.

**Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти.** Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти математик моделлаштириш назариясида муҳим бўлган икки тезликли муҳитлар ҳаракатининг математик модели такомиллаштирилгани билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти шундан иборатки, олинган натижалар турли хил табиий ва технологик жараёнларнинг кенг синфини ўрганишда, хусусан, диссипатив яқинлашишда ғовак-эластикликнинг тўғри ва тескари динамик масалаларини ечишда фойдаланиш мумкинлиги билан изоҳланади.

**Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши.** Суюқлик билан тўйинган ғовак-эластик муҳитларда тўлқинларнинг тарқалишини тавсифловчи математик моделидан 16-01-00729 – «Ёпишқоқ эластик муҳитларда минераллашган эритмаларни филтрлашни математик моделлаштириш» грант лойиҳасида ғовак муҳит учун тўғри ва тескари динамик масалаларни ечишда фойдаланилган (Россия Фанлар академиясининг Сибир бўлими Ҳисоблаш математикаси ва математик геофизика институтининг 2019 йил 6 ноябрдаги №15301/2-01-27-сонли маълумотномаси). Илмий натижаларни қўллаш ғовак-эластик муҳитнинг тўғри ва тескари динамик масалаларини сонли ечиш имконини берган;

эластик-ғовак муҳитда қайтар яқинлашишда тўлқин тарқалишининг чизиқли математик моделидан ОТ-Атех-2018-340 – «Икки тезликли муҳит динамикасининг амалий геофизик масалаларини назарий ва сонли тадқиқ этиш» грант лойиҳасида эластик-ғовак муҳитнинг эркин чегара нуқталари кўчишининг кўшимча маълумотлари бўйича манбани аниқловчи тескари динамик масалаларини ечишда фойдаланилган (Қарши Давлат университетининг 2021 йил 1 июндаги №04/1697-сонли маълумотномаси). Илмий натижаларни қўллаш ғовак-эластик муҳитнинг тўғри ва тескари динамик масалалари ечимининг ягоналиги ва турғунлигини исботлаш имконини берган.

**Тадқиқот натижаларининг апробацияси.** Мазкур тадқиқот натижалари 13 та, жумладан, 7 та халқаро ва 6 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

**Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги.** Тадқиқот мавзуси бўйича 19 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 5 та мақола, жумладан, 2 таси хорижий ва 3 таси республика журналларида нашр этилган. Шунингдек, яратилган компьютер дастурий маҳсулотлар учун 1 та муаллифлик гувоҳномаси олинган.

**Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми.** Диссертация кириш қисми, тўртта боб, хулоса, фойдаланилган адабиётлар рўйхати ва иловалардан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми – 116 бет.

## ДИССЕРТАЦИЯ ИШИНING АСОСИЙ МАЗМУНИ

**Кириш** қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси баён қилинган, тадқиқот мақсади, вазибалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг ишончилиги асослаб берилган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг «**Ғовак-эластик муҳитнинг термодинамик мутаносиб математик модели**» деб номланувчи биринчи бобда суюқлик билан тўйинган ғовак муҳитда ночизик тўлқинлар тарқалишини тавсифловчи хусусий ҳосилалар ночизик тенгламалар келтириб чиқарилган. Эластик муҳитда ночизик тўлқинларни ўрганиш учун фойдаланиладиган деформация метрик тензори учун динамик тенгламалар олинган. Суюқлик билан тўйинган муҳитларда диссипатив ва диссипатив бўлмаган яқинлашишларда ночизик тўлқинлар тарқалишини ифодаловчи дифференциал тенгламалар системаси олинган.

Диссертациянинг иккинчи боби «**Ғовак-эластиклик муҳит динамик масалаларининг математик моделлари**» деб номланган бўлиб, биринчи бобда олинган математик модел асосида ғовак-эластикликнинг тўғри масалаларини ўрганишга бағишланган.

Иккинчи бобнинг “**Ғовак-эластикликнинг динамик чизикли тенгламаларини тезлик, кучланиш ва босимлар бўйича ифодаланишининг симметрик шакли (қайтар ҳолда)**” деб номланувчи 2.1 параграфи динамик тенгламалар чизикли системасини тезлик, кучланиш ва босимлар бўйича қайтар яқинлашишда симметриклаштиришга бағишланган.

Энергия диссипацияси бўлмаган ҳол учун чизикли динамик тенгламаларнинг қуйидаги системаси ҳосил қилинган:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial h_{ik}}{\partial x_k} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} - (K - \alpha \rho \rho_s) \operatorname{div} \mathbf{u} + \alpha \rho \rho_l \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \\ \frac{\partial h_{ik}}{\partial t} + \mu \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \left( \frac{\rho_s}{\rho} K - \frac{2}{3} \mu \right) \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{u} - \frac{\rho_s}{\rho} K \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{v} = 0. \end{aligned}$$

Бу тенгламалар системасида  $\mathbf{u}=(u_1, u_2, u_3)$  ва  $\mathbf{v}=(v_1, v_2, v_3)$  эластик муҳит ва тўйинган суюқлик вектор тезликлари,  $\rho_s$  ва  $\rho_l$  мос равишда парциал

зичликлар,  $\rho = \rho_s + \rho_l$  – континуумнинг зичлиги,  $h_{lm}$  – кучланиш тензори компоненти,  $p$  – ғоваклик босими,  $\delta_{lm}$  – Кронекер символи,  $K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ ,  $\alpha, \lambda, \mu$  – ғовак муҳитнинг эластик параметрлари.

Бир қанча алмаштиришлардан сўнг суюқлик билан тўйинган ғовак муҳитлар учун эластик тўлқин тенгламаси  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \sigma_{ij}$  ва  $p$  ўзгарувчилар орқали қуйидаги шаклда ёзилади:

$$\begin{aligned} \rho_s \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} &= 0, \quad \rho_l \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\rho_l}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0, \\ \frac{\alpha}{\Delta} \frac{\partial \sigma_{mm}}{\partial t} + \frac{3\rho_s}{\rho} \frac{K\rho_l / \rho_s + \alpha}{\Delta} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\rho_l}{\rho} \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{1}{2\mu} \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial t} - \frac{\Lambda}{2\mu\Delta} \delta_{ik} \frac{\partial \sigma_{mm}}{\partial t} + \frac{\alpha}{\Delta} \delta_{ik} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

бу тенгламалар системасида

$$\Lambda = \lambda\alpha\rho^2 - K^2, \quad \tilde{\alpha} = \alpha\rho\rho_s - K, \quad \Delta = 3K(\alpha\rho^2 - K).$$

$w = (u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, p)^T$  белгилаш киритиб, (1)-тенгламалар системасини матрица кўринишида ёзиб оламиз:

$$\mathbf{A} \frac{\partial w}{\partial t} + \mathbf{B}_k \frac{\partial w}{\partial x_k} = 0.$$

Бу ерда  $\mathbf{A} = (a_{i,j})$ ,  $\mathbf{B}_k = (b_{i,j}^k)$ ,  $i, j = \overline{1,13}$ ,  $k = \overline{1,3}$  – симметрик матрицалар бўлиб, элементлари қуйидагича аниқланади:

$$a_{i,i} = \rho_s, \quad a_{i+3,i+3} = \rho_l, \quad a_{i+6,i+6} = 1/\mu, \quad a_{i+9,i+9} = \frac{\Delta - \Lambda}{2\mu\Delta}, \quad i = \overline{1,3},$$

$$a_{10,11} = a_{11,10} = a_{10,12} = a_{12,10} = a_{11,12} = a_{12,11} = -\Lambda / (2\mu\Delta),$$

$$a_{10,13} = a_{13,10} = a_{11,13} = a_{13,11} = a_{12,13} = a_{13,12} = \alpha / \Delta, \quad a_{13,13} = \frac{3\rho_s}{\rho} \frac{K\rho_l / \rho_s + \alpha}{2\mu\Delta}, \quad \text{қолган}$$

$$\begin{aligned} b_{1,13}^1 &= b_{13,1}^1 = b_{2,10}^1 = b_{10,2}^1 = b_{3,11}^1 = b_{11,3}^1 = b_{1,7}^2 = b_{7,1}^2 = b_{2,11}^2 = b_{11,2}^2 = b_{3,9}^2 = b_{9,3}^2 = b_{1,8}^3 = \\ &= b_{8,1}^3 = b_{2,9}^3 = b_{9,2}^3 = b_{3,12}^3 = b_{12,3}^3 = -1, \quad b_{4,13}^1 = b_{13,4}^1 = b_{5,13}^2 = b_{13,5}^2 = b_{6,13}^3 = b_{13,6}^3 = \rho_l / \rho, \quad \text{қолган} \\ &b_{i,j}^k = 0. \end{aligned}$$

Агар  $\mathbf{A}$ – матрица мусбат аниқланган бўлса, у ҳолда (1)- тенгламалар системаси симметрик  $t$ - гиперболик (Фридрихс маъносида) бўлади. Ҳисоблашлар  $\mathbf{A}$ – матрица мусбат аниқланган эканлигини кўрсатди, бундан (1)- система симметрик  $t$ - гиперболикдир.

Шу тариқа қуйидаги исботланди.

**Теорема.** Ғовак муҳитнинг  $\lambda, \mu, \alpha$  параметрлари мусбат бўлсин, у ҳолда (1)- тенгламалар системаси симметрик  $t$ -гиперболик бўлади.

«Ғовак муҳитда товуш тебранишларининг сусайиши ва дисперсияси» деб номланувчи 2.2. параграфда муҳитнинг ўтказувчанлигини

ҳисобга олган ҳолда тез ва секин тарқалувчи бўйлама тўлқинлар ва силжиш тўлқинларининг тарқалиш тезликларини топиш формулалари олинган.

Диссипатив ҳаракат тенгламалари товуш тўлқинларининг сусайиши масаласини, яъни кўндаланг ва бўйлама товуш тўлқинларида тебранишларнинг сусайиш табиатини энг оддий дастур сифатида кўриб чиқишга имкон беради. Ёпишқоқлик эффектини қарамасдан таркиблар орасидаги ишқаланиш таъсир кучини сингдириш  $\chi = \bar{k}$  характериға қараймиз. Товуш тебранишининг сўниши ва дисперсияси қуйидаги тенгламалар системаси орқали ифодаланади:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial h_{ik}}{\partial x_k} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} &= -\frac{\rho_l^2}{\rho_s} \chi(u_i - v_i), \\ \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} &= \rho_l \chi(u_i - v_i), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_{ik}}{\partial t} + \mu \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \left( \frac{\rho_s}{\rho} K - \frac{2}{3} \mu \right) \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{u} - \frac{\rho_l}{\rho} K \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} - (K - \alpha \rho \rho_s) \operatorname{div} \mathbf{u} + \alpha \rho \rho_l \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0. \end{aligned}$$

Ечимни

$$(\mathbf{u}, \mathbf{v}, h_{ik}, p) = (\mathbf{u}^0, \mathbf{v}^0, h_{ik}^0, p^0) e^{i(kx - \omega t)} \quad (3)$$

кўринишда ифодалаймиз. У ҳолда (2)-тенглама (3)-тенгламадаги экспоненциал олди коэффициентларини аниқлайди:

$$\begin{aligned} \omega u_n^0 &= \frac{k_m}{\rho_s} h_{nm}^0 + \frac{1}{\rho} k_n p^0 - i \frac{\rho_l}{\rho_s} \rho_l \chi(u_n^0 - v_n^0), \\ \omega v_n^0 &= \frac{k_n}{\rho} p^0 + i \rho_l \chi(u_n^0 - v_n^0), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \omega h_{lm}^0 &= \mu (k_l u_m^0 + k_m u_l^0) + \left( \frac{\rho_s}{\rho} K - \frac{2}{3} \mu \right) \delta_{lm} k_v u_v^0 - \frac{\rho_s}{\rho} K \delta_{lm} k_v v_v^0, \\ \omega p^0 - (K - \alpha \rho \rho_s) k_n u_n^0 + \alpha \rho \rho_l k_n v_n^0 &= 0. \end{aligned}$$

Чизикли бир жинсли тенгламалар системаси ечимга эга бўлиш шарти (4)- система детерминантини нолга тенг бўлишини талаб қилади, бундан кўндаланг ва бўйлама тўлқинлар тезлигини аниқлаш учун қуйидаги муносабатларни оламиз:

$$i c^3 - \frac{\chi}{k} \frac{\rho_l}{\rho_s} \rho c^2 - i \frac{\mu}{\rho_s} c + \frac{\chi}{k} \frac{\rho_l}{\rho_s} \mu = 0, \quad (5)$$

$$c^4 + i \frac{\chi}{k} \frac{\rho_l}{\rho_s} \rho c^3 - 2B_* c^2 - i \frac{\chi}{k} \frac{\rho_l}{\rho_s} (\rho^3 e_{\rho\rho} - 2K + \lambda + 2\mu) c + b_* = 0. \quad (6)$$

Бу формулалардан кўндаланг ва бўйлама тўлқинлар тезликлари формулалари учун энергия диссипациясининг йўқлиги келиб чиқади.

