

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS

TA'LIM VAZIRLIGI

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

Fizika- matematika fakulteti

“Matematika” kafedrası

Homidov Azizbek Rustam o'g'li

Analitik geometriya masalalarini yechish bo'yicha ayrim metodik tavsiyalar.

5130100-“Matematika” ta'lim yo'nalishi bo'yicha bakalavr

darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

“Ish ko'rildi va himoya qilishga

Ilmiy rahbar_____

ruxsat berildi”

katta o'qituvchi Z. N. Hamdamov

Kafedra mudiri

“___” _____2018 yil

_____ dots.N.H.Mamatova

Taqrizchi_____katta o'qituvchi A.Umarov

“___” _____2018 yil

“___” _____2018 yil

“Himoya qilishga ruxsat berildi”

Fakultet dekani_____SH. M. Mirzayev

“_____” _____2018 y.

Buxoro-2018

Mundarija

KIRISH.....	3
I. Koordinata o'qlari.	7
1.1. Son o'qi va uning kesimlari. Koordinata chiziqlari.	7
1.2. To'g'ri burchakli Dekart koordinatalar tekisligi.	18
1.3. Fazoda to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasi.	23
1.4. Yo'naltirilgan kesma. Kesmaning berilgan o'qlardagi proyeksiyalari.	27
Kesmaning uzunligi va o'gish burchagi. Ikki nuqta orasidagi masofa.	27
1.5. Uchburchakning yuzi.	34
1.6. Koordinata o'qlarini parallel ko'chirish va burish.	37
I bobning xulosasi.	40
II. Vektorlar.	42
2.1. Vektor tushunchasi. Vektorning proyeksiyasi.	42
2.2. Vektorlarni skalyar ko'paytmasi va vektor ko'paytmasi.	60
II bobning xulosasi.	69
III. Birinchi va ikkinchi tartibli chiziqlar.	71
3.1. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi. Ikki to'g'ri chiziqning kesishuvi.	71
3.2. Uchta to'g'ri chiziqning bir nuqtadan o'tish sharti.	80
3.3. To'g'ri chiziqlar dastasi.	83
3.4. Ellips va uning kanonik tenglamasi. Ellipsning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalari.	86
3.5. Aylana va uning kanonik tenglamasi. Aylananing qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi.	93
3.6. Giperbola va uning kanonik tenglamasi. Giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalari.	98
3.7. Parabola va uning kanonik tenglamasi. Parabolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalari.	108
III bobning xulosasi.	117
Xotima.	118
Foydalanilgan adabiyotlar:.....	122

KIRISH

Ta'lim va ma'rifat tizimini takomillashtirish, mamlakatimiz kelajagi bo'lgan yoshlarni zamonaviy bilim olishga yo'naltirish, barkamol shaxsini tarbiyalash bilan bog'liq ekanini biz yaxshi anglaymiz.

Sh.M.Mirziyoev.

O'zbekiston jahonning taraqqiy etgan mamlakatlari qatoridan o'rin egallash va uni mustahkam saqlab turish uchun O'zbekistonda fundamental fanlar jahon andozalari darajasida bo'lishi kerak. Shu o'rinda O'zbekiston Respublikasi Birinchi Prezidenti I.A.Karimovning "O'zbekiston innovatsion rivojlanish turining hozirgi zamon modeliga o'tish uchun zarur sharoitlarga ega. Bu model vujudga keltirilgan ilmiy-texnikaviy salohiyatdan keng va samarali foydalanishga, fundamental va amaliy fanning yutuqlarini, chuqur ilm talab qiladigan amaliyotga keng qamrovda joriy etishga, yuqori malakali, iqtidorli kadrlar sonini ko'paytirishga asoslanadi. Bu mamlakatimiz jahondagi iqtisodiyoti va sanoati rivojlangan davlatlar qatoriga kirib borishining zarur sharti va mustahkam poydevori bo'lib xizmat qiladi" degan fikrlarini keltirib o'tish o'rinli. Respublikamizda "Talim to'g'risida"gi qonun va Kadrlar tayyorlash Milliy Dasturini qabul qilinishi, qolaversa, O'zbekiston Respublikasi Birinchi Prezidenti I. A. Karimovning O'zbekiston Respublikasi Oliy Majlisi Qonunchilik palatasi va Senatining 2010 yil 27 yanvar kuni bo'lib o'tgan qo'shma majlisidagi "Mamlakatni modernizatsiya qilish va kuchli fuqarolik jamiyati barpo etish – ustuvor maqsadimizdir" hamda Vazirlar Mahkamasining 2010 yil 29 yanvar kuni bo'lib o'tgan majlisidagi "Asosiy vazifamiz – Vatanimiz taraqqiyoti va xalqimiz farovonligini yanada yuksaltirish" mavzusidagi ma'ruzalari zahirida ham aynan shu muammoni hal etish ko'zda tutilgan.

Shavkat Mirziyoyevning O'zbekiston Respublikasi Prezidenti lavozimiga kirishish tantanali marosimiga bag'ishlangan Oliy Majlis palatalarining qo'shma

majlisidagi nutqida **“Biz yoshlarga doir davlat siyosatini hech og‘ishmasdan, qat’iyat bilan davom ettiramiz. Nafaqat davom ettiramiz, balki bu siyosatni eng ustuvor vazifamiz sifatida bugun zamon talab qilayotgan yuksak darajaga ko‘taramiz. Yoshlarimizning mustaqil fikrlaydigan, yuksak intellektual va ma’naviy salohiyatga ega bo‘lib, dunyo miqyosida o‘z tengdoshlariga hech qaysi sohada bo‘sh kelmaydigan insonlar bo‘lib kamol topishi, baxtli bo‘lishi uchun davlatimiz va jamiyatimizning bor kuch va imkoniyatlarini safarbar etamiz”** deb ta’kidlagan edi.

Biz ta’lim va tarbiya tizimining barcha bo‘g‘inlari faoliyatini bugungi zamon talablari asosida takomillashtirishni o‘zimizning birinchi darajali vazifamiz deb bilamiz. Yosh avlod tarbiyasi haqida gapirganda, Abdurauf Fitrat bobomizning mana bu fikrlariga har birimiz, ayniqsa, endi hayotga kirib kelayotgan o‘g‘il-qizlarimiz amal qilishlarini men juda-juda istardim. Mana, ulug‘ ajdodimiz nima deb yozganlar: **“Xalqning aniq maqsad sari harakat qilishi, davlatmand bo‘lishi, baxtli bo‘lib izzat-hurmat topishi, jahongir bo‘lishi yoki zaif bo‘lib xorlikka tushishi, baxtsizlik yukini tortishi, e’tibordan qolib, o‘zgalarga tobe va qul, asir bo‘lishi ularning o‘z ota-onalaridan bolalikda olgan tarbiyalariga bog‘liq”**. Qarang, qanday bebaho, oltinga teng so‘zlar! Bugungi kunda yon-atrofimizda diniy ekstremizm, terrorizm, giyohvandlik, odam savdosi, noqonuniy migrasiya, “ommaviy madaniyat” degan turli balo-qazolarning xavfi tobora kuchayib borayotganini hisobga oladigan bo‘lsak, bu so‘zlarning chuqur ma’nosi va ahamiyati yanada yaqqol ayon bo‘ladi.

O‘zbekistonning kelajagi, uning istiqboli, birinchi navbatda yoshlar tarbiyasiga, ularni sog‘lom qilib o‘stirishga, milliy g‘oya, milliy mafkura va o‘z vataniga sadoqat ruhida tarbiyalashga bog‘liq bo‘lib, bu murakkab jarayonni muvaffaqiyatli amalga oshirish mustaqil mamlakatning eng dolzarb vazifalaridan biridir. Shuning uchun ham, Prezidentimiz Islom Abdug‘aniyevich Karimovning “Mamlakatimizning istiqboli yosh avlodlarimiz qanday tarbiya topishiga, qanday ma’naviy fazilatlar egasi bo‘lib voyaga yetishiga, farzandlarimizning hayotga nechog‘lik faol munosabati bo‘lishiga, qanday oliy maqsadlarga xizmat qilishiga

bog‘liq ekanligini hamisha yodda tutishimiz kerak” deb ta’kidlagani bejiz emas. Shu boisdan ham bugungi kunda yoshlarning ta’lim-tarbiyasi mustaqil O‘zbekistonning davlat siyosatida ustivor ahamiyat kasb etmoqda.

Yurtimizning birinchi prezidenti Islom Karimovning “Yuksak ma’naviyat – yengilmas kuch” asarida ta’kidlaganidek, yoshlarimizning ma’naviy olamida bo‘shliq vujudga kelmasligi uchun ularning qalbi va ongida sog‘lom hayot tarzi, milliy va umummilliy qadriyatlarga hurmat- ehtirom tuyg‘usini bolalik paytidan boshlab shakllantirishimiz zarur.

Talabalarga bilim berishda zamonaviy ta’lim texnologiyalarining ahamiyati to‘g‘risida so‘z borganda birinchi prizidentimiz I.A.Karimovning “O‘quv jarayoniga yangi axborot va pedagogik texnologiyalarni keng joriy etish, bolalarimizni komil insonlar etib tarbiyalashda jonbozlik ko‘rsatadigan o‘qituvchi va domlalariga e’tiborimizni yanada oshirish, qisqacha aytganda, ta’lim-tarbiya tizimini sifat jihatidan butunlay yangi bosqichga ko‘tarish diqqatimiz markazida bo‘lishi darkor” degan so‘zlarini ta’kidlash o‘rinlidir.

Hozirgi kunda jahon tajribasidan ko‘rinib turibdiki, ta’lim jarayoniga o‘qitishning yangi, zamonaviy usul va vositalari kirib kelmoqda va samarali foydalanilmoqda.

Bitiruv malakaviy ishining dolzarbligi: Analitik geometriyani o‘rganayotgan o‘quvchi uchun mavzularni mustahkamlashda qo‘llaniladi.

Bitiruv malakaviy ishining maqsadi: Analitik geometriyaning koordinata o‘qlari, vektorlar, birinchi va ikkinchi tartibli chiziqlar boblaridan o‘zbek tilida lotin alifbosidan foydalanib, misol va masalalarni tartiblangan majmuasini yaratish.

Bitiruv malakaviy ishining vazifalari: Bitiruv malakaviy ishi quyidagi vazifalarni o‘z ichiga oladi:

1. Koordinata o‘qlari, vektorlar, birinchi va ikkinchi tartibli chiziqlar boblarini shu bobga oid masala tuzad oladigan darajada o‘rganish.
2. Analitik geometriyaga oid bir nechta kitoblardan masalalarni yig‘ish.
3. Yig‘ilgan masalalarni yechib, yechimlar bo‘limini hosil qilish.

4. Masalalarni oliy ta'lim muassasalarining matematika yo'nalishidagi "Analitik geometriya" fanining ishchi dasturiga moslab tartiblash.

Bitiruv malakaviy ishining o'rganilganlik darajasi: to'liq o'rganilgan.

Bitiruv malakaviy ishining predmeti va obyekti: Koordinata o'qlari, vektorlar, birinchi va ikkinchi tartibli chiziqlar boblari.

Bitiruv malakaviy ishining yangiligi: bitiruv malakaviy ishi referativ xarakterga ega.

Bitiruv malakaviy ishining amaliy ahamiyati: bitiruv malakaviy ishidan maktab o'quvchilari, akademik litsey va kasb-hunar kolleji talabalari, bakalavrlar analitik geometriya masalalarini yechishda bilimlarini mustahkamlashda foydalanishlari mumkin.

Bitiruv malakaviy ishning hajmi va tuzilishi: BMI kirish, uchta bob, o'n beshta paragraf, uch bobning xulosasi, xotima va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat.

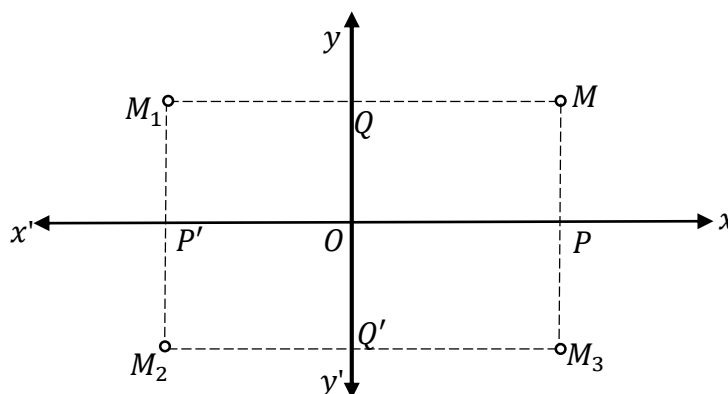
I. Koordinata o'qlari.

1.1. Son o'qi va uning kesimlari. Koordinata chiziqlari.

Geometriyaning eng oddiy tushunchasi nuqtadan iborat. Analitik geometriyada esa nuqtaning o'rnini aniqlash masalasi asosiy rol o'ynaydi.

Nuqtaning o'rnini aniqlash usuli koordinatalar metodi deyiladi. Bu metodni ishlatish uchun turli koordinata sistemalari mavjud bo'lib, ulardan biri (eng ko'p qo'llaniladigani) to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasidan iboratdir.

Tekislikdagi nuqtaning o'rnini aniqlash uchun o'zaro perpendikulyar bo'lgan $x'x$ va $y'y$ to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi (1-chizma).



1-chizma. *O'zaro perpendikulyar bo'lgan o'qlar.*

Bularning bir-biri bilan kesishgan O nuqtasiga nisbatan har birida ikkita qarama-qarshi yo'nalish qabul qilinadi. Odatda O nuqtadan o'ng tomonga qarab ketgan Ox yo'nalishi musbat va bunga teskari bo'lgan Ox' yo'nalish manfiy qabul qilinadi. Shunga o'xshash O nuqtadan yuqoriga qarab ketgan Oy yo'nalish musbat va bunga teskari bo'lgan Oy' yo'nalishi manfiy sanaladi.

Endi $x'x$ va $y'y$ tekislikdagi biror M nuqtaning o'rnini aniqlash uchun M dan $x'x$ va $y'y$ ga parallel qilib, chiziq o'tkazamiz. Bular $x'x$ dan OP va $y'y$ dan OQ kesmalarni kesib ketadi. Ana shu OP va OQ yo'naltirilgan kesmalar yoki boshqacha qilib aytganda: haligi kesmalarning yo'nalishi va O nuqtadan boshlab biror masshtabda o'lchangan uzunligi M nuqtaning o'rnini aniqlab beradi.

OP yo'naltirilgan kesma M nuqtaning absissasi deyiladi va odatda x harfi bilan ifoda qilinadi; OQ yo'naltirilgan kesma M nuqtaning ordinatasi deyiladi va y harfi bilan ifoda qilinadi. M nuqtaning o'rnini aniqlovchi absissa bilan ordinata ikkalasi M nuqtaning koordinatalari deyiladi; x' absissa o'qi, y' ordinata o'qi va bu o'qlarning o'zaro kesishgan O nuqtasi koordinatalar boshi deyiladi.

Faraz qilaylik M nuqtaning koordinatalari

$$x = OP = a > 0, \quad y = OQ = b > 0$$

bo'lsin. Bu holda 1-chizmadagi:

M_1 nuqtaning koordinatalari $x = OP_1 = -a, \quad y = OQ = b,$

M_2 nuqtaning koordinatalari $x = OP_1 = -a, \quad y = OQ_1 = -b,$

M_3 nuqtaning koordinatalari $x = OP = a, \quad y = OQ_1 = -b.$

Odatda nuqtaning koordinatalari qavs ichida yoziladi: birinchi o'rinda nuqtaning absissasi, so'ngra vergul qo'yib, ikkinchi o'rinda (o'ng tomonda) uning ordinatasi yoziladi. Shuning bilan 1-chizmadagi berilgan nuqtalarning odatdagi usulda yozilishi quyidagicha bo'ladi:

$$M(a, b), \quad M_1(-a, b), \quad M_2(-a, -b), \quad M_3(a, -b).$$

Absissa o'qidagi har qanday nuqtaning ordinatasi nolga teng. Shuning uchun 1-chizmadagi P va P_1 nuqtalarning koordinatalari bunday yoziladi:

$$P(a, 0); \quad P_1(-a, 0).$$

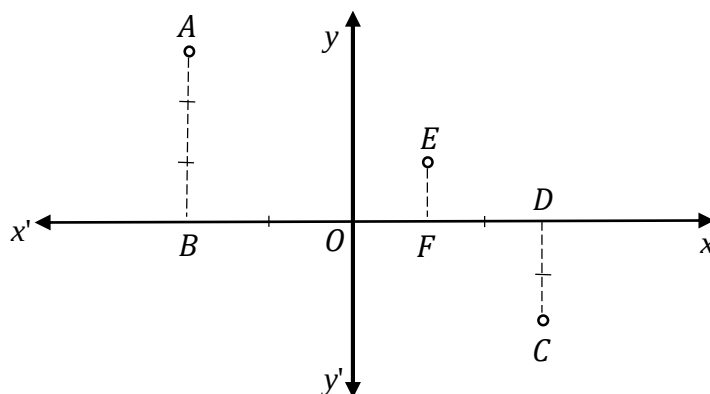
Shunga o'xshash ordinata o'qidagi har qanday nuqtaning absissasi nolga teng. Shuning uchun chizmadagi Q va Q_1 nuqtalarning koordinatalari bunday yoziladi:

$$Q(0, b); \quad Q_1(0, -b).$$

Koordinatalar boshining koordinatalari $x = 0$ va $y = 0$ bo'lgani uchun, $O(0,0)$ ko'rinishda yoziladi. Shuning bilan "absissasi 5, ordinatasi 3 bo'lgan A nuqta" deyish o'rniga, qisqacha $A(3,5)$ yoziladi. Nuqtaning koordinatalari o'nli kasr bilan berilgan holda, anglashilmovchilik bo'lmasin uchun, odatda absissasini ordinatasidan nuqtali vergul bilan ajratiladi. Masalan, koordinatalari $x = 2,5$ va $y = 4,7$ bo'lgan nuqta $(2,5; 4,7)$ ko'rinishda yoziladi.

Shuning bilan qabul qilingan shartlarga asosan: tekislikdagi nuqtaning o'zni koordinata o'qlariga nisbatan ikki koordinata yoki bir juft haqiqiy son yordami

bilan aniqlanadi. Aksincha, har bir juft haqiqiy songa, agarda u sonlardan birinchisi nuqtaning absissasi va ikkinchisi ordinatasi faraz qilinsa, koordinatalar tekisligida birgina nuqta mos keladi. Masalan, $(-2,3)$ nuqtaning o'rnini aniqlash talab qilingan bo'lsin. Bu misolda $x = -2$, $y = 3$.



2-chizma. ***Nuqtalarni koordinata o'qlarida joylashishi.***

Shuning uchun absissa o'qi koordinatalar boshidan chap tomonga qarab (biror aniq masshtabda) 2 birlikni o'lchab, B nuqtani aniqlab olamiz (2-chizma). So'ngra bu nuqtadan (yuqoriga qaratib) absissa o'qiga perpendikulyar o'tkazamiz; bunda 3 birlik o'lchab olinsa, izlangan $A(-2,3)$ nuqta aniqlanadi. Shunga o'xshash, $(3,-2)$ nuqtaning o'rnini C , $(1,1)$ nuqtaning o'rnini E bo'ladi (2-chizma).

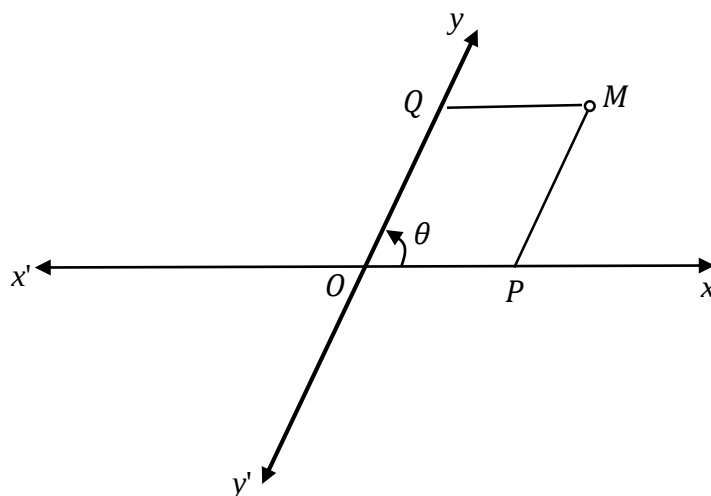
Qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasi

Tekislikdagi nuqtaning o'rnini aniqlash uchun, yuqorida ko'rsatilgani kabi, koordinata o'qlarining o'zaro perpendikulyar bo'lishi shart emas: ular orasidagi burchak (noldan boshqa) har qanday bo'lishi mumkin. Shuning uchun bir-biri bilan O nuqtada kesishib, biror θ burchak hosil qilgan $x'x$ va $y'y$ o'qlari ham koordinatalar sistemasini tashkil qiladi va bunday sistema qiyshiq burchakli deyiladi (3-chizma).

Koordinata o'qlarining yo'nalishlari va ular otlari yuqoridagi ta'rif qilingandek nomlanadi. Koordinata o'qlarining musbat yo'nalishlari orasidagi $\angle xOy = \theta$ burchak – koordinat burchagi deyiladi. Bunday sistemada tekislikdagi biror M nuqtaning o'rnini aniqlash uchun hamon y nuqtadan koordinata o'qlariga parallel qilib chiziq o'tkazamiz; bularning o'qlar bilan uchrashgan nuqtalari P va

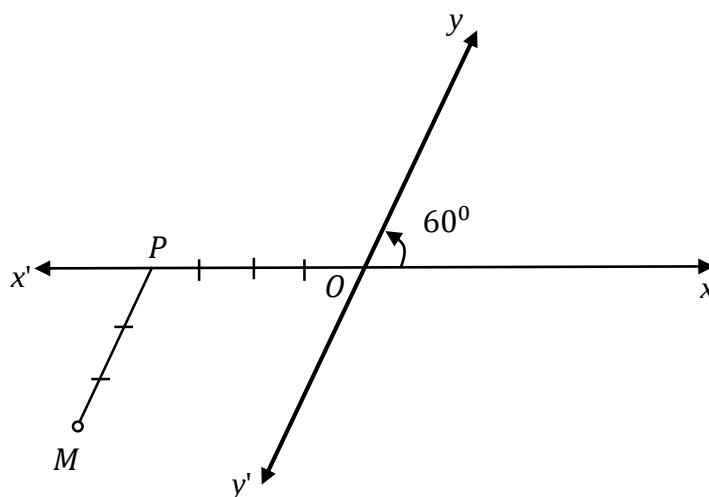
Q bo'lsin. Natijada OP va OQ yo'naltirilgan kesmalar M nuqtaning qiyshiq burchakli koordinatalari bo'ladi:

$$x = OP, \quad y = OQ.$$



3-chizma. ***Qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasi.***

Aksincha, nuqtaning koordinatalari va koordinat burchagi berilganda, uning koordinatalar tekisligidagi o'rnini aniqlash mumkin. Masalan, koordinat burchagi $\theta = \frac{\pi}{3}$ bo'lgan qiyshiq burchakli sistemada $(-4, -3)$ nuqtani topamiz. Buning uchun eng avval o'zaro 60° burchak tashkil etuvchi xx' va yy' o'qlarni o'tkazamiz (4-chizma).



4-chizma. ***Qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasida nuqtaning belgilanishi.***

So'ngra koordinatalar boshidan chapda Ox' o'q bo'yicha (biror masshtabda) 4 birlikni o'lchab, absissa o'qida P nuqtani aniqlaymiz; endi bu nuqtadan ordinata o'qining manfiy yo'nalishiga parallel chiziq o'tkazib, bunda P dan boshlab (haligi

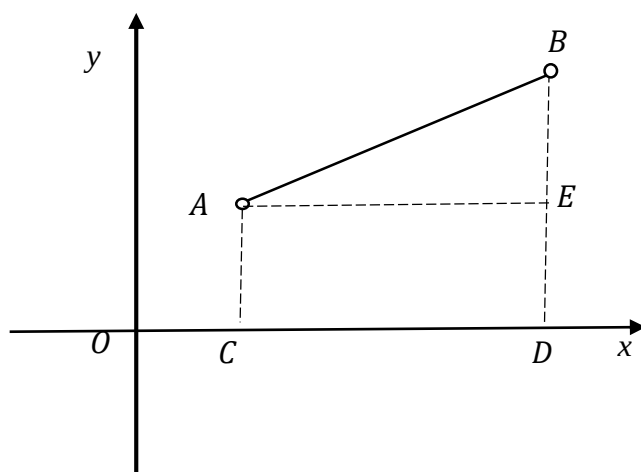
masshtabda) 3 birlik o'lchansa, biz izlagan (M) nuqta aniqlanadi. To'g'ri burchakli va qiyshiq burchakli koordinata sistemalaridan har biri to'g'ri chiziqli (Dekart sistemasi) bo'lib, ulardan birinchisi ikkinchisining xususiy holidan iboratdir, chunki $\theta = \frac{\pi}{2}$ bo'lganda qiyshiq burchakli sistemadan to'g'ri burchakli sistema hosil bo'ladi. Amaliyotda ko'proq to'g'ri to'rtburchakli koordinatalar sistemasi ishlatiladi. Shuning uchun, agarda berilgan misol yoki masalada koordinatalar sistemasining qandayligi to'g'risida so'z bo'lmasa, bunday hollarda koordinatalar sistemasi to'g'ri to'rtburchakli deb faraz qilinadi.

Ikki nuqta orasidagi masofa

Faraz qilaylik, berilgan nuqtalardan biri $A(x_1, y_1)$ va ikkinchisi $B(x_2, y_2)$ bo'lsin. Ikkala nuqtaning koordinatalari yordami bilan ular orasidagi AB masofani aniqlash talab qilinadi. Buning uchun to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini chizib, so'ngra berilgan nuqtalarning koordinatalarini yasaymiz (5-chizma). Faraz qilaylik:

A ning koordinatalari $x_1 = OC$, $y_1 = CA$

B ning koordinatalari $x_2 = OD$, $y_2 = DB$



5-chizma. ***Ikki nuqta orasidagi masofani aniqlash.***

bo'lsin. A va B nuqtalarning o'zaro to'g'ri chiziq bilan tutashtirib, so'ngra A dan absissa o'qiga parallel chiziq o'tkazilsa, ABE to'g'ri burchakli uchburchak hosil bo'ladi. Biz izlagan masofa ana shu to'g'ri burchakli uchburchakning AB gipotenuzasidan iborat. Pifagor teoremasiga asosan:

$$AB^2 = AE^2 + BE^2 \quad (1.1.1)$$

Bu tenglikdagi AE va BE ning qiymatlari A va B nuqtalarning koordinatalari yordami bilan aniqlanadi. Haqiqatda, shaklga diqqat qilinsa:

$$AE = CD = OD - OC = x_2 - x_1;$$

$$BE = DB - ED = BD - AC = y_2 - y_1;$$

AE va BE uchun aniqlangan bu qiymatlar (1.1.1) tenglikka qo'yilsa, uning ko'rinishi bunday bo'ladi:

$$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2.$$

AB ning uzunligi biror masshtab birligida d harfi bilan ifoda qilib, bu tenglikni ikkala tomonidan kvadrat ildiz olinsa, ushbu formula kelib chiqadi:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (1.1.2)$$

Bu formula: berilgan ikki nuqta orasidagi masofani ularning koordinatalari yordami bilan topishga imkon beriladi. Agar nuqtalardan biri, masalan, B nuqta, koordinatalar boshida bo'lsa, bu holda:

$$x_2 = 0, \quad y_2 = 0$$

bo'lgani uchun, (1.1.2) formulaning ko'rinishi

$$d = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \quad (1.1.3)$$

bo'ladi. Bu formula yordami bilan: berilgan $A(x_1, y_1)$ nuqtaning koordinatalar boshidan masofasi aniqlanadi.

(1.1.2) formulani chiqarishda A va B nuqtalar birinchi koordinat burchagida faraz qilingan edi. Holbuki, u nuqtalar, koordinata o'qlariga nisbatan qayerda bo'lmasin, chiqarilgan formula o'z kuchini saqlaydi. Buni sinab ko'rish mashq tariqasida o'quvchiga tavsiya qilinadi.

Chiqarilgan (1.1.2) formuladagi radikal oldida yolg'iz plyus olinadi, chunki A va B nuqtalar orasidagi masofaning absolyut qiymati e'tiborga olinib, AB kesmaning yo'nalishi masalaning talabiga kirmaydi.

Misol: $A(1,3)$ va $B(-2,7)$ nuqtalar orasidagi masofa topilsin.

Berilgan misolda:

A nuqtaning koordinatalari $x_1 = 1, \quad y_1 = 3;$

B nuqtaning koordinatalari $x_2 = -2$, $y_2 = 7$;

bular (1.1.2) formulaga qo'yilsa A va B nuqtalar orasidagi d masofa quyidagicha bo'ladi:

$$d = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (7 - 3)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5.$$

1. Son o'qini chizing va unda quyidagi nuqtalarni belgilang:

$$A(3), B(5), C(-1), D\left(\frac{2}{3}\right), E\left(-\frac{3}{7}\right), F(\sqrt{2}) \text{ va } H(-\sqrt{5}).$$

2. Quyidagi tenglamalarni qanoatlantiruvchi nuqtalarni yasang

$$1) |x| = 2; \quad 2) |x - 1| = 3; \quad 3) |1 - x| = 2; \quad 4) |2 + x| = 2.$$

3. Quyidagi tengsizliklarni qanoatlantiruvchi nuqtalarning geometrik o'rni son o'qida tasvirlang:

$$\begin{array}{lll} 1) |x| > 2; & 2) x - 3 \leq 0; & 3) 12 - x < 0; \\ 4) 2x - 3 \leq 0; & 5) 3x - 5 > 0; & 6) 1 < x < 3; \\ 7) -2 \leq x \leq 3; & 8) \frac{2-x}{x-1} > 0; & 9) \frac{2x-1}{x-2} > 1; \\ 10) \frac{2-x}{x-1} < 0; & 11) \frac{2x-1}{x-2} < 1; & 12) x^2 - 8x + 15 \leq 0; \\ 13) x^2 - 8x + 15 > 0; & 14) x^2 + x - 12 > 0; & 15) x^2 + x - 12 \leq 0. \end{array}$$

4. Quyidagi nuqtalarga ko'ra AB kesmani yasang va uzunligini toping:

$$\begin{array}{lll} 1) A(3) \text{ va } B(11); & 2) A(5) \text{ va } B(2); & 3) A(-1) \text{ va } B(3); \\ 4) A(-5) \text{ va } B(-3); & 5) A(-1) \text{ va } B(-3); & 6) A(-7) \text{ va } B(-5). \end{array}$$

5. Quyidagilar ma'lum bo'lsa A nuqtaning koordinatasini toping:

$$\begin{array}{lll} 1) B(3) \text{ va } AB = 5; & 2) B(2) \text{ va } AB = -3; & 3) B(-1) \text{ va } BA = 2; \\ 4) B(-5) \text{ va } BA = -3; & 5) B(0) \text{ va } |AB| = 2; & 6) B(2) \text{ va } |AB| = 3; \\ 7) B(-1) \text{ va } |AB| = 5; & 8) B(-5) \text{ va } |AB| = 2. \end{array}$$

6. Quyidagi tengsizliklarni qanoatlantiruvchi nuqtalarning geometrik o'rni yasang:

$$\begin{array}{llll} 1) |x| < 1; & 2) |x| > 2; & 3) |x| \leq 2; & 4) |x| \geq 3; \\ 5) |x - 2| < 3; & 6) |x - 5| \leq 1; & 7) |x - 1| \geq 2; & 8) |x - 3| = 1; \\ 9) |x + 1| < 3; & 10) |x + 2| > 1; & 11) |x + 5| \leq 1; & 12) |x + 1| \geq 2. \end{array}$$

7. C nuqta va AB kesma uchun

- 1) $A(2); B(6)$ va $C(4)$; 2) $A(2), B(4)$ va $C(7)$;
3) $A(-1), B(5)$ va $C(3)$; 4) $A(1), B(13)$ va $C(5)$;
5) $A(5), B(-2)$ va $C(-5)$;

berilgan bo'lsa, $\lambda = \frac{AC}{CB}$ nisbatni toping.

8. $A(-7), B(-1)$ va $C(1)$ uchta nuqta berilgan. Har bir ikki nuqta hosil qilgan kesmalarning nisbati λ ni toping.

9. $M_1(x_1)$ va $M_2(x_2)$ lar berilgan bo'lsa, shu nuqtalardan tuzilgan kesmaning o'rtasi x ni toping.

10. Quyidagi nuqtalardan hosil qilingan kesmalarning o'rtalarini toping:

- 1) $A(3)$ va $B(5)$; 2) $C(-1)$ va $D(5)$; 3) $M_1(-1)$ va $M_2(-3)$;
4) $P_1(-5)$ va $P_2(1)$; 5) $Q_1(3)$ va $Q_2(-4)$.

11. Quyidagilarni bilgan holda, M nuqtaning korordinatalarini toping.

- 1) $M_1(3), M_2(7)$ va $\lambda = \frac{M_1M}{MM_2} = 2$; 2) $A(2), B(-5)$ va $\lambda = \frac{AM}{MB} = 3$;
3) $C(-1), D(3)$ va $\lambda = \frac{CM}{MB} = \frac{1}{2}$; 4) $A(-1), B(3)$ va $\lambda = \frac{AM}{MB} = -2$;
5) $A(1), B(-3)$ va $\lambda = \frac{BM}{MA} = -3$; 6) $A(-2), B(-1)$ va $\lambda = \frac{BM}{MA} = -\frac{1}{2}$.

12. $A(5)$ va $B(-3)$ nuqtalar berilgan. Hisoblang:

- 1) A nuqtaga simmetrik bo'lgan M nuqtani B nuqtaga nisbatini;
2) B nuqtaga simmetrik bo'lgan N nuqtani A nuqtaga nisbatini;

13. $A(-2)$ va $B(19)$ kesma teng uch qismga bo'lingan. Bo'lingan nuqtalar koordinatini toping.

14. AB kesma teng uch bo'lakga bo'lingan. $P(-25)$ va $Q(-9)$ nuqtalar berilgan kesmaning qismlari bo'lsa, A va B nuqtalarni toping.

15. Agar kesmaning uzunligi va og'ish burchagi berilgan bo'lsa, uning o'qlardagi proektsiyasini toping:

- 1) $d = 6, \varphi = \frac{\pi}{3}$; 2) $d = 6, \varphi = \frac{2\pi}{3}$; 3) $d = 7, \varphi = \frac{\pi}{2}$;
4) $d = 5, \varphi = 0$; 5) $d = 5, \varphi = \pi$; 6) $d = 4, \varphi = -\frac{\pi}{3}$.

16. Kesmaning koordinata o'qlardagi prayekiyalarini va koordinata boshidan o'tishini bilgan holda uning chizmasini chizing.

- 1) $X = 3; Y = 2$; 2) $X = 2; Y = -5$; 3) $X = -5; Y = 0$;
 4) $X = -2; Y = 3$; 5) $X = 0; Y = 3$; 6) $X = -5; Y = -1$.

17. $M(2, -1)$ nuqtadan boshlanadigan va koordinata o'qidagi proektsiyalari quyidagicha bo'lgan kesmaning tenglamasini hosil qiling va chizmasini chizing:

- 1) $X = 4; Y = 3$; 2) $X = 2; Y = 0$; 3) $X = -3; Y = 1$;
 4) $X = -4; Y = -2$; 5) $X = 0; Y = -3$ 6) $X = 1; Y = -3$.

18. $M_1(1, -2), M_2(2, 1), M_3(5, 0), M_4(-1, 4)$ va $M_5(0, -3)$ nuqtalar berilgan, quyidagi kesmalarning koordinata o'qidagi proektsiyalarini toping:

- 1) M_1M_2 ; 2) M_3M_2 ; 3) M_4M_5 ; 4) M_5M_3 .

19. M_1M_2 kesma va bu kesmaning koordinata o'qlaridagi proektsiyasi $X = 5; Y = -3$ berilgan. Agar kesmaning boshlanish koordinatasi $M_1(-2, 3)$ berilgan bo'lsa, uning oxirgi uchining koordinatasini toping.

20. AB kesma va bu kesmaning koordinata o'qlaridagi proektsiyasi $X = 4; Y = -5$ berilgan. Agar kesmaning oxirgi koordinatasi $B(1, -3)$ berilgan bo'lsa, uning boshlanish uchining koordinatasini toping.

21. Uning d uzunligini va θ burchakni bilgan holda koordinata boshidan o'tadigan kesmaning grafigini yasang :

- 1) $d = 5, \theta = \frac{\pi}{5}$; 2) $d = 3, \theta = \frac{5\pi}{6}$;
 3) $d = 4, \theta = -\frac{\pi}{3}$; 4) $d = 3, \theta = -\frac{\pi}{2}$.

