

Ташкентский государственный авиационный институт
Авиакосмический факультет
Кафедра «Основы проектирования»

Пятаев А.В.

Прикладная механика

Учебное пособие
для студентов
немеханических специальностей технических вузов

Ташкент – 2006

Настоящее учебное пособие соответствует учебному плану Ташкентского государственного авиационного института для направлений 5840100, 5860100 и 5140900 на 2004-2005 учебный год. Пособие включает 28 глав, содержащих общие основы механики машин. Авиационная профилизация выражена в приводимых примерах. Может быть использован в любом техническом и педагогическом вузе при чтении лекций по дисциплинам «Прикладная механика» и «Техническая механика» студентам немеханических специальностей.

Предлагаемое пособие включает три раздела:

- теория механизмов и машин;
- основы сопротивления материалов;
- расчеты на прочность и конструкция деталей и узлов машин.

В отличие от существующей учебной литературы все три раздела логически связаны друг с другом, причем основой этой логической связи является машина: сначала приводятся сведения об основах строения и функционирования машин, затем даются свойства материалов, из которых построены машины, и, наконец, описываются методы расчета на прочность и конструкция деталей и узлов машин.

Кроме того, при изложении динамики машин шире используются величины передаточных отношений механизмов, приведена методика динамического расчета машин непериодического действия с двигателями в виде гидро- и пневмоцилиндров, рассмотрено влияние упругости звеньев на конструкцию машины (защита от перегрузок), а также, приведено описание колебаний машин на фундаменте (виброизоляция).

Многие главы сопровождаются числовыми примерами.

Учебное пособие рассмотрено и рекомендовано к опубликованию на заседании кафедры «Основы проектирования» ТГАИ 13 декабря 2005 г. и на заседании методсовета ТГАИ 18 мая 2006 г.

Рецензенты:

Каримов Р.И. – зав. кафедрой «Сопротивление материалов, теория механизмов и машин» Ташкентского государственного технического университета, доктор технических наук, профессор.

Мухамеджанов Б.К. – зав. кафедрой «Технические дисциплины» Ташкентского государственного педагогического университета, кандидат технических наук, профессор.

Содержание.

	стр.
<u>Предисловие</u>	8
Раздел 1. Теория механизмов и машин.	
Часть I. Строение машин и механизмов.	
<u>Глава 1. Строение машин.</u>	
§1.1. Блок-схема машины	10
§1.2. Виды машин	11
<u>Глава 2. Строение механизмов.</u>	
§2.1. Звенья и кинематические пары	12
§2.2. Классификация кинематических пар	13
§2.3. Состав механизмов	17
§2.4. Схемы механизмов, изучаемых в разделе	18
§2.5. Число степеней свободы механизмов	19
§2.6. Структурные формулы	21
Ключевые слова и выражения	25
Контрольные вопросы	25
Часть II. Теория механизмов.	
<u>Глава 3. Плоские стержневые механизмы.</u>	
§3.1. Особенности строения	26
§3.2. Кинематика простейших стержневых механизмов. Цель и задачи	31
§3.3. Построение положений звеньев механизма и траекторий их точек	32
§3.4. Виды скоростей и ускорений в стержневых механизмах и методы их определения	33
§3.5. Кинематический анализ кривошипно-ползунного меха- низма при помощи планов скоростей и ускорений	34
§3.6. Силовой расчет стержневых механизмов. Цель и принцип	40
§3.7. Определение сил инерции и силовых моментов инерции звеньев	41
<u>Глава 4. Кулачковые механизмы.</u>	
§4.1. Классификация кулачковых механизмов	43
§4.2. Геометрия и кинематика простейшего кулачкового механизма	48
§4.3. Анализ движения толкателя. Жесткие и мягкие удары ..	54
§4.5. Условия передачи движения в кулачковом механизме. Угол передачи движения	57
<u>Глава 5. Зубчатые механизмы.</u>	
§5.1. Виды зубчатых передач	60
§5.2. Основной закон зацепления. Эвольвента и ее свойства ..	63
§5.3. Геометрия эвольвентного нулевого зубчатого колеса. Положительные и отрицательные колеса	67

§5.4. Зубчатое зацепление и его параметры	70
§5.5. Сложные зубчатые механизмы	75
§5.6. Планетарные редукторы. Типы и кинематика	81
Ключевые слова и выражения	83
Контрольные вопросы	84
Часть III. Динамика машин.	
<u>Глава 6. Общие положения динамики машин.</u>	
§6.1. Задачи динамики машин	86
§6.2. Динамические параметры машин	87
§6.3. Динамические типы машин	89
§6.4. Механические характеристики машин	90
§6.5. Режимы движения машин	91
§6.6. Коэффициент полезного действия машины	93
<u>Глава 7. Динамическая модель машины.</u>	
§7.1. Динамическая модель машины и ее параметры	96
§7.2. Уравнения движения динамической модели	99
<u>Глава 8. Динамический расчет машин непериодического действия.</u>	
§8.1. Механические характеристики гидро- и пневмоцилиндров	101
§8.2. Предпосылки решения динамической задачи.	104
§8.3. Графический прием определения характера движения .	106
<u>Глава 9. Динамика работы машин периодического действия.</u>	
§9.1. Цикловые возмущения и задачи динамического расчета машин периодического действия	108
§9.2. Неравномерность вращения главного вала машины . . .	108
§9.3. Расчет маховика и место его установки.	110
<u>Глава 10. Упругость звеньев и колебания машины на фундаменте.</u>	
§10.1. Влияние упругости звеньев машины на динамику ее работы. Защита от перегрузок	112
§10.2. Колебания машины на фундаменте. Виброизоляция . .	117
Ключевые слова и выражения	122
Контрольные вопросы	123
Раздел 2. Основы сопротивление материалов.	
Часть I. Общие положения и основы расчетов на прочность.	
<u>Глава 11. Общие положения сопротивления материалов.</u>	
§11.1 Понятия прочности, жесткости и устойчивости. Виды деформаций	124
§11.2. Внешние и внутренние силы	125
§11.3. Основные гипотезы и допущения	126
§11.4. Метод сечений. Основные виды деформированных состояний тел	128
§11.5. Понятие о напряжениях и напряженных состояниях . .	129
<u>Глава 12. Основы расчета на прочность и свойства материалов.</u>	
§12.1. Основы расчета на прочность	130

§12.2. Механические свойства материалов	131
§12.3. Расчет механических характеристик материалов по опытным данным	135
§12.4. Механические характеристики и допускаемые напряжения материалов, используемых в машинах . . .	137
Ключевые слова и выражения	139
Контрольные вопросы	140
Часть II. Простые напряженные состояния.	
<u>Глава 13. Растяжение, сдвиг, срез и кручение.</u>	
§13.1. Растяжение. Закон Гука при растяжении. Расчет на прочность	141
§13.2. Срез. Закон Гука при срезе. Расчет на срез	144
§13.3. Кручение. Напряженное состояние и условие прочности	145
<u>Глава 14. Изгиб. Эпюры моментов. Деформации и напряжения</u>	
§14.1. Общие определения. Метод сечений	148
§14.2. Эпюры моментов и поперечных сил	150
§14.3. Деформации и напряжения. Условие прочности	154
Ключевые слова и выражения	158
Контрольные вопросы	159
Часть III. Особые напряженные состояния.	
<u>Глава 15. Сложное сопротивление.</u>	
§ 15.1. Эквивалентные напряжения	161
§ 15.2. Теории прочности	162
§ 15.3. Изгиб с кручением	163
<u>Глава 16. Устойчивость сжатых стержней.</u>	
§16.1. Понятие о потере устойчивости сжатого стержня	167
§16. 2. Критическая сила при продольном изгибе. Формула Эйлера	169
§16.3. Устойчивость стержней различной гибкости	171
<u>Глава 17. Местные напряжения.</u>	
§17.1. Местные напряжения и их виды	173
§17.2. Концентрация напряжений	175
§17.3. Контактные напряжения	177
Ключевые слова и выражения	181
Контрольные вопросы	182
Раздел 3. Расчеты на прочность и конструкция деталей и узлов машин.	
<u>Глава 18. Общие положения расчета на прочность и конструирования деталей и узлов машин.</u>	
§18.1. Требования, предъявляемые к деталям и узлам машин	183
§18.2. Критерии работоспособности и расчета деталей машин расчета	184
§18.3. Особенности расчета на прочность деталей машин	186

Часть I. Механические передачи

<u>Глава 19. Прямозубые цилиндрические зубчатые передачи.</u>	
§19.1. Условия работы, необходимая точность и технический ресурс зубчатых передач	189
§19.2. Материалы и термообработка зубчатых колес	191
§19.3. Виды напряжений в зубе при работе передачи	191
§19.4. Критерии работоспособности и расчета	193
§19.5. Проектный расчет по контактным напряжениям	193
Пример расчета	199
<u>Глава 20. Конструкция зубчатых передач</u>	
§20.1. Конструкция цилиндрических зубчатых колес и цилиндрических редукторов	203
§20.2. Конструкция конических зубчатых колес и конических редукторов	206
§20.3. Конструкция червяков, червячных колес и редукторов	210
<u>Глава 21. Цепные передачи.</u>	
§21.1. Виды и конструкция цепных передач	213
§21.2. Геометрические, кинематические и силовые параметры втулочно-роликовой передачи	215
§21.3. Критерии работоспособности и расчет на прочность. .	217
Пример расчета	219
<u>Глава 22. Ременные передачи.</u>	
§22.1. Виды и область применения ременных передач	213
§22.2. Основы расчета ременных передач на прочность и работоспособность	223
§22.3. Скольжение и к.п.д. ременных передач	224
§22.4. Клиноременные передачи. Типы и размеры ремней . .	225
§22.5. Геометрические и кинематические параметры клиноременной передачи	228
Ключевые слова и выражения	229
Контрольные вопросы	230
Часть II. Подшипники, валы, оси и муфты.	
<u>Глава 23. Подшипники скольжения</u>	
§23.1. Общие сведения	231
§23.2. Условия работы и виды разрушения подшипников скольжения	232
§23.3. Трение и смазка подшипников скольжения	233
§23.4. Конструкция и материалы подшипников скольжения .	236
§23.5. Расчет подшипников скольжения	238
<u>Глава 24. Подшипники качения</u>	
§24.1. Общие сведения и классификация подшипников качения	239
§24.2. Условные обозначения подшипников качения	242
§24.3. Основные критерии работоспособности и расчета . . .	243

§24.4. Подбор подшипников по динамической грузоподъемности	244
<u>Глава 25. Валы и оси.</u>	
§25.1. Виды валов и осей	245
§25.2. Проектный расчет валов	246
§25.3. Шпоночные соединения	248
§25.4. Шлицевые соединения	250
Пример расчета	253
<u>Глава 26. Муфты для соединения валов.</u>	
§26.1. Типы муфт	254
§26.2. Глухие муфты	254
§26.3. Муфты компенсирующие	255
§26.5. Предохранительные муфты	257
§26.6. Муфты управляемые или сцепные	258
Ключевые слова и выражения	259
Контрольные вопросы	261
Часть III. Неподвижные соединения деталей машин	
<u>Глава 27. Резьбовые соединения.</u>	
§27.1. Виды резьб	262
§27.2. Геометрические параметры метрической крепежной резьбы	264
§27.3. Основные типы крепежных деталей и способы стопорения резьбовых соединений	266
§27.4. Силы и моменты в деталях резьбового соединения	268
§27.5. Распределение осевой нагрузки по виткам резьбы	270
§27.6. Расчет на прочность затянутого болтового (винтового) соединения, нагруженного силами, раскрывающими стык	271
Пример расчета	272
<u>Глава 28. Заклепочные соединения.</u>	
§28.1. Принцип заклепочного соединения	274
§28.2. Классификация заклепочных соединений	275
§28.3. Расчет на прочность заклепочных соединений	278
<u>Глава 29. Сварные соединения.</u>	
§29.1. Основные виды сварки	279
§29.2. Виды сварных соединений и швов	282
§29.3. Расчет на прочность сварных соединений	284
Ключевые слова и выражения	286
Контрольные вопросы	287
<u>Рекомендуемая литература</u>	289

Предисловие

Одной из общеинженерных дисциплин, которые изучают студенты вторых-третьих курсов немеханических специальностей высших технических учебных заведений, является «Прикладная механика».

К немеханическим относятся следующие инженерные специальности: электрики, технологи, специалисты в области безопасности жизнедеятельности, радионавигационного оборудования и др. Области их деятельности могут быть самыми разными: горное дело, химические производства, текстильная и легкая промышленность, полиграфия, сельское хозяйство, авиация, автомобильный и железнодорожный транспорт и пр. Но где бы ни работали эти специалисты, объединяет их то, что они имеют дело с машинами: проходческие комбайны в шахтах, экскаваторы в открытых разработках полезных ископаемых; ровничные, прядильные машины и ткацкие станки текстильных фабрик и комбинатов; хлопкоуборочные и хлопкоочистительные машины; самолеты и вертолеты; автомобили, тракторы, дорожные машины и т.д.

Поэтому студенты таких специальностей должны иметь представление о машинах вообще, они должны получить знания по основам строения, проектирования и функционирования машин. Кроме того, они должны знать основы работоспособности машин в пределах срока службы, а также главные виды повреждений деталей машин и причины выхода из строя их механизмов.

В этом контексте прикладная механика – это механика, примененная к машинам или механика машин. (Подобно тому, как механика, изучающая движение космических тел, – это небесная механика, механика жидкостей и газов – аэрогидромеханика и пр.).

Наука о машинах в процессе своего развития разделилась, по крайней мере, на три части. Первая часть называется «Теория механизмов и машин» и посвящена принципам строения, проектирования и функционирования машин; здесь рассматриваются схемы машины и входящих в нее механизмов. Вторая часть – «Сопротивление материалов» – изучает механические свойства материалов, из которых изготовлены детали машин, и дает основы их расчета на прочность и долговечность. Третья часть, называемая «Детали машин», описывает методы расчета на прочность и конструирования наиболее употребительных деталей и узлов машин.

Эти три части являются отдельными дисциплинами, которые изучаются студентами механических специальностей вузов. В нашем случае они сокращены и объединены. Так что предлагаемый курс лекций включает три раздела:

- теория механизмов и машин;
- основы сопротивления материалов;
- расчеты на прочность и конструкция деталей и узлов машин.

Изучение курса «Прикладная механика» позволит студенту узнать основные принципы функционирования машин различных типов, методы определения характера их движения под действием внешних сил, влияние механических характеристик двигателей и упругости звеньев на работу машин, методы виброзащиты и виброизоляции машин. Кроме того, студент изучит основные методы расчета на прочность деталей машин по статическим и динамическим нагрузкам и принципы конструирования деталей и узлов машин. Он также ознакомится с возможностями использования компьютерной техники при решении некоторых задач расчета, проектирования и конструирования механизмов и машин.

Настоящее учебное пособие во многом может быть использовано так же, как пособие при курсовом проектировании по прикладной механике.

Раздел 1. Теория механизмов и машин

Рассмотрим, что такое машина, механизм и чем занимается их теория. Будем считать, что машина – это устройство, совершающее полезную механическую работу для облегчения физического и умственного труда человека и повышения его производительности. Согласно этому определению экскаватор – это машина, а компьютер не является машиной, так как не производит механическую работу. Большинство машин повышают производительность труда человека в десятки и сотни раз, но бывают и исключения, когда машина создается для совершения работы высокой точности, недоступной человеку, или для работы в опасных для человека средах.

Механизм – это составная часть машины. Вот самое общее определение: механизм – это система тел, совершающая требуемые движения. Так же, как и в машине, здесь подчеркнут признак целесообразности, то есть, механизм – это не просто набор каких-то деталей, но система для совершения определенных заданных движений.

Теория механизмов и машин (ТММ) изучает основы строения, функционирования и проектирования механизмов и машин на уровне схем. Этот раздел курса условно делится на три части:

- строение машин и механизмов;
- теория механизмов;
- динамика машин.

Часть I. Строение машин и механизмов

Глава 1. Строение машин

§1.1. Блок-схема машины

Блок схема – это чертеж, состоящий из окружностей или квадратов, соединенных стрелками. На рис. 1.1 обозначение этих квадратов следующие:

1 – механизм двигателя (здесь и далее будут рассматриваться только механические части машин). Двигатель является источником механической энергии машины. Большинство машин имеют двигатели – электрические, тепловые или другие. Лишь небольшое количество машин не имеют двигателей – это машины с ручным или ножным приводом: швейная машина, мясорубка, велосипед и пр. Такие машины рассматривать не будем.

2 – передаточный механизм. Он служит для преобразования и передачи движения от двигателя к другим механизмам машины. На-

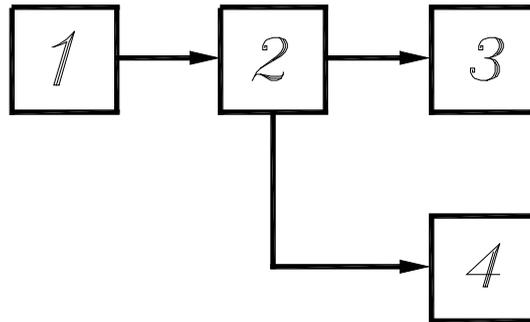


Рис. 1.1.

пример, коробка передач автомобиля, коробка скоростей токарного станка, редуктор самолета. Есть машины, где передаточный механизм отсутствует – электроклапан, турбогенератор и др.

3 – исполнительный механизм. Этот механизм совершает действия согласно назначению машины. Этот механизм является самой главной и необходимой частью любой машины. В машине может не быть передаточного или какого-нибудь другого механизма, но если нет исполнительного механизма, то нет и машины. Исполнительным механизмом автомобиля являются ведущие колеса с полуосями и дифференциалом, для токарного или сверлильного станка – это шпиндель в подшипниках и механизм подачи резца или сверла. То есть, машина может иметь не один, а несколько исполнительных механизмов, например, швейная машина имеет три исполнительных механизма: механизм игловодителя, механизм нитеводителя и механизм перемещения ткани.

4 – вспомогательный механизм. Он совершает вспомогательные действия: по погрузке, разгрузке, управлению и т.д. Некоторые машины не имеют вспомогательных механизмов, другие могут иметь их несколько. В автомобиле – это механизмы торможения и управления, механизм стеклоочистителя; в грузовике самосвале – механизм опрокидывания кузова и т.д. В самолете – это механизмы убирающегося шасси, механизмы рулей направления, высоты и пр.

§1.2. Виды машин

По назначению различают следующие виды машин:

- энергетические;
- транспортные;
- технологические;
- кибернетические.

Энергетические машины совершают полезную механическую работу по преобразованию механической энергии двигателя в другие виды энергии. Наиболее распространены машины для получения

электрической энергии – это турбогенераторы с водяными турбинами на ГЭС, с газовыми или паровыми турбинами на ГРЭС, дизельгенераторы малых электростанций. Двигатели этих машин (турбины или дизели) соединены с исполнительными механизмами (генераторами) напрямую без передаточных механизмов. Практически любая энергетическая машина имеет вспомогательный механизм автоматического поддержания частоты вращения главного вала при изменении нагрузки.

Транспортные машины предназначены для перемещения объекта из одной позиции в другую. Это подъемные краны, транспортеры, автомобили, самолеты, лифты и т.д.

Технологические машины преобразуют объект при помощи технологической операции. Это машины любых отраслей промышленности, строительства, сельского хозяйства. На машиностроительных заводах – это металлорежущие станки, кузнечно-прессовые машины, на фабриках текстильной промышленности – ткацкие станки, ровничные, прядильные и швейные машины; в строительстве – экскаваторы, бульдозеры и бетономешалки; в сельском хозяйстве – комбайны, хлопкоуборочные машины, культиваторы и пр. Объектом для токарного станка является заготовка, технологическая операция – точение, результат – деталь. Объектом для экскаватора является грунт, технологическая операция – копание, результат – траншея или котлован для фундамента.

Кибернетические машины выполняют полезную механическую работу, имитируя движение руки человека. Такие машины называются роботами, их исполнительный механизм – манипулятор. Промышленные роботы имеют транспортное назначение (например, перемещение и загрузка деталей в технологическую машину) или выполняют технологические функции (например, сварочные или окрасочные роботы). Роботы имеют развитую, иногда, самообучающуюся систему управления с элементами искусственного интеллекта. Часто роботы используются в местах, опасных для человека: радиоактивные зоны, горячие цехи, космос, подводный мир и пр.

Глава 2. Строение механизмов

§2.1. Звенья и кинематические пары

Уточним общее определение механизма, приведенное выше. Механизм – это система тел, подвижно связанных друг с другом, совершающая требуемые движения. Тела в механизмах называются звеньями, а подвижные соединения – кинематическими парами.

Звено – это одна деталь или жесткая система из нескольких связанных друг с другом деталей, совершающая определенные движения

в механизме. Звенья изображаются схематически, то есть, конструкция звена абстрагируется, а в его схеме показываются наиболее существенные элементы. Конструкции и схемы звеньев в некоторых случаях значительно отличаются друг от друга, и одной из задач инженера является умение видеть за конструкцией звена его схему, отражающую главные элементы этого звена. На рис. 2.1 показаны схемы зубчатого колеса и одного из звеньев стержневого механизма – шатуна. Самыми главными элементами зубчатого колеса являются зубчатый венец, диск и ступица, что и отражается в схеме, а у шатуна главные элементы – стержень и два отверстия для соединения с другими звеньями.

Кинематическая пара – это подвижное соединения двух контактирующих звеньев. Кинематические пары бывают различных видов. Рассмотрим их классификацию.

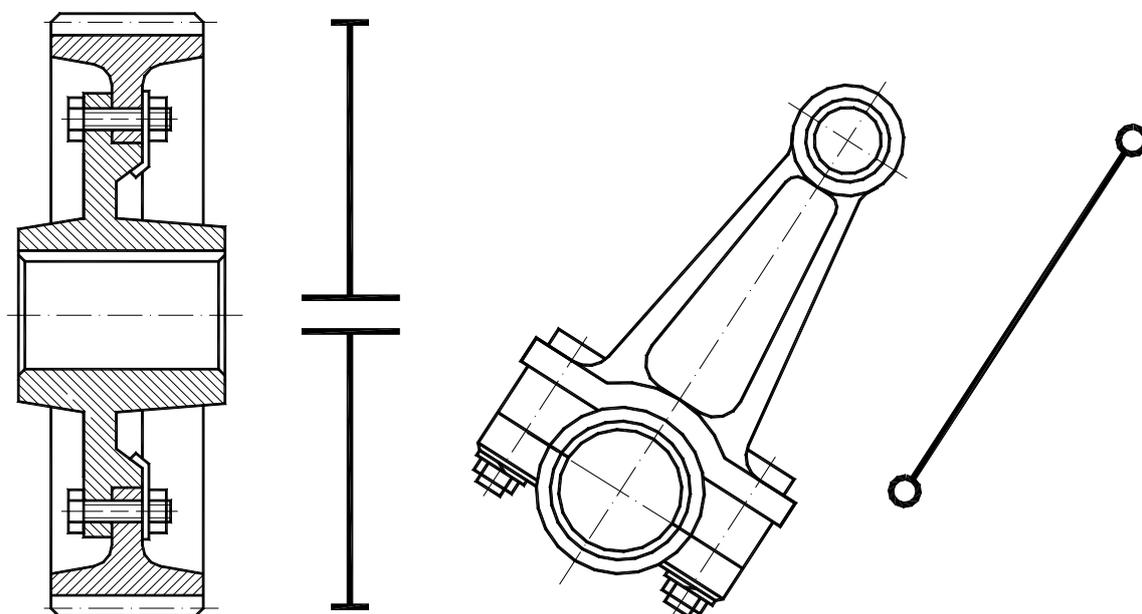


Рис. 2.1.

§2.2. Классификация кинематических пар

Будем различать кинематические пары по числу связей, которые она накладывают на движение звена. Звено в пространстве имеет шесть степеней свободы, то есть, шесть возможных движений в декартовой системе координат. Если это звено соединить с другим при помощи кинематической пары, то на его возможные движения будут наложены ограничения. Эти ограничения называются связями, а оставшиеся движения – подвижностями. Сумма числа связей и подвижностей равна шести. Кинематические пары классифицируются по классам в соответствии с числом связей, например, кинематическая пара, которая накладывает одну связь на движение звена является ки-

нематической парой первого класса, при двух связях – кинематической парой второго класса и т.д.

В таблице 2.1 приведена такая классификация кинематических пар, даны примеры их видов и одного из вариантов конструктивного выполнения, например, кинематическая пара третьего класса может быть не только сферической, но и плоскостной и иметь различные конструктивные исполнения.

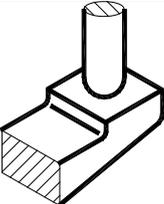
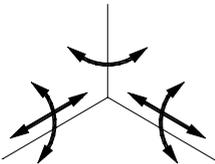
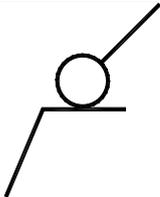
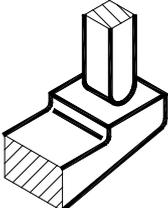
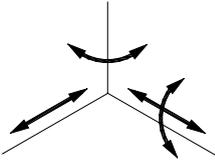
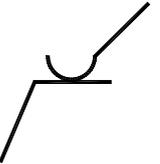
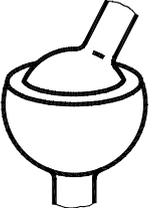
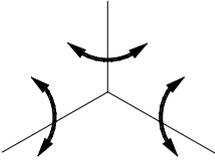
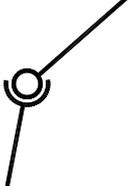
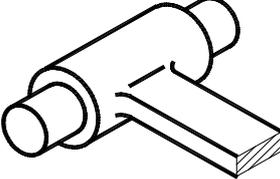
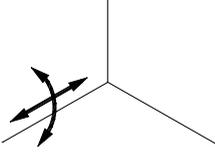
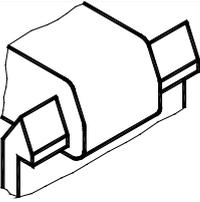
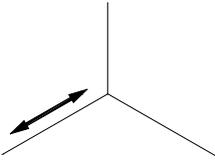
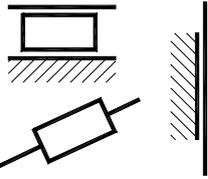
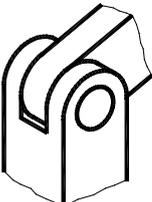
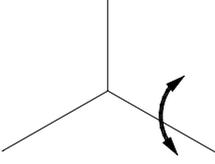
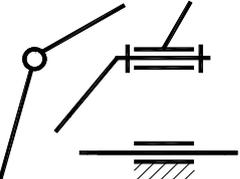
Рассмотрим таблицу подробнее. Кинематическая пара первого класса накладывает одну связь на движение звена, оставляя ему пять возможных движений. В таблице приведен пример такой кинематической пары, которая называется «шар-плоскость», и вариант ее конструктивного выполнения в виде круглого стержня со сферическим концом, контактирующего с рычагом, имеющим площадку на конце.

Части звеньев, входящие в контакт в кинематической паре, называются элементами кинематической пары. В данном случае – это шар и плоскость. В таблице показаны пять подвижностей, то есть, пять возможных движений стержня относительно рычага: вращение вокруг трех декартовых осей и перемещение вдоль двух горизонтальных осей. Перемещение вдоль вертикальной оси вниз ограничено площадкой рычага, попытка перемещения стержня вверх приводит к исчезновению кинематической пары. В последней колонке приведено схематическое изображение этой кинематической пары, которое используется при изучении строения и кинематики механизмов.

Кинематическая пара второго класса накладывает две связи на движение звена, оставляя ему четыре подвижности. В таблице приведен пример кинематической пары, которая называется «цилиндр – плоскость». Конструктивное выполнение этой пары аналогично предыдущей, но вместо цилиндрического стержня со сферическим концом, здесь применен призматический стержень с цилиндрически закругленным концом. Эта кинематическая пара оставляет стержню четыре возможных движения относительно нижнего рычага: два перемещения вдоль горизонтальных осей, вращение вокруг вертикальной оси и поворот вокруг одной из горизонтальных осей, поворот вокруг второй горизонтальной оси невозможен, так как контакт звеньев будет нарушен.

Кинематическая пара третьего класса накладывает три связи на звено и оставляет ему три возможных движения относительно другого звена. Одна из таких пар – это сферическая или шаровой шарнир. Шар на конце верхнего звена, как показано в таблице, входит во внутреннюю сферу на конце нижнего звена. Конструктивно это выполняется различными способами, но принцип именно такой. Верхнее звено может поворачиваться вокруг трех декартовых осей.

Таблица 2.1

Класс	Число связей	Число подвижно-	Название кинематической пары	Общий вид кинематической пары	Возможные движения одного звена относительно другого	Схема кинематической пары
I	1	5	Шар – плоскость			
II	2	4	Цилиндр – плоскость			
III	3	3	Сферическая			
IV	4	2	Цилиндрическая			
V	5	1	Поступательная			
VI	5	1	Вращательная			

Кинематическая пара четвертого класса накладывает уже четыре связи, оставляя звену лишь две подвижности. Одна из них – цилиндрическая. Конструктивно это может быть оформлено так, как показано на рисунке в таблице – круглая скалка входит в цилиндрическое

отверстие рычага. Рычаг может не только двигаться вдоль скалки, но и поворачиваться вокруг нее.

Кинематическая пара пятого класса, которая накладывает на звено пять связей, оставляя ему только одну подвижность, приведена в таблице в двух разновидностях – поступательная и вращательная. Конструктивное выполнение поступательной пары, показанное в таблице, представлено в виде соединения двух звеньев при помощи призматических направляющих, в результате чего допускается только движение одного звена вдоль другого (например, направляющие металлообрабатывающих станков). Схематическое изображение такой пары может быть различным в разных механизмах. В случае стержня в направляющих неподвижного звена (неподвижное звено показывается подштриховкой) иногда добавляется стрелка, показывающая, что стержень может двигаться только поступательно вдоль направляющей, но, как правило, стрелки отсутствуют, так как возможные движения звеньев понятны из схемы механизма.

Вращательная кинематическая пара пятого класса показана в виде цилиндрического шарнира, но это может быть и вал в подшипниках. Эта пара допускает только одно движение звена – поворот одного звена относительно другого на шарнире или вращение вала в подшипниках. Схемы вращательной пары различны в зависимости от ее исполнения.

Приведенная классификация включает практически все кинематические пары, используемые в механизмах.

В этом разделе мы будем изучать в основном плоские механизмы, для которых удобно пользоваться иной классификацией. Плоские механизмы – это те, в которых звенья движутся в одной или параллельных плоскостях. Например, коробка передач автомобиля или коробка скоростей токарного станка имеют несколько рядов зубчатых колес, но все они находятся в параллельных плоскостях, поэтому эти механизмы являются плоскими независимо от их ширины.

Отдельно взятое звено в плоскости имеет только три степени свободы или три возможных движения – перемещение вдоль двух координатных осей и поворот в плоскости. Поэтому, вышеприведенная классификация кинематических пар в этом случае неприменима. Здесь будем использовать деление кинематических пар на низшие и высшие. В низшей кинематической паре контакт звеньев происходит по поверхности, а в высшей – в точке или по линии. С этой точки зрения, кинематические пары I и II классов из таблицы 2.1 являются высшими, а остальные – низшими.

На рис. 2.2 показаны кинематические пары, используемые в плоских механизмах. На рис. 2.2а изображена низшая вращательная одноподвижная кинематическая пара; она допускает только одно движение звена – поворот относительно другого звена.

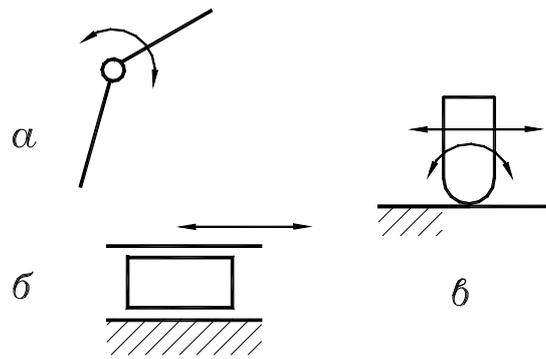


Рис. 2.2.

Рис. 2.2б изображает низшую поступательную одноподвижную кинематическую пару – звено может совершать только поступательное движение относительно другого (в данном случае – неподвижного) звена. На рис. 2.2в приведена высшая двухподвижная кинематическая пара, допускающая два движения (поступательное и движение поворота) одного звена относительно другого (в данном случае – неподвижного). Заметим, что такая кинематическая пара в основном используется в кулачковых и зубчатых механизмах.

§2.3. Состав механизмов

В предыдущей лекции было сказано, что механизм – это не просто набор каких-то звеньев, но вполне определенная их система, совершающая требуемые действия. Поэтому, каждое звено имеет конкретное назначение с точки зрения строения механизмов.

В механизмах различают входные, выходные и промежуточные звенья. Кроме того, каждый механизм имеет только одно неподвижное звено (корпус, станина, основание), на котором монтируется вся система подвижных звеньев. Это звено называется стойкой.

Входное звено – это звено, получающее движение извне. Например, к этому звену может быть подведено движение от двигателя машины. Как правило, механизм имеет одно входное звено, но бывают и исключения, о чем будет сказано ниже.

Выходное звено совершает требуемое движение, то есть, то движение, для которого и создан механизм. Механизм может иметь одно или несколько выходных звеньев.

Промежуточные звенья соединяют входное и выходное звенья. Их может быть несколько, оно может быть одно и есть большое количество механизмов, не имеющих промежуточных звеньев, то есть, входное звено непосредственно связано с выходным, например, зубчатая передача, содержащая входное и выходное зубчатые колеса.

Конструктивное разнообразие механизмов в современных машинах велико. Различают следующие виды механизмов:

- стержневые;
- кулачковые;
- зубчатые;
- фрикционные;
- с гибкими связями (в основном – это цепные и ременные передачи);
- механизмы роботов;
- специальные.

Наиболее употребительными в машинах являются первые три вида механизмов, поэтому они и изучаются в этом разделе.

§2.4. Схемы механизмов, изучаемых в разделе ТММ

На рис. 2.3а показана схема одного из возможных стержневых механизмов. Неподвижное звено (стойка) этого механизма показано не целиком, а только в тех местах, где оно образует кинематические пары с подвижными звеньями. Поэтому, не следует забывать: несмотря на то, что количество фрагментов неподвижного звена, выделенных подштриховкой, может быть различным в схемах механизмов, это не означает, что неподвижных звеньев несколько – оно всегда одно. Звенья механизмов обозначаются арабскими цифрами, стойка – нулевое звено и на схеме не обозначается. Первое звено – это, как правило, входное звено, выходное обычно обозначается последним номером. Кроме того, у входного звена обычно показывается стрелка, то есть, то движение, какое подводится к нему извне. Кинематические пары обозначаются заглавными латинскими буквами. Из рис. 2.3а

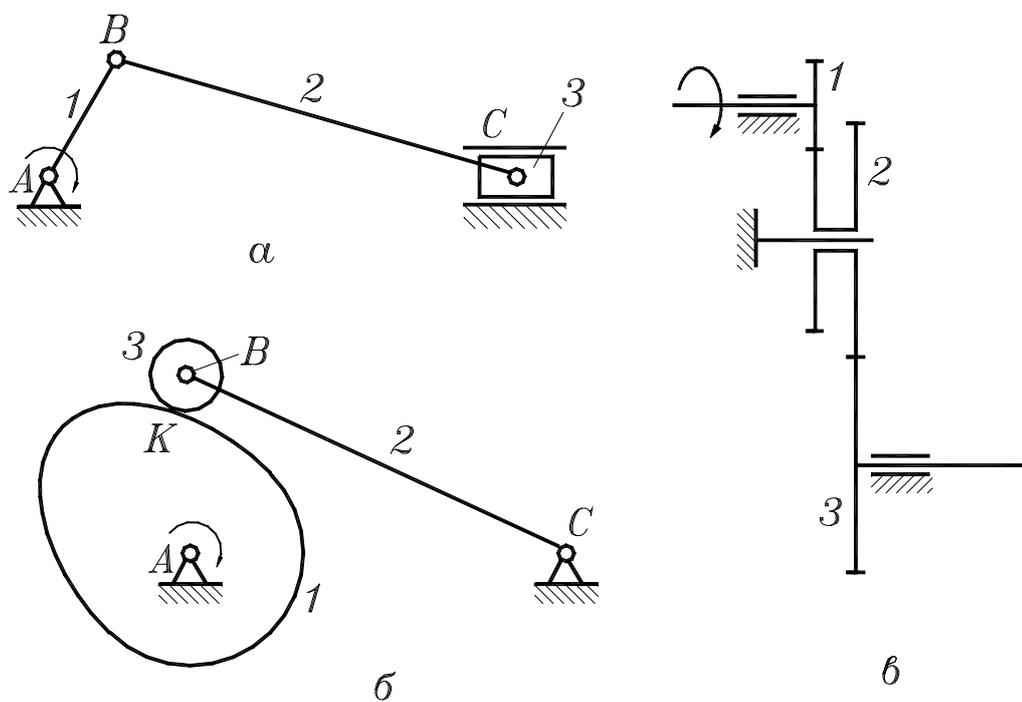


Рис. 2.3.

видно, что механизм имеет три подвижных звена и одно неподвижное, то есть, является четырехзвенным. Механизм имеет четыре низшие кинематические пары – две вращательные в точках А и В, и две в точке С – вращательную и поступательную.

На рис. 2.3б приведена схема одного из кулачковых механизмов. Это тоже четырехзвенный механизм с тремя подвижными звеньями (входное звено первое – кулачок), тремя низшими кинематическими парами в точках А, В и С и одной высшей в точке К (контакт кулачка с роликом).

На рис. 2.3в схематически показан один из зубчатых механизмов. Первое и третье звено (входное и выходное) являются одинарными зубчатыми колесами, а второе звено – это сдвоенное зубчатое колесо (блок-шестерня) с двумя разными зубчатыми венцами. Кинематические пары в зубчатых механизмах не обозначаются.

§2.5. Число степеней свободы механизмов

Понятие числа степеней свободы механизмов связано с минимальным количеством вариантов движения его звеньев. Чтобы в этом разобраться рассмотрим два стержневых механизма. На рис. 2.4 показан стержневой механизм с тремя подвижными звеньями. Повернем входное звено на угол φ_1 (или, говорят, сообщим звену независимую координату). Эта координата вполне определяет позицию первого звена – АВ'. Положения двух остальных звеньев легко находятся методом засечек: из точки В' проводим дугу радиусом ВС, из точки D – дугу радиусом CD. В пересечении этих дуг находится точка С', соединив ее с точками В' и D найдем новые положения второго и третьего звеньев.

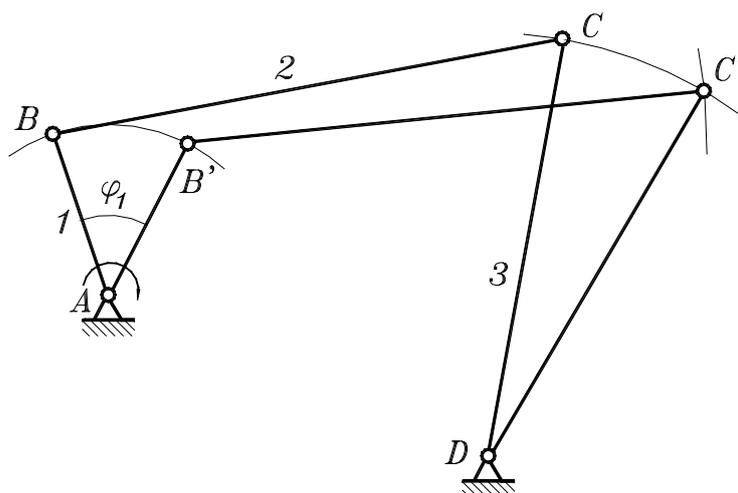


Рис. 2.4.

Из сказанного следует вывод: для того, чтобы однозначно определить положения всех звеньев механизма достаточно задать одну не-

зависимую координату. Такой механизм является механизмом с одной степенью свободы. Он имеет только одно входное звено, в данном случае – звено 1.

Усложним механизм, добавив к нему еще одно звено (рис. 2.5), и попробуем сделать то же, что было описано выше. Повернем первое звено на угол (независимую координату) φ_1 и попробуем определить положения звеньев 2, 3 и 4. Нетрудно видеть, что это невозможно, так как методом засечек нельзя найти новые позиции двух точек С и D. Чтобы определить позиции этих звеньев, необходимо задать еще одну независимую координату, например, угол поворота звена 4, как это показано на рис. 2.3. Зная положения точек В' и D' методом засечек находим точку С' и, следовательно, позиции всех звеньев определены. Таким образом, в этом механизме для однозначного нахождения позиций всех звеньев требуется задать две независимые координаты. Значит, механизм имеет две степени свободы и два входных звена – звенья 1 и 4. Так как, координаты входных звеньев независимы, то направления их вращения и угловые скорости могут быть произвольны, в том числе и равны нулю. Минимальное количество вариантов движения звеньев такого механизма найдем, приравнявая к нулю угловые скорости одного или другого входного звена. Если $\omega_1 = 0$, а $\omega_4 \neq 0$, то получаем первый вариант движения звеньев, а если $\omega_1 \neq 0$, а $\omega_4 = 0$, то это будет второй вариант движения звеньев. Общее же количество вариантов движения звеньев механизма не ограничено, так как, также не ограничены комбинации величин и направления движения входных звеньев механизма.

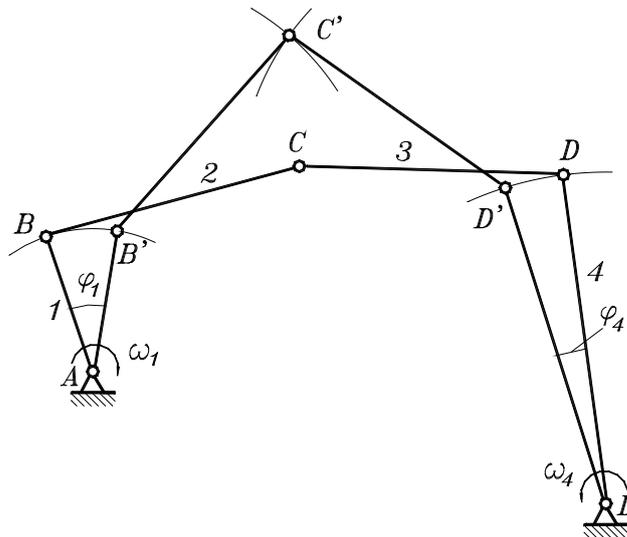


Рис. 2.5.

Из всего сказанного можно сделать три вывода-определения:

а) число степеней свободы механизма равно числу независимых координат, необходимых для однозначного определения позиций всех звеньев механизма;

в) число степеней свободы механизма равно количеству его входных звеньев;

г) число степеней свободы механизма равно минимальному количеству вариантов движения звеньев.

Здесь следует сказать, что большинство механизмов имеют одну степень свободы, то есть, требуют только одного входного звена; исключения составляют механизмы роботов (манипуляторы), об этом будет сказано ниже.

Если механизм сложный, многозвенный, то анализировать его описанным способом довольно сложно, в этих случаях используются структурные формулы.

§2.6. Структурные формулы

Структурная формула для определения числа степеней свободы плоских механизмов предложена русским ученым Чебышевым П.Л. в начале XX века:

$$W = 3n - 2p_H - p_B + s \quad (2.1)$$

где: W – число степеней свободы механизма;

n – количество подвижных звеньев;

p_H – число низших кинематических пар;

p_B – число высших кинематических пар;

s – число избыточных связей или лишних звеньев.

Избыточные связи или лишние звенья – это такие звенья, которые можно удалить из механизма без нарушения движения оставшихся звеньев механизма. Как правило, это дополнительные промежуточные звенья, которые вводятся в механизм для увеличения его нагрузочной способности, жесткости и пр. То есть, лишними могут быть звенья только в структурном смысле.

Используем эту формулу для определения числа степеней свободы вышеприведенных механизмов. Стержневой механизм на рис. 2.4 имеет три подвижных звена и четыре низшие кинематические пары – шарниры в точках А, В, С и D. Высших кинематических пар и лишних звеньев нет. Значит,

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

Вывод: механизм имеет одно входное звено.

Стержневой механизм на рис. 2.5 содержит четыре подвижных звена и пять низших вращательных кинематических пар:

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 = 2$$

Вывод – механизм имеет два входных звена, то есть для приведения в действие этого механизма надо подвести два движения к двум его звеньям. Заметим, что, так как подавляющее большинство механизмов имеют одну степень свободы, то, получив при анализе какого-либо

механизма $W = 2$ не следует сразу делать вывод о наличии в этом механизме двух входных звеньев, как это было сделано для механизма на рис. 2.5. Вторая степень свободы может объясняться наличием каких-то дополнительных условий (см. ниже).

Рассмотрим стержневой механизм на рис. 2.3а: у него три подвижных звена и четыре низшие кинематические пары – три вращательные и одна поступательная.

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

Вывод: механизм имеет одно входное звено (звено 1).

Напишем структурную формулу для кулачкового механизма на рис. 2.3б. Этот механизм имеет три подвижных звена, три низшие вращательные кинематические пары – в точках А, В и С, и одну высшую кинематическую пару – точке контакта К ролика с кулачком:

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2$$

Механизм имеет две степени свободы, но это не значит, что он содержит два входных звена, входное звено одно – кулачок. Вторая степень свободы – это местная подвижность, а именно, независимое вращение ролика 2. При хорошей смазке в оси ролика, он перекачивается по поверхности кулачка, при заклинивании ролика на оси, ролик будет неподвижен относительно звена 3 и будет скользить по поверхности кулачка. В общем случае ролик перекачивается со скольжением, то есть, движение его может быть независимым от движения остальных звеньев механизма. Вывод: механизм имеет одну главную подвижность – входное звено 1 и одну местную подвижность: независимое движение звена 2.

Зубчатый механизм на рис. 2.3в содержит три подвижных звена (зубчатые колеса 1, 2 и 3), три низшие вращательные кинематические пары и две высшие пары в местах зацепления зубьев колес:

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1$$

Вывод: механизм имеет одно входное звено: в данном случае зубчатое колесо 1.

Для выяснения смысла понятия «избыточная связь или лишнее звено» рассмотрим стержневой механизм, показанный на рис. 2.6а. Такой механизм называется шарнирным параллелограммом, так как его звенья попарно равны и параллельны: первое звено равно и параллельно третьему, а второе – стойке AD. Число степеней свободы этого механизма равно единице:

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

Добавим к этому механизму еще одно звено 4 равное и параллельное звену 2 при помощи двух кинематических пар в точках Е и F (рис. 2.6б). Простота схемы дает возможность убедиться, что этот механизм, несмотря на усложнение, сохранил прежнюю подвижность, то есть, его число степеней свободы по-прежнему равно единице. Однако

расчет по формуле Чебышева дает нулевой результат, из чего теоретически можно сделать вывод, что эта механическая система является неподвижной, то есть, это не механизм, а ферма.

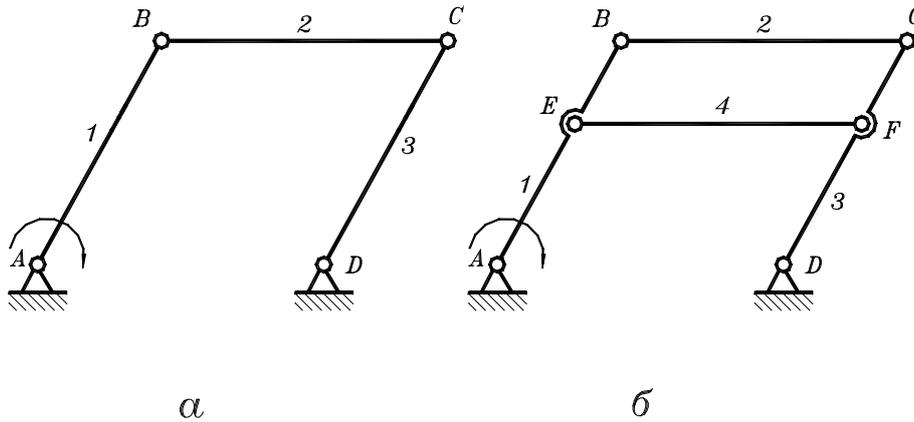


Рис. 2.6.

Это было бы действительно так, если бы звено 4 не было параллельно звену 2. Но так как эти звенья параллельны, то система имеет подвижность, то есть, это механизм. Звено 4 является лишним в структурном смысле, то есть, оно может быть удалено из механизма без нарушения принципов его движения, а в формуле Чебышева это учитывается, как $s = 1$:

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 + 1 = 1$$

В реальных механизмах дополнительные звенья устанавливаются для увеличения нагрузочной способности и жесткости (спарники локомотивов, сателлиты планетарных редукторов и пр.).

Для определения числа степеней свободы пространственных механизмов служит структурная формула Малышева, предложенная им в двадцатых годах XX века:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 + s \quad (2.2)$$

где p_1, p_2, p_3, p_4 и p_5 – количество кинематических пар, класс которых соответствует индексу.

В качестве примера определения числа степеней свободы пространственного механизма рассмотрим исполнительный механизм робота – манипулятор. Такие механизмы принципиально отличаются от механизмов, описанных выше. Механизмы, показанные на рис. 2.3 – 2.6 и им подобные, имеют, как минимум, два обозначения стойки (подштриховка). Такие механизмы называются замкнутыми, то есть, их кинематическая цепь, начавшись кинематической парой, образованной входным звеном и стойкой, опять приходит к стойке (замыкается) через выходное звено (а может быть еще и через промежуточные звенья у сложных механизмов). Механизмы манипуляторов являются незамкнутыми, только одно из подвижных звеньев образует кинематическую пару со стойкой.

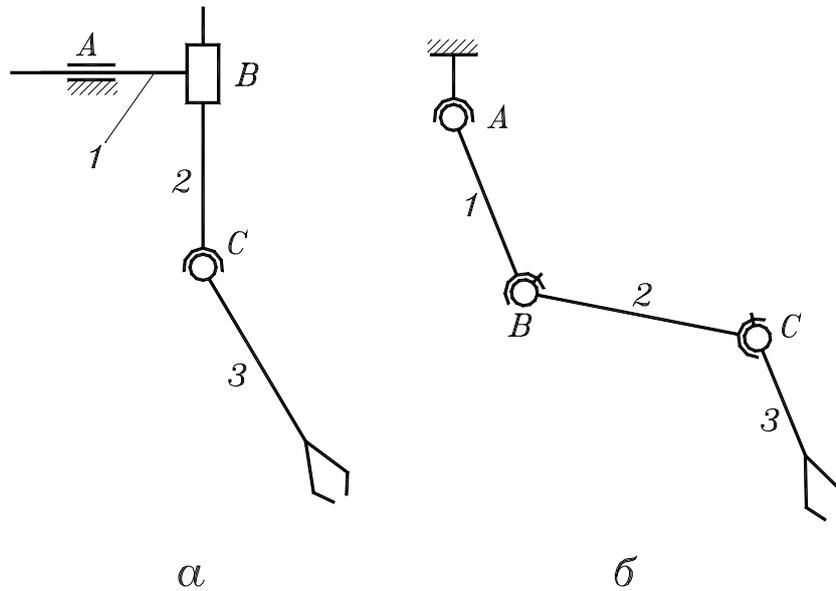


Рис. 2.7.

На рис. 2.7а показана схема манипулятора транспортного робота М-22. Этот манипулятор содержит три подвижных звена, третье звено имеет хват для зажима объекта транспортирования. Кинематические пары: в точке А – цилиндрическая IV класса, в точке В – поступательная V класса и в точке С – сферическая III класса.

Для определения числа степеней свободы манипулятора используем формулу Малышева (2.2):

$$W = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 6$$

Это означает, что для однозначного нахождения позиций всех звеньев представленного манипулятора надо задать шесть независимых координат. Управление каждой координатой может производиться отдельным двигателем или от одного двигателя при помощи систем передач, управляемых муфт и т.д.

Из анализа манипулятора следует: заключение, сделанное выше о том, что подавляющее большинство механизмов имеют одну степень свободы, относится только к замкнутым механизмам, но совершенно не относится к манипуляторам. Заметим также, что число степеней свободы манипулятора равно сумме подвижностей каждой кинематической пары, входящей в него. Поэтому, подсчет числа степеней свободы может вестись не по формуле Малышева, а по подвижностям кинематических пар.

Рассмотрим для примера манипулятор транспортного робота Maskot, схема которого дана на рис. 2.7б. У него три подвижных звена, одна сферическая кинематическая пара в точке А и две сферические пары с пальцем в точках В и С. Сферическая пара имеет три подвижности, а сферические пары с пальцем – по две подвижности, следовательно, манипулятор имеет семь степеней свободы.

Ключевые слова и выражения

1. Машина – устройство, совершающее полезную механическую работу по облегчению физического и умственного труда человека и повышения его производительности.

2. Механизм – составная часть машины – это система тел, подвижно связанных друг с другом, совершающая требуемые движения.

3. Звено – одна или несколько, жестко связанных деталей, совершающая определенное движение.

4. Кинематическая пара – подвижное соединение двух контактирующих звеньев.

5. Число степеней свободы механизма – это число независимых координат, однозначно определяющих позиции всех звеньев.

6. Число степеней свободы механизма равно количеству его входных звеньев.

7. Число степеней свободы механизма соответствует минимальному числу вариантов движения его звеньев.

8. Местная подвижность – подвижность звена, не влияющая на работу механизма.

9. Избыточная связь или лишнее звено – звено, которое можно удалить из механизма без нарушения принципа его действия.

Контрольные вопросы

1. Что такое машина и механизм с точки зрения ТММ?

2. Какую работу выполняют энергетические, транспортные, технологические и кибернетические машины?

3. Какую функцию выполняют передаточный, исполнительный и вспомогательные механизмы в машинах?

5. Что такое звено и кинематическая пара?

6. Какой признак кинематических пар используется при их классификации?

7. Что такое высшая и низшая кинематические пары?

8. Из каких звеньев состоят механизмы?

9. Какие механизмы изучаются в разделе ТММ?

10. Что такое число степеней свободы механизма?

11. Чем отличаются структурные формулы Малышева и Чебышева?

12. Чему соответствует число степеней свободы механизма?

13. Чем отличаются механизмы роботов от механизмов других машин?

Часть II. Теория механизмов

Теория механизмов – это самая большая часть раздела ТММ. Она изучает основы строения и функционирования механизмов, наиболее употребительных в машинах. Стержневые, кулачковые и зубчатые механизмы будем изучать по следующим пунктам:

- особенности строения;
- кинематика;
- силовые соотношения.

Глава 3. Стержневые механизмы

§3.1. Особенности строения

В стержневых механизмах звенья имеют в основном вид стержней. Конструктивно они могут быть выполнены самым различным образом, но в своей основе – это, в большинстве случаев, стержень, по концам которого расположены элементы кинематических пар для присоединения к другим звеньям.

Функциональное назначение звеньев в механизмах может быть самым различным, названия звеньев соответствуют их функциональному назначению и могут быть весьма разнообразны. Однако в курсе «Прикладная механика» механизмы изучаются в самом общем смысле, и мы будем абстрагироваться от функционального назначения механизмов и их звеньев до тех пор, пока не изучим их свойства и не перейдем к примерам их использования.

С точки зрения совершаемых движений в стержневых механизма различают шесть типов звеньев: кривошип, коромысло, ползун, шатун, камень и кулису. Рассмотрим их подробнее.

Кривошип – звено, совершающее полный оборот вокруг неподвижной точки (рис. 3.1а). В большинстве случаев кривошип является входным звеном механизма, и его схема дополняется круговой стрелкой, указывающей направление его вращения.

Коромысло – звено, которое совершает качательное движение относительно неподвижной точки (рис. 3.1б), то есть, возвратное движение поворота в пределах определенного угла. В отличие от схемы кривошипа здесь нет круговой стрелки; в некоторых случаях коромысло изображается в виде двуплечего рычага (рис. 3.1в).

Ползун – звено, совершающее движение по неподвижным направляющим. В большинстве случаев эти направляющие прямолинейны и движение ползуна является возвратно-поступательным. Чаще всего ползун показывается на схемах в виде прямоугольника (рис. 3.1г), иногда – как стержень (рис. 3.1д).

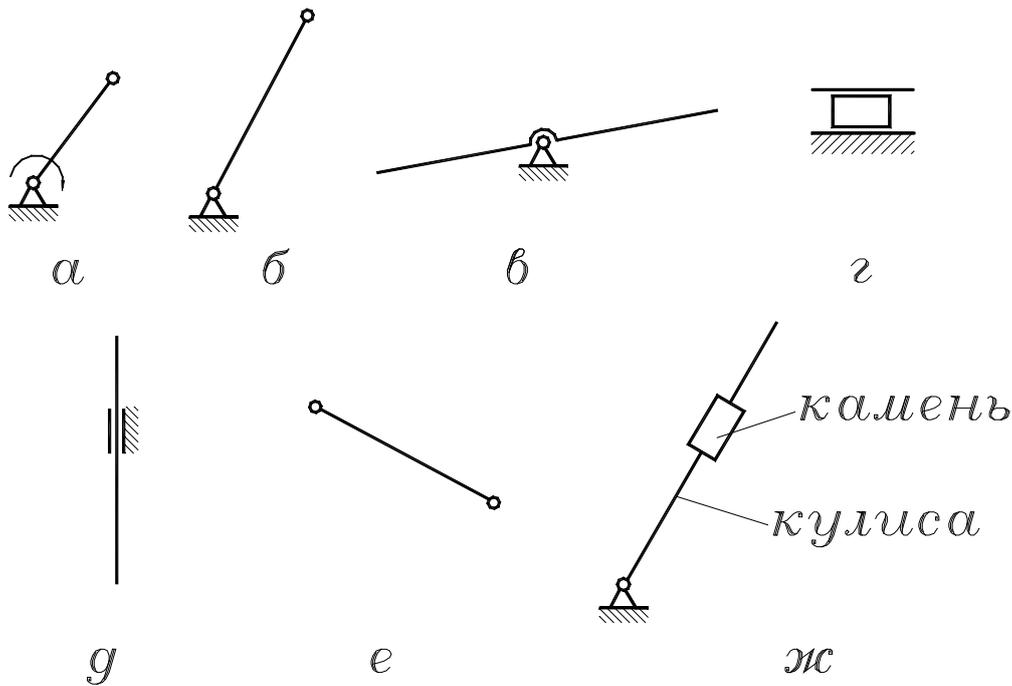


Рис. 3.1.

Шатун – звено, совершающее сложное движение в плоскости. Шатун не образует кинематических пар со стойкой (рис. 3.1е), но только с другими подвижными звеньями.

Камень – звено, совершающее движение по подвижной направляющей; подвижная направляющая называется кулисой (рис. 3.1ж). Камень и кулиса не существуют в отдельности, но составляют единую неразрывную группу звеньев. Направляющие кулисы, как правило, прямолинейны. Кулиса, являясь подвижной направляющей камня, может совершать все виды движений: простые (вращательное, качательное, поступательное) и сложное. То есть, может быть, кулиса-кривошип, кулиса-коромысло, кулиса-ползун и кулиса-шатун.

Из таких звеньев состоит стержневой механизм любой сложности. В основе конструкции сложных стержневых механизмов находятся простейшие, которые и являются предметом нашего изучения. Простейшие стержневые механизмы являются четырехзвенными, то есть, содержат три подвижных звена и стойку. Названия таких механизмов состоят из названия входного и выходного звеньев. По конструкции простейшие стержневые механизмы делятся на шарнирные, ползунные и кулисные. Рассмотрим каждый из этих типов.

Шарнирные механизмы

В шарнирных стержневых механизмах все кинематические пары – вращательные. На рис. 3.2а приведена схема наиболее употребительного шарнирного механизма. Звено 1 (входное) – кривошип, звено 2 (промежуточное) – шатун, звено 3 (выходное) – коромысло. Меха-

низм называется – кривошипно-коромысловый. Он служит для преобразования вращательного движения кривошипа в качательное движение коромысла. Используется в качестве исполнительных механизмов технологических машин (прессы, дробилки, ткацкие станки и пр.), а также в качестве вспомогательных механизмов.

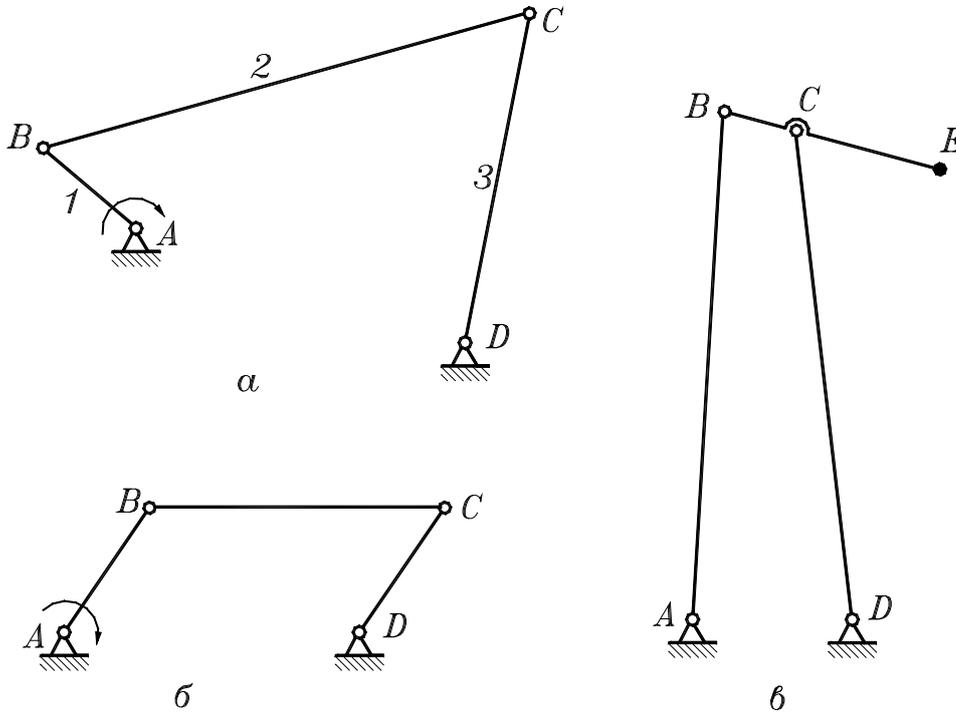


Рис. 3.2.

На рис. 3.2б показан двухкривошипный механизм, который еще называют механизмом шарнирного параллелограмма, так как звенья его попарно равны и параллельны. Входное и выходное звенья совершают синхронное вращение, а шатун совершает сложное движение в плоскости параллельно самому себе. Используется как механизм спарников ведущих колес локомотивов и в некоторых механизмах технологических машин.

Двухкоромысловый механизм, приведенный на рис. 3.2в, может составлять основу подъемного деррик-крана. Коромысла 1 и 3 являются его качающимися стойками, а шатун 2 – стрелой, точка E которой (к ней крепится крюк для груза) перемещается приблизительно по прямой линии в пределах небольших углов качания коромысел 1 и 3.

Ползунные механизмы

В ползунных стержневых механизмах имеется хотя бы один ползун. На рис. 3.3а приведена схема наиболее употребительного в технике механизма, который преобразует вращательное движение кривошипа 1 в возвратно-поступательное движение ползуна 3; шатун является промежуточным звеном. Такой механизм называется криво-

шипно-ползунным. Используется в качестве исполнительных механизмов механических прессов, горизонтально-ковочных машин, поршневых компрессоров, швейных машин и пр. Если входным звеном такого механизма является ползун, то это есть механизм поршневых двигателей внутреннего сгорания.

Коромысло-ползунный механизм, то есть, механизм с входным коромыслом и выходным ползуном (рис. 3.3б), используется как составная часть более сложных механизмов.

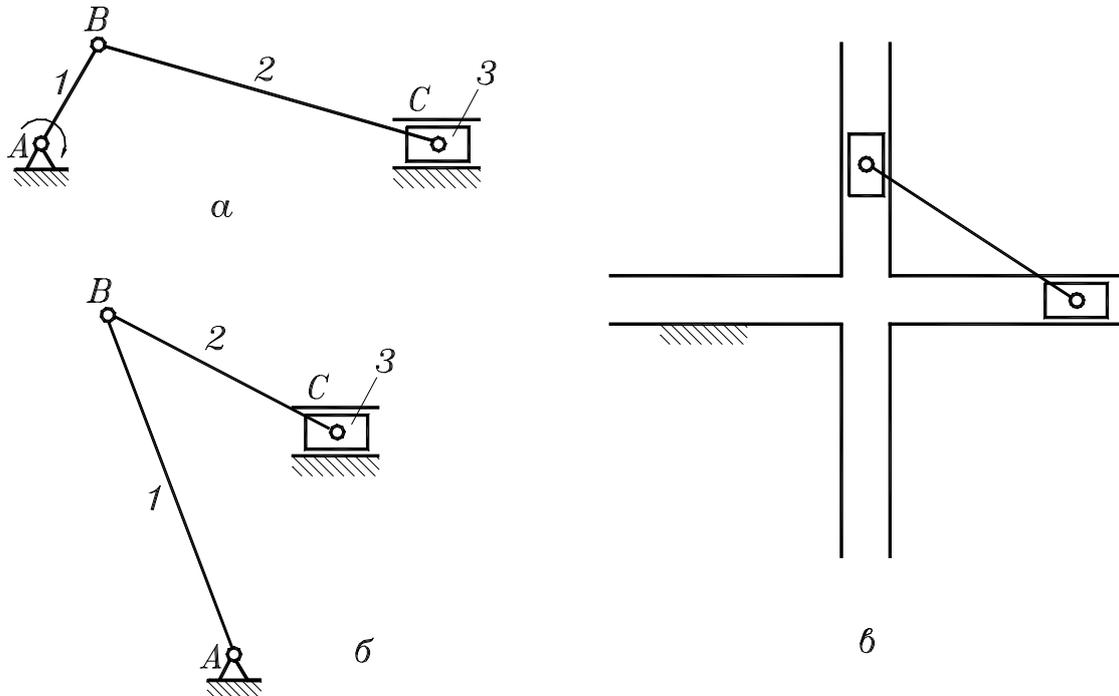


Рис. 3.3.

Двухползунный механизм (рис. 3.3в) наиболее известен, как механизм эллипсографа – при работе такого механизма любая точка шатуна описывает эллипс, параметры которого зависят от положения этой точки на шатуне. Если эта точка расположена посередине шатуна, то эллипс вырождается в окружность. Заметим, что при работе этого механизма входным звеном является попеременно то один, то другой ползун, что необходимо для возможности прохода ими крайних положений. Известно использование этого механизма в качестве основного механизма поршневого двигателя внутреннего сгорания.

Кулисные механизмы

Кулисные механизмы содержат хотя бы одну кулису. На рис. 3.4а приведена схема кривошипно-кулисного механизма с качающейся кулисой: входным звеном здесь является кривошип 1, промежуточным – камень 2, выходным – кулиса 3. Механизм служит для преобразования вращательного движения кривошипа в качательное движение

кулисы. Используется в качестве исполнительных и вспомогательных механизмов некоторых технологических машин.

Если в таком механизме расстояние между центром вращения кривошипа и точкой качания кулисы (АС на рис. 3.4а) сделать меньше длины кривошипа АВ, то механизм с качающейся кулисой превратится в механизм с вращающейся кулисой (рис. 3.4б), причем характер этого вращения будет зависеть от соотношения размеров АВ и АС.

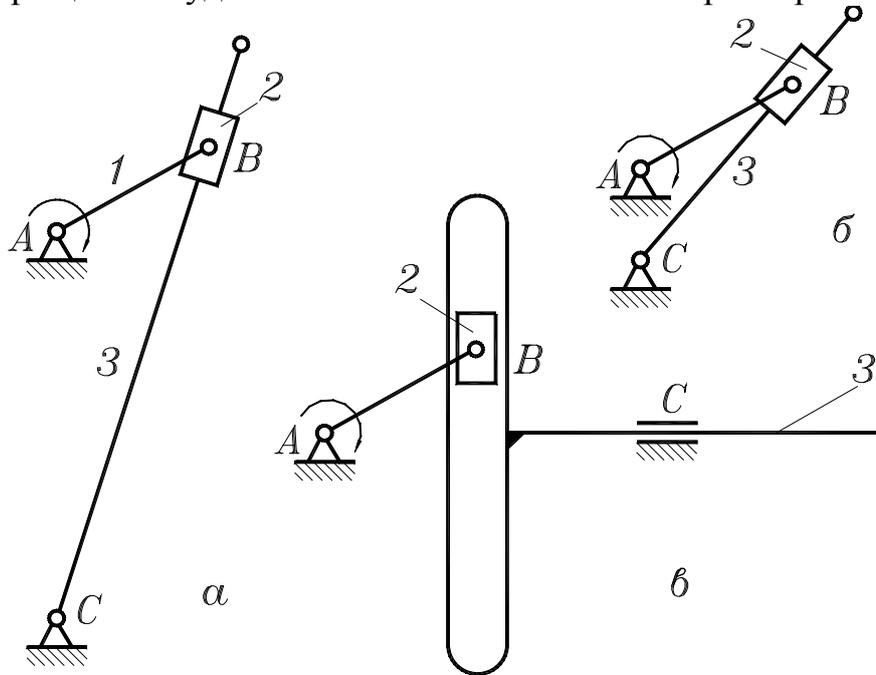


Рис. 3.4.

Выше было сказано, что кулиса, являясь подвижной направляющей, может совершать любое движение в плоскости – простое (вращательное или поступательное) или сложное. На рис. 3.4в показан кривошипно-кулисный механизм с поступательно движущейся кулисой. Кулиса 3 является ползуном, в котором выполнена направляющая для камня 2. Такой механизм используется в качестве исполнительных механизмов прессов, насосов и пр.

Во многих машинах кулисные механизмы используются, как механизмы с качающимися гидроцилиндрами. Такие механизмы являются коромыслово-кулисными. На рис. 3.5 показано преобразование его схемы с обычными условными обозначениями камня и кулисы (рис. 3.5а), с помощью постепенных их изменений (рис. 3.5б и 3.5в), в схему со специальными условными обозначениями камня в виде штока с поршнем и кулисы в виде гидроцилиндра (рис. 3.5г).

На рис. 3.6а показано использование такого механизма, как механизма опрокидывания кузова автомобиля-самосвала, а на рис.3.6б – как механизма убирания ноги шасси самолета. Заметим, что в подобных механизмах с качающимся гидроцилиндром входным звеном яв-

ляется шток с поршнем (то есть, камень кулисного механизма), так как именно к нему подводится движение извне – давление жидкости гидросистемы.

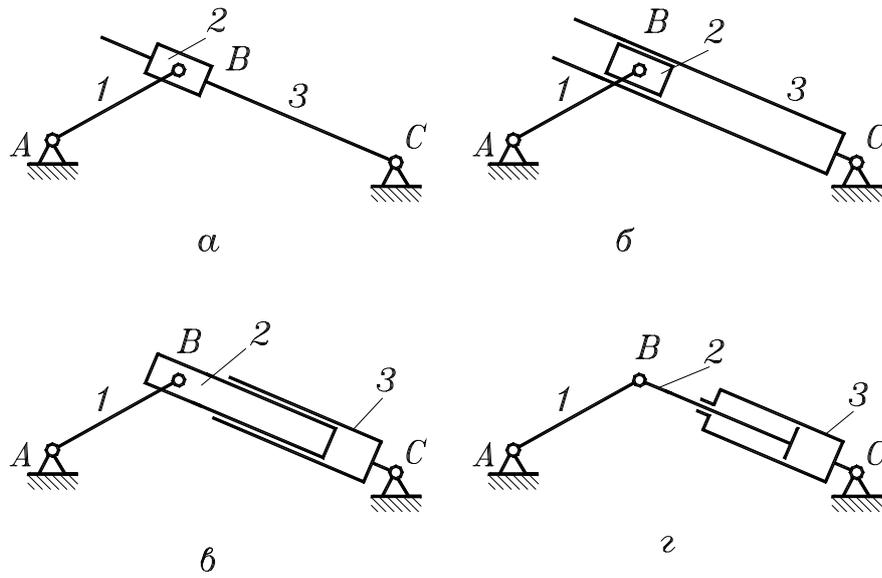


Рис. 3.5.