(5), (6) тенгламалар системаси система компоненталари орасидаги ишқаланишини ҳисобга олган ҳолда кўндаланг ва бўйлама тўлқинларга мос келувчи учта илдишни аниқлайди.

$$c_i^2(\omega) = \frac{\mu}{\rho_s} \frac{1 + i \frac{\chi}{\omega} \rho_l}{1 + i\gamma}. \quad (7)$$

$$c_{l_1}^2(\omega) = \frac{1}{2(1 + \gamma^2)} (2B_* + \gamma^2 \hat{u}_0^2 + \kappa_1 + \gamma \kappa_2) + \frac{i}{2(1 + \gamma^2)} (-2\gamma B_* + \gamma \hat{u}_0^2 + \kappa_2 - \gamma \kappa_1), \quad (8)$$

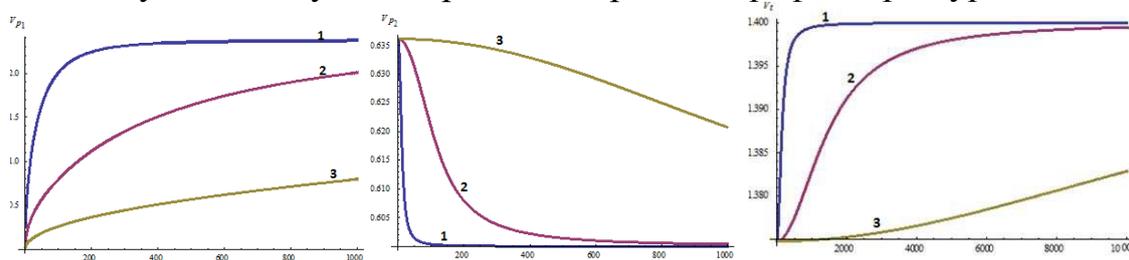
$$c_{l_2}^2(\omega) = \frac{1}{2(1 + \gamma^2)} (2B_* + \gamma^2 \hat{u}_0^2 - \kappa_1 - \gamma \kappa_2) + \frac{i}{2(1 + \gamma^2)} (-2\gamma B_* + \gamma \hat{u}_0^2 - \kappa_2 + \gamma \kappa_1), \quad (9)$$

Бу ерда  $\gamma$  таърифи характерли диссипатив вақт ўлчови

$$\frac{1}{\omega_*} = \frac{\rho_s}{\chi \rho_l}$$

ни ўз ичига олади.

2.1-расмда ўтказувчанлик параметрининг турли қийматлари учун частотали функциялар сифатида биринчи (тез) бўйлама, иккинчи (секин) бўйлама ва кўндаланг тўлқинлар тезликларининг графиклари кўрсатилган.



2.1-расм. Биринчи, иккинчи бўйлама ва кўндаланг тўлқинлар тезликларининг графиклари.

Бу ерда  $V_{p_1}(\omega)$ - биринчи бўйлама тўлқин тезлиги,  $V_{p_2}(\omega)$ - иккинчи бўйлама тўлқин тезлиги,  $V_l(\omega)$ - кўндаланг тўлқин тезлиги (кўк  $\chi_1 = 10^4 \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{сек})$ , бинафшаранг  $\chi_2 = 10^5 \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{сек})$ , яшил  $\chi_3 = 10^6 \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{сек})$ ) физик параметрларнинг берилган қийматида:  $c_{l_1} = 1.7 \cdot c_l$ ,  $c_{l_1} = 0.6 \text{ км} / \text{с}$ ,  $c_{l_1} = 1.4 \text{ км} / \text{с}$ ,  $c_{l_1} = 0.6 \text{ км} / \text{с}$ ,  $\rho_l^f = 0.9 \text{ г} / \text{см}^3$ ,  $\rho_s^f = 2.7 \text{ г} / \text{см}^3$ ,  $d_0 = 10\%$ .

«Ғовак-эластикликнинг тўғри динамик масаласини турли жамланган кучлар ҳолатида ечиш формуласи» деб номланувчи яқунловчи 2.3 параграфда динамик ғовак-эластиклик тенгламалар системасининг турли жамланган кучлар учун қайтар ҳолатдаги чексиз фазодаги ечими олинган.

Говаклик йўқолганда, қурилган ечим частота соҳасидаги чизиқли эластикликнинг назарияси тенгламалари системасини ечишга ўтиши кўрсатилган.

Говак-эластикликнинг турли жамланган кучлар учун тўғри динамик масаласи моделини қарайлик.

$R^3$  фазо эластиклик – деформацияланадиган изотроп говак муҳит билан тўлдирилган.

Эластик скелетнинг тезлик вектори  $\mathbf{u}$  ва суюқлик тезлиги  $\mathbf{v}$  энергия диссипацияси бўлмаганда қуйидаги динамик тенгламаларни қаноатлантиради:

$$\partial_t^2 \mathbf{u} - c_t^2 \Delta \mathbf{u} + (c_t^2 - a_1) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + a_2 \nabla \nabla \cdot \mathbf{v} = \mathbf{F}(t, \mathbf{x}) \quad (10)$$

$$\partial_t^2 \mathbf{v} + a_3 \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} - a_4 \nabla \nabla \cdot \mathbf{v} = \mathbf{F}(t, \mathbf{x}) \quad (11)$$

бу ерда  $\mathbf{F} = (F_1, F_2, F_3)$  – массивий куч,  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ ,  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ ,  $\partial_t$  –  $t$  – вақт бўйича хусусий ҳосила,  $\Delta, \nabla$  ва  $\nabla \cdot$  –  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$  бўйича мос равишда Лаплас, градиент ва дивергенция операторлари,  $a_j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$  коэффициент

бир томондан учта  $\lambda, \mu, \alpha = \rho \alpha_3 + \frac{K}{\rho^2}$  эластик параметрлар билан бошқа томондан учта  $c_t, c_l, c_t$  тезлик ва унга мос  $\rho_s$  – эластик матрица,  $\rho_l$  – суюқлик парциаль зичликлари орқали ифодаланади.

Агар бирлик массага тўғри келган оғирлик кучи  $\mathbf{F}$  ни магнитудаси  $F_0$  бўлиб ( $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ ), нуқтага жамланган бўлса, унинг кўриниши

$$\rho \mathbf{F} = \mathbf{e} f(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (12)$$

бу ерда  $\mathbf{e}$  –  $R^3$  даги бирлик вектор,  $\delta(\mathbf{x})$  – Дирак функцияси,  $f(t)$  – вақт бўйича зондлаш сигналининг формаси. Бу турдаги манбалар оддий ёки жамланган куч деб номлаш қабул қилинган. (12) ни (10), (11) ларга қўйиб ҳосил бўлган тенгламаларда вақт бўйича Фурье тасвирларига ўтилса, қуйидагиларни оламиз:

$$\omega^2 \hat{\mathbf{u}} - c_t^2 \nabla \times \nabla \times \hat{\mathbf{u}} + a_1 \nabla \nabla \cdot \hat{\mathbf{u}} - a_2 \nabla \nabla \cdot \hat{\mathbf{v}} = -\mathbf{e} \frac{F_0}{\rho} \hat{f}(\omega) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (13)$$

$$\omega^2 \hat{\mathbf{v}} - a_3 \nabla \nabla \cdot \hat{\mathbf{u}} + a_4 \nabla \nabla \cdot \hat{\mathbf{v}} = -\mathbf{e} \frac{F_0}{\rho} \hat{f}(\omega) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (14)$$

бу ерда  $\nabla \times$  –  $\mathbf{x}$  бўйича ротор оператори, “қопқоқ” белгиси вақт бўйича Фурье алмаштиришларини билдиради,  $\omega$  – айланма частота.

Вектор анализдан яхши маълум бўлган формулани ишлатиб, унча мураккаб бўлмаган алмаштиришлардан сўнг тезлик ва частотали соҳада қуйидагилар ҳосил бўлади:

$$\hat{\mathbf{u}} = \frac{F_0 \hat{f}(\omega)}{4\pi\omega^2 \rho} \left( \nabla \times \nabla \times \left( E \frac{e^{-ik_1 R}}{R} \right) - \nabla \nabla \cdot \left[ E \left( v_1 \frac{e^{-ik_1 R}}{R} + v_2 \frac{e^{-ik_2 R}}{R} \right) \right] \right) \mathbf{e},$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \frac{F_0 \hat{f}(\omega)}{4\pi\omega^2 \rho} \nabla \nabla \cdot \left[ E \left( \frac{1}{R} - m_1 v_1 \frac{e^{-ik_1 R}}{k_1^2 R} - m_2 v_2 \frac{e^{-ik_2 R}}{k_2^2 R} \right) \right] \mathbf{e}.$$

Бу ерда  $E = (\delta_{i,j})_{3 \times 3}$  – бирлик матрица  $\delta_{i,j}$  – Кронекер символи.

Шундай қилиб, қуйидаги теорема ҳосил қилинди.

**Теорема.**  $R^3$  фазо эластиклик – деформацияланадиган изотроп ғовак муҳит билан тўлдирилган бўлсин, у ҳолда (10) ва (11)- динамик тенгламаларнинг ечимлари

$$\hat{\mathbf{u}} = F_0 \hat{f}(\omega) \mathbf{G}^u \mathbf{e}, \quad \hat{\mathbf{v}} = F_0 \hat{f}(\omega) \mathbf{G}^v \mathbf{e}$$

бўлади.

Шундай қилиб, частотали соҳада жамланган манба учун ғовак-эластик муҳитда тенгламалар системаси ечими олинди.

«Ғовак-эластик муҳитда тўлқин тарқалиш тўғри масаласини ҳисоблаш усуллари» номли параграфда ер қобиғида сейсмик тўлқин тарқалиш масаласини ҳал қилиш усулини ишлаб чиқиш методи келтирилган.

Тезлик, кучланиш ва босим компоненталарига нисбатан ғовак-эластикликнинг икки ўлчовли тўғри динамик масаласи қарайлик. Асосий тенгламалар сақланиш қонунларига асосланган ва термодинамика шартларига мос келади. Муҳит идеал (системада энергия сарфи кузатилмайди), изотроп, фазога нисбатан бир жинсли бўлмаган 2-ўлчовли деб қаралган.

Муҳит ғовак, суюқликка тўйинтирилган бўлсин. У ҳолда бундай муҳитда сейсмик тўлқинлар тарқалиши энергия сарфи кузатилмаганда қуйидаги бошланғич-чегаравий масала орқали ифодаланади:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_{0,s}} \cdot \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} - \frac{1}{\rho_{0,s}} \cdot \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + f_x, \\ \frac{\partial u_y}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_{0,s}} \cdot \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} - \frac{1}{\rho_{0,s}} \cdot \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + f_y, \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + f_x, \quad \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + f_y, \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} &= -2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} - \left( \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} K - \frac{2}{3} \mu \right) \cdot \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \frac{\rho_{0,s}}{\rho_0} K \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial t} &= -\mu \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial t} &= -2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} - \left( \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} K - \frac{2}{3} \mu \right) \cdot \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \frac{\rho_{0,s}}{\rho_0} K \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= (K - \alpha \rho_0 \rho_{0,s}) \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) - \alpha \rho_0 \rho_{0,l} \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Бошланғич шартлар

$$u_x|_{t=0} = u_y|_{t=0} = v_x|_{t=0} = v_y|_{t=0} = \sigma_{xx}|_{t=0} = \sigma_{xy}|_{t=0} = \sigma_{yy}|_{t=0} = p|_{t=0} = 0. \quad (16)$$

Чегаравий шартлар

$$\sigma_{yy} + p|_{y=0} = \sigma_{xy}|_{y=0} = \sigma_{yy}|_{y=0} = \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} \cdot p|_{y=0} = 0, \quad (17)$$

қаралаётган соҳанинг қаттиқ чегара шартини ифодалайди.

Бу ерда  $(u_x, u_y)$  – парциал зичлиги  $\rho_{0,s}$  бўлган эластик ғовак жисмнинг тезлик вектори,  $(v_x, v_y)$  – парциал зичлиги  $\rho_{0,l}$  бўлган суюқликнинг тезлик вектори,  $p$  – ғоваклик босими,  $\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{yy}$  – кучланиш тензори компоненталари,  $\mathbf{f} = (f_x, f_y)$  – массавий кучлар вектори,  $\rho_{0,s} = \rho_{0,s}^f (1 - d)$ ,  $\rho_{0,l} = \rho_{0,l}^f d$ ,  $\rho_0 = \rho_{0,l} + \rho_{0,s}$ ,  $\rho_{0,s}^f$  – эластик ғовак жисмнинг физик босими,  $\rho_{0,l}^f$  – суюқликнинг физик босими,  $d$  – ғоваклик.

Тўғри динамик масалани сонли ечиш учун Лакс-Вендрофф усулининг вариантларидан бири бўлган Маккормакнинг предикатор-корректор усулига асосланган айирмали схемасидан фойдаланилади. Айирмали схема ёрдамида ҳисоблаш экспериментини ўтказиш учун дастурлар мажмуаси яратилган. Синов модели учун бир қатор сонли ҳисоблар тақдим этилган.

Тўлқин майдони қаралаётган соҳа марказидаги нуқтавий манбадан моделлаштирилди. Массавий кучни ифодаловчи манбадаги вақт сигнали куйидаги кўринишда

$$f(t) = \exp\left(\frac{(2\pi f_0(t-t_0))^2}{\gamma^2}\right) \cdot \sin(2\pi f_0(t-t_0))$$

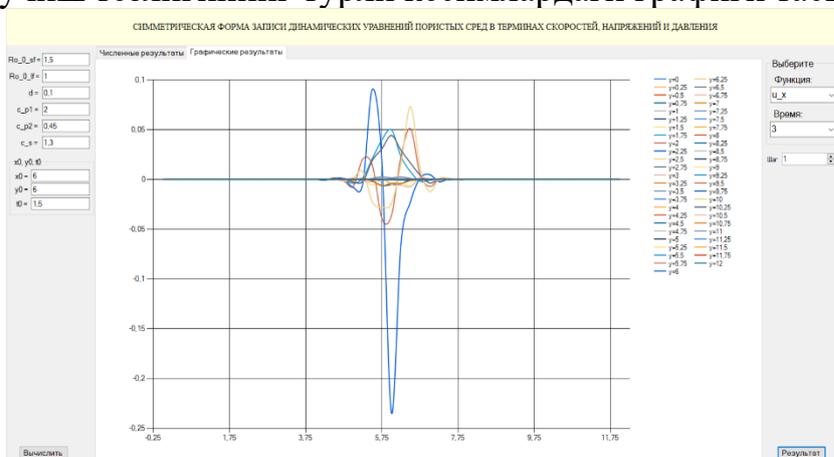
берилган, бунда  $\gamma = 4$ ,  $f_0 = 1\text{Гц}$ ,  $t_0 = 1.5\text{с}$ .