22. $M(2, 3)$ nuqtadan boshlanib, uzunligi va og'ish burchagi quyidagicha bo'lgan kesimlarni yasang:

- 1) $d = 2, \theta = -\frac{\pi}{10}$; 2) $d = 1, \theta = \frac{\pi}{9}$; 3) $d = 5, \theta = -\frac{\pi}{2}$.

(M dekart koordinatalar sistemasiga tegishli).

23. Uzunligi d va og'ish burchagi θ bo'lgan kesmalarning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini toping:

- 1) $d = 12, \theta = \frac{2}{3}\pi$; 2) $d = 6, \theta = -\frac{\pi}{6}$; 3) $d = 2, \theta = -\frac{\pi}{4}$.

24. Kesmaning koordinata o'qlaridagi proektsiyalari berilgan:

$$1) X = 3, Y = -4; \quad 2) X = 12, Y = 5; \quad 3) X = -8, Y = 6.$$

lardan foydalanib, kesmaning uzunligini toping.

25. Kesmaning koordinata o'qidagi proektsiyalari berilgan:

$$1) X = 1, Y = \sqrt{3}; \quad 2) X = 3\sqrt{2}, Y = -3\sqrt{2}; \quad 3) X = -2\sqrt{3}, Y = 2.$$

Uning uzunligi d va burchak θ ni toping.

26. $M_1(2, -3), M_2(1, -4), M_3(-1, -7)$ va $M_4(-4, 8)$ nuqtalar berilgan.

$$1) M_1M_2, \quad 2) M_1M_3 \quad 3) M_2M_4, \quad 4) M_4M_3.$$

Kesmalarning uzunligi d va burchak θ ni toping.

27. Kesmaning uzunligi $d=5$, uning absissa o'qidagi proektsiyasi $X=4$. Agar u ordinata o'qi bilan tashkil qilgan burchaklari: a) o'tkir burchak, b) o'tmas burchak bo'lsa, kesmaning ordinata o'qidagi proektsiyasini toping.

28. MN kesmaning uzunligi $d=13$; $M(3, -2)$ nuqta kesmaning boshi, absissa o'qidagi proektsiyasi $x=12$. Agar u ordinata o'qi bilan: a) o'tkir burchak, b) o'tmas burchak tashkil qilgan bo'lsa, kesmaning oxirgi nuqtasining koordinatasini toping.

29. MN kesmaning uzunligi $d=17$; $M(-7, 3)$ nuqta kesmaning oxiri, ordinata o'qidagi proektsiyasi $y=15$. Agar u absissa o'qi bilan: a) o'tkir burchak, b) o'tmas burchak tashkil qilgan bo'lsa, kesmaning boshlang'ich nuqtasining koordinatasini toping.

30. Kesmaning koordinata o'qlaridagi proektsiyasi $X = 1, Y = -\sqrt{3}$ ni bilgan holda, Ox o'qida $\theta = -\frac{2}{3}\pi$ burchak tashkil qilgan bo'lsa, kesmaning ordinata o'qidagi proektsiyasini toping.

31. $M_1(1, -5)$ va $M_2(4, -1)$ nuqtalar berilgan. Agar kesma Ox o'qi bilan $\theta = -\frac{\pi}{6}$ burchak hosil qilgan bo'lsa, M_1M_2 kesmaning koordinata o'qidagi proektsiyasini toping.

32. $P(-5, 2)$ va $Q(3, 1)$ nuqtalar berilgan. Agar kesma Ox o'qi bilan $\theta = \arctg \frac{4}{3}$ burchak hosil qilgan bo'lsa, PQ kesmaning koordinata o'qidagi proektsiyasini toping.

33. $M_1(2, -2)$ va $M_2(7, -3)$ ikki nuqta berilgan. M_1M_2 kesmaning $A(5, -4)$ va $B(-7, 1)$ nuqtalardan o'tuvchi va yo'nalishi:

1) A dan B ga ; 2) B dan A ga

bo'lgan koordinata o'qlaridagi proektsiyasini toping.

34. $A(0, 0)$, $B(3, -4)$, $C(-3, 4)$, $D(-2, 2)$ va $E(10, -3)$ nuqtalar berilgan. Quyidagi nuqtalar orasidagi masofa d ni toping:

1) A va B ; 2) B va C ; 3) A va C ; 4) C va D ; 5) A va D ; 6) D va E .

35. Kvadratning ikki qo'shni uchi $A(3, -7)$ va $B(-1, 4)$ berilgan. Uning yuzini toping.

36. Kvadratning ikki qarama-qarshi uchi $P(3, 5)$ va $Q(1, -3)$ berilgan. Uning yuzini toping.

37. Uchburchakning ikki uchi $A(-3, 2)$ va $B(1, 6)$ berilgan bo'lsa, to'g'ri burchakli uchburchakning yuzini toping.

38. Parallelogrammning uchta uchi $A(3, -7)$, $B(5, -7)$, $C(-2, 5)$ berilgan. D to'rtinchi uchi B uchi qarshisida yotadi. Uning diagonallarini uzunligini toping.

39. Rombning tomoni $5\sqrt{10}$ ga teng, uning qarama-qarshi ikki uchi $P(4, 9)$ va $Q(-2, 1)$ ga teng. Rombning yuzini toping.

40. Rombning tomoni $5\sqrt{2}$ ga teng, uning qarama-qarshi ikki uchi $P(3, -4)$ va $Q(1, 2)$ ga teng. Rombning balandligini uzunligini toping.

41. $A(3, -5)$, $B(-2, -7)$ va $C(18, 1)$ nuqtalar bitta tekislikda yotishini isbotlang.

42. $A_1(1, 1)$, $A_2(2, 3)$ va $A_3(5, -1)$ to'g'ri burchakli uchburchakning uchlari ekanligini isbotlang.

43. $A(2, 2)$, $B(-1, 6)$, $C(-5, 3)$ va $D(-2, -1)$ kvadratning uchlari ekanligini isbotlang.

44. Uchburchakning $M_1(1, 1)$, $M_2(0, 2)$ va $M_3(2, -1)$ uchlari berilgan. Uning o'tmas burchakli ekanligini isbotlang.

45. Uchburchakning $M(-1, 3)$, $N(1, 2)$ va $P(0, 4)$ uchlarini bilgan holda, uning o'tmas burchakli ekanligini isbotlang.

46. Uchburchakning $A(5,0)$, $B(0,1)$ va $C(3,3)$ uchlari berilgan. Uning barcha uchlaridagi burchaklarini toping.

47. Uchburchakning $A(-\sqrt{3}, 1)$, $B(0,2)$ va $C(-2\sqrt{3}, 2)$ uchlari berilgan. Uning A uchidagi burchagini toping.

48. Absissa o'qidan shunday M nuqta topingki, bu nuqtadan $N(2, -3)$ nuqttagacha bo'lgan masofa 5 bo'lsin.

49. Ordinata o'qidan shunday M nuqta topingki, bu nuqtadan $N(-8,13)$ nuqttagacha bo'lgan masofa 17 bo'lsin.

50. $M(2,2)$ va $N(5, -2)$ nuqtalar berilgan, MPN burchak to'g'ri burchak bo'ladigan Ox o'qidan shunday P nuqta toping.

51. $A(4,2)$ nuqtadan o'tuvchi aylana koordinata o'qlariga urinadi. Bu aylananing markazi C nuqtaning koordinatasini va R radiusini toping.

52. $M_1(1, -2)$ nuqtadan o'tuvchi aylananing radiusi 5 ga teng bo'lib, Ox o'qi bilan urinadi. Bu aylananing markazi C nuqtaning koordinatasini toping.

53. $A(1,0)$ va $B(-1, -2)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa nisbatan $M_1(1, 2)$ nuqtaga simmetrik bo'lgan M_2 nuqtaning koordinatasini toping.

54. Kvadratning ikki $A(3,0)$ va $B(-4,1)$ qarama-qarshi uchlari berilgan. Uning qolgan ikki uchining koordinatalarini toping.

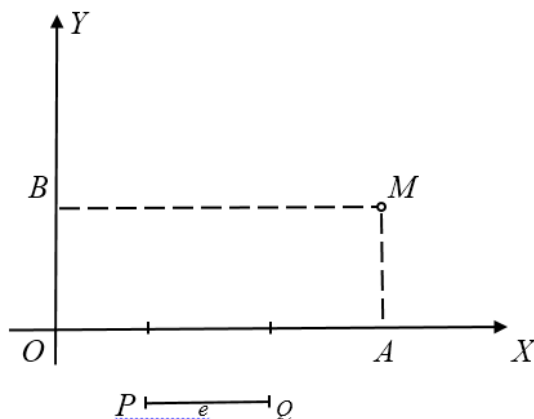
55. Kvadratning ikki $A(2, -1)$ va $B(-1,3)$ qo'shni uchlari berilgan. Uning qolgan ikki uchining koordinatalarini toping.

56. Uchburchakning $M_1(-3,6)$, $M_2(9, -10)$ va $M_3(-5,4)$ uchlari berilgan. Uchburchakga ichki chizilgan aylana radiusi va C markazining koordinatalarini toping.

1.2. To'g'ri burchakli Dekart koordinatalar tekisligi.

Tekislikdagi nuqtaning vaziyatini to'g'ri burchakli Dekart koordinatalari sistemasiga nisbatan aniqlash juda oson. Sistemani biz quyidagicha hosil qilamiz:

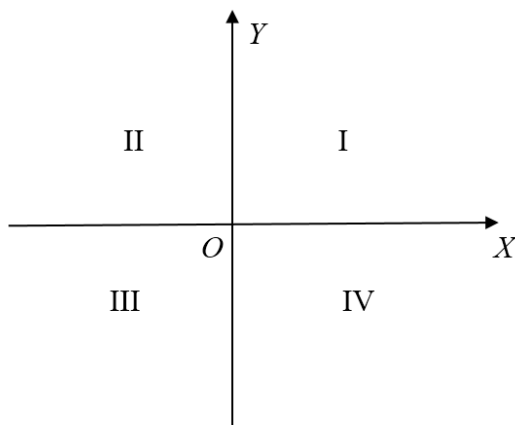
1) bir-biriga perpendikulyar ikki to'g'ri chiziqni – ikki koordinata o'qlarini tanlab olamiz. Ularning biri x o'qi yoki abssissalar o'qi, ikkinchisi y o'qi yoki ordinatalar o'qi deyiladi (6-chizma). Koordinata o'qlari kesishgan O nuqta koordinatalar boshi deb ataladi;



6-chizma. *To'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasi.*

- 2) har bir o'qda musbat yo'nalishni tanlab olamiz;
- 3) har bir o'q uchun uzunlik birligini tanlab olamiz (6-chizmada ikkala o'q uchun bitta $e = PQ$ birligini olingan).

M nuqtaning tanlab olingan koordinatalar sistemasiga nisbatan vaziyati ikkita koordinata: absissa M nuqtaning ordinatalar o'qidan masofasini, uning ishorasi M nuqta ordinatalar o'qidan o'ngga yoki chapga joylashganligini ko'rsatadi. y ordinata M nuqta abssissalar o'qidan bo'lgan masofasiga teng va uning ishorasi M nuqta abssissalar o'qidan yuqoriga yoki pastga joylashganligini ko'rsatadi.



7-chizma. *Koordinata o'qlarining choraklarga bo'linishi.*

6-rasmda M nuqtaning koordinatalari: $x = +3$ va $y = +1$. Buni mana bunday belgilaymiz: $M(+3, +1)$. Koordinata o'qlari butun tekislikni to'rt bo'lakka (to'rt chorakga) bo'ladi (7-chizma). Turli kvadrantlardagi nuqtalar koordinatalarning ishoralari turlicha bo'ladi, ya'ni:

1-jadval.

1-jadval. Koordinata o'qlarining choraklardagi ishoralari.

Chorak	Abssissaning ishorasi	Ordinataning ishorasi
I	+	+
II	-	+
III	-	-
IV	+	-

Abssissalar o'qiga joylashgan nuqtalarning ordinatalari nolga teng, ordinatalar o'qidagi nuqtalarning abssissalari nolga teng; koordinatalar boshining ikkala koordinatasi nolga teng.

Ikkala koordinataning qiymatlari berilgan bo'lsa, shu koordinatalarga ega bo'lgan birgina nuqtani yasash mumkin. Masalan, $P(-4, +2)$ nuqtani yasaylik. Buning uchun abssissalar o'qida koordinatalar boshidan chap tomonga to'rtta uzunlik birligiga teng bo'lgan OA kesmani qo'yamiz; bu kesmaning A nuqtadan yuqoriga qarab ikkita masshtab uzunligini qo'yamiz; bu ikkinchi kesmaning uchi izlangan $P(-4, +2)$ nuqta bo'ladi.

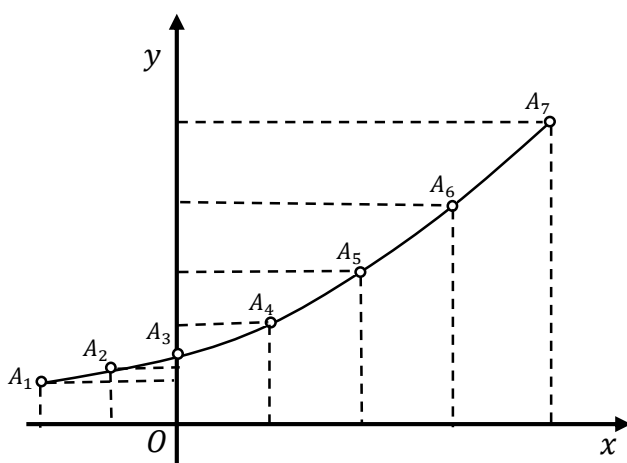
Shunday qilib, tekislikning nuqtalari bilan qo'sh son (x, y) orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatildi. Ikki miqdorning bir vaqtdagi o'zgarishini grafik usulda tasvirlash uchun biz bu moslikdan foydalana olamiz. Masalan, to'yingan bug'ning bosimi bilan temperaturasi orasidagi bog'lanishni grafik usulda tasvirlash kerak bo'lsa, o'tkazilgan kuzatishlar natijasi jadvalda berilgan bo'lsin:

2-jadval.

2-jadval bug' bosimini temperaturaga bog'liqligi.

Temperatura	-10^0	-5^0	0^0	$+5^0$	$+10^0$	$+15^0$	$+20^0$
To'yingan bug'ning bosimi, mm hisobida...	+2,0	+3,1	+4,6	+6,6	+9,1	+12,7	+17,4

Abssissalar o'qi bo'yicha erkin o'zgaruvchining, ya'ni temperaturaning qiymatlarini qo'yamiz, ordinatalar o'qi bo'yicha funksiyaning qiymatlarini, ya'ni to'yingan bug'ning bosimlarini qo'yamiz.



8-chizma. To'yingan bug'ning bosimi va temperaturasi orasidagi bir qiymatli moslik.

Ikkala o'qda ham bir millimetrni uzunlik birligi qilib olamiz, ya'ni abssissalar o'qi bo'yicha o'ng tomonga 1 mm siljish temperaturaning 1^0 ko'tarilishiga mos keladi, ordinatalar o'qi bo'yicha yuqoriga qarab 1 mm siljish esa simob ustuni bosimining 1 mm oshishligiga mos keladi. Bug'ning bosimi simob ustuni millimetrlari hisobiga o'lchanadi.

8-rasmda berilgan jadvalning o'rnini bosadigan yettita nuqta belgilanadi:

$$A_1(-10, +2,0), \quad A_2(-5,3,1), \dots A_7(+20, +17,4);$$

Bu nuqtalarning har birining abssissasi to'yingan bug'ning temperaturasini ordinatasi – unga mos bosimni ko'rsatadi. Temperatura o'zgarishi bilan bosim ravon, keskin sakrashsiz, o'zgarganligidan, bug' bosimining temperaturaga bog'lanishda o'zgarib borishini ko'rgazmali tasvirlash uchun, hosil qilingan

nuqtalarni ravon egri chiziq bilan birlashtiramiz, - bu egri chiziq to'yingan bug' bosimining grafigi bo'ladi. Bu egri chiziqdan foydalanib ixtiyoriy oraliq temperaturaga mos bo'lgan bug' bosimini taqribiy aniqlash mumkin; masalan, temperatura 8° bo'lganda, bosim 8 mm ga teng; uni biz grafikdan absissasi $x = 8$ bo'lgan nuqtaning ordinatasini o'lchab bilamiz.

57. Nuqtalarni yasang:

$$A(2; 3), B(-5; 1), C(-2; -3), D(0; 3), E(-5; 0), F\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

58. Nuqtaning absissa o'qidagi proyeksiyasini toping:

$$A(2; -3), B(3; -1), C(-5; 1), D(-3; -2), E(-5; -1).$$

59. Nuqtaning ordinata o'qidagi proyeksiyasini toping:

$$A(-3; 2), B(-5; 1), C(3; -2), D(-1; 1), E(-6; -2).$$

60. Nuqtaning Ox o'qiga nisbatan simmetrik nuqtasini toping:

$$\begin{array}{lll} 1) A(2; 3); & 2) B(-3; 2); & 3) C(-1; -1); \\ 4) D(-3; -5); & 5) E(-4; 6); & 6) F(a; b). \end{array}$$

61. Nuqtaning Oy o'qiga nisbatan simmetrik nuqtasini toping:

$$\begin{array}{lll} 1) A(-1; 2); & 2) B(3; -1); & 3) C(-2; -2); \\ 4) D(-2; 5); & 5) E(3; -5); & 6) F(a; b). \end{array}$$

62. Nuqtaning koordinata boshiga nisbatan simmetrik nuqtasini toping:

$$\begin{array}{lll} 1) A(3; 3); & 2) B(2; -4); & 3) C(-2; 1); \\ 4) D(5; -3); & 5) E(-5; -4); & 6) F(a; b). \end{array}$$

63. Berilgan nuqtalarni birinchi chorak bissektrissasiga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtasining koordinatasini toping.

$$1) A(2; 3); \quad 2) B(5; -2); \quad 3) C(-3; 4).$$

64. Berilgan nuqtalarni ikkinchi chorak bissektrissasiga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtasining koordinatasini toping.

$$1) A(3; 5); \quad 2) B(-4; 3); \quad 3) C(7; -2).$$

65. $M(x; y)$ nuqta to'rtta chorakdan qaysi birida tegishli, agar quyidagilar berilgan bo'lsa:

$$1) xy > 0; \quad 2) xy < 0; \quad 3) x - y = 0; \quad 4) x + y = 0;$$

$$5) x + y > 0; \quad 6) x + y < 0; \quad 7) x - y > 0; \quad 8) x - y < 0;$$

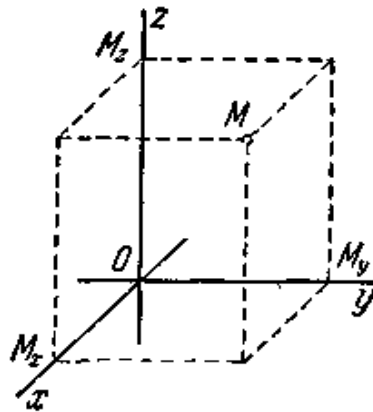
66. Absissalari $-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$ ga teng, ordinatalari esa:

a) $y = 3x - 5$; b) $y = x^2$ tenglama bilan aniqlanuvchi nuqtalar yasalsin.

Bu nuqtalarning koordinatalarini aniqlang.

1.3. Fazoda to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasi.

Geometrik shakllarning fazodagi vaziyatini bir umumiy nuqtada kesishgan, o'zaro perpendikulyar uchta to'g'ri chiziqdan va ularni juft-juft (ikkitalab) tutashtiruvchi tekisliklardan iborat bo'lgan to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan aniqlash mumkin, bunda aytilgan uchala chiziq koordinata o'qlari, bularning uchrashgan umumiy nuqtasi (O nuqta) koordinatalar boshi va tekisliklar esa, koordinata tekisliklari deb ataladi. Har bir o'qda musbat yo'nalish va uzunlik birligi tanlab olinadi.



9-chizma. Fazoda to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasi.

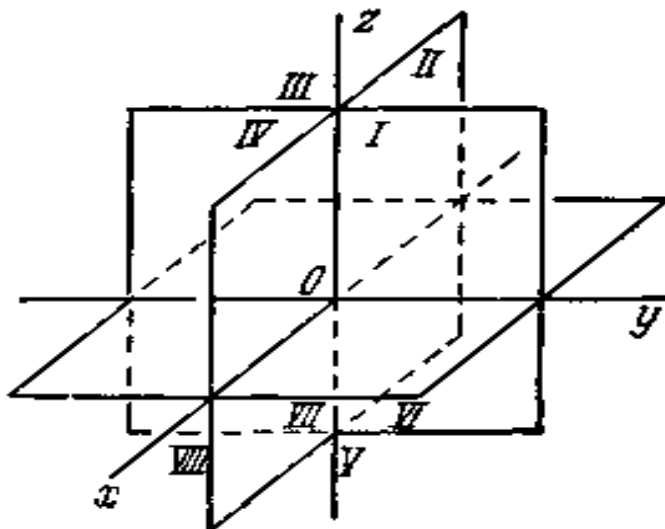
M nuqtaning fazodagi vaziyati (9-chizma) bu nuqtaning koordinatalari deb ataluvchi uchta son bilan aniqlanadi. Bular:

Absissa $x = M_x$

Ordinata $y = M_y$

Aplikata $z = M_z$

Bu sonlar har biri M nuqtaning koordinata tekisliklarining biridan bo'lgan masofasini belgilaydi, ishorasi esa u nuqtaning shu tekislikdan qaysi tomonga joylashganligini, ya'ni u nuqta uchinchi (shu koordinata tekisligida yotuvchi) o'qning musbat yo'nalishi yoki manfiy yo'nalish tomonida olinganini ko'rsatadi.



10-chizma. Fazoda to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasining choraklarga ajratilgan holati.

Uchala koordinata tekisligi (10-chizma) fazoni sakkiz qismga (oktantlarga) bo'ladi. Turli oktantlarda joylashgan nuqtalar koordinatalarining ishoralari turlicha bo'ladi.

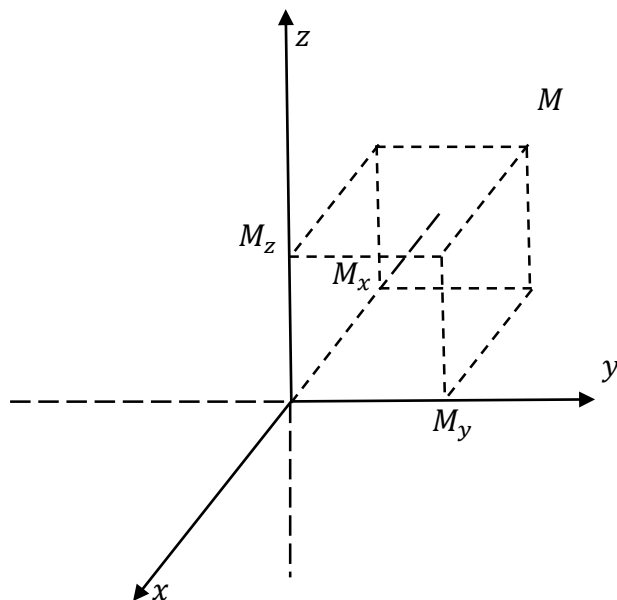
Koordinata tekisliklarida yotgan nuqtalarning koordinatalaridan biri nolga teng bo'ladi; koordinata o'qlarida yotgan nuqtalarning koordinatalaridan ikkitasi nolga teng bo'ladi; koordinatalar boshining uchala koordinatasi nolga tengdir.

3-jadval.

3-jadval fazoda koordinatalar sistemasini choraklardagi ishoralari.

Koordinata	Oktant							
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Absissa	+	-	-	+	+	-	-	+
Ordinata	+	+	-	-	+	+	-	-
Aplikata	+	+	+	+	-	-	-	-

Uchta koordinataning qiymatlarini bilgan holda birgina nuqtani yasash mumkin. Izlangan nuqta quyidagi yo'l bilan yasaladigan siniq chiziqning uchidan iborat bo'ladi: x o'qida nuqtaning absissasiga teng qilib OA kesma ajratiladi; buning A uchidan y o'qiga parallel va ordinatasiga teng qilib AB kesma qo'yiladi;



11-chizma. Berilgan nuqtaning Fazo da Dekart koordinatalar sistemasida tasvirlanishi.

B nuqtadan z o'qiga parallel va aplikatasiga teng qilib BM kesma qo'yiladi. 11-chizmada $M(-3; 2; -1)$ nuqta yasalgan. Shunday qilib, fazo nuqtalari bilan uchta $(x; y; z)$ son orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatiladi.

67. Quyidagi nuqtalarni ularning Dekart koordinatalari bo'yicha yasang (aksiometrik proyeksiyada): $A(3; 4; 6)$, $B(-5; 3; 1)$, $C(1; -3; -5)$, $D(0; -3; 5)$, $E(-3; -5; 0)$ va $F(-1; -5; -3)$.

68. $A(4; 3; 5)$, $B(-3; 2; 1)$, $C(2; -3; 0)$ va $D(0; 0; -3)$ nuqtalar berilgan. Ularning:

1) Oxy tekisligida; 2) Oxz tekisligida; 3) Oyz tekisligida; 4) absissa o'qida; 5) ordinata o'qida; 6) aplikata o'qlarida proyeksiyalarini toping.

69. $A(2; 3; 1)$, $B(5; -3; 2)$, $C(-3; 2; -1)$ va $D(a; b; c)$ nisbatan: 1) Oxy tekisligiga; 2) Oxz tekisligiga; 3) Oyz tekisligiga; 4) absissa o'qiga; 5) ordinata

o'qiga; 6) aplikata o'qiga; 7) koordinata boshiga nisbatan simmetrik nuqtalar koordinatalarini toping.

70. Quyida 4 ta kubning qirrasi berilgan: $A(-a; -a; -a)$, $B(a; -a; -a)$, $C(-a; a; -a)$ va $D(a; a; a)$. Uning qolgan uchlarini koordinatalarini toping.

71. Koordinatalari quyidagi shartlardan bittasini qanoatlantiradigan nuqtalar qaysi oktantlarda joylashgan:

$$\begin{array}{lll} 1) x - y = 0; & 2) x + y = 0; & 3) x - z = 0; \\ 4) x + z = 0; & 5) y - z = 0; & 6) y + z = 0. \end{array}$$

72. Agar : 1) $xy > 0$; 2) $xz < 0$; 3) $yz > 0$; 4) $xyz > 0$; 5) $xyz < 0$ bo'lsa, nuqtalar qaysi oktantlarda joylashishi mumkin?

73. Koordinata tekisligining uchalariga ham tegishli va : 1) 2-oktantga; 2) 5-oktantga; 3) 6-oktantga; 4) 7-oktantga; 5) 8-oktantga joylashgan, $R = 3$ radiusli sharning markazini toping.

74. $P(3; -1; 2)$ va $M(a; b; c)$ nuqtalar berilgan. Koordinata tekisliklariga, o'qlariga va koordinatalar boshiga nisbatan shu nuqtalar bilan simmetrik bo'lgan nuqtalar topilsin.

75. Koordinatalari quyidagi shartlarni bajaruvchi nuqtalar fazoda qanday joylashgan:

$$1) x = y; \quad 2) x = y = z.$$

76. $A(12; -3; 4)$ nuqtaning koordinatalar boshigacha va koordinata o'qlarigacha bo'lgan masofalarni toping.

77. Uchinchi oktanda, koordinata o'qlaridan masofalari $d_x = 5$, $d_y = 3\sqrt{5}$, $d_z = 2\sqrt{13}$ bo'lgan nuqtaning koordinatasini toping.

78. z o'qida $A(-4; 1; 7)$ va $B(3; 5; -2)$ nuqtalardan teng uzoqlikdagi nuqta topilsin.

79. yz koordinatalar tekisligida shunday nuqta topilsinki, u quyida berilgan uch nuqtadan teng uzoqlikda bo'lsin:

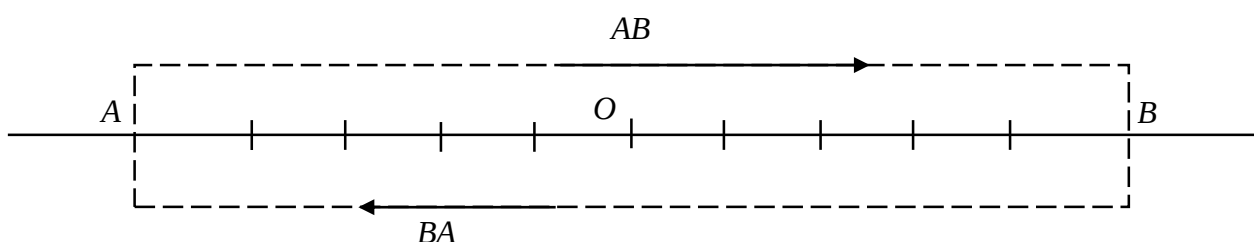
$$A(3; 1; 2), \quad B(4; -2; -2), \quad C(0; 5; 1)$$

1.4. Yo`naltirilgan kesma. Kesmaning berilgan o`qlardagi proyeksiyalari.
Kesmaning uzunligi va o`gish burchagi. Ikki nuqta orasidagi masofa.

Koordinatalari x_1 va x_2 bo`lgan  $A$  va  $B$  nuqtalar berilgan bo`lsa, AB kesmani kattaligi

$$AB = x_2 - x_1 \quad (1.4.1)$$

formula bilan hisoblanadi, ya`ni kesmaning kattaligi uning uchlari koordinatlari ayirmasiga teng, bunda oxirgi nuqtaning koordinatasidan bosh nuqtaning koordinatasini ayirish kerak.



12 – chizma. Kesmaning belgilanishi..

Bu formula nuqtalarning har qanday vaziyatida ham to`g`ri bo`lgani uchun, kesmalar hamma vaqt to`g`ri belgilanishi, ya`ni birinchi o`ringa kesmaning boshini belgilovchi harf, ikkinchi o`ringa esa oxirini belgilovchi harf qo`yilishi kerak.

Misol: $A(-3)$ va $B(+4)$ berilgan bo`lsa, u holda (12 – chizma).

$$AB = 4 - (-3) = +7$$

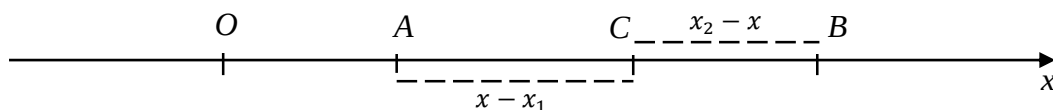
$$BA = -3 - 4 = -7.$$

Agar x_2 va x_1 A va B nuqtalarning koordinatalari bo`las,  $AB$  kesmaning uzunligi  $d = |x_2 - x_1|$  bo`ladi.

Agar to`g`ri chiziqda ikki nuqta, ya`ni  $A(x_1)$  va  $B(x_2)$  nuqtalar berilgan bo`lsa, u holda har qanday uchinchi $C(x)$ nuqta AB kesmani biror aniq $\frac{AC}{CB}$ nisbatda bo`ladi (13 – chizma). Biz uni  $\lambda$  harfi bilan belgilaymiz, ya`ni:

$$\lambda = \frac{AC}{CB} = \frac{\text{bosh nuqtadan bo`luvchi nuqtagacha bo`lgan kesma kattaligi}}{\text{bo`luvchi nuqtadan oxirgi nuqtagacha bo`lgan kesma kattaligi}}$$
$$\lambda = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad (1.4.2)$$

Agar bo'luvchi $C(x)$ nuqta AB kesmaning ichida yotsa, λ musbat, tashqarisida yotsa, manfiy bo'ladi.



12-chizma. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish.

Aksincha, λ nisbat berilgan bo'lsa, u holda bo'luvchi C nuqtaning koordinatasi

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda} \quad (1.4.3)$$

formula bilan topiladi.

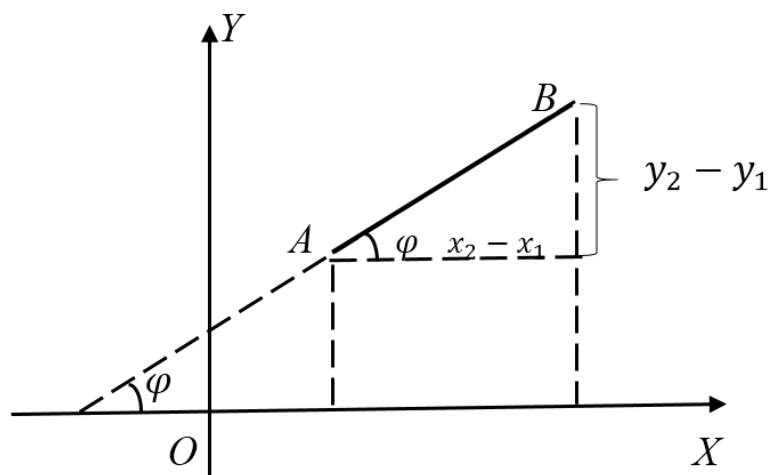
Agar $\lambda = 1$ va $AC = CB$ bo'lsa, u holda:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad (1.4.4)$$

To'rtta A, B, C , va D nuqtaning murakkab (angarmonik) nisbati deb ikki nisbatning nisbatiga aytiladi: unda AB kesma birinchi nisbatda C nuqta bilan, ikkinchi nisbatda esa D nuqta bilan bo'linadi. Bu quyidagicha belgilanadi:

$$(ABCD) = \frac{AC}{CB} : \frac{AD}{DB}$$

Agar $(ABCD) = -1$ bo'lsa, u holda to'rtta nuqta garmonik nuqtalar deb ataladi.



14-chizma. To'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasida ikki nuqta orasidagi masofa.

Agar ikki nuqta o'zining koordinatalari $A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ bilan berilgan bo'lsa, ular orasidagi masofa quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi (14-chizma)

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (1.4.5)$$

ya'ni kesmaning uzunligi kesma uchlarining bir xil ismli koordinatalari ayirmalari kvadratlarning yig'indisidan olingan kvadrat ildizga teng.

Tekislikdagi ikki nuqta orasidagi masofani aniqlaganda biz uning faqat absolyut qiymatini e'tiborga olamiz. Bu nuqtalarni birlashtiruvchi to'g'ri chiziqda musbat yo'nalish ko'rsatilgan holdagina, biz kesmaga yo musbat, yoki manfiy ishora beramiz.

Koordinatalar boshidan $M(x, y)$ nuqttagacha bo'lgan masofa quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$OM = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1.4.6)$$

AB kesma bilan abssissalar o'qining musbat yo'nalishi orasida hosil bo'lgan φ burchak kesma uchlarining koordinatalari bilan quyidagicha topiladi (14-chizma).

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (1.4.7)$$

Fazoda ikki nuqta $M_1(x_1; y_1; z_1)$ va $M_2(x_2; y_2; z_2)$ orasidagi d masofa quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (1.4.8)$$

λ munosabatda $M_1(x_1; y_1; z_1)$ va $M_2(x_2; y_2; z_2)$ nuqtalar bilan chegaralangan M_1M_2 kesmani bo'ladigan $M(x, y, z)$ nuqta koordinatalari quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, \quad z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda} \quad (1.4.9)$$

Xususiyl holda, $\lambda = 1$ bo'lganda berilgan kesmaning o'rtasi koordinatlariga ega bo'lamiz:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad z = \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (1.4.10)$$

80. Bir jinsli sterjenning uchlari $A(3; -5)$ va $B(-1; 1)$ nuqtalarda. Bu sterjenning og'irlik markazi koordinatalarini toping.

81. Bir jinsli sterjenning og'irlik markazi $M(1; 4)$ nuqtadan o'tadi, uning bir uchining koordinatasi $P(-2; 2)$ bo'lsa, uning ikkinchi Q uchining koordinatalarini toping.

82. Uchburchakning uchlari $A(1; -3)$, $B(3; -5)$ va $C(-5; 7)$ berilgan. Uning tomonlari o'rtalarini koordinatalarini toping.

83. $A(3; -1)$ va $B(2; 1)$ nuqtalar berilgan. Hisoblang:

1) B nuqtaga nisbatan, A nuqtaga simmetrik bo'lgan M nuqtani;

2) A nuqtaga nisbatan, B nuqtaga simmetrik bo'lgan N nuqtani.

84. $M(1; -1)$, $N(-1; 4)$ va $P(-2; 2)$ nuqtalar uchburchakning tomonlarining o'rtalari. Uchburchakning uchlarini koordinatalarini toping.

85. Parallelogrammning uchta uchi $A(3; -5)$, $B(5; -3)$, $C(-1; 3)$ berilgan. B tomon qarshisidagi to'rtinchi D uchini koordinatalarini toping.