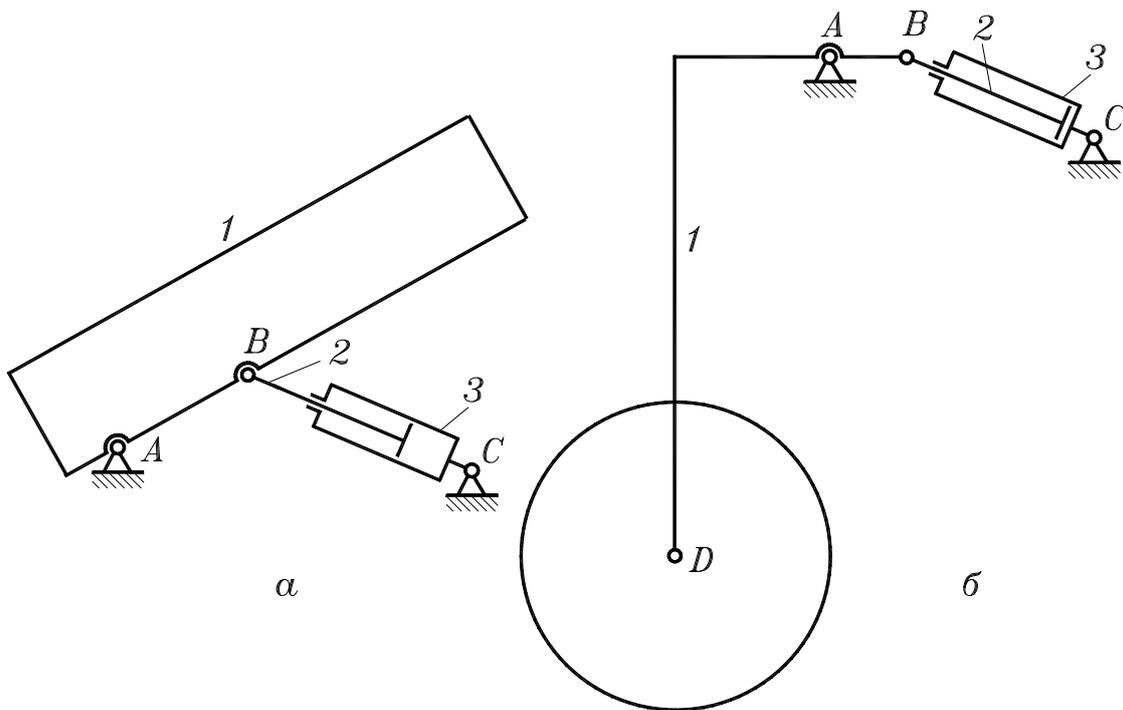


Рис. 3.6.

§3.2. Кинематика простейших стержневых механизмов.

Цель и задачи

Цель изучения кинематики (кинематического исследования или кинематического анализа) сформулирована в курсе теоретической механики, это определение возможных движений. Применительно к механизмам – это определение возможных движений звеньев и их точек,

то есть, тех движений, которые принципиально возможны и которые не учитывают сил и моментов, действующих на звенья механизма.

Задачи кинематического исследования:

- определение позиций звеньев механизма в процессе его работы и определение траекторий точек звеньев;
- определение скоростей звеньев и их точек;
- расчет передаточных отношений в механизме;
- определение ускорений звеньев и их точек.

Указанные задачи могут быть решены аналитическими, графическими и графоаналитическими методами. Рассмотрим решения каждой задачи.

§3.3. Построение положений звеньев механизма и траекторий их точек

Определение позиций звеньев механизма в процессе его работы обычно ведется графическими приемами с использованием метода засечек. Производится построение нескольких совмещенных положений механизма, то есть, неподвижные точки механизма находятся в одном и том же месте. Как правило, строится четное число положений – 6, 8 или 12, соответствующих равномерно расположенным позициям входного звена. Покажем это на примере нецентрального кривошипно-ползунного механизма, то есть, механизма, у которого линия движения ползуна не проходит через центр вращения кривошипа (рис. 4.1).

Схема механизма изображается в масштабе длин. Этот масштаб обозначается греческой буквой μ с индексом l :

$$\mu_l = \frac{l}{\bar{l}} \left(\frac{M}{MM} \right) \quad (3.1)$$

где: l – действительная длина в м;

\bar{l} – изображение этой длины на схеме в мм.

На рис. 3.7 показаны 8 совмещенных положений механизма. Строятся они следующим образом. Прежде всего, изображается схема этого механизма в первой позиции; это может быть любая позиция, например, при горизонтальном левом положении кривошипа. После этого чертятся траектории точки В кривошипа (окружность) и точки С ползуна (прямая). Окружность траектории точки В делится на 8 равных частей и изображаются восемь равномерно расположенных позиций кривошипа. Затем, из каждой точки В радиусом, равным длине шатуна, делаются засечки на прямой траектории точки С ползуна. Получаем позиции ползуна, соответствующие точкам В кривошипа. Соединив точки S шатуна в каждой его позиции плавной кривой, получим траекторию этой точки шатуна (шатунная кривая).

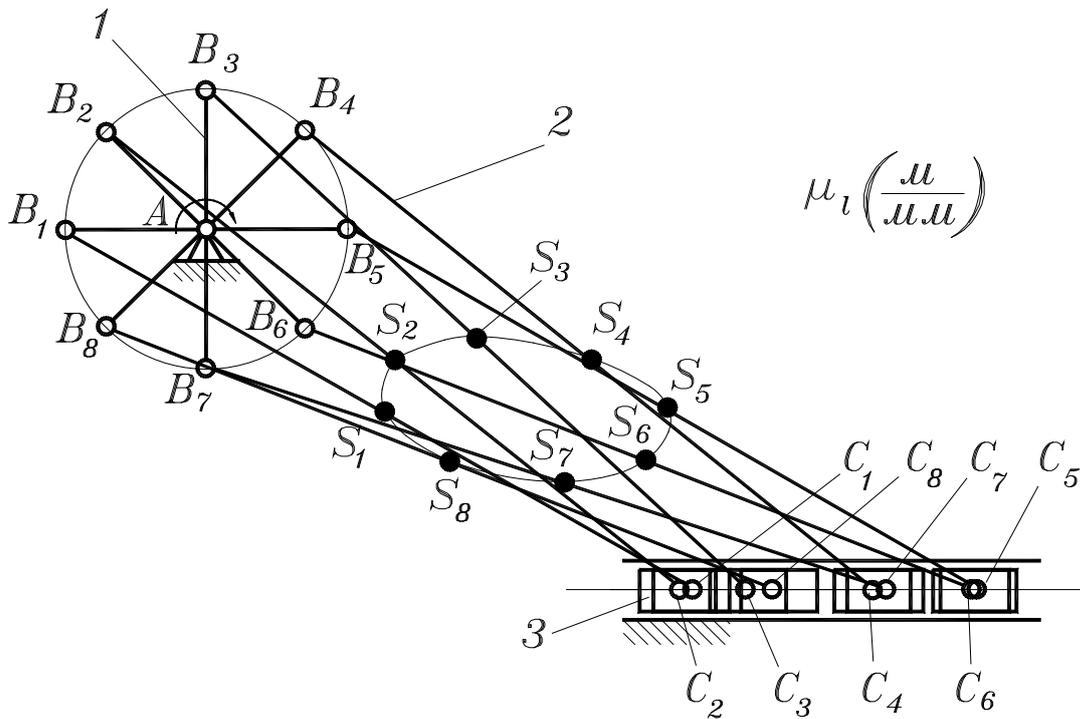


Рис. 3.7.

§3.4. Виды скоростей и ускорений в стержневых механизмах и методы их определения

Сначала рассмотрим классификацию скоростей в стержневых механизмах. Заметим, что все сказанное о типах скоростей относится и к ускорениям.

Различают скорости угловые и линейные.

Угловыми скоростями обладают звенья, в том числе и шатуны, которые в каждый момент времени можно рассматривать, как поворачивающиеся вокруг какой-то точки (мгновенный центр вращения в абсолютном движении или шарнир звена – в относительном). Исключение составляет ползун, так как он совершает только поступательное движение. Угловые скорости обозначаются греческой буквой ω , измеряются в рад/с и имеют два направления: по часовой стрелке и против часовой стрелки.

Линейными скоростями обладают точки звеньев и ползун, как звено, совершающее только поступательное движение. Линейная скорость является векторной величиной и обозначается буквой v .

Среди линейных скоростей будем различать скорости абсолютные и относительные.

Абсолютная скорость – это скорость точки относительно стойки. В этом случае обозначение скорости имеет индекс этой точки, например, v_B , или v_S .

Относительная скорость – это скорость одной точки звена относительно другой точки того же звена. В основном будем рассматри-

вать относительные скорости точек шатунов, например, v_{CB} – это скорость точки С относительно точки В.

Различают графоаналитические и аналитические методы определения скоростей. Из графоаналитических наиболее употребителен метод планов скоростей. Аналитический метод рассмотрен в [4], [13] и [18]. Здесь рассмотрим определение скоростей при помощи планов скоростей.

§3.5. Кинематический анализ кривошипно-ползунного механизма при помощи планов скоростей и ускорений

Определение скоростей

Исходными данными задачи являются геометрические параметры механизма – кинематическая схема в масштабе μ_l (рис. 3.8), и его входной кинематический параметр – постоянная угловая скорость кривошипа ω_1 . Линейная скорость точки В кривошипа может быть найдена по известной формуле

$$v_B = AB \omega_1 \quad (3.2)$$

Вектор этой скорости, изображенный в произвольном масштабе скоростей, является исходным для построения плана скоростей. Масштаб скоростей:

$$\mu_v = \frac{\bar{v}}{v} = \frac{M}{C \cdot MM} \quad (3.3)$$

где: v – действительная линейная скорость в м/с;

\bar{v} – изображение вектора этой скорости в мм.

\bar{v} Для упрощения построений и вычислений удобно этот масштаб выбирать не произвольным, а таким, чтобы изображение вектора скорости точки В кривошипа было равно изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, чтобы $\bar{v}_B = \overline{AB}$. Тогда, с учетом (3.2), масштаб скоростей:

$$\mu_v = \frac{\bar{v}_B}{v_B} = \frac{AB \omega_1}{AB}$$

С учетом (3.1) получим:

$$\mu_v = \mu_l \omega_1 \left(\frac{M}{C \cdot MM} \right) \quad (3.4)$$

Так как в данном случае изображение вектора скорости точки вращающегося звена равно изображению радиус-вектора расположения этой точки на звене, то такой масштаб скоростей называется мас-

штабом начального звена или для нашего случая – масштабом кривошипа.

Будем строить план скоростей в указанном масштабе (рис. 3.2). Сначала из полюса p проводим вектор скорости точки B кривошипа в сторону, соответствующую направлению его угловой скорости. Этот вектор по вышеуказанному условию будет равен и перпендикулярен изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, $\overline{pb} = \perp \overline{AB}$. (Эти и последующие действия при построении плана скоростей приведены в виде примечаний под планом скоростей на рис. 3.2).

Переходим к шатуну. Шатун совершает сложное движение в плоскости, то есть, его движение состоит из переносного поступательного со скоростью точки B и относительного вращательного вокруг точки B . Чтобы определить скорость точки C шатуна, надо решить векторное уравнение:

$$\overline{v_C} = \overline{v_B} + \overline{v_{CB}} \quad (3.5)$$

Точка C принадлежит не только шатуну, но и ползуну, и скорости их одинаковы. Ползун совершает поступательное движение вдоль направляющих, значит, линия действия скорости точки C в нашем случае горизонтальна. Так как эта скорость абсолютна, то горизонталь проводим через полюс p . Относительная скорость v_{CB} перпендикулярна шатуну, так как в относительном движении он совершает поворот вокруг точки B . Поэтому, выполняя действие графического сложения по векторному уравнению (3.5), через точку b плана скоростей проводим перпендикуляр к шатуну. В пересечении этих двух линий и будет находиться искомая точка c плана скоростей. Таким образом, \overline{pc} – это вектор абсолютной скорости точки C , а \overline{bc} есть вектор относительной скорости точки C относительно точки B .

В отношении точки S можно сказать, что отрезки звена и относительной скорости пропорциональны. То есть, если точка S расположена посередине шатуна BC , то на плане скоростей точка s будет находиться посередине между точками b и c : \overline{bs} – вектор абсолютной скорости точки S .

С помощью построенного плана скоростей могут быть определены величины и направления всех скоростей в механизме, то есть, скоростей точек и звеньев. Направления скоростей точек видны из плана скоростей, а их величину, согласно формуле (3.4), найдем как произведение длины вектора в мм на масштаб скоростей. Например, скорость точки C (или скорость ползуна):

$$v_C = \overline{pc} \mu_l \text{ (м/с)}$$

Теперь найдем угловую скорость шатуна. Шатун совершает сложное движение в плоскости, но в каждый момент времени можно

рассматривать его движение, как движение поворота вокруг мгновенного центра вращения в абсолютном движении или вокруг точки В в относительном движении с одной и той же мгновенной угловой скоростью.

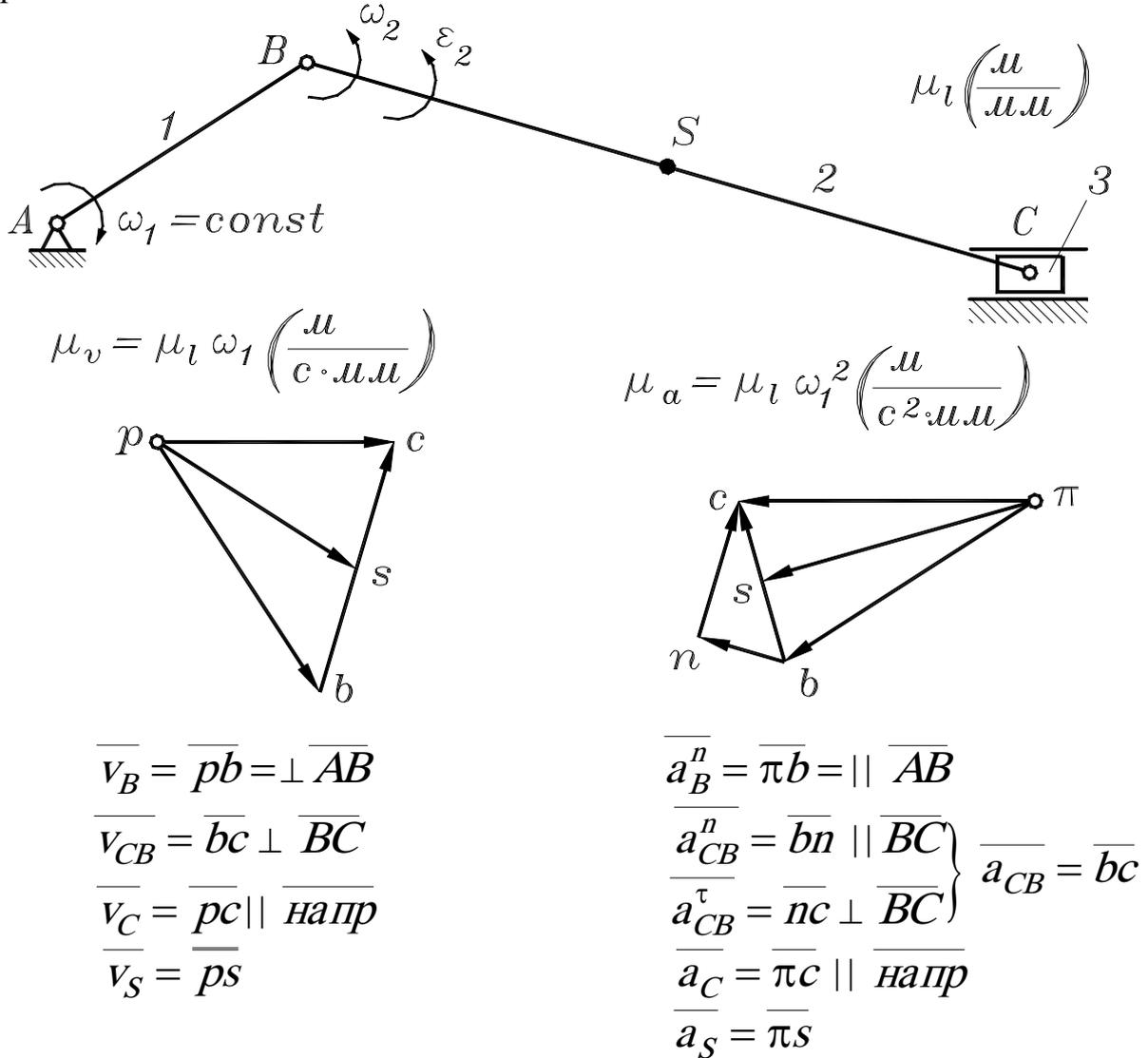


Рис. 3.8.

Эта скорость определяется при помощи схемы механизма и плана скоростей, как частное от деления относительной скорости точки В шатуна на радиус-вектор расположения этой точки на шатуне (т.е. на размер BC). Заменяя действительные величины их изображениями на схеме и плане скоростей, получим:

$$\omega_2 = \frac{v_{CB}}{BC} = \frac{v_{CB} \mu_v}{BC \mu_l} = \frac{\overline{bc} \mu_l \omega_1}{BC \mu_l}$$

И после сокращения:

$$\omega_2 = \frac{\overline{bc}}{BC} \omega_1 \text{ (рад/с)} \quad (3.6)$$

Чтобы определить направление этой скорости, надо мысленно перенести вектор \overline{bc} в точку С схемы механизма и он укажет направление ω_2 , в данном случае, против часовой стрелки (рис. 3.8).

Расчет передаточных отношений

Передаточные отношения – это отношения скоростей звеньев, точек или звеньев и точек. Величины передаточных отношений используются в динамических расчетах, а также для решения некоторых кинематических задач, в основном, в кулачковых и зубчатых механизмах. Передаточное отношение обозначается буквой u с буквенными или цифровыми индексами. Например, u_{21} – это передаточное отношение от звена 2 к звену 1, или u_{S2} – передаточное отношение от точки S к звену 2.

Будем различать передаточные отношения двух типов: безразмерные и имеющие размерность.

Безразмерные передаточные отношения. Это отношение угловых скоростей или линейных скоростей. Передаточные отношения стержневого механизма для заданного его положения легко определяются, если есть его схема и план скоростей.

Для рассматриваемого кривошипно-ползунного механизма (рис. 3.8) найдем передаточное отношение от шатуна к кривошипу (с учетом (3.6)):

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\overline{bc}\omega_1}{\overline{BC}\omega_1} = \frac{\overline{bc}}{\overline{BC}}$$

Физический смысл такого передаточного отношения следующий: во столько раз одно звено вращается быстрее (или медленнее) другого. Следует помнить, что в следующем положении механизма это передаточное отношение изменится, так как ω_2 станет другим. Таким образом, передаточное отношение в стержневом механизме имеет только расчетный смысл (используется для динамических расчетов). Практический смысл оно имеет для механизмов передачи вращательного движения, в частности, для зубчатых механизмов, где скорости звеньев постоянны и передаточное отношение неизменно (см. лекции о зубчатых механизмах).

Передаточные отношения, имеющие размерность. Это отношения скорости точки звена (или ползуна) к скорости звена, или наоборот – отношение скорости звена к скорости точки звена (или ползуна).

Определим для нашего механизма передаточное отношение от ползуна к кривошипу:

$$u_{31} = \frac{V_3}{\omega_1} = \frac{V_C}{\omega_1} = \frac{\overline{V_C\mu_v}}{\omega_1} = \frac{\overline{pc}\mu_1\omega_1}{\omega_1} = \overline{pc}\mu_1 \text{ (м)}$$

Физический смысл этого передаточного отношения такой: на столько метров переместится ползун при повороте кривошипа на один радиан. Так как в следующей позиции механизма, то есть, в следующее мгновение, это передаточное отношение изменится, то его величина имеет только расчетный смысл для данной позиции. Практический смысл подобное передаточное отношение имеет для механизмов «шестерня-рейка» и «винт-гайка», где его величина может оставаться неизменной при работе механизма.

Определение ускорений

Исходными данными для определения ускорений являются кинематическая схема механизма и план скоростей (рис. 3.8).

Так как угловая скорость кривошипа постоянна, то каждая его точка имеет нормальное (центростремительное) ускорение, величина которого определится по формуле:

$$a_B^n = AB\omega_1^2 \quad (3.7)$$

Вектор этого ускорения, изображенный в произвольном масштабе ускорений, является исходным для построения плана ускорений. Масштаб ускорений:

$$\mu_a = \frac{a}{a} \left(\frac{M}{c^2 MM} \right) \quad (3.8)$$

где: a – действительное линейное ускорение в м/с²;

\bar{a} – изображение вектора этого ускорения в мм.

Подобно тому, как это было сделано при построении плана скоростей, для упрощения построений и вычислений удобно этот масштаб выбирать не произвольным, а таким, чтобы изображение вектора ускорения точки В кривошипа было равно изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, чтобы $\bar{a} = \overline{AB}$. Тогда, с учетом (3.7), масштаб ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_B}{a_B} = \frac{AB\omega_1^2}{AB}$$

С учетом (4.1) получим:

$$\mu_a = \mu_v \omega_1^2 \left(\frac{M}{c \cdot MM^2} \right) \quad (3.9)$$

Так как в данном случае изображение вектора нормального ускорения точки вращающегося звена равно изображению радиус-вектора расположения этой точки на звене, то такой масштаб скоростей называется масштабом начального звена или для нашего случая – масштабом кривошипа.

Будем строить план ускорений в указанном масштабе (рис. 3.8). Сначала из полюса π проводим вектор нормального ускорения точки В кривошипа, которое направлено к центру его вращения, то есть, от точки В к точке А. По вышеуказанному условию этот вектор будет равен и параллелен изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, $\overline{\pi b} = \parallel \overline{AB}$. (Эти и последующие действия при построении плана ускорений приведены в виде примечаний под планом ускорений на рис. 3.8). Переходим к шатуну. Шатун совершает сложное движение в плоскости, то есть, его движение состоит из переносного поступательного и относительного вращательного вокруг точки В. Значит, ускорение точки С относительно точки В шатуна состоит из относительного нормального и относительного тангенциального. Чтобы определить ускорение точки С шатуна, надо решить векторное уравнение:

$$\overline{a_C} = \overline{a_B} + \overline{a_{CB}} = \overline{a_B} + \overline{a_{CB}^n} + \overline{a_{CB}^t}$$

Точка С принадлежит не только шатуну, но и ползуну, и ускорения их одинаковы. Ползун совершает поступательное движение вдоль направляющих, значит, линия действия ускорения точки С в нашем случае горизонтальна. Так как это ускорение абсолютно, то горизонталь проводим через точку π плана ускорений. Нормальное ускорение точки С шатуна относительно точки В шатуна может быть определено, так как известна его угловая скорость в относительном движении вокруг точки В. Определим сразу изображение этого ускорения, то есть, длину того вектора, который следует показать на плане ускорений. Выполняя действие графического сложения, согласно векторному уравнению, этот вектор надо отложить из конца вектора ускорения точки В, то есть, от точки b параллельно шатуну в направлении от точки С к точке В – к центру относительного вращения (\overline{bn} на рис. 3.8). Длину вектора с учетом (3.6) найдем так:

$$\overline{a_{CB}^n} = \overline{bn} = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a} = \frac{BC\omega_2^2}{\mu_1\omega_1^2} = \frac{\overline{BC}\mu_1(\overline{bc})^2\omega_1^2}{(\overline{BC})^2\mu_1\omega_1^2}$$

После сокращения получим окончательно:

$$\overline{bn} = \frac{(\overline{bc})^2}{\overline{BC}} \text{ (мм)} \quad (3.10)$$

Линию действия тангенциального относительного ускорения проводим, выполняя действие графического сложения, согласно векторному уравнению, из конца вектора \overline{bn} перпендикулярно шатуну. В точке пересечения этой линии с горизонталью линии действия ускорения точки С и находится искомая точка c – конец векторов $\overline{\pi c}$

(абсолютное ускорение точки С) и $\overline{пс}$ (тангенциальное относительное ускорение точки С). Сумма векторов нормального \overline{bn} и тангенциального $\overline{пс}$ относительных ускорений даст вектор полного относительного ускорения \overline{bc} . Что касается ускорения точки S, то аналогично вышесказанному для плана скоростей, точка s на плане ускорений будет расположена посередине отрезка \overline{bc} .

План ускорений показывает направления и пропорции линейных ускорений в механизме. Величины линейных и угловых ускорений находятся из плана ускорений по формулам. Линейные ускорения – с учетом масштаба ускорений. Например, ускорение ползуна:

$$a_3 = a_C = \overline{пс} \mu_a \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Угловое ускорение шатуна в его относительном движении вокруг точки В найдем как частное от деления тангенциального относительного ускорения точки С на радиус-вектор расположения этой точки на шатуне (размер ВС). Заменяя действительные величины их изображениями на плане ускорений и схеме механизма, получим:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{BC} = \frac{\overline{пс} \mu_1 \omega_1^2}{\overline{BC} \mu_1}$$

И после сокращения имеем:

$$\varepsilon_2 = \frac{\overline{пс}}{\overline{BC}} \omega_1^2 \text{ (рад/с)} \quad (3.11)$$

Направление углового ускорения шатуна укажет вектор $\overline{пс}$, мысленно перенесенный из плана ускорений в точку С схемы механизма. В данном случае угловое ускорение шатуна направлено против часовой стрелки, так же, как его угловая скорость – это значит, что шатун в данный момент времени движется ускоренно.

В заключение заметим, что величины ускорений точек и звеньев используются в силовом расчете механизмов для определения сил инерции и силовых инерционных моментов.

§3.6. Силовой расчет стержневых механизмов.

Цель и принцип

Работа реального механизма происходит под действием внешних сил. Внешние силы вызывают появление в механизме внутренних сил, то есть сил, с которыми одни звенья действуют на другие. Силовой расчет имеет целью определение сил взаимодействия звеньев в кинематических парах механизма. Если одно звено действует на второе с определенной силой, то, согласно третьему закону Ньютона, это вызывает противодействие второго звена с такой же силой. Поэтому,

силы взаимодействия звеньев в кинематических парах называются силами реакции или просто реакциями и обозначаются буквой R с соответствующими индексами, например, R_{23} – это сила, с которой второе звено действует на первое, а R_{32} – равная и противоположная ей сила.

Знание величин реакций в кинематических парах необходимо для дальнейшего расчета на прочность этих кинематических пар с целью определения их размеров, например, диаметра шарнира, длины направляющих и пр.

Силовой расчет механизмов, как подвижных механических систем, производится с использованием принципа Даламбера: если к подвижной механической системе наряду с внешними силами приложить силы инерции ее звеньев, то такую систему можно рассматривать в равновесии и рассчитывать методами статики так, как это изложено в курсе «Теоретическая механика».

Здесь рассмотрим только расчет сил инерции для случаев поступательного, вращательного и сложного движения звена.

§3.7. Определение сил инерции и силовых моментов инерции звеньев

В начале заметим, что силы инерции – это фиктивные силы, не существующие в природе, а введенные для удобства расчетов. В реальности дело обстоит так. У тела есть только два естественных состояния – покоя и равномерного прямолинейного движения, при которых на тело не действуют никакие силы. Если эти состояния нарушаются при наложении какой-либо связи, то на тело действует сила реакции связи; эта сила вызывает противодействие, которое и принято называть силой инерции.

Рассмотрим определение сил инерции и силовых моментов инерции для звеньев, совершающих поступательное, вращательное и сложное движения.

Поступательно движущееся звено. Ползун, имеющий массу m , условно сосредоточенную в центре масс, (рис. 3.9а) движется с ускорением a , значит, согласно второму закону Ньютона, к нему приложена сила инерции $F_{и}$, направленная в сторону, противоположную ускорению. Величина этой силы находится так:

$$F_{и} = ma \text{ (Н)}$$

Вращающееся звено. Звено с массой m , условно сосредоточенной в центре масс S (рис. 3.9б), и моментом инерции I относительно центра масс вращается вокруг неподвижной точки A с угловой скоростью ω и угловым ускорением ϵ . Следовательно, центр масс имеет нормальное ускорение a^n и тангенциальное ускорение a^t . Используя

второй закон Ньютона можно сказать, что на это звено действуют нормальная и тангенциальная составляющая силы инерции и силовой инерционный момент, причем эти силы и момент направлены в сторону, противоположную соответствующим кинематическим параметрам.

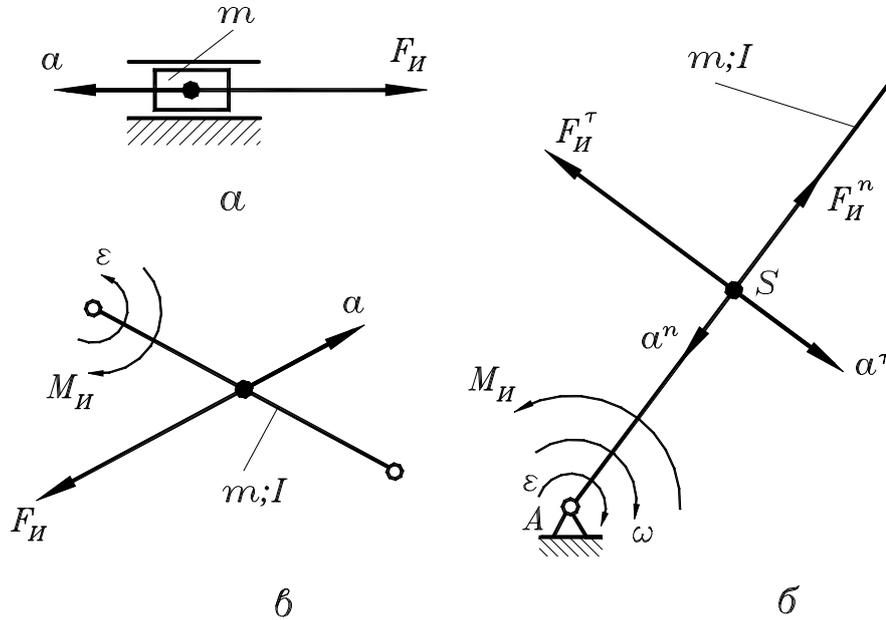


Рис. 3.9.

Их величины найдем так:

- нормальная сила инерции

$$F_I^n = ma^n = mAS\omega^2 \quad (\text{Н}) \quad (3.12)$$

- тангенциальная сила инерции

$$F_I^\tau = ma^\tau = mAS\varepsilon \quad (\text{Н}) \quad (3.13)$$

- силовой инерционный момент

$$M_I = I\varepsilon \quad (\text{Нм}) \quad (3.14)$$

При рассмотрении вращательного движения звена интерес представляют частные случаи расчета сил инерции и силового инерционного момента, связанные с равенством нулю некоторых геометрических и кинематических параметров звена.

1. Центр масс звена не совпадает с центром вращения, угловая скорость звена постоянна: $AS \neq 0$; $\omega \neq 0$; $\varepsilon = 0$, тогда, с учетом (3.12), (3.13) и (3.14), $F_I^n \neq 0$; $F_I^\tau = 0$; $M_I = 0$.

В этом случае на звено действует только нормальная (центробежная сила инерции).

2. Центр масс звена совпадает с центром его вращения, угловая скорость постоянна (случай равномерного вращения шестерен, шки-

вов, маховиков или других уравновешенных звеньев): $AS = 0; \omega \neq 0; \varepsilon = 0$, тогда, с учетом (3.12), (3.13) и (3.14), $F_{II}^n = 0; F_{II}^c = 0; M_{II} = 0$. То есть, на такие звенья при их равномерном вращении не действуют никакие силы

3. Центр масс звена совпадает с центром его вращения, угловая скорость равна нулю, а угловое ускорение существует (момент пуска или останова): $AS = 0; \omega = 0; \varepsilon \neq 0$, тогда, с учетом (3.12), (3.13) и (3.14), $F_{II}^n = 0; F_{II}^c = 0; M_{II} \neq 0$.

Звено, совершающее сложное движение в плоскости. Шатун с массой m , сосредоточенной в центре масс, и моментом инерции I относительно центра масс (рис. 4.3в) совершает движение с угловым ускорением ε , следовательно, его центр масс имеет линейное ускорение a . По второму закону Ньютона на этот шатун будет действовать сила инерции и силовой момент инерции, причем их направление противоположно соответствующим кинематическим параметрам, а величины определяются так:

$$F_{II} = ma \text{ (Н)}$$

$$M_{II} = I\varepsilon \text{ (Нм)}$$

Изложенная методика определения сил инерции и силовых инерционных моментов показывает, что для их определения, кроме кинематических параметров (ускорения), необходимо знать инерционные параметры звеньев: их массы m (кг), условно сосредоточенные в центре масс, как меры инертности тел совершающих поступательное движение, и моменты инерции I (кгм²) относительно центра масс, как меры инертности тел совершающих вращательное движение.

Глава 4. Кулачковые механизмы

В кулачковых механизмах движение звеньев определяется формой входного звена, называемого кулачком; звено, контактирующее с кулачком, называется толкателем. На рис. 5.1а дана схема одного из простейших кулачковых механизмов. Кулачок 1, имеющий определенную форму – профиль, вращается вокруг неподвижной точки; с кулачком контактирует толкатель 2, имеющий возможность совершать возвратно-поступательное движение по неподвижным направляющим. Характер движения толкателя определяется профилем кулачка. Во всех последующих примерах кулачок будем обозначать цифрой 1, а толкатель – цифрой 2.

§4.1. Классификация кулачковых механизмов

Чтобы разобраться во всем многообразии схем кулачковых механизмов, удобно воспользоваться их классификацией по конструктивным признакам. При этом следует помнить, что любая классификация относительна, то есть, не может быть совершенно полной, а может быть видоизменена или дополнена при выявлении новых признаков классифицируемых процессов, явлений или механизмов. Здесь будем различать кулачковые механизмы по шести признакам.

1. По объемному признаку:

- а) плоские;
- б) пространственные.

В плоском кулачковом механизме звенья движутся в одной или параллельных плоскостях (рис. 4.1а), а если это условие не соблюдается, то механизм является пространственным. Один из таких механизмов показан на рис. 4.1б: кулачок 1 представляет собой стакан, край которого срезан определенным образом и образует профиль кулачка. Кулачок вращается в плоскости, перпендикулярной изображению, а толкатель 2 движется в плоскости изображения.

2. По характеру движения кулачка:

- а) с вращающимся кулачком;
- б) с качающимся кулачком;
- в) с поступательно движущимся кулачком.

Кулачковые механизмы на рис. 4.1а и 4.1б имеют вращающийся кулачок. На рис. 4.1в показана схема кулачкового механизма с качающимся кулачком: кулачок представляет собой сектор, имеющий возможность качаться относительно неподвижной точки. На рис. 4.1г приведена схема кулачкового механизма с поступательно движущимся кулачком, этот кулачок совершает возвратно-поступательное движение по неподвижным направляющим.

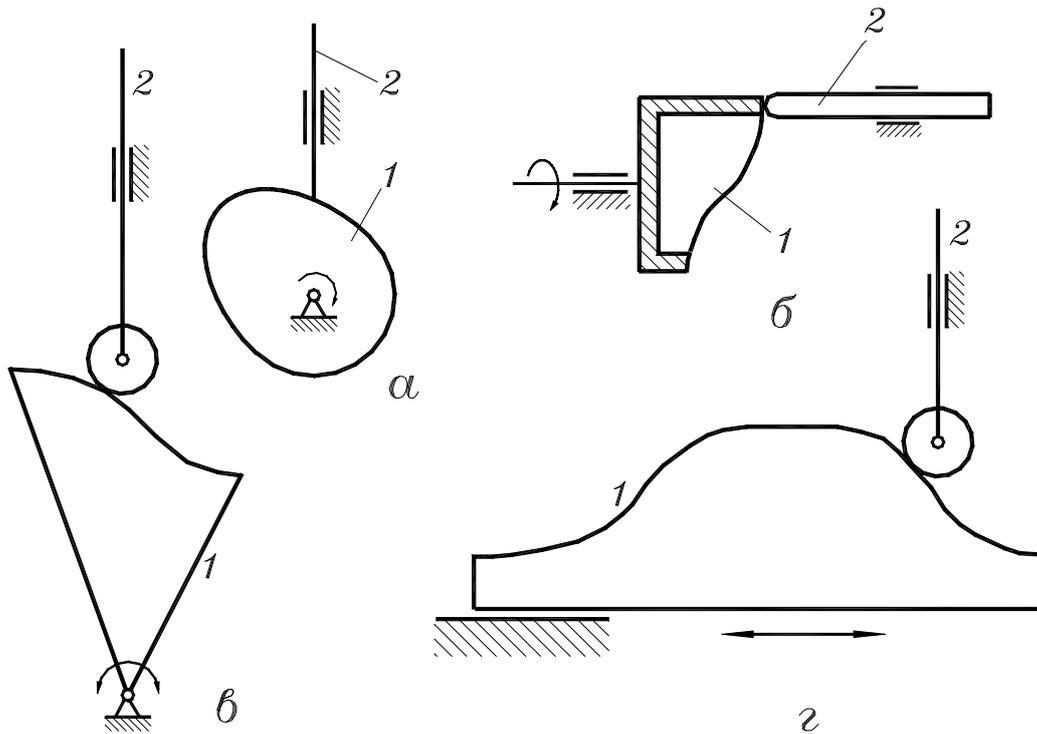


Рис. 4.1.

3. По характеру движения толкателя:
- с поступательно движущимся толкателем;
 - с качающимся толкателем;
 - с толкателем, совершающим сложное движение.

Все кулачковые механизмы, схемы которых показаны на рис. 4.1 имеют поступательно движущиеся толкатели. На рис. 4.2а приведена схема кулачкового механизма с качающимся толкателем: толкатель 2 имеет возможность качаться относительно неподвижной точки, а характер его движения зависит от профиля кулачка 1. Схема кулачкового механизма, толкатель которого совершает сложное движение, показана на рис. 4.2б. Толкатель 2 является шатуном стержневого шарнирного механизма, и траектории движения его точек зависят от размеров звеньев этого механизма, а характер его движения, то есть, его скорость и ускорение определяются профилем кулачка 1.

4. По конструкции толкателя (имеется в виду часть толкателя, контактирующая с кулачком):
- с остроконечным толкателем;
 - с закругленным толкателем;
 - с плоским толкателем;
 - с роликовым толкателем.

Схема кулачкового механизма с остроконечным толкателем дана на рис. 5.1а, с закругленным – на рис. 5.1б. В обоих этих случаях в контакте толкателя с кулачком имеет место высшая кинематическая пара, и теоретически контакт происходит в точке.

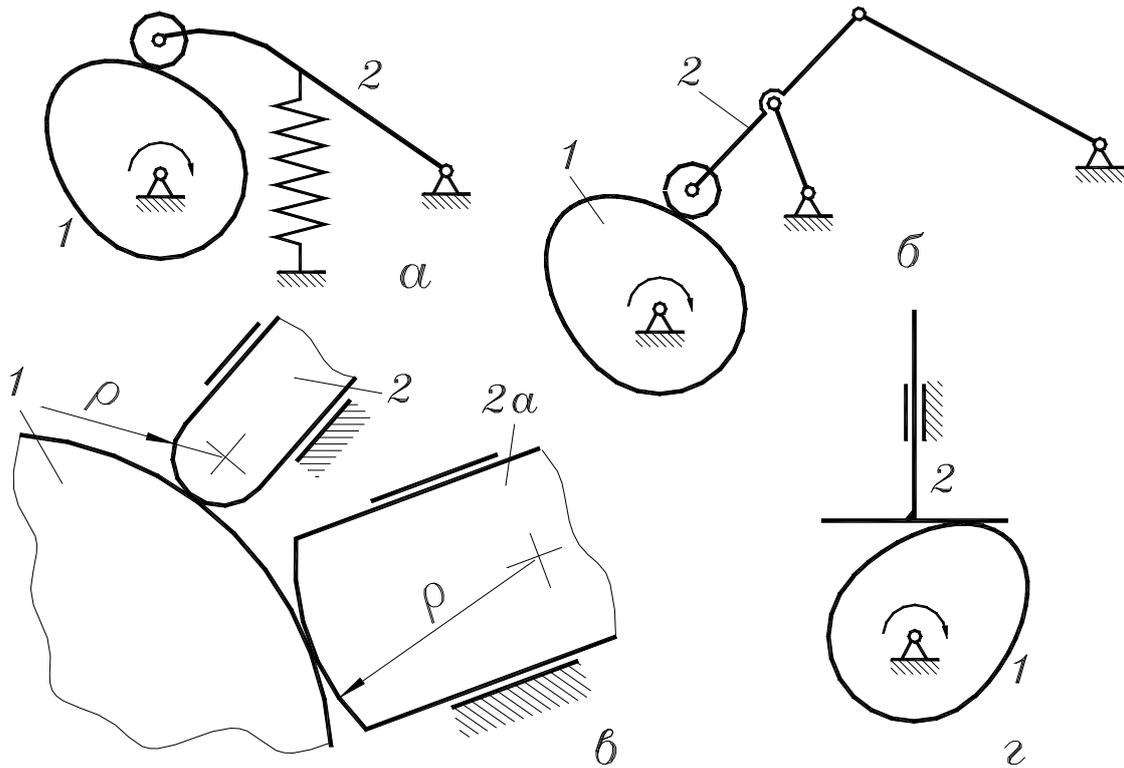


Рис. 4.2.

Однако, в действительности, в результате упругого сжатия элементов кинематической пары при передаче усилия от кулачка к толкателю, на контактирующих поверхностях образуются площадки контакта, и чем больше эта площадка, тем лучше условия передачи усилий, то есть, условия работы кулачкового механизма. У кулачкового механизма на рис. 4.1а эти условия наихудшие, так как конец толкателя выполнен острым. Такой кулачковый механизм не может применяться для передачи больших усилий, он используется только в измерительных системах, так как обладает свойством наиболее точно отслеживать профиль кулачка.

Кулачковые механизмы, имеющие закругленный толкатель (рис. 4.1б), используются в качестве силовых, причем, чем больший радиус кривизны закругленной части толкателя, тем большая площадка образуется в контактной зоне и тем лучше условия передачи усилий. На рис. 4.2в показаны два закругленных толкателя, контактирующие с кулачком 1. У толкателя 2а радиус кривизны ρ закругленной части больше, чем у толкателя 2; можно сказать, что у толкателя 2а кривизна закругленной части меньше, чем у толкателя 2, то есть, чем больше радиус кривизны, тем меньше кривизна. Условия работы у толкателя 2а лучше, так как площадка контакта больше. Кулачковые механизмы с закругленными толкателями с успехом применяются в системах газораспределения поршневых двигателей, для открывания и закрывания клапанов компрессоров и т.д.

При увеличении радиуса кривизны толкателя до бесконечности кривизна уменьшается до нуля и получается плоский толкатель с наибольшей контактной площадкой между толкателем и кулачком и, соответственно, наилучшими условиями передачи сил. Схема кулачкового механизма с плоским толкателем показана на рис. 4.2г. Конструкция толкателя такова, что включает стержень и плоскую тарелку, названную так из-за круглой формы в плане. Подобные механизмы находят широкое использование в технике.

Общим недостатком кулачковых механизмов с остроконечным, закругленным и плоским толкателем является наличие трения скольжения между кулачком и толкателем при их работе. Кулачковые механизмы с роликовым толкателем лишены этого недостатка (рис. 4.1в, 4.1г, 4.2а, 4.2б). Однако, наличие дополнительного звена (ролик) и зазора во вращательной кинематической паре «ролик-толкатель» ограничивает использование таких механизмов при больших частотах вращения кулачка из-за возможных вибраций.

5. По способу обеспечения постоянства контакта между толкателем и кулачком (по способу замыкания):

- а) с силовым замыканием;
- б) с кинематическим (геометрическим) замыканием.

Силовое замыкание предусматривает прижим толкателя к кулачку при помощи силы тяжести, силы пружины или силы специальных прижимных устройств (пнеumo- или гидроцилиндры). Наиболее распространен прижим пружиной (рис. 4.2а), параметры которой рассчитываются таким образом, чтобы не допустить отрыва толкателя от кулачка при больших частотах вращения.

Смысл кинематического (геометрического) замыкания заключается в том, что толкатель не может отойти от профиля кулачка, благодаря конструктивным особенностям механизма. Одна из возможных конструкций показана на рис. 4.3. Здесь ролик 3 толкателя 2 входит в паз, выполненный по профилю кулачка в диске 1.

Для возможности перекатывания ролика внутри паза, диаметр ролика должен быть меньше ширины паза, что достаточно ясно видно на разрезе в виде слева. Это приводит к тому, что при каждом обороте кулачка происходит перекачка зазора между кулачком и роликом, то есть, ролик оказывается прижатым то к одной стороне паза, то к другой. При больших скоростях это явление сопровождается ударами, поэтому область использования подобных механизмов ограничена относительно низкими скоростями.

6. По возможности регулирования:

- а) нерегулируемые;
- б) регулируемые.

Все механизмы, рассмотренные до сих пор, являются нерегулируемыми. Но есть достаточное количество регулируемых кулачковых

механизмов, то есть механизмов, параметры которых могут быть изменены. Регулироваться может расположение толкателя, ход толкате-

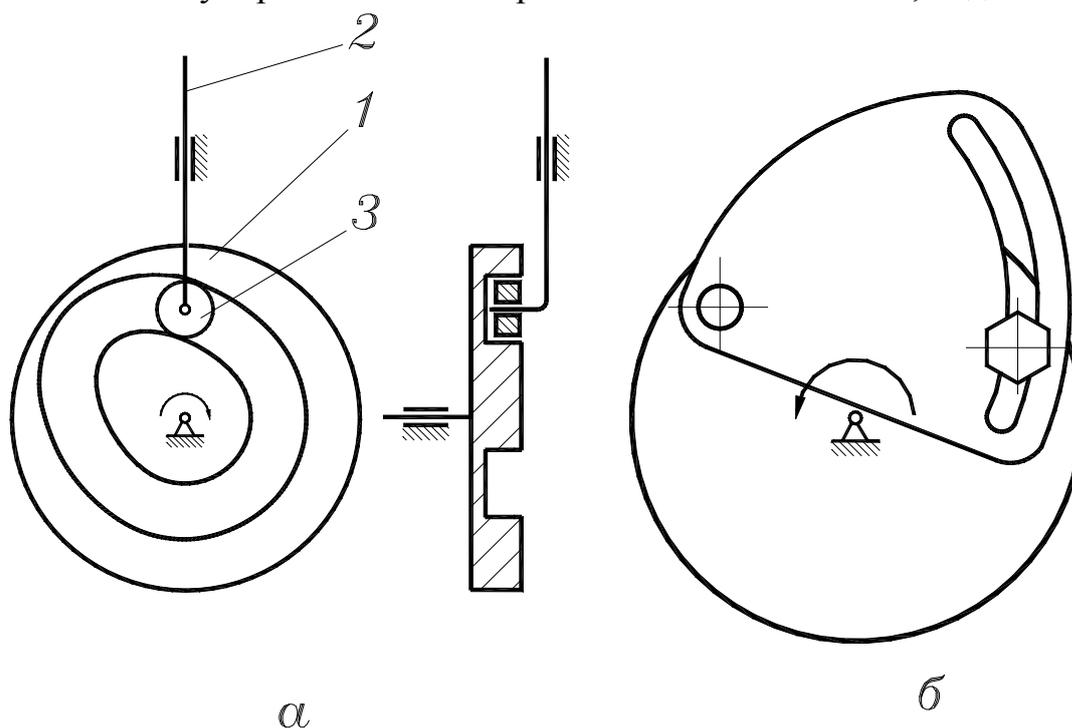


Рис. 4.3.

ля и профиль кулачка. На рис. 4.3б показана возможная конструкция кулачка с регулируемым профилем. Сектор определенного профиля шарнирно установлен на диске и может быть закреплен в различных позициях при помощи винта, чем и достигается изменение профиля.

Все указанные шесть конструктивных признаков могут характеризовать отдельный кулачковый механизм. Например, механизм, показанный на рис. 4.2а в достаточной мере определяется так: плоский нерегулируемый кулачковый механизм с вращающимся кулачком, роликовым качающимся толкателем и силовым замыканием.

§4.2. Геометрия и кинематика простейшего кулачкового механизма

Геометрия и кинематика кулачковых механизмов неотделимы друг от друга, так как форма кулачка непосредственно влияет на характер движения толкателя. Рассмотрим это на примере кулачкового механизма с вращающимся кулачком и поступательно движущимся остроконечным толкателем (рис. 4.1а).

Начнем с кулачка. В большинстве случаев, профиль кулачка состоит из двух дуг концентрических окружностей, сопряженных кривыми линиями (рис. 4.4); форма этих линий может быть различна и задается при проектировании.

Меньшая окружность называется окружностью минимального радиуса r_{min} и находится в основе конструкции любого кулачка. Точки сопряжения дуг окружностей с кривыми (точки I, II, III, IV на рис. 4.4) являются характерными точками профиля, ограничивающими его участки. На схеме кулачок показан в положении, когда толкатель контактирует с ним в точке I.

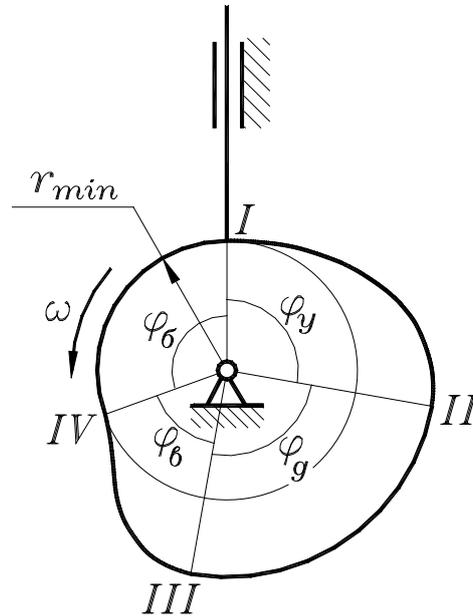


Рис. 4.4.

Теперь рассмотрим движение толкателя при вращении кулачка. При повороте кулачка в направлении вращения (против хода часовой стрелки) на угол φ_y толкатель будет удаляться в направлении от центра кулачка, по этому участок профиля I-II называется участком удаления, а соответствующий этому участку центральный угол φ_y – углом удаления. При дальнейшем повороте кулачка до тех пор, пока толкатель будет контактировать с профилем на участке II-III, выполненном по дуге окружности, толкатель будет оставаться неподвижным в позиции, наиболее удаленной от центра кулачка. Поэтому, этот участок профиля называется участком дальнего стояния, а соответствующий ему центральный угол кулачка φ_d называется углом дальнего стояния. Во время контакта толкателя с участком III-IV профиля, толкатель, двигаясь по направляющим, возвращается по направлению к центру кулачка. Поэтому, этот участок профиля называется участком возвращения, а соответствующий ему центральный угол кулачка φ_v – углом возвращения. При контакте с участком IV-I, толкатель остается неподвижным в позиции наиболее близкой к центру кулачка, соответственно это участок называется участком ближнего стояния, а угол кулачка φ_b – углом ближнего стояния.

Указанные углы соответствуют фазам работы кулачкового механизма. В общем случае их четыре: фаза удаления, фаза дальнего стояния, фаза возвращения и фаза ближнего стояния. Поэтому, при

анализе работы кулачкового механизма эти углы называются фазовыми.

Чтобы определить характер движения толкателя на фазах удаления и возвращения, нужны кинематические диаграммы, то есть, графики дающие представление об изменении перемещения, скорости и ускорения толкателя при повороте кулачка.

Для построения диаграммы перемещения толкателя исходной служит схема кулачкового механизма, выполненная в определенном масштабе длин (рис. 4.5). При анализе кинематики кулачковых механизмов используется метод обращенного движения, при котором кулачок останавливается, а толкателю вместе с направляющими сообщается вращение вокруг центра кулачка с угловой скоростью $-\omega_1$, то есть, в направлении обратном направлению вращения кулачка. При повороте этой системы толкатель, перемещаясь вдоль направляющих, будет следить за профилем кулачка. На схеме механизма показывается несколько позиций толкателя в пределах углов удаления и возвращения, причем количество позиций определяется размерами чертежа и требуемой точностью построений. На рис. 4.5 даны десять позиций толкателя: пять в пределах угла удаления (с первой по пятую) и пять других в пределах угла возвращения (с шестой по десятую).

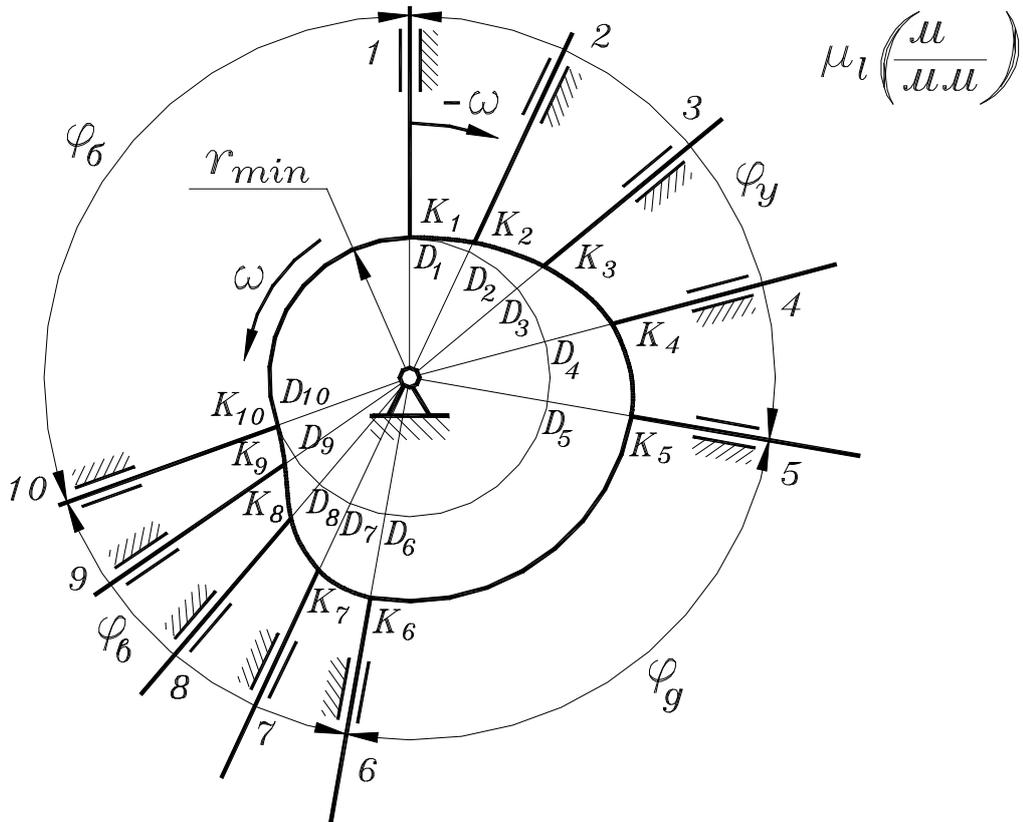


Рис. 4.5.

Чтобы увидеть на чертеже перемещения толкателя, продлим линию его движения в каждой позиции до центра кулачка. Обозначим

точки контакта толкателя с кулачком буквой К с соответствующим индексом, а точки пересечения линий движения толкателя с окружностью минимального радиуса – буквой D. Из чертежа понятно, что перемещения толкателя из своей исходной первой позиции равны отрезкам DK в соответствующих позициях (с учетом масштаба длин): в первой позиции перемещение равно нулю и точки К и D совпадают, во второй позиции перемещение толкателя $\overline{s_2} = \overline{D_2K_2}$, в третьей – $\overline{s_3} = \overline{D_3K_3}$ и т.д. В общем случае можно записать:

$$\overline{s_i} = \overline{D_iK_i}$$

Полученный чертеж дает возможность построить кинематическую диаграмму перемещения толкателя $s(\varphi)$ (рис. 4.6). Масштаб оси ординат – масштаб перемещений толкателя μ_s , является произвольной величиной, в частности, он может быть таким же, как масштаб μ_1 схемы механизма на рис. 4.5. Масштаб оси абсцисс – масштаб углов поворота кулачка, тоже произвольная величина и определяется так:

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_p}{\varphi_p} \text{ (рад/мм)} \quad (4.1)$$

где: φ_p – рабочий угол кулачкового механизма в радианах, равный сумме фазовых углов удаления, дальнего стояния и возвращения, то есть,

$$\varphi_p = \varphi_y + \varphi_d + \varphi_b$$

$\overline{\varphi_p}$ – изображение рабочего угла на оси абсцисс графика в мм.

Изображение рабочего угла – это отрезок на оси абсцисс графика, размер которого зависит от размеров чертежа. Этот отрезок разбивается в соответствии с действительными величинами фазовых углов.

Разделим отрезки углов удаления и возвращения на равные части так же, как на схеме механизма, и через точки делений проведем вертикали. Так как масштабы перемещений на графике и на схеме механизма выбраны одинаковыми, то на этих вертикалях отложим соответствующие отрезки $\overline{D_i K_i}$ из схемы механизма. Соединив концы этих отрезков, получим график перемещения толкателя в функции угла поворота кулачка. Заметим, что этот график не меняется при изменении угловой скорости кулачка, он зависит только от формы профиля кулачка.

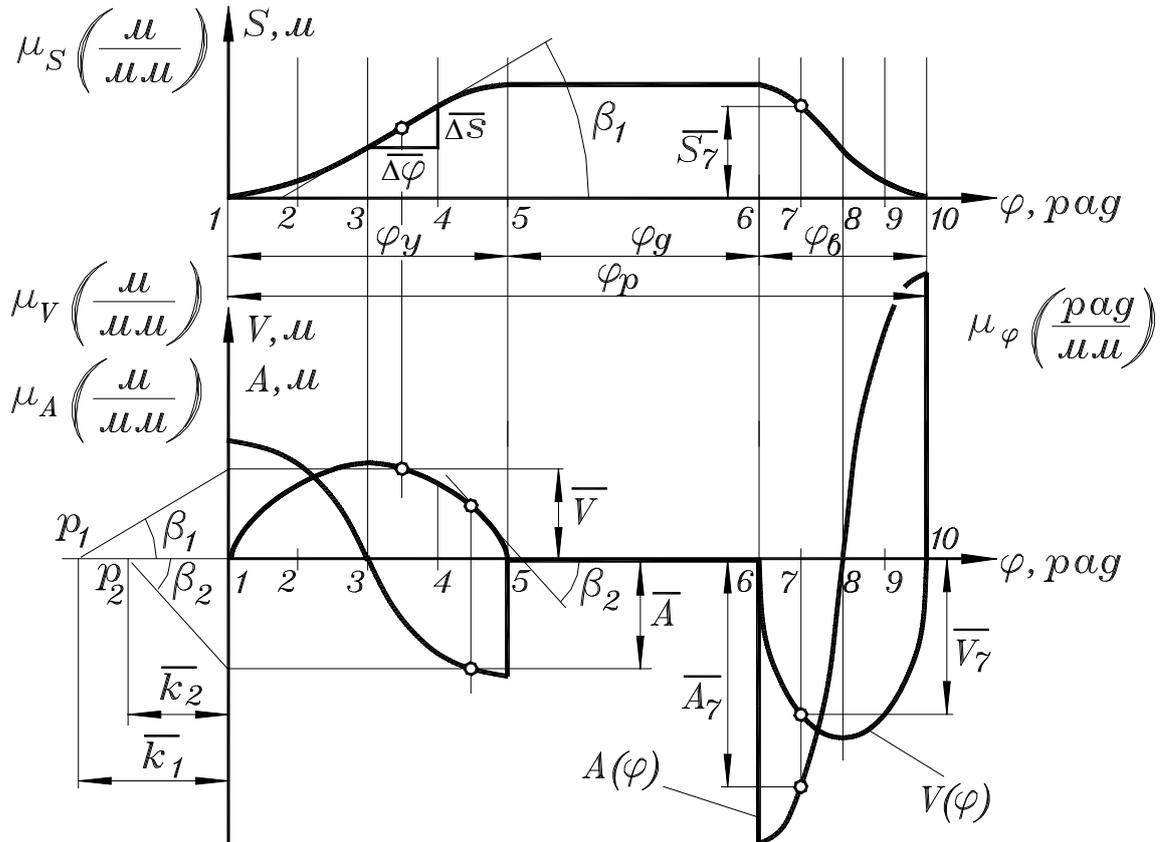


Рис. 4.6.

Переходя к кинематическим диаграммам, отражающим изменение скорости и ускорения толкателя, следует заметить, что и в этом случае удобно иметь графики таких скоростных параметров и параметров ускорения, которые бы не менялись при изменении угловой скорости кулачка, а зависели бы только от формы его профиля. Таковыми параметрами являются аналоги скоростей и ускорений.

Аналог скорости – это величина пропорциональная скорости, но зависящая не от времени, а от угла поворота входного звена механизма (здесь – кулачка), то есть, это первая производная от перемещения не по времени, а по углу поворота этого звена:

$$V = \frac{ds}{d\varphi} \quad (4.2)$$

Чтобы найти связь между аналогом скорости и скоростью умножим и разделим эту дробь на dt :

$$V = \frac{ds dt}{d\varphi dt}$$

Здесь ds/dt – это линейная скорость (в данном случае, толкателя), а $d\varphi/dt$ – угловая скорость входного звена (в данном случае, кулачка). Поэтому,

$$V = \frac{v}{\omega} \quad (\text{м}) \quad (4.3)$$

Аналог ускорения – это вторая производная от перемещения по углу поворота входного звена:

$$A = \frac{d^2 s}{d\varphi^2} \quad (4.4)$$

Для нахождения связи между аналогом ускорения и ускорением умножим и разделим эту дробь на dt^2 :

$$A = \frac{d^2 s dt^2}{d\varphi^2 dt^2}$$

Здесь $d^2 s/dt^2$ – это линейное ускорения (в данном случае, толкателя), а $d\varphi^2/dt^2$ – квадрат угловой скорости (в данном случае, кулачка). Поэтому,

$$A = \frac{a}{\omega^2} \quad (\text{м}) \quad (4.5)$$

Графики аналогов скорости и ускорения толкателя совмещены на рис. 4.6 в одной системе координат. Строятся они методом графического дифференцирования.

График аналога скорости строится методом графического дифференцирования диаграммы перемещения толкателя. Аналог скорости пропорционален отношению элементарных приращений Δs и $\Delta\varphi$ с учетом масштабов изображений, как это показано на рис. 5.6 на участке 3-4. Отношение катетов полученного прямоугольного треугольника равно тангенсу угла β_1 наклона его гипотенузы к оси абсцисс графика. Переходя к бесконечно малым можно написать:

$$V = \frac{\overline{ds} \mu_s}{d\varphi \mu_\varphi} = \text{tg } \beta_1 \frac{\mu_s}{\mu_\varphi} \quad (4.6)$$

Чтобы изобразить эту величину, пропорциональную тангенсу угла наклона касательной, графически в системе координат диаграммы аналога скоростей, поступаем следующим образом. Ось абсцисс графика продлеваем влево и откладываем на этом продолжении произвольный отрезок k_1 , называемый базой графического дифференцирования. Из конца этой базы p_1 (полюс дифференцирования) проводим луч, параллельный касательной к графику $s(\varphi)$ до ее пересечения с осью ординат. Полученный на оси ординат отрезок является изображением аналога скорости толкателя, так как его величина пропорциональна тангенсу угла β_1 наклона касательной (рис. 4.6). Масштаб этого изображения с учетом (4.6) и рис. 4.6, определится так:

$$\mu_V = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{\operatorname{tg} \beta_1 \mu_s}{\mu_\varphi k_1 \operatorname{tg} \beta_1}$$

После сокращения получаем формулу масштаба аналога скоростей:

$$\mu_V = \frac{\mu_s}{\mu_\varphi k_1} \quad (\text{м/мм}) \quad (4.7)$$

Так как полученный отрезок является изображением аналога скорости толкателя на участке 3-4, то из точки пересечения луча с осью ординат проводим горизонталь, а из середины участка 3-4 – вертикаль. Точка пересечения этих прямых будет лежать на графике аналога скоростей толкателя. Произведя описанные построения в каждом участке, получим кинематическую диаграмму аналога скоростей $V(\varphi)$.

Кинематическая диаграмма аналога ускорений на рис. 4.6 построена в той же системе координат при помощи графического дифференцирования диаграммы аналога скоростей. К этому графику в середине каждого участка проводятся касательные (на рис. 4.6 показана одна из них – на участке 4-5, наклоненная к оси абсцисс под углом β_2), на продолжении оси абсцисс откладывается произвольный отрезок – база графического дифференцирования k_2 , через полюс p_2 проводятся лучи, параллельные касательным и т.д., так же, как это было описано выше. В результате получается диаграмма аналога ускорений $A(\varphi)$. Масштаб диаграммы рассчитывается аналогично (4.7):

$$\mu_A = \frac{\mu_V}{\mu_\varphi k_2} \quad (\text{м/мм}) \quad (4.8)$$

§4.3. Анализ движения толкателя. Жесткие и мягкие удары.

Кинематические диаграммы необходимы для анализа движения толкателя подобно тому, как планы скоростей и ускорений стержне-

вых механизмов нужны для расчета конкретных величин этих параметров.

Кинематические диаграммы дают полное представление о движении толкателя при работе кулачкового механизма. Анализируя кинематическую диаграмму $s(\varphi)$ (рис. 4.6), можно видеть, что на фазе удаления кривая перемещения толкателя – это плавная кривая линия, причем ее крутизна (крутизна кривой – это наклон касательной к этой кривой относительно оси абсцисс) сначала увеличивается от нуля в поз. 1 до какой-то величины в поз. 3 (рис. 4.6), после чего уменьшается опять до нуля в поз. 5. Точка кривой в поз. 3, где увеличение крутизны сменяется ее уменьшением, называется точкой перегиба. Аналогичный вид имеет эта кривая и на фазе возвращения.

График аналога скорости показывает, что во время первой половины фазы удаления, скорость толкателя плавно возрастает от нуля, достигая максимума в поз. 3 (в позиции, где график $s(\varphi)$ имеет перегиб), а затем также плавно уменьшается до нуля в поз. 5 – начала фазы дальнего стояния. На фазе возвращения характер изменения скорости толкателя аналогичен, но график $V(\varphi)$ расположен в отрицательной области, что говорит о противоположном направлении движения толкателя по сравнению с фазой удаления.

Диаграмма аналога ускорения показывает, что в поз. 1 имеет место скачок ускорения толкателя от нуля до какой-то величины, после чего происходит плавное уменьшение ускорения до нуля в поз. 3 (в позиции, где скорость максимальна – максимум функции соответствует нулю ее производной), после чего ускорение меняет знак. Анализируя совместно диаграммы аналогов скорости и ускорения, можно утверждать, что в первой половине фазы удаления и возвращения толкатель движется ускоренно, так как знаки скорости и ускорения совпадают, а во второй половине этих фаз – замедленно, так как их знаки противоположны.

По кинематическим диаграммам можно определить конкретные параметры движения толкателя в заданной позиции. Найдем перемещение, скорость и ускорение толкателя в поз. 7 (рис. 4.6).

Перемещение толкателя:

$$s_7 = \bar{s}_7 \mu_s \text{ (м)}$$

где \bar{s}_7 – ордината диаграммы перемещений в поз. 7.

Скорость толкателя найдем с учетом (4.3):

$$v_7 = \bar{V}_7 \mu_V \omega \text{ (м/с)}$$

где \bar{V}_7 – ордината диаграммы аналога скорости в поз. 7.

Ускорение толкателя найдем с учетом (4.5):

$$a_7 = \bar{A}_7 \mu_A \omega^2 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

где $\overline{A_7}$ – ордината диаграммы аналога ускорения в поз. 7.

Характер движения толкателя на фазах удаления и возвращения может быть различным в зависимости от профиля кулачка. Если рассматривать это движения с точки зрения изменения скорости толкателя, то следует изучить его равномерное движение, равнопеременное движение и общий случай, то есть, движение с переменным ускорением.

Равномерное движение толкателя (рис. 4.7а), то есть, его движение на фазах удаления и возвращения с постоянной скоростью, показывается на графике его скорости (или аналога скорости) в виде горизонтальных отрезков. Графики перемещений толкателя на этих фазах – это наклонные прямые. Ускорения толкателя в этом случае равны нулю, но в начале и конце этих участков происходят скачки ускорения в плюс или минус бесконечность. Явление скачка ускорения в бесконечность и обратно называется жестким ударом, оно соответствует скачку скорости на конечную величину и излому графика перемещения толкателя.

Это явление отрицательно по следующим причинам. Ускорения пропорциональны силам инерции, следовательно, в узловых точках (в начале и конце фазы удаления и возвращения) на толкатель действуют бесконечно большие силы инерции, что теоретически должно привести к разрушению механизма. В реальных механизмах этого не происходит из-за упругости звеньев и наличия зазоров в механизме. Однако силы инерции достигают значительных величин, поэтому таких режимов стараются избегать, вводя переходные участки, которые заменяют излом графика перемещений на плавные кривые. Кулачковые механизмы с равномерным движением толкателя используются в токарных автоматах для привода суппортов, в швейных машинах для намотки нити на шпульку и т.д. Участки удаления и возвращения кулачков таких механизмов выполняются по спирали Архимеда.

Равнопеременное движение толкателя (рис. 4.7б) предполагает движение толкателя на фазах удаления и возвращения с постоянным ускорением или замедлением, а именно, в течение первой половины фазы движение происходит с ускорением, а в течение второй половины – с замедлением (с отрицательным ускорением). На графике ускорения мы видим горизонтальные отрезки в положительной и отрицательной областях. В начале фаз удаления и возвращения и в их середине имеют место скачки ускорения на конечную величину. Этим скачкам соответствуют изломы графика скорости, а график перемещений толкателя остается плавным. Явление скачка ускорения на конечную величину называется мягким ударом. Это явление не столь отрицательно, как явление жесткого удара, и кулачковые механизмы,

где движение толкателя сопровождается мягкими ударами, достаточно широко используются в технике.

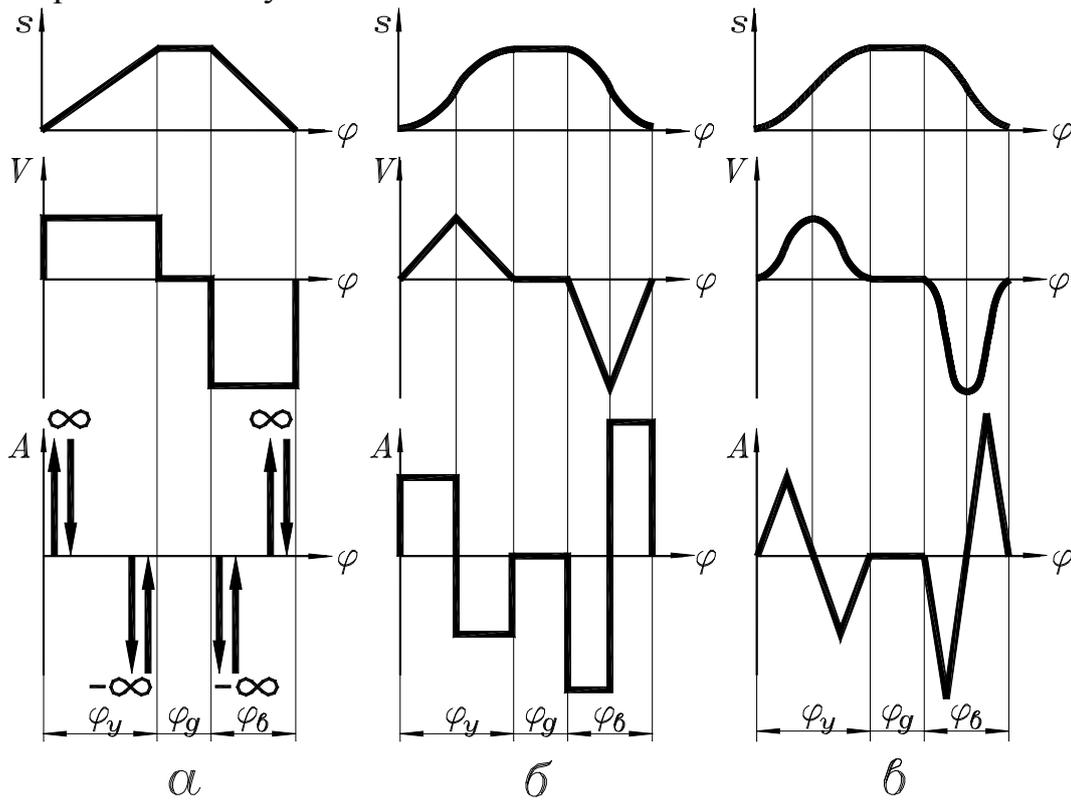


Рис. 4.7.

Кинематические диаграммы движения толкателя для общего случая, то есть, для случая его движения с переменным ускорением приведены на рис. 4.7в. Форма диаграммы ускорения может быть различной, возможны скачки ускорения в характерных точках, но наилучшей с точки зрения инерционных нагрузок, является диаграмма без скачков ускорения; при этом изломы графика возможны (один из таких графиков ускорения показан на рис. 4.7в). Кулачок, обеспечивающий движение толкателя без скачков ускорения называется безударным. Такие кулачки более сложны в проектировании и изготовлении, чем кулачки с жесткими и мягкими ударами, но они с успехом используются благодаря хорошим динамическим качествам.

Однако существует безударный кулачок очень простой в проектировании и изготовлении – это эксцентрик (рис 4.8).

Его профиль – это окружность, центр которой смещен относительно центра вращения кулачка. Так как профиль кулачка – кривая постоянной кривизны, то никаких скачков и ударов он не предполагает. Такой кулачок имеет только два профильных угла – удаления и

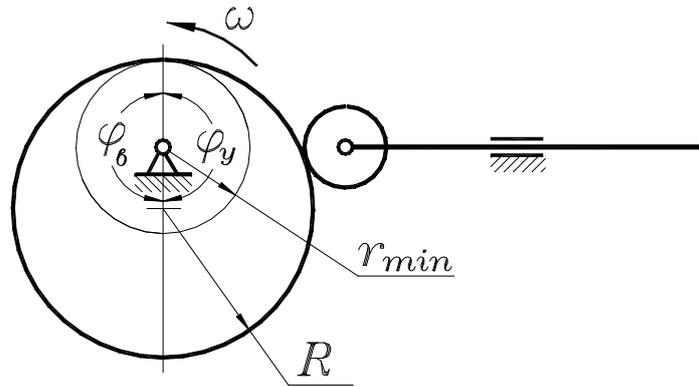


Рис. 4.8.