Берилган тенгламалар системасининг ўнг томони

$$\begin{cases} f_x = f(t) \cdot \delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0) \\ f_y = 0 \end{cases}$$

кўринишга эга бўлган ҳолни қарайлик.

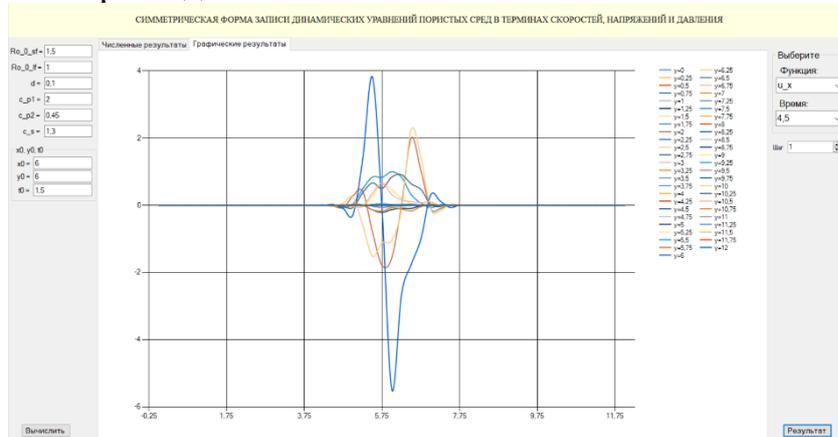
2.2-расмда ғовак муҳит зарраларининг  $x$  бўйича  $t=3$  секунд вақт momentiдаги кўчиш тезлигининг турли кесимлардаги графиги тасвирларган.



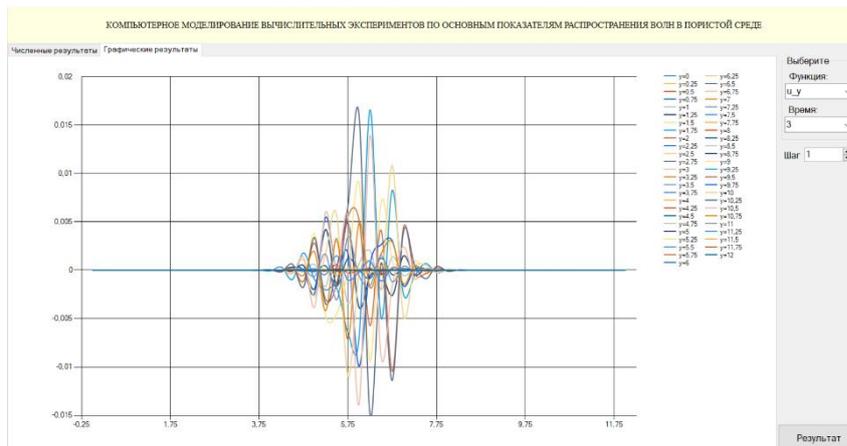
2.2-расм. Ғовак муҳит зарраларининг  $t=3$  секунд вақт momentiдаги кўчиш тезлиги  $u_x$  учун ўзгариш графиги.

Натижадан шуни кўриш мумкинки,  $y = 6$  кесимда тезлик соҳадаги максимал қийматга эришади ва тўлқин профили бирданига кескин ўсади.

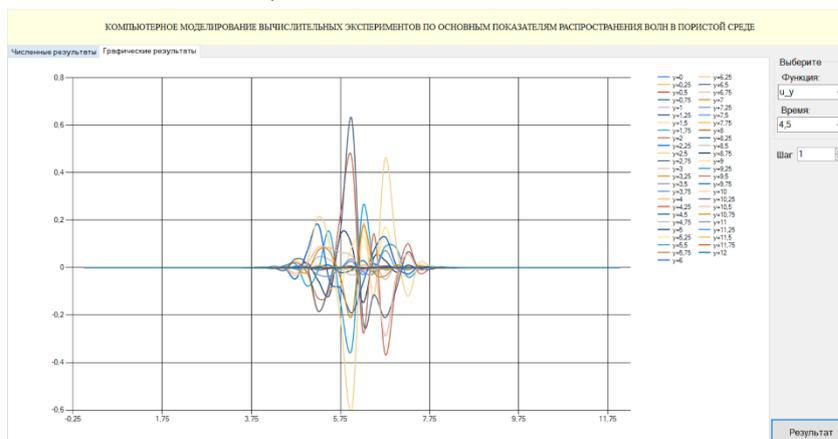
2.3-расмда ғовак муҳит зарраларининг  $x$  бўйича  $t=4,5$  секунд вақт momentiдаги кўчиш тезлигининг турли кесимлардаги графиги тасвирларган. Натижадан шуни кўриш мумкинки, вақт ўтиши билан ғовак муҳит зарраларининг кўчиш тезлиги ортади ва  $y = 6$  кесимда тезлик соҳадаги максимал қийматга эришади.



2.3-расм. Ғовак муҳит зарраларининг  $t=4,5$  секунд вақт momentiдаги кўчиш тезлиги  $u_x$  учун ўзгариш графиги.



2.4-расм. Ғовак муҳит зарраларининг  $t=3$  секунд вақт momentiдаги кўчиш тезлиги  $u_y$  учун ўзгариш графиги.



2.5-расм. Ғовак муҳит зарраларининг  $t=4,5$  секунд вақт momentiдаги кўчиш тезлиги  $u_y$  учун ўзгариш графиги.

2.4 ва 2.5-расмларда ғовак муҳит зарраларининг  $u$  бўйича  $t=3$  ва  $t=4,5$  секунд вақт моментларидаги кўчиш тезликларининг турли кесимлардаги графиклари тасвирларган.

Графиклар вақт ўтиши билан ғовак муҳит зарралари бетартиб ҳаракат қилишини кўрсатади.

Шунингдек, тезлик, кучланиш ва босимлар учун турли вақт моментларидаги сонли ва график ечимлар олинган.

Сувоқликка тўйинган ғовак муҳитларда тўлқин тарқалишининг сонли моделлаштириш натижалари сейсмик қидирув, геофизика, биомеханика ва нефт қазиб олишнинг турли соҳаларида қўлланилиши мумкин.

Диссертациянинг «**Ғовак-эластиклик тенгламаларининг тескари динамик масаласи**» деб номланувчи учинчи боби эркин сирт режими берган маълумотлар асосида тақсимланган манбани аниқлаш масаласига бағишланган. Бунда ғовак муҳитнинг эркин сиртидаги чегаравий шарт соҳа чегарасида физик жиҳатдан нуқтавий портлашини ифодалайди ва шунинг учун манбани ифодаловчи функцияни бевосита аниқлаб бўлмайди. Буни аниқлаш учун фақат сувоқлик билан тўйинган ярим фазонинг чегараси қандай ўзгаришини кузатиш мумкин. Ушбу тескари масала учун аниқ ечим алгоритми таклиф этилган.

3.1 параграфда «**Ғовак-эластикликнинг манбани аниқловчи тескари динамик масаласининг қўйилиши**» кўрилган.

$R_+^3 = \{x: (x_1, x_2) \in R^2, x_3 > 0\}$  ярим фазо сувоқлик билан тўйинган эластик деформацияланувчи изотроп ғовак муҳит бўлсин.

**А масала.**  $x_3 = 0$  сиртни тебраниш ҳолатида

$$\mathbf{u}|_{x_3=0} = \mathbf{u}^0(x', t), \quad t > 0, \quad x' = (x_1, x_2) \in R^2 \quad (18)$$

берилган  $g(t)$  функцияли ғовак-эластик тенгламалар системасида  $\mathbf{f}(x)$  вектор-функциясини аниқлаш талаб этилади:

$$L_1(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \equiv \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - c_t^2 \Delta \mathbf{u} + (c_t^2 - a_1) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} + a_2 \nabla \operatorname{div} \mathbf{v} = g(t) \cdot \mathbf{f}(x), \quad (19)$$

$$L_2(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \equiv \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} + a_3 \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} - a_4 \nabla \operatorname{div} \mathbf{v} = g(t) \cdot \mathbf{f}(x),$$

берилган бошланғич ва чегаравий шартларда

$$\mathbf{u}|_{t=0} = 0, \quad \mathbf{v}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad (20)$$

$$\bar{h}_{13}|_{x_3=0} = 0, \quad \bar{h}_{23}|_{x_3=0} = 0, \quad \bar{P} + \bar{h}_{33}|_{x_3=0} = 0, \quad \frac{\rho_t}{\rho} \bar{P}|_{x_3=0} = 0.$$

**А масаланинг** ечими  $\mathbf{w} = (\mathbf{u}, \mathbf{v})^T$ ,  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in C^3(t \geq 0, x_3 \geq 0)$  бўлсин. (18)-(20) шартлардан

$$\mathbf{u}|_{x_3=0} = \mathbf{u}^1(t, x'), \quad v_3|_{x_3=0} = v_3^1(t, x')$$

функциялар топилади.

3.2 параграфда «Говак-эластикликнинг манбани аниқловчи қисқартирилган тескари динамик масаласининг қўйилиши» кўрилган.

А масалани қуйидаги кўринишда ёзишимиз мумкин (В масала)

$$L\omega = g(t) \cdot \bar{\mathbf{f}}(x), \quad x \in R^3, \quad \omega|_{t<0} \equiv 0.$$

Маълум бўлган

$$\mathbf{u}|_{x_3=0} = \mathbf{u}^0(x', t)$$

функция орқали  $\bar{\mathbf{f}}(x)$  ( $g(t)$  - берилган функция) ни тиклаш талаб қилинади.

$C^{\infty,0}$  вектор функциялар синфини қуйидаги шартлар асосида аниқлаймиз:

$$\mathbf{f} \in C^\infty(R^3), \quad \lim_{|x| \rightarrow \infty} |x| \cdot |\mathbf{f}(x)| < \infty,$$

$$\operatorname{div} \mathbf{f}, \operatorname{rot} \mathbf{f} \in C_0^\infty(R^3),$$

$$(\operatorname{sup} p \operatorname{div} \mathbf{f} \cup \operatorname{sup} p \operatorname{rot} \mathbf{f}) \cap \{x | x_3 = 0\} = \emptyset.$$

Биринчи иккита шартни қаноатлантирувчи функциялар синфини  $C_1^{\infty,0}$  деб белгилаймиз.

Айталик,  $F_0$  – матрицалар тўплами  $F(x) = (F_{ij}(x))(i, j = 1, 2)$  ( $F_{1j}$  – ҳақиқий функциялар,  $F_{2j} = (F_{2j}^1, F_{2j}^2, F_{2j}^3)$  – вектор функциялар) шундай бўлсинки

$$F_{ij}(x', x_3) = F_{ij}(x', -x_3), \quad F_{ij} \in C_0^\infty, \quad x' = (x_1, x_2), \quad (21)$$

$$JF = 0, \quad (22)$$

$$\operatorname{sup} p F \cap \{x | x_3 = 0\} = \emptyset. \quad (23)$$

(22) шартда  $J$  оператор  $F$  матрицага

$$JF = \left( \int_0^\infty F_{12} dx_3, \int_0^\infty F_{22} dx_3, \operatorname{div} F_2 \right), \quad F_2(x) = F_{21}(x) + \int_0^{x_3} F_{22} dx_3$$

векторни мос қўяди.

(21), (22) - шартларни қаноатлантирувчи матрицалар синфини  $F_{0,1}$  деб белгилаймиз.

$\mathbf{f} \in C^\infty(R^3)$  вектор-функцияга

$$F(x) = (F_{ij}(x))(i, j = 1, 2)$$

матрицани

$$A\mathbf{f} = F, \quad F(x) = \begin{pmatrix} (\operatorname{div} \mathbf{f})_+ & (\operatorname{div} \mathbf{f}_{x_3})_+ \\ (\operatorname{rot} \mathbf{f})_+ & (\operatorname{rot} \mathbf{f}_{x_3})_+ \end{pmatrix}$$

формула бўйича мос қўйувчи  $A$  акслантиришни киритамиз.

**Лемма 1.**  $A$  оператор  $C^{\infty,0}$  тўплами  $F_0$  га бир- қийматли акслантиради.

**Натижа 1.**  $A$  оператор  $C_1^{\infty,0}$  на  $F_{0,1}$  га бир- қийматли акслантиради.

**Лемма 2.**  $AL_j = \widehat{L}_j A, j = 1, 2$ , айният ўринли, бу ерда

$$\widehat{L}_1 = t_{11} \square_{c_1} \oplus t_{12} \square_{c_2} \oplus \square_{c_1}, \widehat{L}_2 = t_{21} \square_{c_1} \oplus t_{22} \square_{c_2} \oplus \partial_t^2.$$

Коши масаласини қарайлик

$$L\mathbf{w} = 0, \quad x \in R^3, \quad t > 0, \quad (24)$$

$$\mathbf{w}|_{t=0} = \mathbf{f}(x), \quad \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0.$$

**Лемма 3.** Ҳар қандай  $\mathbf{f} \in C^{\infty,0}$  да (24) Коши масаласини  $C_1^{\infty,0}$  синфда ихтиёрий  $t > 0$  учун  $\mathbf{w}(x,t)$  ягона ечими мавжуд.

$F_0$  соҳада аниқланган  $F \in F_0$  матрицани

$$U(t, x') = \left( \begin{array}{cc} (\operatorname{div} \mathbf{u})_+ & (\operatorname{div} \mathbf{u}_{x_3})_+ \\ (\operatorname{rot} \mathbf{u})_+ & (\operatorname{rot} \mathbf{u}_{x_3})_+ \end{array} \right) \Big|_{x_3=0, t>0}$$

матрицага ўтказувчи  $S$  операторни киритамиз, бу ерда  $\mathbf{u} = P_{\mathbf{u}} \mathbf{w}$ ,  $\mathbf{w}(x,t)$  – Коши масаласининг ечими ва  $\mathbf{f} = A^{-1}F$ .