86. Parallelogrammning ikki qo'shni uchi $A(-3; 5)$, $B(1; 7)$ va uning diagonallari kesishgan $M(1; 1)$ nuqtalar berilgan. Uning boshqa ikki uchining koordinatalarini toping.

87. Parallelogramm $ABCD$ ning uchta $A(2; 3)$, $B(4; -1)$ va $C(0; 5)$ uchi berilgan. Uning to'rtinchi D uchini toping.

88. Uchburchakning uchta $A(1; 4)$, $B(3; -9)$, $C(-5; 2)$ uchlari berilgan. Uchburchakning B uchidan chiqqan medianasini toping.

89. $A(1; -3)$ va $B(4; 3)$ nuqtalar orqali o'tgan kesmani uch qismga bo'lishdi. Har bir kesimlarning uchlarini koordinatalarini toping.

90. Uchburchakning uchlarining koordinatalari $A(2; -5)$, $B(1; -2)$, $C(4; 7)$ berilgan. B uchidan chiqib AC tomonga tushurilgan bissektrissaning koordinatasini toping.

91. Uchburchakning uchlarining koordinatalari $A(3; -5)$, $B(-3; 3)$ va $C(-1; -2)$ berilgan. Uning l bissektrissalarini uzunligini toping.

92. Uchburchakning uchlarining koordinatalari $A(-1; -1)$, $B(3; 5)$, $C(-4; 1)$ berilgan. A uchining ichki burchagi bissektrissasini BC tomonining davomi bilan kesishgan nuqtasini koordinatasini toping.

93. Uchburchakning uchlarining koordinatalari $A(3; -5)$, $B(1; -3)$, $C(2; -2)$ berilgan. B uchining ichki burchagidan chiqarilgan bissektrissa uzunligini toping.

94. $A(1; -1)$, $B(3; 3)$ va $C(4; 5)$ nuqtalar berilgan bo'lib, bir to'g'ri chiziqa yotadi. Bir biri bilan hosil qilgan kesmalarning λ nisbatni toping.

95. A va B kesma $P(2; 2)$ va $Q(1; 5)$ nuqtalarda teng uch qismga bo'lingan bo'lsa, uning uchlarini koordinatalarini toping.

96. To'g'ri chiziq $M_1(-12; -13)$ va $M_2(-2; -5)$ nuqtalardan o'tadi. Bu to'g'ri chiziqdan shunday nuqta koordinatasini topingki, uning absissasi koordinatasi 3 ga teng bo'lsin.

97. To'g'ri chiziq $M(2; -3)$ va $N(-6; 5)$ nuqtalardan o'tadi. Bu to'g'ri chiziqdan shunday nuqta koordinatasini topingki, uning ordinatasi -5 ga teng bo'lsin.

98. To'g'ri chiziq $A(7; -3)$ va $B(23; -6)$ nuqtalardan o'tadi. Bu to'g'ri chiziqning absissa o'qi bilan kesishish nuqtasi koordinatasini toping.

99. To'g'ri chiziq $A(5; 2)$ va $B(-4; -7)$ nuqtalardan o'tadi. Bu to'g'ri chiziqning ordinata o'qi bilan kesishish nuqtasi koordinatasini toping.

100. To'rtburchakning to'rtta uchi $A(-3; 12)$, $B(3; -4)$, $C(5; -4)$ va $D(5; 8)$ berilgan. Uning AC diagonalini BD diagonalini qanday nisbatda bo'ladi.

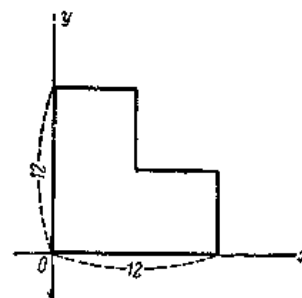
101. To'rtburchakning to'rtta uchi $A(-2; 14)$, $B(4; -2)$, $C(6; -2)$ va $D(6; 10)$ berilgan. Uning AC va BD diagonallari kesishgan nuqtaning koordinatalarini toping.

102. Bir jinsli uchburchak plastinkaning uchlari $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ va $C(x_3, y_3)$ berilgan. Uning og'irlik markazining koordinatalarini toping.
Ko'rsatma: Og'irlik markazi medianalar kesishmasi orqali o'tadi.

103. Uchburchakning medianalari kesishgan M nuqtada absissa o'qida, uning ikki uchi $L(2; -3)$ va $B(-5; 1)$ nuqtalarda, uchinchi C uchi ordinata o'qida joylashgan. M va C ning koordinatalarini toping.

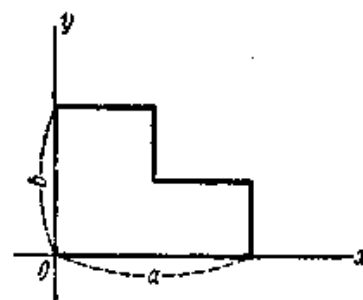
104. Bir jinsli uchburchak plastinkaning uchlari $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ va $C(x_3; y_3)$. Agar bu uchburchakning tomonlarining o'rtalarini ketma-ket tutashtirsak yangi uchburchak hosil bo'ladi. Ushbu ikki uchburchaklarning og'irlik markazlari bir nuqtada bo'lishini isbotlang.

105. Bir jinsli plastinka kvadrat shaklida bo'lib, uning tomoni 12 ga teng, kvadratdan kvadratik qirqim kesib olingan; koordinata o'qlari yo'nalishidagi to'g'ri qirqim kvadrat markazi orqali o'tadi(15-chizma). Bu plastinkaning og'irlik markazini toping.



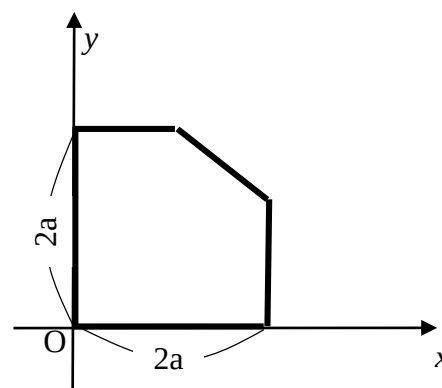
15-chizma.

106. Tomonlari a va b bo'lgan bir jinsli to'g'ri to'rtburchakli plastinka berilgan bo'lib, undan to'rtburchak qirqib olingan; qirqim to'rtburchak markazidan o'tib, koordinata o'qlari yo'nalishida qirqilgan(16-chizma). Hosil bo'lgan plastinkaning og'irlik markazini toping.



16-chizma.

107. Bir jinsli plastinka tomoni $2a$ ga teng bo'lgan kvadratni ifodalaydi va bundan uchburchak qirqib olingan; to'g'ri qirqim plastinkaning ikki qo'shni tomonlarini o'rtalarini kesib o'tgan (17-chizma). Hosil bo'lgan plastinkaning og'irlik markazini toping.



(17-chizma)

108. Massalari m , n va p bo'lgan uchta jism $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ va $C(x_3; y_3)$ nuqtalarda joylashgan. Bu sistemaning og'irlik markazini toping.

109. Bir jinsli simdan tayyorlangan uchburchakning uchlari $A(4; 2)$, $B(7; -2)$ va $C(1; 6)$ nuqtalarda joylashgan. Bu uchburchakning og'irlik markazini koordinatasini toping.

110. Quyidagi nuqtalar berilgan: $A(1; -2; -3)$, $B(2; -3; 0)$, $C(3; 1; -9)$, $D(-1; 1; -12)$. Quyidagi nuqtalar orasidagi masofani toping: 1) A va C ; 2) B va D ; 3) C va D .

111. O koordinata boshidan quyidagi nuqtalargacha bo'lgan masofani aniqlang:

$$A(4; -2; -4), B(-4; 12; 6), C(12; -4; 3), D(12; 16; -15).$$

112. Uchlari $A(3; -1; 2)$, $B(0; -4; 2)$ va $C(-3; 2; 1)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchakning teng yonli ekanligini isbotlang.

113. Uchlari $A_1(3; -1; 6)$, $A_2(-1; 7; -2)$ va $A_3(1; -3; 2)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchakning to'g'ri burchakli ekanligini isbotlang.

114. $M_1(4; -1; 4)$, $M_2(0; 7; -4)$, $M_3(3; 1; -2)$ nuqtalar bilan berilgan uchburchakning o'tmas burchakli ekanligini isbotlang.

115. $M(3; -2; 5)$, $N(-2; 1; -3)$ va $P(5; 1; -1)$ nuqtalardan tashkil topgan uchburchak o'tkir burchakli uchburchak ekanligini isbotlang.

116. Absissa o'qidan $A(-3; 4; 8)$ nuqtagacha masofasi 12 ga teng bo'lgan nuqtani toping.

117. Ordinata o'qidan $A(1; -3; 7)$ va $B(5; 7; -5)$ nuqtalardan teng uzoqlikda joylashgan nuqtani toping.

118. $P(4; -1; -1)$ nuqtadan o'tadigan va uchala koordinata tekisliklariga tegishli shar sirtining C markazi va R radiusini toping.

119. $M_1(3; 2; -5)$, $M_2(1; -4; 3)$ va $M_3(-3; 0; 1)$ uchburchakning uchlari berilgan. Uchburchakning tomonlari o'rtalarini koordinatasini toping.

120. $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -6)$, $C(-5; 0; 2)$ uchburchakning uchlari berilgan. Uning A uchidan o'tkazilgan medianasini uzunligini toping.

121. Sterjenning og'irlik markazi $C(1; -1; 5)$ nuqtada joylashgan, uning bir uchi $A(-2; -1; 7)$ nuqtada. Uning ikkinchi uchi koordinatalarini toping.

122. $ABCD$ parallelogrammning 2 ta uchi $A(2; -3; -5)$, $B(-1; 3; 2)$ va uning diagonallari kesishgan nuqta $E(4; -1; 7)$ berilgan. Bu parallelogrammning 2 ta boshqa uchini aniqlang.

123. $ABCD$ parallelogrammning 3 ta uchi $A(3; -4; 7)$, $B(-5; 3; -2)$ va $C(1; 2; -3)$ berilgan. Uning B ga qarama-qarshi to'rtinchi D uchini toping.

124. $ABCD$ parallelogrammning 3 ta uchi $A(3; -1; 2)$, $B(1; 2; -4)$ va $C(-1; 1; 2)$ berilgan. Uning to'rtinchi D uchini toping.

125. To'g'ri kesma $A(-1; 8; 3)$ va $B(9; -7; -2)$ nuqtalar bilan chegaralangan va C, O, E, F nuqtalar bilan 5 ta teng qismga bo'lingan. Bu nuqtalar koordinatalarini toping.

126. $C(2; 0; 2)$ va $D(5; -2; 0)$ nuqtalari bilan 3 ta teng qismga bo'lingan kesma uchlarining koordinatalarini aniqlang.

127. $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$ va $C(-4; 7; 5)$ uchburchak uchlari berilgan. B uchi yonidagi burchaklarning bissektrisasi uzunligini toping.

128. Uchburchakning $A(1; -1; -3)$, $B(2; 1; -2)$ va $C(-5; 2; -6)$ uchlari berilgan. A burchak bissektrissa uzunligini toping.

129. Tetraedrning uchlari $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$, $C(x_3; y_3; z_3)$, $D(x_4; y_4; z_4)$ da teng og'irlik jamlangan. Bu og'irliklar sistemasi og'irliklar sistemasi og'irlik markazlari koordinatalarini toping.

130. Tetraedrning uchlari $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$ da m_1 , m_2 , m_3 , va m_4 massalar jamlangan. Bu og'irliklar sistemasi og'irliklar sistemasi og'irlik markazlari koordinatalarini toping.

131. Berilgan ikki nuqta $M_1(-1; 6; 6)$ va $M_2(3; -6; -2)$ dan to'g'ri chiziq o'tadi. Uning koordinatalar tekisliklari bilan kesishgan nuqtalarini toping.

1.5. Uchburchakning yuzi.

Agar uchburchakning uchala uchining koordinatalari $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ va $C(x_3, y_3)$ berilgan bo'lsa, uning yuzini ushbu formula bilan hisoblash mumkin:

$$S = \frac{1}{2} \{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\} \quad (1.5.1)$$

Bu formuladan foydalanib, S yuza uchun yo musbat, yoki manfiy qiymat hosil qilamiz: agar uchburchak perimetrini uning A uchidan B va C uchlariga

o'tib aylanib chiqish (15-chizma) musbat (soat strelkasiga qarama-qarshi)
yo'nalishga mos kelsa, u holda S yuza musbat bo'ladi.

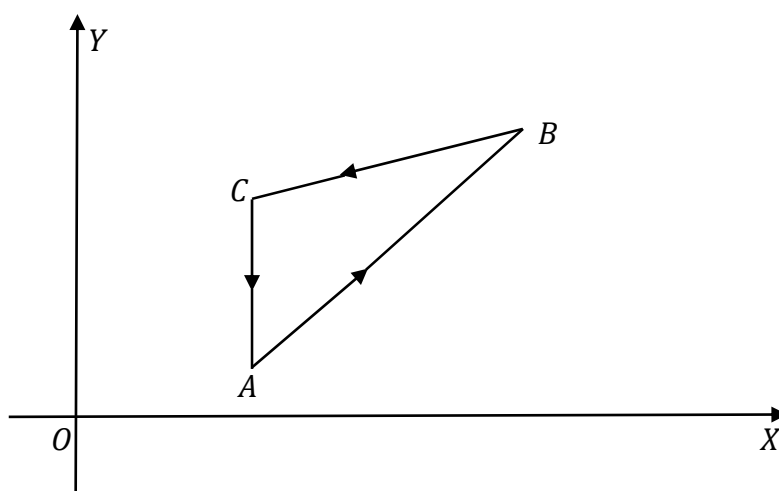
Uchburchakning yuzini nolga teng, ya'ni

$$x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0 \quad (1.5.2)$$

bo'lishi uchta nuqtaning bir to'g'ri chiziqda yotish alomati bo'lishi mumkin.

Bizga ixtiyoriy uchta $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ nuqtalar berilgan
bo'lsin. S – uchburchak ABC ning yuzi quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\pm S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \quad (1.5.3)$$



18-chizma. Uchburchakning perimetrini hisoblash.

Haqiqatdan ham, bu formulaning birinchi qismidagi $+S$ – AB kemadan AC kesmaga eng yaqin masofasi musbat bo'lgandagi yuza. Ikkinchi qismidagi $-S$ esa eng yaqin masofasi manfiy bo'lgandagi yuza tushuniladi.

132. Uchburchakning uchlari berilgan bo'lsa , uning yuzini hisoblang :

- 1) $A(2; -3)$, $B(3; 2)$ va $C(-2; 5)$;
- 2) $M_1(-3; 2)$, $M_2(5; -2)$ va $M_3(1; 3)$;
- 3) $M(3; -4)$, $N(-2; 3)$ va $P(4; 5)$.

133. Uchburchakning $A(3; 6)$, $B(-1; 3)$ va $C(2; -1)$ uchlari berilgan. Uchburchakning C uchidan chiquvchi balandlikni uzunligini toping.

134. Parallelogrammning uchta $A(-2; 3)$, $B(4; -5)$ va $C(-3; 1)$ uchlari berilgan, uning yuzini toping.

135. Parallelogrammning uchta $A(3; 7)$, $B(2; -3)$ va $C(-1; 4)$ uchlari berilgan. Uning B uchidan chiqib AC tomonga tushgan balandligini uzunligini toping.

136. To'rtburchakli plastinkaning to'rtta uchi $A(2; 1)$, $B(5; 3)$, $C(-1; 7)$ va $D(-7; 5)$ koordinatalari berilgan. Uning og'irlik markazini koordinatasini toping.

137. Beshburchakli plastinkaning beshta uchi $A(2; 3)$, $B(0; 6)$, $C(-1; 5)$, $D(0; 1)$ va $E(1; 1)$ koordinatalari berilgan. Uning og'irlik markazini koordinatasini toping.

138. Uchburchakning yuzi $S = 3$, uning ikki $A(3; 1)$ va $B(1; -3)$ uchlarini va uchinchi C uchi Oy o'qida yotishini bilgan holda, C uchining koordinatasini toping.

139. Uchburchakning yuzi $S = 4$, uning ikki $A(2; 1)$ va $B(3; -2)$ uchlari berilgan, uchinchi uchi C uchi Ox o'qida yotadi. C uchining koordinatasini toping.

140. Uchburchakning yuzi $S = 3$, uning ikki $A(3; 1)$ va $B(1; -3)$ uchlari berilgan, bu uchburchakning og'irlik markazi Ox o'qida yotadi. C uchining koordinatasini toping.

141. Parallelogrammning yuzi $S = 12$, uning ikki $A(-1; 3)$ va $B(-2; 4)$ uchlari berilgan. Uning diagonallari kesishmasi kesishgan nuqta absissa o'qida yotgan bo'lsa, uning qolgan ikki tomonining koordinatalarini toping.

142. Parallelogrammning yuzi $S = 17$, uning ikki $A(-1; 3)$ va $B(-2; 4)$ uchlari berilgan. Uning diagonallari kesishmasi kesishgan nuqta ordinata o'qida yotgan bo'lsa, uning qolgan ikki tomonining koordinatalarini toping.

1.6. Koordinata o'qlarini parallel ko'chirish va burish.

Agar koordinatalar boshi $O'(a)$ nuqtaga ko'chirilsa, u holda to'g'ri chiziqdagi har bir nuqtaning eski koordinatasi bilan yangi koordinatasi orasida

$$x = x' + a, \quad y = y' + b \quad (1.6.1)$$

munosabat mavjud bo'ladi.

Agar to'g'ri chiziqdagi dastlabki yo'nalishga teskari yo'nalish musbat yo'nalish deb qabul qilinsa, u holda hamma nuqtalarning koordinatalari o'z absolyut miqdorlarini o'zgartirmasdan ishoralarini o'zgartiradi, ya'ni:

$$x = -x', \quad y = y' \quad (1.6.2)$$

bo'ladi.

Agar yangi uzunlik birligi $e' = P'Q'$ tanlab olinsa, u holda nuqtaning koordinatalari mos birliklarga teskari proporsional, ya'ni:

$$x = \frac{e'}{e} x' \quad (1.6.3)$$

bo'ladi.

Bu yerda x, y dastlabki tekislikning M nuqtasining koordinata o'qlari, xuddi shunday x', y' –parallel ko'chirish natijasida hosil qilingan tekislikning koordinata o'qlari, a, b –yangi hosil qilingan koordinatalar boshi O' ning koordinatalari (bu yerda a –absissa o'qi bo'yicha parallel ko'chirish, b – ordinata o'qi bo'yicha parallel ko'chirish).

$$\left. \begin{aligned} x' &= x + a \\ y' &= y + b \end{aligned} \right\} \quad (1.6.4)$$

To'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasini biror bir α burchakka burish natijasida hosil bo'ladigan koordinatalar tenglamasi quyidagi formula bilan hosil qilinadi:

$$\left. \begin{aligned} x &= x' \cos \alpha - y' \sin \alpha \\ y &= x' \sin \alpha + y' \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1.6.5)$$

Bu yerda x, y dastlabki tekislikning M nuqtasining koordinata o'qlari, x', y' –burish natijasida hosil qilingan tekislikning koordinata o'qlari. Koordinata

o'qlarini parallel ko'chirib, biror α burchakka burish natijasida hosil qilingan koordinata o'qlari quyidagi formula bilan topiladi.

$$\begin{cases} x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha + a \\ y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha + b \end{cases} \quad (1.6.6)$$

143. Koordinata boshini: 1) $A(3; 4)$; 2) $B(-2; 1)$; 3) $C(-3; 5)$; nuqtalarga ko'chiradigan formulani yozing (koordinata yo'nalishi o'zgarmaydi).

144. Koordinata boshini $O'(3; -4)$ nuqtaga ko'chiring (yo'nalishini o'zgartirmasdan). Hosil bo'lgan yangi sistemada $A(1, 3)$, $B(-3; 0)$ va $C(-1; 4)$ nuqtalar berilgan. Ushbu nuqtalarni dastlabki berilgan koordinatada qaysi nuqtaga mos kelishini toping.

145. $A(2; 1)$, $B(-1; 3)$ va $C(-2; 5)$ nuqtalar berilgan. Agar koordinata boshini quyidagi nuqtalarga ko'chirsak: 1) A nuqtaga; 2) B nuqtaga; 3) C nuqtaga (o'qlarning yo'nalishi o'zgarmaydi) qolganlari qaysi koordinatalarga mos keladi.

146. O' koordinatalar sistemasini o'zgartirish natijasida yangi koordinatalar sistemasi hosil qilingan :

$$\begin{aligned} 1) x = x' + 3, y = y' + 5; & \quad 2) x = x' - 2, y = y' + 1; \\ 3) x = x', y = y' - 1; & \quad 4) x = x' - 5, y = y'. \end{aligned}$$

Dastlabki koordinatalar sistemasini toping.

146. Agar koordinata o'qi quyidagi burchaklarga burilsa:

1) 60° ; 2) -45° ; 3) 90° ; 4) -90° ; 5) 180° ko'chirilgan koordinata tenglamasini yozing.

147. Koordinata o'qi $\alpha = 60^\circ$ ga burildi. Yangi hosil bo'lgan sistemada $A\left(\frac{2}{3}; -4\right)$, $B\left(\frac{1}{3}; 0\right)$ va $C\left(0; -\frac{2}{3}\right)$ nuqtalar berilgan. Dastlabki sistemada ushbu nuqtalar qaysi koordinatalarga mos keladi.

148. $M(3; 1)$, $N(-1; 5)$ va $P(-3; -1)$ nuqtalar berilgan. Agar koordinata o'qi quyidagi burchaklarga burilsa:

1) -45° ; 2) 90° ; 3) -90° ; 4) 180° , yuqoridagi nuqtalar qaysi koordinatalarga mos keladi.

149. Burish natijasida hosil qilingan koordinatalar tenglamalari berilgan, ushbu koordinatalar orasidagi burchak α ni toping:

$$1) x = \frac{1}{2}x' - \frac{\sqrt{3}}{2}y', \quad y = \frac{\sqrt{3}}{2}x' + \frac{1}{2}y';$$

$$2) x = \frac{\sqrt{3}}{2}x' - \frac{1}{2}y', y = -\frac{1}{2}x' + \frac{\sqrt{3}}{2}y';$$

150. Agar $A(3; -4)$ nuqta parallel ko'chirish natijasida hosil qilingan koordinata o'qining absissasida, $B(2; 3)$ nuqta esa ordinatasida tegishli bo'lsa shu koordinataning boshi O' ning koordinatalarini toping. O'qlarning yo'nalishini bir xil deb hisoblang.

151. $M_1(1; -3)$ nuqta koordinata o'qining absissasida, $B(2; 3)$ nuqta esa ordinatasida tegishli bo'lsa, dastlabki koordinatalar sistemasini parallel ko'chirish formulasini yozing. O'qlarning yo'nalishini bir xil deb hisoblang.

152. Bir nuqtaning o'zi ikki turli koordinatalar sistemasiga nisbatan $(2; 5)$ va $(-3; 6)$ koordinatalarga ega. O'qlarning yo'nalishi bir xil bo'lgan shu sistemalardan biri boshining koordinatalari ikkinchi sistemaga nisbatan aniqlang.

153. Koordinata boshi $O'(-1; 2)$ nuqtaga ko'chirildi, koordinata o'qlari esa $\alpha = \arctg \frac{5}{12}$ burchakka burildi. $M_1(3; 2), M_2(2; -3)$ va $M_3(13; -13)$ nuqtalar yangi hosil bo'lgan sistemada joylashgan. Dastlabki sistemada ushbu nuqtalar qaysi koordinatalarga mos keladi.

154. Uchta $A(5; 5), B(2; -1)$ va $C(12; -6)$ nuqta berilgan. Agar koordinata boshi B nuqtaga ko'chirilsa va $\alpha = \arctg \frac{3}{4}$ burchakka burilsa, ushbu nuqtalarning koordinatalarini toping.

155. Burish va ko'chirish natijasida hosil qilingan koordinatalar tenglamalari berilgan, ushbu koordinatalar orasidagi burchak α ni va dastlabki koordinatalar boshining koordinatasini toping:

$$1) x = y' + 3, y = x' - 2; \quad 2) x = -x' - 1, y = -y' + 3;$$

$$3) x = \frac{\sqrt{2}}{2}x' + \frac{\sqrt{2}}{2}y' + 5 \quad y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x' + \frac{\sqrt{2}}{2}y' - 3.$$

156. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasining o'qlarini koordinatalar boshi atrofida: a) soat strelkasi harakatining yo'nalishiga qarshi 90° ga; b) soat

strelkasining yo'nalishi bo'yicha 90^0 ga; c) 180^0 ga burish natijasida uchta $A(+2; -3)$ va $B(-1; +5)$ va $M(x; y)$ nuqtalarning koordinatalari qanday bo'ladi.

157. Tomoni $a = 1$ bo'lgan $ABCD$ kvadrat berilgan. Koordinata o'qlari uchun bir safar AB va AD tomonlari, ikkinchi safar AC va BD diagonallari olingan. Bir nuqtaning shu ikki sistemaga nisbatan koordinatalari orasidagi bog'lanish topilsin.

158. Tomoni $a = 2$ bo'lgan romb berilgan. Koordinata o'qlari avval rombnings $\omega = 120^0$ li burchak tashkil etgan ikki tomoni bo'lgan, so'ngra diagonallari bilan ustma-ust tushgan. Ikkinchi sistemaga nisbatan romb uchlarining koordinatalari aniqlansin va koordinatalar almashtirish formulasini toping.

159. $A(1; 2)$ va $B(2; -1)$ nuqtalar orasidagi masofa topilsin. B nuqtaning koordinatalari avvalgi koordinatalar sistemasining boshini $O'(-1; 3)$ nuqtaga ko'chirish natijasida hosil bo'lgan yangi koordinatalar sistemasiga nisbatan hisoblang.

160. A nuqta biror koordinatalar sistemasiga nisbatan $x = +7, y = -5$ koordinatalarga ega. Koordinatalar boshi ushbu $O_1(2; 3), O_2(-4; 7), O_3(3; -9), O_4(-1; -2), O_5(3; -5)$ nuqtalardan biriga ko'chirilsa, shu nuqtaning koordinatlari qanday bo'ladi.

I bobning xulosasi.

Bitiruv malakaviy ishimning birinchi bobi Koordinata o'qlariga bag'ishlangan bo'lib, analitik geometriya fanini koordinata metodi orqali o'quvchilarga tushuntirish boshqa metodlarga qaraganda osonroq.

Ushbu bob olti qismdan iborat bo'lib, unda:

- 1) Son o'qi va uning kesimlari. Koordinata chiziqlari haqida;
- 2) To'g'ri burchakli Dekart koordinatalar tekisligi haqida;
- 3) Fazoda to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar tekisligi haqida;

- 4) Yo'naltirilgan kesma. Kesmaning berilgan o'qlardagi proyeksiylari. Kesmaning uzunligi va og'ish burchagi. Ikki nuqta orasidagi masofalar haqida;
- 5) Koordinatalari bilan berilgan uchburchakning yuzini topish haqida;
- 6) Koordinata o'qlarini parallel ko'chirish va burishga oid ma'lumotlar berilgan.

O'z bitiruv malakaviy ishimning birinchi bobini tayyorlash jarayonida turli xil analitik geometriyaga oid ruscha kitoblarni qidirib, ularni o'zbek tilida lotin alifbosidan foydalangan holda yozib chiqdim. Bundan tashqari Buxoro Davlat Universiteti Fizika-matematika fakultetida Matematika kafedrasida katta o'qituvchisi Z.Hamdamov ustozimizning 1-1 Mat-16; 1-2 Mat16; guruhlarida bo'lib o'tgan "Analitik geometriya" fani maruza va amaliy mashg'ulotlarga darsdan tashqari vaqtlarimda qatnashib, shu bobdagi mavzularga oid yangi qo'shimcha misol va masalalar tuzishga harakat qildim.

Birinchi bobning xulosasi sifatida shuni aytish mumkinki, koordinataga oid masala va misollar o'quvchi va talaba yoshlarni tasavvurlarini rivojlantirishga, o'zlari ham bu mavzularga oid turli xil masala va misollar tuzishlariga va keyingi mavzularni ham yaxshiroq tushunishlariga yordam beradi.

II. Vektorlar.

2.1. Vektor tushunchasi. Vektorning proyeksiyasi.

Yo'naltirilgan kesma vektor deyiladi.

Vektorni $\overrightarrow{AB}$ belgi bilan belgilaymiz, bu yerda: A va B nuqtalar mos ravishda berilgan kesmaning boshi va oxiri, yoki qalin $\vec{a}$ yoki $\vec{b}$ harflar bilan belgilaymiz. Vektorning boshi uning qo'yilgan nuqtasi deb ataladi. $|\overrightarrow{AB}|$ va $|\vec{a}|$ belgilar mos ravishda $\overrightarrow{AB}$ va $\vec{a}$ vektorlarning uzunliklarini bildiradi. Agar vektorning boshi va oxiri ustma-ust tushsa, vektor nol vektor deyiladi. Agar vektorlar bir chiziqli yoki parallel chiziqlarda joylashsa, ular kollinear deyiladi.

Agar ikkita vektor kollinear bo'lib, bir xil uzunlik va bir xil yo'nalishga ega bo'lsa, ular teng deyiladi. Barcha nol vektorlar tengdir.

$\vec{a}$ vektor va R nuqta qanday bo'lishidan qat'iy nazar, $\vec{a}$ vektorga teng, boshi R nuqtada bo'lgan yagona $\overrightarrow{PQ}$ vektor mavjud bo'ladi.

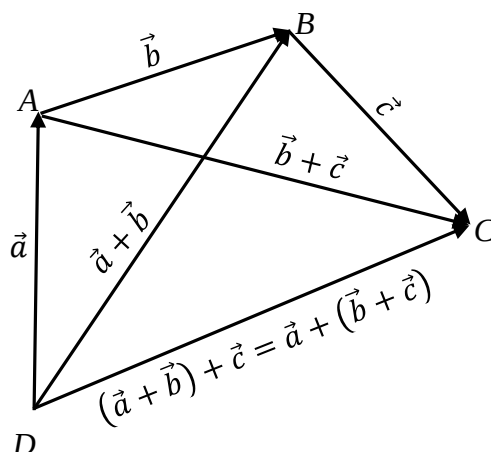
2.1.1-ta'rif. Ikkita $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning $\vec{a} + \vec{b}$ yig'indisi deb, shunday vektorga aytiladiki, u $\vec{b}$ vektor $\vec{a}$ vektorning oxiriga qo'yilgan holda $\vec{a}$ vektorning boshidan $\vec{b}$ vektorning oxiriga yo'nalgan bo'ladi.

Vektorlarni qo'shishning bu qoidasi uchburchak qoidasi deb ataladi. Bundan tashqari, parallelogramm qoidasi ham o'rinli: agar $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar boshlari umumiy nuqtaga qo'yilgan va ularga parallelogramm qurilgan bo'lsa, u holda, vektorlarning $\vec{a} + \vec{b}$ yig'indisi qurilgan parallelogramning $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar umumiy nuqtasidan o'tuvchi diagonal bilan aniqlanadi.

Vektorlarni qo'shish qoidalarining xossalari haqiqiy sonlarni qo'shish qoidalarining xossalari bilan bir xil:

- 1) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (o'rin almashtirish xossasi);
- 2) $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (guruhlash xossasi)
- 3) θ vektor mavjudki, ixtiyoriy $\vec{a}$ vektor uchun $\vec{a} + \theta = \vec{a}$;
- 4) har bir $\vec{a}$ vektor uchun unga qarama-qarshi $\vec{a}'$ vektor mavjud va $\vec{a} + \vec{a}' = 0$.

Guruhlash xossasi



19 – chizma. **Vektorlarni qo'shishning geometrik tasviri.**

2.1.2-ta'rif. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning $\vec{a} - \vec{b}$ ayirmasi deb, shunday $\vec{c}$ vektorga aytiladiki, uning $\vec{b}$ vektor bilan yig'indisi $\vec{a}$ vektorga teng. Boshqacha aytganda, boshlari umumiy nuqtaga keltirilgan $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning $\vec{a} - \vec{b}$ ayirmasi ayriluvchi $\vec{b}$ vektorning oxiridan kamayuvchi $\vec{a}$ vektorning oxiriga yo'nalgan vektorni aniqlaydi.

2.1.3-ta'rif. $\vec{a}$ vektorning α haqiqiy songa ko'paytmasi $\alpha\vec{a}$ deb, $\vec{a}$ vektorga kollinear shunday $\vec{b}$ vektorga aytiladiki, uning uzunligi $|\alpha||\vec{a}|$ ga teng va uning yo'nalishi $\alpha > 0$ bo'lganda, $\vec{a}$ vektorning yo'nalishiga mos, aks holda, ya'ni $\alpha < 0$ bo'lganda, $\vec{a}$ vektorning yo'nalishiga qarama-qarshi bo'ladi.

Vektorni songa ko'paytirish amali quyidagi xossalarga ega:

$$5) \alpha(\vec{a} + \vec{b}) = \alpha\vec{a} + \alpha\vec{b};$$

$$6) (\alpha + \beta)\vec{a} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{a};$$

$$7) \alpha(\beta\vec{a}) = (\alpha\beta)\vec{a}.$$

Shunday qilib, vektorlar ustidagi chiziqli amallar yuqorida ko'rsatilgan 1)-7) xossalarga ega. Bu barcha xossalarning o'rinliligi ko'rinib turibdi yoki osongina isbot qilinadi.

Kesmani berilgan nisbatda bo'lish tushunchasidan foydalanib, quyidagi tasdiqni isbotlash mumkin: agar $\vec{b}$ vektor nolmas $\vec{a}$ vektorga kollinear bo'lsa, shunday λ haqiqiy son mavjudki, $\vec{b} = \lambda\vec{a}$ bo'ladi.

n ta $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi deb, shu vektorlarning ixtiyoriy haqiqiy sonlarga ko'paytmalarining yig'indisiga, ya'ni

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_n \vec{a}_n \quad (2.1.1)$$

ifodaga aytiladi, bu yerda $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ – istalgan haqiqiy sonlar.

2.1.4-ta'rif. Agar hech bo'lmaganda bittasi noldan farqli bo'lgan shunday haqiqiy $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ sonlar topilib, (2.1.1) chiziqli kombinatsiya nolga aylansa, $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ vektorlar chiziqli bog'langan deyiladi.

2.1.5-ta'rif. Agar $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ vektorlarning (2.1.1) chiziqli kombinatsiyasining nolga tengligi faqatgina $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ sonlar nolga teng bo'lganda o'rinli bo'lsa, $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ vektorlar chiziqli bog'lanmagan deyiladi.

Agar n ta vektorlar orasidagi qandaydir $n - 1$ ta vektorlar chiziqli bog'langan bo'lsa, u holda barcha n ta vektorlar ham chiziqli bog'langan bo'lishini osongina isbotlash mumkin.

Ikkita vektorlarning chiziqli bog'langanligining etarli va zaruriy sharti bu ularning kollinearligidir.

2.1.6-ta'rif. Agar vektorlar bir tekislikda yoki parallel tekisliklarda joylashgan bo'lsa, ular komplanar deyiladi.

Uchta vektorning chiziqli bog'langanligining etarli va zaruriy sharti bu ularning komplanarligidir.

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ nokollinear vektorlar qanday bo'lishidan qat'iy nazar, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar bilan bir tekislikda joylashgan ixtiyoriy $\vec{c}$ vektor uchun shunday λ va μ haqiqiy sonlar topiladiki, $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$ tenglik o'rinli bo'ladi.

Agar $\vec{a}, \vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar nokomplanar bo'lsa, ular chiziqli bog'lanmagan bo'ladi. Uchta nokomplanar vektorlar orasida ikkita kollinear va birorta ham nol vektor bo'lishi mumkin emas. Har qanday to'rtta vektor chiziqli bog'langan.

2.1.7-ta'rif. Agar ixtiyoriy $\vec{d}$ vektor $\vec{a}, \vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi shaklida ifodalansa, ya'ni agar ixtiyoriy $\vec{d}$ vektor uchun shunday λ, μ va ν haqiqiy sonlar topilib,

$$\vec{d} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b} + \nu \vec{c} \quad (2.1.2)$$

tenglik o'rinli bo'lsa, uchta chiziqli bog'lanmagan (nokomplanar) $\vec{a}, \vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar fazoda bazis tashkil etadi deyiladi.

Ixtiyoriy nokomplanar $\vec{a}, \vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar uch o'lchovli fazoda bazis tashkil etadi va berilgan tekislikda joylashgan ikkita nokollinear $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar shu tekislikda bazis tashkil etadi.