возвращения. Благодаря простоте конструкции кулачковые механизмы с эксцентриковым кулачком широко используются в технике.

§4.5. Условия передачи движения в кулачковом механизме. Угол передачи движения

Условия передачи движения от кулачка к толкателю зависят от силовых соотношений, а именно, от соотношения между величинами силы способствующей движению толкателя и силы, препятствующей этому движению. Рассмотрим это подробнее.

Согласно теории высшей кинематической пары, сила, с которой кулачок действует на толкатель, направлена вдоль нормали к профилю кулачка (сила R на рис. 4.9). Разложим эту силу на две составляющие: силу Q , направленную вдоль движения толкателя, и силу T перпендикулярную этому движению. Сила Q способствует движению толкателя, так как направлена вдоль его направляющих, а сила T препятствует этому движению, так как стремится перекосить толкатель в направляющих и увеличивает трение при его движении. Значит, условие передачи силы зависит от соотношения величин сил Q и T . При работе кулачкового механизма это соотношение меняется, так как наклон нормали $n-n$ к направлению движения толкателя изменяется от нуля на участках дальнего и ближнего стояния (в этих случаях сила T отсутствует) до некоторой конечной величины.

Из приведенного силового разложения следует: для лучшей работы кулачкового механизма с точки зрения условий передачи движения (или, говорят, с точки зрения динамики) надо, чтобы сила Q , способствующая движению, была большей, а сила T , препятствующая движению, была меньшей.

Для упрощения анализа соотношения величин сил Q и T используется параметр, который называется углом передачи движения и обозначается греческой буквой γ : это острый угол между касательной к профилю кулачка и линией движения контактной точки толкателя (рис. 4.9).

Так как такой же угол γ находится между векторами сил Q и T , то можно сделать следующий вывод: для лучшей, с точки зрения динамики, работы кулачкового механизма надо, чтобы угол передачи движения был возможно бóльшим.

При работе кулачкового механизма этот угол меняется от 90° на участках стояния до некоторой минимальной величины на фазах удаления и возвращения. Поэтому, более конкретно вышеуказанное правило выглядит так: при прочих равных условиях тот кулачковый механизм будет работать лучше, у которого минимальный угол передачи движения больше.

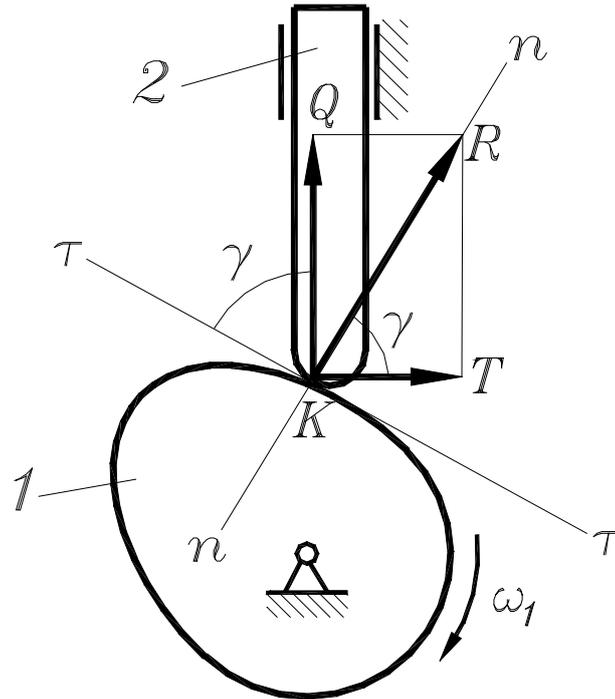


Рис. 4.9.

С этой точки зрения следует сравнивать разные кулачковые механизмы, обеспечивающие один и тот же характер движения толкателей. На рис. 4.10 совмещены две схемы центральных кулачковых механизмов, обеспечивающих одинаковое движение своих толкателей, но имеющих разные размеры кулачков, то есть, разные радиусы минимальных окружностей. Остальные параметры одинаковы: фазовые углы, ход толкателя h (в данном случае – это расстояние между окружностями минимальных и максимальных радиусов на участках дальнего стояния); кроме того, профили кулачков на участках удаления и возвращения выполнены подобными. Оба кулачковых механизма показаны в одинаковых позициях, то есть, углы поворота кулачков относительно толкателя одинаковы. С малым кулачком толкатель контактирует в точке K' , а с большим – в точке K'' . Через контактные точки проведены касательные $\tau'-\tau'$ и $\tau''-\tau''$. Из рис. 4.10 видно, что

угол передачи движения для большого кулачкового механизма больше, чем для малого. В общем случае можно записать:

$$\text{если } r''_{\min} > r'_{\min}, \text{ то } \gamma'' > \gamma'.$$

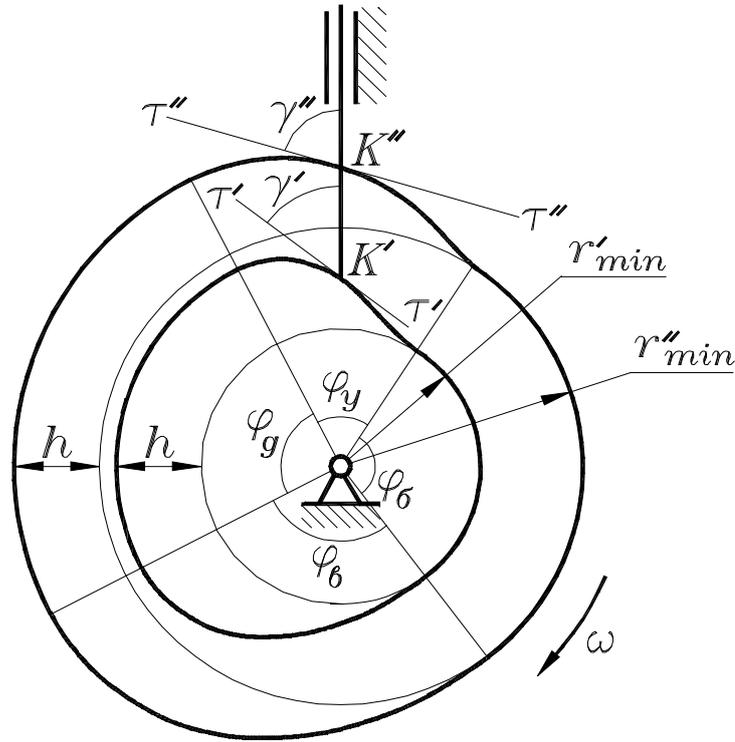


Рис. 4.10.

Отсюда можно сделать вывод: при прочих равных условиях, чем большие габариты у кулачкового механизма, тем лучше условия передачи движения от кулачка к толкателю, или, говорят, тем лучше динамика работы кулачкового механизма. Однако это динамическое условие входит в противоречие с одним из главных условий проектирования машин – условием минимальных габаритов конструкции.

Чтобы удовлетворить двум указанным условиям, при проектировании кулачковых механизмов учитываются значения минимально допустимых углов передачи движения γ_{\min} , которые приводятся в справочной литературе для различных типов кулачковых механизмов. В таблице 4.1 приведены некоторые из этих значений.

Таблица 4.1

Кулачковые механизмы	Минимально допустимые углы передачи движения γ , град
с остроконечным толкателем	50 ÷ 60
с закругленным толкателем	40 ÷ 50
с роликовым толкателем	30 ÷ 40

Глава 5. Зубчатые механизмы

Зубчатые механизмы являются наиболее употребительными в технике. Такие механизмы лежат в основе конструкции почти всех передаточных механизмов, используемых в машинах. Вот наиболее общее определение этих механизмов: в зубчатом механизме движение передается посредством специальных выступов на звеньях, сменяющих друг друга в процессе работы; эти выступы называются зубьями, а звенья – зубчатыми колесами. Существует исключение – одно из звеньев зубчато-реечного механизма является зубчатой рейкой. Но большинство звеньев зубчатых механизмов – это зубчатые колеса, как правило, круглые, хотя и существуют зубчатые механизмы с некруглыми колесами [3].

Различают два вида зубчатых механизмов: с неподвижными осями колес и с подвижными осями некоторых колес. В механизмах первого вида оси колес неподвижны относительно стойки: редукторы подъемных кранов, коробки передач автомобилей, коробки скоростей металлорежущих станков и т.д. В зубчатых механизмах второго вида оси некоторых колес подвижны относительно стойки. Такие механизмы называются планетарными, они лежат в основе конструкции планетарных редукторов, используемых, в основном, в транспортных машинах, в частности, в самолетах и вертолетах для передачи движения от двигателя к винту и в системах управления.

§5.1. Виды зубчатых передач

Основу конструкции любого сложного зубчатого механизма составляют простейшие зубчатые механизмы, называемые передачами (точнее, зубчатыми передачами). Передача является трехзвенным механизмом, она содержит два зубчатых колеса и стойку. Различают три вида передач:

- с параллельными осями колес;
- с пересекающимися осями колес;
- с перекрещивающимися осями колес.

Рассмотрим их подробнее.

Передачи с параллельными осями колес.

У зубчатых колес таких передач зубья располагаются по образующим цилиндров. Поэтому они называются цилиндрическими передачами. Схема цилиндрической передачи показана на рис. 5.1а. В кинематических схемах машин такую передачу часто изображают в виде прямоугольников, как это показано на рис. 5.1б. Крестики внутри прямоугольников зубчатых колес обозначают их жесткое крепление на валах. Различают цилиндрические передачи прямозубые, косозубые и с шевронными зубьями. Зубья прямозубых колес параллельны

их осям, зубья косозубых колес располагаются по винтовым линиям на цилиндрах. Угол наклона зубьев к оси колеса $\beta = (10 \div 15)^\circ$ (рис. 5.1б). Легко представить, что из-за использования наклонных зубьев в косозубых передачах возникают осевые нагрузки. Чтобы избежать их, в тяжело нагруженных передачах используют зубья с двойным наклоном, так называемые шевронные зубья (рис. 5.1в). Надо сказать, что такие зубчатые колеса сложны в изготовлении, поэтому используются редко, при больших нагрузках (например, в прокатных станах).

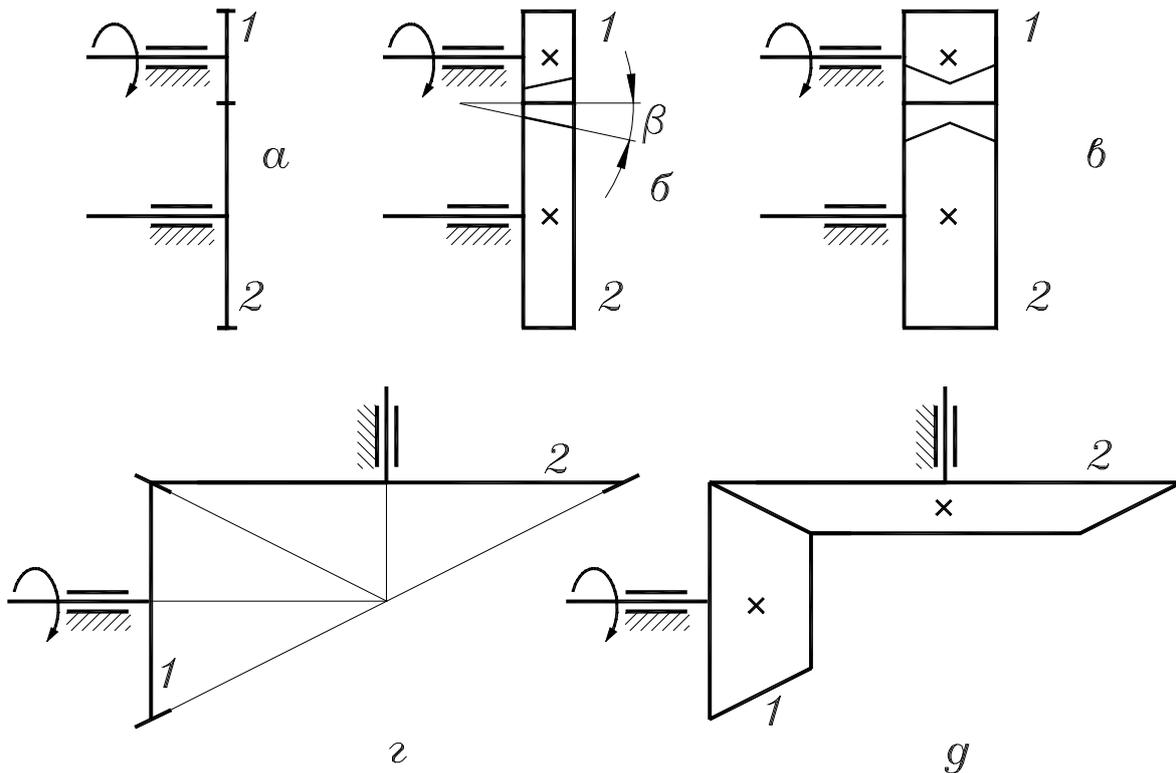


Рис. 5.1.

Передачи с пересекающимися осями колес.

У зубчатых колес таких передач зубья располагаются на образующих усеченных конусов, поэтому они называются коническими передачами. Схема конической передачи приведена на рис. 5.1г. Угол пересечения осей колес может быть любым, но в большинстве случаев этот угол равен 90° . Коническую передачу часто изображают в виде усеченных конусов, как это показано на рис. 5.1д. Так же, как и в предыдущем случае, крестики означают жесткое крепление колес на валах. Среди конических передач различают прямозубые, косозубые и передачи с круговыми зубьями. Зубья прямозубых колес располагаются вдоль образующих усеченных конусов, косозубых – по винтовым линиям на конусах, а круговые зубья в плане очерчены по окружностям (для упрощения техпроцесса, такие зубья образуются круговым режущим инструментом).

Передачи с перекрещивающимися осями колес.

Зубья колес таких передач располагаются по образующим гиперболоидов вращения. Гиперболоид вращения образуется следующим образом. Если к оси, находящейся в подшипниках (рис. 5.2а) жестко прикрепить рейку, расположенную в другой плоскости, и привести эту жесткую систему во вращение вокруг оси, то рейка оставит в пространстве след, являющийся гиперболоидом вращения.

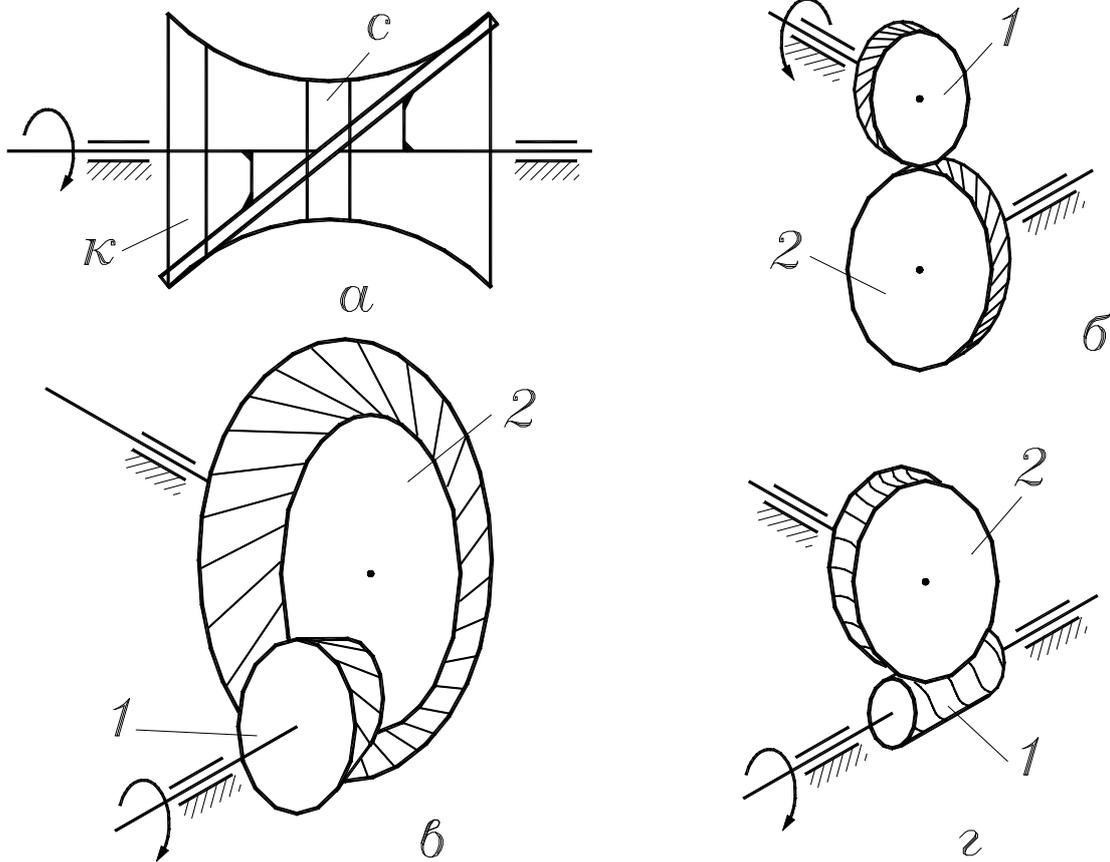


Рис. 5.2.

Не смотря на то, что гиперболоид вращения – это поверхность двойной кривизны, он образован при помощи прямой линии. Поэтому, если к гиперболоиду вращения в определенном положении приложить прямую линейку, то она ляжет на его поверхность без зазора. Вдоль этих прямых, образующих гиперболоид, и располагаются зубья колес. Соответственно, такие передачи называются гиперболоидными.

Для образования зубчатых колес используется не весь гиперболоид, а его отдельные части. Если для зубчатых колес взята средняя часть гиперболоида вращения (с на рис. 5.2а), то такие колеса образуют винтовую передачу (рис. 5.2б). Обычно, в такой передаче угол скрещивания валов равен 90° , а зубья расположены на винтовых линиях, угол подъема которых – 45° . С виду эти колеса подобны косозу-

бым цилиндрическим, но с большим углом наклона зубьев. Кривизна гиперболической поверхности на малой ширине колеса не заметна.

Если для зубчатых колес взята крайняя часть гиперболоида (к на рис. 5.2а), то такие колеса образуют гипоидную передачу (рис. 5.2в). Обычно, в такой передаче, как и в предыдущем случае, угол скрещивания равен 90° . С виду колеса гипоидных передач подобны косозубым коническим, но с большим углом наклона зубьев. Кривизна гиперболической поверхности незаметна. Гипоидные передачи используются в автомобилях и тракторах в качестве главной передачи к ведущим колесам для выполнения требований повышения проходимости или устойчивости этих колесных транспортных машин.

К передачам с перекрещивающимися осями колес относится и червячная передача (рис. 5.2г). Червяк 1 – это, как правило, однозаходный винт. Зубья червячного колеса 2 охватывают червяк в пределах определенного угла. Червячная передача может иметь большое передаточное отношение, но ее использование при больших мощностях ограничено из-за больших потерь на трение.

§5.2. Основной закон зацепления. Эвольвента и ее свойства

Теория зубчатых зацеплений, геометрические параметры зубчатых колес и кинематика зубчатых передач базируются на основном законе зацепления [4], [18]. Зацепление – это картина контакта зубьев двух сопряженных (то есть, находящихся в зацеплении) зубчатых колес. Для демонстрации основного закона зацепления можно не рассматривать всех зубьев в контакте, достаточно ограничиться изображением только тех частей профиля зубьев, которые образуют высшую кинематическую пару.

На рис. 5.3 приведена схема контакта зубьев двух зубчатых колес. Чтобы показать принадлежность контактирующих частей зубьев зубчатым колесам 1 и 2, они соединены с соответствующими центрами вращения колес O_1 и O_2 .

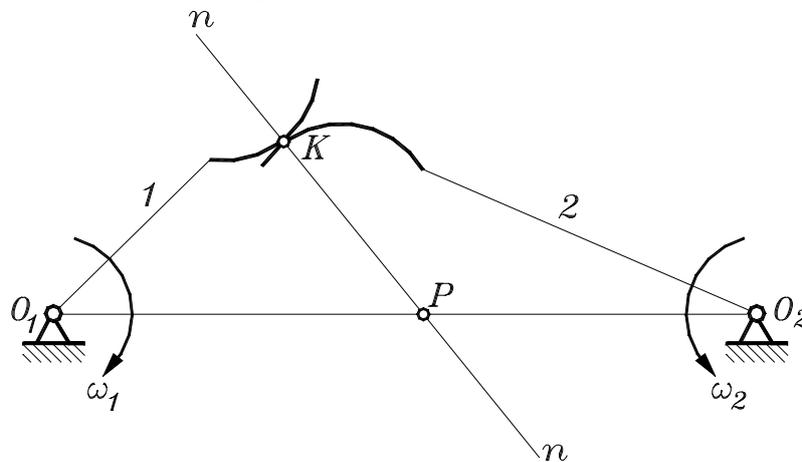


Рис. 5.3.

Прямая, проведенная через центры вращения колес, называется линией центров. Согласно теории высшей кинематической пары, через точку контакта К можно провести общую нормаль n-n к профилям зубьев. Вектор силы, передаваемой от первого колеса ко второму, будет располагаться вдоль этой нормали, поэтому, она называется линией действия. В точке пересечения нормали с линией центров находится точка Р, называемая полюсом зацепления.

Основной закон зацепления формулируется следующим образом: линия действия делит линию центров на части, обратно пропорциональные угловым скоростям сопряженных зубчатых колес.

Отношение угловых скоростей – это передаточное отношения, поэтому, можно записать:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}} \quad (5.1)$$

Заметим, что в этой формуле имеет значение не только величина отрезков O_1P и O_2P , но и их направление. Для схемы на рис. 5.3 эти отрезки направлены в противоположных направлениях. Следовательно, отношение их длин, отношение угловых скоростей и передаточное отношение – отрицательно, что говорит о противоположном направлении вращения сопряженных зубчатых колес.

Рассмотрим, как может изменяться картина зацепления и передаточное отношение в процессе передачи движения. Для этого изобразим еще одно положение зубчатых колес (звеньев 1 и 2) (рис. 5.4).

В процессе передачи движения контактирующие профили скользят друг по другу и контактная точка перемещается по какой-то линии. Геометрический след контактной точки называется линией зацепления (рис. 5.4).

В первой позиции нормаль n'-n', проведенная через контактную точку К', пересекает линию центров в полюсе Р', значит, передаточное отношение:

$$u'_{12} = \frac{\overline{O_2P'}}{\overline{O_1P'}}$$

Во второй позиции нормаль n''-n'', проведенная через контактную точку К'', пересечет линию центров в полюсе Р'', который, в рассматриваемом случае, не совпадает с полюсом Р'. Передаточное отношение во второй позиции:

$$u''_{12} = \frac{\overline{O_2P''}}{\overline{O_1P''}}$$

Из рис. 5.4 видно, что отношение отрезков в первой позиции и во второй различно, следовательно:

$$u_{12}' \neq u_{12}''$$

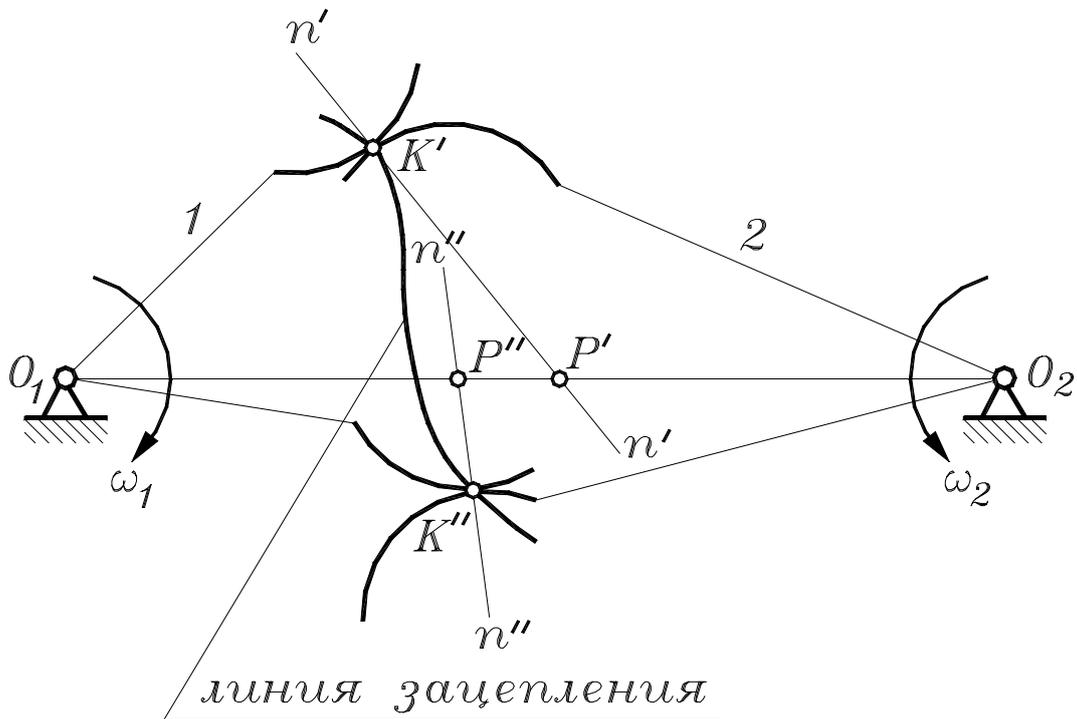


Рис. 5.4.

Отсюда следует простой вывод: если угловая скорость первого зубчатого колеса постоянна, то есть, оно вращается равномерно, то, в рассматриваемом случае, угловая скорость второго колеса будет непостоянной, то есть, оно будет вращаться неравномерно.

Однако, для большинства случаев, это является неприемлемым. В машинах следует использовать зубчатые механизмы, обеспечивающие постоянную угловую скорость звеньев, то есть, необходим зубчатый механизм с постоянным передаточным отношением

$$u_{12} = \text{const}$$

Для соблюдения этого условия профили зубьев должны быть таковы, чтобы общая нормаль, проведенная через точку их контакта в любой позиции, проходила через одну и ту же точку (полюс Р) на линии центров, то есть, в процессе зацепления полюс Р не должен менять своего положения на линии центров.

Такому требованию отвечают профили зубьев, очерченные по некоторым кривым, наиболее употребительной из которых является эвольвента окружности. Более двухсот лет тому назад эту кривую для профилирования зубьев предложил использовать русский ученый немецкого происхождения Эйлер. И с тех пор эвольвентный профиль зубьев с успехом используется в подавляющем большинстве зубчатых механизмов машин во всем мире.

Образование эвольвенты можно представить следующим образом. На барабан (рис. 5.5) намотана нить в направлении движения часовой стрелки. Будем разматывать эту нить, сохраняя ее натяжение. На рис. 7.5 показано 8 позиций этой нити в процессе разматывания. Конец нити описывает кривую, являющуюся эвольвентой. Возможен другой способ: при перекатывании прямой по окружности точка этой прямой описывает эвольвенту. Прямая называется производящей прямой, а окружность – основной окружностью. Поэтому, можно сказать: эвольвента образуется при перекатывании производящей прямой по основной окружности.

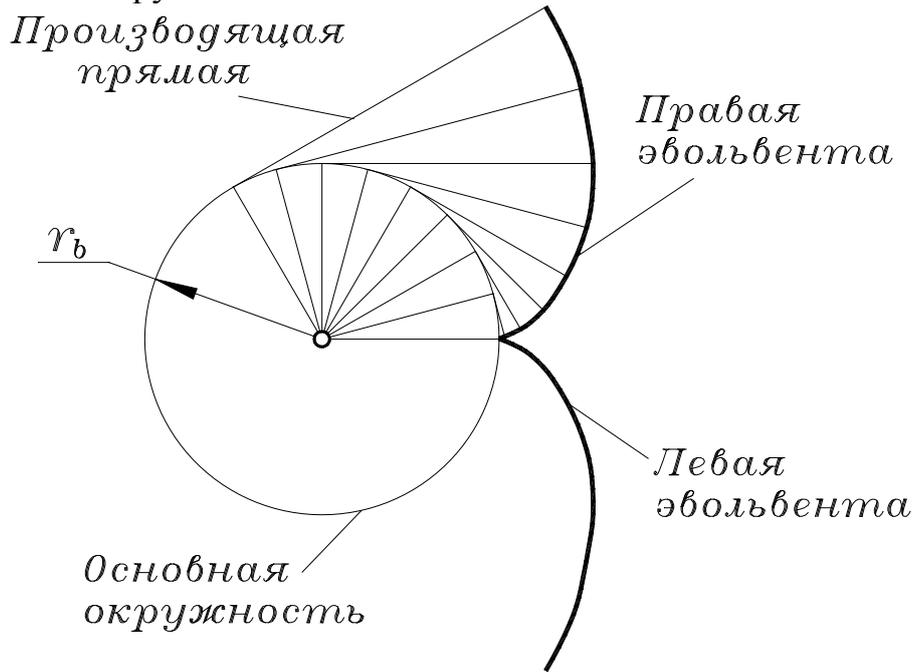


Рис. 5.5.

Из способа получения эвольвенты следуют ее свойства, из которых отметим только те, которые используются при образовании зубьев колес и в процессе зацепления.

1. Эвольвента – это кривая переменной кривизны.
2. Нормаль к эвольвенте является касательной к основной окружности.
3. Центр кривизны эвольвенты находится на основной окружности.
4. Радиус кривизны эвольвенты в определенной точке равен длине дуги, смотанной с основной окружности.

Когда нить сматывается с барабана против часовой стрелки, то образуется правая эвольвента, так как она профилирует правую сторону будущего зуба колеса. Если нить намотана против часовой стрелки, а сматывается по часовой стрелки, то образуется левая эвольвента, профилирующая левую сторону зуба (рис. 5.5).

§5.3. Геометрия эвольвентного нулевого зубчатого колеса. Положительные и отрицательные колеса

Чтобы получить эвольвентное зубчатое колесо, то есть, зубчатое колесо, профили зубьев которого очерчены по эвольвентам, надо центр основной окружности, от которой и образуется эвольвента, поместить в центр зубчатого колеса. Наибольшее распространение в технике имеют, так называемые, нормальные или нулевые зубчатые колеса (в отличие от ненулевых – положительных или отрицательных; разница между этими колесами будет описана ниже).

Геометрические параметры эвольвентных зубчатых колес стандартизованы. Рассмотрим эти параметры для нормального (нулевого) колеса.

К действительным параметрам зубчатого колеса относятся следующие: число зубьев z , боковые стороны которых очерчены по эвольвентам; радиус окружности вершин r_a ; радиус окружности впадин r_f (рис. 5.6). Остальные параметры являются расчетными. Зуб по высоте условно делится на две части – головку и ножку при помощи делительной окружности с радиусом r . Высота зуба, то есть, расстояние между окружностями впадин и вершин, обозначается буквой h , высота головки зуба – h_a , высота ножки зуба – h_f , причем, в соответствии со стандартом,

$$h_f = 1,25h_a \quad (5.2)$$

Радиус основной окружности, от которой образуется эвольвента, обозначается r_b . Эта окружность может быть больше или меньше окружности впадин, в зависимости от числа зубьев колеса. Эвольвента зуба образует с окружностью вершин острую кромку, а у основания зуба эвольвента плавно переходит в окружность впадин при помощи вспомогательной кривой, называемой галтелью.

Одним из основных параметров зубчатого колеса является шаг зубьев по делительной окружности p – это расстояние, измеренное по окружности, между одноименными профилями двух смежных зубьев (рис. 5.6). Половину шага составляет толщина зуба по делительной окружности s , то есть, $s = 0,5p$.

Эвольвента, используемая для образования профиля зуба, начинается от основной окружности и срезается окружностью вершин. Эта часть эвольвенты определяется профильным углом α – это угол между двумя касательными к делительной и основной окружностям, проведенными из одной точки делительной окружности. Подробнее о профильном угле см. [4, 18]. Для стандартных зубчатых колес $\alpha = 20^\circ$. Из вышеперечисленных параметров надо выбрать один стандартный, с которым были бы связаны все остальные. Причем, этот параметр

должен быть таким, чтобы его значение определяло величину зуба. Больше всего для этого приспособлен шаг зубьев:

$$p = \frac{2\pi r}{z} \quad (5.3)$$

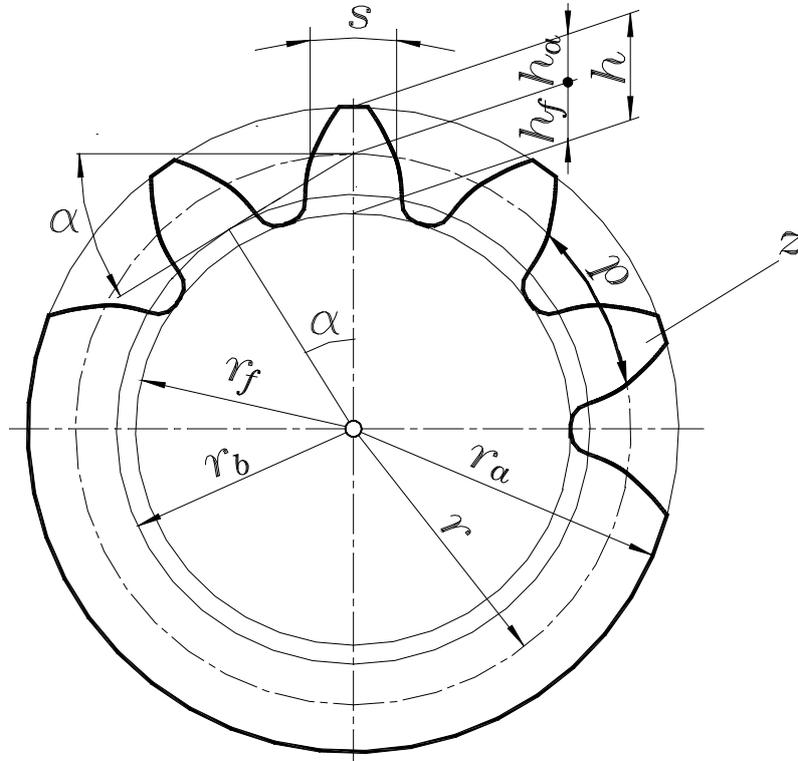


Рис. 5.6.

Однако выражение величины шага включает иррациональное число π , являющееся бесконечной десятичной дробью. Поэтому, шаг стандартизовать неудобно. Удобно сделать стандартной часть этого выражения без числа π . Эта величина называется модулем зуба m :

$$m = \frac{2r}{z} \quad (5.4)$$

Значение модуля связано с величиной зуба, а именно, модуль численно равен высоте головки зуба, то есть,

$$m = h_a \quad (5.5)$$

Модуль является стандартной величиной и измеряется в мм, поэтому, все размеры зубчатых колес измеряются в мм. Согласно стандарту, существующий ряд модулей включает значения от долей миллиметра до 100 мм. Вот только некоторые значения модулей: $m = 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; \dots 100$ мм. Запишем формулы, связывающие геометрические параметры зубчатого колеса с числом его зубьев, стандартным модулем и стандартным профильным углом $\alpha = 20^\circ$:

- радиус делительной окружности, с учетом (5.4):

$$r = \frac{mz}{2} \quad (5.6)$$

- радиус окружности вершин, с учетом (5.5) и рис. 5.6:

$$r_a = r + m \quad (5.7)$$

- радиус окружности впадин, с учетом (5.2) и рис. 5.6:

$$r_f = r - 1,25m \quad (5.8)$$

- радиус основной окружности, из рис. 5.6:

$$r_b = r \cos\alpha \quad (5.9)$$

- высота зуба, с учетом (5.2) и (5.5):

$$h = 2,25m \quad (5.10)$$

- шаг зубьев по делительной окружности, с учетом (5.3) и (5.4):

$$p = \pi m \quad (5.7)$$

- толщина зуба по делительной окружности:

$$s = \frac{p}{2} \quad (5.12)$$

Из этих формул следует: чтобы определить все геометрические размеры стандартного нормального зубчатого колеса достаточно знать только две величины – число зубьев z и модуль m .

При изготовлении зубчатых колес форма их зубьев может быть изменена по сравнению формой зубьев нулевого колеса. Разница между профилями зубьев нулевого, положительного и отрицательного колес показана на рис. 5.7.

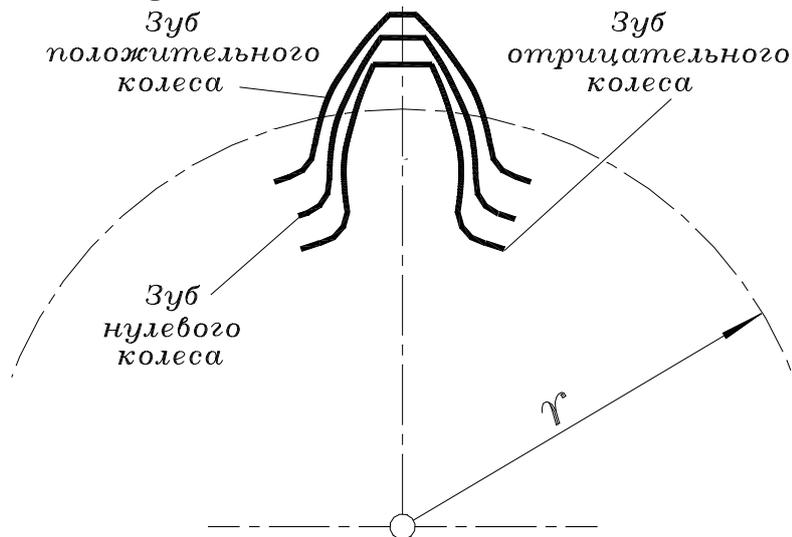


Рис. 5.7.

По сравнению с зубом нулевого колеса зуб положительного колеса толще у основания, но тоньше при вершине. При образовании бокового профиля используется более пологий участок эвольвенты.

Такой зуб прочнее зуба нулевого колеса, поэтому положительные колеса используются в тяжело нагруженных силовых передачах. Зуб отрицательного колеса по сравнению с зубом нулевого колеса тоньше у основания и толще при вершине. Такой зуб слабее нулевого, но погрешности при изготовлении отрицательного колеса могут быть меньше, так как при образовании бокового профиля зуба используется более крутой участок эвольвенты. Отрицательные колеса, как более точные, чем нулевые, могут использоваться в измерительных кинематических цепях машин и в приборах.

§5.4. Зубчатое зацепление и его параметры

Будем изучать эвольвентное нулевое зубчатое зацепление, как наиболее употребительное, в том числе и в самолетостроении. Такое зацепление состоит из двух нулевых зубчатых колес, находящихся в контакте, или, говорят, сопряженных колес. Эти колеса имеют один модуль m и числа зубьев z_1 и z_2 .

На рис. 5.8 показано такое зацепление, первое колесо слева – меньшее, а второе справа – большее. Меньшее зубчатое колесо обычно называется шестерней. По рис. 5.8 движение передается от шестерни к колесу.

Геометрические параметры шестерни и колеса определяются по формулам, приведенным в предыдущей лекции. У сопряженных зубчатых колес есть окружности, которые касаются друг друга и при работе перекачиваются без скольжения. Эти окружности имеют радиусы r_{w1} и r_{w2} и называются начальными окружностями. В случае нулевой передачи, то есть, в том случае, который сейчас рассматривается, начальные окружности (окружности, присущие передаче) равны делительным окружностям зубчатых колес (окружностям, присущим отдельным зубчатым колесам): $r_{w1} = r_1$ и $r_{w2} = r_2$. Здесь следует заметить, что все геометрические параметры, присущие передаче (а не отдельным колесам), имеют индекс w .

Расстояние между окружностями вершин одного колеса и окружностями впадин другого – $c^* m$ – называется радиальным зазором, а c^* – это коэффициент радиального зазора; в стандартных передачах $c^* = 0,25$.

Точка контакта эвольвент зубьев колес является высшей кинематической парой. Через эту точку (на рис. 5.8 она находится на линии центров) можно провести общую нормаль к эвольвентам сопряженных зубьев и согласно свойствам эвольвенты, о чем говорилось в предыдущей лекции, эта нормаль будет касаться основных окружностей сопряженных зубчатых колес.

Угол между этой касательной и перпендикуляром к линии центров называется углом зацепления α_w . Для стандартной нулевой пе-

редачи этот угол равен профильному углу исходного производящего контура: $\alpha_w = \alpha = 20^\circ$. Расстояние между центрами вращения сопряженных зубчатых колес a_w называется межцентровым (межосевым) расстоянием.

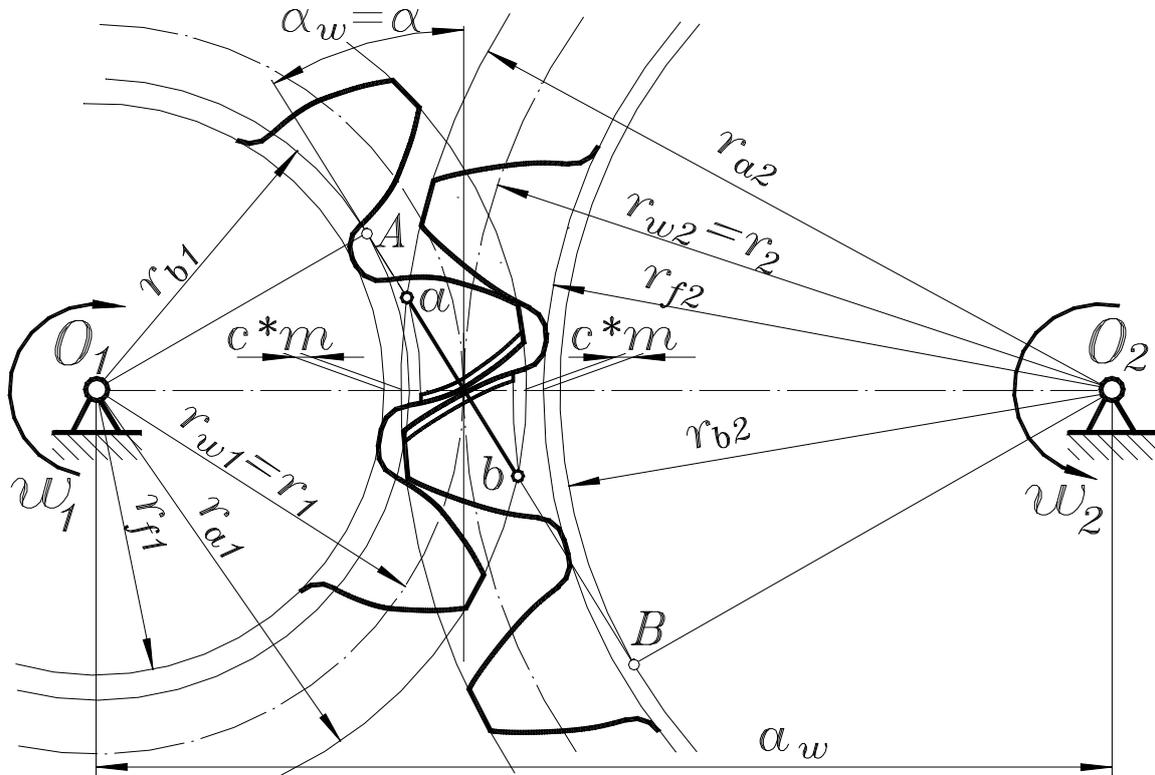


Рис. 5.8.

В процессе работы зубчатой передачи, то есть, в процессе зацепления, контактная точка будет занимать различные позиции, однако, в любом положении нормаль к боковым поверхностям зубьев будет являться касательной к основным окружностям, что следует из свойств эвольвенты. В процессе зацепления контактная точка будет перемещаться вдоль общей касательной к основным окружностям, поэтому эта касательная является линией зацепления эвольвентной передачи. Таким образом, линия зацепления эвольвентной передачи есть прямая, наклоненная под углом зацепления от перпендикуляра к линии центров.

Различают теоретическую и практическую линии зацепления. Теоретическая линия зацепления – это отрезок между точками касания вышеуказанной прямой с основными окружностями – АВ на рис. 5.8. Но так как эвольвенты зубьев ограничены окружностями вершин зубчатых колес, то контакт боковых поверхностей зубьев происходит по практической линии зацепления ab, которая отсекается на теоретической окружностями вершин. При работе зубчатой передачи в соответствии с направлением вращения колес, показанным на рис. 5.8, перемещение контактной точки происходит по практической линии

зацепления от точки a до точки b , то есть, в точке a зубья входят в контакт, а в точке b – выходят из контакта. Заметим здесь, что теоретически зацепление считается беззазорным, как это показано на рис. 5.8, то есть, боковой зазор между зубьями отсутствует; однако, в реальных передачах боковой зазор есть и его величина зависит от степени точности изготовления колес.

Оценка работы зубчатой передачи производится по двум видам параметров: качественным и количественным.

Главным качественным параметром зубчатой передачи является непрерывность и плавность ее работы. Судя по рис. 5.8 после того, как одна пара зубьев выйдет из зацепления в точке b вторая пара зубьев войдет в зацепление в точке a , потом вторая пара зубьев выйдет из зацепления, в зацепление войдет третья пара и т.д. При этом не трудно предположить, что при такой передаче движения возникнет прерывистость и удары между зубьями, особенно если учесть наличие боковых зазоров в реальных зубчатых механизмах. Чтобы избежать ударов и сделать передачу движения непрерывной и по возможности плавной, необходимо обеспечить условие, при котором первая пара зубьев не выйдет из зацепления до тех пор, пока вторая пара не войдет в зацепление. Это условие называется перекрытием. Понятно, что чем больше одна пара зубьев перекрывает другую на практической линии зацепления, тем с большей уверенностью можно утверждать, что работа передачи будет непрерывной и плавной.

Явление перекрытия оценивается коэффициентом перекрытия. На рис. 5.9 γ – угловой шаг зубьев, l – длина практической линии зацепления. Согласно свойствам эвольвенты, длины отрезков на линии зацепления равны дугам на основной окружности, а эти дуги пропорциональны центральным углам, поэтому, δ – угол поворота колеса за время перемещения контактной точки по практической линии зацепления, а r_b – шаг зубьев по основной окружности.

Коэффициент перекрытия – это отношение угла δ к угловому шагу зубьев γ или отношение длины практической линии зацепления к шагу зубьев по основной окружности:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{l}{r_b} \quad (5.13)$$

Теоретически величина коэффициента перекрытия находится в пределах от единицы до двух, однако, практически

$$1,2 \leq \varepsilon \leq 1,8.$$

Из вышесказанного следует, что в процессе зацепления имеет место непрерывное чередование двухпарного и однопарного зацепления, то есть, часть времени в зацеплении находятся две пары зубьев, а часть времени – одна.

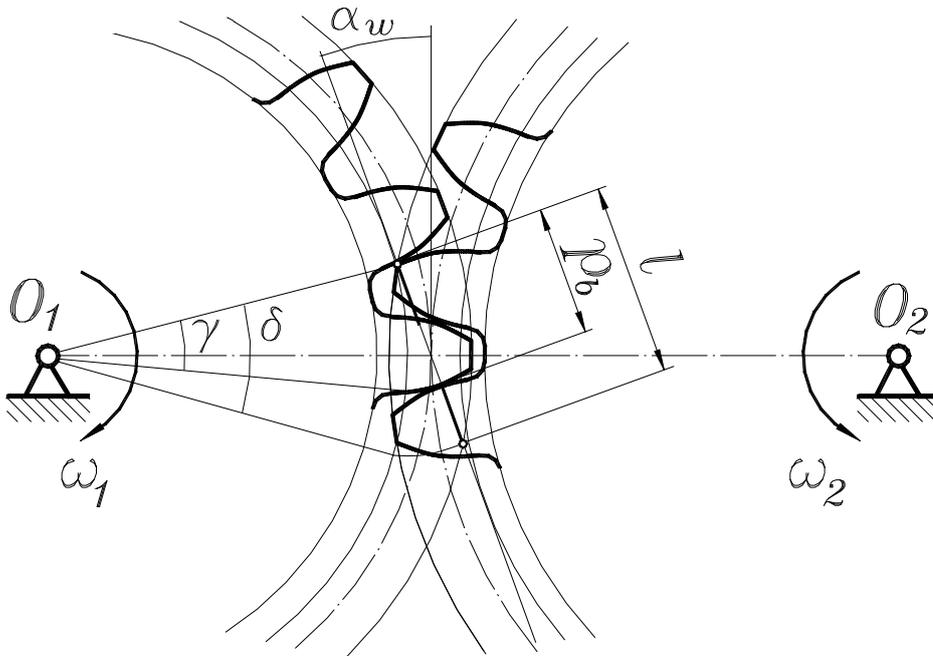


Рис. 5.9.

В результате, при двухпарном зацеплении вся передаваемая зубчатой передачей нагрузка распределяется между двумя парами зубьев, а при однопарном зацеплении вся нагрузка приходится на одну пару зубьев. Таким образом, несмотря на то, что в кинематическом отношении передача является плавной в результате перекрытия, при работе под нагрузкой зубчатая передача принципиально является прерывистой, в частности, шум при работе зубчатых передач есть следствие этой прерывистости. Для увеличения плавности работы и уменьшения шума используют косозубые передачи, в которых коэффициент перекрытия может быть значительно больше, чем в прямозубых передачах из-за наклона зубьев.

Различают два количественных параметра зубчатой передачи: геометрический и кинематический. Геометрический параметр – это межцентровое расстояние:

$$a_w = r_1 + r_2 = \frac{m z_1}{2} + \frac{m z_2}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$$

Кинематический параметр – передаточное отношение, равное отношению угловых скоростей (или частот вращения) входного и выходного колеса с учетом знака:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Согласно основному закону зацепления

$$u_{12} = -\frac{r_2}{r_1} = -\frac{m z_2}{m z_1} = -\frac{z_2}{z_1}$$

В зависимости от количественных параметров различают зубчатые передачи внешние и внутренние, замедляющие и ускоряющие.

На рис. 5.10 показана схема внешней передачи, причем $z_1 < z_2$. Геометрический параметр этой передачи – межцентровое расстояние

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \quad (5.14)$$

Кинематический параметр – передаточное отношение зависит от того, какое колесо является входным звеном.

Если входным колесом является меньшее, то передаточное отношение определяется по формуле:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1} \quad (5.15)$$

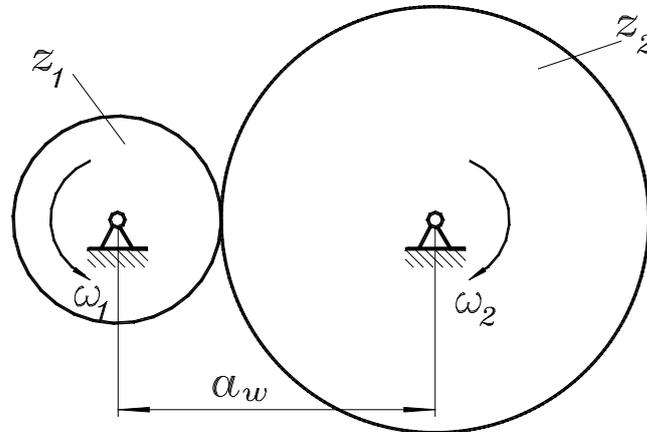


Рис. 5.10.

Знак минус указывает на противоположное направление вращения зубчатых колес. Так как $z_1 < z_2$, то абсолютное значение передаточного отношения $|u_{12}| > 1$, а $\omega_2 < \omega_1$. Такая передача является замедляющей и называется редуктором.

Если входным является большее колесо, то

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_2} \quad (5.16)$$

В этом случае, абсолютное значение передаточного отношения $|u_{12}| < 1$, а $\omega_1 > \omega_2$. Такая передача является ускоряющей и называется мультипликатором.

На рис. 5.7 показана схема внутренней зубчатой передачи. Так же, как и в предыдущем случае $z_1 < z_2$, но первое колесо с внешними зубьями находится внутри второго, имеющего внутренние зубья.

Геометрический параметр передачи – межцентровое расстояние:

$$a_w = \frac{m(z_2 - z_1)}{2} \quad (5.17)$$

Кинематический параметр здесь – передаточное отношение – всегда положительно, так как колеса вращаются в одном направлении. Если входным является первое колесо, то это редуктор:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z_2}{Z_1} > 1 \quad (5.18)$$

Если входным является второе колесо (с внутренними зубьями), то это мультипликатор:

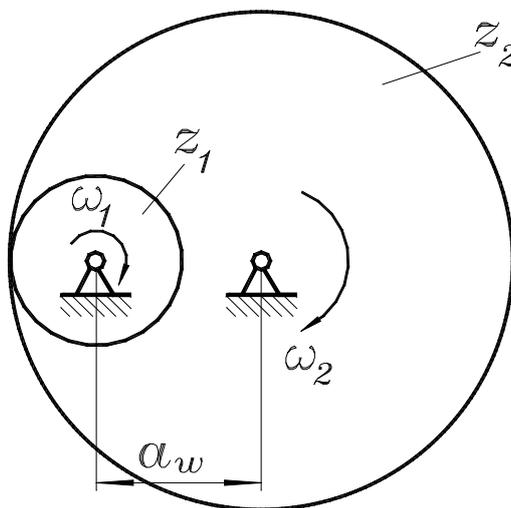


Рис. 5.7.

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{Z_1}{Z_2} < 1 \quad (5.19)$$

Надо сказать, что в подавляющем большинстве современных машин используются зубчатые механизмы в виде редукторов, они редуцируют, то есть, уменьшают скорость вращения двигателей машин, которые для уменьшения их габаритов выполняются высокооборотными.

§5.5. Сложные зубчатые механизмы

Будем рассматривать только сложные зубчатые механизмы, состоящие из цилиндрических передач. В начале этой главы было сказано, что различают два вида таких механизмов: с неподвижными осями колес и с подвижными осями некоторых колес.

Сложные зубчатые механизмы с неподвижными осями колес

Оси колес таких механизмов неподвижны относительно стойки, то есть, относительно корпуса. К ним относятся коробки скоростей станков, коробки передач автомобилей, редукторы подъемных кранов и т.д.

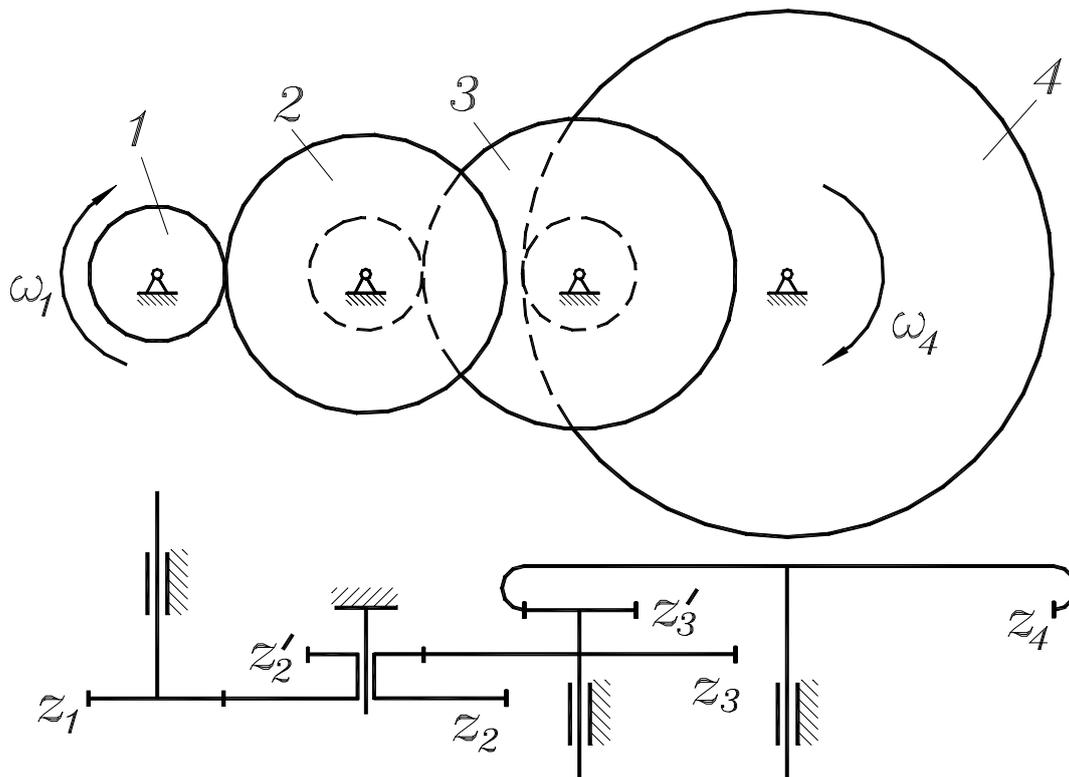


Рис. 5.12.

На рис. 5.12 показано схематическое изображение главного вида и вида сверху одного из возможных вариантов сложного зубчатого механизма с неподвижными осями колес. В кинематических схемах обычно показывают один вид, как правило – вид сверху или сбоку.

Механизм содержит четыре подвижных звена: звено 1 – зубчатое колесо с числом зубьев z_1 , жестко закрепленное на валу; звено 2 – блок-шестерня, то есть, два жестко связанных зубчатых колеса с числами зубьев z_2 и z'_2 , свободно вращающееся на неподвижной оси; звено 3 – блок-шестерня с числами зубьев z_3 и z'_3 , жестко закрепленное на валу; звено 4 – зубчатое колесо с внутренними зубьями и числом зубьев z_4 , жестко закрепленное на валу. Механизм предназначен для уменьшения (редуцирования) угловой скорости от первого звена к четвертому и состоит из трех передач – двух внешних и одной внутренней. Такой механизм называется трехрядным или трехступенчатым: первая ступень z_1 - z_2 – быстроходная, вторая ступень z'_2 - z_3 – промежуточная и третья ступень z'_3 - z_4 – тихоходная.

Кинематический анализ зубчатых механизмов значительно проще, чем для стержневых и кулачковых механизмов. Мы предполагаем, что все зубчатые колеса вращаются равномерно, а задачей кинематического расчета является определение угловых скоростей зубчатых колес при известной угловой скорости одного из звеньев, чаще всего, входного звена. Задача решается при помощи передаточных отношений в механизме.

Для механизма на рис. 5.12 угловая скорость выходного звена может быть найдена из формулы общего передаточного отношения:

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} \quad (5.20)$$

Выведем рабочую формулу передаточного отношения, для чего умножим и разделим эту дробь на угловые скорости второго и третьего звеньев. Причем, чтобы различать два зубчатых колеса в одном звене, то есть, z_2 и z'_2 в звене 2 и z_3 и z'_3 в звене 3, используем $\omega_2 = \omega'_2$ и $\omega_3 = \omega'_3$:

$$u_{14} = \frac{\omega_1 \omega'_2 \omega'_3}{\omega_2 \omega_3 \omega_4}$$

Отношение угловых скоростей ω_1/ω_2 – это передаточное отношение первой ступени зубчатого механизма, соответственно, ω'_2/ω_3 – передаточное отношение второй ступени и ω'_3/ω_4 – передаточное отношение третьей ступени. Значит можно записать:

$$u_{14} = u_{12} u_{23} u_{34} \quad (5.21)$$

Согласно формуле (5.21), передаточное отношение сложного зубчатого механизма равно произведению передаточных отношений входящих в него передач.

Используя формулы передаточных отношений внешней и внутренней передач (5.15) и (5.18) из предыдущей лекции, запишем рабочую формулу передаточного отношения механизма:

$$u_{14} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_3}{z'_2} \right) \left(\frac{z_4}{z'_3} \right)$$

Теперь из формулы (5.20) можно найти искомую угловую скорость четвертого, выходного звена.

Запишем формулу передаточного отношения в общем виде для зубчатого механизма с n подвижными звеньями:

$$u_{1n} = \frac{z_2 z_3 \cdots z_n}{z_1 z'_2 \cdots z'_{(n-1)}} (-I^k) \quad (5.22)$$

где k – количество внешних зацеплений. Знак передаточного отношения меняет только внешняя передача.

По этой формуле могут быть рассчитаны передаточные отношения любого сложного зубчатого механизма с неподвижными осями колес.

Рассмотрим теперь сложный зубчатый механизм, схема которого отличается от предыдущего. Это механизм показан на рис. 5.13. Отличие этого механизма от предыдущего состоит в том, что все его

зубчатые колеса находятся в одном ряду, то есть, это – однорядный зубчатый механизм.

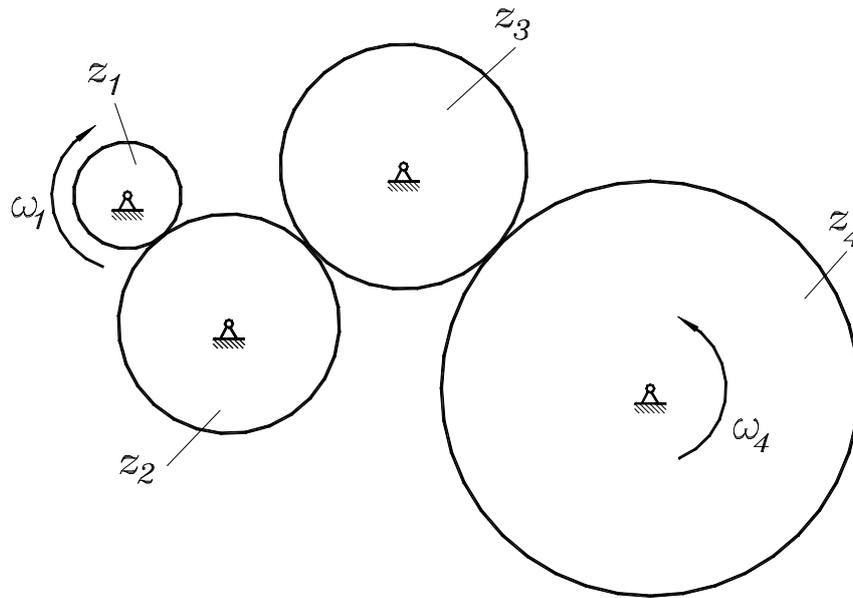


Рис. 5.13.

Для решения кинематической задачи этого механизма используем формулу (5.22):

$$u_{14} = \frac{z_2 z_3 z_4}{z_1 z'_2 z'_3} (-I^3)$$

Однако, из схемы механизма видно, что звенья 2 и 3 не являются блок-шестернями, а имеют по одному зубчатому венцу, то есть $z_2 = z'_2$, а $z_3 = z'_3$. Поэтому, после сокращения имеем:

$$u_{14} = \frac{z_4}{z_1} (-I^3)$$

Из формулы следует, что промежуточные зубчатые колеса не влияют на величину передаточного отношения механизма, на эту величину влияют только первое и последнее колеса, находящиеся в одном ряду. Из-за этого промежуточные колеса в таком механизме называются паразитными. Паразитные зубчатые колеса используются, если надо изменить знак передаточного отношения (изменить направление вращения), или в механизмах с большим расстоянием между осями входного и выходного колес.

Сложные зубчатые механизмы с подвижными осями некоторых колес (планетарные механизмы)

Схема простейшего планетарного механизма приведена на рис. 5.14. Зубчатое колесо 1 и звено Н могут вращаться вокруг неподвиж-

ной точки. На звене Н расположен центр вращения зубчатого колеса 2, входящего в зацепление с колесом 1.

Звенья 1 и Н могут вращаться независимо друг от друга, то есть, вращаться с разными скоростями, в одном или противоположных направлениях. При работе механизма колесо 2 совершает сложное движение, обкатываясь по колесу 1. Движение звеньев напоминает движение планет в солнечной системе, поэтому звено 1 называется солнечным колесом, звено 2 – это спутник, а звено Н – водило (или спутникодержатель).

Солнечное колесо и водило – это входные звенья, а выходным является спутник. Использовать спутник, совершающий сложное движение, для привода рабочих или вспомогательных органов машин затруднительно.

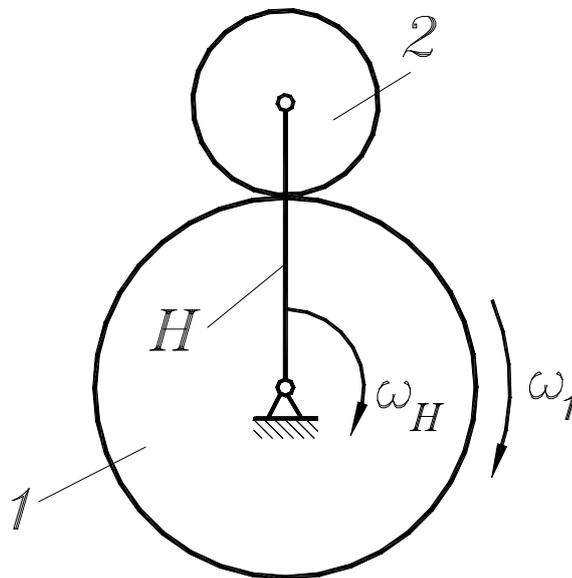


Рис. 5.14.

Чтобы упростить эту задачу пришлось усложнить простейший планетарный механизм, добавив к нему еще одно центральное колесо 3 (рис. 5.15), с внутренними зубьями, входящее в зацепление с спутником, – коронное колесо.

Следующее усложнение конструкции планетарного механизма связано с тем, что с одним спутником такой механизм работать не может из-за неуравновешенности: при больших скоростях вращения неуравновешенная масса спутника вызовет появление большой силы инерции, которая может привести к разрушению механизма. Минимальное количество спутников в планетарных механизмах – два, однако, их число может быть большим и достигать десяти и даже двенадцати. Это связано с возможностью уменьшения габаритов механизма: при одной и той же передаваемой мощности планетарный механизм с десятью спутниками может быть значительно менее габаритным, чем механизм с двумя спутниками. Внутри механизма переда-

ваемая мощность делится на число потоков, равное числу спутников. В результате, у механизма с десятью спутниками поток мощности, проходящий через зубчатое зацепление, будет в пять раз меньше, чем у механизма с двумя спутниками, значит, можно уменьшить модуль, межосевое расстояние и, в общем, габариты.

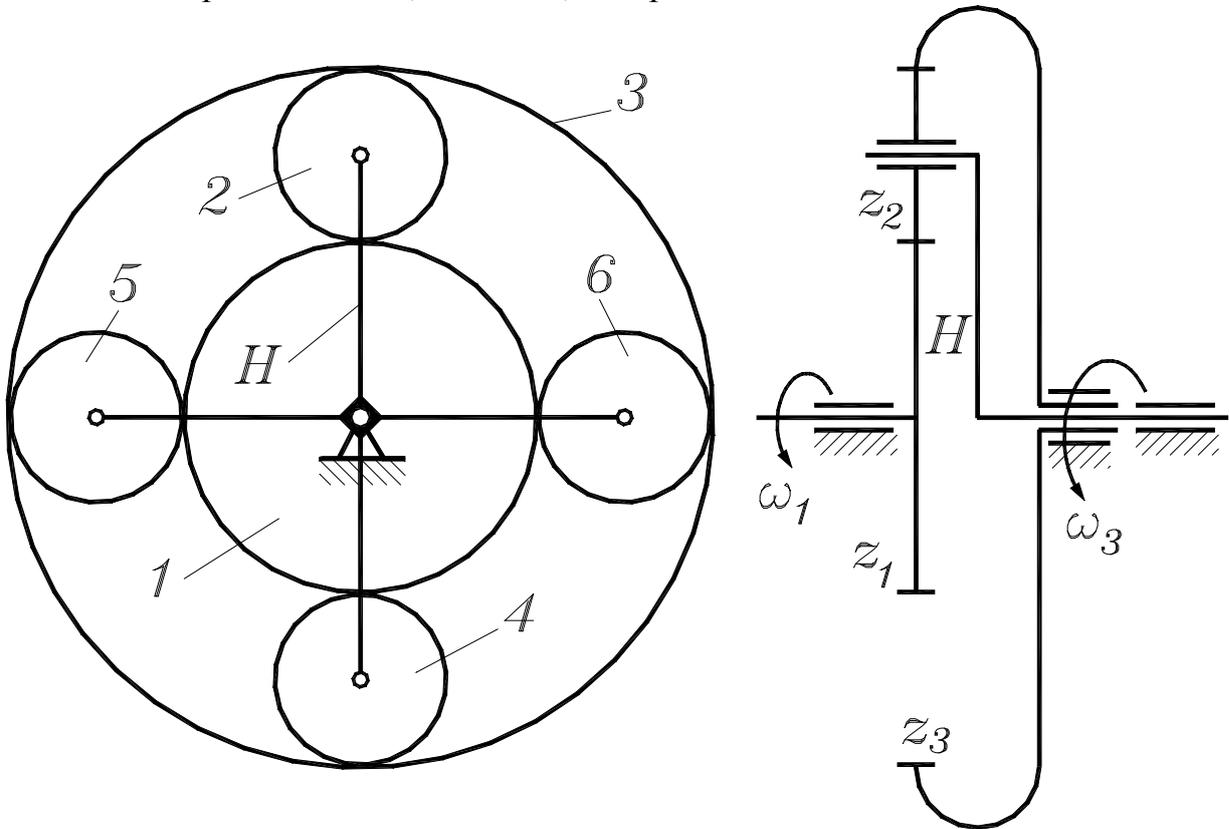


Рис. 5.15.

Механизм на схеме рис. 5.15 содержит четыре спутника, которые установлены на водиле, выполненном в виде крестовины. На виде сбоку, который обычно используется в кинематических схемах, показывается только один спутник.

Определим число степеней свободы планетарного механизма на рис. 5.15 по формуле Чебышева (2.1):

$$W = 3n - 2p_H - p_B + s$$

Число подвижных звеньев $n = 7$: солнечное и коронное колеса, водило (центральные звенья) и четыре спутника. Количество низших кинематических пар $p_H = 7$: каждое центральное звено образует кинематическую пару со стойкой, а каждый спутник – с водилом. Число высших кинематических пар $p_B = 8$: четыре внешних зацепления спутников с солнечным колесом и четыре их внутренних зацепления с коронным колесом. Число избыточных связей или лишних звеньев $s = 3$: выше было сказано, что три спутника 4, 5 и 6 введены из соображений уравновешенности, прочности и габаритов, но в структурном смысле являются лишними звеньями.

Подставим значения в формулу Чебышева:

$$W = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 7 - 8 + 3 = 2$$

Планетарный механизм имеет две степени свободы: он может иметь два входных звена и одно выходное, или одно входное и два выходных. Такой механизм используется в виде сумматора и дифференциала.

Сумматор имеет два входных звена, обычно, центральные колеса, и одно выходное звено – водило. Например, если солнечное колесо повернется на 5 оборотов, а коронное – на 3, то водило повернется на количество оборотов, пропорциональное восьми. Сумматоры обычно содержат конические передачи и используются в механизмах подачи станков с программным управлением.

Дифференциалы имеют одно входное звено, обычно, водило, и два выходных звена – центральные колеса. Выходные звенья могут вращаться независимо одно от другого, и характер их движения зависит не только от конструкции механизма, но и от внешних условий. Дифференциалы, так же, как и сумматоры, содержат не цилиндрические, а конические передачи, и используются в колесных транспортных машинах (автомобили, тракторы) для привода ведущих колес. Правое и левое ведущие колеса могут вращаться независимо одно от другого согласно условиям, диктуемыми их размерами и дорогой. Например, если автомобиль поворачивает налево, то левое колесо пройдет меньший путь, чем правое, значит, за одно и то же время левое колесо совершит меньше оборотов, чем правое, то есть будет вращаться с меньшей угловой скоростью.

Однако более широкое распространение в технике имеет модернизированный планетарный механизм: если остановить одно из центральных зубчатых колес, то планетарный механизм с двумя степенями свободы превращается в планетарный редуктор, то есть, в механизм с одной степенью свободы, с одним входным и одним выходным звеном. Планетарные редукторы используются в технологических и транспортных машинах, в том числе, в качестве главных редукторов самолетов и вертолетов.

§5.6. Планетарные редукторы. Типы и кинематика

Рассмотрим три вида простейших планетарных редукторов: редуктор Джеймса, двухрядный редуктор и редуктор Давида.

Редуктор Джеймса – это однорядный планетарный редуктор с неподвижным коронным или солнечным колесом. Чаще используются редукторы с неподвижным коронным колесом, схема такого редуктора дана на рис. 5.16. Формула передаточного отношения планетарных редукторов выводится из теоремы Виллиса [4].

Для редуктора Джеймса с неподвижным коронным колесом передаточное отношение от солнечного колеса к водилу:

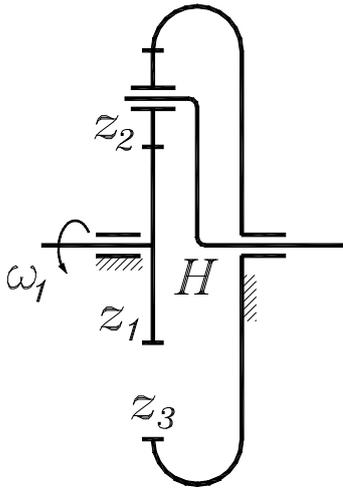


Рис. 5.16.

$$u_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1} \quad (5.23)$$

Редуктор используется в случаях, когда

$$2,5 < u_{1H} < 8.$$

В редукторе Джеймса с неподвижным солнечным колесом движение передается от коронного колеса к водилу:

$$u_{3H} = 1 + \frac{z_1}{z_3} \quad (5.24)$$

Редуктор используется в случаях, когда

$$1,2 < u_{H1} < 1,8.$$

Редукторы Джеймса широко используются в наземных транспортных машинах в коробках скоростей и бортовых передачах, в грузоподъемных машинах, в качестве силовых редукторов самолетов и вертолетов для передачи вращения от двигателей на винты, а также, в механизмах систем управления.