Шундай қилиб **В масала** қуйидаги **С масала**га келтирилди: берилган  $U(t, x')$  матрица орқали  $F$  ни  $AF = U$  тенгламадан топинг. Бу масала учун теорема ўринли:

**Теорема.** Қуйидаги тасдиқлар ўринли:

1.  $S$  оператор узлуксизлик бўйича изометрик оператор  $S : \mathbf{F} \rightarrow L_{2,\rho}$  га давом эттирилади, яъни

$$\|SF\| = \|F\|, \quad \forall F \in \mathbf{F}.$$

2.  $U(t, x') \in L_{2,\rho}$  матрица  $S \Leftrightarrow \widehat{H}U = 0$  ва  $J\widehat{S}^*U = 0$  операторнинг қийматлар соҳасига тегишли.

3. Агар  $SF = U$  бўлса, у ҳолда  $F = \widehat{S}^*U$  (айлантириш формуласи).

Айтайлик

$$(W\mathbf{u})(t, x) = \partial_t \mathbf{u}^g(t, x)$$

бу  $\mathbf{u}^g = P_{\mathbf{u}^g} \mathbf{w}^g$ ,  $\mathbf{w}^g(x,t)$  – қуйидаги масаланинг ечими

$$L\mathbf{w}^g = g(t) \cdot \mathbf{f}(x), \quad \mathbf{w}^g|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{w}^g}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0.$$

$(\partial_t \mathbf{u}^g, \partial_t u_{x_3}^g) \Big|_{x_3=0}$  вектор бўйича

$$(\mathbf{u}, u_{x_3}) \Big|_{x_3=0} = W^{-1}(\partial_t \mathbf{u}^g, \partial_t u_{x_3}^g) \Big|_{x_3=0}$$

ни топиш мумкин.

Натижада,  $L\mathbf{w} = 0$  дан (20) ни ҳисобга олиб  $u_{x_3 x_3} \Big|_{x_3=0}$  ни топамиз. Бунинг учун  $\mathbf{w}$  векторни потенциал ва соленоидал қисмлар йиғиндиси кўринишида ифодалаш лозим. Демак,  $A\mathbf{u} \Big|_{x_3=0}$ . Бундан қуйидаги теорема келиб чиқади.

**Теорема.** Агар  $g \in C[0, \infty)$ ,  $g \neq 0$ ,  $\mathbf{f} \in C^{\infty, 0}$  бўлса, **В масаланинг** ечими ягона ва  $\mathbf{f}$  вектор-функция куйидаги акслантиришлар занжири орқали аниқланади:

$$\begin{aligned} (\mathbf{u}^g, u_{x_3}^g) \Big|_{x_3=0} &\xrightarrow{\partial_t} (\partial_t \mathbf{u}^g, \partial_t u_{x_3}^g) \Big|_{x_3=0} \xrightarrow{w^{-1}} (\mathbf{u}, u_{x_3}) \Big|_{x_3=0} \rightarrow \\ &\rightarrow \mathbf{A}\mathbf{u} \Big|_{x_3=0} \xrightarrow{S^{-1}} \mathbf{A}\mathbf{u} \Big|_{x_3=0} \xrightarrow{A^{-1}} \mathbf{f}(x). \end{aligned}$$

«Тўлқин майдони учун ҳисоблаш эксперименти» деб номланган 3.3 параграфда сейсмик тўлқин майдонларини бир жинсли ғовак муҳитда моделлаштириш кўриб чиқилган. Ишнинг асосий жараёни сейсмик тўлқиннинг ғовак муҳитда тарқалишини қайд этиш ва унинг тарқалишини рекурсив кузатиш бўлди. Ҳисоб-китобларни текширишда турли нуқтавий манбалар билан тўлиқ тўлдирилган ғовак муҳит соҳасининг оддий ҳолидан фойдаланилди. Турли нуқтавий манбалар учун суюқлик билан тўйинган ғовакли муҳитда учта сейсмик тўлқин тарқалиши кузатилди. Келтирилган тажрибалар таклиф этилаётган моделни текшириш муваффақиятли эканлигини кўрсатди.

Диссертациянинг «**Ғовак муҳитнинг динамик масалаларини ечишнинг дастурий воситалари**» деб номланган охириги боби эластик-ғовак муҳитда тўлқин тарқалишининг тўғри ва тесқари масалаларини тадқиқ қилишда ҳисоблаш тажрибаларини ўтказиш дастурлар мажмуасини яратиш ҳамда унинг ахборот таъминотини ташкил этишга бағишланган. Ишлаб чиқилган сонли модел ва суюқлик билан тўйинган ғовак муҳитда тўлқин тарқалиш жараёнининг асосий кўрсаткичларини ҳисоблаш алгоритмлари асосида дастурий таъминот ишлаб чиқилган. Фойдаланувчи учун дастурдан фойдаланишда зарур бўладиган дастлабки маълумотлар ва ҳисоблаш жараёни бўйича тавсиялар учун ишлаб чиқилган. Якуний натижаларни визуал тарзда график шаклда тақдим этиш учун модуллар яратилган. Дастурлар мажмуасининг блоклари ва модуллари орасидаги боғланишларни ифодаловчи функционал схема ишлаб чиқилган. Бир жинсли ғовак муҳит учун ғовак-эластиклик масалаларини ечиш учун «Ғовак муҳитда тўлқин тарқалишининг асосий параметрлари бўйича ҳисоблаш тажрибаларини компьютерли моделлаштириш» дастурлар мажмуаси ишлаб чиқилган. Дастур фойдаланувчиси бир жинсли ғовак муҳитда динамик масалаларни ечишда асосий кўрсаткичлар бўйича турли ҳисоблаш тажрибаларини ўтказиш ва компьютерда олинган натижалар асосида турли таҳлиллар, шунингдек, башорат қилиш ва тадқиқотлар бажариш имкониятига эга бўлади.

Дастурлар мажмуаси C# дастурлаш тилида яратилган.

ЭҲМ типи: Intel (R) Pentium CPU N3700 1.60 GHz 1.60 GHz, ОЗУ 4.00 ГБ

Программа талаб қиладиган хотира: 34 КБ

## ХУЛОСА

«Ғовак муҳит учун тўғри ва тескари динамик масалаларда математик моделлаштириш» мавзусидаги диссертация бўйича олиб борилган тадқиқот натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Ғовак-эластик муҳитда тўлқин тарқалишининг математик модели қурилган, бу модел тўлқин жараёнларини тадқиқ қилишга хизмат қилади;

2. Ғовак-эластик муҳитда тўлқин тарқалишини тавсифловчи қайтар чизиқли тенгламалар системаси симметриклаштирилган, бу эса системанинг гиперболик эканлигини ва муҳитнинг бундай моделига математик жиҳатдан ривожланган симметрик  $t$ – гиперболик (Фридрихс бўйича) системалар назариясини қўллашга имкон яратган;

3. Компонентлараро ишқаланиш коэффиценти туфайли энергиянинг тарқалишини ҳисобга олган ҳолда суюқлик билан тўйинган ғовак муҳитда чизиқли тўлқинлар тарқалишининг модели бўлган чизиқли динамик тенгламалар системаси ечилган, бу эса бўйлама ва кўндаланг товуш тўлқинларнинг сўниш характерини аниқлашга хизмат қилади;

4. Турли жамланган кучлар учун қайтар ҳолда ғовак-эластик муҳитнинг динамик тенгламалар системаси ечими топилган;

5. Ғовак-эластик муҳитнинг эркин чегара нуқталари кўчишининг қўшимча маълумотлари бўйича манбани аниқловчи тескари динамик масаласи ечилган;

6. Ғовак-эластик муҳитда тўлқин тарқалишининг тўғри масаласини сонли ечиш усуллари ишлаб чиқилган ва дастурлар мажмуи яратилган, бу дастурлар орқали бир жинсли ғовак муҳитда динамик масалаларни ечишда асосий кўрсаткичлар бўйича турли ҳисоблаш тажрибаларини ўтказиш ва компьютерда олинган натижалар асосида турли таҳлиллар, шунингдек, башорат қилиш ва тадқиқотларни бажариш мумкин.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.02  
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЁНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ  
НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА**

---

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА**

**ТУЙЧИЕВА САЙЁРА ТАХИРОВНА**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ  
ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ**

**05.01.07 – Математическое моделирование. Численные методы и комплексы  
программ (физико-математические науки)**

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)  
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

**ТАШКЕНТ – 2022**

**Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2019.3.PhD/FM425.**

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека. Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (<http://ik-fizmat.nuu.uz>) и на Информационно-образовательном портале «Ziynet» по адресу ([www.ziynet.uz](http://www.ziynet.uz)).

**Научный руководитель:** **Жабборов Насридин Мирзоодилович**  
доктор физико-математических наук, профессор

**Официальные оппоненты:** **Полатов Аскад Мухамеджанович**  
доктор физико-математических наук, профессор

**Назирова Элмира Шодмоновна**  
доктор технических наук, доцент

**Ведущая организация:** **Каршинский государственный университет**

Защита диссертации состоится « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 года в \_\_\_\_ часов на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 при Национальном университете Узбекистана (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №17). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 года.  
(протокол рассылки № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 года).

**М.М.Арипов**  
Председатель Научного совета по  
присуждению научных степеней,  
д.ф.-м.н., профессор

**З.Р.Рахмонов**  
Ученый секретарь Научного совета по  
присуждению научных степеней, д.ф.-м.н.

**Б.Ф.Абдурахимов**  
Заместитель председателя научного семинара при Научном  
совете по присуждению научных степеней,  
д.ф.-м.н., профессор

## **ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))**

**Актуальность и востребованность темы диссертации.** Многие научно-прикладные исследования, ведущиеся в мире, приводятся в большинстве случаев к задачам созданию и изучению математических моделей волновых процессов в флюидонасыщенных пористых средах. В практике поисковой геофизики определения нефтяных слоев, выбор параметров волнового движения на месторождениях нефти и газа, а также научное исследование моделей фильтрации в пористых средах для решения геофизических задач являются объектом исследований в таких областях, как математическая физика, механика сплошных сред, гидродинамика и математическое моделирование. Поэтому в исследовании волновых процессов в различных средах и системах, описываемых уравнениями гиперболического типа, одной из важных задач прикладной математики остается создание разностных схем и алгоритмов, комплекс программных средств для численного решения прямых и обратных динамических задач пористых сред.

В настоящее время в мире в области сейсмологии и геофизики широко изучается построение адекватной модели процессов распространения волн в пористых средах, описываемых уравнениями гиперболического типа. Построение нелинейных математических моделей, описывающих распространение волн в насыщенной жидкостью пористой среде, широко используется в источниках распространения волн, определении нефтяных пластов, выборе параметров волнового движения на нефтяных и газовых месторождениях, проектировании сейсмических процессов, интенсификации нефтегазовых и добыча газа. Поэтому построение и численное решение нелинейных математических моделей, описывающих распространение волн в насыщенной жидкостью пористой среде, является одним из целевых научных исследований.

В нашей стране большое внимание уделяется таким актуальным направлениям, как разработка численных и аналитических методов решения задач в области математической физики, механики, экономики и энергетики, которые являются научным и практическим применением фундаментальных наук. В частности, особое внимание уделялось изучению двухскоростного движения среды, численно-аналитическому решению обратных и некорректных задач с практическим применением теории уравнений математической физики и дифференциальных уравнений. В то же время были достигнуты значительные результаты в построении математических моделей двухскоростной механики среды и численных решений. Проведение научных исследований на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям «Функциональный анализ, алгебра, дифференциальные уравнения, математическая физика, математическое моделирование, вычислительная и дискретная математика, теория вероятностей и математическая статистика» является одной из основных задач в деятельности Института математики имени В.И.Романовского АН

РУз<sup>1</sup>. Для обеспечения выполнения постановления важно улучшить развитие математическое моделирование процессов в пористых средах, совершенствование аналитических и численных методов решения системы динамических уравнений пороупругих сред.

Данное диссертационное исследование, в определенной степени служит решению задач, обозначенных в Указе Президента Республики Узбекистан №-УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», в Постановлениях №-ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», №-ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», №-ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», №ПП-4708 от 07 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики», а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области деятельности.

**Связь исследования с приоритетными направлениями развития науки и технологий республики.** Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

**Степень изученности проблемы.** Началом современных активных исследований волновых процессов в флюидонасыщенных пористых средах было исследование Я.И.Френкеля. 50–60-х годах в серии работ М.Био (M.Biot) представил модель решения задачи об уравнении распространения звуковых волн в газонасыщенной пористой среде в одномерном приближении. Другими исследователями по теории распространения звуковых волн в насыщенной пористой среде были Л.Я.Косачевский, В.Н.Николаевский и Х.А.Рахматулин. Неизотермическую модель фильтрации в предположении аддитивности энтропии компонент пористой среды методом законов сохранения П.Робертс, Д.Лопе. Без предположения об аддитивности энтропии компонент пористой среды, построил В.Н.Доровский, причем, так же использовал метод закона сохранения. Исследования Т.Кан, Turgut, А.Т.Yamamoto был посвящен изучению осадочных пород. А.В.Бакулин и Л.А.Молотков в своих экспериментах и анализе полученных результатов использовали комплекснозначные плотности сред. В модели, развиваемой в работах J.Dvorkin, G.Mavko, A.Nur, M.Diallo, Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, V.N.Dorovsky, Kh.Kh.Imomnazarov, С.Де-Гроот, С.К.Годунов было предложено – учитывать зависимость от частоты вязких потерь, вызванных движением жидкости относительно скелета в насыщенных пористых средах. Предложенные модели пористых

---

<sup>1</sup> Постановление Президента Республики Узбекистан № ПП–4708 «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики» от 07 мая 2020 года.

сред Л.Д.Акуленко и С.В.Нестерова, Т.У.Артикова, И.Я.Эдельман и К.Wilmanski имели существенные отличия от классической модели Био.

Теоретическому исследованию обратных задач для системы уравнений пороупругости посвящены работы Х.Х.Имомназарова и А.Э.Холмурадова, а численной реализации решения обратных задач посвящены работы Э.В.Горюнова, Х.Х.Имомназарова, А.С.Алексеева, Е.В.Грачева, Т.Т.Рахмонова. Достаточно полную библиографию для уравнений гиперболического типа по теории обратных задач можно найти в В.Г.Романов, М.И.Белишев, А.С.Благовещенский, А.Н.Тихонов, В.Я.Арсенин, М.М.Лаврентьев, В.Г.Романов, С.П.Шишатский.