$\vec{d} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{b} + \nu\vec{c}$ tenglik $\vec{d}$ vektorning $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bazis bo'yicha yoyilmasi deyiladi, λ, μ, ν - sonlar esa $\vec{d}$ vektorning $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bazisga nisbatan koordinatalari.

Ikkita $\vec{d}_1$ va $\vec{d}_2$ vektorlarni qo'shishda ularning (ixtiyoriy $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bazisga nisbatan) koordinatalari qo'shiladi. $\vec{d}$ vektorni ixtiyoriy α songa ko'paytirishda uning barcha koordinatalari shu songa ko'paytiriladi. Ixtiyoriy M nuqtaning affin koordinatalari deb, $\overrightarrow{OM}$ vektorning $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tanlangan bazisga nisbatan koordinatalariga aytiladi.

$\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ vektorning yo'naltirilgan L to'g'ri chiziqqa proektsiyasi deb, shu to'g'ri chiziqdagi $\overrightarrow{A'B'}$ yo'naltirilgan kesmaning $A'B'$ kattaligiga aytiladi, bu yerda A' va B' mos ravishda A va B nuqtalarning L chiziqqa proektsiyalaridir. Proektsiya $pr_L \vec{a}$ kabi belgilanadi. L to'g'ri chiziqqa $\vec{a}$ vektorning proektsiyasi $\vec{a}$ vektor uzunligi bilan $\vec{a}$ vektor L to'g'ri chiziq bilan tashkil qilgan φ burchak kosinusi ko'paytmasiga teng, ya'ni.

$$pr_L \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \varphi. \quad (2.1.3)$$

To'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasi ortogonal va birlik $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bazis vektorlarga ega bo'lgan affin sistemaning xususiy holidir.

Ixtiyoriy $\vec{a}$ vektor yagona ravishda to'g'ri burchakli dekart $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bazis bo'yicha yoyilishi mumkin, ya'ni har qanday $\vec{a}$ vektor uchun yagona x, y, z sonlar topiladiki, quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi:

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad \text{yoki} \quad \vec{a} = \{x, y, z\}. \quad (2.1.4)$$

x, y, z sonlar $\vec{a}$ vektorning to'g'ri burchakli dekart koordinatalari yoki komponentalari deb ataladi va ular shu vektorning mos ravishda Ox, Oy, Oz o'qlaridagi proektsiyalariga teng. $\vec{a}$ vektor Ox, Oy va Oz o'qlari bilan tashkil

qilgan burchaklarni mos ravishda α, β va γ lar bilan belgilaymiz. $\cos \alpha, \cos \beta$ va $\cos \gamma$ sonlar $\vec{a}$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari deyiladi. Ko'rinib turibdiki,

$$x = |\vec{a}| \cos \alpha, \quad y = |\vec{a}| \cos \beta, \quad z = |\vec{a}| \cos \gamma. \quad (2.1.5)$$

To'g'ri burchakli parallelepiped diogonalining kvadrati uning tomonlari kvadratlarning yig'indisiga teng bo'lganligi uchun $OA = x, OB = y, OC = z$ tengliklardan $\vec{a}$ vektorning uzunligi uchun quyidagi formula kelib chiqadi:

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2.1.6)$$

$\vec{a}$ vektor yo'naltiruvchi kosinuslarining shu vektorning koordinatalari orqali ifodalari (2.1.5) va (2.1.6) formulalardan kelib chiqadi:

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \cos \beta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \cos \gamma = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (2.1.7)$$

Bu yerdan quyidagi tenglik o'rinli bo'lishi ko'rinib turibdi:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1. \quad (2.1.8)$$

1-Misol. $\vec{a} = (12, -15, -16)$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslarini aniqlang.

$$\text{Yechish: } |\vec{a}| = \sqrt{12^2 + (-15)^2 + (-16)^2} = \sqrt{144 + 225 + 256} = 25.$$

Endi $x = 12; y = -15; z = -16$ ekanligini e'tiborga olib yo'naltiruvchi kosinuslarni aniqlaymiz.

$$\cos \alpha = \frac{12}{25}; \cos \beta = -\frac{15}{25}; \cos \gamma = -\frac{16}{25}.$$

Vektor tushunchasi. Vektorning uzunligi.

O'zlarining son qiymati va yo'nalishi bilan aniqlanadigan miqdorlar vektorlar deb ataladi. $M_1(x_1, y_1, z_1)$ va $M_2(x_2, y_2, z_2)$ nuqtalar mos ravishda $\vec{a}$ vektorning boshi va oxiri bo'lsin. U holda $\vec{a}$ vektorning koordinatalari quyidagicha aniqlanadi.

$$\vec{a} = \overrightarrow{M_1 M_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) \quad (2.1.9)$$

$\vec{a}$ vektorning uzunligiga teng bo'lgan son uning moduli deyiladi va quyidagicha aniqlanadi.

$$|\vec{a}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (2.1.10)$$

Agar $\vec{a}$ vektor koordinata o'qlari bilan mos ravishda α, β va γ burchaklar hosil qilsa, u holda $\cos \alpha, \cos \beta$ va $\cos \gamma, \vec{a}$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari deyiladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$\cos \alpha = \frac{X}{|\vec{a}|}; \quad \cos \beta = \frac{Y}{|\vec{a}|}; \quad \cos \gamma = \frac{Z}{|\vec{a}|}$$

Bu yerda: $X = x_2 - x_1, \quad Y = y_2 - y_1, \quad Z = z_2 - z_1$

Vektorning o'qqa proektsiyasi. $\vec{a}$ vektorning Y o'qqa proektsiyasi, uning moduli va Y o'q bilan tashkil qilgan burchagi φ orqali quyidagicha aniqlanadi.

$$pr_Y \vec{a} = |\vec{a}| \cos \varphi$$

Ixtiyoriy $\vec{a}$ vektorning berilgan koordinatalar sistemasiga proektsiyasini X, Y, Z orqali belgilaylik. U holda $\vec{a} = X, Y, Z$ va $|\vec{a}| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ bo'ladi.

2-Misol. $\vec{a} = (6, 3, -2)$ vektorning modulini toping.

Echish: Modulni topish formulasiga asosan

$$|\vec{a}| = \sqrt{6^2 + 3^2 + (-2)^2} = \sqrt{36 + 9 + 4} = \sqrt{49} = 7$$

3-Misol. $A(3, -1, 2)$ va $B(-1, 2, 1)$ nuqtalar berilgan. $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalarini toping.

Yechish: $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalarini topish uchun mos ravishda B nuqtaning koordinatalaridan A nuqtaning koordinatalarini ayiramiz.

$$\overrightarrow{AB} = (-1 - 3, 2 - (-1), 1 - 2) = (-4, 3, -1)$$

Vektorlarni qo'shish va ayirish: Agar $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar koordinatalari berilgan bo'lsa, ya'ni

$$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1) \text{ va } \vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$$

u holda

$$\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2), \quad \vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$$

Agar $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ bo'lsa, u holda har qanday α son uchun quyidagi formula o'rinli

$$\alpha \vec{a} = (\alpha x_1, \alpha y_1, \alpha z_1).$$

Bir to'g'ri chiziqda yoki parallel to'g'ri chiziqlarda yotuvchi vektorlar kolleniar vektorlar deb ataladi. $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ va $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ vektorlarning kolleniarlik sharti quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ uchlik vektorlar bazis koordinatalari deyiladi, agar quyidagi uchta shart bajarilsa,

- 1) $\vec{i}$ vektor OX o'qida, $\vec{j}$ vektor OY o'qida, $\vec{k}$ vektor OZ o'qida yotadi.
- 2) har bir $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ vektorlar o'z o'qlarida musbat tomonga yo'nalgan bo'ladi.
- 3) $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ vektorlar, birlik vektorlar, ya'ni $|\vec{i}| = 1, |\vec{j}| = 1, |\vec{k}| = 1$ $\vec{a}$ vektor qanday bo'lishidan qat'iy nazar uni har doim $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bazislar bo'yicha yoyish mumkin, ya'ni $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$. Bu yerda x_1, y_1, z_1 — $\vec{a}$ vektorning koordinatalari.

4-Misol. $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ va $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ vektorlar berilgan $2\vec{a} + 3\vec{b}$ vektorlar yig'indisini toping.

Yechish: $\vec{a}$ koordinatalari, $\vec{a} = (1, 3, -2)$ xuddi shuningdek $\vec{b} = (2, 1, 4)$. Endi $2\vec{a}$ va $3\vec{b}$. Vektorlarni aniqlaymiz. $2\vec{a} = (2, 6, -4)$; $3\vec{b} = (6, 3, 12)$. Demak,

$$2\vec{a} + 3\vec{b} = (2 + 6, 6 + 3, -4 + 12) = (8, 9, 8).$$

5-Misol. $\vec{a} = (4, 2, 0)$ vektorni $\vec{p} = (1, -1, 2), \vec{q} = (2, 2, -1)$ va $\vec{r} = (3, 7, -7)$ vektorlar bo'yicha yoying.

Yechish. $\vec{a}$ vektorni $\vec{p}, \vec{q}$ va $\vec{r}$ vektorlar bo'yicha yoyish, $\vec{a}$ vektorni chiziqli kombinatsiya ko'rinishida ifodalash demakdir. $\vec{a} = c_1\vec{p} + c_2\vec{q} + c_3\vec{r}$, bu yyerda c_1, c_2 va c_3 - topilishi kerak bo'lgan sonlar.

Koordinata ko'rinishida bu quyidagicha bo'ladi.

$$4\vec{i} + 2\vec{j} + 0 \cdot \vec{k} = (c_1 + 2c_2 + 3c_3)\vec{i} + (-c_1 + 2c_2 + 7c_3)\vec{j} + (2c_1 - c_2 - 7c_3)\vec{k}$$

Natijada quyidagi tenglamalar tizimini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} c_1 + 2c_2 + 3c_3 = 4 \\ -c_1 + 2c_2 + 7c_3 = 2 \\ 2c_1 - c_2 - 7c_3 = 0 \end{cases}$$

Buni yechib, $c_1 = 3; c_2 = -1; c_3 = 1$ ekanligini topamiz. Demak,

$$\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q} + \vec{r}.$$

6-Misol. $\vec{a} = (6, -2, -3)$ vektorning birlik vektorini toping.

Yechish: Birlik vektorni quyidagicha yozish mumkin.

$$\vec{a^0} = \vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \cos \beta + \vec{k} \cos \gamma$$

Endi $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ larni topamiz

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a_x}}{|\vec{a}|}; \cos \beta = \frac{\vec{a_y}}{|\vec{a}|}; \cos \gamma = \frac{\vec{a_z}}{|\vec{a}|}$$

$|\vec{a}| = \sqrt{6^2 + (-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{49} = 7$ bo'lgani uchun. Bundan $\cos \alpha = \frac{6}{7};$

$\cos \beta = -\frac{2}{7}; \cos \gamma = -\frac{3}{7}$ ga ega bo'lamiz. Demak, $\vec{a^0} = \left(\frac{6}{7}, -\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}\right).$

Ikki vektorning skalyar ko'paytmasi deb, shu vektorlar uzunliklari bilan ular orasidagi φ burchak kosinusining ko'paytmasiga teng bo'lgan songa aytiladi, ya'ni

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi. \quad (2.1.11)$$

$pr_{\vec{a}} \vec{b} = |\vec{b}| \cos \varphi$ va $pr_{\vec{b}} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \varphi$ tengliklardan skalyar ko'paytma uchun quyidagi tengliklar o'rinli:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| pr_{\vec{b}} \vec{a} = |\vec{b}| pr_{\vec{a}} \vec{b} \quad (2.1.12)$$

Ikki vektor ortogonalligi (perpendikularligi)ning etarli va zaruriy sharti shu vektorlar skalyar ko'paytmasining nolga tengligidir. Ikki $\vec{a}$ va $\vec{b}$ nolmas vektorlar agar ularning skalyar ko'paytmasi musbat (manfiy) bo'lsa, o'tkir (o'tmas) burchak tashkil etadi.

Vektorlarning skalyar ko'paytmasi quyidagi to'rtta xossaga ega:

- 1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (o'rin almashtirish yoki kommutativlik);
- 2) $(\alpha \vec{a}) \vec{b} = \alpha (\vec{a} \cdot \vec{b})$ (sonli ko'paytmaga nisbatan guruhlash yoki bir jinslilik);
- 3) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ (taqsimot xossasi yoki assotsiativlik);
- 4) $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 > 0$, agar $\vec{a}$ – nolmas vektor bo'lsa; $\vec{a}^2 = 0$, agar $\vec{a}$ – nol vektor bo'lsa.

Bu xossalarni (2.1.11) va (2.1.12) formulalar yordamida osongina isbotlash mumkin.

Agar $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar to'g'ri burchakli dekart koordinatalari $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ bilan aniqlangan bo'lsa, ularning skalyar ko'paytmasi mos koordinatalari ko'paytmalarining yig'indisiga teng bo'ladi, ya'ni

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2. \quad (2.1.13)$$

Bu formulani isbotlashda $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bazis vektorlarning juft-juft ortogonalligi va birlik uzunlikka ega ekanligi, ya'ni

$$\begin{aligned} \vec{i} \cdot \vec{i} = 1, \quad \vec{j} \cdot \vec{i} = 0, \quad \vec{k} \cdot \vec{i} = 0, \quad \vec{j} \cdot \vec{j} = 1, \quad \vec{k} \cdot \vec{j} = 0, \\ \vec{i} \cdot \vec{j} = 0, \quad \vec{i} \cdot \vec{k} = 0, \quad \vec{j} \cdot \vec{k} = 0, \quad \vec{k} \cdot \vec{k} = 1. \end{aligned}$$

larni hisobga olish etarli.

$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ va $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ vektorlar ortogonalligining etarli va zaruriy sharti quyidagi tenglikdir:

$$x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = 0 \quad (2.1.14)$$

$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ va $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ vektorlar orasidagi φ burchak quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\cos \varphi = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}. \quad (2.1.15)$$

7-Misol. Agar $\vec{b} = (1, -3, 4)$, $\vec{c} = (3, -4, 2)$ va $\vec{a} = (-1, 1, 4)$ bo'lsa, $\vec{a}$ vektorning $\vec{b} + \vec{c}$ vektorga proektsiyasini hisoblang.

Yechish: Yuqoridagi 2.1.10 formuladan foydalanamiz:

$$pr_{\vec{b}+\vec{c}} \vec{a} = \frac{\vec{a}(\vec{b} + \vec{c})}{|\vec{b} + \vec{c}|}$$

$\vec{a}(\vec{b} + \vec{c})$ va $|\vec{b} + \vec{c}|$ ifodalarni hisoblaymiz.

$$\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = 1(3 - 1) - 3(-4 + 1) + 4(2 + 4) = 35$$

$$|\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{(3 - 1)^2 + (-4 + 1)^2 + (2 + 4)^2} = 7$$

bundan $pr_{\vec{b}+\vec{c}} \vec{a} = 5$.

2.1.8-ta'rif. Agar $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ nokomplanar vektorlarning boshlari umumiy nuqtaga keltirilganda $\vec{c}$ vektor $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar bilan aniqlangan tekislikka nisbatan shunday tomonda bo'lsa, u tomondan qaraganda $\vec{a}$ dan $\vec{b}$ gacha qisqa buralish soat strelkasiga qarama-qarshi (soat strelkasi bo'ylab) yo'nalgan bo'lsa, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ nokomplanar vektorlar o'ng (chap) deyiladi, $\vec{a}$ vektorni $\vec{b}$ vektorga vektorial ko'paytmasi deb, $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ yoki $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$ belgi bilan belgilanuvchi va quyidagi uch shartni qanoatlantiruvchi $\vec{c}$ vektorga aytiladi:

1) $\vec{c}$ vektorning uzunligi $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar uzunliklari bilan ular orasidagi φ burchak kosinusining ko'paytmasiga teng, ya'ni:

$$|\vec{c}| = |[\vec{a}, \vec{b}]| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi; \quad (2.1.16)$$

2) $\vec{c}$ vektor $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning har biriga ortogonal;

3) $\vec{c}$ vektor yo'nalishi shundayki, $\vec{a}, \vec{b}$ vektorlar o'ng bo'ladi.

(2.1.16) dan ko'rinib turibdiki, $\vec{c}$ vektor uzunligining kattaligi $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarga qurilgan parallelogramning yuziga teng.

Ikki vektorning kollinarlik sharti ular vektorial ko'paytmasining nolga tengligidir.

Vektorlarning vektorial ko'paytmasi quyidagi to'rtta xossaga ega:

1. $[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}]$ – antikommutativlik;
2. $[(\alpha \vec{a}), \vec{b}] = \alpha [\vec{a}, \vec{b}]$ – birjinslilik;
3. $[(\vec{a} + \vec{b}), \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}]$ – assotsiativlik;
4. Ixtiyoriy $\vec{a}$ vektor uchun $[\vec{a}, \vec{a}] = 0$.

Bu xossalar osongina isbotlanadi.

Agar ikki $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektor o'zlarining to'g'ri burchakli dekart koordinatalari $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ va $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ bilan aniqlangan bo'lsa, bu vektorlarning vektorial ko'paytmasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{a} \times \vec{b} = (y_1 z_2 - y_2 z_1; z_1 x_2 - z_2 x_1; x_1 y_2 - x_2 y_1) =$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} \quad (2.1.17)$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bazis vektorlarning o'zaro ortogonalligi, o'ng uchlik tashkil qilishi va birlik uzunlikka ega ekanligi, ya'ni

$$[\vec{i}, \vec{i}] = 0, \quad [\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}, \quad [\vec{i}, \vec{k}] = -\vec{j}, \quad [\vec{j}, \vec{i}] = -\vec{k}, \quad [\vec{j}, \vec{j}] = 0,$$

$$[\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}, \quad [\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}, \quad [\vec{k}, \vec{j}] = -\vec{i}, \quad [\vec{k}, \vec{k}] = 0.$$

larni hisobga olib, (2.1.17) formulani osongina isbotlash mumkin.

Ixtiyoriy $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlar berilgan bo'lsin. Agar $\vec{a}$ vektorni $\vec{b}$ vektorga vektorial ko'paytirish natijasida hosil bo'lgan $[\vec{a}, \vec{b}]$ vektor $\vec{c}$ vektorga skalyar ko'paytirilsa, $\vec{a}, \vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlarning aralash ko'paytmasi deb atalgan $[\vec{a}, \vec{b}]\vec{c}$ son hosil bo'ladi.

$[\vec{a}, \vec{b}]\vec{c}$ aralash ko'paytma, agar berilgan $\vec{a}, \vec{b}$ va $\vec{c}$ uchlik o'ng bo'lsa, musbat ishora bilan, aks holda, manfiy ishora bilan, boshlari umumiy nuqtaga keltirilgan $\vec{a}, \vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlarga qurilgan parallelepipedning hajmiga teng. Ko'rinib turibdiki, agar $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ komplanar bo'lsa, ularning aralash ko'paytmasi nolga teng. Osongina ko'rinib turibdiki, $[\vec{a}, \vec{b}]\vec{c} = \vec{a}[\vec{b}, \vec{c}]$, chunki har ikki son kattaligi bo'yicha bir xil parallelepipedning hajmiga teng va ikkala uchlik bir xil yo'nalishli, ya'ni ikkalasi ham o'ng, yoki chap bo'lsa.

Shuning uchun $\vec{a}, \vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlarning aralash ko'paytmasi aynan qaysi ikkita vektor vektorial ko'paytirilayotganligi (birinchi ikkitasi yoki oxirgi ikkitasi) ko'rsatilmasdan oddiy $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ ko'rinishda yoziladi.

Uchta vektor komplanarligining etarli va zaruriy sharti ularning aralash ko'paytmasi nolga tengligidir.

Agar $\vec{a}, \vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar o'zlarining to'g'ri burchakli dekart koordinatalari $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1), \vec{b} = (x_2; y_2; z_2), \vec{c} = (x_3; y_3; z_3)$ bilan aniqlangan bo'lsa, ularning aralash ko'paytmasi $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ satrlari mos ravishda ko'paytirilayotgan vektorlarning koordinatalari (komponentalari) dan iborat determinantga teng, ya'ni

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} \quad (2.1.18)$$

Haqiqatan, $[\vec{a}, \vec{b}] = \{y_1z_2 - y_2z_1; z_1x_2 - z_2x_1; x_1y_2 - x_2y_1\}$ va $\vec{c} = \{x_3; y_3; z_3\}$ ekanligidan (2.1.18) formulaga asosan $[\vec{a}, \vec{b}]$ va $\vec{c}$ vektorlarning $[\vec{a}, \vec{b}]\vec{c}$ skalyar ko'paytmasi

$$[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = \vec{a}\vec{b}\vec{c} = x_3(y_1z_2 - y_2z_1) + y_3(z_1x_2 - z_2x_1) + z_3(x_1y_2 - x_2y_1)$$

ga teng, lekin bu (2.1.18) ning o'zi. Demak, $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$, $\vec{c} = (x_3; y_3; z_3)$ vektorlarning komplanarligining etarli va zaruriy sharti quyidagicha:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0$$

8-Misol. $B(5,1,0)$ nuqtaga qo'yilgan $\vec{F} = (1; -1; 1)$ kuch vektorining yo'naltiruvchi kosinuslarini va shu kuchning $A(3; 2; -1)$ nuqtaga nisbatan momentini toping.

Yechish: Kuch vektorining yo'naltiruvchi kosinuslarini topamiz.

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{|\vec{F}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \cos \beta = \frac{F_y}{|\vec{F}|} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \cos \gamma = \frac{F_z}{|\vec{F}|} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Kuch momenti $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 1)$ va $\vec{F}$ vektorlarning vektor ko'paytmasi kabi aniqlanadi.

$$\vec{m} = [\overrightarrow{AB}\vec{F}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -\vec{j} - \vec{k}$$

ya'ni $\vec{m} = (0; -1; -1)$.

Agar $\vec{b}$ vektorni $\vec{c}$ vektorga vektorial ko'paytirish natijasida hosil bo'lgan vektor $\vec{a}$ vektorga yana vektorial ko'paytirilsa, hosil bo'lgan $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]]$ vektor ikki karrali vektorial ko'paytma deyiladi. Ixtiyoriy $\vec{a}, \vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar uchun quyidagi formula o'rinli:

$$[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = \vec{b}(\vec{a}\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\vec{b}). \quad (2.1.19)$$

Bu formulani isbot qilish uchun to'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasini quyidagicha tanlab olamiz: bu vektorlar boshlarini umumiy nuqtaga – koordinatalar boshi O ga keltirilganda Oz o'q $\vec{c}$ vektor bo'ylab yo'nalgan, Oy o'q esa $\vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar bilan aniqlangan tekislikda joylashgan bo'lsin. U holda, ko'rinib turibdiki, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ quyidagi koordinatalarga ega bo'ladi: $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{b} = (0; y_2; z_2)$, $\vec{c} = (0; 0; z_3)$. (2.1.17) formulaga asosan $[\vec{b}, \vec{c}] = (y_2 z_3; 0; 0)$ va xuddi shu formuladan $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = (0; z_1 y_2 z_3; -y_1 y_2 z_3)$ tenglikka ega bo'lamiz. Boshqa tarafdin, ko'rinib turibdiki, $\vec{a}\vec{c} = z_1 z_3$, $\vec{a}\vec{b} = y_1 y_2 + z_1 z_2$, shuning uchun $\vec{b}(\vec{a}\vec{c}) = (0; y_2 z_1 z_3; z_1 z_2 z_3)$, $\vec{c}(\vec{a}\vec{b}) = (0; 0; y_1 y_2 z_3 + z_1 z_2 z_3)$. Bu tengliklarni solishtirib, (2.1.19) tenglikni osongina hosil qilamiz.

161. $\vec{a} = (6; 3; -2)$ vektorning modulini hisoblang.

162. Vektorning 2 ta koordinatasi $x = 4, y = -12$ berilgan. $|\vec{a}| = 13$ bo'lgan holda vektorning uchinchi z o'qining koordinatasini aniqlang.

163. $A(3; -1; 2)$ va $B(-1; 2; 1)$ nuqtalar berilgan. $\overrightarrow{AB}$ va $\overrightarrow{BA}$ vektorlar koordinatasini toping.

164. Agar $\vec{a} = (3; -1; 4)$ vektorning boshi $M(1; 2; -3)$ nuqta bilan boshlansa uning oxiri N nuqtani koordinatasini toping.

165. Agar $\vec{a} = (2; -3; -1)$ vektorning oxiri $(1; -1; 2)$ nuqta bilan tugasa uning boshini koordinatasini toping.

166. $|\vec{a}| = 2$ vektor moduli va $\alpha = 45^\circ, \beta = 60^\circ, \gamma = 120^\circ$ burchaklar berilgan. $\vec{a}$ vektorning koordinata o'qiga proektsiyasini toping.

167. $\vec{a} = (12; -15; -16)$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslarini toping.

168. $\vec{a} = \left(\frac{3}{13}; \frac{4}{13}; \frac{12}{13}\right)$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslarini toping

169. Vektor koordinata o'qlari bilan quyidagi burchaklarni hosil qilib biladimi:

1) $\alpha = 45^\circ, \beta = 60^\circ, \gamma = 120^\circ$;

2) $\alpha = 45^\circ, \beta = 135^\circ, \gamma = 60^\circ$;

3) $\alpha = 90^\circ, \beta = 150^\circ, \gamma = 60^\circ$?

170. Vektor 2 ta koordina o'qlari bilan quyidagi burchaklarni hosil qilib biladimi:

1) $\alpha = 30^\circ, \beta = 45^\circ$;

2) $\beta = 60^\circ, \gamma = 60^\circ$;

3) $\alpha = 150^\circ, \gamma = 30^\circ$?

171. Vektor Ox va Oz o'qlari bilan $\alpha = 120^\circ$ va $\gamma = 45^\circ$ burchaklar tashkil qiladi. Shu vektor Oy o'qi bilan qanday burchak hosil qiladi?

172. Ox va Oy koordinata o'qlari bilan $\vec{a}$ vektor $\alpha = 60^\circ, \beta = 120^\circ$ burchaklar hosil qiladi. $|\vec{a}| = 2$ bo'lganda uning koordinatalarini hisoblang.

173. Agar radius vektori koordinata o'qlari bilan bir xil burchaklar hosil qilsa va uning moduli 3 ga teng bo'lsa, shu vektorning koordinatalarini toping.

174. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ berilgan vektorlar bo'yicha har bir vektorlarni yasang:

1) $\vec{a} + \vec{b}$; 2) $\vec{a} - \vec{b}$; 3) $\vec{b} - \vec{a}$; 4) $-\vec{a} - \vec{b}$.

175. Berilgan: $|\vec{a}| = 13, |\vec{b}| = 19$ va $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$. $|\vec{a} - \vec{b}|$ ni hisoblang.

176. Berilgan: $|\vec{a}| = 11, |\vec{b}| = 23$ va $|\vec{a} - \vec{b}| = 30$. $|\vec{a} + \vec{b}|$ ni aniqlang.

177. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o'zaro perpendikulyar, bunda $|\vec{a}| = 5$ va $|\vec{b}| = 12$ bo'lsa, $|\vec{a} + \vec{b}|$ va $|\vec{a} - \vec{b}|$ ni aniqlang.

178. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchak $\varphi = 60^\circ$, bu yerda $|\vec{a}| = 5$ va $|\vec{b}| = 8$. $|\vec{a} + \vec{b}|$ va $|\vec{a} - \vec{b}|$ ni aniqlang.

179. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchak $\varphi = 120^\circ$, bu yerda $|\vec{a}| = 3$ va $|\vec{b}| = 5$. $|\vec{a} + \vec{b}|$ va $|\vec{a} - \vec{b}|$ ni aniqlang.

180. Quyidagi tengliklar o'rinli bo'lishi uchun a va b vektorlar qanday shartni qanoatlantirishi kerak:

1) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 2) $|\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{a} - \vec{b}|$, 3) $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a} - \vec{b}|$.

181. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchakni $\vec{a} + \vec{b}$ vektor teng ikkiga bo'lishi uchun, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar qanday shartni qanoatlantirishi kerak.

182. Berilgan $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar bo'yicha quyidagi har bir vektorlarni yasang:

- 1) $3\vec{a}$; 2) $-\frac{1}{2}\vec{b}$; 3) $2\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$; 4) $\frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$.

183. $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$ va $\overrightarrow{AC} = \vec{n}$ vektorlardan tashkil topgan ABC uchburchakda quyidagi vektorlarni yasang:

- 1) $\frac{\vec{m} + \vec{n}}{2}$, 2) $\frac{\vec{m} - \vec{n}}{2}$, 3) $\frac{\vec{n} - \vec{m}}{2}$, 4) $-\frac{\vec{m} + \vec{n}}{2}$

$\frac{1}{2}[\vec{n}]$ mashtab borligidan quyidagi vektorlarni ham yasang: 5) $[\vec{n}]\vec{m} + [\vec{m}]\vec{n}$,

- 6) $[\vec{n}]\vec{m} - [\vec{m}]\vec{n}$.

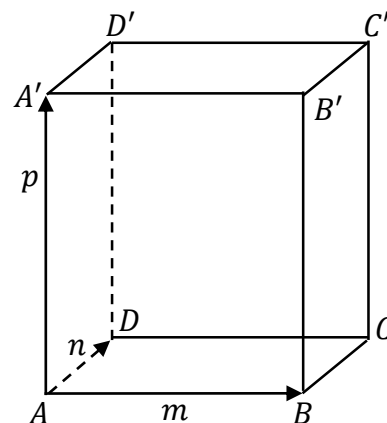
184. O nuqta ABC uchburchakning og'irlik markazi hisoblanadi. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 0$ ekanligini isbotlang.

185. $ABCDE$ to'g'ri burchakli beshburchakda uning tomonlariga to'g'ri keladigan vektorlar berilgan: $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{n}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{p}$, $\overrightarrow{EA} = \vec{r}$. Quyidagi vektorlarni yasang:

- 1) $\vec{m} - \vec{n} + \vec{p} - \vec{q} + \vec{r}$; 2) $\vec{m} + 2\vec{p} + \frac{1}{2}\vec{q} + \vec{r}$; 3) $2\vec{m} + \frac{1}{2}\vec{n} - 3\vec{m} - \vec{q} + 2\vec{r}$.

186. $ABCD A'B'C'D'$ parallelogrammning qirralariga mos vektorlar berilgan: $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{n}$, va $\overrightarrow{AA'} = \vec{p}$ (20-chizma). Quyidagi har bir vektorni yasang:

- 1) $\vec{m} + \vec{n} + \vec{p}$; 2) $\vec{m} + \vec{n} + \frac{1}{2}\vec{p}$; 3) $\frac{1}{2}\vec{m} - \frac{1}{2}\vec{n} + \vec{p}$;
4) $\vec{m} + \vec{n} - \vec{p}$ 5) $-\vec{m} - \vec{n} + \frac{1}{2}\vec{p}$.



20 - chizma

187. Bir nuqtaga bosilgan M, N va P kuchlar o'zaro perpendikulyar yo'nalgan. Agar $|M| = 2 \text{ kg}$, $|N| = 10 \text{ kg}$ va $|P| = 11 \text{ kg}$ ligi ma'lum bo'lsa, ularga bir xil ta'sir qiluvchi R kattalikni aniqlang.

188. 2 ta vektor $\vec{a} = (3; -2; 6)$ va $\vec{b} = (-2; 1; 0)$ berilgan. Quyidagi vektorlarning koordinata o'qlaridagi proektsiyalarini aniqlang:

- 1) $\vec{a} + \vec{b}$; 2) $\vec{a} - \vec{b}$; 3) $2\vec{a}$; 4) $-\frac{1}{2}\vec{b}$; 5) $2\vec{a} + 3\vec{b}$; 6) $\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b}$.

189. $\vec{a} = (2; -1; 3)$ va $\vec{b} = (-6; 3; -9)$ vektorlar kolleniariqligini tekshiring. Ularning qaysi biri necha marta uzunligini, qanday yo'nalganligini, bir tomonga yoki qarama-qarshi ekanligini ko'rsating.

190. α, β ning qanday qiymatida $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \beta\vec{k}$ va $\vec{b} = \alpha\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ vektorlar kolleniariqlar bo'ladi.

191. $A(3; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-1; 1; -3)$, $D(3; -5; 3)$ nuqtalar trapetsiyaning uchlari ekanligini tekshiring.

192. $A(-1; 5; -10)$, $B(5; -7; -8)$, $C(2; 2; -7)$ va $D(5; -4; 2)$ nuqtalar berilgan. $\overrightarrow{AB}$ va $\overrightarrow{CD}$ vektorlar kolleniariqligini tekshiring. Ularning qaysi biri necha marta uzunligini, qanday yo'nalganligini, bir tomonga yoki qarama-qarshi ekanligini ko'rsating.

193. $\vec{a} = (6; -2; -3)$ vektorning ordinata o'qini toping.

194. $\vec{a} = (3; 4; -12)$ vektorning ordinata o'qini toping.

195. $\vec{a} = (3; -5; 8)$ va $\vec{b} = (-1; 1; -4)$ vektorlar yig'indisi va ayirmasini modullarini toping.

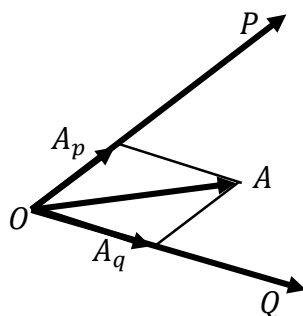
196. $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bazis bo'yicha vektorlar yoyilmasi berilgan: $\vec{c} = 16\vec{i} - 15\vec{j} + 12\vec{k}$. Shu bazis bo'yicha $\vec{c}$ vektorga parallel va qarama-qarshi $\vec{d}$ vektorning yoyilmasini aniqlang, bunda $|\vec{d}| = 75$ ga teng.

197. Ikkita $\vec{a} = (2; -3; 6)$ va $\vec{b} = (-1; 2; -2)$ vektorlar bir nuqtaga qo'yilgan. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchak bissektrissasiga yo'naltirilgan $\vec{c}$ vektor koordinatalarini aniqlang, bunda $|\vec{c}| = 3\sqrt{42}$ ga teng.

198. $\overrightarrow{AB} = (2; 6; -4)$ va $\overrightarrow{AC} = (4; 2; -2)$ vektorlar ABC uchburchakning tomonlariga mos keladi. Uchburchakning uchiga qo'yilgan va uning $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BN}, \overrightarrow{CP}$ medianalariga mos kelgan vektorlar koordinatalarini aniqlang.

199. Agar $\vec{p}$ va $\vec{q}$ — har qanday nokolleniariqlar vektorlar bo'lsa, unda tekislikdagi har qanday vektor quyidagi ko'rinishda ko'rsatish mumkinligini isbotlang: $\vec{a} = \alpha\vec{p} + \beta\vec{q}$. α va β sonlari $\vec{a}, \vec{p}$ va $\vec{q}$ vektorlari bilan bir xil

aniqlanishini isbotlang. ($\vec{a}$ vektorning $\vec{a} = \alpha\vec{p} + \beta\vec{q}$ ko'rinishi $\vec{p}, \vec{q}$ bazis bo'yicha yoyilmasi; α va β sonlar esa bu yoyilmaning koefitsiyentlari deyiladi.)



21 – chizma. **Vektorlarni umumiy nuqtaga keltirilgan tasviri.**

Isbot: $\vec{a}, \vec{p}$ va $\vec{q}$ vektorlarni umumiy nuqtaga keltiramiz va uni O deb belgilaymiz (21-rasm).

$\vec{a}$ vektorning oxirini A bilan belgilaymiz. A nuqta orqali $\vec{q}$ vektorga parallel to'g'ri chiziqli o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziqli bilan $\vec{p}$ vektorning harakat chegarasi kesishmasini A_p bilan belgilaymiz. $\vec{p}$ vektorga parallel A nuqta orqali to'g'ri chiziqli o'tkazamiz, $\vec{q}$ vektori harakat chegarasi bilan kesishmasini A_q ni hisil qilamiz.

Parallelogram qoidasi bo'yicha quyidagi hosil qilamiz:

$$\vec{a} = \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_p} + \overrightarrow{OA_q} \quad (2.1.20)$$

$\overrightarrow{OA_p}$ va $\vec{p}$ vektorlari bir to'g'ri chiziqli yotganligi sababli, $\overrightarrow{OA_p}$ vektori $\vec{p}$ vektorini α songa ko'paytirish orqali hosil qilish mumkin:

$$\overrightarrow{OA_p} = \alpha\vec{p}, \quad (2.1.21)$$

Xuddi shunday

$$\overrightarrow{OA_q} = \beta\vec{q}. \quad (2.1.22)$$

(2.1.20), (2.1.21) va (2.1.22) tengliklardan $\vec{a} = \alpha\vec{p} + \beta\vec{q}$ ni hosil qilamiz. Shunday qilib talab qilingan yoyilma isbotlandi. α va β koefitsiyentlarni isbotlash qoldi.