Двухрядный планетарный редуктор имеет сдвоенный сателлит и неподвижное коронное колесо (рис.5.17). Входным звеном является солнечное колесо, а выходным является водило.

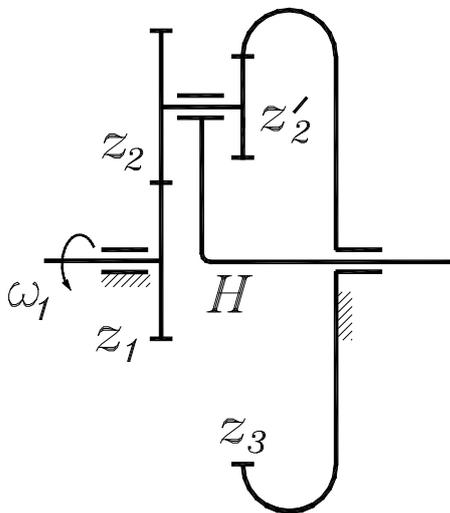


Рис.5.17.

Передаточное отношение редуктора:

$$u_{1H} = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z'_2} \quad (5.25)$$

Из формулы видно, что передаточное отношение такого редуктора может быть больше, чем у редуктора Джеймса. Он используется в качестве силового редуктора, в том числе, в самолетах, когда

$$8 < u_{1H} < 9.$$

Если редуктор Джеймса и двухрядный редуктор содержат солнечное и коронное колесо, то редуктор Давида может иметь два солнечных или два

коронных колеса. На рис. 5.18 показан редуктор Давида с двумя солнечными колесами, одно из которых, колесо 3, неподвижно. В таком редукторе движение передается от водила Н к солнечному колесу 1. Передаточное отношение редуктора:

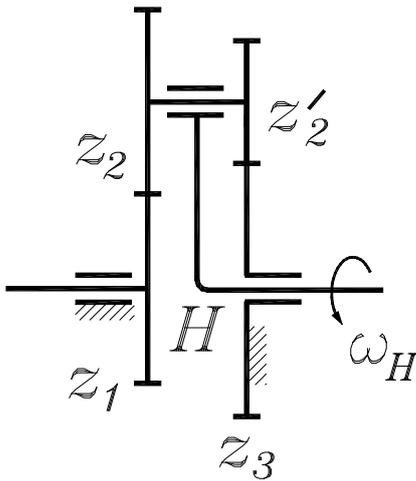


Рис. 5.18.

$$u_{H1} = \frac{1}{1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z'_2}} \quad (5.26)$$

Из формулы (9.7) видно, что чем ближе дробь в знаменателе к единице, тем больше величина передаточного отношения такого редуктора. Он используется, когда $10 < u_{H1} < 10000$ и более.

Например, если $z_1 = 100$, $z_2 = 99$, $z'_2 = 100$ и $z_3 = 101$, то

$$u_{H1} = \frac{1}{1 - \frac{99 \cdot 101}{100 \cdot 100}} = 10000$$

Однако такие редукторы не могут использоваться как силовые из-за больших потерь на трение. Редуктор с передаточным отношением $u_{H1} = 10000$ имеет коэффициент полезного действия $\eta = 0,04$, то есть, только 4% подводимой к нему мощности может быть использовано на выходе, а 96% мощности теряется на трение внутри редуктора. Подобные редукторы используются в измерительных кинематических цепях, в приборах и в астрономии для поворота телескопов.

Ключевые слова и выражения

1. Стержневой механизм – механизм, звенья которого имеют, в основном, вид стержней.

3. План скоростей – многоугольник, состоящий из векторов абсолютных, относительных и релятивных скоростей; векторы абсолютных скоростей выходят из полюса плана, их концы соединяют векторы относительных и релятивных скоростей.

4. Масса – мера инертности тела, совершающего поступательное движение.

5. Момент инерции – мера инертности тела, совершающего вращательное или качательное движение.

6. Принцип Даламбера: если к подвижной механической системе, наряду с внешними силами, приложить силы инерции ее звеньев, то ее можно рассматривать в равновесии.

7. Кулачковый механизм – это механизм, в котором характер движения звеньев определяется формой входного звена, называемого кулачком.

8. Толкатель – это звено, контактирующее с кулачком.

9. Жесткий удар – явление скачка ускорения толкателя в бесконечность и обратно.

10. Мягкий удар – явление скачка ускорения толкателя на конечную величину.

11. Угол передачи движения – это острый угол между касательной к профилю кулачка в контактной точке и направлением движения этой точки толкателя.

12. Модуль нулевого зубчатого колеса численно равен высоте головки зуба.

13. Шаг зубьев – это расстояние, измеренное по окружности между одноименными профилями двух смежных зубьев.

14. Угол зацепления – это острый угол между линией зацепления и перпендикуляром к линии центров.

15. Перекрытие зубьев сопряженных колес – это условие, при котором одна пара зубьев не должна выходить из зацепления прежде, чем следующая пара не войдет в зацепление.

16. Внешняя передача – это передача с противоположным направлением вращения колес и отрицательным передаточным отношением.

17. Внутренняя передача – это передача с одинаковым направлением вращения колес и положительным передаточным отношением.

18. Редуктор – это замедляющая передача.

19. Мультипликатор – это ускоряющая передача.

20. Паразитное колесо – это зубчатое колесо, которое не влияет на величину передаточного отношения.

21. Передаточное отношение сложного зубчатого механизма с неподвижными осями колес равно произведению передаточных отношений входящих в него передач.

22. Планетарный редуктор – это планетарный механизм с одним неподвижным центральным колесом, с одним входом и одним выходом.

23. Редуктор Джеймса – это однорядный планетарный редуктор с неподвижным коронным или солнечным колесом.

24. Редуктор Давида – это двухрядный планетарный редуктор с двумя солнечными или двумя коронными колесами.

Контрольные вопросы

1. Что такое стержневой механизм?
2. Сколько звеньев содержит простейших стержневой механизм?
3. Что такое передаточные отношения и каковы их виды в стержневых механизмах?
4. Каковы возможности планов скоростей и ускорений?

5. Каковы задачи силового расчета стержневых механизмов?
6. Каков метод силового расчета механизмов?
7. Как определить силы инерции звеньев, совершающих поступательное, вращательное и сложное движения?
8. Что такое кулачковый механизм?
9. Какие движения могут совершать кулачок и толкатель?
10. В чем состоят преимущества и недостатки кулачковых механизмов с роликовыми толкателями?
11. В чем разница кулачковых механизмов с силовым и с кинематическим замыканием?
12. Что такое метод обращенного движения?
13. Что такое аналог скорости и аналог ускорения?
14. Чем характеризуются жесткие и мягкие удары при работе кулачковых механизмов?
15. Как называется самый простой безударный кулачок?
16. Что такое угол передачи движения в кулачковом механизме?
17. Чему равен угол передачи движения в кулачковом механизме с плоским толкателем?
18. Как зависит величина угла передачи движения от габаритов кулачкового механизма?
19. Что такое модуль зубчатого колеса?
20. Как связаны модуль и число зубьев с диаметральными размерами зубчатого колеса?
21. Чем отличается зуб нулевого колеса от зубьев положительного и отрицательного колес?
22. Как обеспечивается кинематическая плавность работы эвольвентной передачи?
23. Что такое однопарное и двухпарное зацепление?
24. Что такое редуктор и мультипликатор?
25. Что такое многоступенчатый или многорядный зубчатый механизм?
26. Как определить передаточное отношение сложного зубчатого механизма?
27. Чем характеризуется однорядный зубчатый механизм с паразитными колесами?
28. Как образуется простейший планетарный механизм?
29. Что такое сумматор и дифференциал и где они используются?
30. Каковы наиболее употребительные схемы планетарных редукторов и где они используются?

Часть III. Динамика машин

Глава 6. Общие положения динамики машин

Из теоретической механики известно, что динамика занимается изучением движений точки, тела или системы тел под действием приложенных к ним сил. Рассмотрим это применительно к машинам.

§6.1. Задачи динамики машин

После проектирования машины следует ответить на вопрос: как будет работать машина в реальных условиях под действием внешних нагрузок. И если расчет покажет, что машина будет работать неудовлетворительно, то есть, ее работа не будет отвечать заданным требованиям, необходимо уметь ввести коррекцию в конструкцию машины для достижения желаемого результата. Решение этой задачи относится к, так называемой, динамике машин с жесткими звеньями.

При изучении механизмов мы предполагали, что их звенья абсолютно жестки. Однако, в действительности, это не так. Все тела в природе обладают конечной жесткостью, то есть, все они упруги. Упругость звеньев машины может влиять на ее работу положительно или отрицательно, в частности, может вызвать уменьшение нагрузок в кинематических цепях, или их увеличение, вплоть до нежелательных перегрузок, могущих привести к аварийным ситуациям. Следовательно, надо уметь учитывать упругость звеньев машин для их защиты от перегрузок.

Любая машина работает на упругом основании, например, автомобиль – на шасси, технологическая машина – на фундаменте. Неизбежные колебания машины (вибрации) на этих упругих основаниях во время ее работы могут отрицательно сказываться на рабочем процессе и на окружении машины. Поэтому, надо уметь учитывать эти колебания и принимать меры для их уменьшения и защиты от них самой машины и ее окружения.

Сформулируем задачи динамики машин.

1. Динамика машин с жесткими звеньями:

а) определение характера движения машины под действием внешних сил;

б) если этот характер неудовлетворителен, введение коррекции в конструкцию машины для достижения желаемого результата.

2. Учет влияния упругости звеньев на конструкцию машины и ее работу (защита от перегрузок).

3. Уменьшение колебаний машины на фундаменте (виброзащита и виброизоляция).

§6.2. Динамические параметры машин

Различают инерционные и силовые параметры машин.

Инерционные параметры. К ним относятся массы и моменты инерции звеньев машин.

Масса – это мера инертности тела, совершающего поступательное движение. Масса обозначается буквой m и имеет размерность кг.

Момент инерции – это мера инертности тела, совершающего вращательное движение. Момент инерции обозначается буквой I и имеет размерность кгм^2 .

Силовые параметры. К ним относятся силы и силовые моменты.

Сила обозначается буквой F , является векторной величиной и имеет размерность Н.

Силовой момент (или момент силы) обозначается буквой M , имеет размерность Нм и имеет два направления: по часовой стрелке и против часовой стрелки.

Различают внешние и внутренние силовые параметры. (В дальнейшем для упрощения будем говорить только о силах, учитывая, что то же самое относится и к силовым моментам).

Внешние силы, действующие на машину, делятся на силы двигателя, силы полезного сопротивления и силы тяжести. Рассмотрим их подробнее с точки зрения производимой ими работы.

Двигатель является источником механической энергии машины, поэтому, сила двигателя производит положительную работу:

$$A_D > 0$$

Однако бывают исключения. На рис. 6.1а показано положение AB_1C_1 кривошипно-ползунного механизма двигателя внутреннего сгорания во время рабочего хода. Расширяющаяся рабочая смесь давит на поршень с силой двигателя F_D , которая двигает поршень вниз и через шатун поворачивает коленчатый вал по часовой стрелке. Направление силы совпадает с направлением скорости поршня, то есть, сила при рабочем ходе способствует движению, значит, ее работа положительна. Второе положение AB_2C_2 механизма соответствует ходу сжатия. Рабочая смесь сопротивляется сжатию и по-прежнему давит на поршень с силой двигателя (величина ее может быть другой, чем при рабочем ходе). Сила направлена вниз, а скорость поршня – вверх. Сила препятствует движению, значит, ее работа отрицательна, как это показано на рис. 6.1а. Конечно, величина отрицательной работы сил двигателя меньше, чем положительной и результирующая работа двигателя положительна; соотношение величин положительной и отрицательной работ влияет на к.п.д. двигателя. Заметим, что описанный случай относится только к поршневым двигателям внутреннего

сгорания. Другие двигатели выполняют только положительную работу.

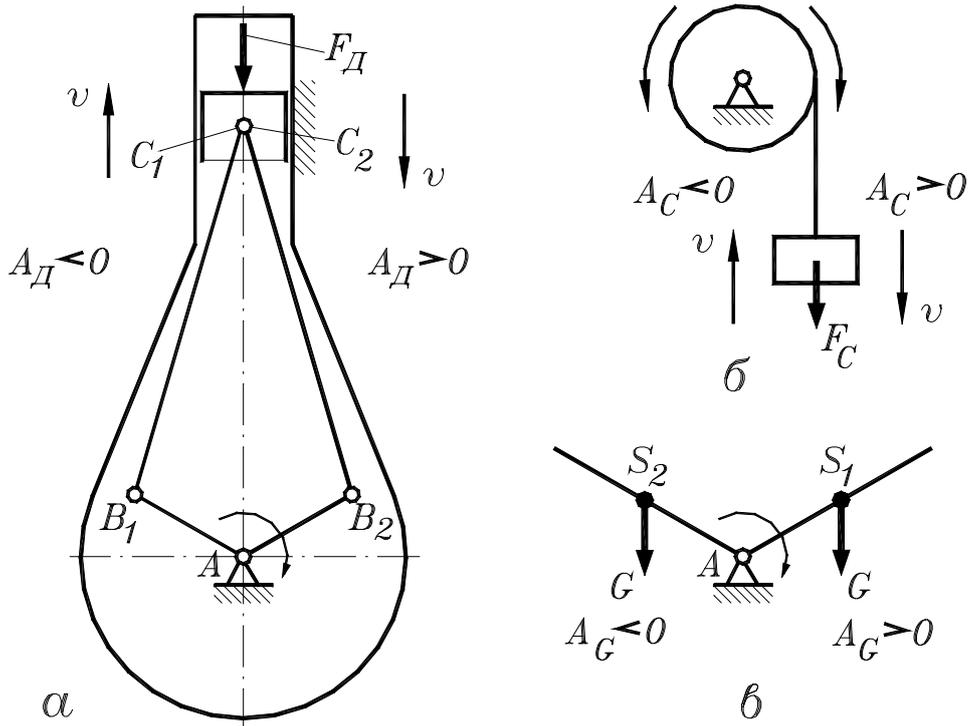


Рис. 6.1.

Силы полезного сопротивления названы так, потому что именно для их преодоления и создана машина. Преодолевая эти силы, машина производит полезную механическую работу. Естественно предположить, что эти силы производят отрицательную работу:

$$A_C < 0$$

Однако и здесь возможны исключения. На рис. 6.1б показана схема исполнительного механизма подъемного крана, состоящего из барабана с тросом, к которому подвешен груз. На груз действует сила его тяжести, которая для подъемного крана является силой полезного сопротивления F_C , направленной вниз. Когда барабан вращается против часовой стрелки, происходит поднятие груза, то есть, его скорость направлена вверх. Сила F_C препятствует движению и, значит, производит отрицательную работу. Когда барабан вращается по часовой стрелке, происходит опускание груза и его скорость направлена вниз. Сила тяжести груза способствует движению, то есть, производит положительную работу.

Силы тяжести звеньев машин направлены всегда вниз. Когда они способствуют движению звена, то производят положительную работу, когда препятствуют – отрицательную. Это показано на рис. 6.1в для вращающегося звена со смещенным относительно оси вращения центром масс. В общем, можно написать:

$$A_G \leftrightarrow 0$$

Внешние силы, действующие на машину, вызывают появление внутренних сил – это силы взаимодействия звеньев в кинематических парах (силы реакции, или просто – реакции) и силы трения в них. Реакции R не оказывают влияния на движение машины, так как взаимно уничтожают друг друга: сила, с которой одно звено действует на другое, равна и противоположна силе, с которой второе звено действует на первое. Эти силы не производят работу:

$$A_R = 0$$

Но именно эти силы, в сочетании с относительным движением звеньев, вызывают появление сил трения T в кинематических парах. Трение всегда препятствует движению, поэтому работа сил трения всегда отрицательна:

$$A_T < 0$$

Обычно в динамических расчетах работа трения оценивается при помощи к.п.д. машины.

§6.3. Динамические типы машин

В начале курса мы классифицировали машины по их назначению, это были машины энергетические, транспортные, технологические и кибернетические. Теперь рассмотрим машины по другому признаку, а именно, с точки зрения динамики их работы, то есть, с точки зрения их действия. С этой точки зрения различают:

- машины непрерывного действия,
- машины периодического действия,
- машины непериодического действия.

Будем различать эти машины по четырем параметрам: по длительности работы, по особенностям конструкции, по динамическим параметрам и по типу двигателя.

Машины непрерывного действия работают в течение длительного времени, содержат звенья только роторного типа (зубчатые колеса, шкивы, маховики, барабаны и пр.), имеют неизменные динамические параметры и двигатель вращательного движения. К таким машинам относятся турбогенераторы, токарные и сверлильные станки, электровентиляторы, силовые установки турбореактивных и турбовинтовых самолетов и пр.

Машины периодического действия работают в течение длительного времени, содержат стержневые и кулачковые механизмы, имеют периодически (циклически) изменяемые динамические параметры и двигатели вращательного движения. Уже одно присутствие стержневых и кулачковых механизмов в этих машинах свидетельствует о циклически изменяемых динамических параметрах, вследствие переменности передаточных отношений в механизмах. К таким машинам от-

носятся дизель-генераторы, автомобили, кривошипные прессы, ткацкие станки, швейные машины и пр.

Машины непериодического действия имеют кратковременный период работы в режиме «пуск-останов», содержат стержневые и кулачковые механизмы, имеют изменяемые динамические параметры и двигатели поступательного движения – гидро- и пневмоцилиндры. К таким машинам относятся гидравлические прессы, гидравлические экскаваторы, механизмы убирающегося шасси самолета, механизмы опрокидывания кузова самосвала (или бункера хлопкоуборочной машины), механизмы открывания дверей в автобусе и пр. Последние три примера – это вспомогательные механизмы машин, но с точки зрения динамики – это машины, так как имеют собственный двигатель и могут работать автономно.

§6.4. Механически характеристики машин

Механическая характеристика – это зависимость силы от перемещения или скорости точки приложения этой силы. Каждая машина имеет две механические характеристики – двигателя и исполнительного механизма. Обычно механические характеристики задаются в виде графиков сил или моментов в функции перемещения или скорости. Покажем это на трех примерах.

На рис. 6.2 приведены схемы и механические характеристики дизель-генератора (рис. 6.2а), вырубного прессы (рис. 6.2б) и механизма опрокидывания кузова самосвала (рис. 6.2в).

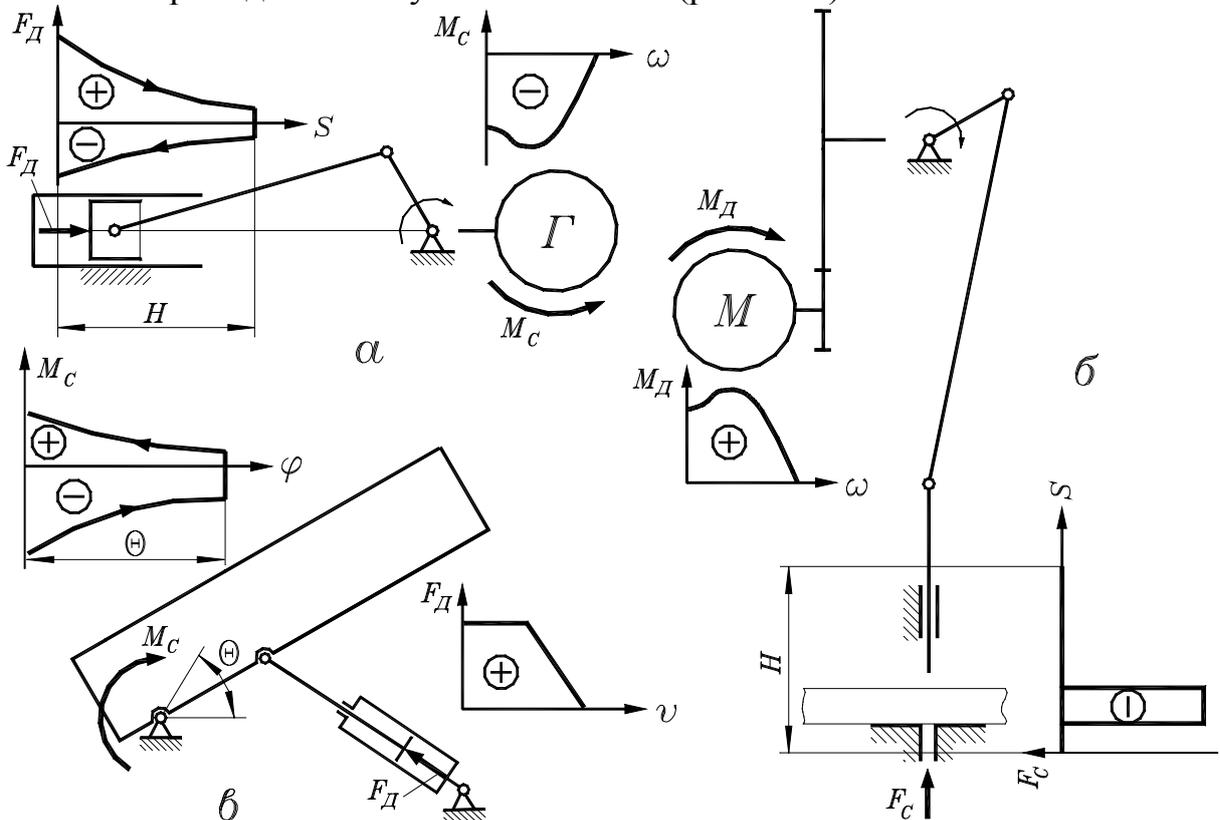


Рис. 6.2.

У дизель-генератора (рис. 6.2а) механическая характеристика двигателя (дизеля) дана в виде графика силы двигателя F_d (силы давления рабочей смеси) в функции перемещения поршня S . График имеет две области – положительную и отрицательную, так как сила двигателя в данном случае выполняет и положительную, и отрицательную работу, как об этом было сказано выше. Механической характеристикой исполнительного механизма – генератора, является зависимость силового момента на валу генератора (момент полезного сопротивления M_C) от его угловой скорости ω . График расположен в отрицательной области.

Механической характеристикой двигателя вырубного пресса (рис. 6.2б) является график зависимости крутящего момента M_d на валу двигателя от его угловой скорости ω , а механическая характеристика исполнительного стержневого механизма пресса дана в виде диаграммы силы сопротивления (вырубки) F_C , приложенной к пуансону в функции его перемещения S .

У механизма опрокидывания кузова самосвала двигателем является гидроцилиндр, и его механическая характеристика задана в виде графика силы двигателя F_d (силы давления жидкости) в зависимости от скорости штока v . Механической характеристикой исполнительного механизма, то есть, кузова на поворотной опоре, является момент сопротивления M_C движению кузова в его зависимости от угла поворота кузова φ . Момент сопротивления является величиной переменной, он определяется силой тяжести кузова и груза в нем, расположением центра масс кузова и груза, изменением этих величин в процессе разгрузки. При опускании кузова этот график располагается в положительной области, так как сила тяжести кузова в этом случае совершает положительную работу. Для предотвращения падения кузова в гидроцилиндр подается противодействие, которое создает тормозящий эффект.

В большинстве случаев, у машин периодического и непериодического действия одна из механических характеристик есть зависимость силы от скорости, а другая – зависимость силы от перемещения.

§6.5. Режимы движения машин

Рассматривая динамику работы машины, обычно ограничиваются механической системой, приводимой в движение одним двигателем. Звенья этой системы кинематически связаны друг с другом, поэтому, говоря о режиме работы машины, будем иметь в виду характер движения одного из ее звеньев. Для машин непрерывного и периодического действия это обычно главный вал, на котором жестко посаже-

ны входные звенья исполнительных и вспомогательных механизмов, а для машин непериодического действия – рабочий орган.

Как правило, режимы движения машин представляются в виде диаграмм изменения скорости главного вала или рабочего органа. Такие графики называются тахограммами. Изменение скорости дается в функции времени, реже – в функции перемещения главного вала или рабочего органа. На рис. 6.3 показаны тахограммы всех трех динамических типов машин.

Тахограмма машины непрерывного действия (рис. 6.3а) включает три режима: пуск (разгон) t_n , установившееся движение t_{yg} и останов (выбег, торможение) t_o . В процессе установившегося движения скорость главного вала остается постоянной, так как динамические параметры машины непрерывного действия неизменны. Длительность установившегося движения определяется продолжительностью работы машины и может быть очень большой, что показано разрывом тахограммы.

Тахограмма машины периодического действия (рис. 6.3б) содержит те же режимы движения: пуск, установившееся движение и останов. Главным отличием тахограммы машины периодического действия от предыдущей является то, что в режиме установившегося движения угловая скорость главного вала не остается постоянной, она периодически меняется внутри каждого цикла (время цикла – $t_{ц}$ на рис. 6.3б), что является следствием переменности динамических параметров этой машины.

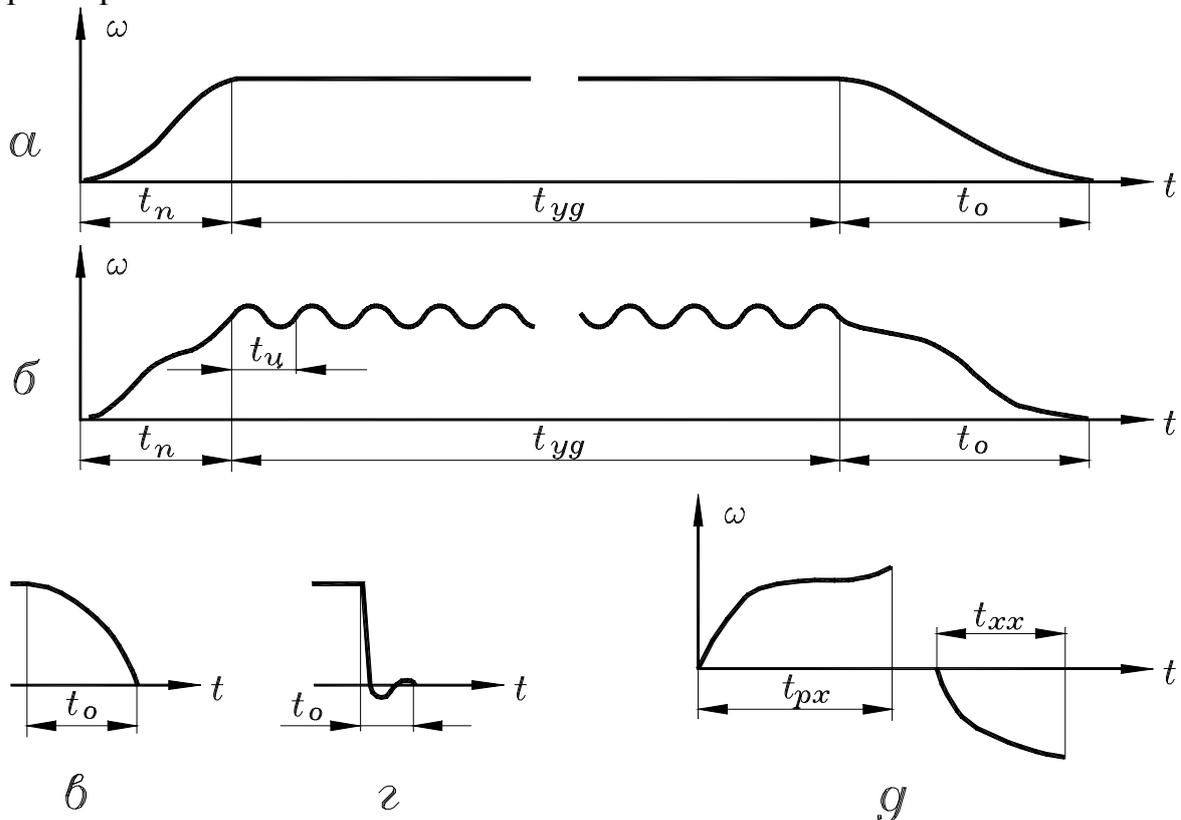


Рис. 6.3.

При пуске рассматриваемых машин скорость главного вала увеличивается от нуля до расчетной величины, причем время пуска, а соответственно и плавность пуска, могут быть различны в зависимости от типов двигателей и используемых пусковых устройств.

Время останова (и его плавность) тоже может быть различным в зависимости от применяемого способа останова. Если останов производится просто отключением двигателя машины, то время останова может быть довольно велико, как это показано на рис. 6.3а. Использование тормозов уменьшает время останова (рис. 6.3в). Если в конструкции машины предусмотрено устройство фиксированного останова, то есть, остановка главного вала в определенном положении, то время остановки может быть довольно малым (доли секунды). Однако в этом случае динамические нагрузки в останавливаемой системе резко возрастают, так как вся ее кинетическая энергия рассеивается в процессе кратковременного колебательного движения вокруг фиксированного положения (рис. 6.3г).

Тахограмма машины непериодического действия включает только два режима: режим рабочего хода (время рабочего хода – $t_{рх}$ на рис. 6.3д) и режим холостого хода – $t_{хх}$. Эти режимы независимы друг от друга, более того, они могут быть разделены любым промежутком времени. В пределах рабочего или холостого хода скорость рабочего органа машины может меняться по определенному закону, зависящему от механических характеристик приводного гидро- или пневмоцилиндра и исполнительного механизма, и, если не предусмотрены специальные тормозные устройства, в конце хода происходит практически мгновенная остановка. Таким образом, работают промышленные роботы, шасси самолетов, механизмы разгрузки машин и др.

§6.6. Коэффициент полезного действия машины

Возникающие при работе машины внутренние силы вредного сопротивления вызывают необратимые потери энергии или мощности двигателя машины, которые учитываются в динамических расчетах при помощи коэффициента полезного действия машины.

Коэффициент полезного действия – это количественный показатель, который дает возможность оценить относительные потери мощности или энергии двигателя на трение в машине. Основное место здесь занимают потери на трение у кинематических пар, однако, возможны потери и на перемешивание и разбрызгивание масла, если механизм работает в масляной ванне, потери на сопротивление воздуха в скоростных механизмах и пр. То есть, при работе машины двигатель не только преодолевает полезные сопротивления, но часть его мощности тратится на преодоление вредных сопротивлений и теряет-

ся безвозвратно, переходя в тепло, которое нагревает трущиеся поверхности звеньев, смазочное масло и пр.

Таким образом, коэффициент полезного действия машины позволяет оценить значение требуемой работы по отношению к затраченной, или значение полезной мощности по сравнению с мощностью двигателя. Следовательно, коэффициент полезного действия – это отношение работы (мощности) сил полезного сопротивления к работе (мощности) двигателя. Иногда говорят: «отношение выходной мощности к входной» или «отношение требуемой работы к затраченной»:

$$\eta = \frac{A_C}{A_D} = \frac{P_C}{P_D} \quad (6.1)$$

Из вышеизложенного, а также, из формулы (6.1) следует, что здесь рассматривается механический коэффициент полезного действия, значение которого зависит только от механических потерь на трение. Электрические потери в электродвигателях, тепловые – в тепловых двигателях сюда не относятся. Однако, для краткости изложения слово «механический» будем опускать.

Значение коэффициента полезного действия (к.п.д.) может находиться между нулем и единицей:

$$0 \leq \eta < 1$$

Очевидно, что не существует машины с к.п.д. равным единице, но к.п.д. может равняться нулю, например, при работе машины вхолостую, когда она не производит никакого полезного действия.

Как уже было сказано, двигатель машины тратит свою мощность на преодоление полезного сопротивления с одной стороны, а с другой – на трение, то есть:

$$P_D = P_C + P_T \quad (6.2)$$

где P_T – мощность сил трения.

Решая уравнение (6.2) относительно P_C и подставляя результат в формулу (6.1), получим:

$$\eta = \frac{P_D - P_T}{P_D} = 1 - \frac{P_T}{P_D} \quad (6.3)$$

Отношение мощности (работы) сил трения к мощности (работе) двигателя называется коэффициентом потерь:

$$\psi = \frac{P_T}{P_D} \quad (6.4)$$

Итак, коэффициент потерь – это количественный показатель, который, как и коэффициент полезного действия, дает возможность оценить относительные потери мощности на трение. Однако между этими коэффициентами есть качественная разница, заложенная в их

названии, и в том, что в формуле (6.1) к.п.д. присутствует полезная мощность P_C , а в формуле (6.4) коэффициента потерь – мощность трения P_T .

Коэффициент полезного действия – это характеристика машины, точнее, это качественный показатель функционирования машины, показывающий, насколько полно используется мощность двигателя для выполнения полезной работы. Значение к.п.д. зависит не только от конструкции машины, но и от режима ее функционирования. Так, при работе машины с полной нагрузкой ее к.п.д. достигает максимальной величины, при неполной нагрузке к.п.д. может быть меньше максимального значения, а при холостом ходе он равен нулю.

В формуле коэффициента потерь полезная мощность P_C отсутствует, поэтому при помощи этого значения удобно оценивать потери на трение не в машине, а в механизме, так как он сам по себе полезной работы не выполняет. Будем считать, что коэффициент потерь – это характеристика механизма или комплекса механизмов, входящих в машину. Его значение зависит от конструкции механизма, состояния поверхностей кинематических пар, смазки. Это собственная характеристика механизма, не зависящая от режима функционирования машины.

Зная (например, по справочной литературе) коэффициенты потерь отдельных механизмов, можно рассчитать общий коэффициент потерь всего комплекса механизмов, входящих в машину, а затем – максимально возможный к.п.д. машины:

$$\eta = 1 - \psi \quad (6.5)$$

Это выражение является следствием формул (6.3) и (6.4).

В технической литературе вместо коэффициента потерь часто используют к.п.д., распространяя это понятие и на механизмы.

Глава 7. Динамическая модель машины

Здесь и в дальнейшем будем рассматривать динамические расчеты машин периодического и непериодического действия. Динамический расчет машин непрерывного действия не представляет общего интереса с точки зрения теории машин.

Практически любая современная машина периодического и непериодического действия представляет собой многозвенную механическую систему с переменными кинематическими и динамическими параметрами, прямой динамический расчет такой системы сложен, поэтому в большинстве случаев подвижную часть машины заменяют ее динамической моделью. То есть, мы будем для сокращения говорить о динамической модели машины, но будем иметь в виду модель ее подвижной механической системы без корпуса или станины. О

влиянии корпуса или станины машины на ее работу речь будет идти в следующих главах.

§7.1. Динамическая модель машины и ее параметры

Динамическая модель машины – это одно воображаемое звено, динамические параметры которого идентичны параметрам машины. Кинематически это звено совмещается с одним из звеньев машины, как правило, с главным валом машины периодического действия, или с рабочим органом машины непериодического действия. То есть, все инерционные и все силовые параметры машины надо заменить двумя суммарными (приведенными): инерционным и силовым параметрами динамической модели. При определении этих параметров удобно связать их с кинетической энергией и мощностью модели и машины.

Таким образом, динамическая модель машины – это одно воображаемое звено, кинетическая энергия которого в каждый момент времени равна кинетической энергии всех звеньев машины, и которое нагружено силой или силовым моментом, мощность которого в каждый момент времени равна мощности всех сил и силовых моментов, приложенных к звеньям машины.

Инерционные и силовые параметры динамической модели называются приведенными, так как массы и моменты инерции звеньев, силы и силовые моменты надо привести от различных звеньев и точек звеньев машины к ее модели, совмещенной с одним из звеньев машины. Это звено в данном случае называется звеном приведения.

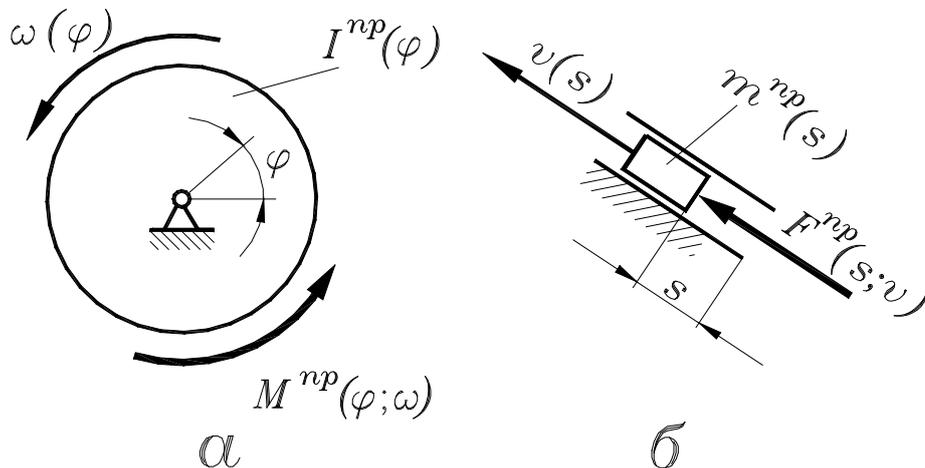


Рис. 7.1.

На рис. 7.1а приведена динамическая модель машины в виде звена с переменным приведенным моментом инерции $I^{np}(\varphi)$, которое вращается с переменной угловой скоростью $\omega(\varphi)$ под действием приведенного силового момента $M^{np}(\varphi; \omega)$. Динамическая модель на рис.

7.1б – это звено с массой $m^{np}(s)$, движущееся поступательно со скоростью $v(s)$ под действием приведенной силы $F^{np}(s; v)$.

Расчет параметров динамической модели покажем на конкретном примере. На рис. 7.2а дана схема машины. Это может быть механический пресс, долбежный станок, формовочная машина и др. Геометрические, кинематические и динамические параметры машины известны.

Заменим машину динамической моделью в виде вращающегося звена, кинематически совмещенного с главным валом машины, то есть, имеющего в рассматриваемый момент времени ту же самую угловую скорость ω_1 (рис. 7.2б). Таким образом, задача определения параметров динамической модели машины сводится к приведению всех ее динамических параметров к главному валу.

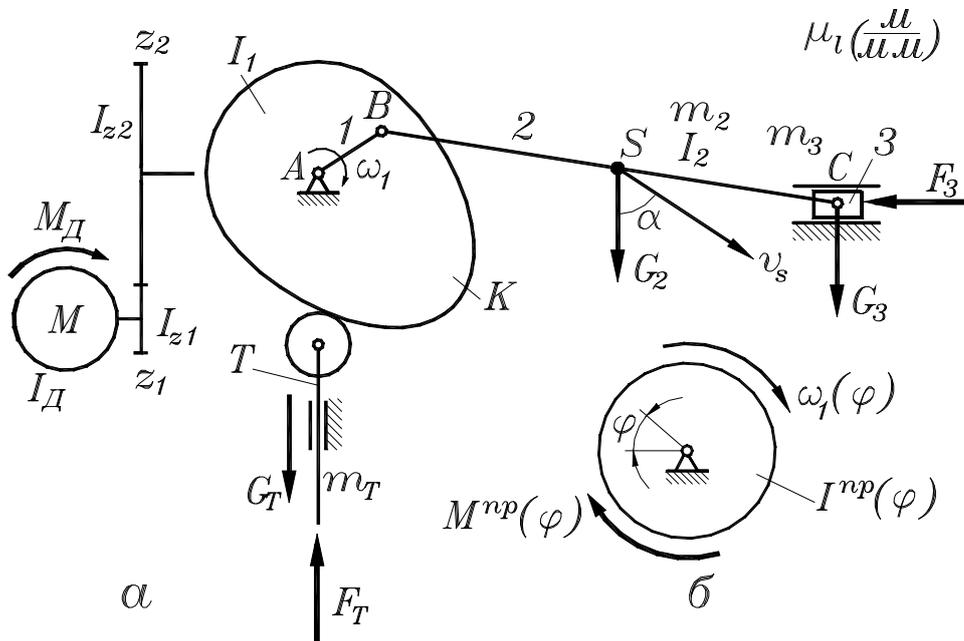


Рис. 7.2.

Момент инерции I^{np} динамической модели найдем из условия равенства кинетических энергий:

$$T_{\text{МОД}} = T_{\text{МАШ}}$$

Кинетическая энергия динамической модели (рис. 7.2б):

$$T_{\text{МОД}} = \frac{I^{np} \omega_1^2}{2}$$

Кинетическая энергия машины (рис. 7.2а):

$$T_{\text{МАШ}} = \frac{1}{2} I_D \omega_D^2 + \frac{1}{2} I_{z1} \omega_D^2 + \frac{1}{2} I_{z2} \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_1^2 + \\ + \frac{1}{2} m_2 v_s^2 + \frac{1}{2} m_3 v_C^2 + \frac{1}{2} m_T v_T^2$$

Приведенный момент инерции определяется после подстановки этих выражений в первоначальное равенство.

Общий вид формулы приведенного момента инерции:

$$I^{np} = \sum (I_i u_{i1}^2 + m_i u_{si1}^2) \quad (7.1)$$

где: I_i и m_i – момент инерции и масса звена i ;

u_{i1} – передаточное отношение от звена i к звену приведения;

u_{si1} – передаточное отношение от центра масс звена i к звену приведения.

Силовой момент динамической модели найдем из условия равенства мощностей модели и машины:

$$P_{МОД} = P_{МАШ}$$

Мощность динамической модели есть мощность приложенного к ней приведенного силового момента (рис. 7.2б):

$$P_{МОД} = M^{np} \omega_1$$

Мощность машины – это мощность всех сил и всех силовых моментов, приложенных к точкам звеньев и звеньям машин (рис. 7.2а), причем, если момент, приложенный к звену, совпадает по направлению с угловой скоростью этого звена, то он развивает положительную мощность, и наоборот; соответственно, если сила, приложенная к точке звена, совпадает по направлению со скоростью этой точки или с проекцией скорости на направление силы, то она развивает положительную мощность, и наоборот:

$$P_{МАШ} = M_D \omega_D + G_2 v_S \cos \alpha - F_3 v_C - F_T v_T + G_T v_T$$

где α – угол давления: острый угол между силой и скоростью точки приложения этой силы (рис. 7.2а).

Для сил сопротивления F_3 и F_T углы давления равны нулю, поэтому, косинусы их равны единице и, соответственно, не указаны в выражении мощности машины. Для силы тяжести третьего звена (ползуна) угол давления равен 90° , поэтому мощность этой силы равна нулю.

Общий вид формулы приведенного силового момента:

$$M^{np} = \sum (\pm M_i u_{i1}) + \sum [\pm F_K u_{K1} \cos(F_K; v_K)] \quad (7.2)$$

где: M_i – силовой момент, приложенный к звену i ;

u_{i1} – передаточное отношение от звена i к звену приведения;

F_K – сила, приложенная к точке K ;

u_{K1} – передаточное отношение от точки K к звену приведения;

$(F_K; v_K)$ – острый угол между силой, приложенной к точке K и скоростью этой точки.

Формулы (7.1) и (7.2) предназначены для определения параметров динамической модели в виде вращающегося звена. Если модель представлена в виде поступательно движущегося звена, то пригодны

те же самые формулы, но вместо $I^{пр}$ надо подставить $m^{пр}$, а вместо $M^{пр} - F^{пр}$. Размерности передаточных отношений изменятся, в результате чего, вместо приведенного момента инерции в кгм^2 получится приведенная масса в кг , а вместо приведенного силового момента в Нм – приведенная сила в Н .

В связи с переменностью параметров динамическая модель машины может двигаться только с переменной скоростью. Одной из задач динамики является определение характера этого движения. Рассмотрим уравнения движения динамической модели в общем виде.

§7.2. Уравнения движения динамической модели

Рассмотрение ограничим случаем вращающейся динамической модели.

Будем различать две формы уравнений движения динамической модели: энергетическую и дифференциальную. Обе эти формы базируются на уравнении изменения кинетической энергии, известном из теоретической механики:

$$T - T_0 = A \quad (7.3)$$

где: T и T_0 – текущее и начальное значение кинетической энергии динамической модели;

A – работа приведенного силового момента, затраченная на изменение кинетической энергии.

В соответствии с рис. 7.1а можно записать:

$$T - T_0 = \frac{1}{2} I^{пр} \omega^2 - \frac{1}{2} I_0^{пр} \omega_0^2$$

где: $I^{пр}$ и $I_0^{пр}$ – текущее и начальное значение приведенного момента инерции динамической модели;

ω и ω_0 – текущее и начальное значение угловой скорости.

Приведенный силовой момент:

$$A = \int_0^{\varphi} M^{пр} d\varphi \quad (7.4)$$

Приравняв правые части двух последних выражений, имеем:

$$\frac{1}{2} I^{пр} \omega^2 - \frac{1}{2} I_0^{пр} \omega_0^2 = \int_0^{\varphi} M^{пр} d\varphi$$

Отсюда получаем выражение для угловой скорости:

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{I^{пр}} \int_0^{\varphi} M^{пр} d\varphi + \frac{I_0^{пр}}{I^{пр}} \omega_0^2} \quad (7.5)$$

Выражение (7.5) удобно для определения характера движения рабочих органов машин непериодического действия при силах, зависящих только от перемещения звеньев, например, машин с пружинными двигателями [14]. Это выражение выведено из уравнения движения динамической модели в энергетической форме.

Чтобы получить дифференциальную форму уравнений движения, продифференцируем исходное уравнение (7.3):

$$d(T - T_0) = dA \quad (7.6)$$

Предположим, что начальное значение кинетической энергии есть величина постоянная. Тогда $dT_0 = 0$. Используя (7.4), из (7.6) получим:

$$dT = M^{np} d\varphi$$

Разделив обе части равенства на $d\varphi$, имеем:

$$\frac{dT}{d\varphi} = M^{np}$$

Но $T = I^{np} \omega^2/2$, тогда:

$$\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{1}{2} I^{np} \omega^2 \right) = M_{np}$$

После преобразований получим:

$$I^{np} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{1}{2} \frac{dI^{np}}{d\varphi} \omega^2 = M^{np} \quad (7.7)$$

Уравнение (7.7) есть неоднородное нелинейное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами, так как I^{np} и M^{np} есть функции φ . Это уравнение может быть решено аналитически, если $I^{np}(\varphi)$ и $M^{np}(\varphi)$ есть математические функции. Но, в общем случае, эти функции могут быть совершенно произвольными, поэтому уравнение решается или численными методами или графоаналитически.

Глава 8. Динамический расчет машин непериодического действия

Напомним, что к машинам непериодического действия относятся машины, работающие в режиме «пуск-останов», имеющие переменные динамические параметры, стержневые и кулачковые механизмы в основе своей конструкции, а также, имеющие, в основном, приводы (двигатели) поступательного движения: пневмо- и гидроцилиндры. К таким машинам можно отнести гидравлические прессы и гидравлические экскаваторы, машины для точечной сварки и формовочные машины. Сюда же могут быть отнесены многие вспомога-

тельные механизмы машин, имеющие собственный двигатель, то есть, с точки зрения динамики, эти вспомогательные механизмы являются машинами. Это – механизм опрокидывания кузова самосвала или бункера хлопкоуборочной машины, механизм убирающегося шасси самолета, механизмы манипулятора робота, механизм подъема ножа культиватора и т.д.

Задачей динамического расчета таких машин является определение характера движения рабочего органа и время срабатывания, то есть, время прямого и обратного хода, например, время убирания и выпуска ноги шасси самолета.

Особенностью рассматриваемых машин с точки зрения динамики является то, что механические характеристики двигателей заданы в виде графика силы в функции скорости, в то время как механические характеристики исполнительных механизмов есть зависимости сил в функции перемещения рабочих органов.

§8.1. Механические характеристики гидро- и пневмоцилиндров

Решающее влияние на динамику работы машин оказывает механическая характеристика двигателя, в данном случае гидроцилиндра или пневмоцилиндра. Рассмотрим ее подробнее.

Начнем с механической характеристики гидропривода. В этом случае двигателем машины является гидроцилиндр 4 (рис. 8.1а), включенный в гидравлическую систему, содержащую бак 1 с рабочей жидкостью, гидронасос 2 и орган управления (золотник) 3, связанные трубопроводами. Определяющим показателем гидросистемы является техническая характеристика гидронасоса, то есть, его производительность и давление жидкости на выходе.

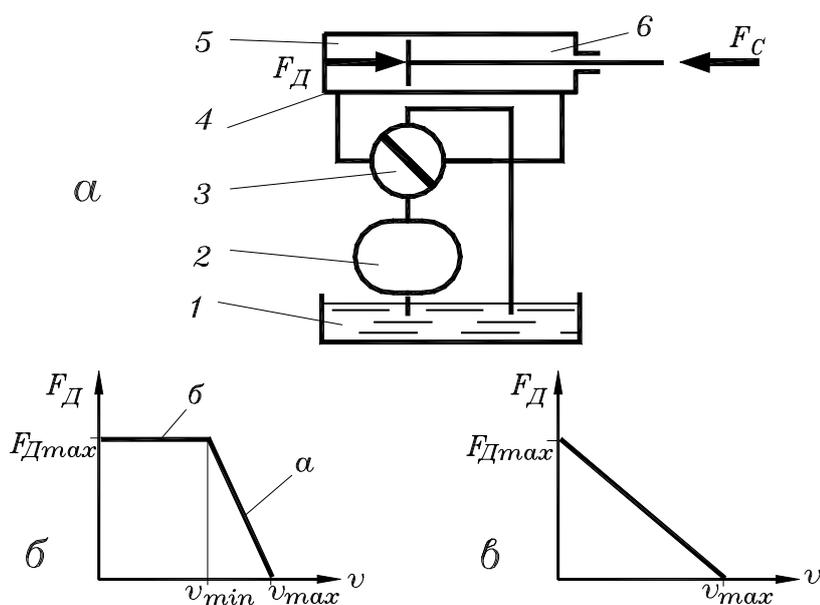


Рис. 8.1.

В гидроприводах транспортных, технологических машин и роботов используются преимущественно шестеренные, плунжерные, аксиально-поршневые и пластинчатые насосы с производительностью от 10 до 200 литров в минуту и развиваемым давлением жидкости от 0,5 до 10 МПа [6].

При положении золотника, показанном на рис. 8.1, жидкость от насоса подается в поршневую полость 5 гидроцилиндра и поршень со штоком перемещается слева направо. Если внешняя сила полезного сопротивления F_C и силы трения между поршнем, штоком и цилиндром отсутствуют, то поршень будет двигаться с максимальной скоростью, определяемой производительностью насоса, а давление в поршневой полости, значит, и сила двигателя, будут равны нулю. Жидкость из штоковой полости 6 при этом сливается в бак.

Максимальная скорость поршня определяется делением производительности насоса на площадь поршня. С учетом преобразования размерностей имеем:

$$V_{max} = \frac{Q}{15000\pi D^2} \quad (\text{м/с}) \quad (8.1)$$

где: Q – производительность гидронасоса в л/мин;

D – диаметр гидроцилиндра в м.

Заметим, что практически поршень никогда не достигает максимальной скорости из-за неизбежного трения в уплотнениях между поршнем, штоком и цилиндром; кроме того, жидкость из штоковой полости в бак сливается с противодавлением из-за трения в трубопроводах и дросселирования в органах управления.

Если к штоку приложить силу сопротивления F_C , то его скорость уменьшится, а давление в поршневой полости (и сила двигателя F_D) возрастет, причем уменьшение скорости будет пропорционально увеличению силы. Следует сказать, что эта зависимость силы от скорости для гидроцилиндров, питаемых насосами разных типов, может быть различна, однако во всех упомянутых случаях (то есть, с насосами шестеренными, аксиально-поршневыми, плунжерными и пластинчатыми) она близка к линейной. Поэтому можно считать, что рабочая часть механической характеристики гидроцилиндра (а на рис. 8.1б) – это прямая линия, наклоненная к оси абсцисс.

Уменьшение скорости поршня при увеличении нагрузки объясняется многими причинами, главными из которых являются утечки в гидронасосе и органах управления, а также, сжимаемость жидкости при высоких давлениях [6].

Итак, с увеличением внешней силы полезного сопротивления F_C скорость штока падает, а сила гидроцилиндра растет до вполне определенной величины, диктуемой максимальным давлением гидронасоса. Эта максимальная сила двигателя рассчитывается по формуле:

$$F_{D_{max}} = 10^6 p \frac{\pi D^2}{4} \quad (\text{Н}) \quad (8.2)$$

где p – давление, развиваемое гидронасосом в МПа.

При достижении гидроцилиндром максимальной силы скорость поршня становится минимальной v_{min} (рис. 8.1б). Величина падения скорости зависит от типа насоса и аппаратуры управления. В среднем можно считать, что это падение достигает (20 4 30) %, то есть,

$$v_{min} = (0,7 \div 0,8) v_{max}$$

Если внешняя сила F_c становится больше, чем максимальная сила гидроцилиндра $F_{D_{max}}$, то поршень останавливается, под ним сохраняется максимальное давление (б на рис. 8.1б), а избыток жидкости сливается в бак через предохранительный клапан (на схеме не показан).

Перейдем теперь к пневмоприводу. Пневмопривод в виде пневмоцилиндра применяется в транспортных и технологических машинах, а также, в промышленных роботах.

В транспортных машинах пневмоцилиндры используются для привода вспомогательных механизмов, чаще всего – это механизмы торможения тяжелых автобусов, грузовиков и поездов. Пневмоцилиндры включаются в схему, аналогичную показанной на рис. 8.1а, где вместо гидронасоса – компрессор, а вместо бака с жидкостью – атмосфера. Максимальная скорость поршня и сила пневмоцилиндра рассчитываются по вышеприведенным формулам, но с учетом технической характеристики компрессора.

Однако наиболее широко пневмопривод используется в технологических машинах и роботах, установленных на промышленных предприятиях, где сжатый воздух подается из заводской пневмосети, питаемой стационарным компрессором большой производительности. Техническими показателями пневмосети является давление сжатого воздуха и скорость его истечения из штуцера, предназначенного для питания технологической машины или промышленного робота.

Давление сжатого воздуха в заводских пневмосетях может достигать до 0,5 МПа, однако при инженерных расчетах следует принимать меньшее значение – 0,48 МПа [11].

Что касается скорости истечения сжатого воздуха, то эту характеристику пневмосети удобно выразить через производительность Q , измеряемую в $\text{м}^3/\text{мин}$, как это принято в пневмосетях. При средних скоростях истечения (7 4 15) м/с и диаметрах отверстия штуцера (10 4 15) мм эта производительность может быть принята $Q = (0,06 \div 0,16) \text{ м}^3/\text{мин}$.

Механические характеристики пневмоцилиндра показана на рис. 8.1в. При увеличении нагрузки на штоке от нуля до максимально

возможной величины его скорость изменяется по линейному закону от максимального значения не до конечной величины, как у гидроцилиндра, а до нуля [11]. Это объясняется разными свойствами жидкости (в гидросистеме) и газа (в пневмосистеме), в основном, значительно большей сжимаемостью газа по сравнению с жидкостью.

Максимальная скорость поршня будет рассчитываться иначе, так как производительность здесь задается не в л/мин, а в м³/мин.

$$V_{max} = \frac{Q}{15\pi D^2} \quad (\text{м/с}) \quad (8.3)$$

Максимальная сила пневмоцилиндра рассчитывается по формуле (8.2), где $p = 0,48$ МПа.

Таким образом, механическая характеристика пневмоцилиндра представляет собой прямую линию, соединяющую точку максимальной скорости на оси абсцисс и максимальной силы на оси ординат.

§8.2. Предпосылки решения динамической задачи

Динамическую модель в рассматриваемых машинах удобно совмещать с поршнем гидро- или пневмоцилиндра (рис. 8.2), причем в данном случае показываются две приведенные силы: зависящая от скорости $F^{np}(v)$ (сила двигателя) и зависящая от перемещения $F^{np}(s)$ (от силы полезного сопротивления и тяжести).

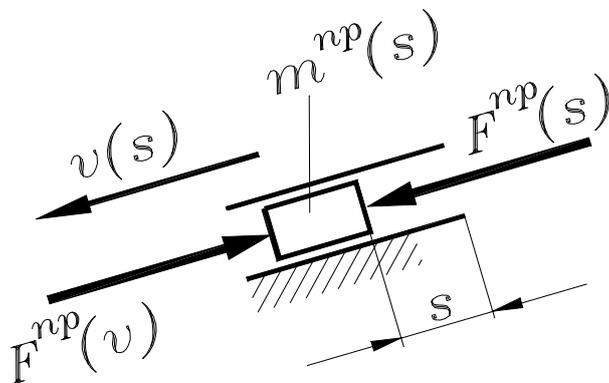


Рис. 8.2.

Соответственно этому, уравнение движения динамической модели в форме кинетических энергий запишется так:

$$\frac{m^{np} v^2}{2} - \frac{m_0^{np} v_0^2}{2} = A_s - A_v \quad (8.4)$$

где: m^{np} и v – текущие значения приведенной массы и скорости динамической модели;

m_0^{np} и v_0 – масса и скорость в начале рассматриваемого интервала движения;

A_S – работа приведенной силы, зависящей от перемещения;

A_V – то же для приведенной силы, зависящей от скорости.

Работа A_S может быть определена внутри любого интервала движения, так как механическая характеристика силы сопротивления задана в функции перемещения. Что касается работы A_V , то она не может быть определена, так как даже, если известно значение силы F_{V0} в начале интервала, то ее изменение и конечное значение неизвестны потому, что механическая характеристика силы двигателя (гидро- или пневмоцилиндра) задана в функции скорости.

Согласно методу, предложенному Скуридиным М.А. [18], эта работа может быть определена приближенно, если предположить, что сила F_V изменяется по линейному закону внутри достаточно малого интервала перемещения динамической модели. Далее задача решается графически с использованием обеих механических характеристик.

Однако использование метода Скуридина для решения динамической задачи машин с гидро- пневмоцилиндрами показало, что он может быть значительно упрощен из-за того, что значения кинетических энергий динамической модели пренебрежимо малы по сравнению с величинами работ приложенных к ней сил. Дело в том, что работа таких машин характеризуется малыми значениями скоростных параметров (например, скорости центров масс звеньев обычно не достигают 0,1 м/с), а силовые параметры, как правило, велики.

Исходя из этого, вместо левой части уравнения (8.4) можно написать ноль. Учитывая, что работа A_S отрицательна, получим:

$$A_V = A_S \quad (8.8)$$

(Заметим, что в некоторых случаях работа A_S может быть положительной, например, при опускании кузова самосвала или при выпуске ноги шасси самолета. Однако, для определенности движения, этого стараются не допускать, вводя дополнительно сопротивление в виде противодействия в гидроцилиндре).

Учитывая, что работы A_V и A_S рассматриваются на одном и том же достаточно малом интервале движения Δs и, предположив, что силы $F^{np}(v)$ и $F^{np}(s)$ изменяются по линейному закону внутри этого интервала, можно воспользоваться усредненными значениями этих приведенных сил, то есть, $A_V = F_V^{np} \Delta s$ и $A_S = F_S^{np} \Delta s$. Тогда:

$$F_V^{np} = F_S^{np} \quad (8.5)$$

Таким образом, от уравнения динамики (8.4) мы пришли к уравнению статики (8.5), то есть, динамический метод решения задачи переходит в статический в результате предпринятых упрощений метода Скуридина, основанных на реальных соотношениях кинетических энергий и работ в машинах рассматриваемого типа.

Уравнение (8.9) говорит о том, что в любом положении динамической модели приведенная сила, зависящая от перемещения, равна

приведенной силе, зависящей от скорости модели. Это заключение позволяет, во-первых, определить неизвестную силу F_{np_v} в любом положении модели, а во-вторых, найти характер движения модели, то есть, характер изменения ее скорости в зависимости от перемещения. Эта задача может быть решена графически или аналитически, если известно математическое описание механической характеристики гидроцилиндра.

§8.3. Графический прием определения характера движения.

Область чертежа разбивается на четыре части. В левой нижней части строится график приведенной силы, зависящей от перемещения динамической модели (силы сопротивления и тяжести, приведенные к поршню гидро- или пневмоцилиндра) в произвольных масштабах (рис. 8.3в). Эта зависимость строится для прямого (положения 1 - 6) и обратного хода (положения 7 - 12) и располагается в отрицательной области графика, так как работа A_S отрицательна. В правой верхней части размещаются механические характеристики гидроцилиндра при

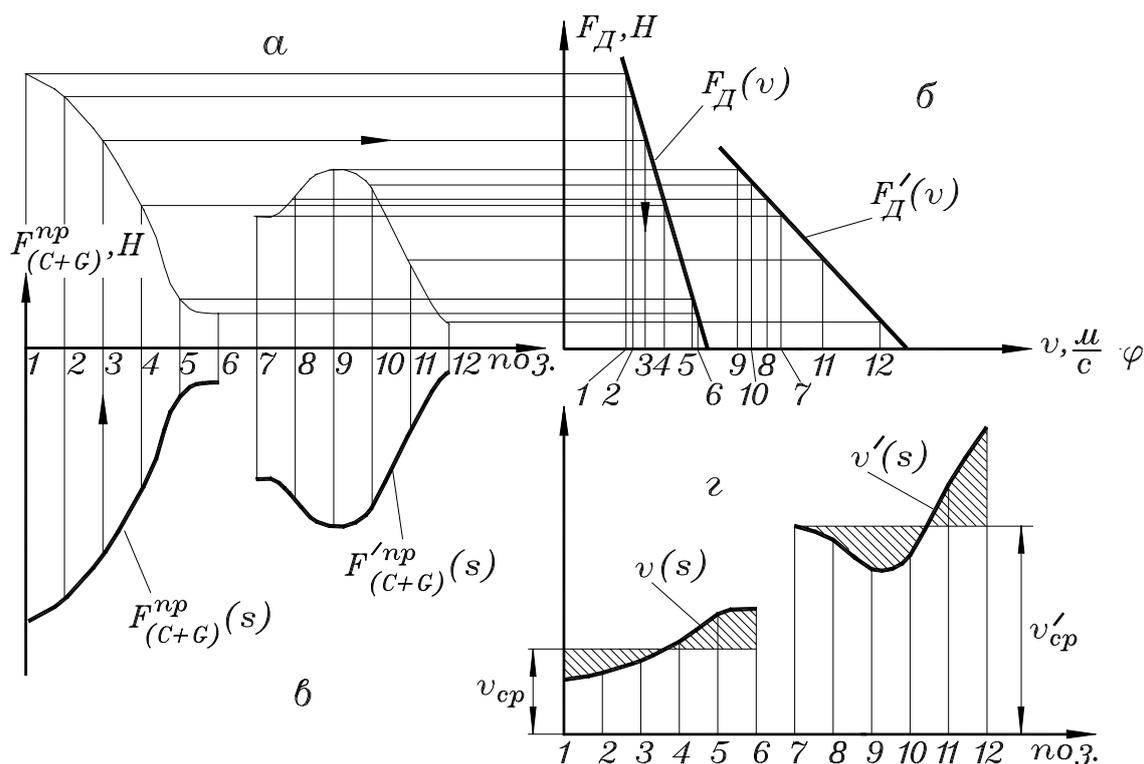


Рис. 8.3.

прямом и обратном ходе (рис. 8.3б). Удобно, чтобы оси абсцисс этих двух графиков были расположены на одной горизонтали. Масштабы осей ординат (масштабы сил) должны быть одинаковыми.

Теперь предстоит построить график скорости динамической модели в зависимости от ее перемещения, используя равенство (8.5). Для

этого в левой верхней части чертежа строим вспомогательные кривые симметричные графикам $F_{(C+G)}^{np}(s)$ и $F'_{(C+G)}(s)$ относительно оси абсцисс (рис. 8.3а). Согласно условию (8.5), в каждом положении динамической модели суммарная сила сопротивления и тяжести равна силе двигателя (гидроцилиндра). Поэтому, из соответствующих точек вспомогательной кривой проводим горизонтали до пересечения с графиками $F_d(v)$ и $F'_d(v)$. Если полученные точки пересечения спроецировать на ось абсцисс, то получим значения скоростей динамической модели, соответствующие ее определенным положениям. На рис. 8.3 линией со стрелками показан ход этой процедуры для позиции 3.

По эти значениям в правой нижней части чертежа строится график зависимости скорости динамической модели от ее перемещения в произвольных масштабах (рис. 8.3г).

На основании описанного графического приема, при линейной характеристике гидро- или пневмоцилиндра, могут быть легко выведены аналитические зависимости для определения скорости динамической модели.

Графики скорости показывают, что в машине с гидро- или пневмоцилиндром скорость динамической модели (или звена привода) в начальном положении не равна нулю, то есть, в момент начала движения она мгновенно приобретает конечную величину. Теоретически это соответствует жесткому удару, который в действительности значительно смягчается благодаря свойствам жидкости, сжатого воздуха, процессам в системе управления и т.д.

Время срабатывания машины с гидро- или пневмоприводом, то есть время перемещения динамической модели (в данном случае, штока гидроцилиндра) из начального положения в конечное, может быть определено графически по методу дифференцирования обратной функции (см. [18], стр. 110-111), или графоаналитически следующим образом. Если найти среднюю скорость динамической модели при ее перемещении на величину хода H , то время этого движения определится из уравнения равномерного движения:

$$t = \frac{H}{V_{cp}} \quad (8.6)$$

Средняя скорость v_{cp} находится из графиков скорости (рис. 8.3г), для чего на них проводятся горизонтальные линии таким образом, чтобы площади, заключенные между ними и осью абсцисс, были равны площадям, заключенным между кривыми $v(s)$ и $v'(s)$ и осью абсцисс. В этом случае будут равны и площади заштрихованных на рис. 8.3г фигур между кривыми и горизонталями. Ординаты проведенных горизонталей и будут являться изображениями средних скоростей. В большинстве случаев проведение горизонталей средней скорости мо-

жет производиться приблизительно, так как время срабатывания в инженерных расчетах не является точной величиной.

Глава 9. Динамика работы машин периодического действия

§9.1. Цикловые возмущения и задачи динамического расчета машин периодического действия

К машинам периодического действия относятся машины, имеющие длительный циклический характер работы. Здесь будет рассмотрена динамика работы таких машин в режиме установившегося движения. В процессе этого движения параметры динамической модели этих машин переменны внутри каждого цикла (напомним, что один цикл функционирования соответствует, как правило, одному обороту главного вала машины). Переменность динамических параметров вызывает цикловое возмущение режима равномерного вращения главного вала машины (а также других валов, кинематически жестко с ним связанных). Переменность приведенного момента сил $M^{пр}(\varphi)$ называется силовым возмущением, а переменность приведенного момента инерции $I^{пр}(\varphi)$ – инерционным возмущением. Источником цикловых возмущений являются, как правило, стержневые и кулачковые механизмы из-за того, что их передаточные отношения меняются внутри каждого цикла. Примерами таких машин могут служить дизель-генераторы, автомобили, зубодолбежные станки, кривошипные прессы, ткацкие станки.

Одной из главных задач динамического расчета таких машин является определение степени неравномерности вращения главного вала машины в результате цикловых возмущений.

§9.2. Неравномерность вращения главного вала машины

Из-за цикловых возмущений главный вал машины вращается неравномерно, то есть величина его угловой скорости не остается постоянной, а колеблется от минимального значения ω_{min} до максимального – ω_{max} вокруг среднего значения ω_{cp} (рис. 9.1а).

Среднее значение угловой скорости будем считать средним арифметическим между минимальным и максимальным:

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} \quad (9.1)$$

Степень неравномерности вращения угловой скорости вала или относительную величину колебаний его угловой скорости удобно оценить при помощи коэффициента неравномерности вращения:

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{cp}} \quad (9.2)$$

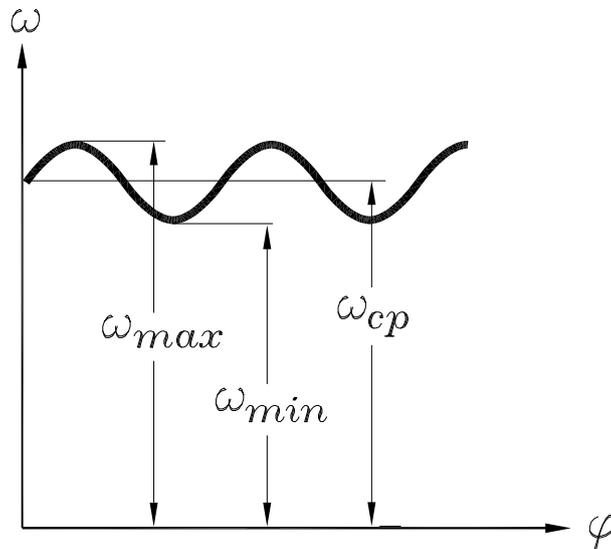


Рис. 9.1.

Существуют практические рекомендации о допустимых значениях коэффициента неравномерности $[\delta]$ для машин различных типов:

- дизель-генераторы	0,01 ÷ 0,008
- металлорежущие станки	0,02 ÷ 0,05
- текстильные машины	0,02 ÷ 0,1
- прессы и ножницы	0,1 ÷ 0,15
- сельхозмашины	0,05 ÷ 0,2

Таким образом, смысл определения степени неравномерности вращения главного вала проектируемой машины сводится к расчету коэффициента неравномерности вращения этого вала и сравнения его с рекомендуемыми или заданными значениями.

Существует несколько методов определения коэффициента неравномерности. Здесь приведем формулу, основанную на методе Мерцалова [13]:

$$\delta = \frac{\Delta(A - T)}{I_{cp}^{np} \omega_{cp}^2}$$

где: $\Delta(A - T)$ – изменение работы внешних сил и кинетической энергии внутри цикла;

I_{cp} – среднее значение приведенного момента инерции;

ω_{cp} – средняя угловая скорость динамической модели.

Подробнее о методе Мерцалова см. [13].

Если рассчитанная величина δ входит в рекомендуемый для данной машины диапазон значений коэффициента неравномерности,

или меньше, чем эти значения, считается, что машина будет работать удовлетворительно. Если же полученная величина больше рекомендуемых значений, необходимы специальные меры для повышения равномерности вращения главного вала машины.

§9.3. Расчет маховика и место его установки

Наиболее универсальным и распространенным способом повышения равномерности вращения является установка маховика. Вращающийся маховик является аккумулятором кинетической энергии. Он выравнивает вращение благодаря своей способности запасать кинетическую энергию при ускорении движения и отдавать ее при замедлении.

Момент инерции маховика I_M , установленного на главный вал машины, определяется по заданному значению коэффициента неравномерности $[\delta]$:

$$I_M = \frac{\Delta(A - T)}{[\delta]\omega_{cp}^2} - I_{cp}^{np}$$

Маховики выполняются из стали и чугуна. Масса, форма и размеры маховика определяются, исходя из значения I_M и конструктивных соображений [13].

При определении размеров маховика нельзя не учитывать механическую характеристику двигателя машины. Практически любой двигатель способен увеличивать свой силовой момент при замедлении вращения и уменьшать его при ускорении. Это свойство называется саморегулированием двигателя.

Чем больше выражено свойство саморегулирования, тем меньше может быть маховик, поскольку часть задачи по выравниванию скорости вращения двигатель берет на себя. Например, если скорость уменьшится, силовой момент двигателя увеличится, препятствуя этому замедлению. Наиболее сильно это свойство выражено у асинхронных электродвигателей, которыми оснащены практически все технологические машины. Поэтому у них маховики или отсутствуют или имеют небольшие размеры.

Несмотря на этот вывод о ненужности маховика для большинства машин с асинхронными двигателями, имеется целый ряд машин, где маховик необходим. В этом случае появляется вопрос о месте установки маховика в кинематической цепи машины.

Динамические расчеты с учетом упругости звеньев показывают, что установка маховика для выравнивания колебаний скорости приводит к росту динамических нагрузок в кинематической цепи между источником возмущений и маховиком и уменьшению динамических нагрузок в остальной части кинематической цепи машины (то есть, за

маховиком). Это утверждение следует из расчета колебательных процессов в кинематической цепи машины и здесь принимается без анализа.

Наиболее упругим, а следовательно, наиболее чувствительным к динамическим нагрузкам участком кинематической цепи является зубчатый передаточный механизм машины (подробнее об этом см. следующую лекцию). Поэтому, маховик должен быть установлен таким образом, чтобы не нагружать, а разгружать передаточный механизм.

На рис. 9.2а показаны две схемы расположения маховика в машине с электродвигателем. Двигатель Д через передаточный механизм ПМ приводит в движение исполнительный механизм ИМ.

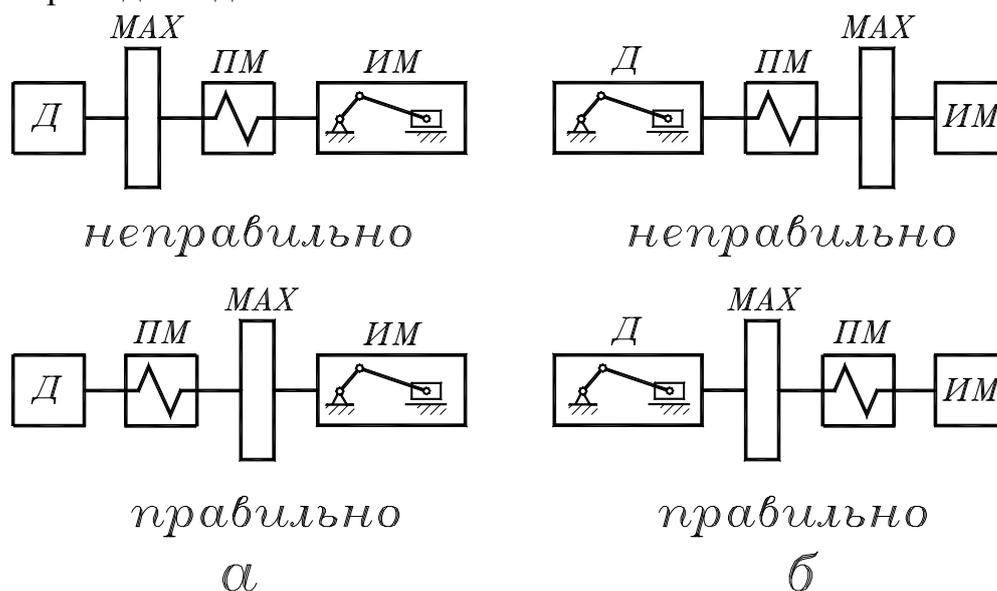


Рис. 9.2.