Для решения динамических обратных задачах гиперболического типа в качестве дополнительной информации обычно дается след решения соответствующей прямой задачи, как правило, на времени-подобной поверхности. Известно, что постановка динамической обратной задачи для гиперболического уравнения и систем была сформулирована и исследована в работах М.М.Лаврентьева и В.Г.Романова, А.С.Благовещенского, А.С.Алексеева, А.И.Прилепко, Ю.Е.Аниконова, А.Л.Бухгейма, Ю.Л.Гапоненко, Б.С.Парийского, Д.Г.Орловского, А.Л.Иванкова, А.В.Баева, Б.А.Бубнова, Х.Х.Имомназарова, Н.М.Жабборова, Д.К.Дурдиева, А.Э.Холмурадова и др. На сегодняшний день в Узбекистане задачи математического и численного моделирования процессов и их приближенные решения, описываемых уравнениями математической физики, изучаются М.М.Ариповым, Н.Равшановым, Н.М.Жабборовым, Р.Д.Алоевым, А.М.Полатовым, И.К.Хужаевым, А.Хайдаровым, А.Э.Холмурадовым, Ш.А.Садуллаевой, Э.Ш.Назировой, А.С.Матякубовым, З.Р.Рахмоновым и другими учеными.

**Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация.** Диссертационная работа выполнена в соответствии с планом научно-исследовательских работ Национального университета Узбекистана в рамках фундаментального проекта MRU-OT-81/2017 «Математическое моделирование термодинамически согласованной математической модели двухфазных сред в диссипативном приближении с перекрестными эффектами».

**Целью исследования** является симметризация линейных систем динамических уравнений пороупругости в обратном приближении, численно-аналитическое решение прямых и обратных динамических задач пороупругости.

**Задачи исследования:**

вывод линейной математической модели распространения волн в упруго-пористых средах;

симметризовать систему линейных уравнений, описывающей распространения волн в упруго-пористых средах в обратном приближении;

решить систему линейных динамических уравнений, представляющую собой модель распространения линейных волн в насыщенной жидкостью

пористой среде с учетом диссипации энергии, обусловленной коэффициентом межкомпонентного трения;

получить решение системы уравнений динамической пороупругости в обратимом случае для разных сосредоточенных сил;

решить обратную динамическую задачу пороупругости об определении источника по дополнительной информации смещений точек свободной границы;

разработать методы и создание комплекс программ для численного решения прямой задачи распространения волн в упруго-пористых средах.

**Объектом исследования** является волновые процессы насыщенной жидкостью пористой среде со сложной реологией.

**Предметом исследования** является математическое моделирование прямых и обратных динамических задач распространения волн в насыщенной жидкостью пористой среде, разработка эффективных алгоритмов и комплекса программ для численных расчетов.

**Методы исследования.** В диссертации использовались методы математической физики, численные методы решения дифференциальных уравнений, а также методы математического и численного моделирования в виде конечно-разностных схем для построения численных решений, методы вычислительной математики, метод интегральных уравнений, методы функционального анализа.

**Научная новизна исследования** заключается в следующем:

построена математическая модель, состоящая из системы дифференциальных уравнений с частными производными, описывающая распространения волн в флюидонасыщенных упруго-пористых средах;

получен симметрический  $t$ –гиперболический вид по Фридрихсу системы линейных уравнений, описывающей распространение волн в флюидонасыщенных упруго-пористых средах в обратимом приближении;

решена система линейных динамических уравнений, представляющая собой модель распространения линейных волн в насыщенной жидкостью пористой среде с учетом диссипации энергии, обусловленной коэффициентом межкомпонентного трения;

получено решение системы уравнений динамической пороупругости в обратимом случае для разных сосредоточенных сил;

решена обратная динамическая задача пороупругости об определении источника по дополнительной информации смещений точек свободной границы;

разработаны методы и комплексы программ для численного решения прямой задачи распространения волн в упруго-пористых средах.

**Практические результаты исследования** заключаются в следующем:

усовершенствована математическая модель движения двухскоростной среды;

усовершенствованы методы аналитического и численного решения системы динамических уравнений упруго-пористой среды.

**Достоверность результатов исследования.** Полученные результаты в диссертации обосновываются корректностью математической модели на основе подхода, обеспечивающего гиперболичность уравнений модели и их согласованность с законами термодинамики, строгостью математических выкладок, использованием обоснованных методов решения и сравнением полученных решений с точными решениями в аналогичных постановках для однофазных сред.

**Научная и практическая значимость результатов исследования.**

Научная значимость результатов исследования обосновывается усовершенствованием математической модели движения двухскоростных сред, которая является значимой в теории математического моделирования.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что полученные результаты могут найти применение при исследовании широкого класса различных природных и технологических процессов, в частности, могут быть применены для дальнейшего исследования прямых и обратных динамических задач пороупругости в диссипативном приближении.

**Внедрение результатов исследования.** На основе полученной математической модели, описывающей распространение волн в насыщенной жидкостью среде, были использованы для решения прямых и обратных динамических задач в грантовом проекте РФФИ 16-01-00729 – «Математическое моделирование фильтрации минерализованных растворов в вязкоупругих средах», (справка №15301/2-01-27 от 06.11.2019 года Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН). Применение научных результатов позволило численно решить прямых и обратных динамических задач упруго-пористых сред;

полученный линейный математический модель распространения волн в упруго-пористой среде в обратимом приближении, было использовано для решения обратной динамической задачи пороупругости об определении источника по дополнительной информации смещений точек свободной границы в грантовом проекте ОТ-Атех-2018-340 – «Теоретическое и численное исследования практических геофизических задач динамики двухскоростной среды», (справка №04/1697 от 1.06.2021 года, Каршинский государственный университет). Применение научных результатов позволило доказать единственность и устойчивость решения прямой и обратной динамических задач пороупругости.

**Апробация результатов исследования.** Результаты данного исследования были обсуждены на 13 научно-практических конференциях, в том числе, на 7 международных и 6 республиканских.

**Публикация результатов исследования.** По теме диссертации опубликованы 19 научных работ, из них 5 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты докторских диссертаций, в том числе 2 опубликованы в зарубежных журналах и 3 в республиканских научных

изданиях. А также получено 1 авторское свидетельство на созданные компьютерные программные продукты.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка использованной литературы и приложения. Объем диссертации составляет 116 страниц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

**Во введении** обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, изложены степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, обоснована достоверность полученных результатов, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации, под названием **«Термодинамически согласованная математическая модель упруго-деформируемой пороупругости»** посвящена выводу нелинейных уравнений с частными производными для описания распространения нелинейных волн в флюидонасыщенных жидкостью пористых средах. Получены динамические уравнения для метрического тензора деформации, которые используются для исследования нелинейных волн в упругой среде. Получена система дифференциальных уравнений, описывающая распространения нелинейных волн в насыщенных жидкостью пористых средах, как в бездиссипативном, так и в диссипативном приближении.

Вторая глава диссертации, под названием **«Математические модели динамических задач пороупругости»** посвящена исследованию прямых задач пороупругости на основе математической модели, полученной в первой главе.

Первый параграф 2.1 второй главы под названием **«Симметрическая форма записи линейных динамических уравнений пороупругости в терминах скоростей, напряжений и давления (обратимый случай)»** посвящен симметризации линейной системы динамических уравнений в терминах скоростей, напряжений и порового давления в обратимом приближении.

Получено линейная система динамических уравнений в отсутствие диссипации энергии

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial h_{ik}}{\partial x_k} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0,$$
$$\frac{\partial p}{\partial t} - (K - \alpha \rho \rho_s) \operatorname{div} \mathbf{u} + \alpha \rho \rho_l \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

$$\frac{\partial h_{ik}}{\partial t} + \mu \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \left( \frac{\rho_s}{\rho} K - \frac{2}{3} \mu \right) \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{u} - \frac{\rho_s}{\rho} K \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

В этой системе уравнений  $\mathbf{u}=(u_1, u_2, u_3)$  и  $\mathbf{v}=(v_1, v_2, v_3)$  – вектора скорости упругой пористой среды и насыщающей жидкости с соответствующими парциальными плотностями  $\rho_s$  и  $\rho_l$ ,  $\rho = \rho_s + \rho_l$  – плотность континуума,  $h_{lm}$  – компоненты тензора напряжений,  $p$  – поровое давление,  $\delta_{lm}$  – символ Кронекера,  $K = \lambda + \frac{2}{3} \mu$ ,  $\alpha, \lambda, \mu$  – упругие параметры пористой среды.

После нескольких преобразований уравнения упругих волн для насыщенной жидкостью пористых сред запишутся в следующей окончательной форме в терминах  $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \sigma_{ij}$  и  $p$

$$\begin{aligned} \rho_s \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} &= 0, \quad \rho_l \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\rho_l}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0, \\ \frac{\alpha}{\Delta} \frac{\partial \sigma_{mm}}{\partial t} + \frac{3\rho_s}{\rho} \frac{K\rho_l/\rho_s + \alpha}{\Delta} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\rho_l}{\rho} \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{1}{2\mu} \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial t} - \frac{\Lambda}{2\mu\Delta} \delta_{ik} \frac{\partial \sigma_{mm}}{\partial t} + \frac{\alpha}{\Delta} \delta_{ik} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

в этой системе уравнений

$$\Lambda = \lambda \alpha \rho^2 - K^2, \quad \tilde{\alpha} = \alpha \rho \rho_s - K, \quad \Delta = 3K(\alpha \rho^2 - K).$$

Введем обозначение  $w = (u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, p)^T$  и перепишем систему уравнений (1) в матричном виде

$$\mathbf{A} \frac{\partial w}{\partial t} + \mathbf{B}_k \frac{\partial w}{\partial x_k} = 0.$$

Здесь  $\mathbf{A} = (a_{i,j})$ ,  $\mathbf{B}_k = (b_{i,j}^k)$   $i, j = \overline{1,13}$ ,  $k = \overline{1,3}$  – симметрические матрицы.

Если матрица  $\mathbf{A}$  – положительно определенная, то система (1) будет симметрическая  $t$ -гиперболическая (по Фридрихсу). Вычисления показали, что  $\mathbf{A}$  матрица положительно определенная, система (1) является симметрической  $t$ -гиперболической.

Таким образом, доказано следующая

**Теорема.** Пусть параметры пористой среды  $\lambda, \mu, \alpha$  положительны, тогда система (1) является симметрической  $t$ -гиперболической.

В параграфе 2.2. под названием «Затухание и дисперсия звуковых колебаний в пористой среде» получены формулы для нахождения скоростей распространения быстрой и медленной продольных волн и волны сдвига с учетом проницаемости среды.

Диссипативные уравнения движения позволяют рассмотреть в качестве простейшего приложения вопрос о затухании звуковых волн, т.е. характер затухания колебаний в поперечных и продольных звуковых волнах. Оставив в стороне связанные эффекты вязкости, рассмотрим влияние силы

межкомпонентного трения  $\chi = \bar{k}$  на характер поглощения. Затухание и дисперсия звуковых колебаний описывается следующими уравнениями системы

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial h_{ik}}{\partial x_k} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} &= -\frac{\rho_l^2}{\rho_s} \chi(u_i - v_i), \\ \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} &= \rho_l \chi(u_i - v_i), \\ \frac{\partial h_{ik}}{\partial t} + \mu \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \left( \frac{\rho_s}{\rho} K - \frac{2}{3} \mu \right) \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{u} - \frac{\rho_l}{\rho} K \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} - (K - \alpha \rho \rho_s) \operatorname{div} \mathbf{u} + \alpha \rho \rho_l \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Представим решение в виде

$$(\mathbf{u}, \mathbf{v}, h_{ik}, p) = (\mathbf{u}^0, \mathbf{v}^0, h_{ik}^0, p^0) e^{i(kx - \omega t)} \quad (3)$$

после чего уравнения (2) определяют предэкспоненциальные множители в (3)

$$\begin{aligned} \omega u_n^0 &= \frac{k_m}{\rho_s} h_{nm}^0 + \frac{1}{\rho} k_n p^0 - i \frac{\rho_l}{\rho_s} \rho_l \chi(u_n^0 - v_n^0), \\ \omega v_n^0 &= \frac{k_n}{\rho} p^0 + i \rho_l \chi(u_n^0 - v_n^0), \\ \omega h_{lm}^0 &= \mu (k_l u_m^0 + k_m u_l^0) + \left( \frac{\rho_s}{\rho} K - \frac{2}{3} \mu \right) \delta_{lm} k_v u_v^0 - \frac{\rho_s}{\rho} K \delta_{lm} k_v v_v^0, \\ \omega p^0 - (K - \alpha \rho \rho_s) k_n u_n^0 + \alpha \rho \rho_l k_n v_n^0 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Условия разрешимости линейных однородных алгебраических уравнений сводятся к равенству нулю определителя системы (4), отсюда получим следующие соотношения для определения скоростей поперечной и продольных волн

$$i c^3 - \frac{\chi}{k} \frac{\rho_l}{\rho_s} \rho c^2 - i \frac{\mu}{\rho_s} c + \frac{\chi}{k} \frac{\rho_l}{\rho_s} \mu = 0, \quad (5)$$

$$c^4 + i \frac{\chi}{k} \frac{\rho_l}{\rho_s} \rho c^3 - 2B_* c^2 - i \frac{\chi}{k} \frac{\rho_l}{\rho_s} (\rho^3 e_{\rho\rho} - 2K + \lambda + 2\mu) c + b_* = 0. \quad (6)$$

Из этих формул следует отсутствие диссипации энергии формулы для скоростей поперечной и продольных волн.