$\vec{a}$ vektori 2 ta yoyilmaga ega deb faraz qilaylik:

$$\vec{a} = \alpha\vec{p} + \beta\vec{q}, \quad \vec{a} = \alpha'\vec{p} + \beta'\vec{q} \quad \alpha' \neq \alpha.$$

Biridan boshqasini hadma-had ayirib quyidagini hosil qilamiz:

$$(\alpha' - \alpha)\vec{p} + (\beta' - \beta)\vec{q} = 0 \text{ yoki } \vec{p} = \frac{\beta - \beta'}{\alpha - \alpha'}\vec{q}$$

Lekin bu tenglik $\vec{p}$ va $\vec{q}$ vektorlarning bildiradi, garchi shart bo'yicha ular nokollinear. Natijada $\alpha' \neq \alpha$, tengsizligi o'rinli bo'lmaydi. Xuddi shunday $\beta' \neq \beta$ tengsizlik ham o'rinli bo'lmisligi isbotlandi. Shunday qilib, $\alpha' \neq \alpha$, $\beta' \neq \beta$, aniqrog'i ikkita har xil yoyilmaning bir xil vektorga ega bo'lishi mumkin emas.

200. Tekislikda ikkita vektorlar $\vec{p} = (2; -3)$, $\vec{q} = (1; 2)$ berilgan. $\vec{a} = (9; 4)$ vektorning $\vec{p}, \vec{q}$ bazisi bo'yicha yoyilmasini toping.

201. Tekislikda 3 ta $\vec{a} = (3; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1)$ va $\vec{c} = (7; -4)$ vektorlar berilgan. Har bir vektorning, qolgan 2 vektorni bazisi sifatida qabul qilib, yoyilmasini aniqlang.

202. 3 ta vektorlar $\vec{a} = (3; -1)$, $\vec{b} = (1; -2)$, $\vec{c} = (-1; 7)$ berilgan. $\vec{a}, \vec{b}$ bazisi bo'yicha $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ vektorning yoyilmasini aniqlang.

203. ABC uchburchakning tomonlariga mos kelgan $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ va $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ vektorlarni bazis sifatida qabul qilgan holda uchburchakning uchiga qo'yilgan va uning medianasiga mos kelgan vektorlar yoyilmasini aniqlang.

204. Tekislikda 4 ta nuqta berilgan: $A(1; -2)$, $B(2; 1)$, $C(3; 2)$ va $D(-2; 3)$. $\overrightarrow{AB}$ va $\overrightarrow{AC}$ vektorlarni bazis sifatida qabul qilgan holda $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CD}$ va $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$ vektorlar yoyilmasini aniqlang.

205. Agar $\vec{p}, \vec{q}$ va $\vec{r}$ — har qanday nokomplanar vektorlar bo'lganda, tekislikdagi har qaysi vektor quyidagicha ko'rsatilishini isbotlang:

$$\vec{a} = \alpha\vec{p} + \beta\vec{q} + \gamma\vec{r}$$

α, β, γ sonlar $\vec{a}, \vec{p}, \vec{q}$ va $\vec{r}$ vektorlari bilan bir xil aniqlanishini isbotlang. ($\vec{a}$ vektorning $\vec{a} = \alpha\vec{p} + \beta\vec{q} + \gamma\vec{r}$ ko'rinishida ko'rsatilishi uni $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ bazis bo'yicha yoyilishi deyiladi. α, β va γ bu yoyilmaning koeffitsiyentlari deb ataladi.)

Bir nuqtaga keltirilgandan keyin, ular bir tekislikda yotmasa, bu uchta vektor nokomplanar deyiladi .

206. 3 ta vektor $\vec{p} = (3; -2; 1)$, $\vec{q} = (-1; 1; -2)$, $\vec{r} = (2; 1; -3)$ berilgan. $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ bazis bo'yicha $\vec{c} = (11; -9; 5)$ vektorning yoyilmasini toping.

207. 4 ta $\vec{a} = (2; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; -1; 2)$, $\vec{c} = (2; 2; -1)$ va $\vec{d} = (3; 7; -7)$ berilgan. Har bir vektorning yoyilmasini qolgan 3 tani bazis sifatida qabul qilib aniqlang.

2.2. Vektorlarni skalyar ko'paytmasi va vektor ko'paytmasi.

Ikki vektorning skalyar ko'paytmasi deb, bu vektorlar modulining ular orasidagi burchak kosinusiga ko'paytmasiga aytiladi.

$\vec{a}, \vec{b}$ vektorlar skalyar ko'paytmasi $\vec{a}\vec{b}$ ko'rinishda belgilanadi (ularni qanday yozishni ahamiyati yo'q, $\vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{a}$).

Agar $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchak φ bilan belgilangan bo'lsa, ularning skalyar ko'paytmasi

$$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi \quad (2.2.1)$$

ko'rinishda bo'ladi.

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar skalyar ko'paytmasini quyidagi formula bilan ham ko'rsatish mumkin.

$$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot pr_{\vec{a}}\vec{b}, \quad \text{yoki} \quad \vec{a}\vec{b} = |\vec{b}| \cdot pr_{\vec{b}}\vec{a} \quad (2.2.2)$$

(2.2.1) formuladan, $\vec{a}\vec{b} > 0$, agar φ burchak — o'tkir bo'lsa, $\vec{a}\vec{b} < 0$, agar φ burchak — o'tmas bo'lsa; $\vec{a}\vec{b} = 0$, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ orasidagi burchak perpendikulyar bo'lganda (bazi hollarda $\vec{a}\vec{b} = 0$, agar $\vec{a} = 0$ yoki $\vec{b} = 0$) kelib chiqadi.

$\vec{a}\vec{a}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasi vektorlarning kvadrati deyiladi va $\vec{a}^2$ ko'rinishda belgilanadi. (2.2.1) formuladan, vektorlarning skalyar kvadrati uning moduli kvadratiga tengligi kelib chiqadi:

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$$

Agar $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o'zing koordinatalari bilan belgilanadi:

$$\vec{a} = (x_1; y_1; z_1), \quad \text{va} \quad \vec{b} = (x_2; y_2; z_2),$$

ularning skalyar ko'paytmasi quyidagi formuladan keltirib chiqariladi.

$$\vec{a}\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 \quad (2.2.3)$$

bu yerda vektorlar o'zaro perpendikulyar bo'lsa, ularning skalyar ko'paytmasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0.$$

Vektorlar orasidagi φ burchak

$$\vec{a} = (x_1; y_1; z_1), \quad \text{va} \quad \vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$$

$\cos \varphi = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ formulada yoki

$$\cos \varphi = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} \quad (2.2.4)$$

koordinatlarda beriladi.

208. $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ vektorlar va ular orasidagi burchak $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ ga teng bo'lsa quyidagilarni hisoblang:

$$\begin{aligned} &1) \vec{a}\vec{b}; \quad 2) \vec{a}^2; \quad 3) \vec{b}^2; \quad 4) (\vec{a} + \vec{b})^2; \\ &5) (3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b}); \quad 6) (\vec{a} - \vec{b})^2; \quad 7) (3\vec{a} + 2\vec{b})^2. \end{aligned}$$

209. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o'zaro perpendikulyar; $\vec{c}$ vektorni bu vektorlar bilan tashkil qilgan burchagi $\frac{\pi}{3}$ va modullari $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 8$ ga teng bo'lsa, quyidagilarni toping:

$$1) (3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{b} + 3\vec{c}); \quad 2) (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2; \quad 3) (\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c})^2.$$

210. Quyidagi ayniyatni isbotlang

$$(\vec{a} + \vec{b})^2 + (\vec{a} - \vec{b})^2 = 2(\vec{a}^2 + \vec{b}^2)$$

va uning geometrik tasvirini hosil qiling.

211. $\vec{a}$, $\vec{b}$ va $\vec{c}$ birlik vektorlar va $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ tenglik berilgan. $\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c} + \vec{c}\vec{a}$ ni hisoblang.

212. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ tenglikni qanoatlantiruvchi $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 1$ va $|\vec{c}| = 4$ vektorlar berilgan. $\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c} + \vec{c}\vec{a}$ ni hisoblang.

213. Modullari $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$ va $|\vec{c}| = 6$ ga teng bo'lgan $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlar bir biri bilan 60° tashkil qiladi. $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ vektorning modulini toping.

214. Agar $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ ga teng bo'lib, $(\vec{a} + \alpha\vec{b})$ va $(\vec{a} - \alpha\vec{b})$ vektorlar o'zaro perpendikulyar bo'lsa α ning qanday qiymatida o'rinli bo'ladi.

215. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarda qanday shartlar bajarilganda $(\vec{a} + \vec{b})$ vektor $(\vec{a} - \vec{b})$ vektorga perpendikulyar bo'ladi.

216. $\vec{p} - \vec{b}(\vec{a}\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\vec{b})$ vektor $\vec{a}$ vektorga perpendikulyar bo'lishini isbotlang.

217. $\vec{p} - \vec{b} - \frac{\vec{a}(\vec{a}\vec{b})}{a^2}$ vektor $\vec{a}$ vektorga perpendikulyar bo'lishini isbotlang.

218. Modullari $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 1$ ga teng va ular orasidagi burchak $\varphi = \frac{\pi}{6}$ berilgan. $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$ va $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$ vektorlar orasidagi α burchakni toping.

219. To'g'ri burchakli teng yonli uchburchakning o'tkir burchagi medianalari kesishishidan hosil bo'lgan o'tmas burchakni toping.

220. $\vec{x}$ vektorning geometrik tasviri oxirini toping, agar A nuqtadan boshlansa va $\vec{x}$ vektor quyidagi shartlarni qanoatlantirsa

$$\vec{x}\vec{a} = \alpha$$

bu yerda, $\vec{a}, \vec{b}$ — berilgan vektorlar va α — ma'lum son.

221. $\vec{x}$ vektorning geometrik tasviri oxirini toping, agar A nuqtadan boshlansa va $\vec{x}$ vektor quyidagi shartlarni qanoatlantirsa

$$\vec{x}\vec{a} = \alpha, \quad \vec{x}\vec{b} = \beta,$$

bu yerda $\vec{a}, \vec{b}$ — berilgan kollinear bo'lmagan vektorlar va α, β — berilgan sonlar.

222. $\vec{a} = (4; -2; -4)$, $\vec{b} = (6; -3; 2)$ vektorlar berilgan. Quyidagilarni hisoblang:

$$1) \vec{a}\vec{b}; \quad 2) \sqrt{\vec{a}^2}; \quad 3) \sqrt{\vec{b}^2} \quad 4) (2\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b}); \quad 5) (\vec{a} + \vec{b})^2; \quad 6) (\vec{a} - \vec{b})^2.$$

223. $A(-1; 3; -7)$, $B(2; -1; 5)$ va $C(0; 1; -5)$ nuqtalar berilgan. Quyidagilarni toping:

$$1) (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB})(2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}); \quad 2) \sqrt{\overrightarrow{AB}^2}; \quad 3) \sqrt{\overrightarrow{AC}^2};$$

4) $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})\overrightarrow{BC}$ va $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC})$ vektorlarning koordinatasini toping;

224. To'rtburchakning uchlari $A(1; -2; 2)$, $B(1; 4; 0)$, $C(-4; 1; 1)$ va $D(-5; -5; 3)$ berilgan. Uning $\overrightarrow{AC}$ va $\overrightarrow{BD}$ diagonalari perpendikulyar bo'lishini isbotlang.

225. α ning qanday qiymatlarida $\vec{a} = \alpha\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ va $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \alpha\vec{k}$ vektorlar perpendikulyar bo'ladi.

226. $\vec{a} = (2; -4; 4)$ va $\vec{b} = (-3; 2; 6)$ vektorlar orasidagi burchak kosinusini toping.

227. Uchburchakning $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$ va $C(3; 2; 1)$ uchlari berilgan. B uchining ichki burchagini toping.

228. Uchburchakning $A(3; 2; -3)$, $B(5; 1; -1)$ va $C(1; -2; 1)$ uchlari berilgan. A uchining tashqi burchagini toping.

229. Teng yonli uchburchak uchlari $A(1; 2; 1)$, $B(3; -1; 7)$, $C(7; 4; -2)$ berilgan. Uning ichki burchaklarini toping.

230. $\vec{x} \cdot \vec{a} = (6; -8; -7,5)$ vektorga kolleniar vektor bo'lib, Oz o'qi bilan o'tkir burchak tashkil qiladi. Moduli $|\vec{x}| = 50$ ekanligini bilgan holda, uning koordinatlarini toping.

231. $\vec{x} \cdot \vec{a} = (2; 1; -1)$ vektorga kolleniar vektor bo'lib, $\vec{x} \cdot \vec{a} = -3$ tenglikni qanoatlantiradi. $\vec{x}$ vektorni koordinatlarini toping.

232. $\vec{x} \cdot \vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ va $\vec{b} = 18\vec{i} - 22\vec{j} - 5\vec{k}$ vektorlarga perpendikulyar vektor bo'lib, Oy o'qi bilan o'tmas burchak tashkil qiladi. Modulini $|\vec{x}| = 14$ bilgan holda uning koordinatasini toping.

233. $\vec{x} \cdot \vec{a} = (2; 3; -1)$ va $\vec{b} = (1; -2; 3)$ vektorlarga perpendikulyar vektor. $\vec{x}(2i - y + k) = -6$ tenglikni qanoatlantiradigan $\vec{x}$ vektorni toping.

234. Ikki vektor berilgan: $\vec{a} = (3; -1; 5)$ va $\vec{b} = (1; 2; -3)$. Oz o'qiga perpendikulyar va

$$\vec{x} \cdot \vec{a} = 9, \vec{x} \cdot \vec{b} = -4$$

munosabatni qanoatlantiruvchi $\vec{x}$ vektorni toping.

235. Uchta vektor berilgan:

$$\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \quad \vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k} \quad \text{va} \quad \vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$$

$$\vec{x}\vec{a} = -5, \quad \vec{x}\vec{b} = -11, \quad \vec{x}\vec{c} = 20$$

lar o'rinli bo'lsa $\vec{x}$ vektorni toping.

236. Koordinata o'qlari o'tkir burchak hosil qilsa, $\vec{c} = (4; -3; 2)$ vektorning o'qlardagi proektsiyasini toping.

237. Ox , Oz koordinata o'qlari $\alpha = 45^\circ$, $\gamma = 60^\circ$ burchaklarni hosil qiladi, Oy o'qi — β o'tmas burchak. $\vec{c} = (\sqrt{2}; -3; -5)$ vektorning o'qlardagi proektsiyasini toping.

238. $A(3; -4; -2)$, $B(2; 5; -2)$ ikki nuqta berilgan. Ox , Oy koordinata o'qlari $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$ burchaklarni hosil qiladi, Oz o'qi — γ o'tmas burchak. $\overrightarrow{AB}$ vektorni o'qlardagi proektsiyalarini toping.

239. $\vec{a} = (5; 2; 5)$ vektorning $\vec{b} = (2; -1; 2)$ vektor o'qidagi proektsiyasini toping.

240. Uchta nuqta berilgan:

$$\vec{a} = 3\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k} \quad \text{va} \quad \vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}.$$

$(\vec{a} + \vec{b})$ vektorning $\vec{c}$ vektor o'qidagi proyeksiyasini toping.

241. Uchta nuqta berilgan:

$$\vec{a} = (1; -3; 4), \quad \vec{b} = (3; -4; 2) \quad \text{va} \quad \vec{c} = (-1; 1; 4).$$

$(\vec{a} + \vec{b})$ vektorning $\vec{c}$ vektor o'qidagi proyeksiyasini toping.

242. Uchta nuqta berilgan:

$$\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{b} = \vec{i} + 5\vec{j} \quad \text{va} \quad \vec{c} = 4\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}.$$

$(3\vec{a} - 2\vec{b})$ vektorning $\vec{c}$ vektor o'qidagi proektsiyasini toping.

243. $M(-5; 7; -6)$ va $N(7; -9; 9)$ nuqtalar berilgan. $\vec{a} = (1; -3; 1)$ vektorning $\overrightarrow{MN}$ vektordagi proektsiyasini toping.

244. $A(-2; 3; -4)$, $B(3; 2; 5)$, $C(1; -1; 2)$, $D(3; 2; -4)$ nuqtalar berilgan. B nuqtani $\overrightarrow{CD}$ vektordagi proektsiyasini toping.

245. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o'zaro $\frac{\pi}{4}$; $\vec{c}$ vektorni bu vektorlar bilan tashkil qilgan burchagi $\frac{\pi}{6}$ va modullari $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 8$ ga teng bo'lsa, quyidagilarni toping:

$$1) (3\vec{a} - 4\vec{b})(2\vec{b} + 3\vec{c}); \quad 2) (\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c})^2; \quad 3) (3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})^2.$$

246. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o'zaro $\frac{2\pi}{3}$; $\vec{c}$ vektorni bu vektorlar bilan tashkil qilgan burchagi $\frac{5\pi}{4}$ va modullari $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 8$ ga teng bo'lsa, quyidagilarni toping:

$$1) (\vec{a} - 4\vec{b})(2\vec{b} + \vec{c}); \quad 2) (2\vec{a} + \vec{b} + 5\vec{c})^2; \quad 3) (\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c})^2.$$

247. Modullari $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $|\vec{c}| = 5$ ga, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchak $\frac{\pi}{2}$; $\vec{a}$ va $\vec{c}$ vektorlar orasidagi burchak $\frac{2\pi}{3}$; $\vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar orasidagi burchak esa $\frac{\pi}{3}$ bo'lsa quyidagilarni toping.

$$1) |\vec{a} - 2\vec{b}| \quad 2) |3\vec{a} + 4\vec{b}| \quad 3) |2\vec{b} - 4\vec{c}| \quad 4) |\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}| \quad 5) |2\vec{a} - 3\vec{c}|$$

$$6) (3\vec{c} - 4\vec{b})(2\vec{b} + 3\vec{c}) \quad 7) (\vec{a} - 3\vec{b})(3\vec{a} - 2\vec{c}) \quad 8) (2\vec{a} - 3\vec{b}) \wedge (2\vec{b} - 3\vec{a})$$

$$9) (2\vec{a} - 4\vec{b}) \wedge (2\vec{a} - 3\vec{b}) \quad 10) (3\vec{a} + 4\vec{b}) \wedge (2\vec{b} - 4\vec{a})$$

248. Uchta nuqta berilgan:

$$\vec{a} = \vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}, \quad \vec{b} = 3\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k} \quad \text{va} \quad \vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}.$$

$(\vec{a} + \vec{c})$ vektorning $\vec{b}$ vektor o'qidagi proyeksiyasini toping.

249. $\vec{p}$ va $\vec{q}$ vektorlarning uchta o'zaro perpendikulyar $\vec{a}$, $\vec{b}$ va $\vec{c}$ birlik vektorlar bo'yicha berilgan

$$\vec{p} = 3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}; \quad \vec{q} = \vec{a} - 4\vec{b} - 5\vec{c}$$

yoyilmalaridan foydalanib, $\vec{p}\vec{q}$ skalyar ko'paytmani hisoblang.

250. $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$ va $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$ ma'lum bo'lsa, α ning qanday qiymatida $\vec{p} = \alpha\vec{a} + 17\vec{b}$ va $\vec{q} = 5\vec{c} - 4\vec{t}$ vektorlarning bir-biriga perpendikulyar bo'lishi aniqlansin.

251. To'rtta nuqta berilgan $\vec{a}(3; 2; -1)$, $\vec{b}(-4; 2; 1)$, $\vec{c}(1; 3; -2)$ va $\vec{d}(-5; 4; 3)$. Bularning har birini qolgan uchta orqali ifodalang.

252. Agar $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 5$ vektorlar berilgan bo'lib, ular orasidagi burchak $\varphi = \frac{\pi}{6}$ ga teng bo'lsa $||[\vec{a}\vec{b}]||$ toping.

253. Agar $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 2$ va $\vec{a}\vec{b} = 12$ berilgan bo'lsa, $||[\vec{a}\vec{b}]||$ ni toping.

254. Agar $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 26$ va $||[\vec{a}\vec{b}]|| = 72$ berilgan bo'lsa, $\vec{a}\vec{b}$ ni toping.

255. O'zaro perpendikulyar $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar berilgan. $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ larni bilgan holda quyidagilarni toping:

$$1) ||[(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b})]||; \quad 2) ||[(3\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} - 2\vec{b})]||.$$

256. O'zaro $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ burchak tashkil qilgan $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar berilgan. $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$ larni bilgan holda quyidagilarni toping:

$$1) [\vec{a}\vec{b}]^2; \quad 2) [(2\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})]^2; \quad 3) [(\vec{a} + 3\vec{b})(3\vec{a} - \vec{b})]^2;$$

257. $\vec{a} + \vec{b}$ vektor va $\vec{a} - \vec{b}$ vektor - kollinear bo'lishi uchun $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar qanday shartlarni bajarishi kerak?

$$258. \text{Ayniyatni isbotlang: } [\vec{a}\vec{b}]^2 + (\vec{a}\vec{b})^2 = \vec{a}^2\vec{b}^2.$$

259. Har qanday hollarda ham $[\vec{a}\vec{b}]^2 \leq a^2b^2$ bu tengsizlik to'g'ri bo'lishini isbotlang?

260. Quyida $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}, \vec{n}$ vektorlarning ko'paytmasi berilgan. $\vec{a} = [\vec{p}\vec{n}]$, $\vec{b} = [\vec{q}\vec{n}]$, $\vec{c} = [\vec{r}\vec{n}]$. Bu vektorlarning komplanar ekanligini isbotlang.

261. Agar $\vec{a}, \vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar orasida $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ bo'lsa, quyidagini isbotlang:

$$[\vec{a}\vec{b}] = [\vec{b}\vec{c}] = [\vec{c}\vec{a}].$$

262. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ va $\vec{d}$ vektorlar orasida $[\vec{a}\vec{b}] = [\vec{c}\vec{d}]$; $[\vec{a}\vec{c}] = [\vec{b}\vec{d}]$ munosabat o'rinli bo'lishi uchun, $\vec{a} - \vec{d}$ va $\vec{b} - \vec{c}$ vektorlar kollinear bo'lishi kerakligini isbotlang.

263. $\vec{a} = (3; -1; -2)$ va $\vec{b} = (1; 2; -1)$ vektorlar berilgan. Quyidagi vektor ko'paytmalarning koordinatalarini toping:

$$1) [\vec{a}\vec{b}]; \quad 2) [(2\vec{a} + \vec{b})\vec{b}]; \quad 3) [(2\vec{a} - \vec{b})(2\vec{a} + \vec{b})].$$

264. $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$ va $C(3; 2; 1)$ nuqtalar berilgan. Quyidagi vektor ko'paytmalarning koordinatalarini toping:

$$1) [\overrightarrow{AB} \overrightarrow{BC}]; \quad 2) [(\overrightarrow{BC} - 2 \overrightarrow{CA}) \overrightarrow{CB}].$$

265. $A(2; -1; 1)$ nuqtaga $f = (3; 2; -4)$ kuch ta'sir etadi. Koordinata boshiga nisbatan bu kuchning momentini toping.

266. $M_0(4; -2; 3)$ nuqtaga $P = (2; -4; 5)$ kuch ta'sir etadi. $A(3; 2; -1)$ nuqtaga nisbatan bu kuchning momentini toping.

267. $A(1; 2; 0)$, $B(3; 0; -3)$ va $C(5; 2; 6)$ nuqtalar berilgan. ABC uchburchakning yuzini toping.

268. $A(1; -1; 2)$, $B(5; -6; 2)$ va $C(1; 3; -1)$ uchburchakning uchlari berilgan. Uchburchakning B uchidan chiqib AC tomoniga tushirilgan balandlikni uzunligini toping.

269. $\vec{a} = (2; -2; 1)$ va $\vec{b} = (2; 3; 6)$ vektorlar orasidagi burchak sinusini toping.

270. $\vec{x}$ vektor $\vec{a} = (4; -2; -3)$ va $\vec{d} = (0; 1; 3)$ vektorlar bilan perpendikulyar bo'lib, Oy o'qi bilan o'tmas burchak tashkil qiladi. Agar $|\vec{x}| = 26$ bo'lsa, uning koordinatalarini toping.

271. $\vec{m}$ vektor Oz o'qiga va $\vec{a} = (8; -15; 3)$ vektorga perpendikulyar bo'lib, Ox o'qi bilan o'tkir burchak tashkil qiladi. Agar $|\vec{m}| = 51$ bo'lsa uning koordinatalarini toping.

272. $\vec{x}(\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}) = 10$ shartni qanoatlantiruvchi va $\vec{a} = (2; -3; 1)$ va $\vec{b} = (1; -2; 3)$ vektorlarga perpendikulyar bo'lgan $\vec{x}$ vektorni toping.

273. Ayniyatni isbotlang:

$$(l_1^2 + m_1^2 + n_1^2)(l_2^2 + m_2^2 + n_2^2) - (l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2)^2 = \\ = (m_1 n_2 + m_2 n_1)^2 + (l_2 n_1 - l_1 n_2)^2 + (l_1 m_2 - l_2 m_1)^2$$

Ko'rsatma: 255 masaladagi ayniyatdan foydalaning.

274. Vektorlar berilgan:

$$\vec{a} = (2; -3; 1), \quad \vec{b} = (-3; 1; 2) \quad \text{va} \quad \vec{c} = (1; 2; 3).$$

$[[\vec{a}\vec{b}]\vec{c}]$ va $[\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]]$ vektorlarni toping.

275. Ayniyatni isbotlang

$$[\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]] = \vec{b}(\vec{a}\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\vec{b}).$$

276. $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ va $\vec{c} = \vec{j} - \vec{k}$ vektorlar berilgan bo'lsa, quyidagilarni toping.

- 1) $[\vec{a}\vec{b}]$ 2) $[\vec{b}\vec{c}]$ 3) $[\vec{a}\vec{c}]$ 4) $[[\vec{a}\vec{c}]\vec{b}]$ 5) $[[\vec{a}\vec{b}]\vec{c}]$ 6) $[\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]]$
- 7) $([\vec{a}\vec{b}]\vec{c})$ 8) $([\vec{a}\vec{c}]\vec{b})$ 9) $(\vec{a}[\vec{b}\vec{c}])$ 10) $[(2\vec{a} - 3\vec{b})(4\vec{a} - 5\vec{c})]$
- 11) $[(\vec{a} - 2\vec{c})(3\vec{b} - 2\vec{a})]$ 12) $[(2\vec{b} + \vec{c})(3\vec{a} - \vec{c})(\vec{b} - 2\vec{a})]$
- 13) $[(2\vec{a} - 5\vec{c})(2\vec{b} + 3\vec{c})(3\vec{b} - \vec{c})]$ 14) $((\vec{a}\vec{b})\vec{c})$ 15) $((\vec{b}\vec{c})\vec{a})$

277. $\vec{a} = -1\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 1\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ va $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ vektorlar berilgan. Quyidagilarni toping:

- 1) $([ac][bc])$ 2) $[ab](bc)$ 3) $[(2\vec{a} + \vec{b})(2\vec{b} + \vec{a})]\vec{c}$

278. $\vec{a} = -1\vec{i} + 3\vec{j} + 1\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 2\vec{k}$ va $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ vektorlar berilgan. Quyidagilarni toping:

- 1) $(\vec{a}[\vec{c}\vec{b}]);$ 2) $(\vec{c}[\vec{a}\vec{b}]);$ 3) $[\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]];$ 4) $[\vec{b}[\vec{a}\vec{c}]];$
- 5) $([\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]]\vec{c});$ 6) $([\vec{a}[\vec{a}\vec{c}]] [\vec{b}[\vec{a}\vec{c}]]).$

279. Ayniyatni isbotlang:

- 1) $[\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]] + [\vec{b}[\vec{a}\vec{c}]] + [\vec{c}[\vec{a}\vec{b}]] = 0;$
- 2) $[\vec{a}\vec{b}][\vec{c}\vec{d}] = (\vec{a}\vec{c})(\vec{b}\vec{d}) - (\vec{a}\vec{d})(\vec{b}\vec{c});$
- 3) $[\vec{a}\vec{b}][\vec{c}\vec{d}] + [\vec{a}\vec{c}][\vec{d}\vec{b}] + [\vec{a}\vec{d}][\vec{b}\vec{c}] = 0;$
- 4) $[[\vec{a}\vec{b}][\vec{c}\vec{d}]] = \vec{c}(\vec{a}\vec{b}\vec{d}) - \vec{d}(\vec{a}\vec{b}\vec{c});$
- 5) $[\vec{a}\vec{b}][\vec{b}\vec{c}][\vec{c}\vec{a}] = (\vec{a}\vec{b}\vec{c})^2;$
- 6) $\left[\vec{a} \left[\vec{a} \left[\vec{a}[\vec{a}\vec{b}] \right] \right] \right] = \vec{a}^4 \vec{b}$ bu yerda, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o'zaro perpendikulyar;
- 7) $[\vec{a}(\vec{b}[\vec{c}\vec{d}])] = [\vec{a}\vec{c}](\vec{b}\vec{d}) - [\vec{a}\vec{d}](\vec{b}\vec{c});$
- 8) $\left[\vec{a} \left[\vec{b}[\vec{c}\vec{d}] \right] \right] = (\vec{a}\vec{c}\vec{d})\vec{b} - (\vec{a}\vec{b})[\vec{c}\vec{d}];$

$$9) [\vec{a}\vec{b}]^2 [\vec{a}\vec{c}]^2 - ([\vec{a}\vec{b}][\vec{a}\vec{c}])^2 = \vec{a}^2 (\vec{a}\vec{b}\vec{c})^2;$$

$$10) [[\vec{a}\vec{b}][\vec{b}\vec{c}]] [[\vec{b}\vec{c}][\vec{c}\vec{a}]] [[\vec{c}\vec{a}][\vec{a}\vec{b}]] = (\vec{a}\vec{b}\vec{c})^4;$$

$$11) (\vec{a}\vec{b})[\vec{c}\vec{d}] + (\vec{a}\vec{c})[\vec{d}\vec{b}] + (\vec{a}\vec{d})[\vec{b}\vec{c}] = \vec{a}(\vec{b}\vec{c}\vec{d});$$

$$12) (\vec{a}\vec{b}\vec{c})(\vec{a}\vec{d}\vec{e}) = \begin{vmatrix} \vec{a}\vec{b}\vec{d} & \vec{a}\vec{b}\vec{e} \\ \vec{a}\vec{c}\vec{d} & \vec{a}\vec{c}\vec{e} \end{vmatrix}$$

280. Komplanar bo'lmagan uchta vektor $\vec{a}$, $\vec{b}$ va $\vec{c}$ umumiy nuqtaga keltirilgan. Ushbu vektorlarning oxiridan o'tkazilgan tekisliklar $[\vec{a}\vec{b}] + [\vec{b}\vec{c}] + [\vec{c}\vec{a}]$ vektorga perpendikulyar bo'lishini isbotlang.

II bobning xulosasi.

Bitiruv malakaviy ishining ikkinchi bobi Vektorlarga bag'ishlangan bo'lib, vektorlar usulidan foydalanib yechiladigan planimetrik, stereometrik masalalar ularning yechimlari, izohlar, ko'rsatmalar, masala shartiga mos chizmalar keltirilgan. Bu bob quyidagi qismlardan tashkil topgan: Vektor tushunchasi. Vektorning proyeksiyasi. Vektorning skalyar ko'paytmasi va vektor ko'paytmasi.

Bitiruv malakaviy ishimda analitik yechimi murakkab bo'lgan masalalarni vektorlar yordamida sodda yechish usullari keltirilgan. Bitiruv malakaviy ishimdan maktab o'quvchilari, kollej, akademik litsey talabalari muhim qo'llanma sifatida foydalanishlari mumkin.

Har qanday algebraik metod kabi vektorning asosi ham, birinchidan geometrik masalaning sharti va kutilayotgan natija algebraik tilda yozilishidadir (ya'ni vektor algebrasi tilida), vektor masalasining modeli tuzilishida geometrik masalani vektor metodida yechish samarali bo'lishi uchun vektorlar yordamida asosiy geometrik ob'yektlarni keltirish va ular o'rtasidagi aloqani vektor tilida ifodalashni o'rganish kerak.

Bitiruv malakaviy ishimning ikkinchi bobini tayyorlash jarayonida turli xil analitik geometriyaga oid ruscha kitoblarni qidirib, ularni o'zbek tilida lotin alifbosidan foydalangan holda yozib, tarjima qilib chiqdim. Bundan tashqari

Buxoro Davlat Universiteti Fizika-matematika fakultetida Matematika kafedrası katta o'qituvchisi Z.Hamdámov ustozimning 1-1 Mat-17; 1-2 Mat-17 guruhlarida bo'lib o'tgan "Analitik geometriya" fani maruza va amaliy mashg'ulotlarga malakaviy amaliyotdan bo'sh vaqtlarimda qatnashib, shu bobdagi mavzularga oid yangi qo'shimcha misol va masalalar tuzishga harakat qildim. Ularning javoblari jamlanmasini ham tuzib bobning oxirida joylashtirdim.

III. Birinchi va ikkinchi tartibli chiziqlar.

3.1. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi. Ikki to'g'ri chiziqning kesishuvi.

To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi

$$Ax + By + C = 0 \quad (3.1.1)$$

ko'rinishga ega. To'g'ri chiziqni aniqlash uchun A, B va C koeffitsiyentlarining uchalarini bilishning hojati yo'q; ularning o'zaro bog'liq bo'lmagan ikkita $A: B: C$ nisbatni bilish kifoya.

To'g'ri chiziqning umumiy (3.1.1) tenglamasini tekshirish:

- 1) agar $C = 0$ bo'lsa, to'g'ri chiziq koordinatalar boshidan o'tadi;
- 2) agar $A = 0$ bo'lsa, absissalar o'qiga parallel;
- 3) agar $B = 0$ bo'lsa, ordinatalar o'qiga parallel;
- 4) agar $A = C = 0$ bo'lsa, absissalar o'qi bilan ustma-ust tushadi;
- 5) agar $B = C = 0$ bo'lsa, ordinatalar o'qi bilan ustma-ust tushadi.

Agar ikki to'g'ri chiziq:

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0 \text{ va } A_2x + B_2y + C_2 = 0 \quad (3.1.2)$$

berilgan bo'lsa, ular orasidagi burchak to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasida:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2} \quad (3.1.3)$$

formula bilan hisoblanadi, qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasida esa:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{(A_1B_2 - A_2B_1) \sin \omega}{A_1A_2 + B_1B_2 - (A_1B_2 + A_2B_1) \cos \omega} \quad (3.1.4)$$

formula bilan hisoblanadi.

Har qanday koordinatalar sistemasi uchun to'g'ri chiziqlarning parallellik sharti:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \quad (3.1.5)$$

ko'rinishda hisoblanadi. Bu munosabat esa (3.1.4) formulaning $\theta = 0$ shartida kasrning surati nolga tengligidan kelib chiqadi.

To'g'ri chiziqlarning perpendikulyarlik sharti $\omega = \frac{\pi}{2}$ uchun

$$\frac{A_1}{B_2} = -\frac{B_1}{A_2} \quad \text{yoki} \quad A_1A_2 + B_1B_2 = 0 \quad (3.1.6)$$

va har qanday ω burchak uchun:

$$A_1A_2 + B_1B_2 - (A_1B_2 + A_2B_1) \cos \omega = 0 \quad (3.1.6')$$

kelib chiqadi.

Ikki to'g'ri chiziqlarning (3.1.2) kesishish nuqtasining koordinatalarini topish uchun, ularning tenglamalarini birgalikda yechish kerak.

Bu tenglamaning yechimlari:

$$x = \frac{B_1C_2 - B_2C_1}{A_1B_2 - A_2B_1} = \frac{\begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}} \quad \text{va} \quad y = \frac{C_1A_2 - C_2A_1}{A_1B_2 - A_2B_1} = \frac{\begin{vmatrix} C_1 & A_1 \\ C_2 & A_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}} \quad (3.1.7)$$

Agar $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$ bo'lsa, to'g'ri chiziqlar aniq kesishish nuqtasiga ega bo'ladi.

Agar $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$ bo'lsa, u holda to'g'ri chiziqlar parallel va ularning kesishish nuqtasi bo'lmaydi.

Agar $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ bo'lsa, u holda to'g'ri chiziqlar ustma-ust tushadi va ularning kesishish nuqtasi cheksiz ko'p bo'ladi.

281. $M_1(2; -2)$, $M_2(2; 2)$, $M_3(2; -1)$, $M_4(3; -3)$, $M_5(5; -5)$, $M_6(3; -2)$ nuqtalar berilgan. Qaysi nuqtalar $x + y = 0$ to'g'ri chiziqni qanoatlantiradi, qaysilari qanoatlantirmaydi (Chizmalarini chizing).