Передаточный механизм показан в виде пружины, потому что он является наиболее упругим и, следовательно, наиболее чувствительным к динамическим нагрузкам участком кинематической цепи. Исполнительный механизм является источником цикловых возмущений, он показан в виде кривошипно-ползунного механизма, так как в основе конструкций исполнительных механизмов машин периодического действия с электродвигателями находятся, в основном, стержневые механизмы. В верхней схеме передаточный механизм расположен между маховиком и исполнительным механизмом – источником возмущений, то есть, в зоне повышенных динамических нагрузок. Значит, маховик, установленный вблизи двигателя, нагружает передаточный механизм, что отрицательно сказывается на надежности и долговечности машины. Схема не приемлема. Правильной является нижняя схема, где маховик установлен вблизи исполнительного механизма; в этом случае маховик разгружает передаточный зубчатый механизм.

На рис. 9.2б показаны схемы установки маховика в машине с двигателем внутреннего сгорания. В такой машине источником цикловых возмущений является двигатель, поэтому, верхняя схема неверна, так как маховик нагружает передаточный механизм, а верной оказывается нижняя схема, где маховик установлен вблизи двигателя и разгружает передаточный механизм.

Общий вывод, который следует из приведенных примеров, следующий: для уменьшений динамических нагрузок в приводе машины маховик надо устанавливать вблизи источника цикловых возмущений. Для машины с электродвигателем это может быть вал кривошипа исполнительного механизма, а для машин с поршневыми д.в.с. – коленчатый вал д.в.с.

Глава 10. Упругость звеньев и колебания машины на фундаменте

В предыдущих лекциях по динамике машин с жесткими звеньями было сделано допущение, что комплекс механизмов, составляющих машину, представляет собой подвижную систему абсолютно жестких тел, установленную на абсолютно жестком основании. Это было сделано для упрощения физического и математического описания динамических процессов в подвижных системах машин, сведенных к динамическим моделям. После решения этой главной задачи динамики рассмотрим теперь, как влияет реальная упругость звеньев механизмов и реальная упругость фундамента (или подвески) машин на эти динамические процессы.

§10.1. Влияние упругости звеньев машины на динамику ее работы. Защита от перегрузок

При работе машин периодического действия в их кинематических цепях возникают динамические нагрузки, которые при определенных условиях могут достичь величин, опасных для прочности механизмов. В результате того, что звенья машин не абсолютно жесткие, а упругие, под действием цикловых возмущений они подвергаются переменным деформациям, возникают упругие колебания звеньев. Они и вызывают динамические нагрузки, а иногда и перегрузки, снижающие надежность и уменьшающие долговечность машины.

Вопросы влияния упругости звеньев на движение механических систем приводятся в литературе по прикладной теории упругих колебаний, а применительно к машинам они исследованы, например, в работе [9]. В этой лекции рассмотрим только общие положения и результаты этих исследований, используемые при проектировании машин.

Итак, звенья механизмов упруги, то есть, они обладают ограниченной жесткостью. Жесткостью звена называют отношение нагрузки, приложенной к звену, к его деформации. На рис. 10.1 показаны нагрузки и деформации бруса с линейной жесткостью (рис. 10.1а) и вала с крутильной жесткостью (рис. 10.1б).

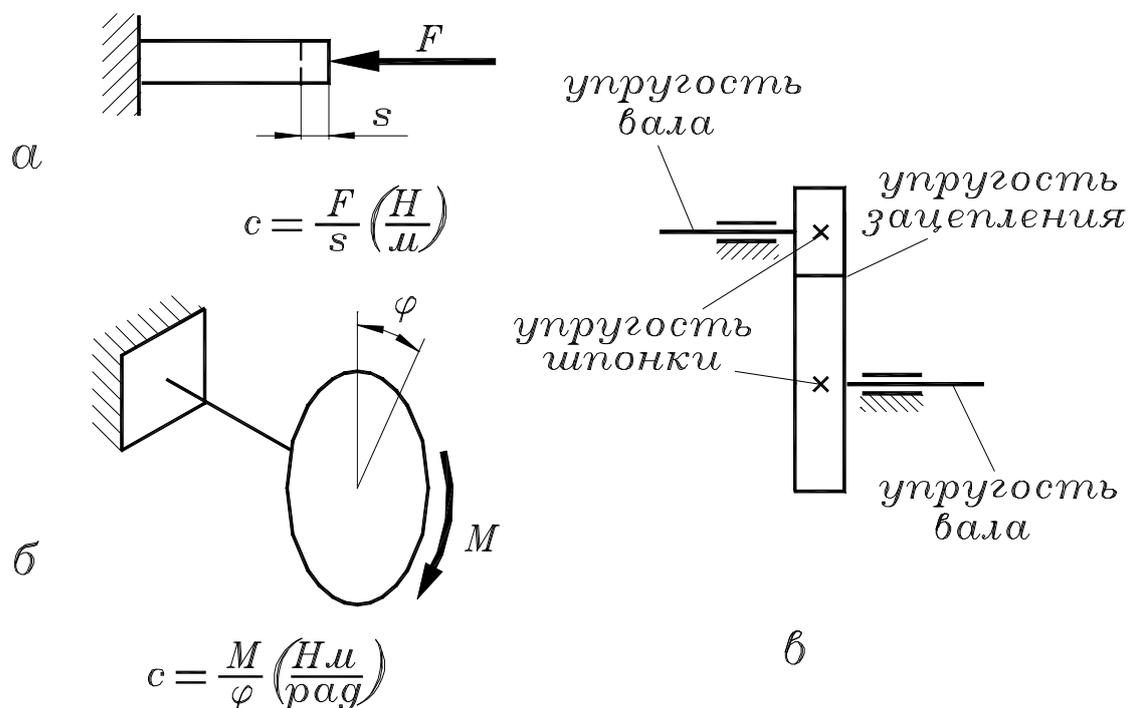


Рис. 10.1.

В предыдущей лекции было сказано, что наиболее чувствительным к динамическим нагрузкам является передаточный механизм, это механизм наиболее упругий (наименее жесткий) из всех механизмов в кинематической цепи машины. Разберемся в этом более подробно. Машина имеет следующие основные механизмы: двигателя, передаточный и исполнительный. Двигатель технологической машины электрический. Его механическая жесткость очень высока, так как он содержит только одно подвижное звено – ротор. В основе конструкции исполнительных механизмов находятся в основном стержневые механизмы. Эти механизмы имеют низшие кинематические пары, в которых контакт звеньев происходит по поверхности. Жесткость таких кинематических пар, а, следовательно, стержневых механизмов, достаточно велика.

Основу конструкции передаточных механизмов составляют зубчатые передачи с высшими кинематическими парами, в которых контакт звеньев происходит теоретически в точке или по линии. Жесткость такого контакта, то есть, высшей кинематической пары, значительно ниже жесткости низшей кинематической пары. Если учесть еще упругость валов и элементов фиксации зубчатых колес на этих валах, то окажется, что общая жесткость зубчатой передачи до-

вольно мала. На рис. 10.1в представлена схема зубчатой передачи с упруго деформируемыми элементами.

Передаточный механизм машины может включать большое количество зубчатых передач и его жесткость будет гораздо ниже жесткости остальных механизмов машины, то есть, он будет представлять собой наиболее податливый участок кинематической цепи машины.

Рассмотрим влияние упругости звеньев на работу машин периодического действия.

Динамическая блок-схема машины периодического действия изображена на рис. 10.2а. Чтобы выделить только динамические процессы, происходящие в передаточном механизме, предполагают, что скорость вращения его вала постоянна, каким бы ни был момент полезного сопротивления M_c . Исполнительный механизм – это источник цикловых возмущений: силового $M_c(\varphi)$ и инерционного $I(\varphi)$. В ходе работы машины в передаточном механизме с жесткостью c возникает силовой момент M .

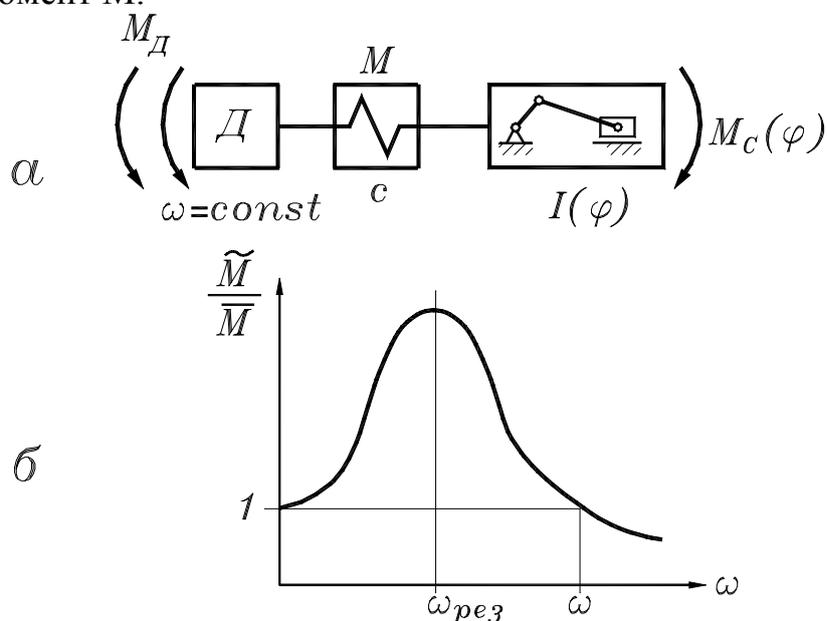


Рис. 10.2.

Если пренебречь упругостью передаточного механизма, то нагружающий его момент M будет равен циклическому моменту, который зависит только от цикловых возмущений:

$$M = \bar{M} = f[M(\varphi); I(\varphi)]$$

где \bar{M} – циклический момент, рассчитанный без учета упругости передаточного механизма.

Если учесть упругость передаточного механизма, то передаваемый момент M будет равен динамическому моменту, который зависит не только от цикловых возмущений, но также от жесткости передаточного механизма и от угловой скорости главного вала машины:

$$M = \tilde{M} = f[M(\varphi); I(\varphi); c; \omega]$$

где \tilde{M} – динамический момент, рассчитанный с учетом жесткости (упругости) передаточного механизма.

В результате математического описания и исследования приведенных выражений получен график, показанный на рис. 10.2б. Этот график называется амплитудно-частотной характеристикой упругой системы машины; он дает возможность изучить связь между моментом в передаточном механизме с одной стороны, его жесткостью и скоростью вращения главного вала – с другой. По оси ординат графика отложено отношение циклового и динамического моментов, а по оси абсцисс – угловая скорость главного вала машины. График показывает, как меняется соотношение моментов при различных скоростях главного вала. Пока скорость вала мала, отношение моментов близко к единице, то есть, динамический момент мало отличается от циклического. По мере увеличения скорости отношение моментов растет, оно достигает своего максимального значения в состоянии резонанса исследуемой упругой системы. Известно, что это состояние наступает при равенстве частоты собственных колебаний упругой системы с частотой вынужденных колебаний, то есть, с частотой внешних нагрузок. В данном случае, внешними нагрузками являются цикловые возмущения, частота которых соответствует угловой скорости главного вала. Известно также, что явление резонанса в рассматриваемом случае отрицательно, так как приводит к значительному увеличению динамических нагрузок; при некоторой условиях динамический момент может превысить циклический в 15 ÷ 20 раз, что может вызвать разрушение наиболее слабых звеньев механизма.

При дальнейшем увеличении скорости главного вала мы попадаем в зарезонансную область (в отличие от дорезонансной), где отношение моментов уменьшается вплоть до единицы (рис. 10.2б). Это состояние наступает при определенном значении угловой скорости:

$$\omega = \sqrt{\frac{2c}{I_{cp}^{пр}}}$$

где: c – приведенная жесткость передаточного механизма;

$I_{cp}^{пр}$ – среднее значение приведенного момента инерции исполнительного механизма.

При дальнейшем увеличении скорости динамический момент продолжает уменьшаться. То есть, если

$$\omega > \sqrt{\frac{2c}{I_{cp}^{пр}}},$$

то динамический момент может стать меньше циклического.

Это заключение не позволяет сделать практического вывода, так как любая машина периодического действия во время установившегося режима работает при вполне определенной угловой скорости главного вала. Чтобы сделать этот практический вывод, найдем необходимое значение жесткости передаточного механизма, при котором динамический момент будет меньше циклического.

Из последнего выражения имеем

$$c < \frac{I_{cp}^{пр} \omega_{cp}^2}{2}$$

В этих условиях динамический момент может быть меньше циклического момента, рассчитанного без учета упругости звеньев передаточного механизма, причем, чем меньше жесткость передаточного механизма, тем меньше динамический момент.

Числовые исследования, проведенные для различных машин периодического действия, показывают, что для достижения указанных условий жесткость передаточного механизма должна быть весьма малой величиной. Однако ясно, что для реального механизма эта величина не может быть произвольно малой, так как его жесткость объясняется необходимой прочностью элементов конструкции (зубчатые колеса, валы и т.д.). Поэтому, в конструкцию приводов машин вводят дополнительные элементы малой жесткости в виде упругих соединительных муфт различных типов или клиноременных передач. Обычно упругую муфту устанавливают между двигателем и передаточным механизмом или между передаточным и исполнительным механизмом, а иногда применяют две муфты сразу.

Упругие муфты (или клиноременные передачи) обеспечивают работу машины в требуемых зарезонансных режимах, защищая передаточные механизмы от перегрузок и опасных крутильных колебаний.

§10.2. Колебания машины на фундаменте. Виброизоляция

Любая машина периодического действия является источником вибраций или механических колебаний. Известно, что вибрации бывают полезные и вредные. Полезные вибрации используются для создания рабочего процесса в некоторых специальных машинах (вибротранспортеры, виброножницы и пр.) и здесь не рассматриваются. Будем изучать вредные колебания (вибрации), которые могут нарушить работу машин и которые поэтому стремятся уменьшить. Хотя, надо сказать, природа и вредных, и полезных колебаний одна и та же.

Причинами вибраций в машинах периодического действия являются неуравновешенности их механизмов. Существует и другая причина, связанная с периодичностью рабочего процесса машин, однако, для упрощения задачи, остановимся только на первой причине,

тем более что методы решения подобных задач и выводы прикладного характера практически одинаковы, независимо от источников колебаний.

Неуравновешенность стержневых и кулачковых механизмов машин заложена в самой конструкции этих механизмов, так как они имеют переменные кинематические и динамические параметры. А именно, при работе таких механизмов центры масс звеньев периодически меняют свое положение относительно стойки, периодическое изменение передаточных отношений приводит к переменности приведенных динамических параметров. Для уменьшения неуравновешенности таких механизмов принимаются специальные меры (установка противовесов, динамических разгрузателей и т.д.), но полное уравновешивание практически невозможно, небольшая часть неуравновешенности остается, не смотря на все принятые меры.

Зубчатые механизмы теоретически уравновешены, так как имеют звенья только роторного типа. Однако эти механизмы также являются источником вибраций или, говорят, источником виброактивности машин. Дело в том, что в результате неточности изготовления центры масс зубчатых колес не совпадают с их центрами вращения, следовательно, возникает неуравновешенность.

Силы инерции всех неуравновешенных звеньев машины вызывают ее колебания на фундаменте. Согласно вышеизложенному, это явление неизбежно в принципе, и должно быть всемерно уменьшено, так как вызывает отрицательные воздействия. А именно, во-первых, вибрации приводят к повышенному износу звеньев в кинематических парах, они могут вызвать перегрузки звеньев и их разрушение; вибрации нарушают рабочий процесс машин, например, снижается качество обработки деталей в технологических машинах. Меры, принимаемые для уменьшения влияния колебаний машины на ее работу, называются виброзащитой машины. Во-вторых, колебания машины через ее фундамент могут передаваться на окружающие ее объекты: здания, сооружения, станки, а также, на людей, обслуживающих машину или просто находящихся на небольшом (а иногда, и на большом) расстоянии от машины. В большинстве случаев эти вибрации нежелательны и, поэтому, также должны быть уменьшены. Меры, принимаемые для уменьшения влияния колебаний машины на ее окружение, называются виброизоляцией машины. Методы виброзащиты и виброизоляции машин идентичны: чтобы уменьшить влияние вибрации, нужно, прежде всего, снизить амплитуду колебаний машины на фундаменте настолько это возможно.

Для того чтобы разобраться в этом вопросе, рассмотрим упрощенную модель колебаний машины на фундаменте. При этом ограничимся неуравновешенностью вращающихся масс и лишь вертикаль-

ными колебаниями машины. Эта модель представлена на рис. 10.3а. Обозначения на рисунке следующие:

m_M – масса неподвижных частей машины (станины, корпуса и пр.);

m – приведенная масса всех вращающихся неуравновешенных звеньев;

e – радиус неуравновешенности (эксцентриситет);

c – жесткость фундамента;

b – коэффициент демпфирования фундамента; он оценивает способность фундамента поглощать энергию колебаний;

x – ось колебаний;

φ – текущее значение угла поворота главного вала машины.

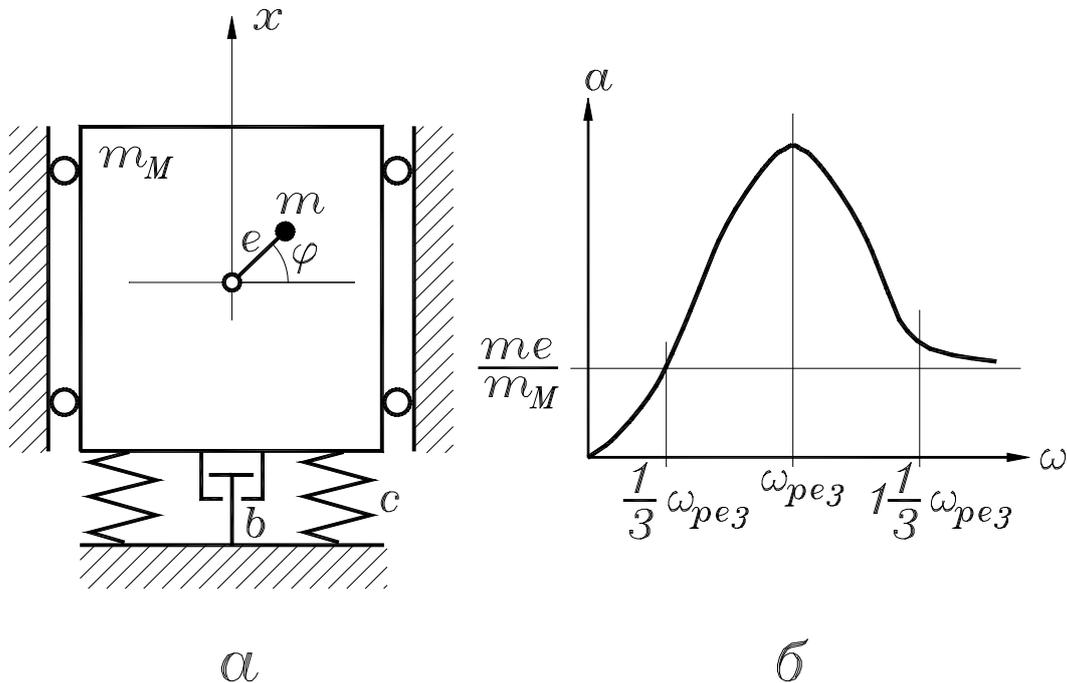


Рис. 10.3.

Масса машины m_M под действием силы инерции неуравновешенной вращающейся массы m совершает вертикальные колебания на упругом основании, состоящем из пружины c и демпфера b . Пружина моделирует упругость фундамента, его способность воспринимать и амортизировать (смягчать) колебания машины. Демпфер b сопротивляется колебаниям машины в результате возникающего в нем сухого или, чаще, вязкого трения; он моделирует диссипативные свойства фундамента, то есть, его свойства рассеивать или поглощать энергию колебаний.

Подробное описание колебательных процессов таких систем приведены в литературе по прикладной теории упругих колебаний [19]. Здесь ограничимся объяснением результирующих уравнений движения и сделанными на основании их анализа практическими выводами.

Поведение машины на фундаменте описывается двумя уравнениями движения: колебательного и вращательного.

$$m_M x'' + b x' + c x = m e \varphi'^2 \sin \varphi + m e \varphi'' \cos \varphi \quad (10.1)$$

$$I^{pp} \varphi'' = M^{pp} + m x'' e \cos \varphi \quad (10.2)$$

Члены уравнения (12.1) имеют следующий физический смысл:

$m_M x''$ – сила инерции колеблющейся системы;

$b x'$ – сила демпфирования (диссипативная сила); это сила, с которой фундамент сопротивляется колебаниям, поглощая их энергию;

$c x$ – сила упругости фундамента;

$m e \varphi'^2 \sin \varphi$ – проекция нормальной силы инерции неуравновешенной массы на ось колебаний;

$m e \varphi'' \cos \varphi$ – проекция тангенциальной силы инерции неуравновешенной массы на ось колебаний.

В уравнении (12.2):

$I^{pp} \varphi''$ – момент от сил инерции вращающейся системы;

M^{pp} – приведенный силовой момент на главном валу машины;

$m x'' e \cos \varphi$ – переносный момент силы инерции неуравновешенной массы на плече e ; эта сила является следствием колебаний машины.

Уравнение (10.1) является уравнением колебательного движения машины на фундаменте, а уравнение (10.2) – уравнением вращательного движения главного вала машины с приведенными динамическими параметрами. Рассмотрение этих уравнений показывает, что причинами, возбуждающими колебание машины на фундаменте, являются силы инерции вращающихся неуравновешенных масс. В свою очередь, эти колебания влияют на вращение главного вала машины, вызывая увеличение требуемой мощности двигателя из-за наличия переносного момента $m x'' e$ (10.2). Об этом феномене будет сказано ниже, а сейчас заметим, что, не смотря на взаимное влияние колебательного и вращательного движений, для анализа колебаний машины на фундаменте достаточно только уравнения (10.1).

Предполагая, что главный вал машины вращается равномерно, а, следовательно, $\varphi = \omega t$ и тангенциальная сила инерции $m e \varphi''$ равна нулю, из уравнения (10.1) получаем:

$$m_M x'' + b x' + c x = m e \omega^2 \sin \omega t$$

Общее решение этого уравнения имеет следующий вид:

$$x = \frac{m e \omega^2 \sin \omega t}{\sqrt{(c + m_M \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}} \quad (10.3)$$

Когда $\varphi = \omega t = \pi/2$ (рис. 10.3а), то перемещение массы m_M будет равно амплитуде колебания $x = a$. Анализируя с учетом этого замечания выражение (10.3), можно получить график зависимости амплитуды колебания машины на фундаменте от угловой скорости ее главного вала – амплитудно-частотную характеристику (рис. 10.3б). По мере роста скорости амплитуда колебаний увеличивается до максимального значения, соответствующего резонансу, когда угловая скорость равна собственной частоте колебаний машины на фундаменте:

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m_M}}$$

Далее, с увеличением скорости, амплитуда уменьшается и кривая $a(\omega)$ асимптотически приближается к горизонтали me/m_M (рис. 10.3б).

График $a(\omega)$ позволяет сделать вывод, что для достижения достаточно малой амплитуды колебаний

$$a \approx \frac{me}{m_M} \quad (10.4)$$

надо обеспечить работу машины в режимах $\omega < 0,3 \omega_{рез}$ в дорезонансной области или $\omega = 1,3 \omega_{рез}$ в зарезонансной области.

Для дорезонансной области соотношение между угловой скоростью и жесткостью имеет вид:

$$\omega < 0,3 \sqrt{\frac{c}{m_M}}$$

Так как машина работает при вполне определенной скорости вращения главного вала, то решим это неравенство относительно жесткости фундамента машины:

$$c > 9m_M \omega^2$$

Согласно этой формуле, жесткость фундамента должна быть очень большой, что практически недостижимо для современных машины с большими массами и высокими скоростями вращения валов. В случаях, когда это достижимо, то почти всегда оказывается экономически нецелесообразным из-за высокой стоимости фундамента.

В этом смысле лучшим вариантом является работа машины в зарезонансной зоне, когда по графику на рис. 10.3б

$$\omega > 1,3 \sqrt{\frac{c}{m_M}}$$

В этом случае

$$c < 0,36 m_M \omega^2,$$

то есть, жесткость фундамента может быть, по крайней мере, в 25 раз ниже, чем при работе в дорезонансной зоне. Практически, вместо фундамента машина устанавливается на специальные фундаментные подушки малой жесткости, обладающие хорошими амортизирующими и демпфирующими свойствами. Эти подушки имеют малые размеры и могут быть различных конструкций в зависимости от массы и назначения машины. Подробнее об этом см. главу 10 в книге [18].

Положение горизонтальной прямой на графике $a(\omega)$ (рис. 10.3б), то есть, минимальное значение амплитуды колебаний машины на фундаменте, определяется по выражению (10.4). Из него следует, что для уменьшения значения минимальной амплитуды колебаний существует две возможности: увеличить массу неподвижных частей машины m_M и уменьшить значение неуравновешенности m_e . Первая возможность не предпочтительна, поскольку она ведет к увеличению расхода материала и возрастанию стоимости машины. Поэтому стремятся реализовать вторую возможность – уменьшить неуравновешенность вращающихся звеньев путем их статической и динамической балансировки, особенно для машин с высокой скоростью вращения главного вала.

В заключение сделаем небольшое замечание относительно влияния колебаний машины на требуемую мощность его двигателя. Речь идет о переносном моменте силы инерции неуравновешенной массы на плече e , точнее, на плече, равном проекции эксцентриситета на линию, перпендикулярную колебаниям, то есть, в данном случае – на горизонталь. Как следует из выражения этого момента (второе слагаемое правой части уравнения (10.2)), его величина периодически изменяется в соответствии с частотой вращения и зависит не только от угла поворота вала, но и от второй производной от перемещения этого вала при колебаниях машины; следовательно, при резонансе величина этого момента может оказаться значительной. На преодоление переносного момента тратится энергия двигателя, то есть, часть своей мощности двигатель затрачивает на поддержание неизбежных колебаний машины на фундаменте. И так как при резонансе энергия этих колебаний значительно возрастает, то для перехода через резонанс при пуске машины двигатель должен обладать достаточным запасом мощности, который и определяется по величине резонансного значения переносного момента. При неучете этого обстоятельства, то есть, если двигатель не обладает достаточным запасом мощности, машина при разгоне не сможет пройти состояние резонанса, так как вся мощность двигателя будет затрачиваться на раскачивание машины в резонансном режиме. Это явление называется эффектом Зоммерфельда и его расчет дается в специальной литературе. Однако справедливости ради, не будем преувеличивать опасность этого эффекта: для боль-

шинства машин требуемое увеличение мощности двигателя не превышает $5 \div 10$ процентов.

Ключевые слова и выражения

1. Динамика машин изучает движение машины под действием внешних сил.

2. Внешние силы – это силы двигателя, полезного сопротивления и тяжести.

4. Механическая характеристика – это зависимость силы от перемещения или скорости точки приложения этой силы.

5. Режим движения машины – это зависимость скорости главного вала или рабочего органа от времени.

6. Коэффициент полезного действия – это отношение работы (мощности) сил полезного сопротивления к работе (мощности) двигателя.

7. Динамическая модель машины это одно воображаемое звено, обладающее динамическими параметрами всей машины.

8. Приведенный момент инерции – это момент инерции, определяемый из равенства кинетических энергий модели и машины.

9. Приведенный силовой момент – это силовой момент, определяемый из равенства мощностей модели и машины.

11. Силовое возмущение – это циклично изменяющаяся величина приведенного силового момента.

12. Инерционное возмущение – это циклично изменяющаяся величина приведенного момента инерции.

13. Маховик – аккумулятор кинетической энергии.

14. Саморегулирование двигателя – это его способность увеличивать момент при замедлении и уменьшать – при ускорении.

15. Коэффициент неравномерности – это частное от деления амплитуды колебания скорости на среднюю скорость вращения главного вала машины.

16. Жесткость звена – это отношение нагрузки на звено к его деформации.

17. Амплитудно-частотная характеристика – это график зависимости амплитуды колебаний от частоты вращения главного вала машины.

18. Звено малой жесткости в приводе машины – это упругая муфта или ременная передача.

19. Амортизирующе-демпфирующие свойства фундамента или подвески машины – это их способность воспринимать и рассеивать энергию колебаний.

Контрольные вопросы

2. Какую работу совершают силы двигателя, полезного сопротивления и тяжести?
4. Назовите динамические типы машин, дайте их определения и примеры.
5. Что такое механические характеристики машин?
6. Какие режимы движения имеют место при работе машин непрерывного, периодического и непериодического действия?
7. В чем состоит разница между коэффициентом полезного действия и коэффициентом потерь?
8. Дайте определение динамической модели машины.
9. С каким звеном обычно кинематически связывается динамическая модель машины периодического и непериодического действия?
10. Из какого условия определяется приведенный момент инерции динамической модели?
11. Из какого условия находится приведенный силовой момент динамической модели?
12. Какой двигатель используется в машинах непериодического действия?
13. Каковы главные параметры механической характеристики гидроцилиндра и пневмоцилиндра?
14. Какова цель динамического расчета машин непериодического действия?
17. Какова главная цель динамического расчета машин периодического действия?
18. Каковы величины коэффициента неравномерности для машин периодического действия различного назначения?
19. Что такое цикловые возмущения?
20. Каким образом маховик способствует выравниванию колебаний угловой скорости главного вала машины?
21. Как влияет механическая характеристика двигателя машины на величину маховика?
22. В каком месте кинематической цепи машины следует установить маховик, чтобы передаточный механизм был разгружен?
25. В какой зоне амплитудно-частотной характеристики должна работать машина периодического действия и почему?
26. Что такое амортизирующе-демпфирующие параметры фундамента стационарной машины или подвески транспортной машины?
27. В какой зоне амплитудно-частотной характеристики должна работать машина для ее виброзащиты и виброизоляции?

Раздел 2. Основы сопротивление материалов

Часть I. Общие положения и основы расчетов на прочность

Глава 11. Общие положения сопротивления материалов

После изучения принципов строения и функционирования машин следует обратиться к вопросам конструкции деталей и узлов машин, то есть придать конкретную форму и размеры схематическим изображениям звеньев и механизмов.

При работе машин, ее детали находятся под воздействием внешних нагрузок. Материал деталей, их форма и размеры должны быть такими, чтобы эти детали были прочными, чтобы они могли противостоять внешним нагрузкам, чтобы материал, из которого сделаны детали, успешно им сопротивлялся, не допуская изменения размеров и формы деталей. В соответствии с этими представлениями, наука о прочности называется «Сопротивление материалов». Эта наука используется в строительстве и в машиностроении, она закладывает теоретические основы расчета конструкций зданий и сооружений и расчета конструкций механизмов и машин. Здесь мы изучим эти основы в объеме, необходимом для изложения следующего раздела курса, посвященного расчетам и конструкции конкретных деталей и узлов машин.

§11.1 Понятия прочности, жесткости и устойчивости. Виды деформаций

При изучении теории механизмов мы предполагаем, что звенья этих механизмов абсолютно жесткие. Главное внимание было обращено на возможные движения звеньев безотносительно от силовых воздействий, могущих привести к их деформациям. Но уже в динамике машин звенья рассматривались как упругие, деформируемые тела, с точки зрения влияния этой упругости на характер движения машины. Здесь же будем рассматривать влияние этих свойств звеньев или деталей на то, как они сопротивляются внешним нагрузкам.

Прежде всего, повторим, что все тела (а в машинах – звенья или детали) являются деформируемыми. Деформация в основном происходит под действием внешних нагрузок (есть и другие причины деформаций, например, тепловые деформации, но здесь об этом говорить не будем). Внешние нагрузки – это силы и силовые моменты, но для упрощения общих формулировок будем говорить только о силах.

Различают деформации упругие и неупругие или пластические. Если после прекращения действия силы тело приобретает первоначальную форму, то деформация является упругой. В противном случае – пластической.

Все звенья (детали) машин должны работать в пределах упругих деформаций. Обеспечение этого и является главной задачей расчета на прочность. Кроме прочности детали или конструкции различают еще жесткость и устойчивость. Дадим самые общие определения этих понятий.

Прочность – это способность звена (детали) выдерживать внешние нагрузки без разрушения.

Жесткость – это способность конструкции или детали сопротивляться нагрузкам в пределах упругих деформаций.

Устойчивость – это способность конструкции или звена сохранять начальную форму равновесия. Имеется в виду начальная расчетная схема внешних сил и деформаций. Примером здесь может служить продольный изгиб стержня. Когда стержень нагружен продольной сжимающей силой, то он испытывает только деформацию сжатия. Если эта расчетная схема сохраняется в пределах заданных нагрузок, то стержень считается устойчивым. Но если стержень под действием продольной силы получит продольный изгиб, то он потеряет начальную форму равновесия: изменится действие силы и вид деформации. Такая конструкция будет неустойчивой.

Исходя из вышесказанного, можно сформулировать, что наука «Сопротивление материалов» изучает инженерные методы расчета элементов сооружений и деталей машин на прочность, жесткость и устойчивость.

Наиболее универсальным и употребительным является расчет на прочность. Правильно рассчитанные на прочность детали машин работают в пределах упругих деформаций. Расчетам на жесткость и устойчивость подвергаются лишь некоторые особо упругие детали и элементы конструкций, например, длинные валы, тонкие стержни, многопролетные балки, работающие в вибрационных режимах. Такие расчеты отнесем к специальным и здесь рассматривать не будем.

§11.2. Внешние и внутренние силы

Рассмотрим сначала внешние силы (силовые моменты). Можно сказать – внешние нагрузки. Нагрузки различают по способу приложения и по характеру воздействия на деталь или конструкцию.

По способу приложения нагрузки подразделяют на сосредоточенные и распределенные.

К сосредоточенным относят силы, которые передаются на деталь или элемент конструкции через площадку небольших размеров

(по сравнению с размерами детали). В расчетной схеме сосредоточенную силу считают приложенной в точке. Сила является векторной величиной, обозначается, как правило, буквой F и измеряется в Ньютонах (Н). Напомним также, что силовой момент (или момент силы) обозначается M (иногда T), измеряется в Нм и имеет два направления: по часовой стрелке и против часовой стрелки.

К распределенным относятся нагрузки, приложенные непрерывно на некоторой длине, площади, или в объеме. На схемах такие нагрузки изображают в виде графиков, показывающих изменение нагрузки по длине, площади, или в объеме. Характеристикой распределенной нагрузки является ее интенсивность q , то есть величина нагрузки, которая приходится на единицу длины, площади, или объема. Нагрузка, распределенная по длине, измеряется, например, в Н/мм, нагрузка, распределенная по площади – в Н/мм² (МПа), а нагрузка, распределенная в объеме – в Н/мм³. Будем пользоваться в основном нагрузками, распределенными по длине и площади.

По характеру воздействия на детали или элементы конструкции нагрузки подразделяют на статические и динамические.

Статические – это неизменные или медленно меняющиеся со временем силы (или моменты). Примером могут служить силы тяжести, силы (моменты) двигателя и силы полезного сопротивления машин непрерывного действия. Динамическими называют нагрузки, непрерывно меняющиеся по какому либо закону. Динамические нагрузки делятся на мгновенно приложенные или ударные и повторно-переменные или периодические. Такие нагрузки возникают в звеньях машин периодического или непериодического действия из-за переменности динамических параметров.

Описанные внешние силы, приложенные к детали, могут изменить ее форму: растянуть, сжать, согнуть и т.д. Материал детали сопротивляется этим внешним воздействиям благодаря наличию внутренних сил межмолекулярных связей. Эти внутренние силы присутствуют и в ненагруженной детали, а при нагружении они возрастают. Мы будем считать, что внутренние силы в ненагруженной детали равны нулю. Будем рассматривать только те внутренние силы, которые возникают в результате внешних нагрузок. Эти внутренние силы являются предметом изучения дисциплины «Сопротивление материалов», так как именно их величина характеризует способность тел сопротивляться внешним воздействиям.

§11.3. Основные гипотезы и допущения

В предыдущем разделе, посвященном теории механизмов и машин, реальные конструкции механизмов и рабочие процессы машин заменялись упрощенными моделями и расчетными схемами. Это де-

лалось для того, чтобы упростить решение инженерных задач, чтобы выделить главное и отбросить второстепенное.

В этом разделе, посвященном основам сопротивления материалов, также предпринимают некоторые упрощения, связанные со свойствами материалов, характером нагрузок и формой тел. Сформулируем эти гипотезы и допущения.

1. О свойствах материалов:

а) материал полностью заполняет объем тела (пустоты отсутствуют) и является однородным;

б) материал изотропен, то есть, его механические свойства одинаковы по всем направлениям.

2. О характере деформаций:

а) деформации малы по сравнению с размерами тел, поэтому изменение их формы не учитывается в результатах расчетов;

б) деформации прямо пропорциональны силам.

3. О форме тел:

а) тела и их элементы имеют три простейшие формы – брус, оболочка и массив.

б) наибольшее распространение в деталях машин имеет брус.

Рассмотрим подробнее брус и его виды.

Брус – это тело, одно измерение которого (длина) значительно превышает два других (рис. 11.1а).

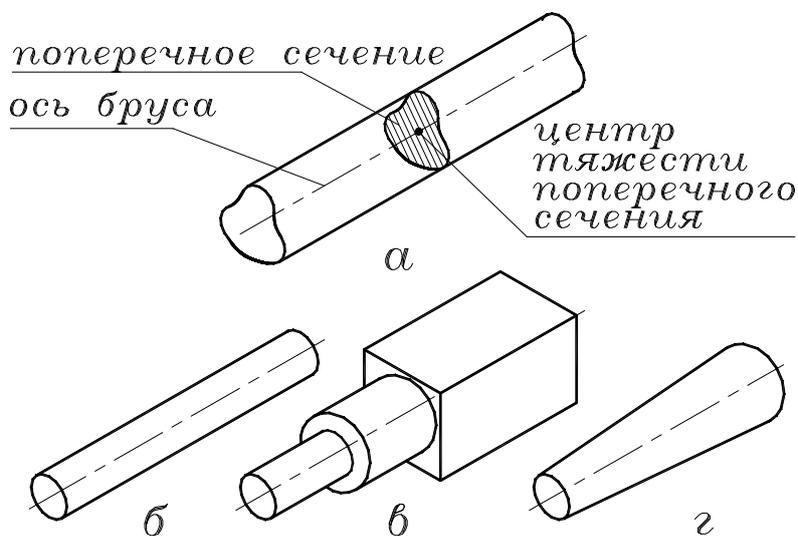


Рис. 11.1.

Основными геометрическими характеристиками бруса являются его ось и поперечное сечение. Ось бруса – это геометрическое место центров тяжести поперечных сечений бруса. Поперечное сечение перпендикулярно оси бруса. Формы поперечных сечений бруса могут быть различными. В зависимости от формы оси брус могут быть прямолинейными, или криволинейными. Большинство брусков ис-

пользуемых в качестве деталей машин – прямолинейны. Различают брусья постоянного сечения по дине (рис. 11.1б), ступенчатые (рис. 11.1б) и с постепенно изменяющимся сечением (рис. 11.1г).

§11.4. Метод сечений. Основные виды деформированных состояний тел

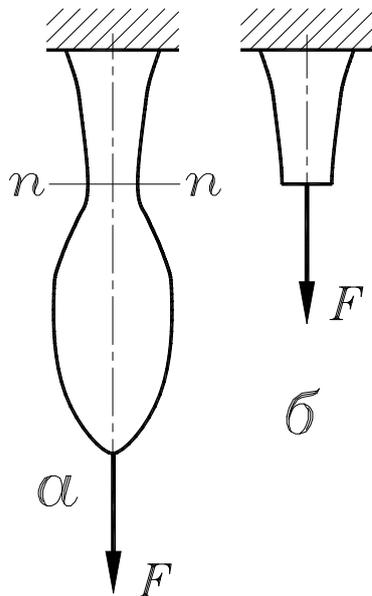


Рис. 11.2

Выше было сказано, что одной из главных целей изучения науки «Сопротивление материалов» является определение внутренних сил в нагруженных телах, так как именно эти силы характеризуют их способность сопротивляться внешним воздействиям. Для определения внутренних сил используется метод сечений. Суть его такова. Реальная картина нагружения тела, например бруса, внешней силой (рис. 11.2а) заменяется расчетной схемой, в которой внешняя сила прикладывается к расчетному сечению бруса, то есть, к тому сечению, в котором и надо определить внутренние силы, а часть бруса между этим сечением и реальной внешней силой отбрасывается (рис. 11.2б). В некоторых случаях удобно отбросить другую часть бруса (между сечением и заделкой), тогда к сечению прикладывается сила, уравнивающая внешнюю силу по условию статики.

В действительности в сечении n-n (рис. 11.2а) будут действовать внутренние силы, но при использовании метода сечений эти внутренние силы представляются внешней силой.

Картины приложенных к расчетным сечениям сил и вызываемые ими деформации называются деформированными состояниями тел. Рассмотрим возможные деформированные состояния брусьев.

Растяжение – брус нагружен продольной растягивающей силой, проходящей вдоль его оси. Эта сила называется нормальной, так как перпендикулярна к поперечному сечению бруса, и обычно обозначается буквой N (рис. 11.3а).

Сжатие – брус нагружен продольной сжимающей силой N .

Брус, работающий на растяжение или сжатие, называется стержнем. Уточним, что на рис. 11.3 показаны части брусьев от заделки до расчетных сечений, к которым, согласно методу сечений, приложены внешние силы.

Срез – на рис. 11.3б показан брус, нагруженный поперечной силой Q . Этот брус работает на срез.

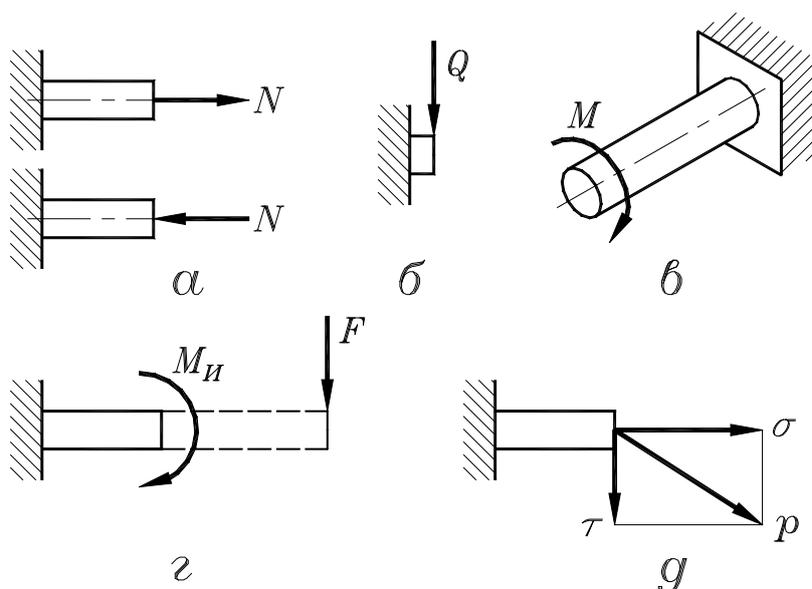


Рис. 11.3.

Кручение – брус на рис. 11.3.в нагружен крутящим моментом M . На кручение обычно работают валы.

Изгиб – брус нагружен изгибающим моментом $M_{и}$. Причиной изгибающего момента обычно является внешняя поперечная сила F , приложенная к отброшенной части бруса. Эта часть показана на рис. 11.3г пунктиром. Брус, работающий на изгиб, называется балкой.

Если в расчетном сечении действует несколько видов сил (обычно две), то это приводит к сложному деформированному состоянию тела (сложному сопротивлению).

§11.5. Понятие о напряжениях и напряженных состояниях

Выше было сказано, что внешняя сила, перенесенная в расчетное сечение бруса, заменяет внутреннюю силу межмолекулярных связей в материале бруса. Эта внутренняя сила является равнодействующей действительных внутренних усилий в каждой точке сечения. Интенсивность распределения сил в сечении бруса называется напряжением. Напряжение является основной расчетной величиной в задачах сопротивления материалов.

Рассмотрим простейший случай растяжения стержня продольной силой, перпендикулярной к площади его поперечного сечения (рис. 11.3а). Если предположить, что интенсивность внутренних сил распределена равномерно по сечению бруса, то напряжение в расчетном сечении определится по формуле:

$$p = \frac{N}{S}$$

где: N – сила в Н;

S – площадь поперечного сечения в мм^2 .

Соответственно этой формуле напряжение измеряется в Н/мм² или МПа. Исходя из этого, можно сформулировать, что напряжение в расчетном сечении бруса в результате его нагружения – это величина внутренней силы, приходящейся на единицу площади этого сечения.

В общем случае внутренние силы могут быть направлены произвольно, а не перпендикулярно к элементарным площадкам сечения, как было рассмотрено выше. Если рассмотреть плоскую двухосную картину сил (а не объемную, трехосную), что соответствует большинству расчетных случаев, то напряжение p может быть разложено на нормальное σ , направленное перпендикулярно к сечению, и тангенциальное или касательное τ , расположенное в плоскости сечения (рис. 11.3д). Так как внутренние силы, то есть напряжения, являются результатом действия внешних нагрузок, то можно сделать вывод о происхождении σ и τ . Нормальное напряжение σ является следствием нормальной силы и изгибающего момента, а тангенциальное напряжение τ – следствием поперечной силы и крутящего момента. Подробнее об этой причинно-следственной связи будет сказано ниже, а пока ограничимся констатацией этого факта.

Внешние нагрузки приводят к деформации тела. Деформация нагруженного тела сопровождается изменением расстояний между его частицами. Внутренние силы, возникающие между частицами, изменяются под действием внешних нагрузок до тех пор, пока не установится равновесие между внешней нагрузкой и внутренними силами сопротивления. Полученное состояние тела называют напряженным состоянием. В общем случае, это состояние характеризуется совокупностью нормальных и касательных напряжений в расчетных сечениях. Различают следующие виды напряженных состояний: линейное (одноосное), плоское (двухосное) и объемное (трехосное). В случае линейного напряженного состояния в расчетном сечении действует только один вид напряжений – нормальное или касательное; при плоском напряженном состоянии эти два вида напряжений действуют вместе (рис. 11.3д); при объемном – одно напряжение нормальное, а два других – касательные, действующие по разным осям. На практике чаще всего имеют место два первых вида напряженного состояния.

Глава 12. Основы расчета на прочность и свойства материалов

§12.1. Основы расчета на прочность

Для обеспечения нормальной работоспособности детали необходимо, чтобы действительные напряжения, возникающие в ее сечениях при работе под нагрузкой, не превышали некоторого безопасно-

го напряжения для того материала, из которого эта деталь изготовлена. Это напряжение называется допускаемым и обозначается $[\sigma]$. Из этого следует, что основой расчета на прочность является сравнение напряжений, возникающих в сечениях детали, с допускаемым напряжением для материала этой детали. Если напряжения в детали при работе под нагрузкой не превышают допускаемого, то обеспечивается достаточная прочность и долговечность детали.

Экспериментально определенные механические характеристики материалов являются достаточно приближенными по многим причинам: неоднородность химического состава материала, погрешности измерительных приборов, субъективные факторы и пр. Поэтому допускаемое напряжение должно быть меньше предельного значения, после которого наступает разрушение:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{np}}{n} \quad (12.1)$$

где: $[\sigma]$ – допускаемое напряжение в МПа;

σ_{np} – предельное напряжение материала в МПа;

n – коэффициент запаса прочности или коэффициент безопасности (иногда обозначается буквой s).

Величина коэффициента безопасности назначается на основе существующего опыта эксплуатации механизмов и машин различного назначения; некоторые подробности этого будут рассмотрены ниже.

Предельные напряжения определяются из механических свойств материалов.

§12.2. Механические свойства материалов

Механические свойства – это способность материалов сопротивляться различного вида нагрузкам. Определение этих способностей производится экспериментально при исследовании деформированных и напряженных состояний образцов, выполненных из определенного материала. В большинстве случаев в таких экспериментах (испытаниях) определяется соотношение между напряжением и деформацией образца.

В зависимости от этого соотношения все конструкционные материалы условно делятся на пластичные, малопластичные и хрупкие. Образцы из пластичных материалов при нагружении допускают значительные деформации без разрушения. К таким материалам относятся малоуглеродистые стали, алюминий, медь. Хрупкие материалы разрушаются уже при незначительных деформациях – это чугун, высокоуглеродистые стали, металлокерамика, стекло, некоторые пластмассы. Малопластичные материалы занимают промежуточное поло-

жение, к ним относятся многие среднеуглеродистые и легированные стали, титан, дюралюминий, бронза.

При испытаниях материалов различают статические и динамические способы приложения нагрузок. При статическом нагружении различают испытания на растяжение, на сжатие, на изгиб, на кручение и на срез. К статическим испытаниям относится также определение твердости поверхности образца. При динамическом нагружении производят испытания образцов на удар (при растяжении, изгибе и кручении) и на усталость. В ряде случаев производится испытание материалов при повышенных температурах, например, если детали из этих материалов должны работать в машинах литейных и кузнечных цехов, или в тепловых двигателях, где температура может достигать 1000°С. К механическим свойствам материалов относится также их способность сопротивляться трению, поэтому материалы и детали машин испытываются также на трение и изнашивание. Все эти испытания происходят в лабораторных условиях на специальных машинах: разрывные машины, твердомеры, маятниковые копры и пр.

Наиболее распространены испытания материалов на статическое растяжение и сжатие, так как они относительно просты и дают результаты, позволяющие с достаточной достоверностью судить о поведении материалов при других видах деформации.

Испытание на растяжение производится статическим нагружением образца на разрывной машине. Форма и размеры образцов стандартизованы. Обычно используется цилиндрический образец, расчетная длина которого l_0 в десять раз превышает его диаметр d_0 (рис. 12.1а). Наиболее распространены образцы с расчетной длиной 100 мм. Эту длину отмечают на образце рисками или кернами.

При растяжении регистрируется нагрузка на образец F и его удлинение Δl . По этим данным строится диаграмма растяжения образца $F(\Delta l)$. Такая диаграмма для образца из малоуглеродистой стали показана на рис. 12.1в.

Оценка механических свойств материала, а не конкретного образца, может быть сделана при помощи диаграммы растяжения в системе координат «напряжение – относительное удлинение». То есть, по вертикальной оси вместо силы F откладывается напряжение

$\sigma = \frac{F}{S}$, где S – площадь поперечного сечения образца до испытаний,

а по горизонтальной оси откладывается относительное удлинение

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$, где l_0 – расчетная длина образца до испытаний. Диаграмма

$\sigma(\varepsilon)$ будет иметь тот же вид, что и диаграмма $F(\Delta l)$, и отличаться от

нее только масштабами (рис. 14.1в). Рассмотрим участки этого графика.

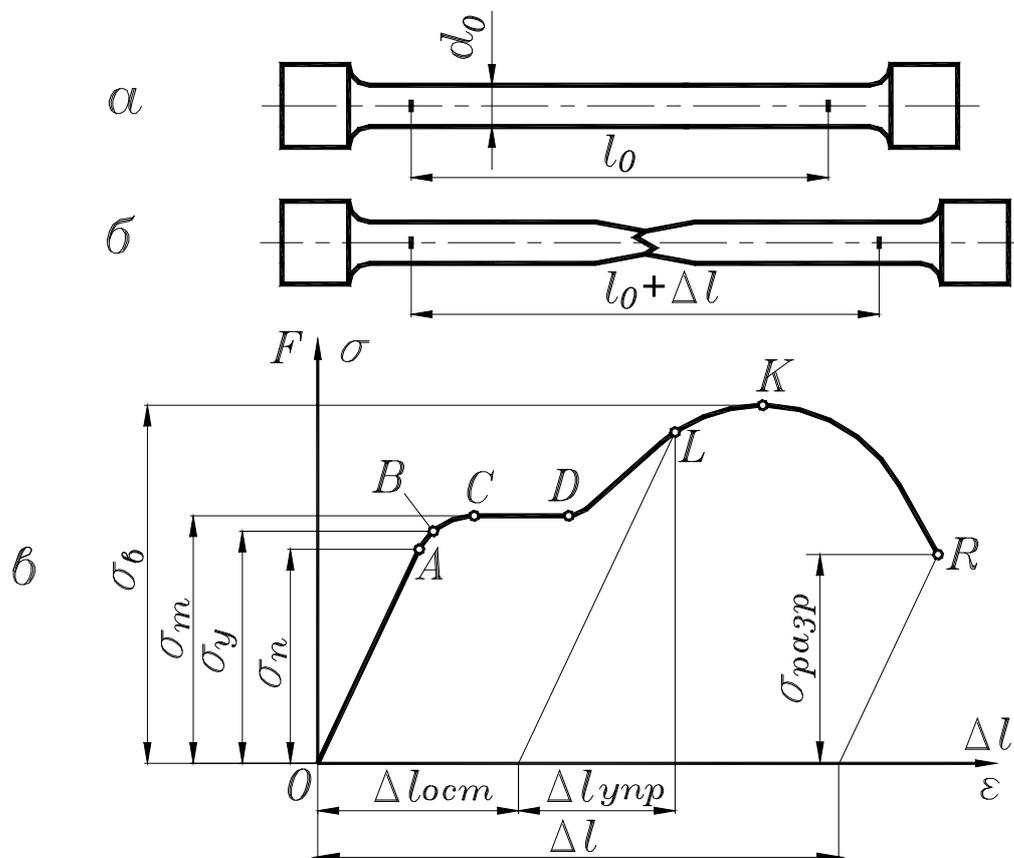


Рис. 12.1.

Прямолинейный участок OA соответствует упругим деформациям материала образца и величина деформации прямо пропорциональна растягивающему усилию.

После точки A график становится криволинейным. До точки B , (участок AB) деформации остаются упругими, то есть при разгрузке образец восстанавливает свою первоначальную форму и размеры, хотя деформации и напряжения не пропорциональны.

На участке BC появляются неупругие деформации. Это значит, что, если нагрузку довести до величины, соответствующей участку BC , а потом эту нагрузку снять, то образец не полностью вернется к своей первоначальной длине, он станет немного длиннее, то есть, появится остаточная деформация.

Участок CD соответствует процессу деформации образца без увеличения внешней нагрузки. Это называется текучестью материала.

На участке DK для дальнейшей деформации образца требуется увеличение нагрузки, образец становится как бы прочнее, чем он был на участке текучести. Поэтому этот участок называется зоной упроч-

нения. Заканчивается этот участок при достижении максимальной нагрузки, воспринимаемой образцом.

Участок KR характеризуется удлинением образца при уменьшающейся нагрузке. При такой деформации образуется шейка, и образец удлиняется в результате ее утонения (рис. 12.1б). В точке R происходит разрушение образца.

Если растягивающую нагрузку снять, не доводя образец до разрушения, например, в точке L (рис. 12.1в), то процесс разгрузки изобразится на графике наклонной прямой, параллельной участку OA . Деформация образца сократится на величину упругой части удлинения $\Delta l_{упр}$, и длина образца станет больше первоначальной на величину остаточной пластической деформации $\Delta l_{ост}$. Аналогично этому, если соединить две части разорванного образца, то его расчетная длина будет больше первоначальной на величину остаточной пластической деформации Δl (рис. 12.1в).

Свойство материала в зоне упрочнения (участок DK диаграммы растяжения) используется на практике для улучшения прочностных характеристик пластичных материалов. Если растянуть образец до состояния внутри зоны упрочнения, а потом нагрузку снять, то при последующих испытаниях можно заметить, что область упругих деформаций увеличилась, но пластичность уменьшилась. Такое изменение механических свойств материала образца при вытяжке его за участком текучести называется наклепом. Упрочнение стали при помощи наклепа используют при изготовлении проволочных канатов (тросов) и грузовых цепей. Для придания медным и стальным листам и полосам упругих свойств и твердости их подвергают прокатке или ковке (расклепке) в холодном состоянии (отсюда и произошел термин «наклеп»).

Испытание на сжатие производится в основном для хрупких материалов, в частности, для чугуна. Пластичные материалы не дают разрушения при сжатии, и определить их прочностные характеристики практически не возможно. Диаметр образцов колеблется от 10 до 25 мм, а длина равна диаметру. Испытания производятся на специальных прессах и строятся диаграммы «сила – деформация», позволяющие судить о свойствах материала.

Испытания на усталость. Под усталостью понимают постепенное разрушение материала при большом числе повторно-переменных (циклических) напряжений, а способность материала выдерживать эти напряжения без разрушения называется выносливостью. Обычно производятся испытания образцов материалов при циклических изгибающих напряжениях на специальных машинах. Напряжения меняются по синусоидальному закону и могут быть пульсирующими (отнулевыми), когда изгиб происходит только в одну сторону, или знакопеременными, когда образец гнется в разные стороны.

Характер разрушения материала от воздействия на него таких циклических нагрузок существенно отличается от характера разрушения при статических нагрузках. Разрушение начинается обычно с образования микротрещин, которые постепенно увеличиваются и уменьшают площадь поперечного сечения детали. Разрушение происходит внезапно, когда площадь сечения уменьшится настолько, что не может выдержать заданной нагрузки. На поверхности излома различимы две характерные зоны: зона постепенного разрушения от развития трещин (с гладкой поверхностью) и зона внезапного разрушения (с крупнозернистой поверхностью хрупкого излома).

В результате испытаний на усталость строится график зависимости величины напряжения от числа циклов до излома образца. При испытании стальных образцов число циклов меняется в зависимости от напряжения от одного до ста миллионов.

Определение твердости. Твердость – это способность материала сопротивляться механическому проникновению в него другого тела. Твердость определяют по методам Бринеля и Роквелла. Материалы относительно невысокой твердости подвергают испытанию по Бринелю при помощи вдавливания твердого шарика в испытуемый материал. При испытании по Роквеллу (для более твердых материалов) в материал вдавливают острый алмазный наконечник. По величинам поверхностей лунок, оставшихся после вдавливания, или по глубине вдавливания можно судить о твердости материала, которая оценивается в специальных единицах (см. ниже).

§12.3. Расчет механических характеристик материалов по опытным данным

Диаграмма растяжения служит для расчета основных механических характеристик материала. Таких характеристик четыре.

1. Предел пропорциональности – это отношение растягивающего усилия F_A в точке А диаграммы (рис. 12.1в) к первоначальной площади поперечного сечения стержня S_0 :

$$\sigma_{\Pi} = \frac{F_A}{S_0}$$

2. Предел упругости – отношение растягивающей силы F_B в точке В диаграммы к первоначальной площади поперечного сечения стержня:

$$\sigma_{\text{У}} = \frac{F_B}{S_0}$$

Предел упругости – такое напряжение, при котором величина относительной остаточной деформации не превышает 0,005 %. Можно

сказать, что предел упругости соответствует такому наибольшему напряжению, до которого материал сохраняет свои упругие свойства. Для многих материалов разность между пределом пропорциональности и пределом упругости невелика, и на практике между ними обычно различия не делают.

3. Предел текучести – это отношение растягивающей силы F_C в точке С диаграммы к первоначальной площади сечения стержня:

$$\sigma_T = \frac{F_C}{S_0}$$

Предел текучести – такое напряжение, при котором происходит рост деформации без увеличения нагрузки.

4. Предел прочности или временное сопротивление – это отношение наибольшей растягивающей силы F_{max} в точке R диаграммы к первоначальной площади поперечного сечения стержня:

$$\sigma_B = \frac{F_{max}}{S_0}$$

Предел прочности соответствует максимальному напряжению, возникающему в образце до его разрушения.

Кроме этих четырех основных характеристик, по диаграмме растяжения рассчитывают также относительное остаточное удлинение образца и его относительно остаточное сужение при разрыве.

Результатом испытания на усталость по изгибу является предел выносливости материала. Это такое переменное напряжение, которое материал может выдержать в течение N_0 циклов. Для цветных металлов и закаленных сталей $N_0 = 10^8$. При отнулевом цикле напряжений предел выносливости обозначается σ_0 , при знакопеременном – σ_{-1} (индекс при букве «сигма» называется коэффициентом асимметрии цикла напряжений – отношением наименьшего напряжения к наибольшему, взятым с алгебраическим знаком). Многочисленные опыты показали, что предел выносливости может быть определен приближенно в зависимости от предела прочности материала:

- для конструкционной углеродистой стали $\sigma_{-1} = (0,4 \div 0,45)\sigma_B$;
- для чугуна $\sigma_{-1} = 0,4\sigma_B$;
- для цветных металлов $\sigma_{-1} = (0,24 \div 0,5)\sigma_B$.

Твердость материалов определяется при вдавливании в поверхность образцов твердых металлических шариков или алмазных наконечников. Для материалов относительно невысокой твердости это происходит по методу Бринеля на специальных машинах путем вдавливания твердого стального шарика, чаще всего, диаметром 10 мм. Величина твердости рассчитывается по специальным таблицам в зависимости от силы вдавливания и диаметра сферического отпечатка (лунки) на поверхности образца. Эта твердость выражается в услов-

ных единицах и обозначается заглавными латинскими буквами НВ. Для более твердых материалов используется метод Роквелла, при котором в поверхность образца вдавливаются алмазный конус с углом 120° при вершине. О твердости судят по глубине вдавливания при определенной силе, выражают ее в условных единицах и обозначают заглавными латинскими буквами HRC.

§12.4. Механические характеристики и допускаемые напряжения материалов, используемых в машинах

Величины механических характеристик основных конструкционных материалов приведены в справочниках по деталям машин. В этих справочниках, в частности, показано, что механические характеристики зависят не только от химического состава материала, но и от технологии его получения. Например, приводятся механические характеристики сталей при различных формах выпуска и способах их производства: литье,ковка,штамповка,листы,полосы,прутки,проволока,полученныегорячейилихолоднойпрокаткойит.д.

Здесь приведем некоторые механические характеристики наиболее употребительных материалов, используемых в деталях машин (стали, чугуны, бронзы, алюминиевые сплавы, пластмассы).

Главными характеристиками сталей являются предел прочности, предел текучести и твердость. В таблице 12.1 приведены эти значения для качественной конструкционной углеродистой сортовой стали. Эта сталь поставляется в виде прутков диаметром до 200 мм, подвергнутым нормализации (термическая обработка для улучшения свойств). Используется для изготовления валов, зубчатых колес, кулачков и других деталей.

Таблица 12.1.

Марка стали	Сталь 20	Сталь 30	Сталь 40	Сталь 50
σ_B , МПа	420	500	580	640
σ_T , МПа	250	300	340	380
Твердость НВ	160	180	220	240

Главными характеристиками чугунов являются предел прочности при растяжении, при изгибе и твердость. В таблице 12.2 даны эти значения для серого чугуна, используемого в основном для корпусных деталей, изготавливаемых литьем.

Таблица 12.2.

Марка чугуна		СЧ 12-28	СЧ 18-36	СЧ 24-44
σ_B , МПа	при растяжении	120	180	240

	при изгибе	280	360	440
Твердость НВ		140 ÷ 220	170 ÷ 230	170 ÷ 240

Бронзы используются в машинах в основном как антифрикционный материал в подшипниках скольжения. В таблице 12.3. даны механические характеристики наиболее употребительных бронз, поставляемых в виде холоднотянутых прутков.

Таблица 12.3.

Марка бронзы	Бр. ОЦ 4-3	Бр. ОЦС 6-6-3	Бр. ОФ 6,5-0,4
σ_B , МПа	400	500	650
Твердость НВ	150 ÷ 170	160 ÷ 180	170 ÷ 200

Среди алюминиевых сплавов большое распространение имеет дюралюминий, в частности, широко используемый в самолетостроении. В таблице 12.4 приведены механические характеристики наиболее употребительных сплавов, поставляемых в виде листов, профилей и труб.

Таблица 12.4.

Марка алюминиевого сплава	Д16Т	В95Т1
σ_B , МПа	470	600
Твердость НВ	105	140

Пластмассы используются в машинах в качестве антифрикционного, изоляционного, декоративного материала, а также для облегчения конструкции при малых нагрузках. Поставляются, в основном, в виде листов различной толщины (таблица 12.5).

Таблица 12.5.

Марка пластмассы		Текстолит	Винипласт	Оргстекло
σ_B , МПа	при растяжении	100	40 ÷ 60	45
	при сжатии	220	100	75
	при изгибе	160	90	60
Твердость НВ		35	13	7 ÷ 12

Выше было сказано, что для нормальной работы детали в машине напряжения, возникающие в этой детали, не должны превышать некоторого безопасного значения, называемого допускаемым напряжением. Это напряжение определяется по формуле (12.1) как отношение предельного напряжения материала в запасу прочности. В качестве исходной величины для определения предельных напряжений выбирают одну из механических характеристик: для пластичных материалов при статическом нагружении – предел текучести, для хруп-

ких материалов при статическом нагружении – предел прочности, для любых материалов при циклическом нагружении – предел выносливости.

Величина запаса прочности (коэффициента безопасности) определяется на основе существующего опыта эксплуатации различных машин. Обычно эта величина колеблется от 1,2 до 3 в зависимости от точности расчетной схемы и требований к габаритам и массе конструкции. Чем более жесткие эти требования, тем выше должна быть точность расчетов на прочность; величина коэффициента безопасности при этом невелика. В основном это относится к расчетам на прочность деталей летательных аппаратов.

При невысокой требуемой точности расчетов пользуются величинами допускаемых напряжений, приведенных в справочных таблицах и рассчитанных при некоторых средних значениях коэффициента безопасности по формуле (12.1).

Ключевые слова и выражения

1. Прочность – это способность звена (детали) выдерживать внешние нагрузки без разрушения.

2. Жесткость – это способность конструкции или детали сопротивляться нагрузкам в пределах упругих деформаций.

3. Устойчивость – это способность конструкции или звена сохранять начальную форму равновесия.

4. Статические нагрузки – это неизменные или медленно меняющиеся со временем силы (или силовые моменты).

5. Динамические нагрузки – это нагрузки, непрерывно меняющиеся по какому либо закону.

6. Брус – это тело, одно измерение которого (длина) значительно превышает два других.

7. Брус, работающий на растяжение или сжатие, называется стержнем.

8. Брус, работающий на изгиб, называется балкой.

9. Брус, работающей на кручение, называется валом.

11. Напряжение – это интенсивность распределения сил в сечении бруса.

11. Напряженное состояние – это состояние равновесия между внешней нагрузкой и внутренними силами сопротивления.

12. Механические свойства – это способность материалов сопротивляться различного вида нагрузкам.

13. Механические характеристики – это числовые показатели способности материалов к сопротивлению нагрузкам.

14. Текучесть – это способность материала к деформации без увеличения внешней нагрузки.

15. Наклеп – это упрочнение материала при его деформации за пределом текучести.

16. Усталость – это постепенное разрушение материала при большом числе повторно-переменных (циклических) напряжений.

17. Выносливость – это способность материала выдерживать циклические напряжения без разрушения.

18. Твердость характеризует способность материала сопротивляться механическому проникновению в него другого тела.

19. Предел упругости – такое напряжение, при котором величина относительной остаточной деформации не превышает 0,005 %.

20. Предел текучести – такое напряжение, при котором происходит рост деформации без увеличения нагрузки.

21. Предел прочности соответствует максимальному напряжению, возникающему в образце до его разрушения.

22. Основой расчета на прочность является сравнение напряжений, возникающих в сечениях детали, с допускаемым напряжением для материала этой детали.

Контрольные вопросы

1. Что изучает наука «Сопротивление материалов»?
2. Сформулируйте понятия о прочности, жесткости и устойчивости.
3. В чем состоит сходство и различие стержня, балки и вала?
4. Изложите суть метода сечений.
5. Что такое деформированное состояние тела?
6. Каковы гипотезы и допущения, используемые при рассмотрении деформированных состояний тел?
7. Что такое напряжение и как определяется его величина в расчетном сечении бруса?
8. Чем характеризуется напряженное состояние тела?
9. В чем заключается смысл расчета детали на прочность?
10. Что такое допускаемое напряжение?
11. В чем разница между механическими свойствами и механическими характеристиками материалов?
12. Каким испытаниям подвергаются материалы для определения их механических свойств?
13. В чем разница между пределом пропорциональности и пределом упругости?
14. Как можно осуществить упрочнение материала при его деформации?
15. Дайте определение усталости и выносливости материала.
16. Как определяется твердость материала?
17. Каковы главные механические характеристики сталей?

18. Как определяется допускаемое напряжение материалов?

Часть II. Простые напряженные состояния

Глава 13. Растяжение, сдвиг, срез и кручение

§13.1. Растяжение. Закон Гука при растяжении. Расчет на прочность

Если круглый стержень, нагрузить двумя равными по величине и противоположно направленными вдоль его продольной оси силами F , то он получит деформацию растяжения, которая приведет к увеличению длины и уменьшению диаметра стержня (рис. 13.1).

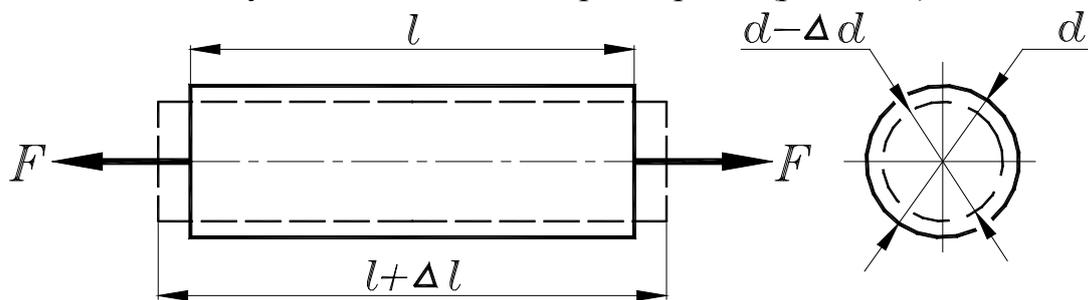


Рис. 13.1.

Первоначальная длина l увеличится на величину Δl , которая называется абсолютным удлинением, а первоначальный диаметр d стержня уменьшится на величину Δd , называемую абсолютным поперечным укорочением.

Более общей характеристикой деформированного состояния стержня являются относительные величины:

- относительная продольная деформация $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$;
- относительная поперечная деформация $\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}$.

Многочисленные эксперименты показали, что величины продольной и поперечной деформации пропорциональны друг другу:

$$|\varepsilon'| = \mu |\varepsilon|$$

Коэффициент пропорциональности μ называется коэффициентом Пуассона. Таким образом, коэффициент Пуассона – это отношение абсолютных значений поперечной и продольной деформации при растяжении образца:

$$\mu = \frac{|\varepsilon'|}{|\varepsilon|} \quad (13.1)$$

Значения этого коэффициента, используемые во многих расчетах на прочность, определяются опытным путем для различных материалов. Вот некоторые значения:

- для пробки $\mu \approx 0$;
- для резины $\mu \approx 0,5$;
- для алюминиевых сплавов $\mu = 0,32 \div 0,36$;
- для стали $\mu = 0,25 \div 0,33$.

Если вектор силы перпендикулярен поперечному сечению стержня, то в этом сечении возникает нормальное напряжение:

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

Экспериментально установлено, что в пределах малых деформаций для пластичных материалов имеет место прямая пропорциональная зависимость между напряжениями и деформациями. Эта зависимость носит название закона Гука:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (13.2)$$

Коэффициент пропорциональности E называется модулем продольной упругости, или модулем упругости первого рода, или модулем Юнга. Сформулируем еще раз закон Гука – в пределах упругих деформаций напряжения прямо пропорциональны деформациям.

Модуль продольной упругости характеризует способность материала сопротивляться упругой деформации при растяжении (и сжатии). Можно сказать, что модуль продольной упругости характеризует жесткость материала при растяжении. В таблице 13.1 приведены значения модуля продольной упругости для некоторых материалов.

Таблица 13.1.

Материал	E , МПа
Стали всех марок	$2,1 \cdot 10^5$
Бронза оловянная	$1,2 \cdot 10^5$
Алюминиевые сплавы	$0,75 \cdot 10^5$
Стеклопластики	$(0,18 \div 0,4) \cdot 10^5$

Чугун не является пластичным материалом, поэтому его модуль упругости является условной величиной, однако, пригодной для расчетов: $E = 0,9 \cdot 10^5$ МПа.

В одной из принятых гипотез нашего курса было сказано, что при расчетах на прочность, точнее, в результатах этих расчетов деформации тел не учитываются. Деформации тел, здесь и в дальнейшем, будем учитывать только для вывода расчетных зависимостей

между внешними силами, размерами сечений тел и напряжениями. Такие зависимости называются условиями прочности.

При растяжении стержня напряжения определяются методом плоских сечений, то есть, поперечных сечений стержня. Считаем, что эти сечения при растяжении стержня не деформируются и внутренние силы распределяются по сечению равномерно. Если напряжения в разных сечениях стержня неодинаковы из-за разных размеров сечений, то строится эпюра напряжений.