Система уравнений (5), (6) определяет три корня

$$c_t^2(\omega) = \frac{\mu}{\rho_s} \frac{1 + i \frac{\chi}{\omega} \rho_l}{1 + i \gamma}. \quad (7)$$

$$c_l^2(\omega) = \frac{1}{2(1 + \gamma^2)} (2B_* + \gamma^2 \hat{u}_0^2 + \kappa_1 + \gamma \kappa_2) +$$

$$+ \frac{i}{2(1+\gamma^2)}(-2\gamma B_* + \gamma \widehat{u}_0^2 + \kappa_2 - \gamma \kappa_1), \quad (8)$$

$$c_{l_2}^2(\omega) = \frac{1}{2(1+\gamma^2)}(2B_* + \gamma^2 \widehat{u}_0^2 - \kappa_1 - \gamma \kappa_2) + \frac{i}{2(1+\gamma^2)}(-2\gamma B_* + \gamma \widehat{u}_0^2 - \kappa_2 + \gamma \kappa_1), \quad (9)$$

соответствующих поперечной и продольным волнам с учетом межкомпонентного трения в системе.

Здесь в определении  $\gamma$  входит характерный диссипативный временной масштаб

$$\frac{1}{\omega_*} = \frac{\rho_s}{\chi \rho \rho_l}.$$

На рисунках 2.1. представлены графики функции для скоростей первой (быстрой) продольной, второй (медленной) продольной и поперечной волн как функций частоты для разных значений параметра проницаемости.

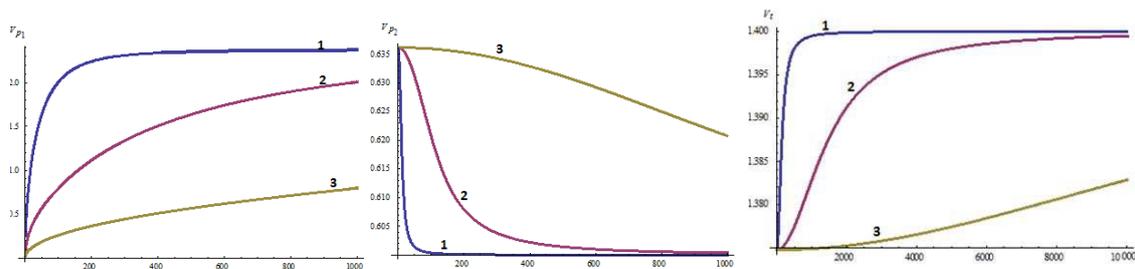


Рис.2.1. График скоростей первой продольной, второй продольной и поперечной волн

где,  $V_{p_1}(\omega)$ - скорость первой продольной волны,  $V_{p_2}(\omega)$ - скорость второй продольной волны  $V_t(\omega)$ - скорость поперечной волны (синий  $\chi_1 = 10^4 \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{сек})$ , фиолетовый  $\chi_2 = 10^5 \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{сек})$ , зеленый  $\chi_3 = 10^6 \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{сек})$ ) при заданных значениях физических параметров:  $c_{l_1} = 1.7 \cdot c_t$ ,  $c_{l_1} = 0.6 \text{ км} / \text{с}$ ,  $c_{l_1} = 1.4 \text{ км} / \text{с}$ ,  $c_{l_1} = 0.6 \text{ км} / \text{с}$ ,  $\rho_l^f = 0.9 \text{ г} / \text{см}^3$ ,  $\rho_s^f = 2.7 \text{ г} / \text{см}^3$ ,  $d_0 = 10\%$ .

В третьем параграфе 2.3 под названием «**Формула решения динамической прямой задачи пороупругости в случае различных сосредоточенных сил**» получено решение в безграничном пространстве системы уравнений динамической пороупругости в обратимом случае для различных сосредоточенных сил. Показано, что при исчезновении пористости построенное решение переходит к решению системы уравнений линейной теории упругости в частотной области.

Рассмотрим модель динамической прямой задачи пороупругости в случае различных сосредоточенных сил.

Пусть пространство  $R^3$  заполнено упруго-деформируемой изотропной пористой средой.

Вектора скорости упругого скелета  $\mathbf{u}$  и жидкости  $\mathbf{v}$  удовлетворяют следующим динамическим уравнениям для упругой и жидкой фаз в отсутствии диссипации энергии

$$\partial_t^2 \mathbf{u} - c_t^2 \Delta \mathbf{u} + (c_t^2 - a_1) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + a_2 \nabla \nabla \cdot \mathbf{v} = \mathbf{F}(t, \mathbf{x}) \quad (10)$$

$$\partial_t^2 \mathbf{v} + a_3 \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} - a_4 \nabla \nabla \cdot \mathbf{v} = \mathbf{F}(t, \mathbf{x}), \quad (11)$$

где  $\mathbf{F} = (F_1, F_2, F_3)$  – массовая сила,  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ ,  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ ,  $\partial_t$  – частная производная по времени  $t$ ,  $\Delta$ ,  $\nabla$  и  $\nabla \cdot$  – операторы Лапласа, градиента и дивергенции по  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ , соответственно, коэффициенты  $a_j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$  выражаются с одной стороны тремя упругими параметрами  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\alpha = \rho \alpha_3 + \frac{K}{\rho^2}$ , с другой стороны тремя скоростями  $c_t$ ,  $c_{l_1}$ ,  $c_{l_2}$  и соответствующими парциальными плотностями упругой матрицы  $\rho_s$ , жидкости  $\rho_l$ .

В случае, когда массовая сила  $\mathbf{F}$ , отнесенная к единице массы, имеет магнитуду  $F_0$  и сосредоточена в точке ( $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ ), имеет вид

$$\rho \mathbf{F} = \mathbf{e} f(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (12)$$

где  $\mathbf{e}$  – единичный вектор из  $R^3$ ,  $\delta(\mathbf{x})$  – функция Дирака,  $f(t)$  – форма зондирующего сигнала по времени. Подставляя (12) в (10), (11) и переходя в полученных уравнениях к образам Фурье по времени, получим

$$\omega^2 \hat{\mathbf{u}} - c_t^2 \nabla \times \nabla \times \hat{\mathbf{u}} + a_1 \nabla \nabla \cdot \hat{\mathbf{u}} - a_2 \nabla \nabla \cdot \hat{\mathbf{v}} = -\mathbf{e} \frac{F_0}{\rho} \hat{f}(\omega) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (13)$$

$$\omega^2 \hat{\mathbf{v}} - a_3 \nabla \nabla \cdot \hat{\mathbf{u}} + a_4 \nabla \nabla \cdot \hat{\mathbf{v}} = -\mathbf{e} \frac{F_0}{\rho} \hat{f}(\omega) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (14)$$

где  $\nabla \times$  – оператор ротора по  $\mathbf{x}$ , значок “крышка” означает преобразование Фурье по времени,  $\omega$  – круговая частота.

Используя хорошо известную формулу векторного анализа, и после несложных преобразований получим формулы для скоростей в частотной области

$$\hat{\mathbf{u}} = \frac{F_0 \hat{f}(\omega)}{4\pi\omega^2 \rho} \left( \nabla \times \nabla \times \left( E \frac{e^{-ik_1 R}}{R} \right) - \nabla \nabla \cdot \left[ E \left( v_1 \frac{e^{-ik_1 R}}{R} + v_2 \frac{e^{-ik_2 R}}{R} \right) \right] \right) \mathbf{e},$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \frac{F_0 \hat{f}(\omega)}{4\pi\omega^2 \rho} \nabla \nabla \cdot \left[ E \left( \frac{1}{R} - m_1 v_1 \frac{e^{-ik_1 R}}{k_1^2 R} - m_2 v_2 \frac{e^{-ik_2 R}}{k_2^2 R} \right) \right] \mathbf{e}.$$

Здесь единичная матрица  $E = (\delta_{i,j})_{3 \times 3}$ ,  $\delta_{i,j}$  – символ Кронекера.

Таким образом, получена следующая

**Теорема.** Пусть пространство  $R^3$  заполнено упруго-деформируемой изотропной пористой средой, тогда решением динамических уравнений (10) и (11) является

$$\hat{\mathbf{u}} = F_0 \hat{f}(\omega) \mathbf{G}^u \mathbf{e}, \quad \hat{\mathbf{v}} = F_0 \hat{f}(\omega) \mathbf{G}^v \mathbf{e}.$$

Таким образом, получены решения системы уравнений пороупругости в частотной области для сосредоточенного источника.

В четвертом параграфе «Вычислительные методы расчета прямых задач распространения волн в упруго-пористых средах» представлено развитие метода решения задачи распространения сейсмических волн в земной коре.

Рассмотрим двумерную прямую динамическую задачу пороупругости в терминах компонент скоростей, напряжений и давления. Управляющие уравнения основаны на законах сохранения и согласованы с условиями термодинамики. Среда считается идеальной (в системе отсутствуют потери энергии), изотропной и двумерно-неоднородной по пространству.

Пусть среда является пористой, насыщенной жидкостью. Тогда распространение сейсмических волн в такой среде при отсутствии потери энергии описывается следующей начально-краевой задачей:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_{0,s}} \cdot \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} - \frac{1}{\rho_{0,s}} \cdot \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + f_x, \\ \frac{\partial u_y}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_{0,s}} \cdot \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} - \frac{1}{\rho_{0,s}} \cdot \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + f_y, \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + f_x, \quad \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + f_y, \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} &= -2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} - \left( \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} K - \frac{2}{3} \mu \right) \cdot \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \frac{\rho_{0,s}}{\rho_0} K \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial t} &= -\mu \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial t} &= -2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} - \left( \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} K - \frac{2}{3} \mu \right) \cdot \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \frac{\rho_{0,s}}{\rho_0} K \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= \left( K - \alpha \rho_0 \rho_{0,s} \right) \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) - \alpha \rho_0 \rho_{0,l} \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Начальные данные

$$u_x|_{t=0} = u_y|_{t=0} = v_x|_{t=0} = v_y|_{t=0} = \sigma_{xx}|_{t=0} = \sigma_{xy}|_{t=0} = \sigma_{yy}|_{t=0} = p|_{t=0} = 0. \quad (16)$$

Граничные условия

$$\sigma_{yy} + p|_{y=0} = \sigma_{xy}|_{y=0} = \sigma_{yy}|_{y=0} = \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} \cdot p|_{y=0} = 0, \quad (17)$$

что описывает условие твердой границы на краю рассматриваемой области. Здесь  $(u_x, u_y)$  – вектор скорость упругого пористого тела с парциальной плотностью  $\rho_{0,s}$ ,  $(v_x, v_y)$  – вектор скорость жидкости с парциальной плотностью  $\rho_{0,l}$ ,  $p$  – поровое давление,  $\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{yy}$  – компоненты тензора

напряжений,  $\mathbf{f} = (f_x, f_y)$  – вектор массовых сил,  $\rho_{0,s} = \rho_{0,s}^f(1 - d)$ ,  $\rho_{0,l} = \rho_{0,l}^f d$ ,  $\rho_0 = \rho_{0,l} + \rho_{0,s}$ ,  $\rho_{0,s}^f$  – физическая плотность упругого пористого тела,  $\rho_{0,l}^f$  – физическая плотность жидкости,  $d$  – пористость.

Для численного решения прямой динамической задачи применяется разностная схема Мак-Кормака, являющаяся одним из вариантов метода Лакса-Вендроффа, в основе которого лежит метод предиктор-корректора. С помощью разностной схемы создан комплекс программ для проведения вычислительного эксперимента. Представлена серия численных расчетов для пробной модели сред.

Волновое поле моделировалось от точечного источника в центре рассматриваемой области. Временной сигнал в источнике задавался в виде

$$f(t) = \exp\left(-\frac{(2\pi f_0(t-t_0))^2}{\gamma^2}\right) \cdot \sin(2\pi f_0(t-t_0)),$$

где  $\gamma = 4$ ,  $f_0 = 1\text{Гц}$ ,  $t_0 = 1.5\text{с}$  который описывает изменение массовой силы.

Рассмотрим случай, когда правый часть исходной системы уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} f_x = f(t) \cdot \delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0) \\ f_y = 0 \end{cases}.$$

На рисунке 2.2 представлен графический результат для скорости смещения частиц пористой среды по  $x$  в момент времени  $t=3$  секунды, при разных сечениях.

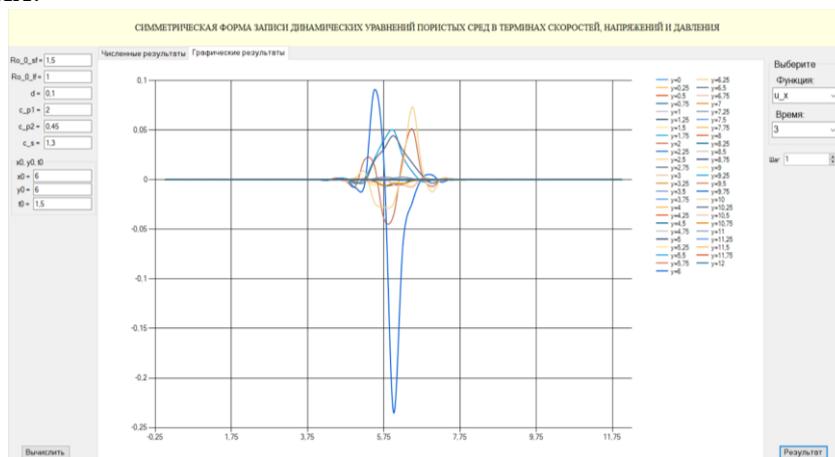


Рис.2.2. График изменение для скорости смещения частиц пористой среды  $u_x$  в момент времени  $t=3$  секунды

Из результата можно увидеть, что при сечении  $y = 6$  скорость достигает максимальное значение на области, и профиль волны нарастает мгновенно резко.

На рисунке 2.3 представлен графический результат для скорости смещения частиц пористой среды по  $x$  в момент времени  $t=4,5$  секунды, при разных сечениях. Результат показывает, что со временем, скорость смещений

частиц пористой среды увеличивается, свою максимальную значению достигает в сечении  $y = 6$ .