282. $x^2 + y^2 = 25$ chiziq tenglamasi berilgan, tenglamani qanoatlantiruvchi absissasi a) 0, b) -3 , c) 5, d) 7 ga teng bo'lgan nuqtalarni toping; tenglamani qanoatlantiruvchi ordinatasi e) 3, f) -5 , g) -8 ga teng bo'lgan nuqtalarni toping.

283. Quyida qanday chiziqlar berilganini aniqlang (chizmalarini yasang):

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| 1) $x - y = 0$; | 2) $x + y = 0$; | 3) $x - 2 = 0$; |
| 4) $x + 3 = 0$; | 5) $y - 5 = 0$; | 6) $y + 2 = 0$; |
| 7) $x = 0$; | 8) $y = 0$; | |

284. Quyidagi nuqtalardan qaysi biri $2x - 3y - 3 = 0$ to'g'ri chiziqqa tegishli va qaysilari tegishli emas. $M_1(3; 1)$, $M_2(2; 3)$, $M_3(6; 3)$, $M_4(-3; -3)$, $M_5(3; -1)$, $M_6(-2; 1)$.

285. $3x - 2y - 6 = 0$ to'g'ri chiziqqa tegishli nuqtalar P_1, P_2, P_3, P_4 , va P_5 . uning absissalari quyidagicha bo'lsa: 4; 0; 2; (-2) va (-6). Bu nuqtalarning ordinatalarini toping.

286. $x - 3y + 2 = 0$ to'g'ri chiziqqa tegishli nuqtalar $Q_1; Q_2, Q_3, Q_4$ va Q_5 ; uning ordinatalari quyidagicha bo'lsa : 4; 0; 2; (-2) va (-6). Bu nuqtalarning absissalarini toping.

287. $2x - 3y - 12 = 0$ to'g'ri chiziqni koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtasini toping va bu to'g'ri chiziqning grafigini chizing.

288. Ikki to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasini toping :

$$3x - 4y - 29 = 0, \quad 2x + 5y + 19 = 0.$$

289. ABC uchburchakning AB, BC va AC tomonlarining tenglamasi berilgan

$$4x + 3y - 5 = 0, \quad x - 3y + 10 = 0, \quad x - 2 = 0.$$

Uning uchlarining koordinatalarini toping.

290. Parallelogramning ikki tomon tenglamasi :

$$8x + 3y + 1 = 0, \quad 2x + y - 1 = 0$$

va uning bir diagonalining tenglamasi berilgan.

$$3x + 2y + 3 = 0.$$

Parallelogramning uchlarining koordinatalarini toping.

291. Uchburchakning tomonlari tenglamalari berilgan

$$x + 5y - 7 = 0, \quad 3x - 2y - 4 = 0, \quad 7x + y + 19 = 0.$$

Uning yuzini toping.

292. Uchburchakning yuzi $S=8$ kv birlik. ; uning ikki $A(1; -2)$ va $B(2; 3)$ uchi koordinatalari berilgan bo'lib, uchinchi uchi to'g'ri chiziqda yotgan bo'lsa :

$$2x + y - 2 = 0.$$

C uchining koordinatasini toping.

293. Uchburchakning yuzi $S=1,5$ kv bir. , uning ikki uchi nuqta $A(2; -3)$ va $B(3; 2)$; uchburchakning og'irlik markazi $3x - y - 8 = 0$ tenglamada yotadi. Uchinchi uchi C ning koordinatasini toping.

294. Agar burchak ko'effitsiyenti k va kesimi b berilgan. Oy o'qi bilan kesishishi ma'lum bo'lsa, to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing. So'ngra chizmasini chizing.

- 1) $k = 4, b = 3$; 2) $k = 3, b = 0$; 3) $k = 0, b = -2$;
 4) $k = -\frac{3}{4}, b = 3$; 5) $k = -2, b = -5$; 6) $k = -\frac{1}{3}, b = \frac{2}{3}$.

295. Quyidagi to'g'ri chiziqlar Oy o'qi bilan kesishishini bilgan holda, burchak ko'effitsiyenti k va b kesimini toping:

- 1) $5x - y + 3 = 0$; 2) $2x + 3y - 6 = 0$; 3) $5x + 3y + 2 = 0$;
 4) $3x + 2y = 0$; 5) $y - 3 = 0$.

296. To'g'ri chiziq tenglamasi $5x + 3y - 3 = 0$ berilgan:

- 1) to'g'ri chiziqqa parallel;
 2) to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan tenglamalar tuzing.

297. To'g'ri chiziq berilgan $2x + 3y + 4 = 0$. $M_0(2; 1)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing:

- 1) to'g'ri chiziqqa parallel;
 2) to'g'ri chiziqqa perpendikulyar.

298. To'g'ri to'rtburchakning ikki tomon tenglamasi berilgan :

$$2x - 3y + 5 = 0, \quad 3x + 2y - 7 = 0$$

va uning $A(2; -3)$ uchi berilgan. To'g'ri to'rtburchakning qolgan ikki tomonining tenglamasini tuzing .

299. To'g'ri to'rtburchakning ikki tomon tenglamasi berilgan

$$x - 2y = 0, x - 2y + 15 = 0$$

va uning bir diagonalining tenglamasi ham berilgan

$$7x + y - 15 = 0$$

To'g'ri to'rtburchakning uchlarining koordinatasini toping .

300. $P(-6; 4)$ nuqtaning to'g'ri chiziqdagi proyeksiyasini toping :

$$4x - 5y + 3 = 0.$$

301. To'g'ri chiziqqa nisbatan $P(-5; 13)$ nuqtaga simmetrik nuqta Q ni toping.

$$2x - 3y - 3 = 0.$$

302. Quyidagi ikki to'g'ri chiziqlarga parallel bo'lib, ularning o'rtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing:

$$1) 3x - 2y - 1 = 0, \quad 2) 5x + y + 3 = 0, \quad 3) 2x + 3y - 6 = 0,$$

$$3x - 2y - 13 = 0; \quad 5x + y - 17 = 0; \quad 4x + 6y + 17 = 0;$$

$$4) 5x + 7y + 15 = 0, \quad 5) 3x - 15y - 1 = 0,$$

$$5x + 7y + 3 = 0; \quad x - 5y - 2 = 0.$$

303. Quyidagi nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqning burchak koefitsiyentini toping:

$$a) M_1(2; -5), M_2(3; 2); \quad b) P(-3; 1), Q(7; 8);$$

$$c) A(5; -3), B(-1; 6).$$

304. Uchburchakning uchlari $A(5; -4)$, $B(-1; 3)$, $C(-3; -2)$ bo'lsa, uning har bir uchidan o'tib qarshisidagi tomonga parallel bo'lgan chiziq tenglamasini tuzing.

305. Uchburchakning tomonlarining o'rtalari $M_1(2; 1)$, $M_2(5; 3)$ va $M_3(3; -4)$ bo'lsa, uning tomonlari tenglamalarini tuzing.

306. Ikki nuqta berilgan: $P(2; 3)$ va $Q(-1; 0)$. Q nuqtadan o'tuvchi va PQ kesmaga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

307. Uchburchakning uchlari berilgan bo'lsa $M_1(2; 1)$, $M_2(-1; -1)$ va $M_3(3; 2)$ uning balandliklari tenglamasini tuzing.

308. Uchburchakning tomonlarining tenglamasi berilgan bo'lsa $4x - y - 7 = 0$, $x + 3y - 31 = 0$, $x + 5y - 7 = 0$. Uning balandliklari kesishgan nuqtasini toping.

309. Uchburchakning uchlari berilgan $A(1; -1)$, $B(-2; 1)$ va $C(3; 5)$. Uchburchakning A uchidan chiqib, B uchidan chiqqan medianaga perpendikulyar bo'lgan chiziq tenglamasini tuzing.

310. Uchburchakning uchlari berilgan $A(2; -2), B(3; -5)$ va $C(5; 7)$. A uchidan chiquvchi bissektressaga C uchidan tushirilgan perpendikulyar tenglamasini tuzing.

311. Uchburchakning burchaklari berilgan $A(3; 2), B(5; -2), C(1; 0)$. Uning tomonlari va medianalari tenglamasini tuzing.

312. $M_1(-1; 2)$ va $M_2(2; 3)$ nuqtalardan o'tuvchi tenglama tuzing va koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtasini toping.

313. Qavariq to'rtburchakning uchlari berilgan $A(-3; -1), B(3; 9), C(7; 6)$ va $D(-2; -6)$. Uning diagonalari kesishgan nuqtani toping.

314. To'g'ri to'rtburchakning ikki tomoni berilgan

$$5x + y - 7 = 0, \quad 5x + 2y - 36 = 0$$

va uning diagonalining tenglamasi berilgan

$$3x + 7y - 10 = 0.$$

to'rtburchakning qolgan ikki tomoni va ikkinchi diagonalining tenglamasini tuzing.

315. Uchburchakning uchlari berilgan $A(1; -2), B(5; 4)$ va $C(-2; 0)$. A uchidan chiquvchi bissektressa tenglamalarini tuzing.

316. $A(-7; 3)$ va $B(11; -15)$ nuqtalardan bir xil masofada yotib $P(3; 5)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqli tenglamasini tuzing.

317. $P(-8; 12)$ nuqtaning $A(2; -3)$ va $B(-5; 1)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqdagi proyeksiyasini toping.

318. $M_2(8; -9)$ nuqtaning $A(3; -4)$ va $B(-1; -2)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik nuqtasi M_1 ni toping.

319. Absissa o'qidan shunday P nuqtani topingki, $M(1; 2)$ va $N(3; 4)$ nuqtalargacha bo'lgan masofalar yig'indisi eng kichik bo'lsin.

320. Ordinata o'qidan shunday P nuqta topingki, $M(-3; 2)$ va $N(2; 5)$ nuqtalargacha bo'lgan masofalar ayirmasi eng katta bo'lsin.

321. $2x - y - 5 = 0$ to'g'ri chiziqdan shunday P nuqta topingki, $A(-7; 1)$ va $B(-5; 5)$ nuqtalargacha bo'lgan masofalar yig'indisi eng kichik bo'lsin.

322. $3x - y - 1 = 0$ to'g'ri chiziqdan shunday P nuqta topingki, $A(4; 1)$ va $B(0; 4)$ nuqtalargach bo'lgan masofalar ayirmasi eng katta bo'lsin.

323. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak φ ni toping :

1) $5x - y + 7 = 0$, $3x + 2y = 0$;

2) $x - 2y - 4 = 0$, $2x - 4y = 0$

3) $3x - 2y + 7 = 0$, $2x + 3y - 3 = 0$;

4) $3x + 2y - 1 = 0$, $5x - 2y + 3 = 0$.

324. To'g'ri chiziq berilgan $2x + 3y + 4 = 0$. $M_0(2; 1)$ nuqtadan o'tib berilgan tenglama bilan 45° hosil qiladigan tenglama tuzing.

325. Kvadratning $A(-4; 5)$ uchining nuqtasi berilgan, diagonal $7x - y + 8 = 0$ to'g'ri chiziqda yotadi. Uning tomonlarini va ikkinchi diagonalini tenglamasini tuzing.

326. Kvadratning qarama-qarshi $A(-1; 3)$ va $C(6; 2)$ uchlari berilgan. Uning tomonlari tenglamalarini tuzing.

327. Kvadratning markazi $E(1; -1)$ nuqtada, uning bir tomoni $x - 2y + 12 = 0$. To'g'ri chiziqda yotadi. Kvadratning qolgan tomonlari tenglamasini tuzing.

328. Uchburchakning tomonlarini tenglamasini berilgan

$$3x + 4y - 1 = 0, \quad x - 7y - 17 = 0, \quad 7x + y + 31 = 0.$$

Bu uchburchak teng yonli ekanligini isbotlang. masalani yechishda uchburchakning burchaklaridan foydalaning.

329. To'g'ri chiziq tenglamasi $M_1(x_1, y_1)$ nuqtadan o'tib

$$Ax + By + C = 0$$

to'g'ri chiziqga parallel bo'lishini isbotlang. Uning keyingi ko'rinishini bilgan holda:

$$A(x - x_1) + B(y - y_1) = 0.$$

330. $M_1(2; -3)$ nuqtadan o'tib quyidagi to'g'ri chiziqlarga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing:

1) $3x - 7y + 3 = 0$; 2) $x + 9y - 11 = 0$; 3) $16x - 24y - 7 = 0$;

4) $2x + 3 = 0$; 5) $3y - 1 = 0$.

331. Isbotlang: $A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ to'g'ri chiziqlar perpendikulyar bo'lishi uchun quyidagi shart bajarilishini ko'rsating :

$$A_1A_2 + B_1B_2 = 0.$$

332. Ushbu juftliklar perpendikulyar bo'lishini tekshiring :

- 1) $3x - y + 5 = 0$, 2) $3x - 4y + 1 = 0$, 3) $6x - 15y + 7 = 0$,
 $x + 3y - 1 = 0$; $4x - 3y + 7 = 0$; $10x + 4y - 3 = 0$;
 4) $9x - 12y + 5 = 0$, 5) $7x - 2y + 1 = 0$, 6) $5x - 7y + 3 = 0$,
 $8x + 6y - 13 = 0$; $4x + 6y + 17 = 0$; $3x - 2y - 5 = 0$.

333. Berilgan $A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak φ ga teng bo'lsa, quyidagi tenglik o'rinli bo'lishini isbotlang:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2}.$$

334. Ikki to'g'ri chiziqning kesishganda hosil bo'lgan φ burchakni toping :

- 1) $3x - y + 5 = 0$, $2x + y - 7 = 0$;
 2) $\sqrt{2}x - \sqrt{3}y - 5 = 0$, $(3 + \sqrt{2})x + (\sqrt{6} - \sqrt{3})y + 7 = 0$;
 3) $\sqrt{3}x + \sqrt{2}y - 2 = 0$, $\sqrt{6}x - 3y + 3 = 0$.

335. Uchburchakning ikki uchi $M_1(-10; 2)$ va $M_2(6; 4)$ berilgan; uning balandligi $N(5; 2)$ nuqtaga proektsiyalangan. Uning uchinchi M_3 nuqtasining koordinatasini toping.

336. ABC uchburchakning ikki $A(3; -1)$ va $B(5; 7)$ uchi va balandligi kesishga $N(4; -1)$ nuqta berilgan. Uchburchakning tomonlari tenglamasini toping.

337. ABC uchburchakda: AB tomon tenglamasi $5x - 3y + 2 = 0$, AN balandlik tenglamasi $4x - 3y + 1 = 0$ va BN balandlik tenglamasi $7x + 2y - 22 = 0$ berilgan. Uchburchakning qolgan ikki tomon tenglamasini va uchinchi balandligini toping.

338. ABC uchburchakning tomonlarining tenglamasini tuzing ,agar uning bitta $A(1; 3)$ uchi va ikki medianasining tenglamasi berilgan bo'lsa :

$$x - 2y + 1 = 0 \quad \text{va} \quad y - 1 = 0.$$

339. Uchburchakning tomonlarining tenglamasini tuzing, agar $B(-4; -5)$ uchi va ikki balandlik tenglamalari $5x + 3y - 4 = 0$ va $3x + 8y + 13 = 0$ lar berilgan bo'lsa, uchburchakning tomonlarining tenglamasini tuzing.

340. Uchburchakning $A(4; -1)$ uchi va ikki bissektrissasi tenglamasi $x - 1 = 0$ va $x - y - 1 = 0$ bilgan holda uning tomonlari tenglamasini tuzing.

341. Uchburchakning $B(2; 6)$ uchi, $x - 7y + 15 = 0$ balandlik tenglamasi va $7x + y + 5 = 0$ bissektrissa tenglamalarini bilgan holda uning tomonlari tenglamasini tuzing.

342. Uchburchakning $B(2; -1)$ uchi, uning turli uchlaridan chiquvchi $3x - 4y + 27 = 0$ balandlik tenglamasi va $x + 2y - 5 = 0$ bissektrissa tenglamalarini bilgan holda uning tomonlari tenglamasini tuzing.

343. Uchburchakning $C(4; -1)$ uchi, uning bir uchidan chiquvchi $2x - 3y + 12 = 0$ balandlik tenglamasi va $2x + 3y = 0$ mediana tenglamalarini bilgan holda uning tomonlari tenglamasini tuzing.

344. Uchburchakning $B(2; -7)$ uchi, uning turli uchlaridan chiquvchi $3x + y + 11 = 0$ balandlik tenglamasi va $x + 2y + 7 = 0$ medianasi tenglamalarini bilgan holda uning tomonlari tenglamasini tuzing.

345. Uchburchakning $C(4; 3)$ uchi, uning bir uchidan chiquvchi $x + 2y - 5 = 0$ bissektrissa tenglamasi va $4x + 13y - 10 = 0$ mediana tenglamalarini bilgan holda uning tomonlari tenglamasini tuzing.

346. Uchburchakning $A(3; -1)$ uchi, har xil uchlaridan chiquvchi $x - 4y + 10 = 0$ bissektrissa tenglamasi va $6x + 10y - 59 = 0$ mediana tenglamalarini bilgan holda uning tomonlari tenglamasini tuzing.

347. Koordinata boshidan o'tsin va $x - y + 12 = 0$, $2x + y + 9 = 0$ to'g'ri chiziq tenglamalari bilan hosil qilingan uchburchakning yuzi 1.5 kv.birlik bo'lsa, to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

348. Koordinata boshidan o'tib, $2x - y + 5 = 0$ va $2x - y + 10 = 0$ to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasigacha bo'lgan masofasi $\sqrt{10}$ ga teng bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

349. $C(-5; 4)$ nuqtadan o'tib, $x + 2y + 1 = 0$ va $x + 2y - 1 = 0$ to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasigacha bo'lgan masofasi 5 ga teng bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

3.2. Uchta to'g'ri chiziqning bir nuqtadan o'tish sharti.

Berilgan uchta to'g'ri chiziq:

$$\left. \begin{aligned} A_1x + B_1y + C_1 &= 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 &= 0 \\ A_3x + B_3y + C_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.1)$$

bir nuqtadan o'tishini bilish uchun, ulardan ikkitasini kesishish nuqtasini topish, so'ngra bu nuqtaning koordinatalari uchinchi to'g'ri chiziqning tenglamasini qanoatlantirishligini tekshirish kerak. Buni esa quyidagi formuladana ham topishimiz mumkin: (3.2.1) to'g'ri chiziqlar bir nuqtadan o'tishi uchun

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (3.2.2)$$

bo'lishi kerak.

350. a ning qanday qiymatlarida

$$(a + 2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0 \text{ ifoda}$$

- 1) absissa o'qiga parallel ;
- 2) ordinata o'qiga parallel ;
- 3) koordinata boshidan o'tada .

Har bir hol uchun alohida tenglama tuzing .

351. m va n ning qanday qiymatida to'g'ri chiziq

$$(m + 2n - 3)x + (2m - n + 1)y + 6m + 9 = 0$$

absissa o'qiga parallel va ordinata o'qidan koordinata boshidan -3 ga teng masofada o'tuvchi tenglama berilgan. Umumiy to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

352. m va n ning qanday qiymatida ushbu to'g'ri chiziq

$$(2m - n + 5)x + (m + 3n - 2)y + 2m + 7n + 19 = 0$$

ordinata o'qiga parallel va absissa o'qidan koordinata boshidan 5 ga teng masofada o'tuvchi tenglama berilgan. Umumiy to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

353. Berilgan to'g'ri chiziq tenglamalari kesishishini isbotlang va kesishish nuqtalari koordinatalarini toping :

- 1) $x + 5y - 35 = 0$, $3x + 2y - 27 = 0$;
- 2) $14x - 9y - 24 = 0$, $7x - 2y - 17 = 0$;
- 3) $12x + 15y - 8 = 0$, $16x + 9y - 7 = 0$;
- 4) $8x - 33y - 19 = 0$, $12x + 55y - 19 = 0$;
- 5) $3x + 5 = 0$, $y - 2 = 0$.

354. Berilgan to'g'ri chiziq tenglamalari parallel bo'lishini isbotlang :

- 1) $3x + 5y - 4 = 0$, $6x + 10y + 7 = 0$;
- 2) $2x - 4y + 3 = 0$, $x - 2y = 0$;
- 3) $2x - 1 = 0$, $x + 3 = 0$;
- 4) $y + 3 = 0$, $5y - 7 = 0$.

355. Berilgan to'g'ri chiziq tenglamalari ustma-ust tushishini isbotlang :

- 1) $3x + 5y - 4 = 0$, $6x + 10y - 8 = 0$;
- 2) $x - y\sqrt{2} = 0$, $\sqrt{2}x - 2y = 0$;
- 3) $\sqrt{3}x - 1 = 0$, $3x - \sqrt{3} = 0$.

356. a va b ning qanday qiymatlarida quyidagi to'g'ri chiziqlar :

$$ax - 2y - 1 = 0, \quad 6x - 4y - b = 0$$

1) yagona nuqtaga ega ; 2) Parallel ; 3) ustma-ust bo'ladi.

357. m va n ning qanday qiymatida ushbu ikki to'g'ri chiziq

$$mx + 8y + n = 0, \quad 2x + my - 1 = 0$$

1) Parallel; 2) ustma-ust; 3) perpendikulyar bo'ladi.

358. m ning qanday qiymatida ushbu ikki to'g'ri chiziq

$$(m - 1)x + my - 5 = 0, \quad mx + (2m - 1)y + 7 = 0$$

kesishgan nuqtasi absissa o'qida yotadi.

359. m ning qanday qiymatida ushbu ikki to'g'ri chiziq

$$mx + (2m + 3)y + m + 6 = 0, \quad (2m + 1)x + (m - 1)y + m - 2 = 0$$

kesishgan nuqtasi ordinata o'qida yotadi.

360. Quyida berilgan uchta to'g'ri chiziqning umumiy kesishadigan nuqtasini toping:

- 1) $2x + 3y - 1 = 0$, $4x - 5y + 5 = 0$, $3x - y + 2 = 0$;
 2) $3x - y + 3 = 0$, $5x + 3y - 7 = 0$, $x - 2y - 4 = 0$;
 3) $2x - y + 1 = 0$, $x + 2y - 17 = 0$, $x + 2y - 3 = 0$,

361. Agar uchta to'g'ri chiziq berilgan bo'lsa

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0, \quad A_2x + B_2y + C_2 = 0, \quad A_3x + B_3y + C_3 = 0$$

Bir nuqtada kesishishi uchun quyidagi shart bajarilishini isbotlang .

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = 0$$

362. Agar $\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = 0$ shart bajarilsa uchta to'g'ri chiziq

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0, \quad A_2x + B_2y + C_2 = 0, \quad A_3x + B_3y + C_3 = 0$$

bir nuqtada kesishadi yoki parallel bo'lishini isbotlang.

363. a ning qanday qiymatida $2x - y + 3 = 0$, $x + y + 3 = 0$, $ax + y - 13 = 0$ uchta to'g'ri chiziq bir nuqtada kesishadi.

364. To'g'ri chiziqlar berilgan :

- 1) $2x + 3y - 6 = 0$; 2) $4x - 3y + 24 = 0$; 3) $2x + 3y - 9 = 0$;
 4) $3x - 5y - 2 = 0$; 5) $5x + 2y - 1 = 0$.

Ushbu tenglamalardan kesmalar yasang va uni chizing .

365. $3x - 4y - 12 = 0$ tenglama va koordinata o'qlari bilan chegaralangan uchburchakning yuzini toping .

366. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan tomonlari $18x + 6y - 17 = 0$, $14x - 7y + 15 = 0$ va $5x + 10y - 9 = 0$ tenglamalar bilan berilgan uchburchakning burchaklarini toping.

367. Parallelogram ikki qo'shni tomonining tenglamalari: $x - y - 1 = 0$; $x - 2y = 0$ va diagonallarining kesishgan nuqtasi $M(3; -1)$ berilgan. Uning qolgan ikki tomonining tenglamalarini yozing.

368. Uchburchakning tomonlari $x + 2y + 3 = 0$; $3x - 7y + 9 = 0$; $5x - 3y - 11 = 0$ tenglamalar bilan berilgan. Uning balandliklari kesishgan nuqtani koordinatasini toping.

369. $B(5; -5)$ nuqtadan o'tib, koordinata o'qlari bilan kesishib hosil qilgan uchburchakning yuzi 50 kv. bir. bo'lgan to'g'ri chiziqli tenglamasini tuzing.

370. $P(8; 6)$ nuqtadan o'tib, koordinata o'qlari bilan kesishib hosil qilgan uchburchakning yuzi 12 kv. bir. bo'lgan to'g'ri chiziqli tenglamasini tuzing.

371. $P(12; 6)$ nuqtadan o'tib, koordinata o'qlari bilan kesishib hosil qilgan uchburchakning yuzi 150 kv. bir. bo'lgan to'g'ri chiziqli tenglamasini tuzing.

372. $M(4; 3)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqli tenglamani, koordinata o'qlari bilan ajratgan uchburchagi yuzi 3 kv. bir. ga teng. To'g'ri chiziqli tenglamani koordinata o'qlari bilan kesishgan nuqtasini toping.

3.3. To'g'ri chiziqlar dastasi.

Birgina to'g'ri chiziqli tenglamadan o'tuvchi barcha to'g'ri chiziqlar to'plami to'g'ri chiziqlar dastasi deyiladi; ularning umumiy nuqtasi dastaning markazi deyiladi. Agar x va y markazning koordinatlari bo'lsa, u holda:

$$A(x - x_1) + B(y - y_1) = 0 \quad (3.3.1)$$

tenglama dastaning ixtiyoriy to'g'ri chiziqli tenglamasini tasvirlaydi. $A:B$ nisbatga aniq qiymat bersak, biz (3.3.1) dastadan aniq bir to'g'ri chiziqli tenglamani ajratib olamiz. Burchak koeffitsiyenti aniq bo'lmagan $y - y_1 = k(x - x_1)$ tenglama markazi $(x_1; y_1)$ nuqtada bo'lgan dastani tasvirlaydi.

Dastaning markazi faqat o'zining koordinatalari bilan aniqlanmaydi, balki undan o'tuvchi har qanday ikkita to'g'ri chiziqli tenglama bilan ham aniqlanishi mumkin. Agar ikkita to'g'ri chiziqli tenglama:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases} \quad (3.3.2)$$

berilgan bo'lsa, ularning kesishish nuqtasidan o'tuvchi har qanday to'g'ri chiziqli tenglama

$$(A_1x + B_1y + C_1) + q(A_2x + B_2y + C_2) = 0 \quad (3.3.3)$$

tenglama ko'rinishida belgilanadi. Tenglamadagi q parametrning har bir qiymatiga dastaning aniqbir to'g'ri chiziqli tenglamasi mos keladi; q ni o'zgartirib biz ikkita

asosiy to'g'ri chiziq (3.3.2) bilan aniqlangan dastaga tegishli hamma to'g'ri chiziqlarni hosil qilamiz.

373. $\alpha(2x + 3y - 1) + \beta(x - 2y - 4) = 0$ o'suvchi tenglama berilgan bo'lsa, uning markaziy nuqtasini toping.

374. O'suvchi to'g'ri chiziq tenglamasi tenglamasi

$$\alpha(x + 2y - 5) + \beta(3x - 2y + 1) = 0 \text{ va quyidagi :}$$

1) $A(3; -1)$ nuqtadan o'tsin;

2) koordinata boshidan o'tsin;

3) Ox o'qiga parallel;

4) Oy o'qiga parallel;

5) $4x + 3y - 5 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel;

6) $2x + 3y + 7 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsa α va β qiymatlarini toping.

375. To'g'ri chiziq $3x - 2y + 5 = 0$, $4x + 3y - 1 = 0$ to'g'ri chiziqlarlarining kesishish nuqtasi va ordinata o'qini $b = -3$ kesmada kesib o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing. Berilgan to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasini koordinatasini hisobga olmang.

376. $2x + y - 2 = 0$, $x - 5y - 23 = 0$ to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasidan o'tib, $M_1(5; -6)$ va $M_2(-1; -4)$ nuqtalardan o'tuvchi kesmani teng ikki qismga bo'luvchi tenglamani tuzing. Berilgan to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasini koordinatasini hisobga olmang.

377. To'g'ri chiziqlar dastasi tenglamasi berilgan bo'lsa:

$$\alpha(3x - 4y - 3) + \beta(2x + 3y - 1) = 0.$$

Uchburchakning uchlari $A(-1; 2)$, $B(4; -4)$ va $C(6; -1)$ bo'lsa, berilgan to'g'ri chiziq dastasidan foydalangan holda uning o'g'irlik markazidan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

378. $2x - 5y - 1 = 0$ va $x - 3y + 4 = 0$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan o'tuvchi va $A(4; -3)$ va $B(-1; 2)$ nuqtalar orasidagi kesmani $\lambda = \frac{2}{3}$ nisbatda bo'luvchi to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

379. Uchburchakning tomonlarining tenglamasi $x + 2y - 1 = 0$,

$5x + 4y - 17 = 0$, $x - 4y + 11 = 0$ berilgan. Uning uchlaridan o'tuvchi ushbu uchburchakning balandliklarining tenglamasini tuzing.

380. Ushbu uchta to'g'ri chiziq tenglamalarining umumiy nuqtalaridan o'tsib 45° burchak tashkil qilgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

$$2x + 7y - 8 = 0, \quad 3x + 2y + 5 = 0$$

$$2x + 3y - 7 = 0.$$

381. ABC uchburchakning AN : $x + 5y - 3 = 0$ balandligi, BN : $x + y - 1 = 0$ balandligi va AB : $x + 3y - 1 = 0$ tomoni berilgan. Uning qolgan ikki tomoni va uchinchi balandligini tenglamasini tuzing.

382. Agar uchburchakning bitta uchi $A(2; -1)$, $7x - 10y + 1 = 0$ balandligi va $7x - 10y + 1 = 0$ bissektrissasi bir uchidan chiqarilganligi ma'lum bo'lsa, uchburchakning B va C burchaklarini toping va tomonlari tenglamasini tuzing.

383. Uchburchakning tomonlari $5x - 2y + 6 = 0$, $4x - y + 3 = 0$ va $x + 3y - 7 = 0$ tenglamalar bilan berilgan. Uchburchakning uchlarining koordinatalarini hisoblamasdan, shu uchlari orqali qarama-qarshi tomonlariga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlarning tenglamalarini yozing.

384. Uchburchakning tomonlari tenglamalari $2x - y + 3 = 0$, $x + 5y - 7 = 0$ va $3x - 2y + 6 = 0$. Shu uchburchak balandliklarining tenglamalari topilsin.

385. Bir vaqtning o'zida $(x + y - 1) + q_1(x - 1) = 0$ va $(2x - 3y) + q_2(y + 1) = 0$ dastalarga tegishli to'g'ri chiziq topilsin.

386. To'rtburchakning tomonlarining tenglamalari berilgan: $x - y = 0$, $x + 3y = 0$, $x - y - 4 = 0$ va $3x + y - 12 = 0$. Uning diagonallarini tenglamasini toping.

387. $2x + 5y - 8 = 0$ va $x - 3y + 4 = 0$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan va quyidagi:

- 1) koordinata boshidan;
- 2) absissalar o'qiga parallel;
- 3) ordinatalar o'qiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

388. AB , BC , CD va DA lar $ABCD$ to'rtburchakning tomonlari bo'lsin va ular quyidagi tenglamalar bilan berilgan:

$$5x + y + 13 = 0, \quad 2x - 7y - 17 = 0,$$

$$3x + 2y - 13 = 0, \quad 3x - 4y + 17 = 0.$$

To'rtburchakning tomonlarini koordinatalarini topmasdan uning AC va BD diagonallarini tenglamasini tuzing.

389. To'g'ri chiziqlar dastasi $\alpha(2x + 3y + 5) + \beta(3x - y + 2) = 0$ tenglamasining markazi koordinatasi uchburchakning bir uchining koordinatasiga teng. Uchburchakning $x - 4y + 1 = 0$, $2x + y + 1 = 0$ ikki balandligi berilgan bo'lsa, uning tomonlari tenglamasini tuzing.

3.4. Ellips va uning kanonik tenglamasi. Ellipsning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalari.

Chiziq ikkinchi darajali

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0, \quad (3.4.1)$$

tenglama bilan berilgan bo'lsin. Bu yerda A, B, C, D, E, F – berilgan haqiqiy sonlar. Bunda $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$, ya'ni A, B, C sonlar bir vaqtda nolga teng emas.

Bu chiziq ikkinchi tartibli chiziq deyiladi.

(3.4.1) tenglamani qanoatlantiruvchi koordinatalari haqiqiy bo'lgan (x, y) nuqtalar mavjud bo'lmasligi ham mumkin. Bu holda, (3.4.1) tenglama mavhum chiziqni aniqlaydi. Masalan, mavhum aylana: $x^2 + y^2 = -1$.

(3.4.1) umumiy tenglamaning muhim xususiy hollarini ko'rib chiqamiz.

Ellips. Tekislikda

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a \geq b > 0), \quad (3.4.2)$$

tenglama bilan aniqlangan chiziq ellips deyiladi. Bunda $a = b$ bo'lganda ellips markazi koordinata boshida va radiusi a ga teng bo'lgan aylanaga aylanadi.

$a > b$ va $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ bo'lsin. Ox o'qda absissalari mos ravishda $x = -c$ va $x = c$ bo'lgan F_1 va F_2 nuqtalarni belgilaymiz. Bu ellipsning fokuslari.

(3.4.2) ellipsni shunday nuqtalarning geometrik o'rni sifatida aniqlash mumkinki, uning har bir nuqtasidan F_1, F_2 fokuslargacha bo'lgan masofalar yig'indisi o'zgarmas $2a$ kattalikka teng.

Haqiqatan, agar ellipsning ixtiyoriy nuqtasini $M(x, y)$ bilan belgilasak,

$$\overline{MF_1} = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}, \quad \overline{MF_2} = \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

$$2a = \sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

yoki

$$2a - \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

bu yyerdan

$$4a^2 + (x+c)^2 + y^2 - 4a\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = (x-c)^2 + y^2,$$

$$4a^2 + 4cx = 4a\sqrt{(x+c)^2 + y^2}$$

$$a^2 + 2a^2cx + c^2x^2 = a^2(x^2 + 2cx + c^2 + y^2),$$

$$-b^2x^2 = -a^2b^2 + a^2y^2,$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Agar (3.4.2) tenglamada x ni $-x$ bilan almashtirsak, u o'zgarmaydi – bu (3.4.2) ellips Oy o'qqa nisbatan simmetrik chiziq ekanligini bildiradi. Xuddi shunday (3.4.2) ellips Ox o'qqa nisbatan simmetrik, chunki uning tenglamasi y ni $-y$ bilan almashtirganda o'zgarmaydi. Demak, uning tenglamasini birinchi chorakda, ya'ni $x, y \geq 0$ bo'lganda o'rganish etarli. Ellipsning birinchi chorakda joylashgan qismi

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq a.$$

tenglama bilan aniqlanadi.

Bu tenglamadan ko'rinib turibdiki, ellips $(0, b)$ va $(a, 0)$ nuqtalardan o'tadi. Shu bilan birga, uning y ordinatasi $x \in [0, a]$ kesmada uzluksiz o'sganda, uzluksiz kamayadi.

Ellips chegaralangan chiziq. U markazi koordinata boshida, radiusi a ga teng bo'lgan aylana ichida joylashadi, chunki ellipsning ixtiyoriy (x, y) nuqtasi uchun quyidagi tengsizlik o'rinli:

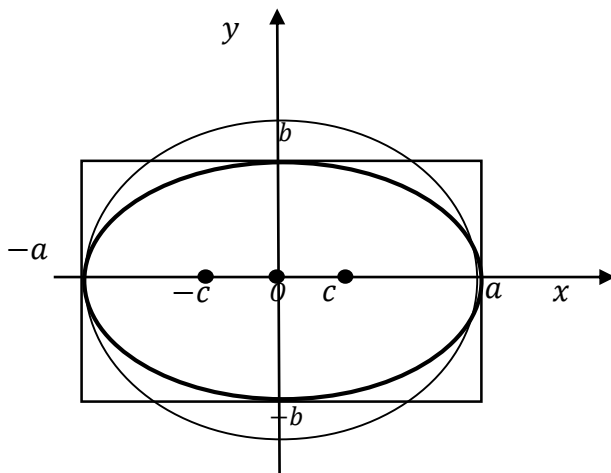
$$x^2 + y^2 \leq a^2 \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) = a^2.$$

(3.4.2) tenglama ellipsning kanonik tenglamasi deyiladi. Ko'rinib turibdiki, (3.4.2) ellipsning koordinata o'qlari bilan kesishishidan hosil bo'lgan kesmalar uzunliklari $2a$ va $2b$ ga teng. $2a > 2b$ bo'lgani uchun Ox o'q ellipsning katta o'qi deb, Oy esa kichik o'qi deb ataladi.