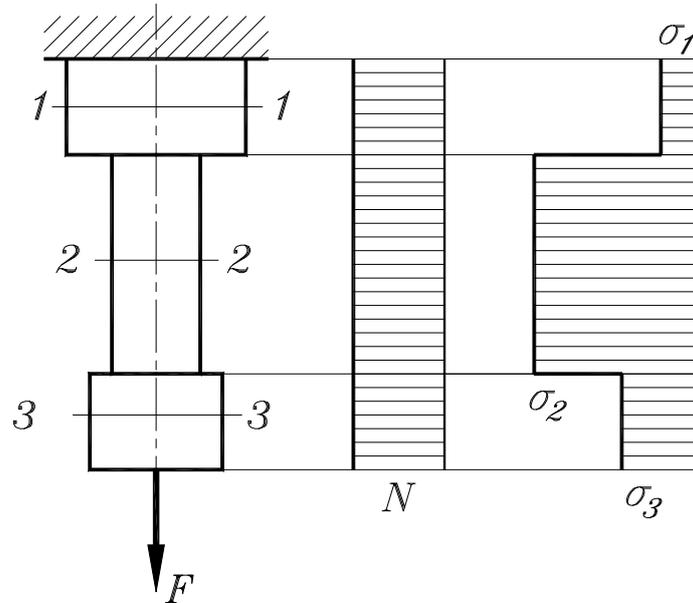


Рис. 13.2.

На рис. 13.2 показан ступенчатый стержень, нагруженный продольной растягивающей силой F . В сечениях 1-1, 2-2 и 3-3 внутренние силы N одинаковы, что показывает эпюра этой силы. Нормальные напряжения в этих сечениях $\sigma = N/S$ различны, так как площади указанных сечений не одинаковы. Эпюра нормальных напряжений показана на рисунке справа.

Прочность стержня будет обеспечена, если максимальное напряжение в нем (говорят, напряжение в опасном сечении, в данном случае, в сечении 2-2) не превышает допускаемого напряжения для материала стержня. Условие прочности запишется так:

$$\sigma = \frac{N}{S} \leq [\sigma] \quad (13.3)$$

Напомним, что допускаемое напряжение $[\sigma]$ рассчитывается из механических характеристик материала – предела текучести σ_T , предела прочности σ_B или предела выносливости σ_{-1} – с учетом коэффициента безопасности, значение которого зависит от многих факторов: материала, термообработки, вида нагружения, требуемой точности расчетов и пр.

Расчетам на растяжение подвергаются шатуны стержневых механизмов.

§13.2. Срез. Закон Гука при срезе. Расчет на срез

Если на грани элементарного объема бруса действуют только касательные напряжения, то такое напряженное состояние называется чистым сдвигом. Это состояние показано на рис. 13.3а – к брусу приложены поперечные, равные и противоположно направленные силы Q , действующие близко друг от друга. При достаточной величине этих сил произойдет срез – отделение нижней части бруса от верхней.

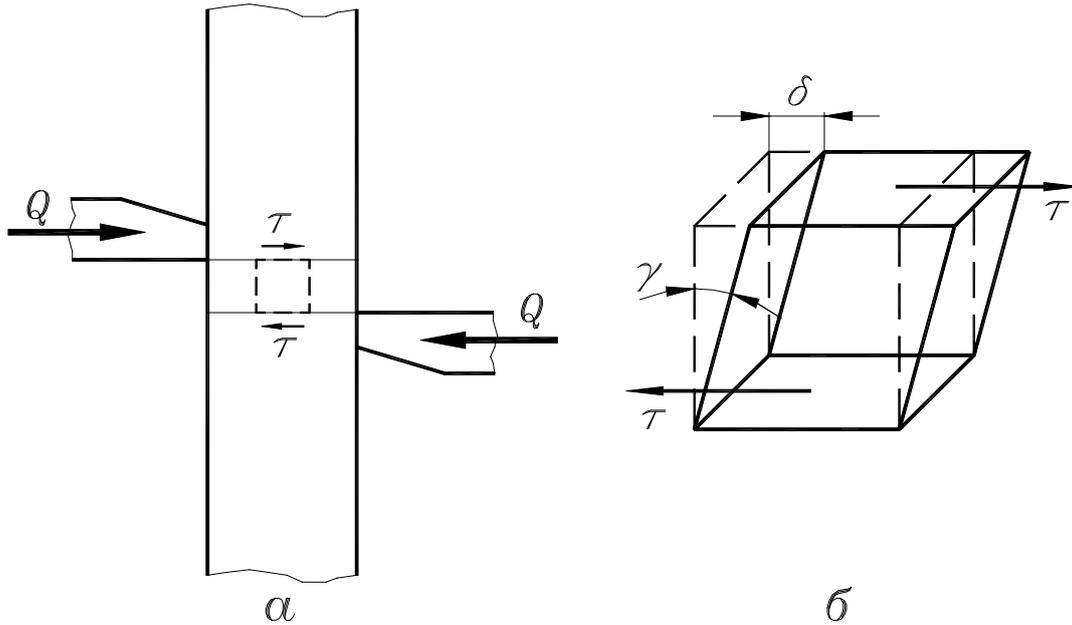


Рис. 13.3.

Перед срезом происходит перекашивание прямых углов параллелепипеда элементарного объема (рис. 15.3б). Такая деформация называется сдвигом. На гранях параллелепипеда возникают касательные напряжения, величина которых определяется по формуле:

$$\tau = \frac{Q}{S} \quad (13.4)$$

где S – площадь поперечного сечения бруса.

Деформацию параллелепипеда элементарного объема характеризует величина абсолютного сдвига δ и угол сдвига γ , представляющий относительную деформацию при сдвиге.

Закон Гука при сдвиге выражается так: в пределах упругих деформаций касательные напряжения пропорциональны углу сдвига:

$$\tau = G \gamma \quad (13.5)$$

Коэффициент пропорциональности G – это модуль упругости при сдвиге. Его называют еще модулем сдвига или модулем упруго-

сти второго рода. Его величина характеризует жесткость материала при сдвиге. Величину модуля сдвига можно определить, зная модуль продольной упругости E и коэффициент Пуассона μ для материала бруса:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (13.6)$$

Напряженное состояние чистого сдвига учитывается при расчетах на срез и кручение.

Примером расчета на срез может служить расчет штифтового соединения двух деталей, нагруженных силами Q (рис. 13.4).

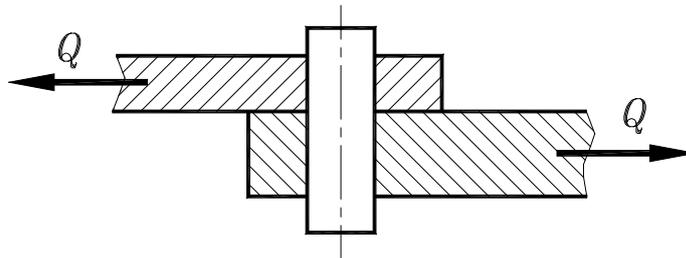


Рис. 13.4.

При расчете действуют следующие допущения:

- а) в поперечном сечении штифта действует только поперечная сила;
- б) касательные напряжения распространены равномерно по сечению.

Условие прочности выглядит так:

$$\tau_{ср} = \frac{Q}{S_{ср}} \leq [\tau_{ср}] \quad (13.7)$$

где: $\tau_{ср}$ – напряжение среза в сечении штифта;

$S_{ср}$ – площадь сечения;

$[\tau_{ср}]$ – допускаемое напряжение среза.

§13.3. Кручение. Напряженное состояние и условие прочности

Напомним, что брус, работающий на кручение, называется валом. Вал деформируется под действием только одного силового фактора – крутящего момента. Напряженным состоянием при кручении является сдвиг элементарных площадок.

Рассмотрим элемент вала с радиусом r и длиной dx , один конец которого закреплен неподвижно, а другой нагружен крутящим моментом M_k (рис. 13.5а).

Под действием крутящего момента элемент вала закрутится, в результате чего сечение, к которому этот крутящий момент приложен,

повернется на абсолютный угол закручивания $d\varphi$, а образующая цилиндра вала повернется на угол сдвига γ . Этим углам соответствует дуга закручивания, ее величину можно определить по r и $d\varphi$, а также по γ и dx , то есть:

$$r d\varphi = \gamma dx$$

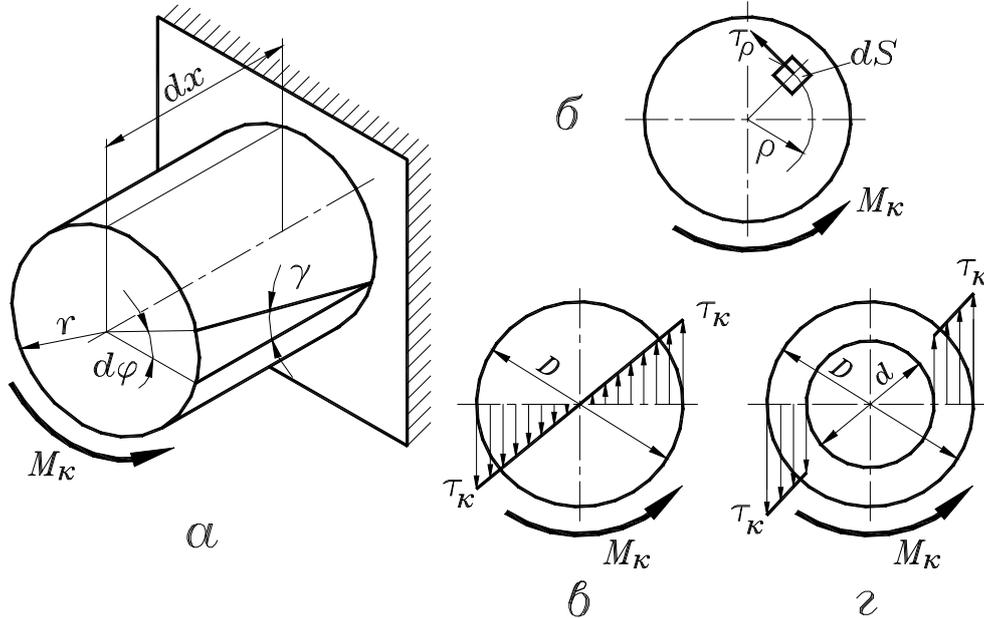


Рис. 13.5.

Отсюда угол сдвига:

$$\gamma = \frac{d\varphi}{dx} r \quad (13.8)$$

Величина $d\varphi/dx$ называется относительным углом закручивания, обозначается φ_0 и характеризует рассматриваемое деформированное состояние. То есть можно записать:

$$\gamma = \varphi_0 r \quad (13.9)$$

Чтобы узнать величину касательного напряжения τ_k в материале элемента вала на дуге закручивания, применим закон Гука при сдвиге (13.5):

$$\tau_k = G \varphi_0 r \quad (13.10)$$

Характер распределения касательных напряжений по диаметру вала узнаем, выделив внутри него призматический элемент, подобно тому, как это было сделано при рассмотрении чистого сдвига (рис. 13.3). Этот элемент расположен на расстоянии ρ от оси вала и имеет площадь грани ds (рис. 13.5б). Согласно (15.10), касательное напряжение на грани этого призматического элемента:

$$\tau_\rho = G \varphi_0 \rho \quad (13.11)$$

Исходя из этого выражения, можно сделать вывод, что касательные напряжения в сечении вала пропорциональны радиусу: $\tau_{\min} = 0$ при $\rho = 0$ и $\tau_{\max} = G \varphi_0 r$ при $\rho = r$. Можно сказать, что касательные напряжения внутри вала меняются по закону прямой линии пропорционально расстоянию от оси вращения. В центре поперечного сечения вала напряжение равно нулю, на поверхности вала оно максимально (τ_k на рис. 13.5в). Внутренние слои материала вала напряжены мало, поэтому часто валы выполняют полыми (пустотелыми, трубчатыми) для экономии металла и облегчения конструкции. В частности, в самолетостроении и вертолетостроении используют только полые валы. Эпюра напряжений в полом валу показана на рис. 13.5г. При одинаковом крутящем моменте площади эпюр касательных напряжений сплошного вала на рис. 13.5в и полого вала на рис. 13.5г должны быть одинаковыми.

Условие прочности может быть выведено из (13.10), если связать касательное напряжение и крутящий момент.

Элементарный крутящий момент (рис. 13.5б):

$$dM_k = \tau_\rho dS \rho$$

С учетом (13.11) получаем:

$$dM_k = G \varphi_0 \rho^2 ds$$

Суммируя элементарные крутящие моменты по всей площади поперечного сечения вала, получим выражение для крутящего момента:

$$M_k = G \varphi_0 \int_S \rho^2 dS$$

Интеграл $\int_S \rho^2 dS$ обозначается J_p и называется полярным моментом инерции сечения – это сумма произведений всех элементарных площадок поперечного сечения на квадрат их расстояния от центра:

$$J_p = \int_S \rho^2 dS$$

Выражение крутящего момента теперь запишется так:

$$M_k = G \varphi_0 J_p \quad (13.12)$$

Из (13.10) имеем: $G \varphi_0 = \frac{\tau_k}{r}$

Подставив это выражение в (13.12), получим: $M_k = \frac{\tau_k}{r} J_p$

Откуда:

$$\tau_{\kappa} = \frac{M_{\kappa} r}{J_p}$$

Отношение полярного момента инерции сечения к его радиусу называется полярным моментом сопротивления сечения и обозначается W_p :

$$W_p = \frac{J_p}{r} \quad (13.13)$$

Максимальное касательное напряжение вала:

$$\tau_{\kappa} = \frac{M_{\kappa}}{W_p} \quad (13.14)$$

Полярный момент сопротивления имеет размерность мм^3 , он является основной расчетной величиной сечения при расчетах на кручение. Формулы полярного момента сопротивления зависят от формы сечения и приведены в справочниках. Например, для круглого сечения (рис.13.5в):

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2 d^3$$

Для кольцевого сечения (рис. 15.5г):

$$W_p = \frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D} \approx 0,2 \frac{D^4 - d^4}{D}$$

Условие прочности при кручении выглядит так:

$$\tau_{\kappa} = \frac{M_{\kappa}}{W_p} \leq [\tau_{\kappa}] \quad (13.15)$$

где $[\tau]$ – допускаемое напряжение при кручении.

Глава 14. Изгиб. Эпюры моментов. Деформации и напряжения

§14.1. Общие определения. Метод сечений

Если брус нагружен силой, перпендикулярной в его оси, или силовым моментом, действующим в плоскости, проходящей через эту ось, то такой вид нагружения называется изгибом. Будем рассматривать только изгиб прямого бруса – балки. При этом будем различать чистый изгиб и поперечный изгиб.

Чистый изгиб – это деформированное состояние балки, при котором в ее поперечном сечении возникает только один силовой фактор – изгибающий момент.

Поперечный изгиб предполагает наличие в поперечном сечении балки, наряду с моментом, поперечных сил (рис. 14.1).

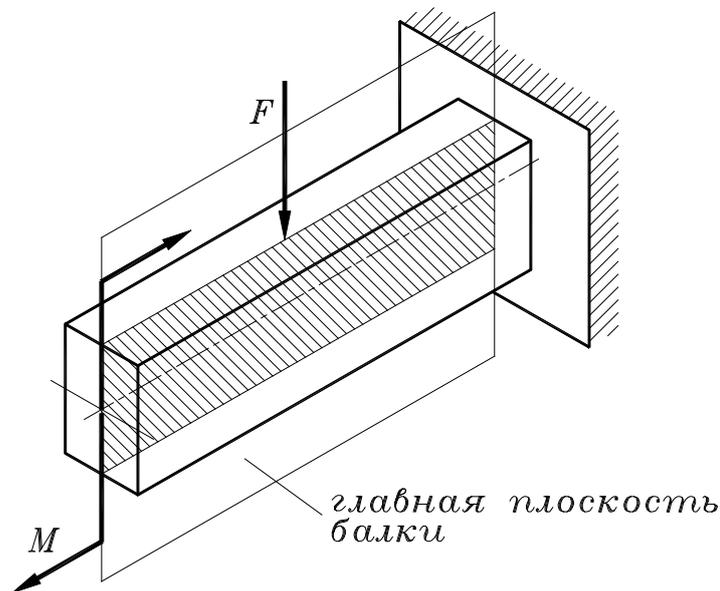


Рис. 14.1.

Плоскость, проходящая через ось балки и совпадающая с одной из плоскостей симметрии, называется главной плоскостью балки. Если момент и силы действуют в главной плоскости балки, то поперечный изгиб называется прямым (в отличие от косоугольного).

Для определения напряжений в материале нагруженной балки используют метод сечений. Балка располагается горизонтально, пересекается по расчетному сечению и одна из ее частей отбрасывается. Внутренние силы и моменты в расчетных сечениях находятся из условий статического равновесия оставшейся части балки. При этом соблюдается следующее правило знаков.

Внешние силы, расположенные слева от расчетного сечения и направленные вверх, считаются положительными, вниз – отрицательными. Внешние силы, расположенные справа от расчетного сечения и направленные вверх, считаются отрицательными, вниз – положительными.

Внешние изгибающие моменты, действующие слева от расчетного сечения и направленные по часовой стрелке, считаются положительными, против часовой стрелке – отрицательными. Внешние изгибающие моменты, действующие справа от расчетного сечения и направленные по часовой стрелке, считаются отрицательными, против часовой стрелке – положительными. Таким образом, изгибающий момент в сечении балки будет положительным, если он действует так,

что балка изгибается выпуклостью вниз, и отрицательным в противоположном случае.

В качестве примера определения внутренних сил и моментов в расчетных сечениях рассмотрим случай нагружения, показанный на

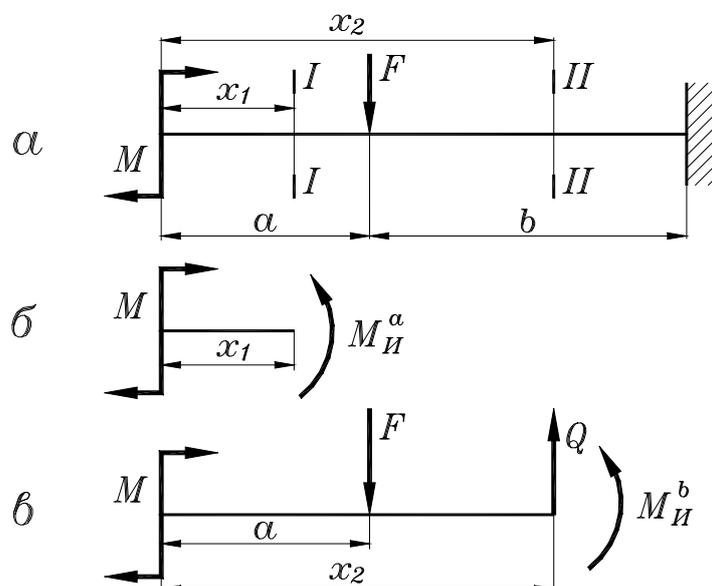


рис. 14.1. Консольно защемленную балку располагаем горизонтально (рис. 14.2а), изгибающий момент M приложен к концу балки, поперечная сила располагается на расстоянии a от конца балки и на расстоянии b от заделки.

Рис. 14.2.

На участке а рассмотрим сечение I-I, расположенное на расстоянии x_1 от конца балки. Часть балки справа от этого сечения отбрасываем. Внутренний момент найдем из условия статического равновесия оставшейся части балки (рис. 14.2б) с учетом правила знаков:

$$M_{И}^a = M$$

Такое равенство будет соблюдаться в любом сечении на участке а, то есть, на этом участке имеет место чистый изгиб.

На участке б рассмотрим сечение II-II, расположенное на расстоянии x_2 от конца балки. Часть балки справа от этого сечения отбрасываем. Внутреннюю силу и момент найдем из условия статического равновесия оставшейся части балки (рис. 14.2в) с учетом правила знаков:

$$Q = -F$$

$$M_{И}^b = M - F(x_2 - a)$$

На участке б балки имеет место поперечный изгиб.

§14.2. Эпюры моментов и поперечных сил

Полную картину распределения поперечных сил и изгибающих моментов по длине балки можно получить, построив эпюры сил и моментов.

Рассмотрим методику построения эпюр для некоторых простейших случаев нагружения.

На рис. 14.3 показана консольная балка, нагруженная двумя равными поперечными силами. Чтобы получить эпюры сил и моментов на участке а рассмотрим произвольное сечение I-I на этом участке.

Действуя, как показано выше, получим:

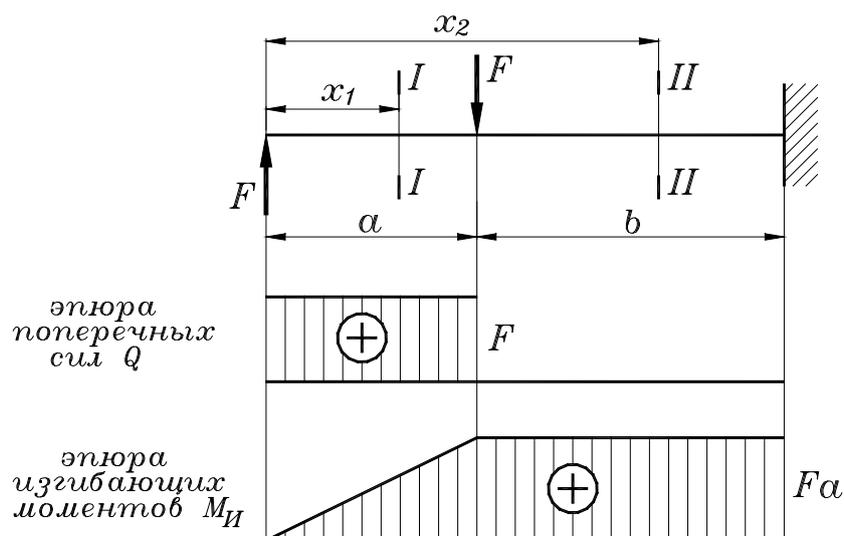


Рис. 14.3.

$$Q = F$$

$$M_{II} = F x_1$$

Так как $0 \leq x_1 \leq a$, то $0 \leq M_{II} \leq Fa$. В соответствии с этим, эпюра поперечных сил на участке а представляет собой горизонтальную линию, отстоящую от оси на положительную величину F . Эпюра изгибающих моментов – это наклонная прямая, ордината которой равна нулю в начале участка и Fa – в конце.

Для получения эпюр на участке b рассмотрим произвольное сечение II-II на этом участке. Поперечная внутренняя сила Q равна алгебраической сумме внешних сил слева от сечения, внутренний изгибающий момент M_{II} равен алгебраической сумме моментов внешних сил F относительно центра сечения:

$$Q = F - F = 0$$

$$M_{II} = F x_2 - F (x_2 - a) = Fa$$

Значит, на участке b поперечная сила отсутствует, а изгибающий момент постоянен, положителен и равен Fa .

На рис. 14.4 показана однопролетная двухопорная балка с двумя шарнирными опорами, допускающими поворот сечения балки при изгибных деформациях.

Причем, левая опора является шарнирно-неподвижной, а правая – шарнирно-подвижной, допускающей поступательное смещение вдоль опорной плоскости. Это бывает необходимо для компенсации возможного изменения длины балки при изгибных или температурных деформациях. Так устанавливаются и длинные валы машин – один из подшипников таких валов может смещаться в осевом направлении, так как не закреплен жестко.

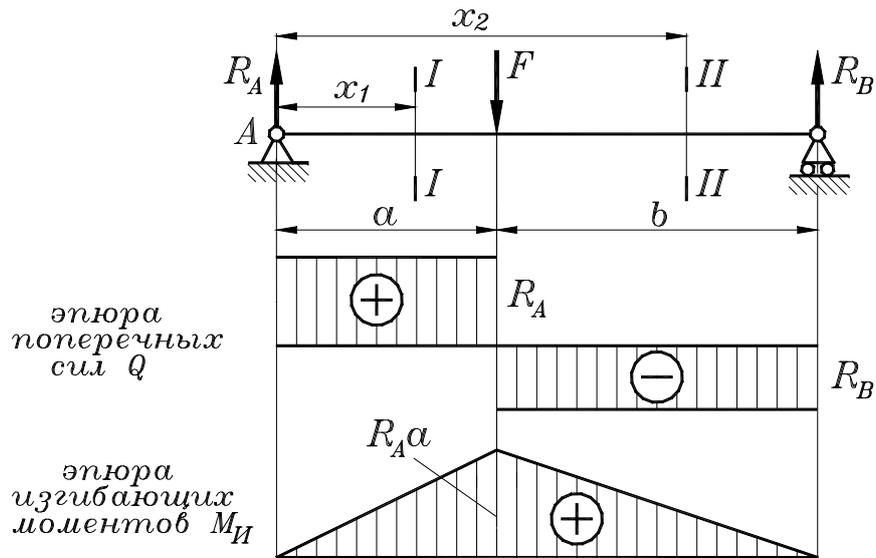


Рис. 14.4.

Балка нагружена поперечной силой F . При такой расчетной схеме необходимо сначала определить реакции в опорах R_A и R_B . Реакцию R_A найдем, приравняв нулю сумму моментов сил относительно точки В:

$$\sum M_B = -Fb + R_A(a+b) = 0$$

Отсюда:

$$R_A = \frac{Fb}{a+b} \quad (14.1)$$

Реакцию R_B найдем, приравняв нулю сумму моментов относительно точки А:

$$\sum M_A = Fa - R_B(a+b) = 0$$

Откуда:

$$R_B = \frac{Fa}{a+b} \quad (14.2)$$

Теперь, для получения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов, аналогично предыдущему, рассматриваем сечение I-I на участке a:

$$Q = R_A$$

$$M_{II} = R_A x_1$$

Причем, так как $0 \leq x_1 \leq a$, то $0 \leq M_{II} \leq R_A a$. В соответствии с этим, эпюра поперечных сил на участке a представляет собой горизонтальную линию, отстоящую от оси на положительную величину R_A . Эпюра изгибающих моментов – это наклонная прямая, ордината которой равна нулю в начале участка и $R_A a$ – в конце.

В сечении II-II на участке b (с учетом (14.1) и (14.2)):

$$Q = R_A - F = -R_B$$

$$M_{II} = R_A x_2 - F(x_2 - a)$$

Здесь $a \leq x_2 \leq a + b$, следовательно (с учетом (16.1)) $R_A a \leq M_{II} \leq 0$. Значит, эпюра поперечных сил на участке b представляет собой горизонтальную линию, отстоящую от оси на отрицательную величину $-R_B$. Эпюра изгибающих моментов – это наклонная прямая, ордината которой равна $R_A a$ в начале участка и нулю – в конце.

На рис. 14.5 показана однопролетная двухопорная балка, нагруженная изгибающим моментом M . Сначала определяем реакции в опорах R_A и R_B .

Реакцию R_A найдем, приравняв нулю сумму моментов сил относительно точки B:

$$\sum M_B = -M + R_A(a + b) = 0$$

Отсюда:

$$R_A = \frac{M}{a + b} \quad (14.3)$$

Реакцию R_B найдем, приравняв нулю сумму моментов относительно точки A:

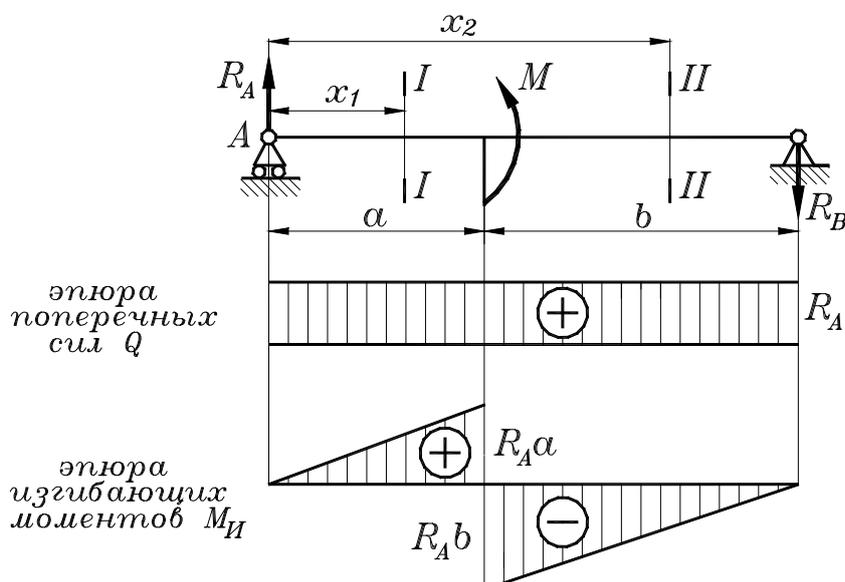


Рис. 14.5.

$$\Sigma M_A = M - R_B(a + b) = 0$$

Откуда:

$$R_B = \frac{M}{a + b}$$

Теперь, для получения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов, аналогично предыдущему, рассматриваем сечение I-I на участке a:

$$Q = R_A$$

$$M_{II} = R_A x_I$$

Причем, так как $0 \leq x_1 \leq a$, то $0 \leq M_{II} \leq R_A a$. В соответствии с этим, эпюра поперечных сил на участке a представляет собой горизонтальную линию, отстоящую от оси на положительную величину R_A . Эпюра изгибающих моментов – это наклонная прямая, ордината которой равна нулю в начале участка и $R_A a$ – в конце.

В сечении II-II на участке b (с учетом (14.1) и (14.2)):

$$Q = R_A$$

$$M_{II} = R_A x_2 - M$$

Здесь $a \leq x_2 \leq a + b$, следовательно (с учетом (14.3)) $-R_A b \leq M_{II} \leq 0$. Эпюра поперечных сил на участке b представляет собой горизонтальную линию, отстоящую от оси на положительную величину R_A , так же, как на участке a. Эпюра изгибающих моментов – это наклонная прямая, ордината которой равна $-R_A b$ в начале участка и нулю – в конце.

§14.3. Деформации и напряжения. Условие прочности

Изгибающие моменты и поперечные силы, действующие на балку, деформируют ее и вызывают появление двух типов напряжений. В самом простом случае это выглядит так. Горизонтальная двухопорная балка под действием вертикальной силы, направленной вниз, прогибается между опорами. При этом нижние слои балки растягиваются, а верхние – сжимаются, то есть, в нижних слоях материала балки возникают нормальные (перпендикулярные к плоскости сечения балки) напряжения растяжения, а в верхних – нормальные напряжения сжатия. Это результат действия изгибающих моментов (рис. 14.4). Результатом действия поперечных сил является появление

напряжений среза – касательных напряжений, действующих в плоскости сечения балки.

Многочисленные исследования и длительная практика эксплуатации нагруженных балок показали, что наиболее опасными, определяющими работоспособность конструкции, являются нормальные напряжения растяжения в сечениях балки в результате действия изгибающих моментов. Поэтому, в большинстве случаев, при любом способе нагружения, расчет балок производится с учетом только изгибающих моментов.

Рассмотрим деформированное и напряженное состояние балки под действием изгибающего момента. Если на прямую балку произвольного сечения действуют изгибающие моменты, то она изогнется так, как показано на рис. 14.6а. При этом верхние продольные слои балки будут сжаты, то есть, длина их станет меньше первоначальной, а нижние – растянуты и их длина станет больше первоначальной. Между ними существует слой, который при изгибе балки не изменит свою длину. Такой слой называется нейтральным. Пересечение этого слоя с поперечным сечением балки образует нейтральную ось. Расположение нейтральной оси зависит от формы поперечного сечения, как правило, эта ось проходит через центр тяжести сечения и характеризуется расстоянием h от нижней границы этого сечения (рис. 14.6б).

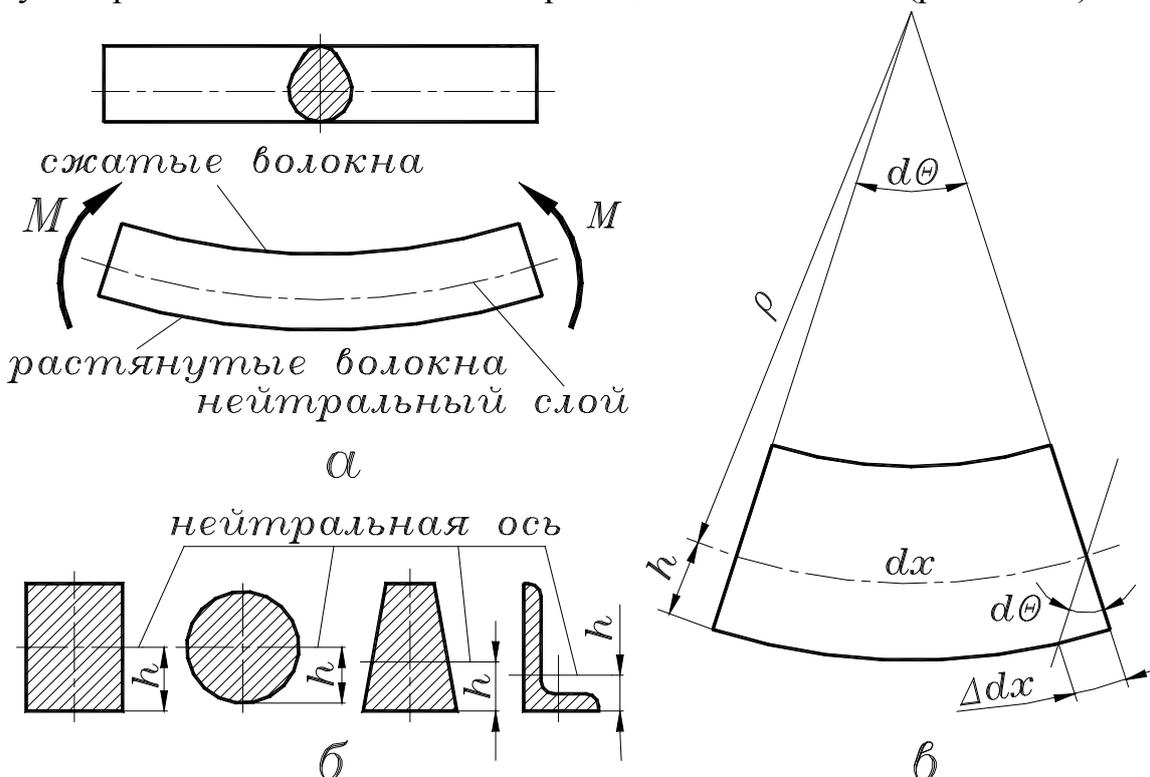


Рис. 14.6.

Выше было сказано, что наиболее опасным с точки зрения прочности являются напряжения растяжения в растянутых волокнах

балки. Поэтому рассмотрим деформацию внешнего (растянутого) слоя балки с некоторыми упрощениями и допущениями.

Выделим элементарный участок балки, ограниченный двумя поперечными сечениями, находящимися на расстоянии dx друг от друга. Будем считать, что при изгибе нейтральный слой этого элементарного участка изгибается по дуге окружности с радиусом ρ (рис. 14.6в), но сохраняет свою первоначальную длину. Сечения, расположенные по краям участка поворачиваются друг относительно друга на угол $d\Theta$, но остаются плоскими. Длина дуги внешнего слоя балки, отстоящего от нейтрального слоя на расстоянии h , стала больше на величину абсолютного удлинения:

$$\Delta dx = h d\Theta$$

Относительное удлинение внешней дуги:

$$\varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx} = h \frac{d\Theta}{dx}$$

Так как $dx = \rho d\Theta$, то $d\Theta/dx = 1/\rho$. Тогда:

$$\varepsilon = \frac{h}{\rho}$$

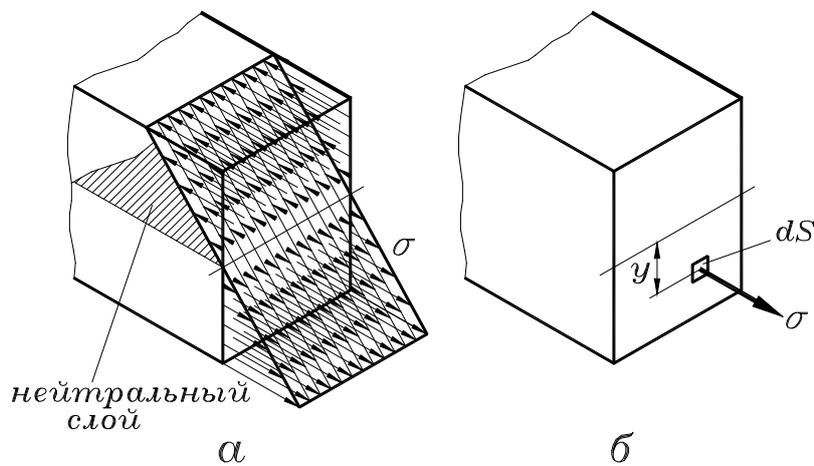
По закону Гука напряжение во внешнем слое, отстоящем на расстоянии h от нейтрального:

$$\sigma = E \varepsilon = E \frac{h}{\rho} \quad (14.4)$$

Отсюда можно сделать вывод, что нормальные напряжения в поперечном сечении изогнутой балки прямо пропорциональны расстояниям y от рассматриваемых точек до нейтральной оси:

$$\sigma = E \frac{y}{\rho} \quad (14.5)$$

Из формулы (14.5) следует: $\sigma = 0$ при $y = 0$ и $\sigma = \sigma_{\max}$ при $y = h$, то есть нормальное напряжение растяжения равно нулю на нейтральном слое и достигает максимального значения в наиболее удаленных от этой оси волокнах выпуклой части балки (рис. 14.7а). Внутренние слои балки испытывают небольшие напряжения при изгибе, и это учитывается при создании формы поперечного сечения балок – для



облегчения конструкции эту форму делают не прямоугольной, а в виде швеллера, двутавра, уголка и пр.

Рис. 14.7.

Выведем формулу наибольшего нормального напряжения, пригодную для инженерных расчетов. Напряжение σ связано с изгибающим моментом так (рис.14.7б):

$$M_{II} = \int_S \sigma dS y \quad (14.6)$$

где: dS – элементарная площадка поперечного сечения балки;

y – расстояние от элементарной площадки до нейтральной оси.

Произведение σdS является элементарной внутренней силой, а $\sigma dS y$ – элементарным моментом внутренних сил.

Значение σ подставим из (14.5) в (14.6):

$$M_{II} = \frac{E}{\rho} \int_S y^2 dS$$

Интеграл $\int_S y^2 dS$ обозначается J и называется моментом инерции

сечения относительно нейтральной оси или осевым моментом инерции – это сумма произведений всех элементарных площадок поперечного сечения на квадрат их расстояния от нейтральной оси:

$$J = \int_S y^2 dS \quad (14.7)$$

(В скобках заметим, что в некоторых расчетах используется величина, называемая радиусом инерции относительно оси: квадрат радиуса инерции – это отношение осевого момента инерции к площади поперечного сечения:

$$i = \sqrt{\frac{J}{S}} \quad (14.8)$$

Физический смысл этого понятия определяется равенством, вытекающим из выражения (14.8):

$$J = S i^2 \quad (14.9)$$

То есть, осевой момент инерции сечения не изменится, если мысленно осредоточить всю его площадь S на расстоянии i от оси).

Выражение изгибающего момента теперь запишется так:

$$M_{II} = \frac{1}{\rho} E J \quad (14.10)$$

Значение $1/\rho$ из (16.4) подставляем в (16.10):

$$M_{II} = \frac{\sigma}{E h} E J$$

Откуда:

$$\sigma = \frac{M_{II} h}{J} \quad (14.11)$$

Отношение осевого момента инерции к расстоянию от нейтральной оси до наиболее удаленной точки сечения называется осевым моментом сопротивления и обозначается W :

$$W = \frac{J}{h} \quad (14.12)$$

Максимальное напряжение растяжения балки:

$$\sigma = \frac{M_{II}}{W} \quad (14.13)$$

Осевой момент сопротивления имеет размерность мм^3 , он является основной расчетной величиной сечения при расчетах на изгиб. Формулы осевого момента сопротивления зависят от формы сечения и приведены в справочниках. Для круглого и прямоугольного сечения (рис. 14.8):

$$W = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3; \quad W = \frac{b h^2}{6}$$

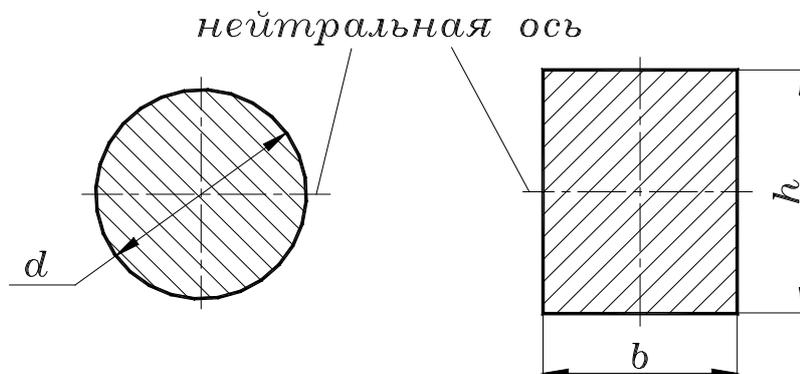


Рис. 14.8.

Условие прочности при изгибе выглядит так:

$$\sigma = \frac{M_{II}}{W} \leq [\sigma] \quad (14.14)$$

где $[\sigma]$ – допускаемое напряжение растяжения.

Ключевые слова и выражения

1. Коэффициент Пуассона – это отношение абсолютных значений поперечной и продольной деформации при растяжении образца.

3. Закон Гука при растяжении – в пределах упругих деформаций напряжения прямо пропорциональны деформациям.

4. Модуль упругости – это отношение напряжения к относительной деформации.

5. Модуль упругости характеризует жесткость материала.

6. Эпюра напряжений – это картина распределения напряжений по длине бруса, или по сечению бруса.

7. Условие прочности – это соотношение между внешней силой, размерами сечения бруса и допусаемым напряжением материала бруса.

8. Чистый сдвиг – это напряженное состояние бруса, при котором на грани его элементарного объема действуют только касательные напряжения.

9. Угол сдвига – характеристика относительной деформации при сдвиге, как перекося прямых углов параллелепипеда элементарного объема.

10. Полярный момент инерции сечения – это сумма произведений всех элементарных площадок поперечного сечения на квадрат их расстояния от центра.

11. Полярный момент сопротивления сечения – это отношение полярного момента инерции сечения к радиусу сечения.

12. Чистый изгиб – это деформированное состояние балки, при котором в ее поперечном сечении возникает только один силовой фактор – изгибающий момент.

13. Поперечный изгиб предполагает наличие в поперечном сечении балки, наряду с моментом, поперечных сил.

14. Наиболее опасным с точки зрения прочности являются напряжения растяжения в растянутых волокнах изогнутой балки.

15. Нейтральный слой – это слой материала балки, не меняющий свою длину при изгибе балки.

16. Осевой момент инерции – это сумма произведений всех элементарных площадок поперечного сечения балки на квадрат их расстояния от нейтральной оси.

17. Осевой момент сопротивления – это отношение осевого момента инерции к расстоянию от нейтральной оси до наиболее удаленной точки сечения.

Контрольные вопросы

1. Каковы деформации стержня при растяжении?
2. Сформулируйте закон Гука при растяжении.
3. Что такое коэффициент Пуассона?

4. Что характеризует модуль продольной упругости материала?
5. Какое напряженное состояние называется чистым сдвигом?
6. Что такое модуль упругости второго рода?
7. Как распределяются напряжения по сечению вала, нагруженного крутящим моментом?
8. В чем причина использования пустотелых валов в самолетостроении?
9. Что такое условие прочности?
10. В чем разница между чистым изгибом и поперечным изгибом балки?
11. Какие внешние нагрузки могут вызвать поперечный изгиб балки?
12. Сформулируйте правило знаков при построении эпюр поперечных сил и изгибающих моментов?
13. Что такое нейтральный слой и нейтральная ось?
14. Какие напряжения в сечениях балки вызывают внешние изгибающие нагрузки?
15. Как распределяются напряжения в сечении балки при ее изгибе?
16. Дайте определения осевого момента инерции и осевого момента сопротивления сечения балки.
17. Как учитывается распределение напряжений в поперечном сечении изогнутой балки при конструировании балок?

Часть III. Особые напряженные состояния

Глава 15. Сложное сопротивление

§ 15.1. Эквивалентные напряжения

В предыдущих лекциях были рассмотрены случаи расчета бруса на прочность, когда это брус находится только в одном из возможных деформированных состояний – растяжения, сжатия, сдвига, кручения или изгиба. Однако, в реальных конструкциях нередки случаи, когда в поперечных сечениях бруса возникают сразу несколько внутренних силовых факторов. Например, на вал машины, несущий на себе зубчатые колеса, шкивы, муфты, одновременно действуют крутящий и изгибающий моменты.

Такие случаи сложного напряженного состояния принято называть сложным сопротивлением. Расчеты на прочность при сложном сопротивлении основываются обычно на принципе суперпозиции, то есть, независимости действия сил. Например, если брус одновременно находится в деформированных состояниях изгиба и кручения, то есть, на брус одновременно действуют силы и моменты, изгибающие его, и моменты его скручивающие, то можно отдельно определить напряжения, возникающие в брус от изгибающих нагрузок и от крутящего момента. Однако влияние этих нагрузок на общую картину сложного сопротивления может быть различным, то есть, при прочих равных условиях, различные факторы (деформированные состояния) по-разному влияют на процесс перехода материала в предельное состояние, за которым происходит разрушение.

Все существующие теоретические методы расчета сложного сопротивления основаны на гипотезах о преимущественном влиянии того или иного фактора (деформированного состояния) на процесс перехода материала в предельное состояние. Суть применения этих гипотез для оценки прочности материала заключается в замене фактического напряженного состояния равноопасным (эквивалентным) ему линейным напряженным состоянием. Равноопасными называют такие напряженные состояния, у которых при пропорциональном увеличении напряжений одновременно наступает предельное состояние.

Итак, эквивалентное напряжение $\sigma_{\text{экв}}$ – это такое линейное (одноосное) напряжение растяжения, которое равноопасно сложному напряженному состоянию.

Приведение сложного напряженного состояния к равноопасному ему линейному осуществляется заменой действительных напряжений эквивалентным напряжением, которое надо создать в растянутом брусе, чтобы получить напряженное состояние равноопасное заданному. Прочность оценивается при помощи сравнения эквивалентного напряжения с предельным при растяжении (с учетом запаса прочности), или непосредственно с допускаемым напряжением.

§ 15.2. Теории прочности

Гипотезы о преимущественном влиянии на прочность материала при сложном сопротивлении того или иного фактора (деформированного состояния) называют теориями прочности.

Известны пять теорий прочности:

- 1) теория наибольших нормальных напряжений;
- 2) теория наибольших линейных деформаций;
- 3) теория наибольших касательных напряжений;
- 4) энергетическая теория формоизменения;
- 5) теория прочности Мора.

подавляющее большинство деталей машин, которые при работе могут находиться в сложном напряженном состоянии, изготовлены из пластичных и малопластичных материалов – это конструкционные материалы, начиная от алюминия и кончая легированными сталями. Для таких материалов наиболее подходят третья и четвертая теории прочности, так как они хорошо подтверждаются экспериментальными данными. Здесь коротко рассмотрим третью теорию прочности, как наиболее простую, но дающую достаточную точность для инженерных расчетов.

По теории наибольших касательных напряжений в качестве фактора, определяющего прочность материала, принимается величина наибольшего касательного напряжения. Предполагается, что предельное состояние при сложном сопротивлении наступит тогда, когда наибольшее касательное напряжение τ_{max} достигнет опасного значения, соответствующего предельному состоянию данного материала при растяжении. Условие прочности в этом случае имеет вид:

$$\tau_{max} \leq [\tau]$$

В соответствии с общей теорией прочности, которая здесь не рассматривается, после преобразований можно переписать это условие прочности для эквивалентного напряжения в следующем виде:

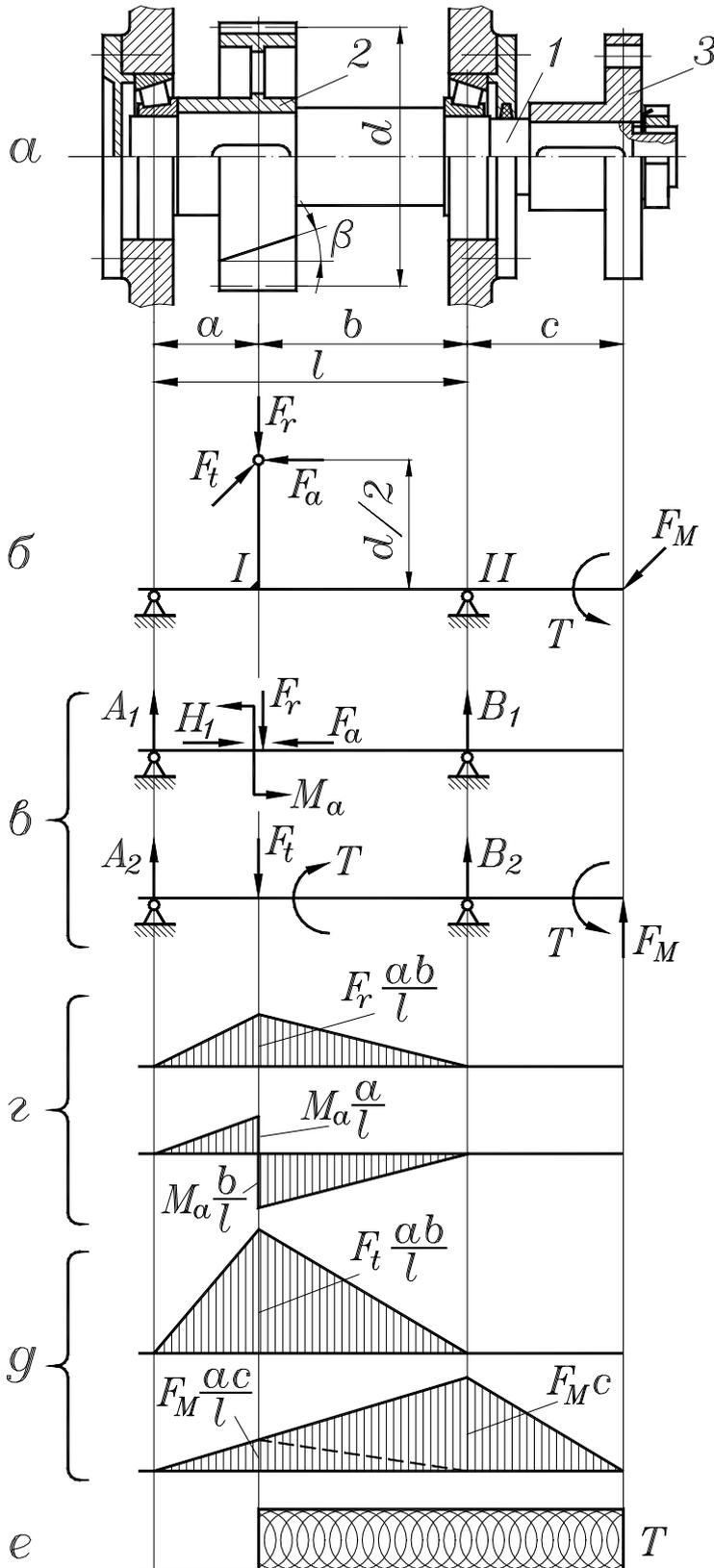
$$\sigma_{эkv} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma] \quad (15.1)$$

Таким образом, брус, в материале которого при сложном сопротивлении возникают нормальное σ и касательное τ напряжения, мо-

жет быть заменен брусом, подверженным только линейному растяжению. Напряженные состояния этих брусьев будут равноопасны, когда напряжение в растянутом брусе достигнет значения, определяемого формулой (15.1).

§ 15.3. Изгиб с кручением

Рассмотрим случай сложного сопротивления вала, нагруженного



го изгибающим и крутящим моментом. При подобных расчетах происходит замена реальной конструкции и нагрузок расчетной схемой.

На рис. 15.1 показана эта замена и необходимые для расчета эпюры напряжений. Вал 1 (рис. 15.1а) вращается на двух конических подшипниках и нагружен крутящим и изгибающим моментами, возникающими при передаче движения от конического цилиндрического зубчатого колеса 2 к полумуфте 1, служащей для соединения с другим соосным валом. На рис. 15.1б приведена расчетная схема этой конструкции. Вал представлен в виде двухопорной балки с поперечным выступом, имеющим размер равный радиусу делительной окружности зубчатого колеса ($d/2$) и расположенный по оси сим-

Рис. 15.1.

метрии этого ко- леса. Подшипники вала заменены шар-
нирно-неподвижными опорами,
так как практически можно считать, что подшипники качения (даже
роликовые конические) вследствие упругих деформаций тел качения
и колец допускают весьма малые деформативные повороты вала при
изгибе.

Действительные распределенные нагрузки в зацеплении, ступи-
цах колеса и полумуфты и в подшипниках заменены сосредоточенны-
ми силами. Нагрузки в зацеплении заменяются силами, действующи-
ми в полюсе зацепления, то есть на конец поперечного выступа балки:
 F_t – окружная сила, F_r – радиальная сила и F_a – осевая сила. Крутящий
момент T действует на полумуфте. Поперечная сила F_M , действующая
на конце вала со стороны муфты – это сила, возникающая из-за неиз-
бежной несоосности соединяемых валов.

На рис. 15.1в силы, действующие на конец поперечного выступа
 F_t , F_r и F_a приведены к оси вала (балки) и показаны отдельно в вер-
тикальной и горизонтальной плоскостях. Перенос радиальной силы F_r
не вызывает никаких изменений. Перенос осевой силы F_a привел к
возникновению момента $M_a = 0,5F_a d$ в вертикальной плоскости, а пе-
ренос окружной силы F_t – к возникновению момента $T = 0,5F_t d$ в гори-
зонтальной плоскости.

Определим реакции в опорах от действующих сил и моментов.
Осевая сила F_a вызывает появление осевой реакции H_1 в левом под-
шипнике.

Чтобы построить эпюры изгибающих моментов и определить ве-
личины этих моментов по методу сечений, надо найти составляющие
радиальных реакций опор от действия каждой силы и момента. Рас-
смотрим сначала вертикальную плоскость.

Реакция A_1 левой опоры в вертикальной плоскости (рис. 15.1в)
складывается из составляющей A_{11} от радиальной силы F_r и со-
ставляющей A_{12} от действия момента M_A :

$$A_1 = A_{11} + A_{12}$$

Составляющую A_{11} найдем из условия статики: сумма моментов
относительно точки В равна нулю, причем момент, направленный
против часовой стрелки будем считать положительным, а по часовой
стрелке – отрицательным (учитываем только силу F_r):

$$\sum M_B = F_r b - A_{11} l = 0$$

Отсюда:

$$A_{11} = F_r \frac{b}{l}$$

Максимальную величину эпюры моментов от радиальной силы (рис.
15.1г) найдем, как действие реакции A_{11} на плече а:

$$M_r = A_{11} a = F_r \frac{ab}{l}$$

Составляющую A_{12} найдем из такого же условия статики, но при учете только момента M_a в вертикальной плоскости:

$$\sum M_B = M_a - A_{12} l = 0$$

Отсюда:

$$A_{12} = \frac{M_a}{l}$$

Максимальную положительную величину эпюры от действия момента M_a (рис. 15.1г) найдем как действие реакции A_{12} на плече a :

$$M_a^{пол} = M_a \frac{a}{l}$$

Максимальную отрицательную величину эпюры от действия момента M_a (рис. 15.2г) найдем, произведя аналогичные действия, но с учетом реакции B_{12} на плече b :

$$M_a^{отп} = M_a \frac{b}{l}$$

Перейдем теперь к горизонтальной плоскости.

Реакция A_2 левой опоры в горизонтальной плоскости (рис. 15.1в) складывается из составляющей A_{21} от окружной силы F_r и составляющей A_{22} от действия поперечной силы F_M :

$$A_2 = A_{21} + A_{22}$$

Составляющую A_{21} найдем из условия статики: сумма моментов относительно точки B равна нулю, причем момент, направленный против часовой стрелки будем считать положительным, а по часовой стрелки – отрицательным (учитываем только силу F_t):

$$\sum M_B = F_t b - A_{21} l = 0$$

Отсюда:

$$A_{21} = F_t \frac{b}{l}$$

Максимальную величину эпюры моментов от окружной силы (рис. 15.1д) найдем, как действие реакции A_{21} на плече a :

$$M_t = A_{21} a = F_t \frac{ab}{l}$$

Максимальную величину эпюры моментов от поперечной силы (рис. 15.1д) найдем как действие силы F_M на плече c :

$$M_M = F_M c$$

На рис. 15.1е показана эпюра крутящего момента T .

Эпюры изгибающих моментов дают возможность определить суммарный момент, действующий в любом сечении вала. Для расчета на прочность следует находить изгибающие моменты в опасных сечениях, то есть там, где нагрузка может быть максимальной. Судя по внешнему виду эпюр, опасными являются сечения I и II (рис. 15.1б).

Найдем максимальный изгибающий момент в сечении I. При этом учтем, что на рис. 15.1г показаны эпюры изгибающих моментов в вертикальной плоскости, на рис. 15.1д – в горизонтальной. Величина момента в сечении I от поперечной силы F_M определяется из пропорции, понятной из рис. 15.1д. В результате, суммарный изгибающий момент в сечении I:

$$M = \sqrt{\left(F_r \frac{ab}{l} + M_a \frac{a}{l}\right)^2 + \left(F_t \frac{ab}{l} + F_M \frac{ac}{l}\right)^2} \quad (\text{Нм})$$

Затем определяется суммарный изгибающий момент в сечении II. Величины моментов в сечениях I и II сравниваются и, если диаметры вала в этих сечениях одинаковые, то в дальнейших расчетах учитывается максимальный момент. Если диаметры разные, то следующие расчеты надо сделать для двух опасных сечений.

Рассмотрим действие моментов в сечении I.

Во-первых, в этом сечении имеет место прямой изгиб от действия результирующего изгибающего момента M . Нормальные напряжения от этого момента достигают наибольших значений в крайних волокнах вала и определяются по формуле:

$$\sigma_{max} = \frac{M}{W} \quad (15.2)$$

Во-вторых, в этом же сечении действует крутящий момент T . Поэтому в крайних волокнах вал по всему периметру сечения возникают максимальные касательные напряжения от этого момента, определяемые по формуле:

$$\tau_{max} = \frac{T}{W_p} \quad (15.3)$$

Согласно формулам полярного и осевого моментов инерции для круглого сечения (см. §13.3 и §14.3) полярный момент инерции круглого сечения в два раза больше, чем осевой, то есть, $W_p = 2W$. Тогда:

$$\tau_{max} = \frac{T}{2W}$$

Чтобы найти эквивалентное напряжение по третьей теории прочности, подставим выражения (15.2) и (15.3) в (15.1):

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\left(\frac{M}{W}\right)^2 + 4\left(\frac{T}{2W}\right)^2}$$

После преобразований получим:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W} \quad (15.4)$$

Можно считать, что числитель предыдущего выражения является эквивалентным моментом:

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{M^2 + T^2}$$

Тогда:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W} \quad (15.5)$$

где W – осевой момент сопротивления сечения I :

$$W = \frac{\pi d^3}{32} \quad (15.6)$$

Подставим (15.6) в (15.5). Для получения условия прочности при этом надо учесть, что эквивалентный момент рассчитан в Нм, а диаметр вала определяется в мм. Поэтому надо уравнивать размерности. Кроме того, обычно принимают $\pi/32 = 0,1$. Тогда условие прочности будет иметь следующий вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{1000 M_{\text{экв}}}{0,1 d^3} \leq [\sigma] \quad (15.7)$$

Допускаемое напряжение принимают близким к пределу текучести:

$$[\sigma] \approx 0,8 \sigma_T$$

Для конструкционных углеродистых и легированных сталей значение допускаемого напряжения колеблется в следующих пределах:

$$[\sigma] = (250 \div 400) \text{ МПа}$$

Конкретное значение выбирается по справочникам (см., например, [17]) в зависимости от марки стали и диаметра вала.

Глава 16. Устойчивость сжатых стержней

§16.1. Понятие о потере устойчивости сжатого стержня

Деформированное (напряженное) состояние сжатия возникает в некоторых звеньях стержневых механизмов. В основном – это шатуны шарнирных и ползуновых механизмов, используемых в качестве ис-

полнительных механизмов механических прессов, поршневых компрессоров, поршневых двигателей и пр.

При сжатии стержень может находиться в одном из двух состояний: устойчивом и неустойчивом. Напомним, что устойчивость – это способность конструкции или звена (в данном случае – стержня) сохранять первоначальную форму упругого равновесия под действием внешних сил.

Когда сжатый вдоль оси стержень находится в устойчивом состоянии, то небольшая боковая нагрузка вызовет его упругую деформацию. А именно, под действием этой нагрузки стержень незначительно изогнется, то есть, отклонится от первоначального положения равновесия, но после снятия боковой нагрузки он распрямится, то есть, возвратится в исходное положение равновесия.

Если сила, сжимающая стержень вдоль оси, будет увеличиваться, то при некотором ее значении прямолинейная форма равновесия становится неустойчивой. В этом случае, даже малая боковая нагрузка приводит к внезапному изгибу, а после снятия этой нагрузки стержень не возвращается в первоначальное прямолинейное положение. Такое явление внезапного изгиба центрально сжатого стержня называется потерей устойчивости или продольным изгибом. Потеря устойчивости опасна тем, что при дальнейшем даже небольшом увеличении продольной силы прогиб стержня быстро увеличивается, и это может привести к его разрушению.

Наименьшая сила, при которой происходит потеря устойчивости центрально сжатого стержня, называется критической силой $F_{кр}$. Таким образом, центральная сила, значение которой больше критического, приводит к продольному изгибу стержня (рис. 16.1).

Выше было сказано, что состояние продольного изгиба стержня провоцирует приложенная к нему небольшая боковая сила. Однако в

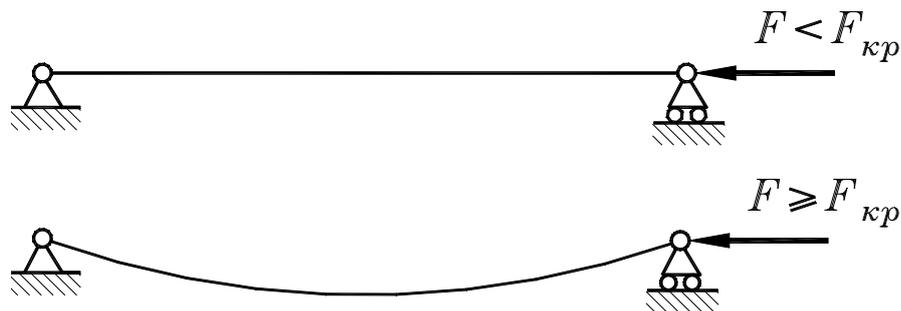


Рис. 16.1.

большинстве реальных конструкций такая сила отсутствует. Тем не менее, продольный изгиб стержня возможен вследствие того, что расчетная схема «прямолинейный стержень и центральная (осевая) сжи-

мающая сила» в реальности имеет, по крайней мере, два существенных отличия:

а) ось стержня не является абсолютно прямолинейной, она имеет небольшую начальную кривизну, например, как следствие неточности изготовления, термообработки и пр.;

б) вектор сжимающей силы не проходит точно по оси стержня, а смещен относительно нее на некоторую величину вследствие тех же причин.

Эти обстоятельства приводят к возникновению изгибающего момента, смоделированного в предыдущих рассуждениях поперечной силой.

Заметим, что продольный изгиб стержня – не единственный случай потери устойчивости первоначальной формы равновесия; при определенных условиях потеря устойчивости может наступить в кольцах, тонкостенных оболочках, балках и пр.

§16. 2. Критическая сила при продольном изгибе. Формула Эйлера

Явление продольного изгиба было исследовано в середине 19 века Эйлером (этот русский ученый немецкого происхождения уже упоминался в §5.2 по зубчатым механизмам). В решении Эйлера предполагалось, что изгиб стержня, сжатого осевой силой, происходит в пределах упругих деформаций (в пределах справедливости закона Гука), то есть напряжение в стержне не может превышать предела пропорциональности для его материала. На основании исследования им была предложена формула (формула Эйлера), позволяющая определить величину критической силы $F_{кр}$ для центрально сжатого стержня. Приведем эту формулу без вывода:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{(\mu l)^2} \quad (16.1)$$

где: E – модуль продольной упругости материала стержня в МПа;

J_{min} – наименьший из осевых моментов инерции поперечного сечения стержня в мм⁴ (потеря устойчивости стержня происходит в плоскости наименьшей жесткости);

l – длина стержня в мм;

μ – коэффициент приведения длины, учитывающий характер закрепления концов стержня.

Произведение μl часто называют приведенной длиной стержня. На рис. 16.2 приведены примеры наиболее часто встречающихся способов закрепления стержней и даны соответствующие им значения

коэффициентов μ . Тонкими линиями показаны возможные формы оси стержня при продольном изгибе.

Под действием критической силы в поперечных сечениях стержня возникают нормальные напряжения, которые также являются критическими $\sigma_{кр}$. С учетом (16.1) имеем:

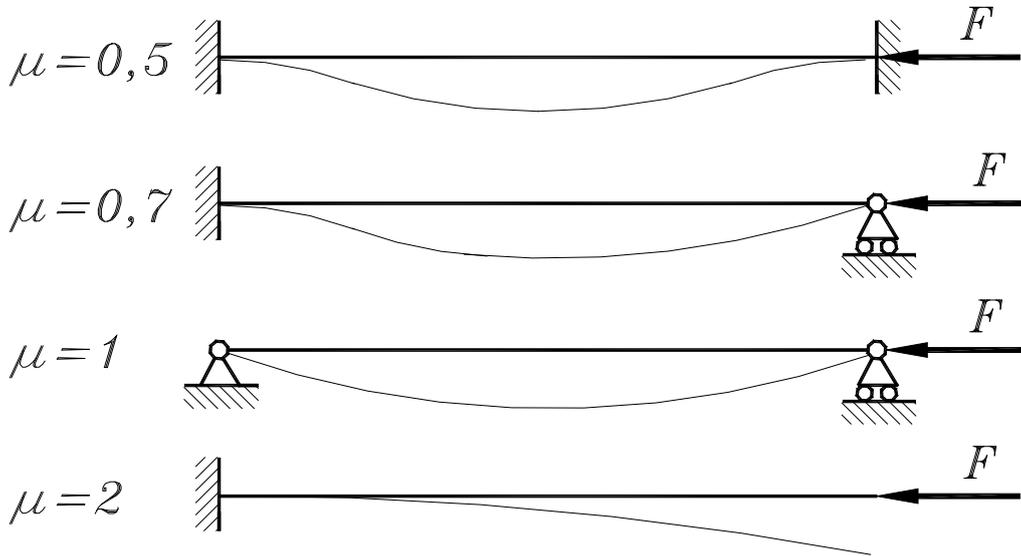


Рис. 16.2.

$$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{S} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{S(\mu l)^2} \quad (16.2)$$

где S – площадь поперечного сечения стержня.

Для преобразования этого выражения используем радиус инерции сечения относительно оси (14.8) – квадрат радиуса инерции равен отношению осевого момента инерции сечения к его площади:

$$i_{min}^2 = \frac{J_{min}}{S}$$

Тогда из (16.2) имеем:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E i_{min}^2}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i_{min}}\right)^2}$$

Введем обозначение:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}} \quad (16.3)$$

Тогда:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (16.4)$$

Безразмерная величина λ (16.3) называется «гибкость стержня» и характеризует его способность сопротивляться искривлению в зависимости от размеров и способа закрепления концов.

Из формулы (16.4) видно, что гибкость λ полностью определяет величину критического напряжения для стержня из данного материала. Чем больше λ , тем меньше $\sigma_{кр}$ и тем меньше величина критической силы, вызывающей продольный изгиб стержня. И наоборот – чем меньше гибкость стержня, тем больше величина критического напряжения, однако, она не может превышать предела пропорциональности σ_{II} (см. выше). Таким образом, должно соблюдаться условие:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{II}$$

Отсюда:

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{II}}}$$

Знак равенства в этом выражении определяет наименьшее (предельное) значение гибкости $\lambda_{пред}$, при котором формула Эйлера еще применима:

$$\lambda_{пред} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{II}}} \quad (16.5)$$

Приведем значения предельной гибкости для некоторых металлов. Для стали марки Ст 3 $\sigma_{II} = 200$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; тогда:

$$\lambda_{пред} = \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{200}} \approx 100$$

Для стали марки Ст 5 $\lambda_{пред} \approx 90$, для чугуна $\lambda_{пред} \approx 80$.

Если гибкость стержня меньше предельного значения, то пользоваться формулой Эйлера нельзя, так как в этом случае получается завышенное (недопустимое) значение критической силы.

§16.3. Устойчивость стержней различной гибкости

Так как формула Эйлера справедлива только для стержней определенной гибкости, то возникает общий вопрос о классификации стержней по их гибкости. В этой связи различают три вида стержней: стержни большой гибкости, стержни средней гибкости и стержни ма-

лой гибкости. Причем значение гибкости для металлических стержней может колебаться в пределах $0 < \lambda < 160$.

Для стержней большой гибкости задача устойчивости в пределах упругих деформаций решается при помощи формулы Эйлера, условие применимости которой определяется значением $\lambda_{\text{пред}}$. Таким образом, гибкость таких стержней должна быть больше предельного значения: $\lambda / \lambda_{\text{пред}}$.

Для стержней средней гибкости потеря устойчивости сопровождается упругопластическими деформациями, а критические напряжения вычисляются по эмпирической формуле Ясинского, русского ученого конца 19 века:

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b \lambda \quad (16.6)$$

где a и b – коэффициенты, зависящие от материала стержня и определяемые по таблицам справочников.

Найдя критическое напряжение по этой формуле можно найти критическую силу:

$$F_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} S$$

При некотором значении гибкости $\lambda = \lambda_0$ величина критического напряжения становится равной опасному (предельному) напряжению при сжатию, в качестве которого для пластичных материалов принимается предел текучести σ_T , а для хрупких – предел прочности σ_B . Это значение гибкости будет границей применимости формулы Ясинского. Таким образом, для стержней средней гибкости должно соблюдаться условие $\lambda_0 \leq \lambda < \lambda_{\text{пред}}$.

У стержней малой гибкости, то есть, при $\lambda < \lambda_0$, опасность потери устойчивости меньше опасности разрушения под действием сжимающей силы. Такой стержень рассчитывается не на устойчивость, а на прочность, для пластичных материалов $\sigma_{\text{кр}} = \sigma_T$, для хрупких материалов $\sigma_{\text{кр}} = \sigma_B$.

В таблице 16.1 [16] приведены значения гибкостей $\lambda_{\text{пред}}$, λ_0 и коэффициентов a и b для некоторых металлов.

Таблица 16.1.

Материал	a , МПа	b , МПа	$\lambda_{\text{пред}}$	λ_0
Ст 3	304	1,12	100	60
Ст 5	343	1,13	90	55
Сталь 45	589	3,82	85	60
Сплав Д16Т	400	3,33	60	30

На рис. 16.3 приведен график зависимости критического напряжения от гибкости стержня из стали Ст 3.

При расчете устойчивости стержней любой упругости, для обеспечения безопасной работы необходимо, чтобы допускаемая нагрузка $[F]$ была меньше критической, то есть:

$$[F] = \frac{F_{кр}}{s_y}$$

где s_y – коэффициент запаса устойчивости; обычно $s_y = 2 \div 3$.

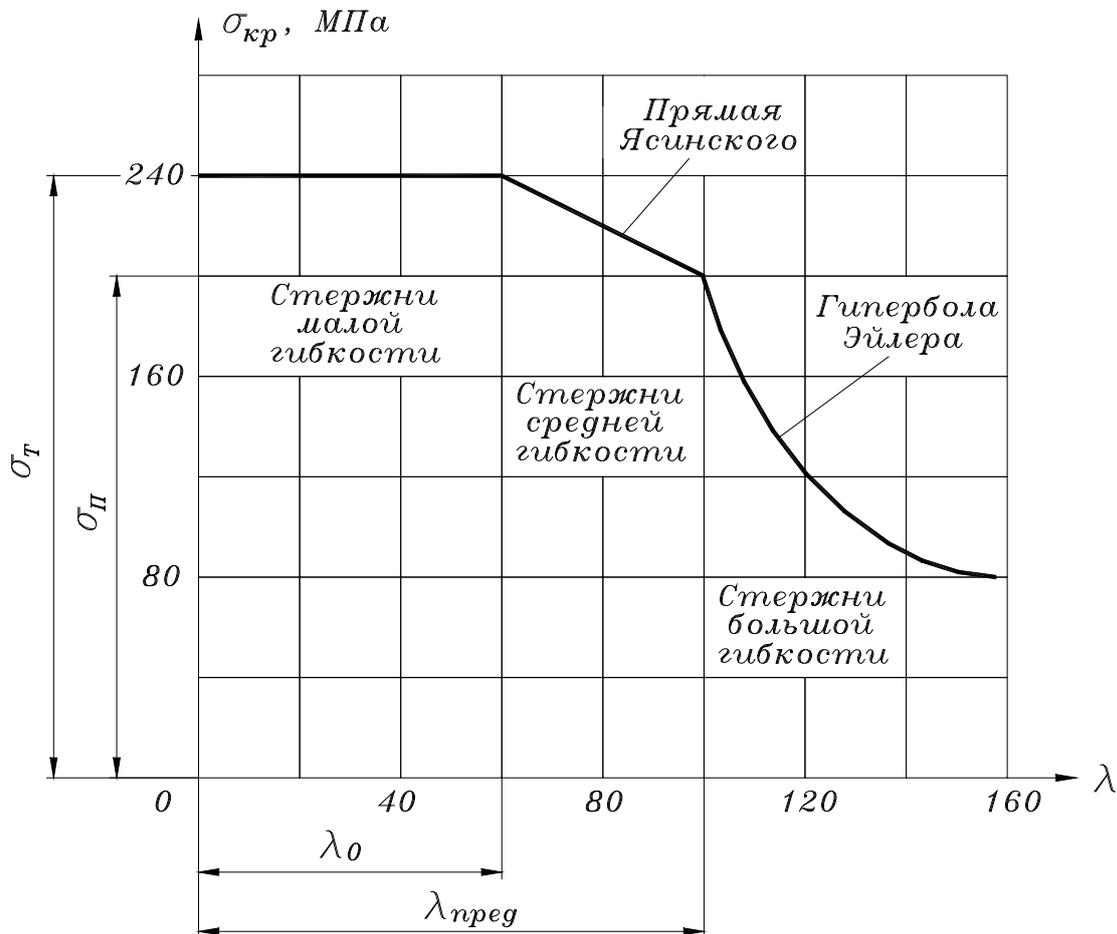


Рис. 16.3

Глава 17. Местные напряжения

§17.1. Местные напряжения и их виды

Изложенные выше основы расчетов на прочность для различных видов деформированных состояний брусков предполагают использование расчетных схем, связанных с определенным упрощением свойств материала, конструкции бруса и картины внешних нагрузок. В частности, считается, что материал бруса однороден, его конструкция имеет вид одной из простейших форм, а внешние нагрузки приложены к его воображаемой оси в виде сил и силовых моментов. Рассчитанные при таких допущениях напряжения в материале бруса рас-

пределяются равномерно по сечению или объему бруса, или характер их распределения подчиняется простым законам в соответствии с формой эпюр сил и моментов.