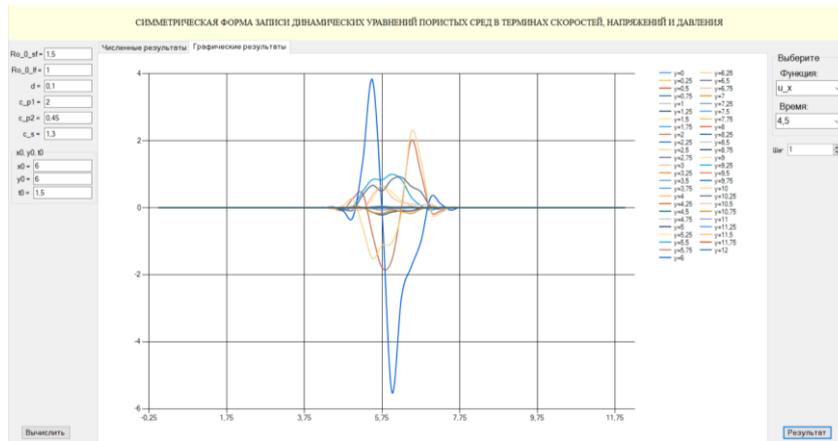


Рис.2.3. График изменение для скорости смещения частиц пористой среды  $u_x$  в момент времени  $t=4,5$  секунды

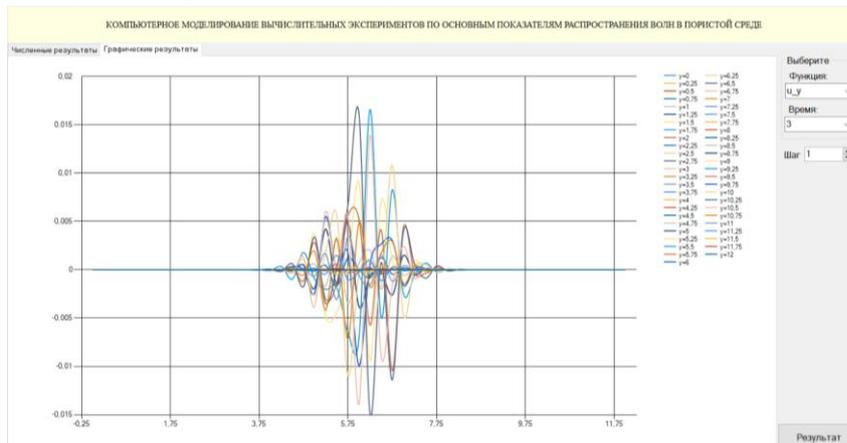


Рис.2.4. График изменение для скорости жидкости  $u_y$  в момент времени  $t=3$  секунды

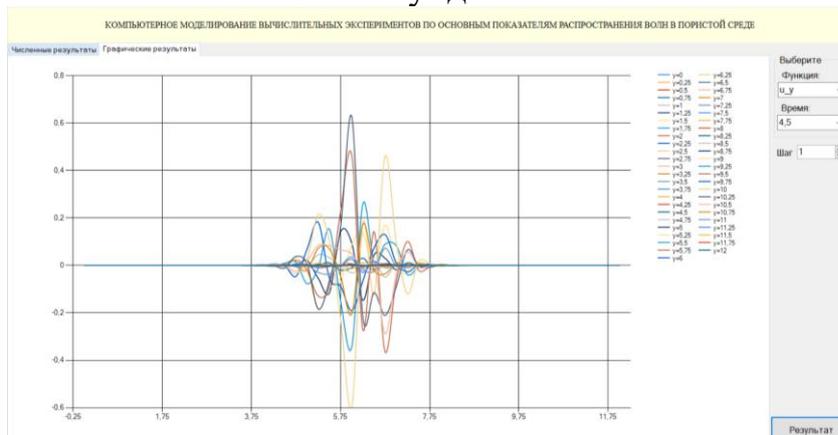


Рис.2.5. График изменение для скорости жидкости  $u_y$  в момент времени  $t=4,5$  секунды

На рисунках 2.4 и 2.5 представлены графические результаты для скорости смещения частиц пористой среды по  $y$  в момент времени  $t=3$  и  $t=4,5$  секунды, при разных сечениях.

Графики показывают, что со временем движение частицы пористой среды движутся в хаосе.

Численные и графические результаты получены для скоростей, напряжений и давления при разных момента времени.

Полученные результаты численного моделирование распространения волны в флюидонасыщенных жидкостью пористых средах могут быть использованы в различных областях сейсморазведки, геофизики, биомеханики и нефтедобычи.

Третья глава диссертации под названием «**Обратная динамическая задача для уравнения пороупругости**» посвящена задаче об определении распределенного источника по информации заданной режиму свободной поверхности. Эта постановка мотивирована тем обстоятельством, что граничное условие на свободной поверхности пористого тела физически моделирует точечный взрыв на границе области и в связи с этим функция, моделирующая источник не может быть непосредственно определена. Для ее определения можно использовать только наблюдения за тем, как колеблется граница насыщенной жидкостью пористого полупространства. Для данной обратной задачи предложен в явном виде алгоритм решения.

В первом параграфе 3.1 рассмотрена «**Постановка обратной динамической задачи пороупругости об определении источника**».

Пусть полупространство  $R_+^3 = \{ \mathbf{x} : (x_1, x_2) \in R^2, x_3 > 0 \}$  заполнено изотропной упругодеформируемой насыщенной жидкостью пористой среды.

**Задача А.** Требуется по режиму колебаний свободной поверхности  $x_3 = 0$

$$\mathbf{u}|_{x_3=0} = \mathbf{u}^0(x', t), \quad t > 0, \quad x' = (x_1, x_2) \in R^2 \quad (18)$$

определить вектор- функцию  $\mathbf{f}(x)$  в системе уравнений пороупругости при заданной функции  $g(t)$

$$L_1(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \equiv \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - c_t^2 \Delta \mathbf{u} + (c_t^2 - a_1) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} + a_2 \nabla \operatorname{div} \mathbf{v} = g(t) \cdot \mathbf{f}(x), \quad (19)$$

$$L_2(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \equiv \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} + a_3 \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} - a_4 \nabla \operatorname{div} \mathbf{v} = g(t) \cdot \mathbf{f}(x)$$

с начальными и граничными условиями

$$\mathbf{u}|_{t=0} = 0, \quad \mathbf{v}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad (20)$$

$$\bar{h}_{13}|_{x_3=0} = 0, \quad \bar{h}_{23}|_{x_3=0} = 0, \quad \bar{P} + \bar{h}_{33}|_{x_3=0} = 0, \quad \frac{\rho_l}{\rho} \bar{P}|_{x_3=0} = 0.$$

Пусть  $\mathbf{w} = (\mathbf{u}, \mathbf{v})^T$ ,  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in C^3(t \geq 0, x_3 \geq 0)$  есть решение задачи А. Из условий (18)-(20) находятся функции

$$\mathbf{u}|_{x_3=0} = \mathbf{u}^1(t, x'), \quad v_3|_{x_3=0} = v_3^1(t, x').$$

В параграфе 3.2 рассмотрена «Постановка редуцированной обратной динамической задачи пороупругости об определении источника»

**Задачу А** можно сформулировать в следующем виде (**задача В**)

$$L\omega = g(t) \cdot \bar{\mathbf{f}}(x), \quad x \in R^3, \quad \omega|_{t<0} \equiv 0.$$

Требуется по известной функции

$$\mathbf{u}|_{x_3=0} = \mathbf{u}^0(x', t)$$

восстановить  $\bar{\mathbf{f}}(x)$  ( $g(t)$  - заданная функция).

Определим класс вектор-функций  $C^{\infty,0}$  следующими условиями:

$$\mathbf{f} \in C^\infty(R^3), \quad \lim_{|x| \rightarrow \infty} |x| \cdot |\mathbf{f}(x)| < \infty,$$

$$\operatorname{div} \mathbf{f}, \operatorname{rot} \mathbf{f} \in C_0^\infty(R^3),$$

$$(\sup p \operatorname{div} \mathbf{f} \cup \sup p \operatorname{rot} \mathbf{f}) \cap \{x | x_3 = 0\} = \emptyset.$$

Класс функций, удовлетворяющих первым двум условиям, обозначим через  $C_1^{\infty,0}$ .

Пусть  $F_0$  – множество матриц  $F(x) = (F_{ij}(x))(i, j = 1, 2)$  ( $F_{1j}$  – вещественные функции,  $F_{2j} = (F_{2j}^1, F_{2j}^2, F_{2j}^3)$  – вектор - функции) таких, что

$$F_{ij}(x', x_3) = F_{ij}(x', -x_3), \quad F_{ij} \in C_0^\infty, \quad x' = (x_1, x_2), \quad (21)$$

$$JF = 0, \quad (22)$$

$$\sup p F \cap \{x | x_3 = 0\} = \emptyset. \quad (23)$$

В условии (22)  $J$  есть оператор, сопоставляющий матрице  $F$  вектор

$$JF = \left( \int_0^\infty F_{12} dx_3, \int_0^\infty F_{22} dx_3, \operatorname{div} F_2 \right), \quad F_2(x) = F_{21}(x) + \int_0^{x_3} F_{22} dx_3.$$

Класс матриц, удовлетворяющих условиям (21), (22) обозначим  $F_{0,1}$ .

Введем отображение  $A$ , сопоставляющее вектор-функции  $\mathbf{f} \in C^\infty(R^3)$  матрицу

$$F(x) = (F_{ij}(x))(i, j = 1, 2)$$

по формуле

$$A\mathbf{f} = F, \quad F(x) = \begin{pmatrix} (\operatorname{div} \mathbf{f})_+ & (\operatorname{div} \mathbf{f}_{x_3})_+ \\ (\operatorname{rot} \mathbf{f})_+ & (\operatorname{rot} \mathbf{f}_{x_3})_+ \end{pmatrix}.$$

**Лемма 1.** Оператор  $A$  взаимно-однозначно отображает множество  $C^{\infty,0}$  на  $F_0$ .

**Следствие 1.** Оператор  $A$  взаимно-однозначно отображает множество  $C_1^{\infty,0}$  на  $F_{0,1}$ .

**Лемма 2.** Имеет место тождество  $AL_j = \hat{L}_j A, j = 1, 2$ , где

$$\hat{L}_1 = t_{11} \square_{c_1} \oplus t_{12} \square_{c_2} \oplus \square_{c_t}, \quad \hat{L}_2 = t_{21} \square_{c_1} \oplus t_{22} \square_{c_2} \oplus \partial_t^2.$$

Рассмотрим задачу Коши

$$L\mathbf{w} = 0, \quad x \in R^3, \quad t > 0, \quad (24)$$

$$\mathbf{w}|_{t=0} = \mathbf{f}(x), \quad \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0.$$

**Лемма 3.** Для любой  $\mathbf{f} \in C^{\infty,0}$  существует единственное решение задачи Коши (24)  $\mathbf{w}(x,t)$  из класса  $C_1^{\infty,0}$  для любого  $t > 0$ .

Введем оператор  $S$  с областью определения  $F_0$ , переводящий матрицу  $F \in F_0$  в матрицу

$$U(t, x') = \left( \begin{array}{cc} (\operatorname{div} \mathbf{u})_+ & (\operatorname{div} \mathbf{u}_{x_3})_+ \\ (\operatorname{rot} \mathbf{u})_+ & (\operatorname{rot} \mathbf{u}_{x_3})_+ \end{array} \right) \Big|_{x_3=0, t>0},$$

где  $\mathbf{u} = P_{\mathbf{u}} \mathbf{w}$ ,  $\mathbf{w}(x,t)$ - решение задачи Коши и  $\mathbf{f} = A^{-1}F$ .

Таким образом задача **В** свелась к следующей задаче **С**: по заданной матрице  $U(t, x')$  найти  $F$  из уравнения  $AF = U$ . Для этой задачи справедлива

**Теорема.** Имеют место утверждения:

1. Оператор  $S$  продолжается по непрерывности до изометрического оператора  $S : \mathbf{F} \rightarrow L_{2,\rho}$ , т.е.

$$\|SF\| = \|F\|, \quad \forall F \in \mathbf{F}.$$

2. Матрица  $U(t, x')$  из  $L_{2,\rho}$  принадлежит области значения оператора  $S \Leftrightarrow \widehat{H}U = 0$  и  $\widehat{J}S^*U = 0$ .

3. Если  $SF = U$ , то  $F = \widehat{S}^*U$  (формула обращения).

Пусть

$$(W\mathbf{u})(t, x) = \partial_t \mathbf{u}^g(t, x),$$

где  $\mathbf{u}^g = P_{\mathbf{u}^g} \mathbf{w}^g$ ,  $\mathbf{w}^g(x,t)$ - решение задачи

$$L\mathbf{w}^g = g(t) \cdot \mathbf{f}(x), \quad \mathbf{w}^g|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{w}^g}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0.$$

По вектору  $(\partial_t \mathbf{u}^g, \partial_t u_{x_3}^g) \Big|_{x_3=0}$  можно найти

$$(\mathbf{u}, u_{x_3}) \Big|_{x_3=0} = W^{-1} (\partial_t \mathbf{u}^g, \partial_t u_{x_3}^g) \Big|_{x_3=0}.$$

Следовательно, из  $L\mathbf{w} = 0$ , с учетом (20), найдем  $u_{x_3 x_3} \Big|_{x_3=0}$ . Для этого достаточно вектор  $\mathbf{w}$  представить в виде суммы потенциальной и соленоидальной частей. Тем самым  $A\mathbf{u} \Big|_{x_3=0}$ . Из этого вытекает

**Теорема.** Если  $g \in C[0, \infty)$ ,  $g \neq 0$ ,  $\mathbf{f} \in C^{\infty,0}$  то решение задачи **В** единственно, причем вектор-функция  $\mathbf{f}$  определяется следующей цепочкой отображений:

$$(\mathbf{u}^g, u_{x_3}^g) \Big|_{x_3=0} \xrightarrow{\partial_t} (\partial_t \mathbf{u}^g, \partial_t u_{x_3}^g) \Big|_{x_3=0} \xrightarrow{W^{-1}} (\mathbf{u}, u_{x_3}) \Big|_{x_3=0} \rightarrow$$

$$\rightarrow \mathbf{Au}|_{x_3=0} \xrightarrow{S^{-1}} \mathbf{Au}|_{x_3=0} \xrightarrow{A^{-1}} \mathbf{f}(x).$$

В третьем 3.3 параграфе «**Вычислительный эксперимент для волнового поля**» рассмотрена моделирования сейсмических волновых полей в однородной пористой среде. Основным моментом работы явилось воспроизведение распространения сейсмической волны в пористой среде и рекурсивное прослеживание ее распространения. Для проверки расчетов использовался простейший случай области полностью заполненной пористой среды с различными точечными источниками. Воспроизведены все три распространения сейсмической волны во флюидонасыщенной пористой среде для различных точечных источников. Приведенные эксперименты показали, что верификация предлагаемой модели оказалась успешной.