Ellips aylanani tekis qisish yordamida hosil qilinishi mumkin.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \text{ aylanani ko'rib chiqamiz.}$$

Endi tekislikni Ox o'qga qarab qisamiz, ya'ni shunday almashtirish olamizki, bunda (x, y) koordinatali nuqta $\left(x, \frac{b}{a}y\right)$ koordinatali nuqtaga o'tadi.



22-chizma. Ellipsning geometrik tasviri.

U holda, ko'rinib turibdiki, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ aylana $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ellipsqa o'tadi.

Ellips tenglamasini parametrik ko'rinishda ham yozish mumkin:

$$\begin{cases} x = a \cos \alpha \\ y = b \sin \alpha \end{cases}, \quad (-\infty < \alpha < \infty) \quad (3.2.3)$$

Haqiqatan, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$, ya'ni (3.2.3) tenglama bilan aniqlanuvchi (x, y) nuqta ixtiyoriy α da (3.2.2) ellipsqa tegishli bo'ladi. α burchak $[0, 2\pi)$ yarim intervalni bosib o'tganda (x, y) nuqta butun ellipsni bosib o'tadi. α burchak yana o'sib boraversa, harakat davriy davom etaveradi.

390. Quyidagilarni bilgan holda fokusi absissa o'qida yotib , koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo'lgan ellips tenglamasini tuzing :

- 1) uning yarim o'qlari 5 va 2 ga teng;
- 2) uning katta o'qi 10 ga teng, fokuslar orasidagi masofa esa $2c = 8$;
- 3) uning kichik o'qi 24 ga teng, fokuslar orasidagi masofa esa $2c = 10$;
- 4) fokuslar orasidagi masofa $2c = 6$ va eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{3}{5}$;
- 5) uning katta o'qi 20 ga teng va eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{3}{5}$;
- 6) uning kichik o'qi 10 ga teng, eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{12}{13}$;
- 7) direktrisalar orasidagi masofa 5 ga va fokuslar orasidagi masofa $2c = 4$ ga teng;
- 8) uning katta o'qi 8 ga teng, direktrisalar orasidagi masofa 16 ga teng;
- 9) uning kichik o'qi 6 ga teng va direktrisalar orasidagi masofa 13 ga teng;
- 10) direktrisalar orasidagi masofa 32 ga va eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

391. Quyidagilarni bilgan holda fokusi ordinata o'qida yotib, koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo'lgan ellips tenglamasini tuzing:

- 1) uning yarim o'qlari mos ravishda 7 va 2 ga teng;
- 2) uning katta o'qi 10 ga teng , fokuslar orasidagi masofa esa $2c = 8$;
- 3) fokuslar orasidagi masofa $2c = 24$ va eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{12}{13}$;
- 4) uning kichik o'qi 16 va eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{3}{5}$;
- 5) fokuslar orasidagi masofa $2c = 6$ va direktrisalar orasidagi masofa $16\frac{2}{3}$ ga teng;
- 6) direktrisalar orasidagi masofa $10\frac{2}{3}$ ga va eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{3}{4}$ ga teng;

392. Ellipsning yarim o'qlarini toping:

- 1) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$; 2) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$; 3) $x^2 + 25y^2 = 25$; 4) $x^2 + 5y^2 = 15$;
 5) $4x^2 + 9y^2 = 25$; 6) $9x^2 + 25y^2 = 1$; 7) $x^2 + 4y^2 = 1$;
 8) $16x^2 + y^2 = 16$; 9) $25x^2 + 9y^2 = 1$; 10) $9x^2 + y^2 = 1$.

393. Ellips tenglamasi $9x^2 + 25y^2 = 225$ berilgan. Quyidagilarni toping: 1) yarim o'qlarini; 2) fokuslarni; 3) ekscentrisiteti; 4) direktrisa tenglamalarini tuzing.

394. Ikki uchi $x^2 + 5y^2 = 20$ ellipsning fokusida qolgan ikki uchi esa ellipsning kichik o'qining oxirida joylashgan to'rtburchakning yuzini toping.

395. Ellips tenglamasi $9x^2 + 5y^2 = 45$ berilgan. Toping: 1) yarim o'qlarini; 2) fokuslarni; 3) ekscentrisiteti; 4) direktrisa tenglamalarini tuzing.

396. Ikki uchi $9x^2 + 5y^2 = 1$ ellipsning fokusida qolgan ikki uchi esa ellipsning kichik o'qining oxirida joylashgan to'rtburchakning yuzini toping.

397. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ellipsning fokusi $F(c; 0)$ dan uning bir tomondagi direktrissasigacha bo'lgan masofani toping.

398. Sirkul yordamida $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ ellipsni yasang.

399. Ushbu ellipsdan $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ shunday nuqta topingki, uning absissasi 3 ga teng bo'lsin.

400. Quyidagi nuqtalardan qaysi birlari ushbu $8x^2 + 5y^2 = 77$ ellipsda yotadi:

- 1) $A_1(-2; 3)$; 2) $A_2(2; -2)$; 3) $A_3(2; -4)$; 4) $A_4(-1; 3)$;
 5) $A_5(-4; -3)$; 6) $A_6(3; -1)$; 7) $A_7(3; -2)$ 8) $A_8(2; 1)$;
 9) $A_9(0; 15)$; 10) $A_{10}(0; -16)$

shulardan qaysilari ichki, qaysilari tashqi nuqtalar?

401. Ushbu chiziqni qanoatlantiruvchi tenglamani tuzing va uni chizmasini chizing:

- 1) $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$; 2) $y = -\frac{5}{3}\sqrt{9 - x^2}$;
 3) $y = -\frac{2}{3}\sqrt{9 - y^2}$; 4) $y = \frac{1}{7}\sqrt{49 - y^2}$.

402. Ellipsning eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{2}{3}$, M nuqta fakal radiusi $r_1 = 10$. M nuqtadan ellipsning bir tomondagi direktrissasigacha bo'lgan masofani toping.

403. Ellipsning eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{2}{5}$, ellipsning direktrissasidan M nuqttagacha bo'lgan masofa 20 ga teng. M nuqtadan ellipsning bir tomondagi direktrissasigacha bo'lgan masofani toping.

404. Berilgan $M_1(2; -\frac{5}{3})$ nuqta $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ ellipsiga tegishli, M_1 nuqta fakal radiusida yotadigan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

405. Agar $M_1(-4; 2,4)$ nuqta $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ellipsda yotishi ma'lum bo'lsa M_1 nuqtaning fakal radiusini toping.

406. Ellipsning eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{1}{3}$, ellipsning markazi koordinata boshida joylashgan va bitta fokusi $F(-2; 0)$ ga teng. Berilgan ellipsning fokusdan bir tomondagi, absissasi 2 ga teng bo'lgan direktrissadan M_1 nuqttagacha bo'lgan masofani toping.

407. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ ellips berilgan. Shu ellipsning koordinat burchagi bissektrissasi bo'ylab yo'nalgan diametrning uzunligini toping.

408. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ ellipsdan shunday nuqta topingki, shu nuqtadan birinchi fokusgacha bo'lgan masofa 14 ga teng bo'lsin.

409. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ ellipsdan shunday nuqta topingki, shu nuqtadan chap fokusgacha bo'lgan masofa 2,5 ga teng bo'lsin.

410. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ellips berilgan. Uning $(1; 1)$ nuqtasidan o'tuvchi va shu nuqtada teng ikkiga bo'linuvchi vatar o'tkazilsin.

411. Fokuslari absissa o'qida joylashgan bo'lib, koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo'lgan ellipsning tenglamasini tuzing agar quyidagilar berilgan bo'lsa:

- 1) ellipsdan $M_1(-2\sqrt{5}; 2)$ nuqta va uning kichik yarim o'qi $b = 3$;
- 2) ellipsdan $M_2(2; -2)$ nuqta va uning katta yarim o'qi $a = 4$;

- 3) ellipsdan $M_1(4; -\sqrt{3})$ nuqta va $M_2(2\sqrt{2}; 3)$ nuqta ;
- 4) ellipsdan $M_1(\sqrt{15}; -1)$ nuqta va fokuslar orasidagi masofa $2c = 8$;
- 5) ellipsdan $M_1\left(2; -\frac{5}{3}\right)$ nuqta va uning ekscentrisiteti $\varepsilon = \frac{2}{3}$;
- 6) ellipsdan $M_1(8; 12)$ nuqta va chap fokusgacha bo'lgan masofa $r_1 = 20$ ga teng;
- 7) ellipsdan $M_1(-\sqrt{5}; 2)$ nuqta va uning direktrissalari orasidagi masofa 10 ga teng.
412. Markaziy vataridan o'tib $2x - y - 3 = 0$ to'g'ri chiziq bilan kesishadigan $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ellipsning diametr tenglamasini toping.
413. $A(1; -2)$ nuqtada teng ikkiga bo'linadigan $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ ellipsning vatari tenglamasini tuzing.
414. Bitta diametri Ox o'qi bilan 45° tashkil qilib, $x^2 + 4y^2 = 1$ tenglama bilan berilgan ellipsning qo'shma diametrlarini tenglamasini tuzing.
415. Bitta diametri $x + 2y - 5 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lib, $4x^2 + 9y^2 = 1$ tenglama bilan berilgan ellipsning qo'shma diametrlarini tenglamasini tuzing.
416. Bitta diametri $3x + 2y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lib, $x^2 + 3y^2 = 1$ tenglama bilan berilgan ellipsning qo'shma diametrlarini tenglamasini tuzing.
417. Ellipsning chizmasini chizing. Sirkul va lineykadan foydalanib, uning markazini toping.
418. a) Ellipsga ichki chizilgan teng yonli uchburchakning bir uchi ellipsning bir uchi bilan mos tushadi. Bu uchburchakning asosi ellipsning bir o'qiga parallel bo'lishini isbotlang.
- b) Ellipsga ichki chizilgan to'g'rito'rtburchakning tomonlari ellipsning o'qlariga parallel bo'lishini isbotlang.
- v) Ellipsning chizmasini chizing. Sirkul va lineykadan foydalanib, uning asosiy diametrini toping.

3.5. Aylana va uning kanonik tenglamasi. Aylananing qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi.

Quyidagi tenglama

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \quad (3.3.1)$$

radiusi R markazi $C(\alpha; \beta)$ da joylashgan aylana tenglamasi.

Agar aylana markazi koordinataboshida bo'lsa, shuningdek $\alpha = 0, \beta = 0$, shartlar bajarilsa, (3.3.1) aylana tenglamasi quyidagicha ko'rinishda bo'ladi:

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad (3.3.2)$$

419. Quyidagilardan foydalanib aylana tenglamasini tuzing :

- 1) markazi koordinata boshida va radiusi $R = 3$ bo'lgan ;
- 2) markazi $C(2; -3)$ nuqtada va radiusi $R = 7$ bo'lgan ;
- 3) markazi koordinata boshida va $C(6; -8)$ nuqtadan o'tuvchi;
- 4) markazi $A(2; 6)$ nuqtada va $C(-1; 2)$ nuqtadan o'tuvchi ;
- 5) $A(3; 2)$ va $B(-1; 6)$ nuqtalar diametrning uchlari bo'lgan ;
- 6) markazi koordinata boshida va $3x - 4y + 20 = 0$ to'g'ri chiziqqa urinuvchi;
- 7) markazi $C(1; -1)$ nuqtada va $5x - 12y + 9 = 0$ to'g'ri chiziqqa urinuvchi;
- 8) $A(3; 1)$ va $B(-1; 3)$ nuqtalardan o'tadigan va markazi $3x - y - 2 = 0$ to'g'ri chiziqda yotuvchi;
- 9) $A(1; 1)$, $B(1; -1)$ va $C(2; 0)$ uchta nuqtadan o'tuvchi ;
- 10) $M_1(-1; 5)$, $M_2(-2; -2)$ va $M_3(5; 5)$ uchta nuqtadan o'tuvchi.

420. $C(3; -1)$ nuqta aylana markazi, aylana vatarining tenglamasi $2x - 5y + 18 = 0$ va vatarning uzunligi 6 ga teng. Aylananing tenglamasini tuzing .

421. $x - 2y - 1 = 0$ to'g'ri chiziq bilan $M_1(3; 1)$ nuqtada urinadi va radiusi $R = \sqrt{5}$ ga teng bo'lgan aylananing tenglamasini tuzing .

422. Ikki parallel to'g'ri chiziq tenglamasi $2x + y - 5 = 0$, $2x + y + 15 = 0$ va bu to'g'ri chiziqlarning biri bilan $A(2; 1)$ nuqtada urinuvchi aylana berilgan. Aylananing tenglamasini tuzing.

423. $A(1; 0)$ nuqtadan o'tuvchi va ikki parallel to'g'ri chiziq $2x + y + 2 = 0$, $2x + y - 18 = 0$ ga urinuvchi aylana tenglamasini tuzing.

424. Markazi $2x + y = 0$ to'g'ri chiziqda bo'lgan va $4x - 3y + 10 = 0$, $4x - 3y - 30 = 0$ to'g'ri chiziqlarga urinuvchi bo'ladigan aylana tenglamasini tuzing.

425. $7x - y - 5 = 0$ va $x + y + 13 = 0$ ikki to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi aylana markazi bo'lib, aylana bir to'g'ri chiziq bilan $M_1(1; 2)$ umumiy nuqtaga ega bo'lgan aylana tenglamasini tuzing.

426. $x + 2y - 9 = 0$ va $2x - y + 2 = 0$ ikki to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi aylana markazi bo'lib koordinata bosidan o'tuvchi aylana tenglamasini tuzing.

427. Markazi $4x - 5y - 3 = 0$ to'g'ri chiziqda bo'lib, $2x - 3y - 10 = 0$ va $3x - 2y + 5 = 0$ to'g'ri chiziqlar bilan kesishadigan aylana tenglamasini tuzing.

428. $A(-1; 5)$ nuqtadan o'tuvchi va ikki $3x + 4y - 35 = 0$, $4x + 3y + 14 = 0$ to'g'ri chiziq bilan kesishadigan aylana tenglamasini tuzing.

429. Uchta $4x - 3y - 10 = 0$, $3x - 4y - 5 = 0$ va $3x - 4y - 15 = 0$ to'g'ri chiziq bilan kesishadigan aylana tenglamasini tuzing.

430. Uchta $3x + 4y - 35 = 0$, $3x - 4y - 35 = 0$ va $x - 1 = 0$ to'g'ri chiziq bilan kesishadigan aylana tenglamasini tuzing. Aylana tenglamasini tuzing.

431. Har bir aylananing markazi C ni va radiusi R ni toping :

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$; | 2) $(x + 2)^2 + y^2 = 64$; |
| 3) $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 0$; | 4) $x^2 + (y - 5)^2 = 5$; |
| 5) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$; | 6) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 14 = 0$; |
| 7) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$; | 8) $x^2 + y^2 + x = 0$, |
| 9) $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 14 = 0$; | 10) $x^2 + y^2 + y = 0$ |

432. Quyidagi tengliklar qanday chiziqlarni ifodalashini toping va chizmasini yasang:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| 1) $y = \sqrt{9 - x^2}$; | 6) $y = 15 - \sqrt{64 - x^2}$; |
| 2) $y = -\sqrt{25 - x^2}$; | 7) $x = -2 - \sqrt{9 - y^2}$; |
| 3) $x = -\sqrt{4 - y^2}$; | 8) $x = -2 + \sqrt{9 - y^2}$; |

$$4) x = \sqrt{16 - y^2};$$

$$9) y = -3 - \sqrt{21 - 4x - x^2};$$

$$5) y = 15 + \sqrt{64 - x^2};$$

$$10) x = -5 + \sqrt{40 - 6y - y^2}.$$

433. Quyida berilgan aylana tenglamalarning qaysi birida $A(1; -2)$ nuqta aylana ichida, tashqarisida yoki aylana yoyida ekanligini tekshiring:

$$1) x^2 + y^2 = 1; \quad 2) x^2 + y^2 = 5; \quad 3) x^2 + y^2 = 9; \quad 4) x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0;$$

$$5) x^2 + y^2 - 10x + 8y = 0.$$

434. Ikki aylana markazidan o'tuvchi to'g'ri chiziqli tenglamasini tuzing :

$$1) (x - 3)^2 + y^2 = 9 \text{ va } (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1;$$

$$2) (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 16 \quad \text{va} \quad (x + 2)^2 + (y + 5)^2 = 25;$$

$$3) x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0 \quad \text{va} \quad x^2 + y^2 - 6x = 0;$$

$$4) x^2 + y^2 - x + 2y = 0 \quad \text{va} \quad x^2 + y^2 + 5x + 2y - 1 = 0.$$

435. $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 17 = 0$ aylana tenglamasi berilgan. $5x + 2y - 13 = 0$ to'g'ri chiziqli perpendikulyar bo'lgan aylana diametrik tenglamasini tuzing.

436. Berilgan nuqtadan berilgan aylanagacha bo'lgan masofani toping:

$$a) A(6; -8), \quad x^2 + y^2 = 9;$$

$$b) B(3; 9), \quad x^2 + y^2 - 26x + 30y + 313 = 0;$$

$$v) C(-7; 2), \quad x^2 + y^2 - 10x - 14y - 151 = 0.$$

437. $7x - y + 12 = 0$ to'g'ri chiziqli va aylana $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ kesishgan nuqtaning koordinatalarini toping .

438. Berilgan to'g'ri chiziqli aylana bilan kesishish, urinish yoki keshishmasligini tekshirib ko'ring:

$$1) y = 2x - 3 \quad \text{va} \quad x^2 + y^2 - 3x + 2y - 3 = 0;$$

$$2) y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \quad \text{va} \quad x^2 + y^2 - 8x + 2y + 12 = 0;$$

$$3) y = x + 10 \quad \text{va} \quad x^2 + y^2 - 1 = 0.$$

439. $y = kx$ to'g'ri chiziqli k koeffitsiyentning qanday qiymatlarida :

$$1) x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0 \text{ aylana bilan kesishadi};$$

$$2) \text{ bu aylanaga urinma bo'ladi};$$

$$3) \text{ aylana markazidan o'tadi}.$$

440. $y = kx + b$ to'g'ri chiziqda qanday shartlar bajarilganda $x^2 + y^2 = R^2$ aylanaga urinma hosil bo'ladi?

441. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$ aylana tenglamasi berilgan. $x - 2y - 3 = 0$ to'g'ri chiziq aylanadan ajratadigan vatarning markazidan o'tuvchi diametr tenglamasini tuzing.

442. Vatarning markazi $M(8,5; 3,5)$ nuqtada bo'lsa, $(x - 3)^2 + (y - 7)^2 = 169$ aylanaga o'tkazilgan vatarning tenglamasini tuzing.

443. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 10$ aylana tenglamasi berilgan. $A(1; 2)$ nuqta vatarni teng ikkiga ajratsa, uning uzunligini toping.

444. To'g'ri chiziq tenglamasi $\alpha(x - 8y + 30) + \beta(x + 5y - 22) = 0$ berilgan. Shu to'g'ri chiziqdan shunday nuqtalar topingki bu nuqtalar $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 14 = 0$ aylanaga bilan uzunligi $2\sqrt{3}$ ga teng bo'lgan vatar hosil qilsin.

445. $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 45$ aylanaga $A(0; 11)$ nuqtadan o'tuvchi urinma tenglamasini tuzing.

446. $A(1; -1)$ nuqta va ikki $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 23 = 0$, $x^2 + y^2 - 6x + 12y - 35 = 0$ aylananing kesishgan nuqtasi orqali o'tuvchi aylana tenglamasini tuzing.

447. Koordinata boshi va ikki $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 25$, $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 9$ aylananing kesishgan nuqtasi orqali o'tuvchi aylana tenglamasini tuzing.

448. $x^2 + y^2 + 3x - y = 0$, $3x^2 + 3y^2 + 2x + y = 0$ aylananing kesishgan nuqtalari orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

449. $x^2 + y^2 = 2x$ aylananing markazidan $x^2 + y^2 + 5x - 8y + 1 = 0$, $x^2 + y^2 - 3x + 7y - 25 = 0$ aylanalar kesishgan nuqttagacha bo'lgan masofani toping.

450. $x^2 + y^2 - 10x - 10y = 0$, $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 40 = 0$ aylananing umumiy vatarlarining uzunligini toping.

451. Aylananing markazi $x + y = 0$ to'g'ri chiziqda yotadi. $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 50$, $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 10$ aylanalarning kesishgan nuqtasidan o'tishi ma'lum bo'lsa bu aylananing tenglamasini tuzing.

452. $x^2 + y^2 = 5$ aylanaga $A(-1; 2)$ nuqtadan o'tuvchi urinma tenglamasini tuzing.

453. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$ aylanaga $A(-5; 7)$ nuqtadan o'tuvchi urinma tenglamasini tuzing.

454. $8x - 4y + 73 = 0$ to'g'ri chiziqdan $16x^2 + 16y^2 + 48x - 8y - 43 = 0$ aylanagacha bo'lgan eng yaqin va eng uzoq masofani toping.

455. $M_1(x_1, y_1)$ nuqta $x^2 + y^2 = R^2$ aylanada yotadi. Aylananing M_1 nuqtadan o'tuvchi urinma tenglamasini tuzing.

456. $M_1(x_1; y_1)$ nuqta $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$ aylanada yotadi. Aylananing M_1 nuqtadan o'tuvchi urinma tenglamasini tuzing.

457. $(x - 2)^2 + y^2 = 5$ aylana va $3x - y - 1 = 0$ to'g'ri chiziq kesishish nuqtasidan aylanaga urinma o'tkazilgan shu urinmalar va to'g'ri chiziq orasidagi o'tkir burchakni toping.

458. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 8$ va $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 2$ aylanalar kesishish nuqtalaridan o'tuvchi to'g'ri chiziq va umumiy urinmalari orasidagi burchakni toping?

459. $(x - \alpha_1)^2 + (y - \beta_1)^2 = R_1^2$ $(x - \alpha_2)^2 + (y - \beta_2)^2 = R_2^2$ Ikki aylanalar kesishishi uchun qanday shartlar qo'yilishi zarur:

460. Ikki aylama tenglamasi

$$x^2 + y^2 - 2mx - 2ny - m^2 + n^2 = 0 \text{ va } x^2 + y^2 - 2nx + 2my + m^2 - n^2 = 0$$

kesishmasi to'g'ri burchak bo'lishini isbotlang.

461. $A\left(\frac{5}{3}; -\frac{5}{3}\right)$ nuqtadan $x^2 + y^2 = 5$ aylanaga urinma o'tkazilgan.

Urinmaning tenglamasini tuzing.

462. $A(1; 6)$ nuqtadan $x^2 + y^2 + 2x - 19 = 0$ aylanaga urinma o'tkazilgan.

Urinmaning tenglamasini tuzing.

463. α va β larning qanday qiymatlarida $\alpha(3x + 4y - 10) + \beta(3x - y - 5) = 0$ to'g'ri chiziq $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ aylanaga o'tkazilgan urinma bo'ladi.

464. $A(4; 2)$ nuqtadan $x^2 + y^2 = 10$ aylanaga urinmalar o'tkazilgan. Shu urinmalar orasidagi burchakni toping.

465. $P(2; -3)$ nuqtadan $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 4$ aylanaga urinmalar o'tkazilgan. Shu urinmalar orqali o'tuvchi vatar tenglamasini tuzing.

466. C (6; - 8) nuqtadan $x^2 + y^2 = 25$ aylanaga urinmalar o'tkazilgan . Shu urinmalar orqali o'tuvchi vatardan C nuqtagacha bo'lgan masofa d ni toping.

467. P(- 9 ; 3) nuqtadan $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 78 = 0$ aylanaga urinmalar o'tkazilgan. Shu urinmalar orqali o'tuvchi vatardan aylana markazigacha bo'lgan masofa d ni toping .

468. M(4; - 4) nuqtadan $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$ aylanaga urinmalar o'tkazilgan . Shu urinmalar orqali o'tuvchi vatarning uzunligini toping.

469. A(1; - 2) nuqtadan $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 5 = 0$ aylanaga urinma o'tkazilgan. Shu urinmaning uzunligini toping.

470. $x^2 + y^2 + 10x + 2y + 6 = 0$ aylanaga o'tkazilgan urinma tenglamasini tuzing.

471. $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ aylanaga urinma tenglamasini tuzing va bu urinma $x - 2y + 9 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsin.

3.6. Giperbola va uning kanonik tenglamasi. Giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalari.

Tekislikda

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > 0, b > 0), \quad (3.4.1)$$

tenglama bilan aniqlangan chiziq giperbola deyiladi.

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ bo'lsin. Ox o'qda absissalari $x = -c$ va $x = c$ bo'lgan F_1 va F_2 nuqtalar bilan - (3.4.1) giperbolaning fokuslarini belgilaymiz.

(3.4.1) giperbolani shunday $M(x, y)$ nuqtalarning geometrik o'rni sifatida aniqlash mumkinki, har bir $M(x, y)$ nuqtadan F_1 va F_2 fokuslargacha bo'lgan masofalarning farqi o'zgarmas $2a$ kattalikkaga teng bo'ladi.

Haqiqatan,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MF_1} - \overrightarrow{MF_2} &= \sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a, \\ (x+c)^2 + y^2 &= (x-c)^2 + y^2 + 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + 4a^2, \\ 4cx - 4a^2 &= 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c^2x^2 - 2a^2cx + a^4 &= a^2(x^2 - 2cx + c^2) + a^2y^2, \\
(a^2 + b^2)x^2 &= a^2x^2 + a^2b^2 + a^2y^2, \\
b^2x^2 - a^2y^2 &= a^2b^2,
\end{aligned}$$

bu yerdan (3.4.1) tenglama hosil bo'ladi.

Lekin bu yerda giperbolaning faqatgina o'ng shoxasi hosil bo'ladi. Chap shoxasini hosil qilish uchun $\overrightarrow{MF_2} - \overrightarrow{MF_1} = 2a$ tenglikdan boshlash kerak.

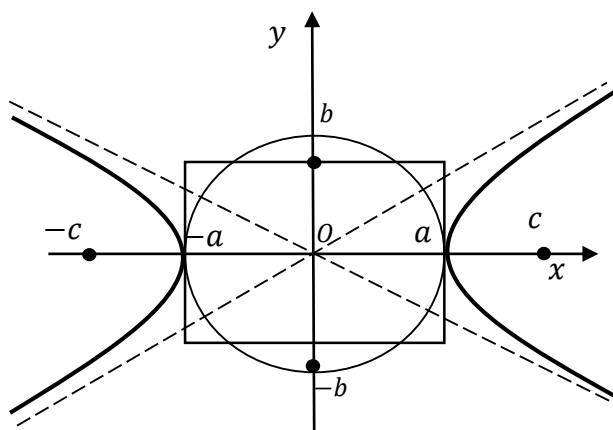
Tenglamani ko'rinishiga qarab, (3.4.1) giperbola Ox va Oy o'qlarga nisbatan simmetrik ekanligini xulosa qilishimiz mumkin.

Giperbolaning birinchi chorakda joylashgan qismi tenglamasining ko'rinishi quyidagicha:

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2} \quad (a \leq x < \infty) \quad (3.4.2)$$

Ko'rinib turibdiki, giperbola $(a, 0)$ nuqtadan o'tadi va x ning $[a, \infty)$ yarim intervalda o'sishi bilan y ordinata o'sadi va cheksizlikka intiladi.

Giperbola Ox o'qni kesib o'tgan $A(-a, 0)$ va $B(a, 0)$ nuqtalari uning uchlari deyiladi. (3.4.2) tenglama bilan aniqlangan chiziqni $y = \frac{b}{a}x$ to'g'ri chiziq bilan solishtiramiz.



23 – chizma. **Giperbolaning geometrik tasviri.**

Ko'rish qiyin emaski,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{b}{a}x - \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{b}{a} \cdot \frac{a^2}{x + \sqrt{x^2 - a^2}} = 0$$

bo'ladi.

Bu esa $y = \frac{b}{a}x$ to'g'ri chiziq bu chiziqqa nisbatan asimptota ekanligini bildiradi. Giperbola o'qlarga nisbatan simmetrik ekanligidan $y = \pm \frac{b}{a}x$ to'g'ri chiziqlar (3.4.1) giperbolaning $x \rightarrow +\infty$ va $x \rightarrow -\infty$ dagi asimptotalari bo'ladi.

472. Fokusi absissa o'qida joylashgan va koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo'lgan giperbola tenglamasini tuzing , agar quyidagilar ma'lum bo'lsa:

- 1) uning o'qlari $2a = 10$ va $2b = 8$;
- 2) fokuslar orasidagi masofa $2c = 10$ va mavhum o'qi $2b = 8$;
- 3) fokuslar orasidagi masofa $2c = 6$ va eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{3}{2}$;
- 4) haqiqiy o'qi $2a = 16$ va eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{5}{4}$;
- 5) asimptota tenglamasi $y = \pm \frac{4}{3}x$ va fokuslar orasidagi masofa $2c = 20$;
- 6) direktrissalar orasidagi masofa 22 ga teng va fokuslar orasidagi masofa $2c = 26$;
- 7) direktrissalar orasidagi masofa $\frac{32}{5}$ ga teng va mavhum o'qi $2b = 6$;
- 8) direktrissalar orasidagi masofa $\frac{8}{3}$ ga teng va eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{3}{2}$;
- 9) asimptota tenglamasi $y = \pm \frac{3}{4}x$ va direktrissalar orasidagi masofa $12\frac{4}{5}$ ga teng.

473. Fokusi ordinata o'qida joylashgan va koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo'lgan giperbola tenglamasini tuzing , agar quyidagilar ma'lum bo'lsa:

- 1) uning yarim o'qlari $a = 6$, $b = 18$;
- 2) fokuslar orasidagi masofa $2c = 10$ va eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{5}{3}$;
- 3) asimptota tenglamasi $y = \pm \frac{12}{5}x$ va uchlari orasidagi masofa 48;
- 4) direktrissalar orasidagi masofa $7\frac{1}{7}$ va eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{7}{5}$;

5) asimptota tenglamasi $y = \pm \frac{4}{3}x$ va direktrissalar orasidagi masofa $6\frac{2}{5}$ ga

teng.

474. Quyida berilgan giperbolalarni a va b yarim o'qlarini toping:

1) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$; 2) $\frac{x^2}{16} - y^2 = 1$ 3) $x^2 - 4y^2 = 16$;

4) $x^2 - y^2 = 1$; 5) $4x^2 - 9y^2 = 25$; 6) $25x^2 - 16y^2 = 1$;

7) $9x^2 - 16y^2 = 1$.

475. Giperbola tenglamasi berilgan $16x^2 - 9y^2 = 144$. Topping:

1) yarim o'qlari a va b ;

2) fokuslarini ;

3) eksentrisiteti; 4) asimptota tenglamasini toping; 5) direktrissa tenglamasini toping.

476. Giperbola tenglamasi berilgan $16x^2 - 9y^2 = -144$. Quyidagilarni toping:

1) yarim o'qlari a va b ;

2) fokuslarini ;

3) eksentrisiteti; 4) asimptota tenglamasini toping; 5) direktrissa tenglamasini.

477. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ giperbola asimptotasi va $9x + 2y - 24 = 0$ to'g'ri chiziq

bilan chegaralangan uchburchakning yuzini toping.

478. Quyidagi tenglamalar qanday chiziqlarni ifodalashini aniqlang:

1) $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 9}$, 2) $y = -3\sqrt{x^2 + 1}$,

3) $x = -\frac{4}{3}\sqrt{x^2 + 9}$, 4) $y = \frac{2}{5}\sqrt{x^2 + 25}$.

Bu chiziqlarni chizmasini chizing.

479. $\frac{x^2}{80} - \frac{y^2}{20} = 1$ giperbolaning $M_1(10; -\sqrt{5})$ nuqtasi berilgan. Fokal radiusi

M_1 nuqta bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

480. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ giperbolani $M_1\left(-5; \frac{9}{4}\right)$ nuqta qanoatlantirishi ko'rinib

turibdi. M_1 nuqtaning fakal radiusini toping.

481. $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ giperboladagi nuqtadan o'ng fokusgacha bo'lgan masofa 4,5

ga teng bo'lsa shu nuqtani koordinatasini toping.

482. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ giperboladagi nuqtadan chap fokusgacha bo'lgan masofa 7

ga teng bo'lsa shu nuqtani koordinatasini toping.

483. Fokuslari absissa o'qida yotib koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo'lgan giperbola tenglamasini tuzing, quyidagilar berilgan bo'lsa:

- 1) giperbolaning $M_1(6; -1)$ va $M_2(-8; 2\sqrt{2})$ nuqtalari;
- 2) giperbolaning $M_1(-5; 3)$ nuqtasi va eksentrisiteti $\varepsilon = \sqrt{2}$;
- 3) giperbolaning $M_1\left(\frac{9}{2}; -1\right)$ nuqtasi va $y = \pm \frac{2}{3}x$ asimtota tenglamasi;
- 4) giperbolaning $M_1\left(-3; \frac{5}{2}\right)$ nuqtasi va $y = \pm \frac{4}{3}$ direktrissa tenglamasi;
- 5) $y = \pm \frac{3}{4}x$ asimtota tenglamasi va $x = \pm \frac{16}{5}$ direktrissa tenglamasi;

484. Teng tomonli giperbolaning eksentrisitetini hisoblang.

485. Giperbolaning fokuslari uning uchidan 60° burchakda ko'rinsa giperbolaning eksentrisitetini hisoblang.

486. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ellipsning fokusi giperbolaning fokusi bilan ustma ust

bo'ladi. Agar giperbolaning eksentrisiteti $\varepsilon = 2$ ga teng bo'lsa giperbolaning tenglamasini tuzing.

487. Fokusi $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ ellipsning uchida yotuvchi, direktrissasi esa

ellipsning fokusidan o'tuvchi giperbola tenglamasini tuzing.

488. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ giperbolaning fokusidan uning asimtotasigacha bo'lgan

masofa b ga teng bo'lishini isbotlang.

489. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ giperbolaning ixtiyoriy nuqtasidan uning ikki

asimtotasigacha bo'lgan masofalar ko'paytmasi har doim $\frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$ gat eng bo'lishini isbotlang.

490. Agar yarim o'qlari a va b , markazi $C(x_0; y_0)$ nuqta va fokusi quyidagi chiziqlarda:

1) Ox o'qlari parallel;

2) Oy o'qlari parallel;

bo'lsa, giperbola tenglamasini tuzing.

491. Quyidagi tenglamalar giperbola hosil qilishini tekshiring va uning C markazi koordinatasini, yarim o'qlarini, eksentrisitetini, asimtota va direktrissa tenglamalarini toping:

1) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0;$

2) $9x^2 - 16y^2 + 90x + 32y - 367 = 0;$

3) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0.$

492. Quyidagi tengliklar qanday chiziqlarni ifodalashini hisoblang:

1) $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x - 5},$ 2) $y = 7 - \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 6x + 13},$

3) $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8},$ 4) $x = 5 - \frac{2}{3}\sqrt{y^2 + 4y - 12}.$

Bu chiziqlarni chizmasini chizing.

493. Quyidagilarni bilgan holda, giperbola tenglamasini tuzing:

1) uchlari orasidagi masofa 24 ga teng va fokuslari $F_1(-10; 2), F_2(16; 2);$

2) fokuslari $F_1(3; 4), F_2(-3; -4)$ va direktrissalar orasidagi masofa 3,6;

3) asimtotalar orasidagi burchak 90° va fokuslari $F_1(4; -4), F_2(-2; 2)$

494. Agar eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{5}{4}$, fokusi $F(5; 0)$ va direktrissasi $5x - 16 = 0$

ga teng bo'lsa, giperbolaning tenglamasini tuzing.

495. Agar eksentrisiteti $\varepsilon = \frac{13}{12}$, fokusi $F(0; 13)$ va direktrissasi tenglamasi

$13y - 144 = 0$ ga teng bo'lsa, giperbola tenglamasini tuzing.

496. $A(-3; -5)$ nuqtada yotuvchi, fokusi $F(-2; -3)$ ga, direktrissa tenglamasi $x+1=0$ bo'lgan giperbola tenglamasini tuzing.

497. Agar eksentrisiteti $\varepsilon = \sqrt{5}$, fokusi $F(2; -3)$ va direktrissasi $3x - y + 3 = 0$ ga teng bo'lsa, giperbola tenglamasini tuzing.

498. $M_1(1; -2)$ nuqtada yotuvchi, fokusi $F(-2; 2)$ ga, direktrissa tenglamasi $2x - y - 1 = 0$ bo'lgan giperbolaning tenglamasini tuzing.