При решении многих инженерных задач описанные упрощения широко используются, так как позволяют получить достаточно точные результаты с применением простых расчетных зависимостей. Однако в некоторых случаях бывают необходимы уточнения, связанные с возникновением местных напряжений, которые при определенных условиях могут существенно превысить расчетные.

Известны, по крайней мере, два источника местных напряжений: нарушение непрерывности формы бруса и силовой контакт в месте передачи внешней нагрузки между телами (звеньями), образующими высшую кинематическую пару. Напомним, что контакт звеньев в высшей кинематической паре теоретически происходит по линии или в точке. Реально, при учете упругости звеньев, точка превращается в круг, а линия – в прямоугольник, размеры которых малы по сравнению с размерами звеньев. По этой причине при исследовании силового контакта, как источника местных напряжений, форма контактирующих тел не имеет значения.

Нарушение непрерывности формы наблюдается в ступенчатых брусах, а также являются следствием того, что реальная конструкция стержня, вала или балки может отличаться от простейших форм, принятых в расчетных схемах.

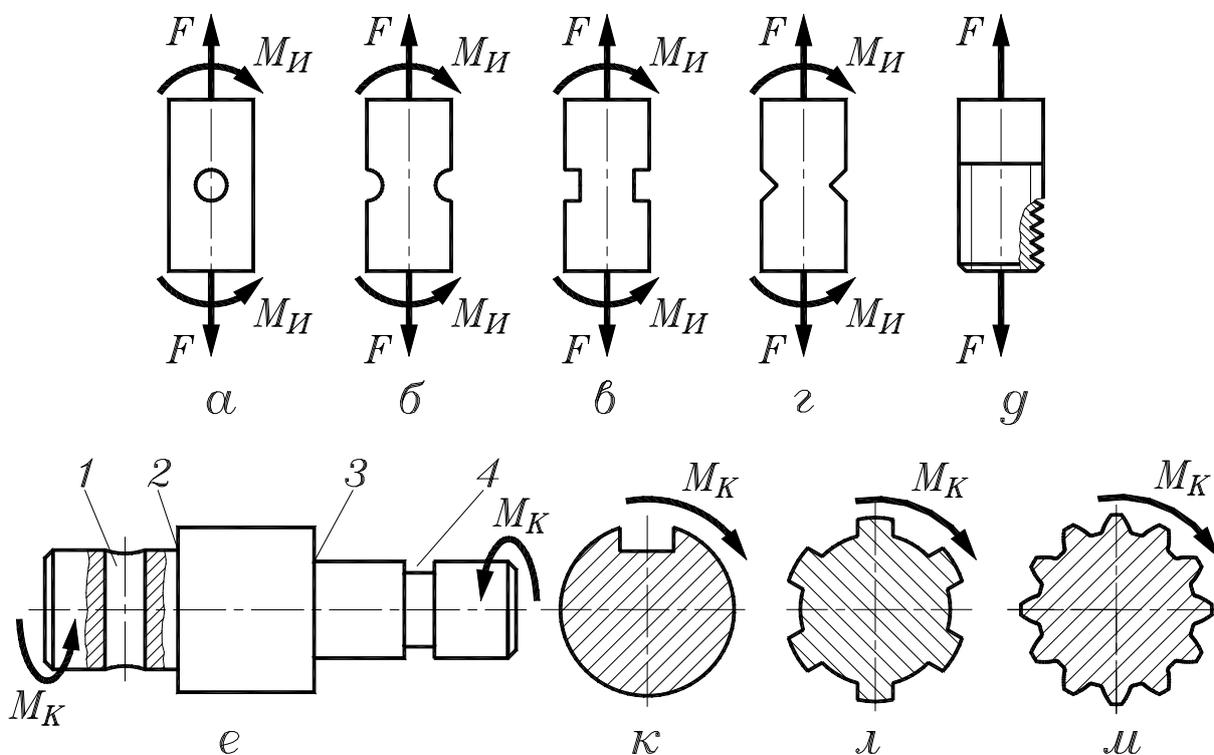


Рис. 17.1.

На рис. 17.1 представлены некоторые типичные случаи нарушения непрерывности форм брусьев. Стержень или балка прямоугольного сечения, нагруженные растягивающими силами, или изгибающими моментами, могут иметь внутреннее отверстие (рис. 17.1а), двухсторонние вырезы полукруглые (рис. 17.1б), прямоугольные (рис. 17.1в) или треугольные (рис. 17.1г). Резьба (метрическая, дюймовая, или какая-либо другая) является нарушением продольной непрерывности цилиндрической формы растягиваемого стержня (рис. 17.1д). Нарушением продольной непрерывности цилиндрических валов, нагруженных крутящими моментами, являются отверстия 1, внутренние углы ступеней 2 и 3, канавки 4 (рис. 17.1е). Шпоночные вырезы (рис. 17.1к) прямобочные (рис. 17.1л) и эвольвентные (рис. 17.1м) шлицы являются элементами нарушения непрерывности формы сечения круглых валов.

Местные напряжения возникают во всех описанных случаях в результате концентрации напряжений в элементах нарушения непрерывности формы бруса или в результате контактных напряжений при силовом контакте.

§17.2. Концентрация напряжений

В местах нарушения непрерывности формы бруса обычный закон распределения напряжения резко нарушается. В отдельных точках возникают высокие напряжения, которые могут в несколько раз превосходить величину расчетного напряжения и могут явиться причиной разрушения бруса.

Явление изменения обычного закона распределения напряжений, вызванного нарушением непрерывности формы бруса, называется концентрацией напряжений. Элементы нарушения непрерывности формы бруса (отверстия, канавки и пр.) называются концентраторами напряжений.

Напряжения в местах их концентраций зависят от формы концентратора напряжений и от свойств материала бруса; эти напряжения определяются теоретически (методами теории упругости) или экспериментально. Здесь приведем некоторые результаты этих исследований.

Концентрация напряжений характеризуется коэффициентом концентрации K :

- при растяжении и изгибе:

$$K = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} \quad (17.1)$$

где: σ_{max} – максимальное нормальное местное напряжение;

σ_n – номинальное нормальное напряжение, рассчитанное по об-

- щим формулам сопротивления материалов в предположении, что концентрация напряжений отсутствует;
 - при сдвиге и кручении:

$$K = \frac{\tau_{max}}{\tau_n} \quad (17.2)$$

ГДЕ: τ_{max} – максимальное касательное местное напряжение;

τ_n – номинальное касательное напряжение, рассчитанное по общим формулам сопротивления материалов в предположении, что концентрация напряжений отсутствует.

В качестве примера концентрации растягивающих напряжений на рис. 17.2а показаны эпюры действительных и номинальных напряжений в сечении широкой полосы, ослабленной отверстием. Величина номинального напряжения вычисляется здесь по ослабленному сечению:

$$\sigma_n = \frac{F}{S_o}$$

где S_o – площадь ослабленного сечения.

Величины коэффициента концентрации напряжений приведены в справочниках и зависят от соотношения размеров отверстия и полосы. Если $d/b = 0,2$ (приблизительно так показано на рис. 17.2а), то в этом случае $K = 2,5$. При боковых надрезах на растягиваемой или сгибаемой полосе (рис. 17.1б, в, г) значение коэффициента концентрации колеблется от 2 до 7 в зависимости от соотношения размеров. При этом острые внутренние углы в надрезах являются недопустимыми, так как теоретически местное напряжения в этом случае вырастает до бесконечности. Чем больше радиус закругления во внутренних углах вырезов, тем меньше концентрация напряжений. В случае растягиваемого стержня с резьбой (рис. 19.1д) $K = 3 \div 5$.

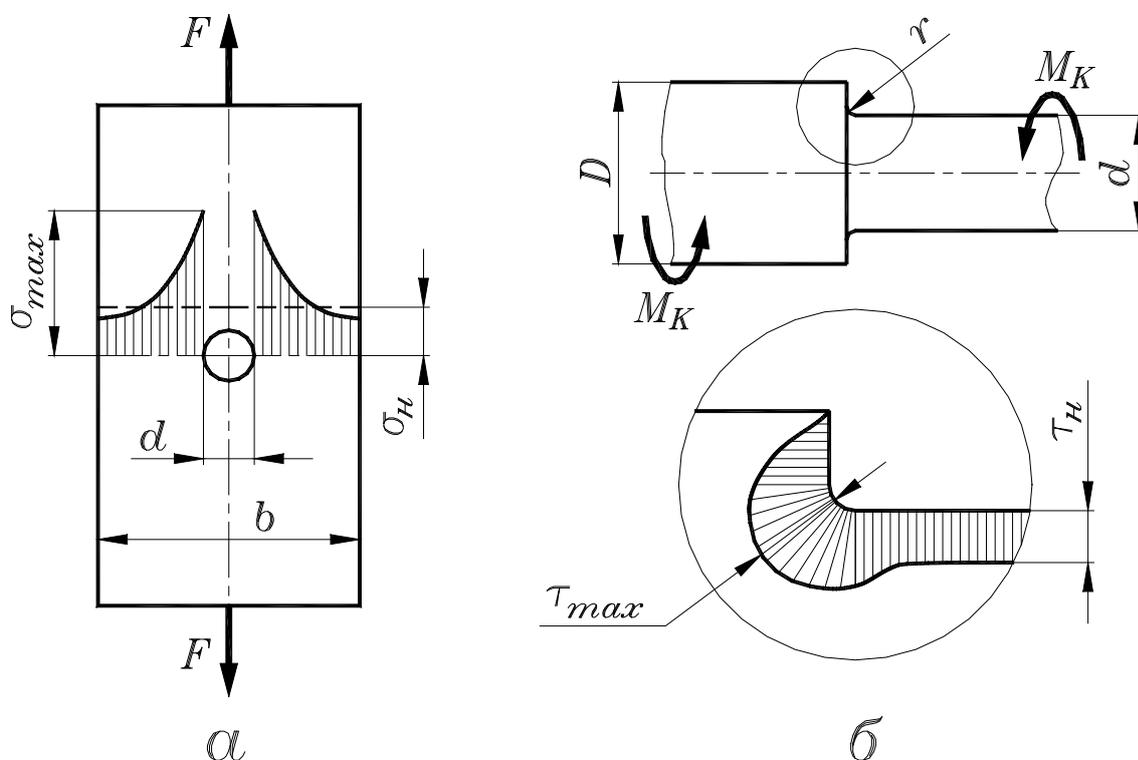


Рис. 17.2.

Пример концентрации касательных напряжений показан на рис. 17.2б. Ступенчатый вал нагружен крутящим моментом. Внутренний угол ступени имеет скругление (галтель). Эпюра касательных напряжений показывает, что максимальное напряжение имеет место внутри угла ступени. Величина концентрации напряжений зависит от соотношения диаметров ступеней и радиуса закругления галтели. Согласно справочным данным, если $D/d = 1,5$, $r/d = 0,08$ (приблизительно так показано на рис. 17.2б), то $K = 1,5$. Чем больше радиус закругления галтели, тем меньше концентрация напряжений.

Использование в валах отверстий, канавок, шпоночных пазов и шлицев также приводит к концентрации напряжений. И здесь действуют те же правила, которые были описаны выше: для уменьшения концентрации напряжений в возможных случаях необходимо максимально возможно скруглять внутренние углы конструктивных элементов. В частности, в связи с этим, эвольвентные шлицы на валах являются более надежными при работе под нагрузкой, так как имеют плавные переходы от эвольвентной боковой поверхности к поверхности внутреннего диаметра. По этой причине в самолетостроении и в вертолетостроении в силовых механизмах используются только эвольвентные шлицевые соединения.

В заключение заметим, что опасность концентрации напряжений возрастает при увеличении твердости материала деталей. В случае динамических нагрузок концентрация напряжений существенно снижает прочность деталей, выполненных как из хрупких, так и из пластичных материалов, что необходимо учитывать в практических расчетах.

§17.3. Контактные напряжения

Местные напряжения, возникающие в силовом контакте в месте передачи внешней нагрузки между телами (звеньями), образующими высшую кинематическую пару, называются контактными напряжениями. Вследствие упругой деформации материала в месте соприкосновения возникает площадка контакта, по которой и происходит передача давления.

Контактные напряжения играют основную роль при расчете шариковых и роликовых подшипников, зубчатых передач, кулачковых механизмов. Эти напряжения определяются методами теории упругости при следующих допущениях.

1. В зоне контакта возникают только упругие деформации, следующие закону Гука.
2. Линейные размеры площадки контакта малы по сравнению с радиусами кривизны соприкасающихся поверхностей.

3. Силы давления, распределенные по поверхности контакта, нормальны к этим поверхностям.

4. На поверхности контакта возникают только нормальные напряжения.

Основоположником теории контактных напряжений является немецкий ученый Герц (Herz), поэтому контактное напряжение обозначается буквой σ с индексом Н. Рассмотрим результат этой теории на примере сжатия двух тел, имеющих цилиндрические закругления; контакт тел происходит по этим цилиндрическим поверхностям, оси которых параллельны (рис. 17.3).

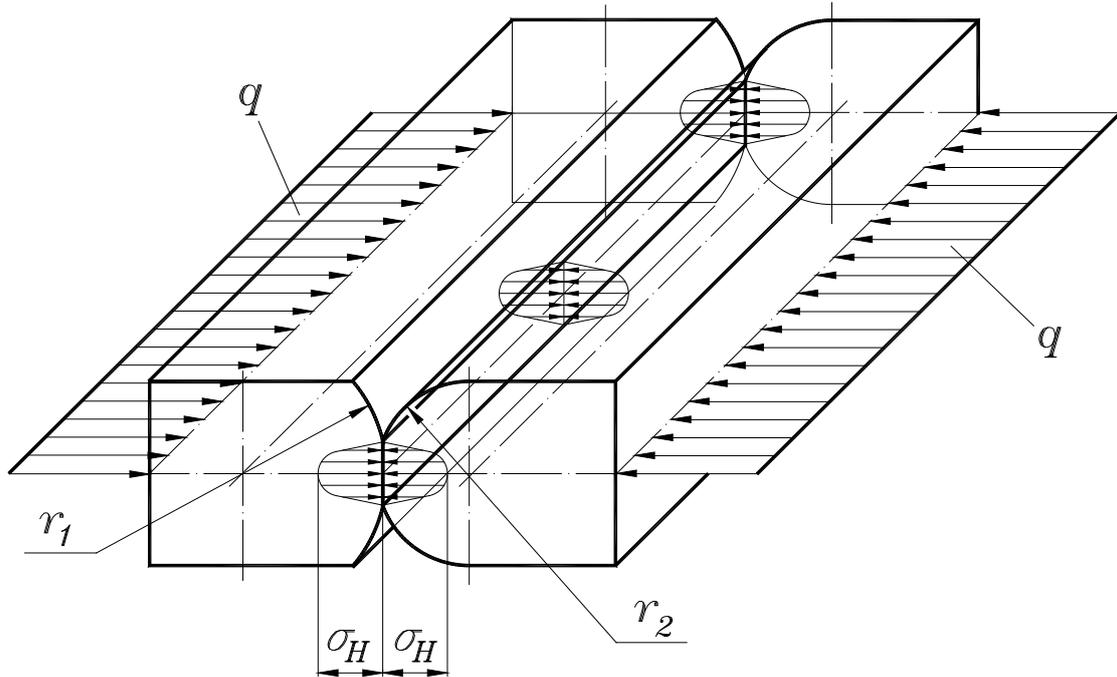


Рис. 19.3.

Теоретически контакт этих тел происходит в высшей кинематической паре, то есть по линии. Однако после приложения удельной нагрузки q , в результате упругой деформации контактирующих поверхностей, контакт тел происходит по узкой площадке. Значения максимальных контактных напряжений σ_H находятся на продольной оси симметрии контактной площадки. Значение этих напряжений вычисляется по формуле:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q(r_1 \pm r_2)}{r_1 r_2} \frac{2E_1 E_2}{2\pi [E_1(1 - \mu_2^2) + E_2(1 - \mu_1^2)]}} \quad (17.3)$$

где: E_1 и E_2 – модули продольной упругости (модули Юнга) контактирующих тел;

μ_1 и μ_2 – коэффициент Пуассона (отношение поперечной деформации к продольной);

r_1 и r_2 – радиусы контактирующих цилиндров.

Для упрощения формулы (19.3) введем обозначения приведенного модуля упругости E_{np} и приведенного радиуса кривизны контактирующих поверхностей ρ_{np} :

$$E_{np} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2} \quad (17.4)$$

$$\frac{1}{\rho_{np}} = \frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2} \quad (17.5)$$

Кроме того, приблизим формулу (13.3) к расчету стальных деталей, так как в силовых передачах общего машиностроения, а также в самолетостроении, используются в основном стальные детали в подшипниках, зубчатых и кулачковых механизмах. Модуль упругости для стали $E_{np} = E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ (МПа). Коэффициент Пуассона для стали $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$. Подставляя эти значения и формулу (17.5) в выражение (17.3) после извлечения числовых значений из-под корня, получим:

$$\sigma_H = 190 \sqrt{\frac{q}{\rho_{np}}} \quad (17.6)$$

Эта формула справедлива для любых стальных цилиндров с постоянными или переменными радиусами кривизны, в том числе для цилиндров с образующими в виде эвольвент, то есть, для поверхностей зубьев. В этом случае, r_1 и r_2 – радиусы кривизны эвольвент зубьев в точке контакта. Знак минус в формулах (17.3) и (17.5) относится к случаю внутреннего контакта, когда поверхность одного из цилиндров вогнутая (контакт роликов с внешним кольцом подшипника, внутреннее зубчатое зацепление и пр.).

Формула (17.6) показывает, что контактные напряжения не пропорциональны нагрузке, например, если нагрузка увеличится в четыре раза, то контактные напряжения возрастут в два раза. То есть, контактные напряжения увеличиваются медленнее, чем нагрузка. Это объясняется тем, что с увеличением нагрузки увеличивается и площадь контакта. Если площадь контакта увеличится настолько, что станет сопоставимой с радиусами кривизны контактирующих тел, то приведенные выше расчетные зависимости оказываются непригодными для нахождения напряжений в контакте.

В частности, такой случай имеет место при внутреннем контакте цилиндров, диаметры которых мало отличаются друг от друга (рис. 17.4а). Примерами такого контакта могут служить низшие кинематические пары плоских механизмов: вал в подшипнике скольжения, шарниры стержневых механизмов, шарниры цепей цепных передач. Разность диаметров здесь минимальна и объясняется необходимостью

относительного движения в присутствии смазки. Другим примером является соединение деталей при помощи чистого болта или штифтового соединения. Разность диаметров в этом случае измеряется сотыми долями миллиметра и объясняется технологическими соображениями сборки или эксплуатации соединения.

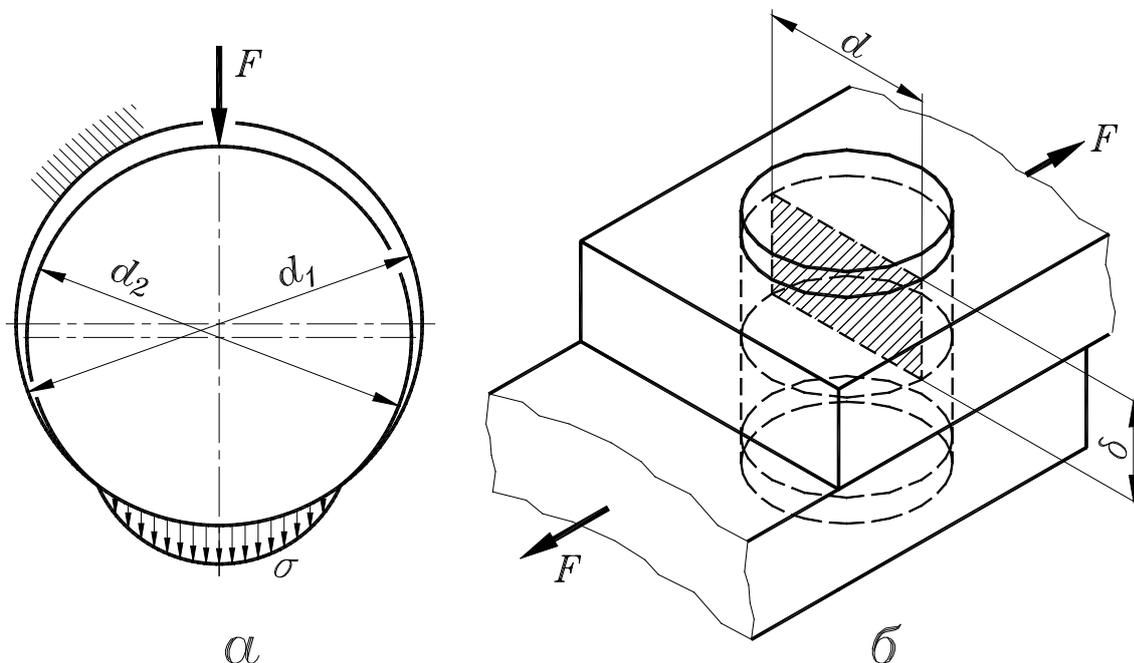


Рис. 17.4.

Напряжения при таком контакте уже фактически не являются местными, так как распределены по относительно большой поверхности. Если их и называют иногда местными, то лишь условно, чтобы отличить от других напряжений – растяжения, изгиба или кручения, распределенных равномерно по всему объему деталей.

Контактные напряжения в этих случаях ограничены допустимым удельным давлением в подшипниках и шарнирах или допустимым напряжением смятия между телом болта или штифта и цилиндрической поверхностью отверстия в детали. Действительное распределение напряжений по цилиндрическим контактирующим поверхностям довольно сложно, поэтому расчет ведется условно по напряжению в диаметральной плоскости шарнира или болта (штифта).

Условие прочности на смятие для штифтового соединения, нагруженного растягивающими силами (рис. 17.4б), выглядит так:

$$F \leq S_{см} [\sigma_{см}] = \delta d [\sigma_{см}] \quad (17.7)$$

где: $S_{см}$ – площадь смятия;

δ – толщина наиболее тонкой соединяемой детали;

d – диаметр штифта;

$[\sigma_{см}]$ – допускаемое напряжение смятия.

Допускаемое напряжение смятия обычно принимается в два, два с половиной раза больше допускаемого напряжения на растяжения для материала штифта или наиболее тонкой из соединяемых деталей:

$$[\sigma_{см}] = (2 \div 2,5)[\sigma]$$

Ключевые слова и выражения

1. Сложное сопротивление – это случай сложного напряженного состояния, при котором в сечении бруса возникают сразу несколько силовых факторов или деформированных состояний, например, изгиб, кручение и пр.

2. Эквивалентное напряжение – это такое линейное (одноосное) напряжение растяжения, которое равноопасно сложному напряженному состоянию.

3. Равноопасными называют такие напряженные состояния, у которых при пропорциональном увеличении напряжений одновременно наступает предельное состояние.

4. Теория прочности – это гипотеза о преимущественном влиянии на прочность материала при сложном сопротивлении того или иного фактора (деформированного состояния).

5. Устойчивость – это способность конструкции или звена сохранять первоначальную форму упругого равновесия под действием внешних сил.

6. Продольный изгиб – это потеря устойчивости стержня, то есть, явление внезапного изгиба центрально сжатого стержня.

7. Критическая сила – это наименьшая сила, при которой происходит потеря устойчивости центрально сжатого стержня.

8. Гибкость стержня характеризует его способность сопротивляться искривлению в зависимости от размеров и способа закрепления концов.

9. Различают стержни большой гибкости, средней гибкости и малой гибкости.

10. Задача устойчивости стержней большой гибкости решается при помощи формулы Эйлера, средней гибкости – при помощи формулы Ясинского, а стержни малой гибкости рассчитываются не на устойчивость, а на прочность.

11. Два источника местных напряжений: нарушение непрерывности формы бруса и силовой контакт в месте передачи внешней нагрузки между телами (звеньями), образующими высшую кинематическую пару.

12. Концентрация напряжений – это явление изменения обычного закона распределения напряжений, вызванного нарушением непрерывности формы бруса.

13. Коэффициент концентрации напряжений – это отношение максимального местного напряжения к номинальному, рассчитанному в предположении, что концентрация напряжений отсутствует.

14. Местные контактные напряжения возникают в силовом контакте тел, образующих высшую кинематическую пару.

15. Контактные напряжения в низших кинематических парах ограничены допускаримым удельным давлением в шарнирах или подшипниках скольжения.

16. Напряжения смятия возникают в болтовых и штифтовых соединениях деталей, нагруженных растягивающими силами.

Контрольные вопросы

1. Что такое сложное сопротивление?
2. Что такое эквивалентное напряжение?
3. Какие напряженные состояния называются равноопасными?
4. Что такое теории прочности?
5. Что такое устойчивость центрально сжатого стержня?
6. Чем характеризуется продольный изгиб?
7. Что такое критическая сила?
8. В чем состоят отличия реальной картины от расчетной схемы центрально сжатого прямолинейного стержня?
9. Что характеризует гибкость стержня?
10. Каковы границы применимости формулы Эйлера и формулы Ясинского?
11. Как рассчитываются на устойчивость стержни большой, средней и малой гибкости?
12. Какова причина местных напряжений?
13. Что такое концентрация напряжений?
14. Что называется коэффициентом концентрации напряжений?
15. Что вызывает концентрацию напряжений в стержнях, балках и валах?
16. Какие меры принимаются для уменьшения концентрации напряжений?
17. Какие допущения принимаются при расчете местных контактных напряжений?
18. Чем ограничены контактные напряжения в низших кинематических парах?
19. Как рассчитываются напряжения смятия в болтовом или штифтовом соединении деталей, нагруженных растягивающими силами?

Раздел 3. Расчеты на прочность и конструкция деталей и узлов машин

Глава 18. Общие положения расчета на прочность и конструирования деталей и узлов машин

Третий, последний раздел курса «Прикладная механика» посвящен основам расчета на прочность и конструирования деталей и узлов машин. В полном объеме это рассматривает дисциплина «Детали машин», предназначенная для студентов механических специальностей. Здесь мы изучим этот предмет в сокращенном объеме. Начнем с общих положений.

Деталь – это часть машины, изготавливаемая без сборочных операций. Детали бывают простыми (болты, шпонки и пр.) и сложными (корпуса, станины и т.д.).

Узел – это сборочная единица, состоящая из деталей и имеющая определенное функциональное назначение. Различают узлы простые, например, подшипник качения, и сложные, например, редуктор. В сложные узлы могут входить простые, называемые подузлами.

Будем изучать детали и узлы общего назначения, а именно:

- механические передачи;
- подшипники;
- валы и оси;
- муфты;
- неподвижные соединения деталей машин: резьбовые, заклепочные, сварные.

§18.1. Требования, предъявляемые к деталям и узлам машин

Работоспособность – состояние узла (механизма), при котором его параметры находятся в пределах, установленных технической документацией. Например, если двигатель машины не развивает требуемой мощности, или редуктор перегревается, то машина становится неработоспособной.

Долговечность – свойство узла (механизма) сохранять работоспособность в течение определенного срока, называемого техническим ресурсом. Во время этого срока должно проводиться техническое обслуживание узла, а иногда и текущий ремонт.

Надежность – вероятность безотказной работы объекта. Отказ – это нарушение работоспособности. Сбой – легко устранимый отказ.

Ремонтопригодность – приспособленность объекта к отысканию и устранению отказов. То есть, конструкция должна быть по возможности простой для сборки и разборки.

Технологичность – соответствие узла или детали требованиям производства и эксплуатации. Конструктор объекта должен учитывать возможности завода, где этот объект будет изготавливаться, а также, условия, в которых этот объект будет эксплуатироваться.

Экономичность определяется стоимостью материала, производства и эксплуатации. Эта стоимость должна быть минимальной при прочих равных условиях. То есть, если две идентичные машины обладают одинаковой работоспособностью, долговечностью, надежностью и ремонтпригодностью, то лучше из них та, которая сделана из более дешевых материалов и более проста в изготовлении и эксплуатации.

§18.2. Критерии работоспособности и расчета деталей машин

Таковыми критериями являются прочность, жесткость, износостойкость, теплостойкость, виброустойчивость.

Прочность – способность выдерживать приложенные нагрузки без разрушения. Различают разрушение детали от потери статической прочности и от потери сопротивления усталости.

Условие статической прочности:

$$\sigma < \sigma_{\sigma}$$

где: σ – напряжение в детали;

σ_{σ} – предел прочности материала детали.

Если деталь при работе подвержена периодическим знакопеременным нагрузкам, то по истечении определенного времени она может разрушиться от потери сопротивления усталости. После определенного числа циклов напряжений на поверхности деталей, в концентраторах напряжений, возникают микротрещины. Напомним, что концентраторами напряжений детали являются те ее элементы, которые прерывают непрерывность ее поверхности и плавность ее формы, например, канавки и галтели на валах и осях, шпоночные пазы, отверстия и пр. Кроме того, микротрещины могут возникнуть и на плавных поверхностях детали в зоне контактных нагрузок (поверхности зубьев шестерен, рабочие поверхности колец подшипников качения и т.д.). Концентраторами напряжений в этом случае являются дефекты материала – раковины, или следы механической обработки поверхности – риски.

Условие сопротивления усталости:

$$\sigma < \sigma_{-1}$$

где σ_{-1} – предел выносливости материала детали.

Жесткость – способность сопротивляться образованию деформаций под действием нагрузок. Различают статическую жесткость и виброжесткость, то есть, способность сопротивляться деформациям при знакопеременных циклических нагрузках.

Износостойкость – способность сопротивляться износу. Износ – это процесс постепенного изменения размеров в результате трения. Трение – это неизбежный процесс, сопровождающий работу любой машины, не смотря на самые современные системы смазки. Процесс износа в течение срока службы детали можно представить графически так, как это показано на рис. 18.1, где δ – величина износа трущейся поверхности, t – время работы.

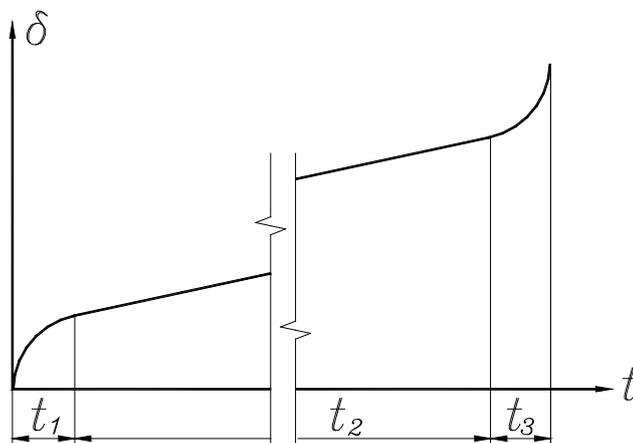


Рис. 18.1.

На этом рисунке t_1 – время приработки: в новых деталях машины в процессе трения происходит процесс сглаживания микронеровностей. После этого начинается нормальная работа машины с нормальным износом трущихся поверхностей деталей. Это время (t_2 на рис. 18.1) в правильно спроектированной машине может быть очень большим – тысячи и десятки тысяч часов. Общее время работы детали в машине не должно быть больше суммарного времени приработки и нормального износа ($t_1 + t_2$), после чего необходим восстановительный ремонт или замена детали. В противном случае наступает катастрофический износ детали, время которого t_3 невелико, а результатом которого может явиться потеря работоспособности и поломка детали и узла машины. Для увеличения срока службы принимают меры по защите трущихся поверхностей от грязи, пыли и попадания влаги, так как коррозия убыстряет процесс износа.

Теплостойкость – способность детали и узла работать в определенном температурном режиме. Перегрев может вызвать следующие отрицательные последствия.

1. Снижение прочности и появление ползучести. Экспериментально установлены следующие температурные ограничения:

- для конструкционной стали (300 ÷ 400)°С;
- для алюминиевых сплавов (150 ÷ 200) °С;
- для титановых сплавов (450 ÷ 550) °С;
- для жаропрочных сталей 1000°С;

2. Повышение износа из-за нарушения работы масла. Консистенция масла уменьшается, наступает непосредственный контакт трущихся поверхностей, что приводит к задирам и потери работоспособности.

3. Увеличение или уменьшение зазоров в кинематических парах, что может привести к ударам или повышенному трению.

4. Возникновение температурных напряжений, которые могут превысить допустимые.

Виброустойчивость – способность детали и узла работать в требуемом диапазоне угловых скоростей и угловых частот колебаний машины. Из теории механизмов и машин известно, что любая машина является источником виброактивности, то есть, работа любой машины сопровождается неизбежными вибрациями. Это учитывается при конструировании деталей и их соединений. Ярким примером здесь служат летательные аппараты, в которых для создания неразъемных соединений алюминиевых деталей корпусов и обшивки используются не сварные швы, а заклепочные соединения. Микротрещина, появившаяся в результате вибраций в сварном алюминиевом шве может быстро увеличиться и распространиться на весь шов. Заклепочные швы более надежны, так как микротрещина в одной заклепке может вызвать разрушение только этой заклепки, а не шва в целом.

§18.3. Особенности расчета на прочность деталей машин

Подобно тому, как в динамических расчетах реальная машина заменяется ее динамической моделью, при расчете на прочность реальная конструкция детали и приложенные к ней нагрузки заменяются моделью детали и расчетной схемой. При моделировании происходит неизбежное упрощение конструкции детали и схемы приложенных к ней нагрузок. При этом надо уметь правильно выделить главное и отбросить второстепенное. Следует использовать накопленный опыт, нормы и рекомендации, которые изложены в специальной справочной литературе по деталям машин. Однако, в любом случае, в результате предпринятых упрощений инженерный расчет становится приближенным. Недостаточная точность расчета компенсируется коэффициентом безопасности (коэффициентом запаса прочности). Выбор этого коэффициента является ответственным этапом расчета, особенно при конструировании деталей и узлов летательных аппаратов.

Согласно назначению, различают два вида расчетов на прочность: проектный и проверочный. Проектный расчет имеет целью определить главные размеры детали, исходя из нагрузок, действующих на эту деталь, и материала детали. Цель проверочного расчета – найти напряжения, возникающие в детали, которая имеет определенные размеры, сделана из определенного материала и работает под

действием известных нагрузок, и убедиться, что эти напряжения не больше допусковых.

Из этих определений следует, что проектный расчет предшествует конструированию детали, а проверочный расчет выполняется после конструирования детали. При проверочном расчете учитываются действительные главные размеры и форма детали, которые после конструирования могут отличаться от предварительно определенных при проектном расчете.

В качестве примера ниже приведены условия прочности и формулы проектного и проверочного расчетов для простейших случаев растяжения, изгиба и кручения круглого бруса.

Растяжение (рис. 18.2а).

Условие прочности:

$$\sigma = \frac{F}{S} \leq [\sigma]$$

где: F – растягивающая сила в Н;

S – площадь поперечного сечения стержня в мм²: $S = \frac{\pi d^2}{4}$

(d – диаметр стержня в мм);

[σ] – допусковое напряжение растяжения в МПа.

Проектный расчет:

$$d / \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma]}} \text{ (мм)}$$

Проверочный расчет:

$$\sigma = \frac{4F}{\pi d^2} \leq [\sigma] \text{ (МПа)}$$

Изгиб (рис. 18.2б).

Условие прочности:

$$\sigma = \frac{M}{W} \leq [\sigma_{И}]$$

где: M – изгибающий момент в Нм;

W – осевой момент сопротивления сечения стержня в мм³:

$$W = \frac{\pi d^3}{32}$$

[σ_И] – допусковое напряжение изгиба в МПа.

Проектный расчет:

$$d / \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 10^3 M}{\pi [\sigma_H]}} \text{ (мм)}$$

Проверочный расчет:

$$\sigma = \frac{32 \cdot 10^3 M}{\pi d^3} \leq [\sigma_H] \text{ (МПа)}$$

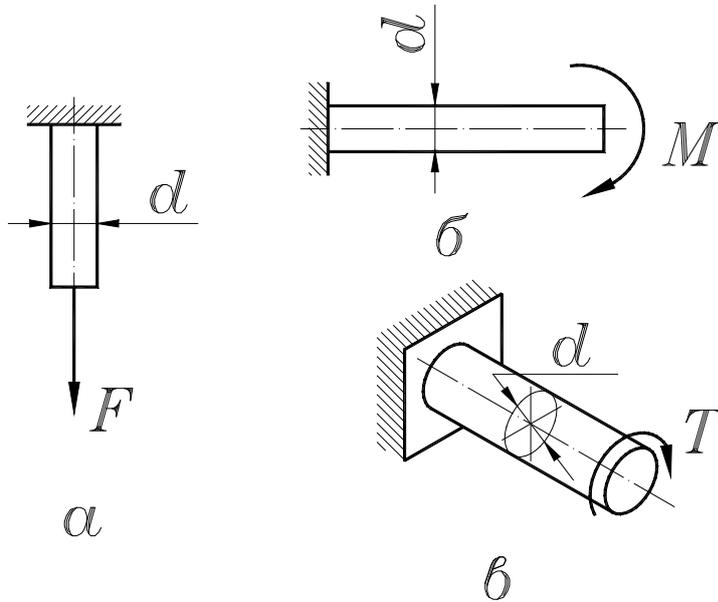


Рис.18.2.

Кручение (рис. 18.2в)

Условие прочности:

$$\tau = \frac{T}{W_p} \leq [\tau]$$

где: T – крутящий момент в Нм;

W_p – полярный момент сопротивления сечения стержня в мм³:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}$$

$[\tau]$ – допускаемое напряжение кручения в МПа.

Проектный расчет:

$$d / \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10^3 T}{\pi [\tau]}} \text{ (мм)}$$

Проверочный расчет:

$$\tau = \frac{16 \cdot 10^3 T}{\pi d^3} \leq [\tau] \text{ (МПа)}$$

Часть I. Механические передачи

Глава 19. Прямозубые цилиндрические зубчатые передачи

§19.1. Условия работы, необходимая точность и технический ресурс зубчатых передач

Расчет на прочность зубчатых передач во многом зависит от условий их работы, точности изготовления и технического ресурса.

Условия работы.

По условиям работы передачи делятся на открытые и закрытые. Открытые передачи – это передачи без корпуса. Смазка таких передач периодическая или случайная. При работе возможно попадание абразива (пыль, грязь). Используются в тихоходных механизмах сельхозмашин, подъемных кранов и пр. Закрытые передачи хорошо смазываются в закрытом корпусе. Смазка может происходить следующим образом:

- в масляной ванне: зубья большего колеса при работе окунаются в масло, залитое в корпус, и разбрызгивают его;
- масляным туманом: масло подается через форсунки и разбрызгивается внутри корпуса;
- под давлением: масло подается по специально выполненным каналам в деталях передачи и корпуса к трущимся поверхностям.

Точность изготовления.

Одним из параметров передачи, существенно влияющим на ее работу является окружная скорость зубьев, рассчитываемая по делительному диаметру зубчатых колес. Необходимая точность передачи пропорциональна окружной скорости, то есть, чем больше окружная скорость зубьев передачи, тем выше должна быть ее точность. Это связано с перекрытием зубьев при работе передачи, с чередованием однопарного и двухпарного зацепления, со скольжением поверхностей контактирующих зубьев, динамическими нагрузками и пр.

Точность зубчатых передач регламентируют стандарты (ГОСТ 1643-88 и ГОСТ 1758-88), которыми установлено 12 степеней точности (1-я степень – наивысшая, 12-я – наименьшая). Эта регламентация происходит по трем показателям:

- норма кинематической точности (погрешность передаточного числа за один оборот);
- норма плавности работы (погрешность передаточного числа внутри одного оборота);
- норма контакта зубьев (погрешность изготовления и сборки, проверяется по пятну контакта).

Указанные показатели передач проверяются на специально оборудованных стендах.

Наибольшее распространение в машиностроении имеют 6, 7, и 8 степени точности. В авиастроении используются преимущественно передачи шестой степени точности, допускающие окружную скорость до 100 м/с.

В разделе «Теория механизмов и машин» изучалась беззазорная зубчатая передача, то есть, зубья одного колеса входили во впадины между зубьями сопряженного колеса без бокового зазора. Однако, в результате погрешностей изготовления, такая передача не сможет работать из-за возможности заклинивания. Во избежание заклинивания необходим боковой зазор. Этот зазор также регламентируется стандартом в зависимости от вида сопряжения. Стандарт различает 6 видов:

- Н – нулевой зазор;
- Е – малый зазор;
- С и D – уменьшенный зазор;
- В – нормальный зазор;
- А – увеличенный зазор.

При работе передач любого вида сопряжения в результате погрешностей изготовления, в частности, из-за неточности шага зубьев, может быть нарушено чередование однопарного и двухпарного зацепления, а именно, двухпарное зацепление может отсутствовать. То есть, в то время, когда в зацеплении должны теоретически находиться две пары зубьев, в контакте будет только одна пара, а между второй парой зубьев будет зазор из-за неточности шага.

Если передача выполнена достаточно точной, то при работе передачи под нагрузкой, в результате деформаций зубьев, этот зазор может быть выбран и в контакте окажутся две пары зубьев. Такие передачи называются «передачи точные под нагрузкой» [1] – в них погрешность изготовления меньше, чем деформация зубьев под нагрузкой. Используются в самолетостроении, где высока точность расчетов и изготовления, а запас прочности невелик, что объясняется стремлением максимально облегчить конструкцию.

Технический ресурс.

Как известно из предыдущей лекции, технический ресурс – это период времени, в течение которого узел (механизм) сохраняет работоспособность, то есть, это срок службы узла (механизма). Ресурс зубчатой передачи зависит, в частности, от области ее использования. Так, для зубчатых механизмов общего машиностроения (редукторы и коробки передач транспортных машин, коробки скоростей технологических машин) ресурс составляет около 30 тыс. часов. Срок службы авиационных редукторов на порядок меньше – (3000 ÷ 4000) час. Срок службы связан с суммарным числом циклов напряжений зуба:

$$N = t_{\Sigma} 60 n C$$

где: t_{Σ} – ресурс в часах;

n – частота вращения колеса в об/мин;

C – число зацеплений зуба за один оборот (обычно в редукторах с неподвижными осями колес $C = 1$, в планетарных редукторах это число равно количеству сателлитов, то есть, $C = k$).

§19.2. Материалы и термообработка зубчатых колес

Зубчатые колеса силовых передач машин изготавливаются из конструкционной стали. Поверхности зубьев этих зубчатых колес должны обладать определенной твердостью. По этому признаку колеса делятся на две группы: с твердостью поверхностей зубьев $HV \leq 350$ и с твердостью поверхностей зубьев $HV \geq 350$. Колеса с $HV \leq 350$ изготавливаются из нормализованной или улучшенной стали. Колеса с $HV \geq 350$ после предварительной обработки зубьев (зубофрезерование, зубодолбление) подвергаются термообработке – это или объемная закалка или поверхностная закалка зубьев (в том числе и с предварительной цементацией). После термообработки производится окончательная (отделочная) обработка зубьев путем шлифования, шевингования и пр.

Приведем некоторые марки сталей, из которых изготавливаются зубчатые колеса, и необходимую термообработку.

Если зубчатые колеса изготовлены из сталей 45, 40Х, 40ХН, то они подвергаются объемной закалке или поверхностной закалке зубьев в специальных индукторах до твердости HRC 45÷55.

Если материалом зубчатых колес являются стали 15, 20, 12ХН3А (малоуглеродистые стали), то поверхности зубьев сначала подвергаются цементации (науглераживанию) до (0,8÷0,9)% содержания углерода, а затем закалке до твердости HRC 58÷63.

Для зубчатых колес авиационных редукторов используются легированные стали 12Х2Н4А, 38ХМЮА, 40ХНМА и аналогичные.

§19.3. Виды напряжений в зубе при работе передачи

Из раздела «Теория механизмов и машин» известно, что контакт зубьев сопряженных зубчатых колес происходит в полюсе зацепления, то есть, теоретически – это высшая кинематическая пара: точка или линия, если учесть ширину зубчатых колес. На рис. 19.1 показана картина контакта зубьев при наличии крутящих моментов T_1 на нижнем колесе и T_2 – на верхнем.

Сила взаимодействия звеньев, сопряженных в высшей кинематической паре располагается вдоль общей нормали к профилям этих

звеньев, то есть, в данном случае – вдоль нормали к эвольвентным профилям контактирующих зубьев. Эта сила называется нормальной – F_n на рис. 21.1. В результате действия этой силы и при наличии относительного скольжения профилей зубьев при работе передачи возникает сила трения $F_{тр}$. Эта сила учитывается при помощи коэффициента полезного действия в расчете силовых моментов, приложенных к зубчатым колесам.

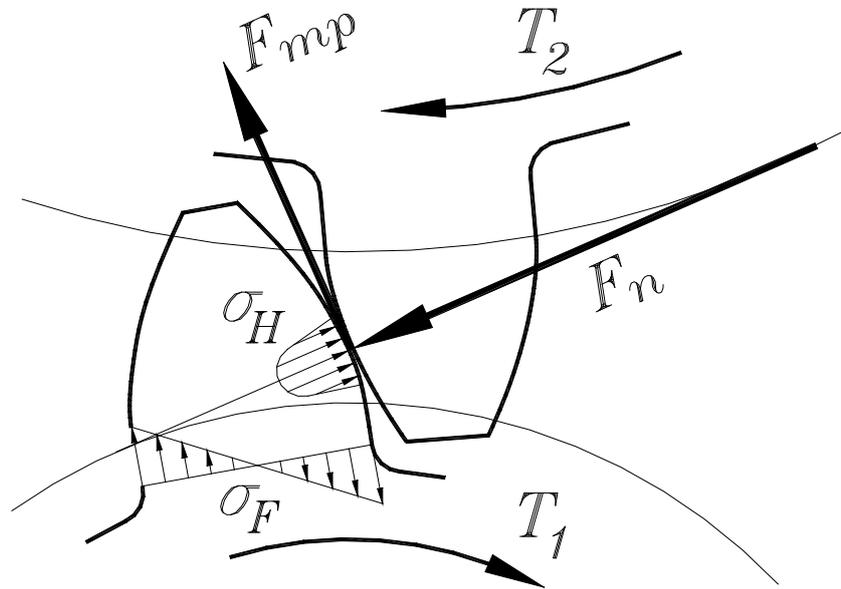


Рис. 19.1.

Рассмотрим действие силы F_n на зуб нижнего колеса на рис. 19.1. Во-первых, эта сила вызывает упругое контактное сжатие зубьев, в результате чего вместо контактной точки (или линии) возникает площадка контакта, на которой поверхности зубьев испытывают контактные напряжения σ_H . Во-вторых, нормальная сила изгибает зуб, и в его основании возникают напряжения изгиба σ_F . Возможные эпюры этих напряжений показаны на рис. 19.1. Напомним, что индекс H при контактных напряжениях происходит от фамилии основоположника теории контактных напряжений – немецкого ученого Herz. Индекс F при изгибающем напряжении связан с обозначением изгибающей силы. Эти индексы – H и F – присваиваются всем необходимым параметрам расчета на контактную и изгибную прочность, в частности – эмпирическим коэффициентам, уточняющим расчеты.

Нагрузка действует на зуб не постоянно, а периодически (или циклически). В передачах с неподвижными осями колес зуб нагружается один раз за один оборот колеса, а в планетарных передачах количество нагружений зубьев центральных колес за один оборот соответствует числу сателлитов. Такая нагрузка вызывает, так называемый, отнулевой цикл напряжений (контактных и изгибных). На рис. 19.2 показан возможный график этих напряжений. Понятно, что t_1 – время

цикла, а t_2 – время действия нагрузки на зуб. Время t_2 соответствует времени зацепления одной пары зубьев и зависит от частот вращения и геометрических параметров передачи.

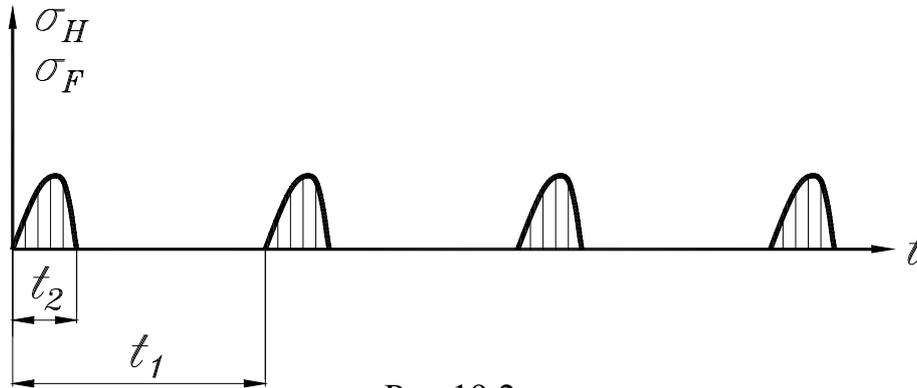


Рис.19.2.

§19.4. Критерии работоспособности и расчета

Переменные напряжения в зубьях передач являются причиной их усталостного разрушения. Различают два вида этих разрушений: повреждение поверхности зубьев и поломка зубьев. У работоспособной передачи должны быть не только целы все зубья, но и поверхности этих зубьев не должны иметь повреждений. Таким образом, критериями работоспособности и прочностного расчета зубчатой передачи являются повреждение поверхности зубьев и поломка зубьев. Рассмотрим эти критерии подробнее.

Повреждение поверхности зуба возникает в результате действия контактных напряжений и трения. Различают три вида поверхностного износа зубьев: усталостное выкрашивание, абразивный износ и заедание.

Усталостное выкрашивание возникает на зубьях закрытых, хорошо смазываемых передач при работе вне пределов технического ресурса или при нарушении режима работы передачи (перегрузка, перегрев, превышение допустимой скорости). В этом случае появляются явления усталости в поверхностных слоях зуба: на поверхности возникают небольшие углубления (оспинки), которые растут и превращаются в раковины (рис. 19.3а). Это происходит обычно вблизи полюсной линии зуба, когда вся нагрузка передается одной парой зубьев (однопарное зацепление). Масло, разделяющее сопряженные зубья, запрессовывается в микротрещины и способствует выкрашиванию частиц металла (рис. 19.4.). При дальнейшей работе такой передачи нарушаются условия образования сплошной масляной пленки, возникает непосредственный контакт поверхностей зубьев с последующим быстрым износом и задиром поверхностей. Для увеличения стойкости поверхностей зубьев на усталостное выкрашивание следует повышать

твердость материала путем термообработки, а также повышать степень точности изготовления зубчатых колес.

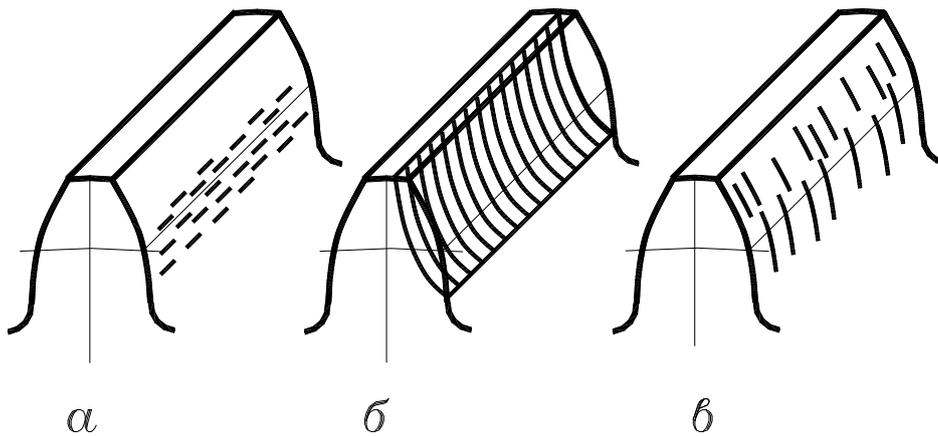


Рис. 19.3.

Абразивный износ является главной причиной выхода из строя, в основном, открытых передач при плохой смазке. Прочность изношенного зуба снижается из-за уменьшения площади его поперечного сечения (рис. 19.3б). Для уменьшения износа надо повышать твердость поверхности зубьев, защищать передачу от загрязнения и использовать специальные масла.

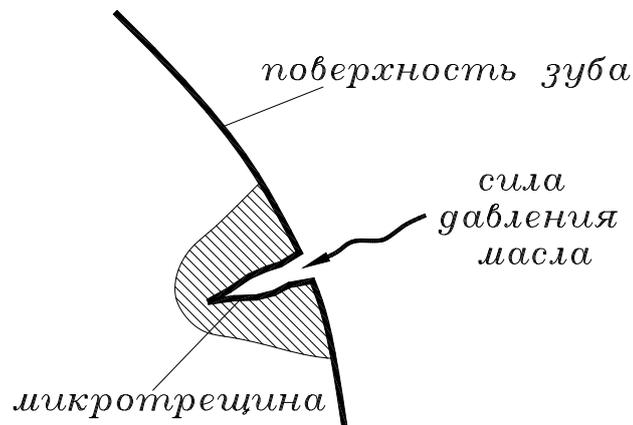


Рис. 19.4.

Заедание может происходить в высоконагруженных и высокоскоростных передачах при их перегреве. Свойства масла изменяются, в месте контакта зубьев масляная пленка разрывается и наступает непосредственный контакт поверхностей зубьев. В результате большой контактной нагрузки и трения происходит микросваривание частиц металла с последующим их отрывом от поверхности зуба. Образовавшиеся наросты задирают рабочие поверхности зубьев в направлении скольжения (рис. 19.3в). Для предупреждения заедания следует повышать твердость поверхности зубьев, охлаждать передачу во из-

бежание перегрева и использовать специальные противозадирные масла.

Поломка зубьев связана с напряжениями изгиба. Обычно зубья ломаются с краев. Различают два вида поломки: поломка от больших перегрузок и усталостная поломка. Поломка от больших перегрузок в основном происходит от непредусмотренных ударных нагрузок на передачу и предупреждается установкой специальных предохранительных устройств. Усталостная поломка происходит от действия переменных напряжений в течение времени, превышающего технический ресурс.

Из всех перечисленных видов разрушения зубьев наиболее изучено поверхностное выкрашивание, как следствие контактных нагрузок. Соответственно, в современной методике расчета из двух напряжений σ_H и σ_F за основные в большинстве случаев приняты контактные напряжения. Поэтому здесь рассмотрим только проектный расчет по контактным напряжениям.

§19.5. Проектный расчет по контактным напряжениям

В результате проектного расчета цилиндрической передачи должны быть определены ее главные геометрические параметры: межосевое расстояние, ширина колес и модуль зубьев.

Определение межосевого расстояния.

Главный габаритный размер передачи – межосевое расстояние – определяется из расчета по контактным напряжениям.

Исследования работы зубчатых передач показали, что наименьшей контактной выносливостью обладает околополюсная зона рабочей поверхности зубьев, где имеет место однопарное зацепление. Поэтому расчет контактных напряжений производится при контакте зубьев в полюсе зацепления (рис. 19.5).

Контакт зубьев можно рассматривать как контакт двух цилиндров с радиусами r_1 и r_2 , равными радиусам кривизны эвольвент в точке контакта зубьев в полюсе. При этом контактные напряжения для стальных зубчатых колес определяются по формуле (17.6), приведенной в разделе основ сопротивления материалов:

$$\sigma_H = 190 \sqrt{\frac{q}{\rho_{np}}}$$

где: q – распределенная нагрузка по длине зуба;

ρ_{np} – приведенный радиус кривизны контактирующих цилиндров.

Это выражение для стальных зубчатых колес является исходным для вывода рабочей формулы межосевого расстояния, в которой

q и $\rho_{пр}$ определены через параметры передачи, уравнены размерности и введены уточняющие коэффициенты.

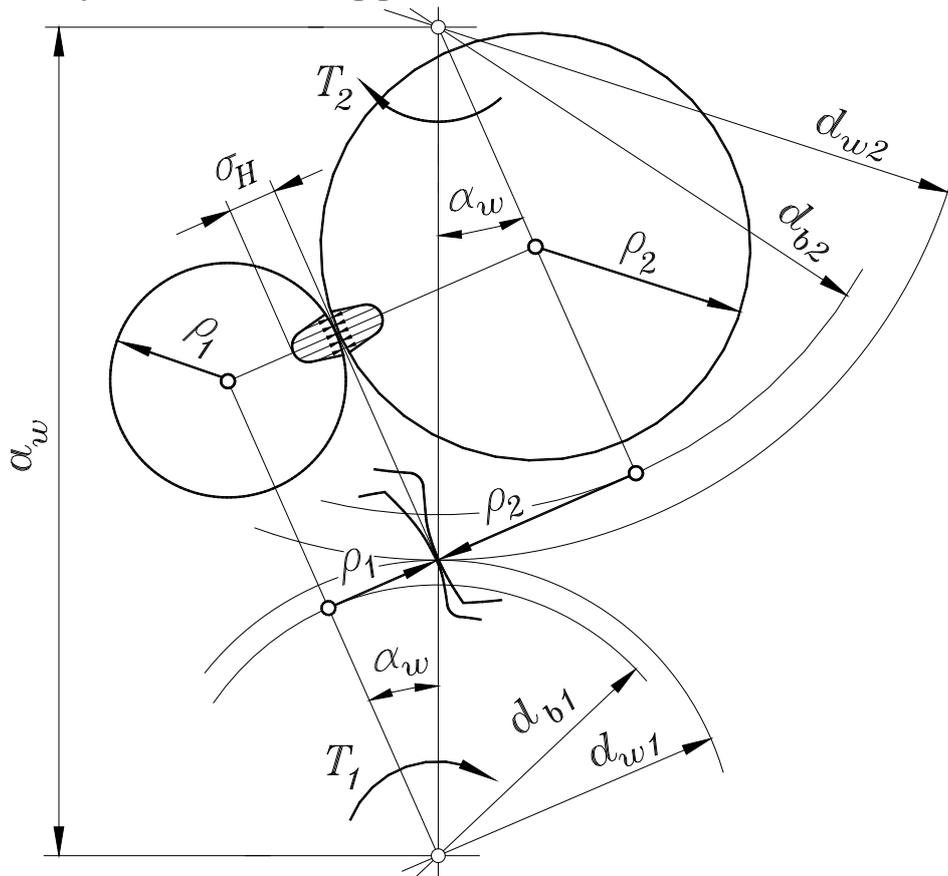


Рис. 19.5.

Вот эта формула:

$$a_w/490 (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta}}{u^2 \psi_a [\sigma_H]^2}} \quad (\text{мм}) \quad (19.1)$$

Знак «больше или равно» указывает на то, что межосевое расстояние проектируемой передачи должно быть не меньше рассчитанного по формуле (19.1). Знак «минус» в скобках используется при расчете передач внутреннего зацепления.

Коэффициент 490 получен при извлечении из под кубического корня некоторых числовых значений, связанных с геометрическими параметрами передачи и уравнивании размерностей (T_2 в Нм, а $[\sigma_H]$ в МПа).

u – это передаточное число передачи. В отличие от передаточного отношения, которое может быть больше единицы (в замедляющей передаче), или меньше единицы (в ускоряющей передаче) передаточное число всегда больше единицы, то есть, является отношением числа зубьев большего колеса передачи к числу зубьев меньшего колеса независимо от того, какое колесо является входным (ведущим). Передаточное число обозначается буквой u без индекса.

$K_{H\beta}$ – это коэффициент концентрации напряжений по длине зуба. Значение $K_{H\beta}$ колеблется от 1,02 до 1,4 и выбирается из справочника в зависимости от расположения колеса относительно опор, твердости поверхностей зубьев и относительной ширины зацепления. Эти параметры могут быть объединены в графиках или таблицах.

Коэффициент ψ_a в формуле (19.1) – это коэффициент ширины колеса по межосевому расстоянию:

$$\psi_a = \frac{b_w}{a_w} \quad (19.2)$$

где b_w – ширина зацепления; как правило – это ширина более узкого колеса.

В зависимости от расположения колеса относительно опор можно принимать следующие значения этого коэффициента:

- симметричное: $\psi_a = 0,34 \text{ } 0,5$;
- несимметричное: $\psi_a = 0,24 \text{ } 0,4$;
- консольное: $\psi_a = 0,24 \text{ } 0,25$.

Допускаемое контактное напряжение $[\sigma_H]$ находится так:

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{H0}}{s_H} K_{HL} \text{ (МПа)} \quad (19.3)$$

где: σ_{H0} – предел выносливости материала зубчатого колеса при отнулевом цикле напряжений (находится по эмпирическим формулам); для нормализованных и улучшенных сталей:

$$\sigma_{H0} = 2 HB + 70 \text{ (МПа)}$$

для закаленных сталей:

$$\sigma_{H0} = 17 HRC + 200 \text{ (МПа)}$$

s_H – коэффициент безопасности; для нормализованной, улучшенной стали и стали с объемной закалкой (то есть, для сталей с однородной структурой по объему) $s_H = 1,1$; для сталей с поверхностной закалкой (неоднородная структура по объему) $s_H = 1,2$;

K_{HL} – коэффициент долговечности: $K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{H0}}{N}}$

здесь N_{H0} – число циклов напряжений, соответствующее пределу выносливости; зависит от твердости поверхностей зубьев; например, для $HB = 350$ $N_{H0} = 35 \cdot 10^6$;
 для $HRC = 50$ $N_{H0} = 85 \cdot 10^6$;
 для $HRC = 55$ $N_{H0} = 110 \cdot 10^6$.

N – число циклов напряжений за срок службы. Если $N > N_{H0}$, то $K_{HL} = 1$.

Расчет ширины зубчатого колеса и выбор модуля.

Напомним, что проектный расчет передачи по контактным напряжениям позволил определить нижнюю границу межосевого расстояния. Что касается ширины зубчатых колес, то в формуле (19.1) присутствует только коэффициент ширины по межосевому расстоянию ψ_a , выбранный предварительно. Из формулы этого коэффициента и рассчитывается окончательно ширина зацепления (как правило, это ширина второго, то есть, большего зубчатого колеса передачи):

$$b_w = \psi_a a_w \text{ (мм)} \quad (19.4)$$

Минимально допустимое значение модуля можно определить из условий прочности зуба на изгиб. Однако при таком расчете в большинстве случаев получают передачи с очень мелкими зубьями, применение которых практически ограничено. Поэтому значение модуля обычно выбирают по рекомендациям, выработанным практикой.

В силовых передачах используются крупномодульные колеса, так как дольше противостоят износу и выкрашиванию поверхностей зубьев, а также способны выдерживать перегрузки. Для таких передач рекомендуется принимать $m / 1,5$ мм.

При выборе модуля руководствуются значениями коэффициента ширины колеса по модулю:

$$\psi_m = \frac{b_w}{m} \quad (19.5)$$

Рекомендации по выбору ψ_m даны в таблице 19.1.

После выбора этого коэффициента производится расчет величины модуля из формулы (19.5):

Таблица 19.1

Тип передачи	ψ_m
Высоконагруженные точные передачи с валами, опорами и корпусами повышенной жесткости	30 4 20
Обычные передачи редукторного типа в отдельном корпусе с достаточно жесткими валами и опорами	20 4 15
Грубые передачи с опорами на стальных конструкциях (например, крановые), открытые передачи, передачи с консольными валами, подвижные колеса коробок скоростей	15 4 10

$$m = \frac{b_w}{\psi_m} \text{ (мм)} \quad (19.6)$$

Полученное значение округляется до ближайшей стандартной величины – вот предпочтительный ряд этих значений: 1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 21; 25.

При известном модуле определяются геометрические параметры передачи, исходя из заданной величины передаточного числа и из предварительной величины межосевого расстояния a_w , рассчитанной по формуле (19.1).

Делительный диаметр первого колеса (предварительно):

$$d_1 = \frac{2 a_w}{u \pm 1}$$

Число зубьев первого колеса (округляется до ближайшего целого числа):

$$z_1 = \frac{d_1}{m}$$

Делительный диаметр первого колеса (окончательно):

$$d_1 = m z_1$$

Число зубьев второго колеса (округляется до ближайшего целого числа):

$$z_2 = z_1 u$$

Делительный диаметр второго колеса:

$$d_2 = m z_2$$

Межосевое расстояние (окончательно):

$$a_w = 0,5(d_2 \pm d_1)$$

При этих расчетах должно быть $z_1 \geq z_{\min}$. Здесь следует заметить, что минимальное число зубьев нулевого колеса $z_{\min} = 17$, известное из раздела ТММ, рассчитано только из условия отсутствия подреза эвольвентной части у основания зуба. Практически, для большей плавности и уменьшения шума при работе следует брать $z_1 / 20$.

Если окончательная величина межосевого расстояния получается меньше, чем значение, определенное из условия контактной прочности (19.1), то следует увеличить модуль или числа зубьев.

Пример расчета

Исходные данные

Рассчитать зубчатую передачу нереверсивного одноступенчатого редуктора общего машиностроения по следующим данным.

Мощность на входном валу редуктора $P_1 = 100$ кВт.

Частота вращения входного вала редуктора $n_1 = 710$ об/мин.

Частота вращения выходного вала редуктора $n_2 = 355$ об/мин.

Редуктор имеет отдельный корпус с масляной ванной.

Ресурс $t_\Sigma = 30$ тыс. часов.

1. Определение межосевого расстояния

Минимальное межосевое расстояние передачи рассчитывается по формуле (19.1). Для этого необходимо предварительно определить передаточное число редуктора, крутящий момент на выходном валу, назначить материал зубчатых колес и найти величины допускаемого контактного напряжения и уточняющих коэффициентов.

1. Передаточное число редуктора:

$$u = \frac{n_2}{n_1} = \frac{710}{355} = 2$$

2. Крутящий момент на выходном валу определим с учетом к.п.д. передачи $\eta = 0,98$:

$$T_2 = \frac{30000 P_1 \eta}{\pi n_2} = \frac{30000 \cdot 100 \cdot 0,98}{3,14 \cdot 355} = 2637,48 \text{ Нм}$$

3. Назначаем материал зубчатых колес – сталь 40Х с поверхностной закалкой зубьев до твердости HRC 48 ÷ 52 (§19.2).

4. Допускаемое контактное напряжение рассчитывается по формуле (19.3), для которой предварительно найдем предел выносливости, коэффициент безопасности и коэффициент долговечности. Предел выносливости для закаленных сталей вычисляется по формуле (стр. 197) с учетом среднего значения твердости поверхности зубьев:

$$\sigma_{H0} = 17 HRC + 200 = 17 \cdot 50 + 200 = 1050 \text{ МПа}$$

Коэффициент безопасности $s_H = 1,2$ для стали с поверхностной закалкой (стр. 197).

Коэффициент долговечности K_{HL} требует предварительного определения числа циклов напряжений, соответствующего пределу выносливости, и числа циклов напряжений за срок службы. Число циклов напряжений, соответствующее пределу выносливости, для HRC = 50 (стр. 197):

$$N_{H0} = 85 \cdot 10^6$$

Число циклов напряжений за срок службы (стр. 191):

$$N = t_\Sigma 60 n_2 = 30000 \cdot 60 \cdot 355 = 63,9 \cdot 10^7$$

Так как $N > N_{H0}$, то согласно примечанию на стр. 197, значение коэффициента долговечности $K_{HL} = 1$.

Допускаемое контактное напряжение (19.3):

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{H0}}{s_H} K_{HL} = \frac{1050}{1,2} = 875 \text{ МПа}$$

5. Коэффициент концентрации напряжений по длине зуба $K_{H\beta}$ выбирается по таблице из справочника [17]. Для симметричного расположение колеса относительно опор и твердости поверхностей зубьев $HV > 350$ находим, что $K_{H\beta} = 1,04$.

6. Коэффициент ширины колеса по межосевому расстоянию ψ_a принимаем по рекомендациям на стр. 197: для симметричного расположения колеса относительно опор $\psi_a = 0,4$

Межосевое расстояние (19.1):

$$a_W / 490 (u + 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta}}{u^2 \psi_a [\sigma_H]^2}} =$$

$$= 490 (2 + 1) \sqrt[3]{\frac{2637,48 \cdot 1,04}{2^2 \cdot 0,5 \cdot 875^2}} = 192,31 \text{ мм}$$

Полученное значение является минимально допустимым межосевым расстоянием передача с точки зрения ее контактной прочности. Фактическое межосевое расстояние, которое будет найдено после определения модуля зубьев, должно быть больше этого значения, но возможно ближе к нему для соблюдения условия минимальных габаритов конструкции.

2. Определение ширины зубчатых колес

Ширина зубчатых, колес находится по формуле (19.4), для которой значение ψ_a принимается прежним, то есть, 0,4:

$$b_W = b_2 = \psi_a a_W = 0,4 \cdot 192,31 = 76,92 \text{ мм}$$

Принимаем $b = 78$ мм. Это значение является окончательным.

3. Определение модуля зубчатых колес

Модуль находим по формуле (19.6), для которой, согласно рекомендациям на стр. 198 (таблица 19.1), принимаем значение коэффициента ширины зубчатого колеса по модулю $\psi_m = 17$:

$$m = \frac{b_W}{\psi_m} = \frac{78}{17} = 4,59$$

Полученное значение округляем до стандартного большего и получаем $m = 5$ мм.

4. Расчет чисел зубьев колес передачи

Так как известна формула:

$$a_W = \frac{m(z_1 + z_2)}{2},$$

то суммарное число зубьев передачи определится так:

$$z_{\Sigma} = \frac{2 a_W}{m} = \frac{2 \cdot 192,31}{5} = 76,92$$

Принимаем $z_{\Sigma} = 77$.

С учетом передаточного числа рассчитываем число зубьев входного колеса:

$$z_1 = \frac{z_{\Sigma}}{u + 1} = \frac{77}{2 + 1} = 25,67$$

Принимаем $z_1 = 26$.

Число зубьев выходного колеса:

$$z_2 = z_{\Sigma} - z_1 = 77 - 26 = 51$$

Фактическое передаточное число редуктора:

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{51}{26} = 1,96$$

Отклонение фактического передаточного числа от заданного:

$$\Delta = \frac{2 - 1,96}{2} 100 = 2\%$$

Допускается отклонение до 5 %.

5. Действительные геометрические параметры передачи.

Входное колесо:

$$d_1 = m z_1 = 5 \cdot 26 = 130 \text{ мм}$$

$$d_{a1} = d_1 + 2m = 130 + 2 \cdot 5 = 140 \text{ мм}$$

$$d_{f1} = d_1 - 2,5m = 130 - 2,5 \cdot 5 = 117,5 \text{ мм}$$

Выходное колесо:

$$d_2 = m z_2 = 5 \cdot 51 = 255 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2m = 255 + 2 \cdot 5 = 265 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5m = 255 - 2,5 \cdot 5 = 242,5 \text{ мм}$$

Межосевое расстояние

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{130 + 255}{2} = 192,5 \text{ мм}$$

Глава 20. Конструкция зубчатых передач

§20.1. Конструкция цилиндрических зубчатых колес и цилиндрических редукторов

Среди конструкций цилиндрических зубчатых колес различают цельные, сварные и сборные.

Если диаметральные размеры зубчатого колеса мало отличаются от диаметра вала, то его выполняют заодно с валом – получается, так называемая, вал-шестерня. На рис. 20.1а показана вал-шестерня планетарного редуктора самолета. При больших диаметрах зубчатые колеса – это отдельные детали или узлы, фиксируемые на валах при помощи шлицев (рис. 20.1б и 20.1в), шпонок (рис. 20.1г и рис. 20.1д) или другими способами.