Последняя глава диссертации «**Программный инструментария для решения динамических задач пористой среды**» посвящена созданию комплекса программ для проведения вычислительных экспериментов по исследованию прямой и обратной задачи распространения волн в упруго-пористых средах, а также организации его информационного обеспечения. Разработано программное обеспечение на основе разработанной численной модели и алгоритмов расчета основных показателей процесса распространения волн в флюидонасыщенной пористой среде. Для пользователя были разработаны исходные данные, необходимые при использовании приложение, и рекомендации по процессу расчета. Созданы модули для представления конечных результатов в наглядной форме в графическом виде. Разработана функциональная схема, которая представляет связи между блоками и модулями программного комплекса.

Для однородной пористой среде разработан комплекс программ «Компьютерное моделирование вычислительных экспериментов по основным показателям распространения волн в пористой среде» для решения задач пороупругости. Пользователь программы, сможет проводить различные вычислительные эксперименты по основным показателям при решении динамических задач в однородной пористой среде, и выполнять различные анализы, а также прогнозы и исследования на основе результатов, полученных на компьютере.

Комплекс программ создан с использованием языка программирования С#.

Тип ЭВМ: Intel (R) Pentium CPU N3700 1.60 GHz 1.60 GHz, ОЗУ 4.00 ГБ

Требуемый объем программы: 34 КБ

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе проведенных исследований по диссертации «Математическое моделирование прямой и обратной динамической задачи для пористой среды» представлены следующие выводы:

**1.** Построена математическая модель распространения волн в упруго-пористых средах, которая служит для исследования волновых процессов;

**2.** Симметризована система линейных описывающая распространения волн в упруго-пористых средах в обратном приближении, которая означает, что данная система является гиперболической и к такой модели среды может быть применена математически развитая и продвинутая теория симметрических  $t$ -гиперболических (по Фридрихсу) систем;

**3.** Решена система линейных динамических уравнений, представляющая собой модель распространения линейных волн в насыщенной жидкостью пористой среде с учетом диссипации энергии, обусловленной коэффициентом межкомпонентного трения, определяющий характер затухания колебаний в поперечных и продольных звуковых волнах;

**4.** Получено решение системы уравнений динамической пороупругости в обратимом случае для разных сосредоточенных сил;

**5.** Решена обратная динамическая задача пороупругости об определении источника по дополнительной информации смещений точек свободной границы;

**6.** Разработаны методы и созданы комплекс программ для численного решения прямой задачи распространения волн в упруго-пористых средах, с помощью которого можно проводить различные вычислительные эксперименты по основным показателям при решении динамических задач в однородной пористой среде, и выполнять различные анализы, а также прогнозы и исследования на основе результатов, полученных на компьютере.

**SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES  
DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN**  

---

**NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN**

**TUYCHIYEVA SAYYORA TAKHIROVNA**

**MATHEMATICAL MODELING OF DIRECT AND REVERSE DYNAMIC  
PROBLEM FOR POROUS MEDIA**

**05.01.07 – Mathematical modelling. Numerical methods and complexes of applications  
(Physical and mathematical sciences)**

**ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON  
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

**TASHKENT – 2022**

**The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number № B2019.3.PhD/FM425**

Dissertation has been prepared at National University of Uzbekistan.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website <http://ik-fizmat.nuu.uz/> and the “ZiyoNet” Information and educational portal <http://www.ziynet.uz/>.

**Scientific supervisor:** **Jabborov Nasridin Mirzoodilovich**  
doctor of physical and mathematical sciences, professor

**Official opponents:** **Polatov Askad Muxamedjanovich**  
doctor of physical and mathematical sciences, professor

**Nazirova Elmira Shodmonovna**  
doctor technical sciences, dosent

**Leading organization:** **Karshi state university**

Defense will take place “\_\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2022 at \_\_\_\_ at the meeting of Scientific Council number DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 at National University of Uzbekistan (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (99871) 227-12-24, fax: (99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered № 17) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (99871) 227-12-24).

Abstract of dissertation sent out on “\_\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2022 year  
(Mailing report № \_\_\_\_ on “\_\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2022 year).

**M.M. Aripov**  
Chairman of Scientific Council  
on award of scientific degrees,  
D.F.-M.S., professor

**Z.R. Rakhmonov**  
Scientific secretary of Scientific Council  
on award of scientific degrees, D.F.-M.S.

**B.F. Abduraximov**  
Deputy Chairman of Scientific seminar under Scientific  
Council on award of scientific degrees,  
D.F.-M.S., professor

## INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

**The aim of the research** is the symmetrization of linear systems of dynamic equations of poroelasticity in a reversible approximation, the numerical-analytical solution of direct and inverse dynamic problems of poroelasticity.

**The object of the research** is the processes in a porous medium saturated with liquid with complex rheology.

**Scientific novelty of the research** is as follows:

a mathematical model was built, consisting of a system of differential equations with partial derivatives, describing the propagation of waves in fluid-saturated elastic-porous media;

a symmetric  $t$  – hyperbolic Friedrichs form of a system of linear equations describing the propagation of waves in fluid-saturated elastic-porous media in a reversible approximation is obtained;

a system of linear dynamic equations is solved, which is a model of linear wave propagation in a porous medium saturated with liquid, taking into account the energy dissipation due to the coefficient of intercomponent friction;

the solution of the system of equations of dynamic poroelasticity in the reversible case for different concentrated forces is obtained;

solved the inverse dynamic problem of poroelasticity about determining the source from the additional information of the displacements of the points of the free boundary;

methods and software packages have been developed for the numerical solution of the direct problem of wave propagation in elastically porous media.

**Implementation of the research results.** Based on the obtained mathematical model describing the propagation of waves in a fluid-saturated medium, they were used to solve direct and inverse dynamic problems in the RFBR grant project 16-01-00729 – “Mathematical modeling of the filtration of mineralized solutions in viscoelastic media”, (reference No. 15301/2- 01-27 of November 6, 2019 of the Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences). The application of scientific results made it possible to numerically solve direct and inverse dynamic problems of elastic-porous media;

the resulting linear mathematical model of wave propagation in an elastic-porous medium in a reversible approximation was used to solve the inverse dynamic problem of poroelasticity about determining the source from additional information about the displacements of free boundary points in the grant project OT-Atekh-2018-340 – “Theoretical and numerical studies of practical geophysical problems of the dynamics of a two-velocity medium”, (reference No. 04/1697 dated June 1, 2021, Karshi State University). The application of scientific results made it possible to prove the uniqueness and stability of the solution of direct and inverse dynamic problems of poroelasticity.

**The structure and volume of the research thesis.** The dissertation consists of an introduction, four chapters, a conclusion, a list of references and applications. The volume of the dissertation is 116 pages.

**ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ**  
**СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ**  
**LIST OF PUBLISHED WORKS**

**I-бўлим (I часть; part I)**

1. Имомназаров Х.Х., Туйчиева С.Т. Обратная задача для системы уравнений пороупругости // Доклады Академии наук Республики Узбекистан, 2015. – № 2. – С. 33-36 (01.00.00. № 7).

2. Имомназаров Х.Х., Имомназаров Ш.Х., Туйчиева С.Т. Сосредоточенная сила в однородной пористой среде // Сибирское отделение Российской Академии наук. Проблемы информатики, 2015. – № 2 (27). – С. 12-17 (05.00.00. № 67).

3. Имомназаров Х.Х., Туйчиева С.Т. Симметрическая форма уравнений динамической пороупругости // Доклады Академии наук Республики Узбекистан, 2016. – № 1. – С. 37-40 (01.00.00. № 7).

4. Berdyshev A., Imomnazarov Kh.Kh., Jian-Gang Tang, Tuychieva S.T. The symmetric form of poroelasticity dynamic equation in terms of velocities, stresses and pressure // Open Engineering formerly Central European Journal of Engineering, 2016. – № 6. – P. 322-325 (Web of Science, Scopus 0.243).

5. Tuychieva S.T. The symmetric form of a poroelasticity system in terms of velocities, stresses and pressure // Bulletin of National University of Uzbekistan: Mathematics and Natural Sciences, 2020. Volume 3. Issue 2. Article 7. 6-15. – P. 188-199 (01.00.00. № 8).

**II бўлим (часть II; part II)**

6. Жабборов Н.М., Туйчиева С.Т. Затухание и дисперсия звуковых колебаний в пористой среде / «Современные проблемы математической физики и математического моделирования» материалы Международной научно-практической конференции. – Карши, 2021. 3-4 декабрь. – С. 109-111.

7. Жабборов Н.М., Туйчиева С.Т. Математическая модель пороупругости в диссипативном приближении / «Современные проблемы математической физики и математического моделирования» материалы Международной научно-практической конференции. – Карши, 2021. 3-4 декабрь. – С. 120-123.

8. Туйчиева С.Т., Имомназаров Х.Х. Обратная динамическая задача пороупругости / «Современные методы математической физики и их приложения» материалы Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых. – Ташкент, 2015. 15-17 апрель. – С. 215-217.

9. Туйчиева С.Т., Имомназаров Х.Х. Симметрическая форма динамической системы уравнений пороупругости / «Современные методы математической физики и их приложения» материалы Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых. – Ташкент, 2015. 15-17 апрель. – С. 217-219.

10. Туйчиева С.Т., Имомназаров Х.Х. Сосредоточенная сила в однородной насыщенной жидкостью пористой среде / «Современные методы математической физики и их приложения» материалы Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых. – Ташкент, 2015. 15-17 апрель. – С. 219-220.

11. Имомназаров Х.Х., Туйчиева С.Т. Сосредоточенная сила в однородной изотропной пористой среде / Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2015 XI Междунар. науч. конгр. «Дистанционные методы зондирования Земли и фотограмметрия, мониторинг окружающей среды, геоэкология». Международная научная конференция. – Новосибирск, 2015. 13-25 апрель. СГУГиТ. Т. 4. – № 1. – С. 201-204 (публикация в базе РИНЦ).

12. Tuychieva S.T., Voskoboynikova G.M., Imomnazarov Kh.Kh., Tang J.G., Mikhailov A. On applying poroelasticity theory described by three elastic parameters to seismic waves propagation the snow / «Актуальные вопросы анализа» материалы научной конференции. – Карши, 2016. 22-23 апрель. – С. 181-183.

13. Tuychieva S.T., Voskoboynikova G.M., Imomnazarov Kh.Kh., Jian-Gang Tang, Mikhailov A. Mathematical modeling of seismic wave propagation with allowance for the snow cover / Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2016. XII Междунар. науч. конгр. «Дистанционные методы зондирования Земли и фотограмметрия, мониторинг окружающей среды, геоэкология» Международная научная конференция. – Новосибирск, 2016. 18-22 апрель. СГУГиТ. Т. 2. – С. 36-40 (публикация в базе РИНЦ).

14. Бердышев А.С., Имомназаров Х.Х., Туйчиева С.Т. Обратная задача определения источника из системы динамических уравнений пороупругости / Тезисы 8-й Междунар. молодежной науч. шк.-конф. «Теория и численные методы решения прямых и обратных задач». – Новосибирск: Академгородок, 2016. 1-7 сентябрь. – С. 32.

15. Туйчиева С.Т. Сосредоточенная сила в однородной изотропной упруго-деформируемой пористой среде / «Динамик системаларнинг долзарб муаммолари ва уларнинг тадбиқлари» мавзусидаги Республика илмий конференцияси (хорижий олимлар иштирокида). – Тошкент, 2017. 1-3 май. – Б. 316-318.

16. Имомназаров Х.Х., Туйчиева С.Т. Обратная динамическая задача для системы пороупругости / Contemporary problems in mathematics and physics. Abstracts of the Uzbek-Israel International Scientific Conference. – Tashkent, 2017. October 6-10. – P. 173-175.

17. Туйчиева С.Т. Двумерная прямая динамическая задача пороупругости / Научная и научно-техническая Международная конференция «Проблемы и перспективы инновационной техники и технологий в аграрном-пищевом секторе». – Ташкент, 2020. 24-25 апрель. – С. 585-586.

18. Туйчиева С.Т. Формула решения динамической прямой задачи пороупругости в случае различных сосредоточенных сил / «Математиканинг замонавий масалалари: муаммолар ва ечимлар» мавзусидаги Республика миқёсидаги илмий онлайн конференция материаллари тўплами. – Термез, 2020. 21-23 октябрь. – Б. 167-170.

19. Туйчиева С.Т. Программа для «Численного решения двумерной прямой динамической задачи пороупругости». Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Свидетельство №DGU 10603 UZ, 24.03.2021 г.

Автореферат «ЎзМУ хабарлари» илмий журнали таҳририятида таҳрирдан ўтказилиб, ўзбек, рус ва инглиз тилларидаги матнлар ўзаро мувофиқлаштирилди.

**Босмахона лицензияси:**



**9338**

Бичими: 84x60 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. «Times New Roman» гарнитураси.  
Рақамли босма усулда босилди.  
Шартли босма табағи: 3,5. Адади 100. Буюртма № 15/22.

Гувоҳнома № 851684.  
«Тирограф» МЧЖ босмахонасида чоп этилган.  
Босмахона манзили: 100011, Тошкент ш., Беруний кўчаси, 83-уй.