499. Teng tomonli $x^2 - y^2 = a^2$ giperbola berilgan. Uning asimtotalarini koordinata o'qlari deb faraz qiling va hosil bo'lgan sistemada giperbola tenglamasini tuzing.

500. Quyidagi tenglamalar giperbola hosil qilishini tekshiring va ularning har birini C markazi koordinatasini, yarim o'qlarini, asimtota tenglamalari toping va chizmasini chizing:

$$1) xy=18, \quad 2) 2xy - 9 = 0, \quad 3) 2xy + 25 = 0.$$

501. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ giperbola va $2x - y - 10 = 0$ to'g'ri chiziq kesishmasining nuqtalarini toping.

502. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ giperbola va $4x - 3y - 16 = 0$ to'g'ri chiziq kesishmasining nuqtalarini toping.

503. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ giperbola va $2x - y + 1 = 0$ to'g'ri chiziq kesishmasining nuqtalarini toping.

504. Quyidagi berilgan to'g'ri chiziq va giperbolalarni kesishishi, urinishi yoki kesishmasliklarini tekshiring:

$$1) x - y - 3 = 0, \quad \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1.$$

$$2) x - 2y + 1 = 0, \quad \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

$$3) 7x - 5y = 0, \quad \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1.$$

505. m ning qanday qiymatlarida $y = 5x + m$ to'g'ri chiziq :

1) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$ giperbola bilan kesishadi. 2) urinma bo'ladi;

3) giperbolaning tashqarisidan o'tadi.

506. k va m ning qanday qiymatida $y = kx + m$ to'g'ri chiziq $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ giperbolaga urinadi.

507. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ giperboladagi $M_1(x_1; y_1)$ nuqtadan o'tuvchi urinma tenglamasini tuzing.

508. Giperbolaning bitta diametrini uchlariga o'tkazilgan urinmalar parallel bo'lishini isbotlang.

509. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ giperbolaga urinma va $4x + 3y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan tenglamani tuzing.

510. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$ giperbolaga urinma va $10x - 3y + 9 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan tenglamani tuzing.

511. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{8} = 1$ giperbolaga urinma va $2x + 4y - 5 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan tenglamani tuzing va ular orasidagi masofa d ni toping.

512. $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{18} = 1$ giperbola va $3x + 2y + 1 = 0$ to'g'ri chiziqqa eng yaqin bo'lgan M_1 nuqtani toping va M_1 nuqtadan to'g'ri chiziqgacha bo'lgan d masofani hisoblang.

513. $A(-1; -7)$ nuqtadan o'tib $x^2 - y^2 = 16$ giperbolaga o'tkazilgan urinma tenglamasini tuzing.

514. $C(1; -10)$ nuqtadan $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$ giperbolaga urinma o'tkazilgan. C nuqtadan o'tuvchi xorda tenglamasini tuzing.

515. $P(1; -5)$ nuqtadan $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{5} = 1$ giperbolaga urinma o'tkazilgan. P nuqtadan giperbola bilan kesishishidan hosil bo'lgan nuqttagacha bo'lgan masofa d ni toping.

516. Giperbola $9x + 2y - 15 = 0$ to'g'ri chiziq bilan $A(\sqrt{6}; 3)$ nuqta kesishadi. Agar koordinatalar o'qi giperbolaning yasovchilari bo'lsa, giperbola tenglamasini tuzing.

517. Kesishuvchi $5x - 6y - 16 = 0$ va $13x - 10y - 48 = 0$ to'g'ri chiziqlar giperbolaning yasovchilari bo'lsa giperbola tenglamasini tuzing.

518. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$ ellips va $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1$ giperbolaning kesishgan nuqtalaridan hosil bo'lgan nuqtalar uchburchakning uchlari bo'lsa uning tomonlarini tenglamasini tuzing.

519. Berilgan aylanaga tashqi ravishda urinuvchi va berilgan birgina nuqtadan o'tuvchi doiralar markazlarining geometrik o'rni giperbola ekanligini isbotlang.

520. Ikkita o'zaro perpendikulyar chiziqdan berilgan ($2a$ va $2b$) uzunlikda kesmalar ajratuvchi aylanalar markazlarining geometrik o'rni topilsin.

521. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ giperbolaning fokusidan urinmalarga tushirilgan perpendikulyarlarining urinish nuqtalarini markaz bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topilsin.

522. $2x - y - 4 = 0$ to'g'ri chiziq giperbolaga urinadi va giperbolaning fokuslari $F_1(-3; 0)$ va $F_2(3; 0)$ nuqtalar berilgan. Giperbola tenglamasini tuzing.

523. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ giperbolaning o'ng fokusidan hamma nuqtalariga o'tkazilgan fokal radius vektorlar o'rtalarining geometrik o'rni topilsin

524. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ giperbolaning $A(a; 0)$ uchidan mumkin bo'lgan vatarlar o'tkazilgan. Shu vatarlar o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

525. Giperbolaning markazi $(-15; 0)$ nuqtaga joylashgan, fokuslaridan biri koordinatalr boshiga tushadi. Shu giperbolaning ordinatalar o'qidan uzunligi 32 ga teng vatar ajratganligi ma'lum bo'lsa, uning tenglamasini toping.

526. Giperbolaga o'tkazilgan ixtiyoriy urinmaning shu giperbolaganing ikkala fokusidan bo'lgan masofalarning ko'paytmasi o'zgarmas bo'lishini isbotlang.

527. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{9} = 1$ giperbolada shunday nuqtalar topish kerakki ulardan o'tgan urinmalar absissalar o'qiga $\frac{\pi}{3}$ burchak ostida og'ishgan bo'lsin.

528. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ giperbolada shunday urinma o'tkazilsinki, u giperbolaning markazidan va o'ng fokusidan bir xil masofada bo'lsin.

529. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{9} = 1$ giperbolaga $(+2; 0)$, $(-4; +3)$, $(+5; -1)$ nuqtalarning har biridan urinmalar o'tkazilsin.

530. Berilgan $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$ giperbolaga :

- 1) $x + y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel;
- 2) $x - 2y = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel;
- 3) $x - 2y = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan urinmalar o'tkazing.

531. Giperbola $x - y - 2 = 0$ to'g'ri chiziqqa $M(4; 2)$ nuqtada urinadi. Shu giperbolaning tenglamasini tuzing.

532. Quyidagi giperbolalarning tenglamalari eng soda shaklga keltirilsin:

- a) $9x^2 - 25y^2 - 18x - 100y - 316 = 0$;
- b) $5x^2 - 6y^2 + 10x - 12y - 31 = 0$;
- c) $x^2 - 4y^2 + 6x + 5 = 0$.

533. Markaziy vataridan o'tib $2x - y + 3 = 0$ to'g'ri chiziq bilan kesishadigan $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ giperbolaning diametr tenglamasini tuzing.

534. $A(3; -1)$ nuqtada teng ikkiga bo'linadigan $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{7} = 1$ giperbolaning vatari tenglamasini tuzing.

535. Bitta diametri $A(8; 1)$ nuqtadan o'tuvchi, $x^2 - 4y^2 = 4$ tenglama bilan berilgan giperbolaning qo'shma diametrlarini tenglamasini tuzing.

536. Orasidagi burchagi 45^0 ga teng bo'lgan $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$ giperbolaning qo'shma diametr tenglamasini tuzing.

537. Giperbolaning chizmasini chizing. Sirkul va lineykadan foydalanib, uning markazini toping.

538. Giperbolaning o'qlari asosiy qo'shma diametrlari yagona bo'lishini isbotlang.

539. Giperbolaning chizmasini chizing. Sirkul va lineykadan foydalanib, uning bosh diametrini yasang.

3.7. Parabola va uning kanonik tenglamasi. Parabolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalari.

Parabola. Tekislikda

$$y^2 = 2px \quad (p > 0) \quad (3.5.1)$$

tenglama bilan aniqlangan chiziq parabola deyiladi. Ox o'qda $x = \frac{p}{2}$ abstsissali parabola fokusi deb ataladigan F nuqtani belgilaymiz va parabola direktrisasi deb ataluvchi $x = -\frac{p}{2}$ to'g'ri chiziqni o'tkazamiz.

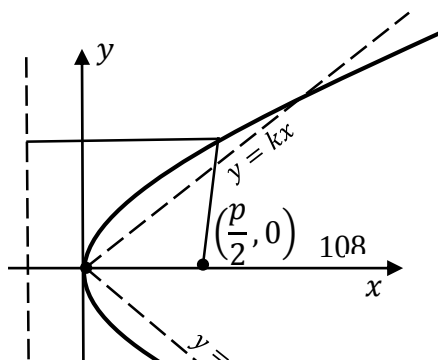
(3.5.1) parabolani shunday $M(x, y)$ nuqtalarning geometrik o'rni sifatida aniqlash mumkinki, har bir $M(x, y)$ nuqta ham fokusdan, ham direktrisadan bir xil masofada joylashadi. Haqiqatan,

$$(\overrightarrow{MF})^2 = \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 \quad (\overrightarrow{MN})^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2,$$

bu yerda $\overrightarrow{MN}$ — M nuqtadan direktrisagacha bo'lgan masofa, demak,

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2, \quad -px + y^2 = px, \quad \text{ya'ni } y^2 = 2px.$$

(3.5.1) tenglamadan ko'rinib turibdiki, parabola Ox o'qga nisbatan simmetrik.



Uning yuqorigi yarmi quyidagi tenglamaga ega:

$$y = \sqrt{2px} \quad (0 \leq x < \infty)$$

bu yerdan ko'rinib turibdiki, $x \in [0, \infty)$ yarim intervalni o'sib bosib o'tganda ordinata y ham 0 dan ∞ gacha o'sadi. Shu bilan birga $x \rightarrow \infty$ da $\frac{y}{x} = \sqrt{\frac{2p}{x}} \rightarrow 0$ bo'ladi. Bu yerdan kelib chiqadiki, x ning etarli katta qiymatlarida parabola Ox o'qni saqlaydigan ixtiyoriy burchak ichiga tushadi. Bundan tashqari, bu yerdan parabola asimptotaga ega emasligi kelib chiqadi.

540. Quyidagi shartlarda parabolaning tenglamasi tuzilsin:

- 1) parabolaning uchidan fokusigacha bo'lgan masofa 3 ga teng;
- 2) fokusning koordinatalari $(5; 0)$ bo'lib, ordinatalar o'qi direktrisasi vazifasini bajaradi;
- 3) parabola Ox o'qiga nisbatan simmetrik bo'lib, $M(1; -4)$ nuqtadan va koordinatalar boshidan o'tadi;
- 4) parabola Oy o'qiga simmetrik bo'lib, $A(6; -2)$ nuqtadan va koordinatalar boshidan o'tadi.

541. Parabolaning quyidagi tenglamalari berilgan bo'lsin, parabolaning uchining koordinatalari; parametric va o'qining yo'nalishini toping:

$$1) y^2 = 6x; \quad 2) x^2 = 5y; \quad 3) y^2 = -4x; \quad 4) x^2 = -y.$$

542. Quyidagilarni bilgan holda , uchi koordinatalar boshidan o'tuvchi parabola tenglamasini tuzing :

- 1) Ox o'qiga nisbatan simmetrik va $A(9; 6)$ nuqtadan o'tuvchi parabola ;
- 2) Ox o'qiga nisbatan simmetrik va $B(-1; 3)$ nuqtadan o'tuvchi parabola ;

3) Oy o'qiga nisbatan simmetrik va $C(1; 1)$ nuqtadan o'tuvchi parabola ;

4) Oy o'qiga nisbatan simmetrik va $D(4; -8)$ nuqtadan o'tuvchi parabola .

543. Fontandan otilib chiqayotgan suv oqimi, parametric $p = 0,1$ bo'lgan parabola shaklini oladi. Suvning hovuzga, chiqayotgan joyidan $2m$ uzoqlikda tushayotganligi ma'lum bo'lsa, otilib chiquvchi suvning balandligi topilsin.

544. Koordinata boshidan o'tib , Oy o'qiga simmetrik va fokusi $F(0; -3)$ nuqtada bo'lgan parabola tenglamasini tuzing .

545. Quyida berilganlar qanday chiziqlarni ifodalaydi:

1) $y = + 2\sqrt{x}$, 2) $y = + \sqrt{-x}$, 3) $y = -3\sqrt{-2x}$,

4) $y = -2\sqrt{x}$, 5) $x = + \sqrt{5y}$, 6) $x = -5\sqrt{-y}$,

7) $x = -\sqrt{3y}$, 8) $x = + 4\sqrt{-y}$.

Bu chiziqlarni chizmasini chizing.

546. $y^2 = 24x$ parabola tenglamasidan F fokusini va direktrissa tenglamasini toping.

547. $y^2 = 20x$ parabola tenglamasi berilgan, agar M nuqtaning absissasi 7 ga teng bo'lsa M fokal radiusni toping.

548. $y^2=12x$ parabola tenglamasi berilgan, agar M nuqtaning ordinatasi 6 ga teng bo'lsa M fokal radiusni toping.

549. $y^2=16x$ parabola tenglamasi berilgan. Fokal radius 13 ga teng bo'ladigan M nuqtani toping.

550. Agar $F(-7; 0)$ fokus va direktrissa tenglamasi $x - 7 = 0$ berilgan bo'lsa. Parabola tenglamasini tuzing.

551. $y^2 = 2px$ parabola ordinatalari o'rtalarining geometrik o'rni topilsin.

552. $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$ ellips bilan $y^2 = \frac{20}{3}x$ parabolaning umumiy urinmalari topilsin.

553. Quyida berilgan parabola tenglamalarini yasang va uning A uchining koordinatasini , parametri p ni va direktrissa tenglamasini tuzing :

1) $y^2 = 4x - 8$, 2) $y^2 = 4 - 6x$,

3) $x^2 = 6y + 2$, 4) $x^2 = 2 - y$.

554. Quyida berilgan parabola tenglamalarini yasang va uning A uchining koordinatasini va parametri p ni toping :

$$1) y = \frac{1}{4}x^2 + x + 2, \quad 2) y = 4x^2 - 8x + 7, \quad 3) y = -\frac{1}{6}x^2 + 2x - 7.$$

555. Quyida berilgan parabola tenglamalarini yasang va uning A uchining koordinatasini, parametri p ni toping :

$$1) x = 2y^2 - 12y + 14, \quad 2) x = -\frac{1}{4}y^2 + y, \quad 3) x = -y^2 + 2y - 1.$$

556. Quyidagi berilgan tenglamalar qanday chiziqni ifodalashini toping va ularni chizmasini chizing.

$$1) y = 3 - 4\sqrt{x-1}, \quad 2) x = -4 + 3\sqrt{y+5},$$

$$3) x = 2 - \sqrt{6-2y}, \quad 4) y = -5 - \sqrt{-3x-21}.$$

557. Agar parabolaning $F(7; 2)$ fokusi va direktrissa tenglamasi $x - 5 = 0$ berilgan bo'lsa parabola tenglamasini tuzing .

558. Agar parabolaning $F(4; 3)$ fokusi va direktrissa tenglamasi $y + 1 = 0$ berilgan bo'lsa parabola tenglamasini tuzing .

559. Agar parabolaning $F(2; -1)$ fokusi va direktrissa tenglamasi $x - y - 1 = 0$ berilgan bo'lsa parabola tenglamasini tuzing.

560. Parabolaning $A(6; -3)$ uchi va uning direktrissa tenglamasi

$$3x - 5y + 1 = 0.$$

berilgan. Ushbu parabolaning F fokusini toping .

561. Parabolaning $A(-2; -1)$ uchi va uning direktrissa tenglamasi $x + 2y - 1 = 0$ berilgan. Ushbu parabolaning tenglamasini tuzing .

562. $x + y - 3 = 0$ to'g'ri chiziq va $x^2 = 4y$ parabola kesishgan nuqtani toping.

563. $3x + 4y - 12 = 0$ to'g'ri chiziq va $y^2 = -9x$ parabola kesishgan nuqtani toping.

564. $3x - 2y + 6 = 0$ to'g'ri chiziq va $y^2 = 6x$ parabola kesishgan nuqtani toping.

565. Berilgan to'g'ri chiziqlar parabolalar bilan kesishish yoki kesishmasligini tekshiring:

- 1) $x - y + 2 = 0$, $y^2 = 8x$;
- 2) $8x + 3y - 15 = 0$, $x^2 = -3y$;
- 3) $5x - y - 15 = 0$, $y^2 = -5x$.

566. Burchak koeffitsiyenti k ning qanday qiymatlarida ushbu $y = kx + 2$ to'g'ri chiziq :

- 1) $y^2 = 4x$ parabolaga urinma bo'ladi ;
- 2) $y^2 = 4x$ parabola bilan kesishadi .

567. Qanday shart bajarilganda $y = kx + b$ to'g'ri chiziq $y^2 = 2px$ parabolaga urinma bo'ladi.

568. $y^2 = 2px$ parabolaga $k \neq 0$ bo'lganda faqat bittagina urinma o'tkazish mumkin ekanligini isbotlang.

569. $y^2 = 2px$ parabolaga $M_1(x_1; y_1)$ nuqtadan o'tuvchi urinma tenglamasini tuzing.

570. $y^2 = 2px$ parabolaga $M_1(x_1; y_1)$ nuqtadan o'tib $2x + 2y - 3 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan urinma tenglamasini tuzing .

571. $y^2 = 2px$ parabolaga $M_1(x_1; y_1)$ nuqtadan o'tib $2x + 4y + 7 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan urinma tenglamasini tuzing .

572. $P(5; -7)$ nuqtadan $y^2 = 8x$ parabolaga urinma o'tkazilsin.

573. $y^2 = 4x$ parabola va unga $x + 3y + 9 = 0$ urinma berilgan. Ularning urinish nuqtasini toping.

574. $y^2 = 36x$ parabolaga $A(2; 9)$ nuqtada o'tkazilgan urinma tenglamasini tuzing.

575. $y^2 = 12x$ parabolaning $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ellips bilan kesishish nuqtalarini topilsin.

576. $y^2 = 2px$ parabola ichki chizilgan mumtazam uchburchak tomonlarining uzunligi hisoblansin.

577. $y^2 = 18x$ parabolaning quyidagi to'g'ri chiziqlar bilan kesishish nuqtalari topilsin:

- a) $6x + y - 6 = 0$;
- b) $9x - 2y + 2 = 0$;
- c) $4x - y + 5 = 0$;
- d) $y - 3 = 0$.

578. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$ ellips bilan $y^2 = 24x$ parabolaning kesishish nuqtalarini

toping.

579. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = -1$ giperbola va $y^2 = 3x$ parabola kesishgan nuqtalarini toping.

580. Ikki parabolaning kesishish nuqtalarini toping: $y = x^2 - 2x + 1$,
 $x = y^2 - 6y + 7$.

581. Markaziy vataridan o'tib $3x + y - 5 = 0$ to'g'ri chiziq bilan kesishadigan $y^2 = 12x$ parabola diametrik tenglamasini toping.

582. $y^2 = 20x$ parabola berilgan. $A(2; 5)$ nuqtadan o'tib shu nuqtada teng ikkiga bo'linadigan parabola xordasining tenglamasini toping.

583. Parabolaning o'qlari asosiy diametri yagona bo'lishini isbotlang.

584. Parabola grafigini chizing. Sirkul va lineyka yordamida uning bosh diametrini hosil qiling.

585. Quyidagi chiziqlardan qaysilari yagona markazga ega, qaysilari ko'p markazlarga ega va qaysilari markazga ega emas:

- 1) $3x^2 - 4xy - 2y^2 + 3x - 12y - 7 = 0$;
- 2) $4x^2 + 5xy + 3y^2 - x + 9y - 12 = 0$;
- 3) $4x^2 - 4xy + y^2 - 6x + 8y + 13 = 0$;
- 4) $4x^2 - 4xy + y^2 - 12x + 6y - 11 = 0$;
- 5) $x^2 - 2xy + 4y^2 + 5x - 7y + 12 = 0$;
- 6) $x^2 - 2xy + y^2 - 6x + 6y - 3 = 0$;
- 7) $4x^2 - 20xy + 25y^2 - 14x + 2y - 15 = 0$;
- 8) $4x^2 - 6xy - 9y^2 + 3x - 7y + 12 = 0$.

586. Quyidagi chiziqlarning qaysilari markazga ega va ularning markazlarini toping:

- 1) $3x^2 + 5xy + y^2 - 8x - 11y - 7 = 0$;

$$2) 5x^2 + 4xy + 2y^2 + 20x + 20y - 18 = 0;$$

$$3) 9x^2 - 4xy - 7y^2 - 12 = 0;$$

$$4) 2x^2 - 6xy + 5y^2 + 22x - 36y + 11 = 0.$$

587. Quyidagi har bir chiziqning ko'p markazli bo'lishini tekshiring; har biri uchun geometrik markazini aniqlaydigan tenglamasini tuzing:

$$1) x^2 - 6xy + 9y^2 - 12x + 36y + 20 = 0;$$

$$2) 4x^2 + 4xy + y^2 - 8x - 4y - 21 = 0;$$

$$3) 25x^2 - 10xy + y^2 + 40x - 8y + 7 = 0.$$

588. Quyidagi tenglamalar markaziy chiziqni ifodalashini tekshiring; ularning har birini koordinata boshiga ko'chiruvchi tenglamasini tuzing:

$$1) 3x^2 - 6xy + 2y^2 - 4x + 2y + 1 = 0;$$

$$2) 6x^2 + 4xy + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0;$$

$$3) 4x^2 + 6xy + y^2 - 10x - 10 = 0;$$

$$4) 4x^2 + 2xy + 6y^2 + 6x - 10y + 9 = 0.$$

589. m va n ning qanday qiymatlarida

$$mx^2 + 12xy + 9y^2 + 4x + ny - 13 = 0$$

tenglama quyidagilarni aniqlaydi:

- a) markaziy chiziqni;
- b) markazsiz chiziqni;
- c) ko'p markazli chiziqlarni.

590. $4x^2 - 4xy + y^2 + 6x + 1 = 0$ chiziq tenglamasi berilgan. $y = kx$ to'g'ri chiziqda burchak koeffitsiyenti k ning qanday qiymatlarida:

- a) bu chiziqlar bir nqtada kesishadi;
- b) bu chiziqlar urinadi;
- c) bu chiziqlar ikki nuqtada kesishadi;
- d) bu chiziqlar umumiy nuqtaga ega bo'lmaydi.

591. Koordinata boshidan va $M(6; -2)$ nuqtadan o'tib $x - 2 = 0$ to'g'ri chiziq bilan $N(2; 0)$ nuqtada kesishadigan ikkinchi tartibli chiziq tenglamasini tuzing.

592. $P(1; -2)$ nuqta ikkinchi tartibli chiziqning markazi hisoblanib, $Q(0; -3)$ nuqtadan o'tadi va Ox o'qining koordinata boshida urinadi. Bu to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

593. Quyida qanday chiziqlar berilganligini aniqlang:

- 1) $x^2 - xy = 0$; 2) $xy + y^2 = 0$; 3) $x^2 - y^2 = 0$;
- 4) $xy = 0$; 5) $y^2 - 9 = 0$; 6) $xy^2 - 8xy + 15 = 0$;
- 7) $y = |x|$; 8) $x = |y|$; 9) $y + |x| = 0$; 10) $x + |y| = 0$;
- 11) $y = |x - 1|$; 12) $y = |x + 2|$; 13) $x^2 + y^2 = 16$;
- 14) $y^2 + 5y + 4 = 0$; 15) $x^2y - 7xy + 10y = 0$;
- 16) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$; 17) $(x + 5)^2 + (y - 1)^2 = 9$;
- 18) $(x - 1)^2 + y^2 = 4$; 19) $x^2 + (y + 3)^2 = 1$;
- 20) $(x - 3)^2 + y^2 = 0$; 21) $x^2 + 2y^2 = 0$;
- 22) $2x^2 + 3y^2 + 5 = 0$ 23) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + 1 = 0$.

594. Quyidagi berilgan chiziqlardan qaysilari koordinata boshidan o'tadi:

- 1) $x + y = 0$; 2) $x - y = 0$; 3) $x^2 + y^2 - 36 = 0$;
- 4) $x^2 + y^2 - 2x = 0$; 5) $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 1 = 0$.

595. Chiziqlar tenglamasi berilgan:

- 1) $x^2 + y^2 = 49$; 2) $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$;
- 3) $(x + 6)^2 + (y - 3)^2 = 25$; 4) $(x + 5)^2 + (y - 4)^2 = 9$;
- 5) $x^2 + y^2 - 12x + 16y = 0$; 6) $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 7 = 0$;
- 7) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 12 = 0$.

Quyidagilar bilan kesishish nuqtalarini toping: a) Ox o'qi bilan; b) Oy o'qi bilan.

596. Quyidagi ikki chiziqlarning kesishish nuqtalarini toping:

- 1) $x^2 + y^2 = 8$, $x - y = 0$;
- 2) $x^2 + y^2 - 16x + 4y + 18 = 0$, $x + y = 0$;
- 3) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$, $x^2 + y^2 = 25$;
- 4) $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 40 = 0$, $x^2 + y^2 = 4$.

597. Quyidagi berilgan egri chiziqlarni kanonik ko'rinishga keltiring.

Ularning turini aniqlang va ularni chizmasini chizing:

- 1) $4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0$;

$$2) 9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0;$$

$$3) 9x^2 + 4y^2 + 18x - 8y + 49 = 0;$$

$$4) 4x^2 - y^2 + 8x - 2y + 3 = 0;$$

$$5) 2x^2 + 3y^2 + 8x - 6y + 11 = 0.$$

598. Quyidagi berilgan egri chiziqlarni kanonik ko'rinishga keltiring.

Ularning turini aniqlang va ularni chizmasini chizing:

$$1) 32x^2 + 52xy - 7y^2 + 180 = 0;$$

$$2) 5x^2 - 6xy + 5y^2 - 32 = 0;$$

$$3) 17x^2 - 12xy + 8y^2 = 0;$$

$$4) 5x^2 + 24xy - 5y^2 = 0;$$

$$5) 5x^2 - 6xy + 5y^2 + 8 = 0.$$

599. Quyida berilgan egri chiziqlarning turlarini aniqlang:

$$1) 2x^2 + 10xy + 12y^2 - 7x + 18y - 15 = 0;$$

$$2) 3x^2 - 8xy + 7y^2 + 8x - 15y + 20 = 0;$$

$$3) 25x^2 - 20xy + 4y^2 - 12x + 20y - 17 = 0;$$

$$4) 5x^2 + 14xy + 11y^2 + 12x - 7y + 19 = 0;$$

$$5) x^2 - 4xy + 4y^2 + 7x - 12 = 0;$$

$$6) 3x^2 - 2xy - 3y^2 + 12y - 15 = 0.$$

600. Quyidagi berilgan egri chiziqlarning kanonik ko'rinishini toping va ularning turini aniqlang:

$$1) 3x^2 + 10xy + 3y^2 - 2x - 14y - 13 = 0;$$

$$2) 25x^2 - 14xy + 25y^2 + 64x - 64y - 224 = 0;$$

$$3) 4xy + 3y^2 + 16x + 12y - 36 = 0;$$

$$4) 7x^2 + 6xy - y^2 + 28x + 12y + 28 = 0;$$

$$5) 19x^2 + 6xy + 11y^2 + 38x + 6y + 29 = 0;$$

$$6) 5x^2 - 2xy + 5y^2 - 4x + 20y + 20 = 0.$$

601. Quyidagi berilgan egri chiziqlarning turini aniqlang:

$$1) 14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0;$$

$$2) 11x^2 - 20xy - 4y^2 - 20x - 8y + 1 = 0;$$

$$3) 7x^2 + 60xy + 32y^2 - 14x - 60y + 7 = 0;$$

- 4) $50x^2 - 8xy + 35y^2 + 100x - 8y + 67 = 0$;
- 5) $41x^2 + 24xy + 34y^2 + 34x - 112y + 129 = 0$;
- 6) $29x^2 - 24xy + 36y^2 + 82x - 96y - 91 = 0$;
- 7) $4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0$;
- 8) $41x^2 + 24xy + 9y^2 + 24x + 18y - 36 = 0$.

602. Quyidagi berilgan egri chiziqlar ellipsni ifodalasa, uning yarim o'qlarini toping:

- 1) $41x^2 + 24xy + 9y^2 + 24x + 18y - 36 = 0$;
- 2) $8x^2 + 4xy + 5y^2 + 16x + 4y - 28 = 0$;
- 3) $13x^2 + 18xy + 37y^2 - 26x - 18y + 3 = 0$;
- 4) $13x^2 + 10xy + 13y^2 + 46x + 62y + 13 = 0$.

III bobning xulosasi.

Bitiruv malakaviy ishining uchinchi bobi Birinchi va ikkinchi tartibli chiziqlarga bag'ishlangan bo'lib, bu bob quyidagi qismlardan tashkil topgan:

- 1) To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi. Ikki to'g'ri chiziqning kesishuvi;
- 2) Uchta to'g'ri chiziqning bir nuqtadan o'tish sharti;
- 3) To'g'ri chiziqlar dastasi;
- 4) Ellips va uning kanonik tenglamasi. Ellipsning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi;
- 5) Aylana va uning kanonik tenglamasi. Aylananing qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi;
- 6) Giperbola va uning kanonik tenglamasi. Giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi;
- 7) Parabola va uning kanonik tenglamasi. Parabolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi;

Bitiruv malakaviy ishimning uchinchi bobini tayyorlash jarayonida turli xil analitik geometriyaga oid ruscha kitoblarni qidirib, ularni o'zbek tilida lotin alifbosidan foydalangan holda yozib, tarjima qilib chiqdim. Bundan tashqari Buxoro Davlat Universiteti Fizika-matematika fakultetida Matematika kafedrası

katta o'qituvchisi Z.Hamdamov ustozimning 1-1 Mat-17; 1-2 Mat-17 guruhlarida bo'lib o'tgan "Analitik geometriya" fani maruza va amaliy mashg'ulotlarga malakaviy amaliyotdan bo'sh vaqtlarimda qatnashib, shu bobdagi mavzularga oid yangi qo'shimcha misol va masalalar tuzishga harakat qildim.

Xotima.

Bitiruv malakaviy ishimning birinchi bobi Koordinata o'qlariga bag'ishlangan bo'lib, analitik geometriya fanini koordinata metodi orqali o'quvchilarga tushuntirish boshqa metodlarga qaraganda osonroq.

Ushbu bob olti qismdan iborat bo'lib, unda:

- 1) Son o'qi va uning kesimlari. Koordinata chiziqlari haqida;
- 2) To'g'ri burchakli Dekart koordinatalar tekisligi haqida;
- 3) Fazoda to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar tekisligi haqida;
- 4) Yo'naltirilgan kesma. Kesmaning berilgan o'qlardagi proyeksiylari. Kesmaning uzunligi va og'ish burchagi. Ikki nuqta orasidagi masofalar haqida;
- 5) Koordinatalari bilan berilgan uchburchakning yuzini topish haqida;
- 6) Koordinata o'qlarini parallel ko'chirish va burishga oid ma'lumotlar berilgan.

O'z bitiruv malakaviy ishimning birinchi bobini tayyorlash jarayonida turli xil analitik geometriyaga oid ruscha kitoblarni qidirib, ularni o'zbek tilida lotin alifbosidan foydalangan holda yozib chiqdim. Bundan tashqari Buxoro Davlat Universiteti Fizika-matematika fakultetida Matematika kafedrasida katta o'qituvchisi Z.Hamdamov ustozimizning 1-1 Mat-16; 1-2 Mat16; guruhlarida bo'lib o'tgan "Analitik geometriya" fani maruza va amaliy mashg'ulotlarga darsdan tashqari vaqtlarimda qatnashib, shu bobdagi mavzularga oid yangi qo'shimcha misol va masalalar tuzishga harakat qildim.

Birinchi bobning xulosasi sifatida shuni aytish mumkinki, koordinataga oid masala va misollar o'quvchi va talaba yoshlarni tasavvurlarini rivojlantirishga,

o'zlari ham bu mavzularga oid turli xil masala va misollar tuzishlariga va keyingi mavzularni ham yaxshiroq tushunishlariga yordam beradi.

Bitiruv malakaviy ishining ikkinchi bobi Vektorlarga bag'ishlangan bo'lib, vektorlar usulidan foydalanib yechiladigan planimetrik, stereometrik masalalar ularning yechimlari, izohlar, ko'rsatmalar, masala shartiga mos chizmalar keltirilgan. Bu bob quyidagi qismlardan tashkil topgan: Vektor tushunchasi. Vektorning proyeksiyasi. Vektorning skalyar ko'paytmasi va vektor ko'paytmasi.

Bitiruv malakaviy ishimda analitik yechimi murakkab bo'lgan masalalarni vektorlar yordamida sodda yechish usullari keltirilgan. Bitiruv malakaviy ishimdan maktab o'quvchilari, kollej, akademik litsey talabalari muhim qo'llanma sifatida foydalanishlari mumkin.

Har qanday algebraik metod kabi vektorning asosi ham, birinchidan geometrik masalaning sharti va kutilayotgan natija algebraik tilda yozilishidadir (ya'ni vektor algebrasi tilida), vektor masalasining modeli tuzilishida geometrik masalani vektor metodida yechish samarali bo'lishi uchun vektorlar yordamida asosiy geometrik ob'ektlarni keltirish va ular o'rtasidagi aloqani vektor tilida ifodalashni o'rganish kerak.

Bitiruv malakaviy ishimning ikkinchi bobini tayyorlash jarayonida turli xil analitik geometriyaga oid ruscha kitoblarni qidirib, ularni o'zbek tilida lotin alifbosidan foydalangan holda yozib, tarjima qilib chiqdim. Bundan tashqari Buxoro Davlat Universiteti Fizika-matematika fakultetida Matematika kafedrası katta o'qituvchisi Z.Hamdammov ustozimning 1-1 Mat-17; 1-2 Mat-17 guruhlarida bo'lib o'tgan "Analitik geometriya" fani maruza va amaliy mashg'ulotlarga malakaviy amaliyotdan bo'sh vaqtlarimda qatnashib, shu bobdagi mavzularga oid yangi qo'shimcha misol va masalalar tuzishga harakat qildim.

Bitiruv malakaviy ishining uchinchi bobi Birinchi va ikkinchi tartibli chiziqlarga bag'ishlangan bo'lib, bu bob quyidagi qismlardan tashkil topgan:

- 1) To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi. Ikki to'g'ri chiziqning kesishuvi;
- 2) Uchta to'g'ri chiziqning bir nuqtadan o'tish sharti;
- 3) To'g'ri chiziqlar dastasi;
- 4) Ellips va uning kanonik tenglamasi. Ellipsning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi;

- 5) Aylana va uning kanonik tenglamasi. Aylananing qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi;
- 6) Giperbola va uning kanonik tenglamasi. Giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi;
- 7) Parabola va uning kanonik tenglamasi. Parabolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasi;

Bitiruv malakaviy ishimning uchinchi bobini tayyorlash jarayonida turli xil analitik geometriyaga oid ruscha kitoblarni qidirib, ularni o'zbek tilida lotin alifbosidan foydalangan holda yozib, tarjima qilib chiqdim. Bundan tashqari Buxoro Davlat Universiteti Fizika-matematika fakultetida Matematika kafedrasida katta o'qituvchisi Z.Hamdamiy ustozimning 1-1 Mat-17; 1-2 Mat-17 guruhlarida bo'lib o'tgan "Analitik geometriya" fani maruza va amaliy mashg'ulotlarga malakaviy amaliyotdan bo'sh vaqtlarimda qatnashib, shu bobdagi mavzularga oid yangi qo'shimcha misol va masalalar tuzishga harakat qildim.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti farmoni. “Ma‘rifat” gazetasi, 2017-yil, 22-fevral. N15 (8976) son.
2. I.A.Karimov. Yuksak ma‘naviyat-yengilmas kuch. Toshkent, “Ma‘naviyat” 2008y.
3. Kletenik D.V., Sbornik zadach po analiticheskoy geometrii.-M.: GITTL. 1986.
4. Suberbiller O.N. Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii.- M: 1931.
5. A.B. Погорелов. Геометрия. (Ўрта 6-10 синфлари учун дарслик). Тошкент, “Ўқитувчи”. 1989 й.
6. Т.Н. Қори-Ниёзий. Аналитик геометрия асосий курси. Тошкент, Ўқитувчи, 1967 й.
7. A.Y.Narmanov. Analitik geometriya. O‘zbekiston Faysuflari Milliy Jamiyati tashkiloti. Toshkent, 2008 y.
8. Т.Тулаганов. А.Норматов. “Математикадан практикум” Уқитувчи. Тошкент. 1989.
9. www.ziyonet.uz.
10. www.ilm.uz.
11. <https://ege.sdamgia.ru/>
12. www.ege.edu.ru