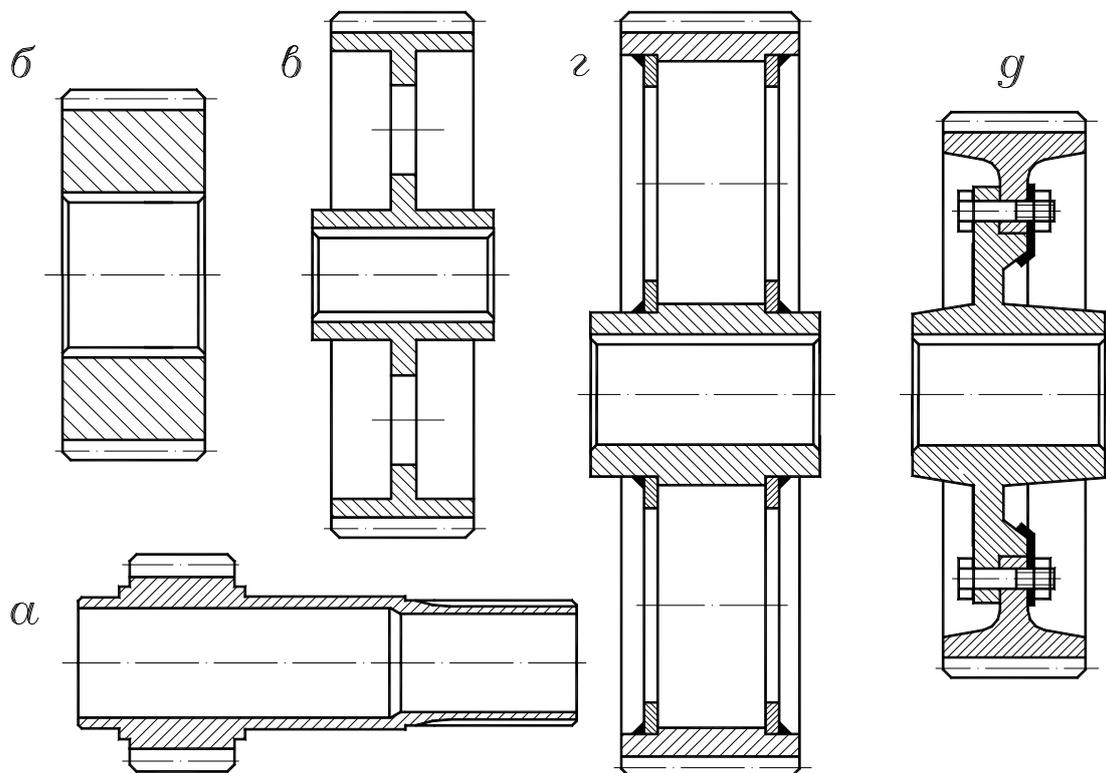


Рис. 20.1.

Если диаметральные размеры зубчатого колеса невелики, то есть, отличаются от диаметра вала не более чем в два раза, то его выполняют в виде простого цилиндра (рис. 22.1б). При больших диаметрах конструкция зубчатого колеса включает зубчатый венец, диск (часто – с отверстиями) и ступицу (рис. 22в). Длина ступицы может быть равна или быть больше ширины зубчатого венца, но обязательно должна быть больше диаметра вала (в полтора – два раза) для уменьшения возможности перекосов при монтаже и работе. Толщина диска обычно составляет (20 4 30) % от ширины зубчатого венца. Толщина обода и ступицы зависит от способа производства заготовки зубчатого колеса (литье, штамповка, ковка, точение) и рассчитывается по специальным эмпирическим формулам [17].

Сварное зубчатое колесо показано на рис. 20.1г. Для большей жесткости конструкции оно выполнено с двумя дисками. В крупногабаритных конструкциях для уменьшения массы и из технологических соображений зубчатый венец связывают со ступицей при помощи спиц.

На рис. 20.1д показано сборное зубчатое колесо – зубчатый венец посажен на диск со ступицей и закреплен болтовым соединением. Это делается, по крайней мере, по двум соображениям. Во-первых, для большей ремонтпригодности – если зубья выйдут из строя, то надо будет менять не все зубчатое колесо, а только его зубчатый венец. Во-вторых – для экономии конструкционной стали, так как диск со ступицей может быть выполнен чугуном.

Редукторы бывают выполнены как отдельные сборочные единицы или встроены в конструкцию привода машины. В виде отдельных сборочных единиц редукторы используются в приводах таких машин, как подъемные краны, транспортеры, сельхозмашины и пр. Существуют стандартные конструкции редукторов различных типов-размеров. Редукторы, встроенные в конструкцию привода машин имеют обычно устройства для изменения передаточных отношений и называются коробками скоростей или передач, например, коробка скоростей токарного станка, коробка передач автомобиля.

Различают редукторы с неподвижными осями колес и планетарные редукторы. В зависимости от величины передаточного отношения редукторы с неподвижными осями колес выполняются одноступенчатыми, двухступенчатыми и трехступенчатыми. Разбивка общего передаточного отношения между ступенями производится из соображений минимальных габаритов конструкции.

На рис. 20.2 показана одна из возможных конструкций двухступенчатого редуктора. Для простоты сборки и обслуживания редуктора его корпус выполнен разъемным, то есть, состоит из двух частей – нижней 1 и верхней 2. Обычно они выполняются литыми – чугунами или алюминиевыми. Разъем проходит по осевой плоскости валов.

Опорами валов служат шариковые и роликовые подшипники качения, способные воспринимать не только радиальные, но и осевые нагрузки, возникающие в косозубых передачах редуктора. Входной вал 3 выполнен заодно с шестерней. Промежуточный вал 4 тоже является вал-шестерней. На этом валу при помощи шпонки установлено ведомое зубчатое колесо 5 быстроходной ступени. На выходном валу 6 зафиксировано ведомое зубчатое колесо 7 тихоходной ступени.

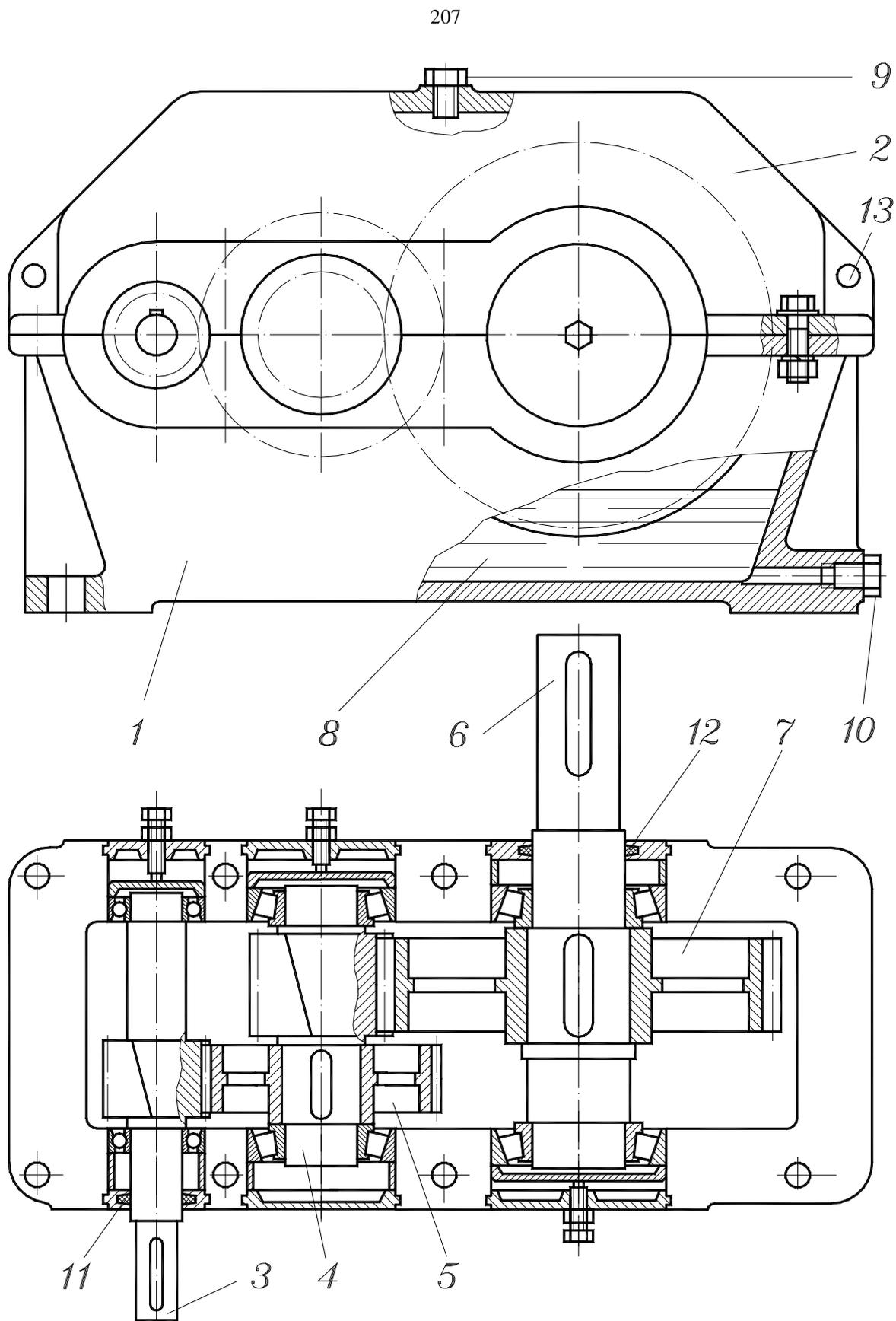


Рис. 20.2.

Смазка передач и подшипников происходит при помощи масляной ванны 8. Ведомое колесо тихоходной ступени погружено в масло,

оно разбрызгивается и внутри корпуса образуется масляный туман. Масло заливается в редуктор через отверстие в верхней части корпуса, закрытое пробкой 9. По мере эксплуатации редуктора масло загрязняется продуктами износа зубчатых колес и подшипников и его необходимо менять. Слив масла производится через отверстие в нижней части корпуса, закрытое пробкой 10.

Для предупреждения попадания грязи внутрь корпуса и вытекания масла из него в сквозных крышках подшипников установлены уплотнения 11 и 12 в виде войлочных колец. В глухих крышках предусмотрены устройства для регулировки подшипников качения при помощи нажимных винтов. Для облегчения сборки и разборки редуктора в верхней части корпуса предусмотрены отверстия 13.

На рис. 20.3 показана конструкция планетарного цилиндрического редуктора самолета, предназначенного для уменьшения частоты вращения вала поршневого двигателя. Редуктор смонтирован в литом алюминиевом корпусе 1 с крышкой 2. Входной вал 3, соединяемый с валом двигателя, выполнен заодно с солнечной шестерней. Сателлиты 4 вращаются на осях 5, неподвижно установленных в сателлитодержателе (водиле), состоящем из двух, жестко связанных частей – правой 6 и левой, выполненной заодно с выходным валом 7, на который устанавливается винт самолета. Коронное колесо 8 закреплено в корпусе.

Концентрическая соосная конструкция редуктора приводит к особому расположению опор вращения его элементов: входной вал (вал-шестерня) вращается в подшипниках, установленных не в корпусе, а в сателлитодержателе; опоры сателлитодержателя расположены в корпусе.

Смазка редуктора осуществляется разбрызгиванием масла через форсунку 9 и созданием масляного тумана. Излишки масла сливаются через трубопровод 10. Уплотнение вращающихся валов производится манжетами 11 и 12, изготовленными из армированной резины и установленными с обеих сторон редуктора.

Редукторы турбовинтовых самолетов и вертолетов имеют более сложную конструкцию на основе замкнутых планетарных механизмов. В большинстве конструкций предусмотрена смазка под давлением через специальные каналы в валах и зубчатых колесах.

§20.2. Конструкция конических зубчатых колес и конических редукторов

Подобно цилиндрическим колесам конические зубчатые колеса могут быть цельными, выполняться заодно с валом, иметь сварную или сборную конструкции.

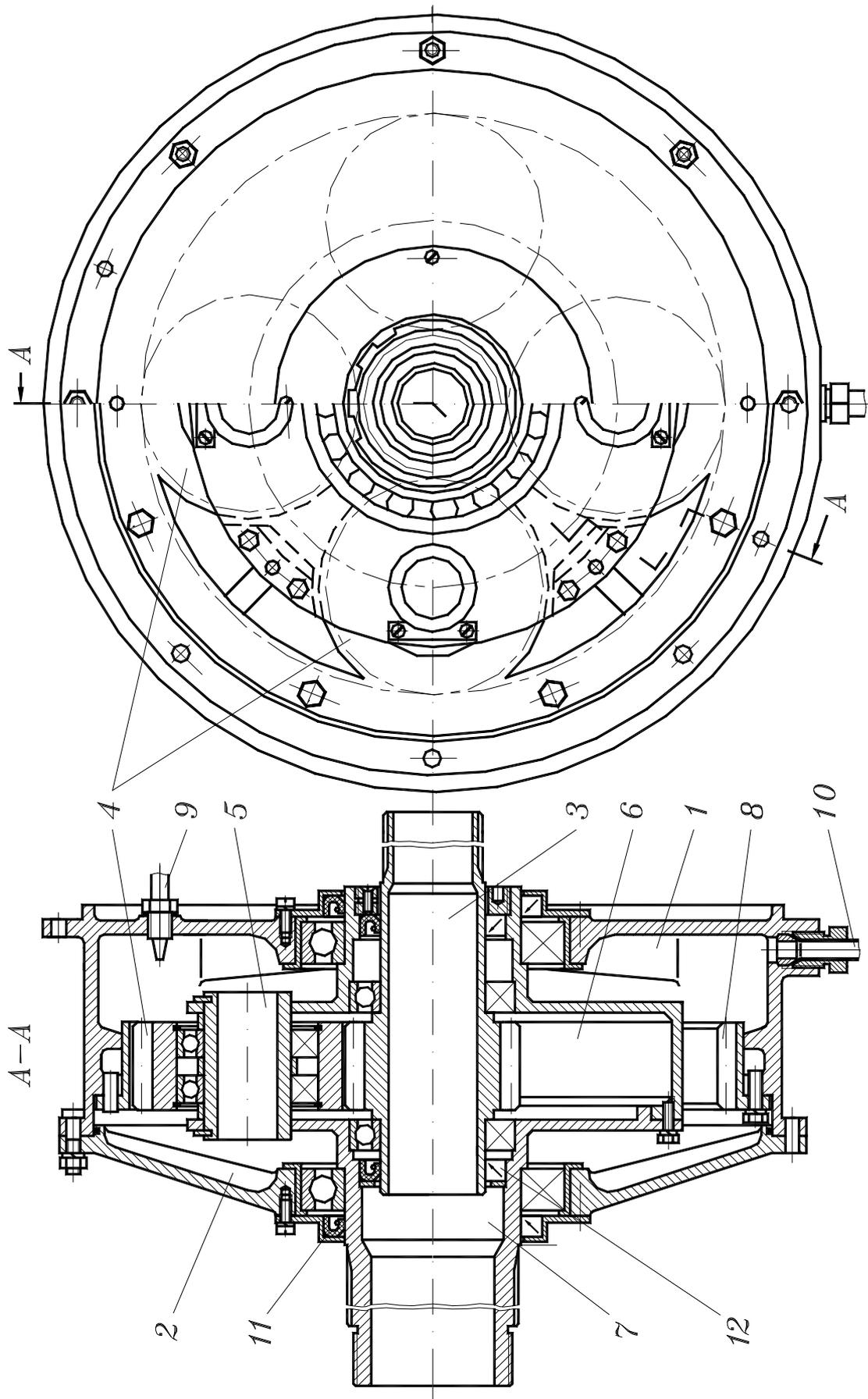


Рис. 20.3.

На рис. 20.4а показана коническая шестерня небольших размеров, имеющая в отверстии для посадки на вал шпоночный паз. Длина ступицы обычно больше ширины шестерни.

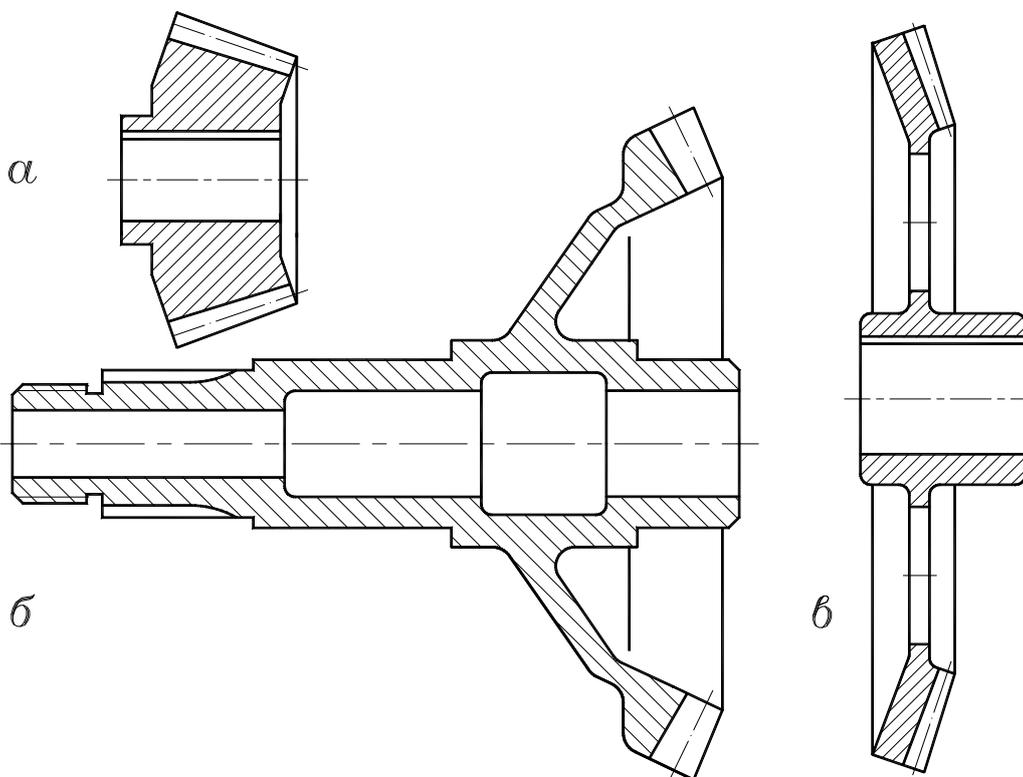


Рис. 20.4.

Конструкция конического зубчатого колеса, выполненного заодно с валом (вал-шестерня) показана на рис 20.4б. Это колесо промежуточного конического редуктора вертолета. Несмотря на то, что это колесо имеет диаметральные размеры значительно большие диаметра вала, оно выполнено заодно с валом, имеющим пустотелую, трубчатую конструкцию. Это сделано из соображений надежности и облегчения конструкции.

На рис. 20.4б показано коническое зубчатое колесо больших габаритов, конструкция которого включает зубчатый венец, диск с отверстиями для облегчения и ступицу с отверстием и шпоночным пазом для посадки на вал. Соотношения размеров примерно те же, что и в аналогичных цилиндрических колесах.

Конические редукторы служат для передачи вращения под углом и выполняются только одноступенчатыми. Иногда конический редуктор совмещается с цилиндрическим в одном корпусе и получается коническо-цилиндрический редуктор. Корпуса имеют разъемную и неразъемную конструкции.

На рис. 20.5 показана конструкция неразъемного конического редуктора для передачи вращения под углом 90° .

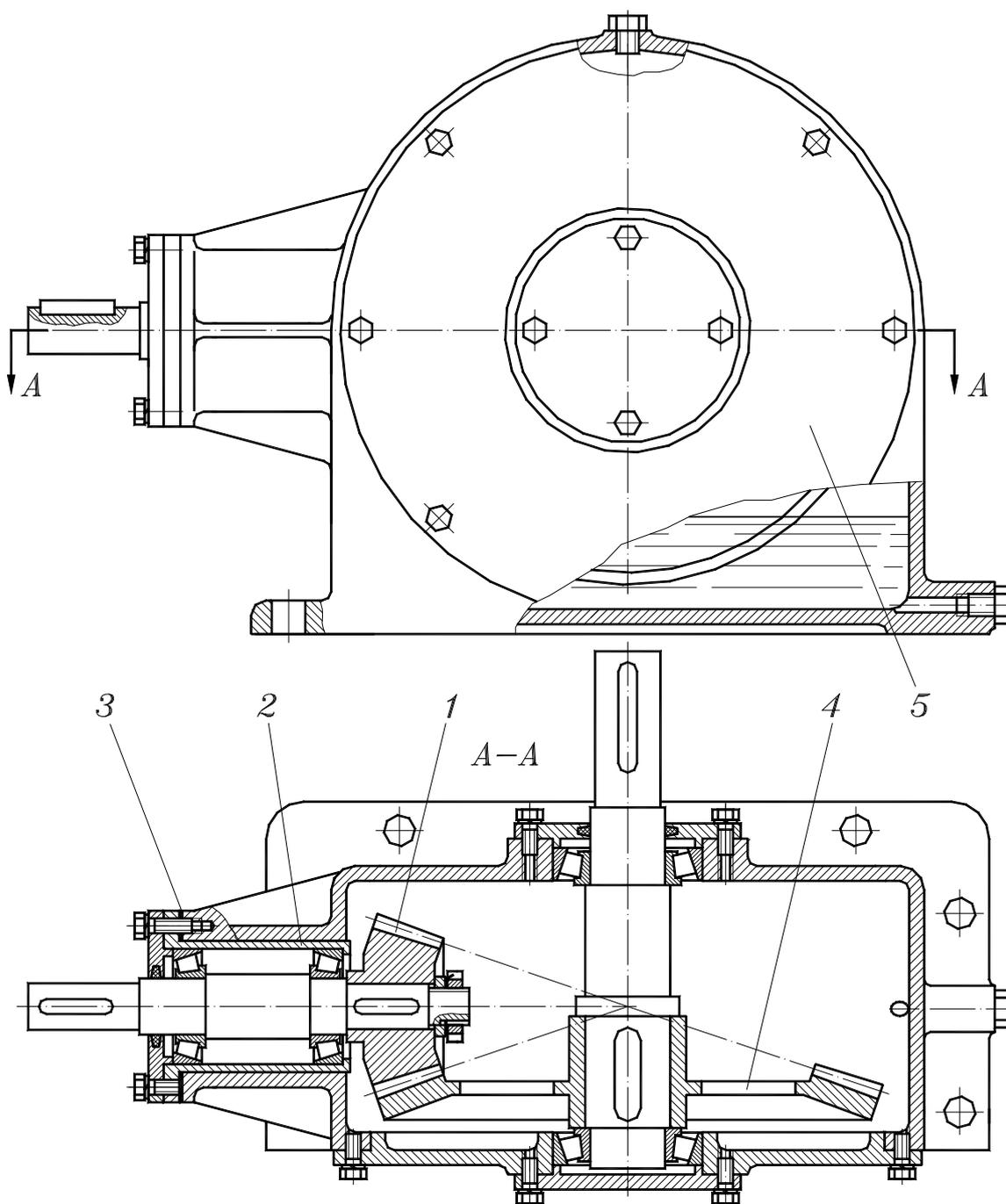


Рис. 20.5.

Ведущая шестерня 1 зафиксирована на входном валу, подшипники которого установлены в стакане 2. Осевое положение этого стакана может изменяться при помощи прокладок 3, что необходимо для регулировки зазора в зацеплении. Ведомое зубчатое колесо 4 сначала собирается вместе с выходным валом, подшипниками и крышкой 5, а затем устанавливается через отверстие в корпусе редуктора.

Промежуточный редуктор вертолета, изображенный на рис. 20.6, фактически не является редуктором, так как не изменяет скорость вращения входного вала, а только передает движение под углом.

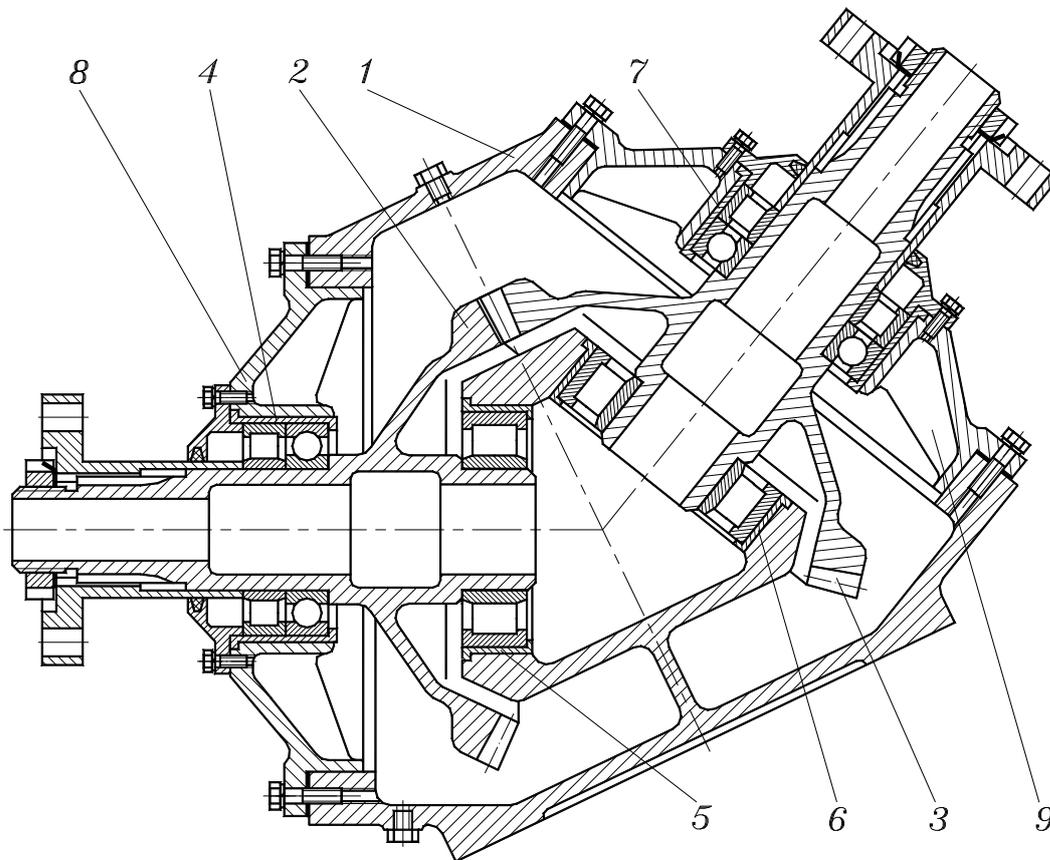


Рис. 20.6.

Этот редуктор передает движение от главного редуктора к хвостовому редуктору вертолета. Угол пересечения валов редуктора колеблется от 130 до 150 градусов в зависимости от типа вертолета. В неразъемном алюминиевом корпусе редуктора 1 смонтированы ведущее 2 и ведомое 3 конические зубчатые колеса установлены между опорами и выполненные заодно с входным и выходным валами. Подшипники валов установлены в стальных стаканах 4, 5, 6 и 7. Стаканы 6 и 7 запрессованы в расточки корпуса, а стаканы 4 и 5 – в крышки 8 и 9, которые устанавливаются в отверстиях корпуса, служащих для монтажа зубчатых колес. Зубчатые колеса авиационных редукторов не устанавливают консольно для уменьшения деформации валов под нагрузкой.

§20.3. Конструкция червяков, червячных колес и редукторов

Будем рассматривать наиболее распространенные архимедовы червяки и сопряженные с ним червячные колеса. Архимедов червяк – это винт с трапецеидальным профилем (рис. 20.7а). Обычно он вы-

полняется заодно с валом, поэтому при проектировании следует обращать внимание на то, чтобы внутренний диаметр червяка был больше диаметра прилегающего участка вала. Это необходимо из технологических соображений – для выхода резца при нарезании червяка. Так как червячные редукторы не делаются разъемными по плоскости, проходящей по оси червяка, то для возможности установки червяка вместе с подшипниками в корпус редуктора наружный диаметр червяка должен быть меньше диаметра внешнего кольца одного из подшипников.

Червячные колеса бывают цельными, бандажированными и сборными. Если диаметральные размеры червячного колеса невелики по сравнению с диаметром вала, оно выполняется цельным, как это показано на рис. 20.7б. При больших диаметральных размерах надо экономить дорогой цветной металл, идущий на изготовление червячных колес. Зубчатый венец в виде обода запрессовывается на центральную часть колеса (диск со ступицей) из чугуна и фиксируется специальными винтами-гужонами (рис. 20.7в). С той же целью изготавливают и сборные червячные колеса (рис. 20.7г). Толщина обода обычно в два раза больше модуля зубьев.

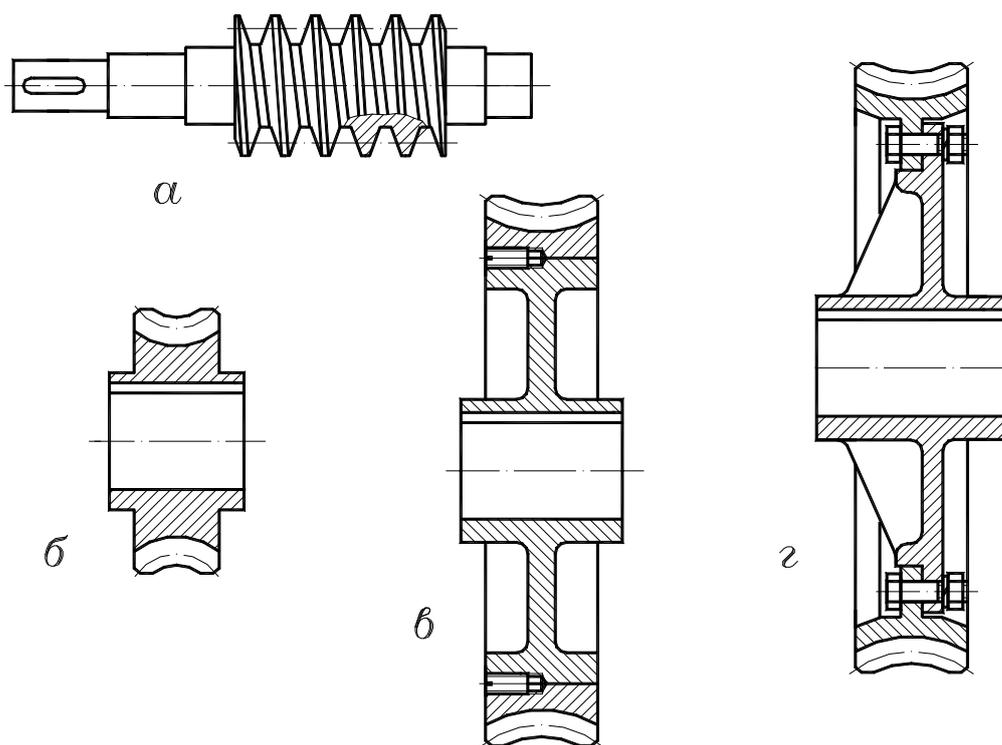


Рис. 20.7.

Червячные редукторы выполняются, как правило, одноступенчатыми и бывают в основном двух типов в зависимости от расположения червяка и червячного колеса: а) червяк над колесом и б) червяк под

колесом. При малых окружных скоростях червяка (< 445 м/с) обычно применяется конструкция передачи с червяком под колесом. При больших окружных скоростях используются передачи с червяком, расположенным над колесом. Это связано с условиями разбрызгивания масла в масляной ванне редуктора.

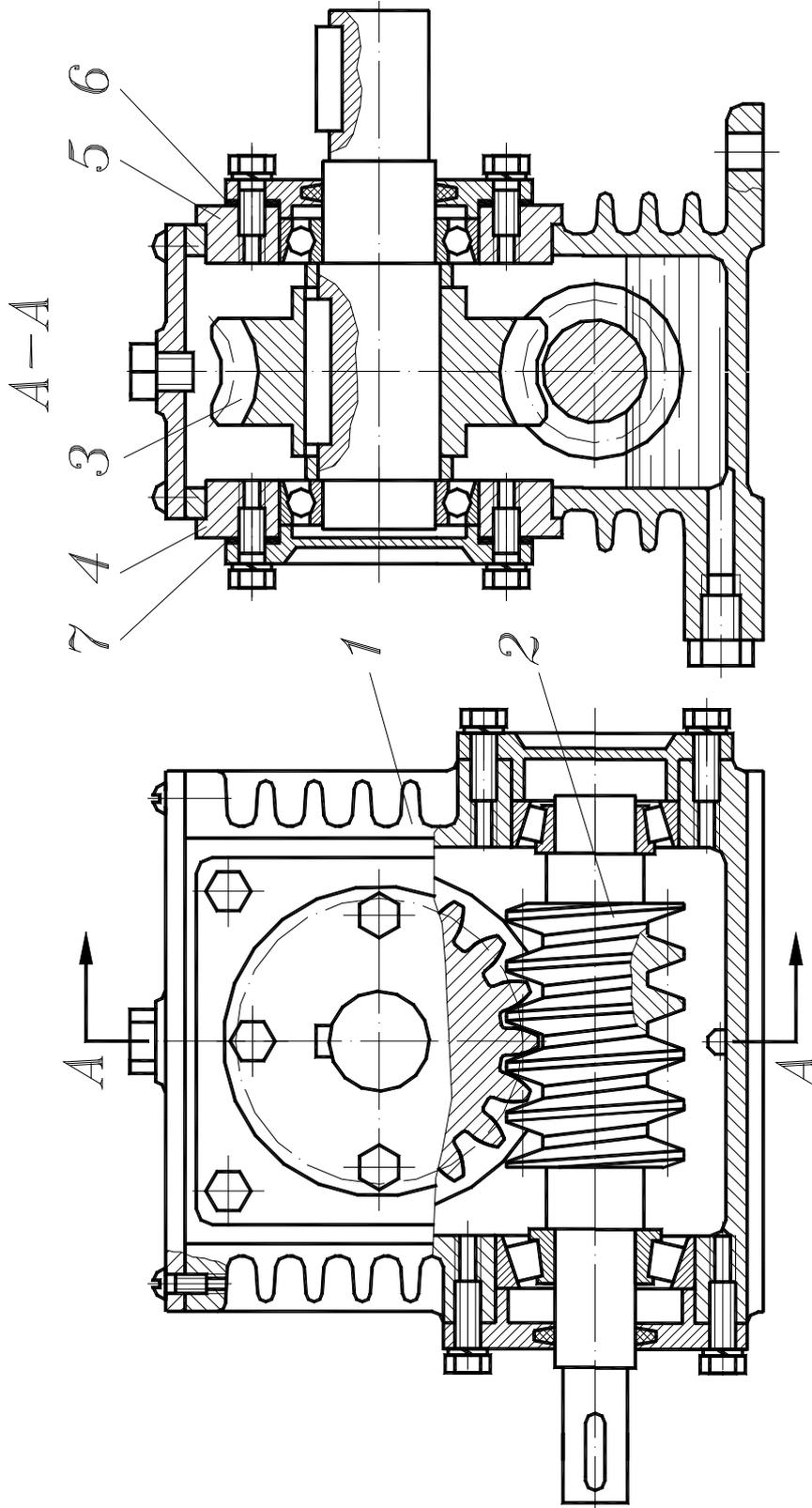


Рис. 20.8.

На рис. 20.8 показана одна из конструкций червячного редуктора с нижним расположением червяка. Неразъемный корпус 1 редуктора выполнен с ребрением для лучшего охлаждения.

Червяк 2 вращается в двух подшипниках, причем для возможности сборки-разборки диаметр наружного кольца подшипника со стороны монтажа (слева по рис. 20.8) выполнен большим, чем диаметр вершин червяка. Червячное колесо 3 закреплено на выходном валу, который вращается в подшипниках, установленных в крышках 4 и 5, закрывающих отверстия в корпусе, через которые происходит монтаж червячного колеса. Регулировка положения червячного колеса относительно червяка (регулировка зацепления) производится прокладками 6 и 7.

Глава 21. Цепные передачи

§21.1. Виды и конструкция цепных передач

Цепные передачи относятся к передачам с гибкими связями. Связь между входной 1 (рис. 21.1) и выходной 2 звездочками осуществляется при помощи цепи 3.

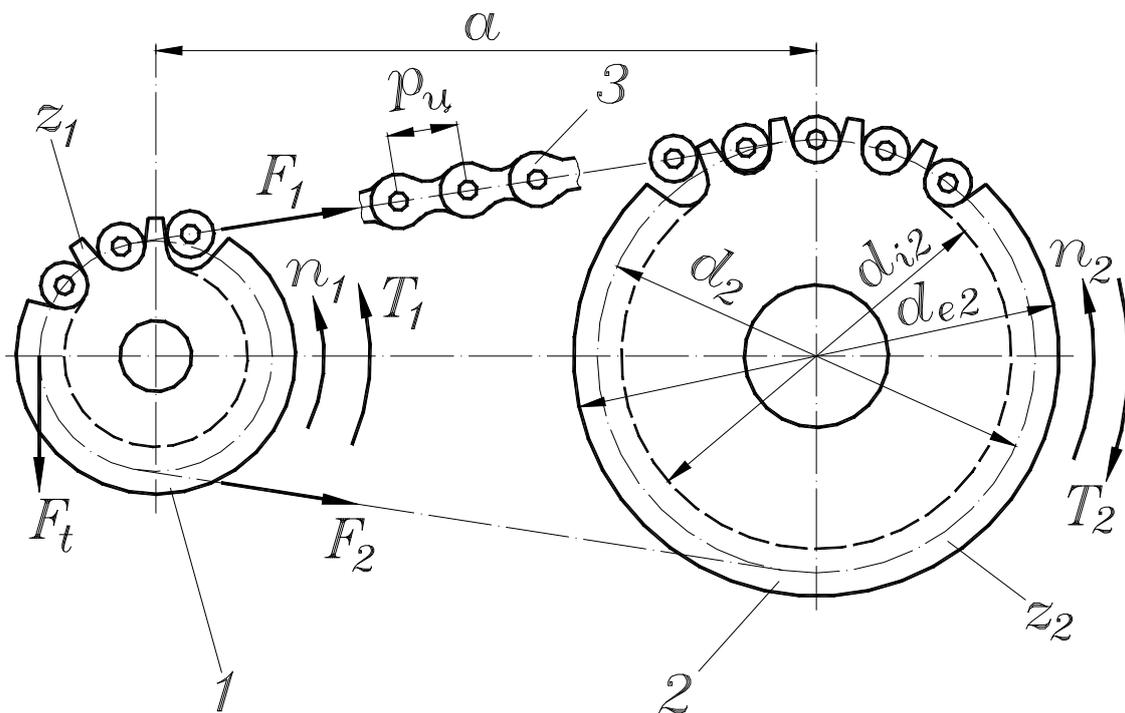


Рис. 21.1.

Передача движения основана на зацеплении цепи и звездочек. Различают цепные передачи втулочные, втулочно-роликовые (или роликовые) (рис. 21.1), зубчатые и другие. На рис. 21.2 показана кон-

струкция элементов наиболее употребительных цепей – втулочно-роликовой и цепной.

На рис. 21.2а приведена конструкция однорядной втулочно-роликовой цепи. Внутреннее 4 и внешнее 5 звенья соединены шарнирно. Шарнир состоит из валика 1, запрессованного в отверстие внешнего звена, и втулки 2, запрессованной в отверстие внутреннего звена. На втулке свободно посажен ролик 3. Втулка и валик, а значит, внутреннее и внешнее звенья, могут свободно поворачиваться друг относительно друга. Применение втулки позволяет распределить нагрузку по всей длине валика и этим уменьшить износ. Перекатывание ролика по зубу звездочки частично заменяет трение скольжения трением качения, что снижает износ зубьев.

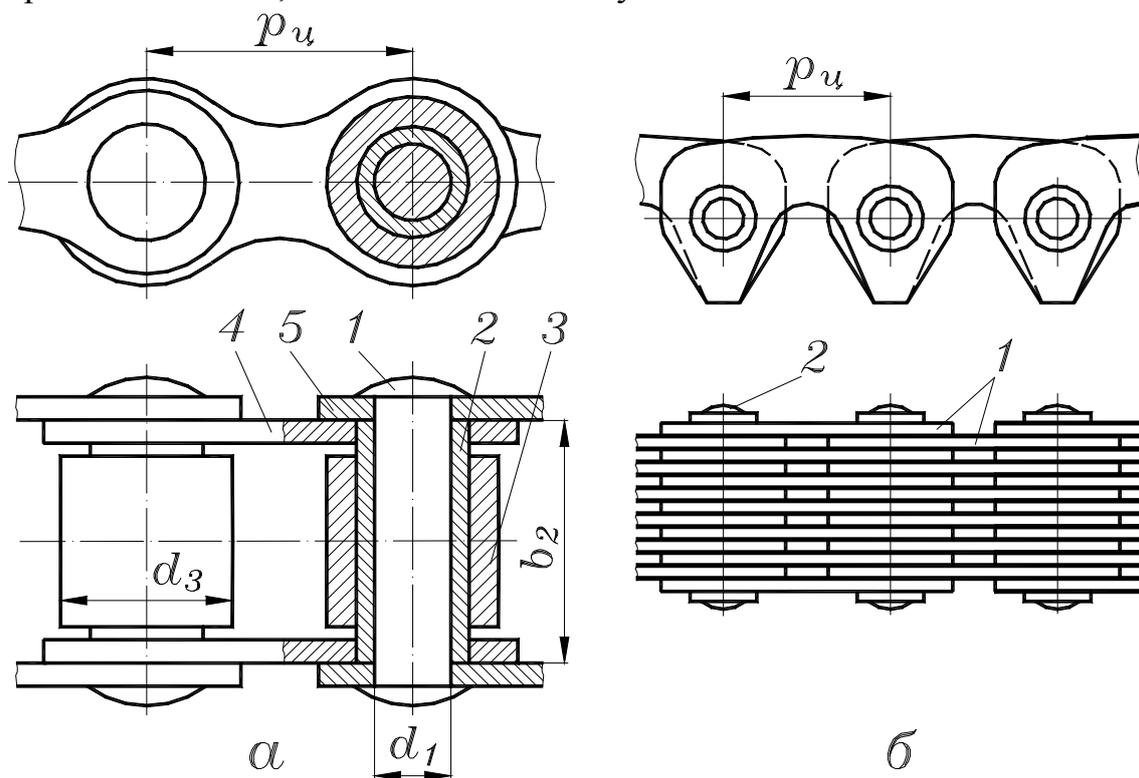


Рис. 21.2.

Втулочно-роликовые цепи применяют при окружных скоростях до 20 м/с. Наряду с однорядными изготавливают двух-, трех и четырехрядные цепи.

Втулочные цепи по конструкции аналогичны втулочно-роликовым, но у них нет ролика. Износ цепи и звездочек увеличивается, но снижается масса и стоимость цепи.

Зубчатая цепь (рис. 21.2б) состоит из наборов пластин с двумя зубообразными выступами, шарнирно связанных друг с другом. Пластины цепи зацепляются с зубьями звездочки своими торцевыми плоскостями. Конструкция зубчатых цепей позволяет изготавливать их широкими и передавать большие нагрузки. Зубчатые цепи работают более плавно и с меньшим шумом, чем втулочно-роликовые. Зуб-

чатые цепные передачи могут использоваться при сравнительно высоких скоростях – до 35 м/с. Однако, для них требуется более высокая точность изготовления и монтажа.

Общие недостатки цепных передач связаны с износом шарниров цепи, шумом и ударными нагрузками.

Цепные передачи применяют при значительных межосевых расстояниях, а также для передачи движения от одного входного вала несколькими выходным. То есть, в тех случаях, когда зубчатые передачи неприменимы, а ременные недостаточно надежны. Цепные передачи используются в транспортном и химическом машиностроении, станкостроении и сельхозмашиностроении, горном оборудовании и подъемно-транспортных машинах.

Здесь будем рассматривать только втулочно-роликовую передачу, как наиболее употребительную.

§21.2. Геометрические, кинематические и силовые параметры втулочно-роликовой передачи

Во втулочно-роликовой передаче стандартизованы цепь и размеры зуба звездочек (ГОСТ 13568-81). Главными размерами цепи являются шаг $p_{ц}$ и диаметр ролика d_3 (рис. 21.2). В таблице 21.1 приведены некоторые стандартные значения.

Таблица 21.1.

Шаг цепи $p_{ц}$, мм	8	9,525	12,7	15,875	19,05	25,4
Диаметр ролика d_3 , мм	5	6,35	7,75	10,16	11,91	15,88

С этими главными размерами связаны геометрические параметры передачи (рис. 21.1).

Делительный диаметр звездочки:

$$d = \frac{p_{ц}}{\sin \frac{180}{z}} \quad (21.1)$$

Диаметр вершин звездочки:

$$d_e = p_{ц} \left(K + K_z - \frac{0,31}{\lambda} \right) \quad (21.2)$$

где: $K = 0,7$ – коэффициент высоты зуба;

K_z – коэффициент числа зубьев: $K_z = \text{ctg} (180/z)$;

λ – геометрическая характеристика зацепления: $\lambda = p_{ц}/d_3$.

Диаметр впадин звездочки:

$$d_i = d - \left(d_3 - 0,175\sqrt{d} \right) \quad (21.3)$$

Межосевое расстояние:

$$a = 0,25 p_u \left\{ l_p - 0,5(z_2 + z_1) + \sqrt{\left[l_p - 0,5(z_2 + z_1) \right]^2 - 8 \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2} \right\} \quad (21.4)$$

где l_p – число звеньев цепи.

Кинематическими параметрами передачи являются, передаточное отношение, частоты вращения звездочек и скорость цепи.

Передаточное отношение цепной передачи:

$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (21.5)$$

Распространенные значения u до 5. При бóльших значениях u становится нецелесообразным выполнять одноступенчатую передачу из-за больших ее габаритов.

Скорость цепи равна окружной скорости звездочки по делительному диаметру:

$$v = \frac{n z p_u}{60 \cdot 10^3} \text{ (м/с)} \quad (21.6)$$

Со скоростью цепи и частотой вращения звездочки связаны износ, шум и динамические нагрузки привода. Наибольшее распространение получили тихоходные и среднескоростные передачи со скоростями до 15 м/с и частотами вращения входной звездочки до 500 об/мин.

Силовыми параметрами цепной передачи являются крутящие моменты T (рис. 21.1), окружная сила F_t , силы натяжения ведущей F_1 и ведомой F_2 ветвей цепи. Верхняя ветвь цепи на рис. 21.1 является ведущей, а нижняя – ведомой. Кроме того, на передачу действуют следующие силы: центробежная сила участков цепи, находящихся на звездочках, сила тяжести ведомой ветви цепи, вызывающая ее провисание, и сила предварительного натяжения цепи. В большинстве случаев эти силы весьма невелики по сравнению с окружной силой и в расчете могут не учитываться.

Между силами натяжения ведущей и ведомой ветви и окружной силой существует соотношение:

$$F_t = F_1 - F_2$$

Сила натяжения ведомой ветви зависит только от предварительного натяжения и провисания цепи и величина этой силы невелика, она составляет (3 4 4) % от окружной силы. Для практических расчетов можно принимать:

$$F_1 = F_t; \quad F_2 = 0$$

§21.3. Критерии работоспособности и расчет на прочность

При работе цепной передачи происходят повороты звеньев цепи друг относительно друга при наличии поперечной силы между втулкой и роликом цепи. Поэтому, основной причиной потери работоспособности цепной передачи является износ шарниров цепи. В соответствии с этим, критерием работоспособности и расчета является давление в шарнирах цепи. Условие прочности для однорядной цепи:

$$p = \frac{F_t K_{\text{Э}}}{d_1 b_2} \leq [p] \quad (21.7)$$

где: p – расчетное давление в шарнире цепи, МПа;

F_t – окружная сила на звездочке, Н;

$K_{\text{Э}}$ – коэффициент эксплуатации (выбирается из справочников в зависимости от условий работы $K_{\text{Э}} = (1 \div 1,5)$);

d_1 – диаметр валика (рис. 21.2), мм;

b_2 – длина втулки (рис. 21.2), мм;

$[p]$ – допускаемое давление в шарнире, МПа (см. ниже).

Потеря работоспособности цепной передачи заключается в следующем. В неизношенной передаче шаг цепи равен шагу зубьев звездочки по делительной окружности и ролики цепи находятся во впадинах между зубьями звездочки (рис. 21.3а).

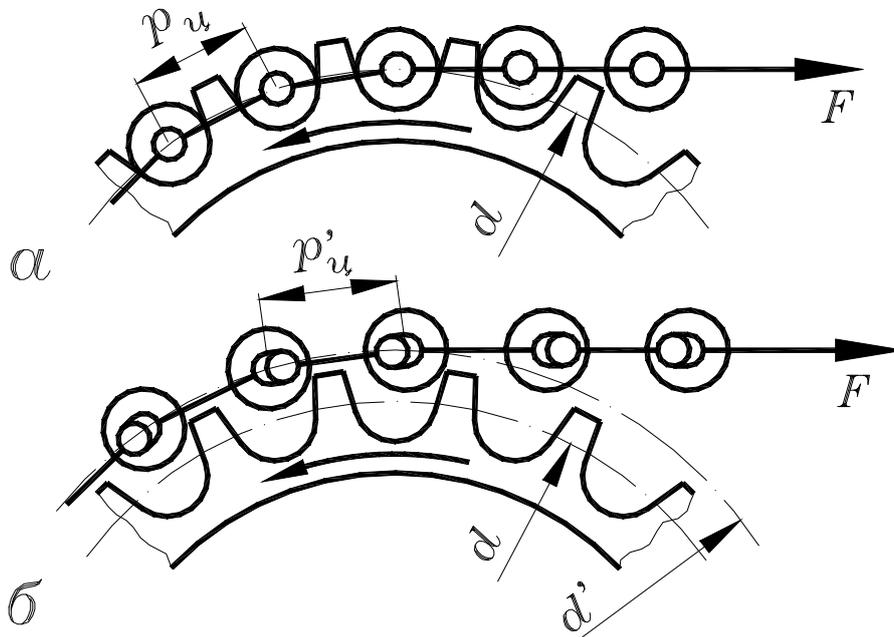


Рис. 21.3.

По мере износа шарниров цепи ее шаг увеличивается ($p'_{\text{ц}} > p_{\text{ц}}$ на рис. 21.3) и цепь располагается уже не на делительном диаметре, а на большем диаметре ($d' > d$ на рис. 21.3б).

Нетрудно видеть, что при некотором критическом износе шарниров контакт роликов с поверхностями зубьев звездочки становится

кромочным и цепь выходит из зацепления с зубьями. Возможность спадания цепи со звездочки, возрастает с увеличением числа ее зубьев. На основании расчетов и опыта эксплуатации втулочно-роликовых передач установлено оптимальное число зубьев ведущей звездочки, при котором цепь имеет максимальный срок службы с учетом ее прочности и способности к зацеплению:

$$z_1 = 29 - 2u \quad (21.8)$$

Полученное значение округляется до целого нечетного числа. (Расчетное число звеньев цепи округляется до целого четного. Нечетное число зубьев звездочек и четное число звеньев цепи приводит к тому, что один и тот же зуб звездочки контактирует с разными звеньями цепи для более равномерного износа).

Задачей проектного расчета является определение шага цепи и геометрических размеров передачи. Причем, по условию прочности рассчитывается только шаг цепи, остальные параметры – по формулам геометрических параметров и рекомендациям.

Формула проектного расчета выводится из условия прочности (21.7) для однорядной цепи. Выразив окружную силу через мощность и скорость цепи, а также с учетом того, что для стандартной втулочно-роликовой цепи с небольшой погрешностью можно принять $d_1 b_2 = 0,28 p_c^2$ [17], после преобразований получим:

$$p_c / 28 \sqrt[3]{\frac{T_1 K_\varepsilon}{z_1 [p]}} \text{ (мм)} \quad (21.9)$$

Допускаемое давление в шарнире цепи определено на основе специальных испытаний и опыта эксплуатации (таблица 21.2).

Таблица 21.2

Шаг цепи p_c , мм	Допускаемое давление в шарнирах цепи [p], МПа, при частоте вращения малой звездочки n_1 , об/мин				
	≤ 50	200	600	1000	1600
≤ 15,875	35	31,5	26	23,5	18,5
19,05425,4	35	30	23,5	19	15
31,75438,1	35	29	21	16,5	
44,45450,8	35	26	15		

По полученному по формуле (21.12) результату принимают ближайший больший шаг стандартной цепи. Если рассчитанное значение шага превышает стандартные значения, или если шаг слишком велик по конструктивным соображениям, то применяют многорядную цепь.

Пример расчета

Рассчитать на прочность равномерно нагруженную горизонтальную нерегулируемую втулочно-роликовую передачу с периодической смазкой и односменной работой по следующим данным.

Мощность на ведущей звездочке $P_1 = 7,5$ кВт.

Частота вращения ведущей звездочки $n_1 = 460$ об/мин.

Частота вращения ведомой звездочки $n_2 = 200$ об/мин.

Решение.

1. Передаточное отношение:

$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{460}{200} = 2,3$$

2. Число зубьев ведущей звездочки (21.8):

$$z_1 = 29 - 2u = 29 - 2 \cdot 2,3 = 24,4$$

Значение округляется до целого нечетного числа: $z_1 = 25$.

3. Число зубьев ведомой звездочки:

$$z_2 = z_1 u = 25 \cdot 2,3 = 57,5$$

Значение округляем до целого нечетного числа: $z_2 = 57$.

4. Фактическое передаточное отношение:

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{57}{25} = 2,28$$

5. Крутящий момент на входной звездочке:

$$T_1 = \frac{30000 \cdot P_1}{\pi \cdot n_1} = \frac{30000 \cdot 7,5}{3,14 \cdot 460} = 155,77 \text{ Нм}$$

6. Коэффициент эксплуатации выбираем из справочника [17] в соответствии с условиями работы, заданными в примере: $K_э = 1,8$.

7. Допускаемое давление в шарнирах цепи выбирается по таблице 21.2. Так как шаг цепи неизвестен, то предварительное значение определяем следующим образом. Методом интерполяции находим значения допускаемого давления при различных величинах шага для $n_1 = 400$ об/мин: $[p] = (20 \div 28)$ МПа. Принимаем среднее значение $[p] = 24$ МПа.

5. Шаг цепи (7.12):

$$p_{ц} / 28 \sqrt[3]{\frac{T_1 K_э}{z_1 [p]}} = 28 \sqrt[3]{\frac{155,77 \cdot 1,8}{25 \cdot 24}} = 22,33 \text{ мм}$$

6. По ГОСТ 13568-81 (таблица 21.1) выбираем цепь с шагом $p_{ц} = 25,4$ мм и диаметром ролика $d_3 = 15,88$ мм. Согласно таблице 21.2,

значение допускаемого давления в шарнирах цепи с выбранным шагом больше, чем предварительно выбранное. Поэтому, проверка по формуле (21.7) будет удовлетворительной.

7. Предварительное межосевое расстояние рекомендуется принимать $a = (30 \div 50)p_{\text{ц}}$:

$$a = 40 p_{\text{ц}} = 40 \cdot 25,4 = 1016 \text{ мм}$$

8. Число звеньев цепи:

$$\begin{aligned} l_p &= \frac{2a}{p_{\text{ц}}} + \frac{z_2 + z_1}{2} + \frac{p_{\text{ц}}}{a} \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2 = \\ &= \frac{2 \cdot 1016}{25,4} + \frac{57 + 25}{2} + \frac{25,4}{1016} \left(\frac{57 - 25}{2 \cdot 3,14} \right)^2 = 121,65 \end{aligned}$$

Округляем до целого четного числа $l_p = 122$.

9. Действительное межосевое расстояние (21.4):

$$\begin{aligned} a &= 0,25 p_{\text{ц}} \left\{ l_p - 0,5(z_2 + z_1) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{[l_p - 0,5(z_2 + z_1)]^2 - 8 \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2} \right\} = \\ &= 0,25 \cdot 25,4 \left\{ 122 - 0,5(57 + 25) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{[122 - 0,5(57 + 25)]^2 - 8 \left(\frac{57 - 25}{2 \cdot 3,14} \right)^2} \right\} = 1020,51 \end{aligned}$$

10. Длина цепи:

$$l = l_p p_{\text{ц}} = 122 \cdot 25,4 = 3098,8 \text{ мм}$$

11. Диаметральные размеры ведущей звездочки.

Делительный диаметр (21.1):

$$d_1 = \frac{p_{\text{ц}}}{\sin \frac{180}{z_1}} = \frac{25,4}{\sin \frac{180}{25}} = 203,2 \text{ мм}$$

Диаметр вершин определяется по формуле (21.2), для которой сначала найдем значения коэффициентов (стр. 215).

Коэффициент высоты зуба $K = 0,7$.

Коэффициент числа зубьев:

$$K_z = \text{ctg} \frac{180}{z_1} = \text{ctg} \frac{180}{25} = 7,94$$

Геометрическая характеристика зацепления:

$$\lambda = \frac{p_y}{d_3} = \frac{25,4}{15,88} = 1,6$$

$$d_{e1} = p_y \left(K + K_z - \frac{0,31}{\lambda} \right) =$$

$$25,4 \left(0,7 + 7,94 - \frac{0,31}{1,6} \right) = 214,5 \text{ мм}$$

Диаметр впадин (21.3):

$$d_{i1} = d_1 - \left(d_3 - 0,175\sqrt{d_1} \right) =$$

$$= 203,2 - \left(15,88 - 0,175\sqrt{203,2} \right) = 189,82 \text{ мм}$$

12. Диаметральные размеры ведомой звездочки.

Делительный диаметр (21.1):

$$d_2 = \frac{p_y}{\sin \frac{180}{z_2}} = \frac{25,4}{\sin \frac{180}{57}} = 461,82 \text{ мм}$$

Диаметр вершин определяется по формуле (21.2), для которой сначала найдем значения коэффициентов (стр. 215).

$K = 0,7$; $\lambda = 1,6$.

Коэффициент числа зубьев:

$$K_z = \operatorname{ctg} \frac{180}{z_2} = \operatorname{ctg} \frac{180}{57} = 18,18$$

$$d_{e2} = p_y \left(K + K_z - \frac{0,31}{\lambda} \right) =$$

$$25,4 \left(0,7 + 18,18 - \frac{0,31}{1,6} \right) = 474,62 \text{ мм}$$

Диаметр впадин (21.3):

$$d_{i2} = d_2 - \left(d_3 - 0,175\sqrt{d_2} \right) =$$

$$= 461,82 - \left(15,88 - 0,175\sqrt{461,82} \right) = 449,7 \text{ мм}$$

Глава 22. Ременные передачи

§22.1. Виды и область применения ременных передач

Схема ременной передачи показана на рис. 22.1а. Это передача между двумя шкивами: входным (ведущим) 1 и выходным (ведомым) 2 при помощи охватывающего их ремня 3 из прорезиненной ткани. Ременные передачи относятся к передачам с гибкой связью так же, как и цепные передачи.

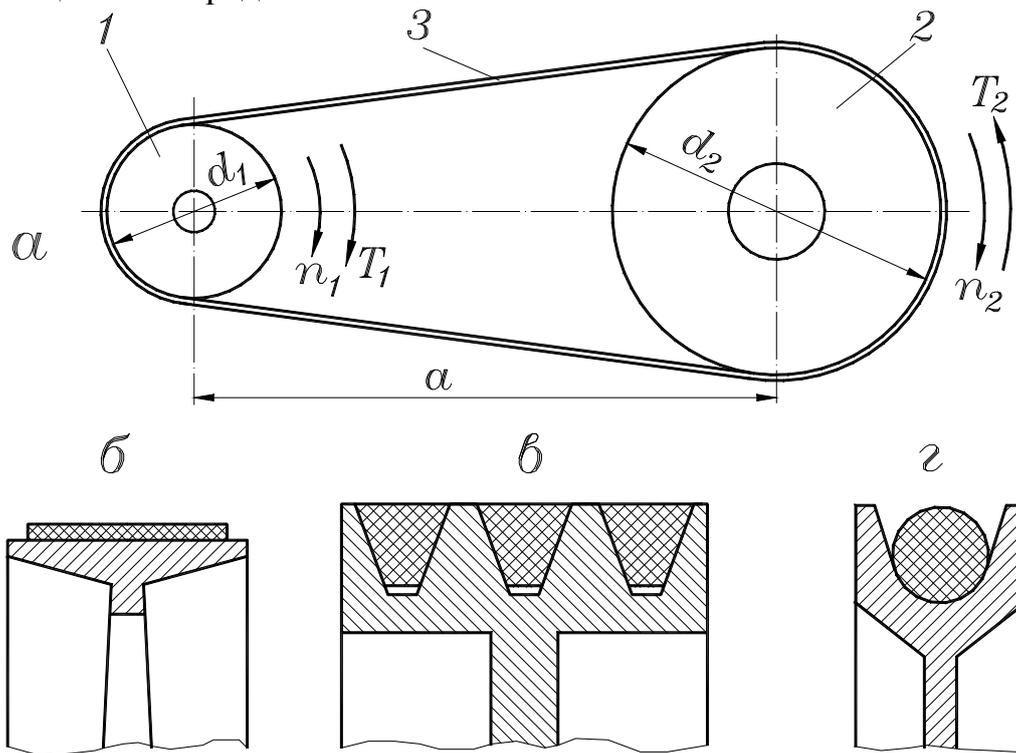


Рис. 22.1.

Однако, в отличие от цепных, где передача движения производится зацеплением зубьев звездочек со звеньями цепи, в ременных передачах нагрузка передается силами трения, возникающими между шкивами и ремнем вследствие натяжения ремня.

В зависимости от формы поперечного сечения ремня различают плоскоремennую (рис. 22.1б), клиноремennую (рис. 22.1в) и круглоремennую (рис. 22.1г) передачи. Главными преимуществами ременных передач по сравнению с передачами зацеплением (зубчатыми и цепными) являются следующие:

1. Плавность и бесшумность работы (в то время как передачи зацеплением являются прерывистыми, их работа сопровождается динамическими изменениями нагрузки на свои элементы и шумом).

2. Вследствие этого, возможность работы на высоких скоростях, часто недостижимых для передач зацеплением.

3. Предохранение механизмов машины от резких колебаний нагрузки и от перегрузки вследствие упругости ремня и возможного его проскальзывания.

4. Является звеном малой жесткости в приводе, что дает возможность машине работать в зарезонансной зоне с малыми динамическими нагрузками.

5. Простота конструкции и эксплуатации (в частности, передача не требует смазки).

Основные недостатки ременных передач:

1. Повышенные габариты по сравнению с передачами зацеплением: при одинаковых передаваемых мощностях диаметры шкивов примерно в 5 раз больше диаметров зубчатых колес.

2. Отсутствие кинематической точности передачи из-за скольжения ремней под нагрузкой.

3. Повышенная нагрузка на валы и их опоры, связанная с необходимостью предварительного натяжения ремней. По сравнению с зубчатой передачей эта нагрузка увеличивается в 2–4–3 раза.

4. Низкая долговечность ремней: (1–4–5) тыс. часов.

Учитывая эти преимущества и недостатки, ременные передачи используют в силовых механизмах приводов машин. Мощность ременных передач обычно не превышает 50 кВт. Наибольшее распространение в современных машинах получили клиноременные передачи. Плоскоременные применяются в основном в сельхозмашиностроении, а круглоременные – для передач малых мощностей: в приборах, бытовой технике и пр.

В связи с этим, подробно будем рассматривать только клиноременную передачу, но основы расчета покажем на примере плоскоременной передачи, как наиболее простой. Теоретические основы расчета являются общими для всех типов ременных передач.

§22.2. Основы расчета ременных передач на прочность и работоспособность

Как было сказано выше, в ременных передачах нагрузка передается силами трения, возникающими между шкивами и ремнем вследствие натяжения ремня. При повышении нагрузки работоспособность передачи сохраняется до тех пор, пока этих сил трения оказывается достаточно для надежного сцепления ремня со шкивами, то есть, до тех пор пока передача не пробуксовывает. С течением времени работоспособная передача может выйти из строя из-за усталостного разрушения ремня, то есть, его обрыва.

Исходя из вышесказанного, основными критериями работоспособности ременных передач являются тяговая способность передачи и долговечность ремня.

Тяговая способность ременной передачи – это ее способность передавать нагрузку без буксования. Для этого, прежде всего, чтобы создать силы трения между шкивами и ремнем, надо обеспечить предварительное натяжение ремня. Это достигается увеличением расчетного межосевого расстояния при помощи специальных натяжных устройств.

Предварительное натяжение ремня вызывает появление в нем растягивающих напряжений, а также напряжений изгиба в тех частях ремня, которые огибают шкивы. Кроме того, при работе передачи в ремне возникает тяговое напряжение и напряжение от действия центробежных сил при круговом движении ремня.

Исследования показали, что напряжения изгиба ремня в большинстве случаев являются наибольшими среди составляющих суммарного напряжения. Именно эти напряжения, как циклически изменяющееся, является главной причиной усталостного разрушения ремня.

Современный расчет базируется на опытных данных по работоспособности ременных передач при различных условиях работы. Практика показала, что правильно рассчитанный на работоспособность ремень обычно удовлетворяет условиям статической прочности. Опытные данные основаны на исследовании скольжения между ремнем и шкивом при работе передачи при различных режимах нагрузки.

§22.3. Скольжение и к.п.д. ременных передач

В ременных передачах различают упругое скольжение и неупругое скольжение, то есть, буксование. Упругое скольжение связано с удлинением ремня под нагрузкой, в результате чего некоторая часть ремня, контактирующая со шкивом, перемещается относительно поверхности шкива. Из-за этого окружные скорости ведущего и ведомого шкивов становятся неодинаковыми ($v_2 < v_1$):

$$v_2 = (1 - \varepsilon)v_1 \quad (22.1)$$

где ε – коэффициент скольжения.

При рабочей нагрузке $\varepsilon = 0,01 \text{ } 4 \text{ } 0,02$. Это приводит к отсутствию кинематической точности ременных передач. При увеличении нагрузки выше расчетной скольжение в передаче становится неупругим, то есть, начинается буксование и передача становится неработоспособной.

Эффективность передачи или ее к.п.д. зависит от соотношения передаваемой мощности и мощности, теряемой в передаче. Потери мощности складываются в основном из потерь от скольжения ремня по шкивам и потерь на внутреннее трение в ремне, связанное с деформациями изгиба. При нагрузках, близких к расчетным, среднее

значение к.п.д. для плоскоремennых передач $\eta \approx 0,97$, для клиноремennых $\eta \approx 0,96$.

Экспериментальные зависимости коэффициента скольжения и к.п.д. от полезного (тягового) напряжения ремня называются кривыми скольжения и к.п.д. Такие кривые являются результатом испытаний ремней различных типов и материалов. Пример показан на рис. 22.2.

На начальном участке кривой скольжения от 0 до σ_{T0} происходит только упругое скольжение. Так как упругие деформации ремня приближенно подчиняются закону Гука, этот участок близок к прямолинейному. Дальнейшее увеличение нагрузки приводит к частичному, а затем и полному буксованию. В зоне от σ_{T0} до σ_{Tmax} происходит как упругое скольжение, так и буксование. Рабочую нагрузку следует назначать вблизи критического значения σ_{T0} и слева от него.

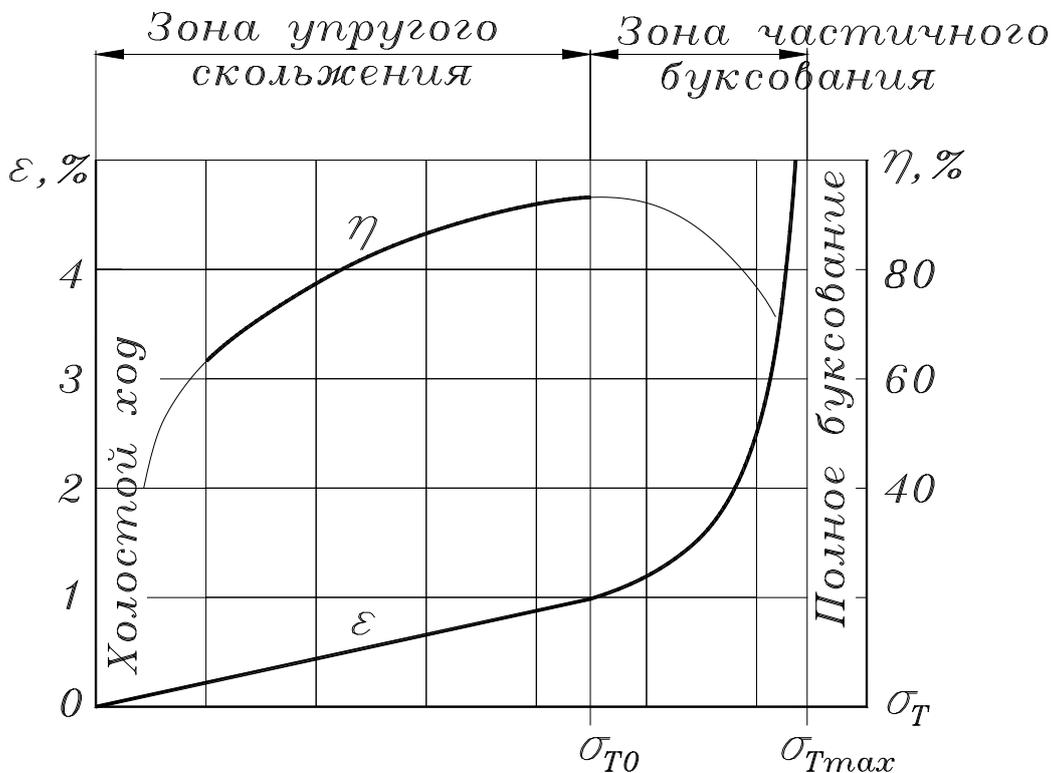


Рис. 22.2.

Значения критического напряжения σ_{T0} для различных типов передач, их параметров и условий работы приведены в справочниках и являются основой для всех современных методов расчета ремennых передач.

§22.4. Клиноремennые передачи. Типы и размеры ремней

Клиноремennая передача является наиболее употребительной в машиностроении, поэтому рассмотрим ее более подробно. На рис. 22.3 показана схема этой передачи.

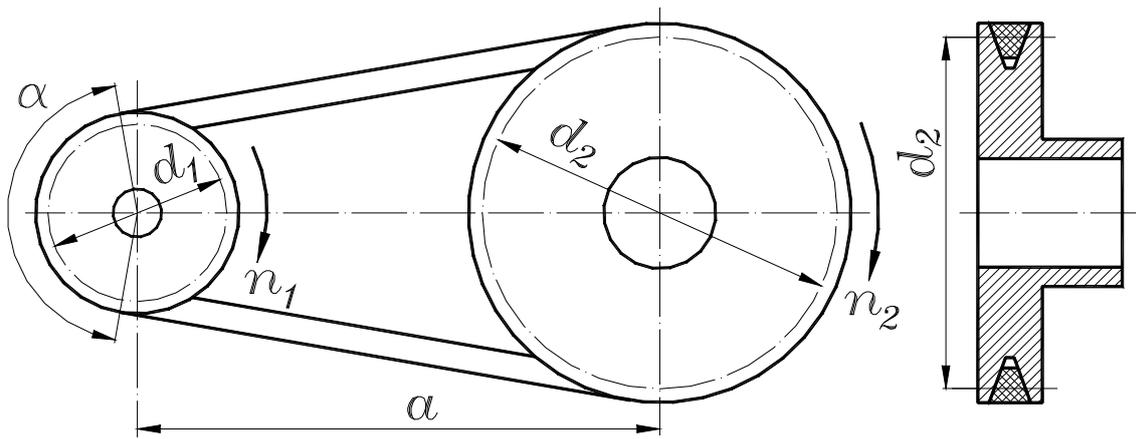


Рис. 22.3.

Клиноременная передача по сравнению с плоскоременной имеет большую тяговую способность из-за повышенного трения. Клиноватая форма ремня увеличивает его сцепление со шкивом примерно в три раза. Угол профиля канавки под ремень на шкиве соответствует углу профиля ремня, размеры которого стандартизованы (см. ниже). Следует учитывать, что при изгибе форма поперечного сечения ремня меняется: в зоне растяжения его ширина уменьшается, а в зоне сжатия – увеличивается. Чем меньше диаметр шкива, тем заметнее это явление. Оно учитывается при конструировании шкивов: чем меньше диаметр шкива, тем меньше должен быть угол профиля канавки под ремень.

Клиновые ремни изготавливаются бесконечными. Клиновые прорезиненные ремни по ГОСТ1284-80 выполняются двух видов: кордотканевые и кордошнуровые (рис. 22.4).

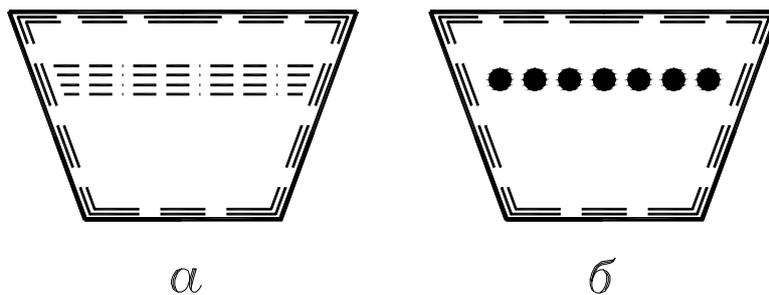


Рис. 22.4.

В кордотканевых (рис. 22.4а) нагрузка передается слоем корда из нескольких рядов хлопчатобумажной ткани, а в кордошнуровых (рис. 22.4б) – кордом из толстого шнура из искусственных волокон. Корд размещается в зоне нейтральной линии. Выше его (в зоне растяжения) и ниже (в зоне сжатия) располагаются резиновые подушки. Снаружи ремень имеет обертку из прорезиненной ткани. Кордотканевые ремни наиболее употребительны, а кордошнуровые предназначены для работы в тяжелых условиях. Стандартизованы размеры сечения ремней (рис. 22.8) и их длины (ГОСТ 1284-82). В зависимости от

величины сечения различают 7 типов клиновых ремней: 0, А, Б, В, Г, Д, Е. На внутренней поверхности ремня указывается его тип и длина.

В таблице 22.1 приведены основные размеры всех сечений и номинальные длины ремней. Номинальной длиной ремня является его внутренняя длина. Расчетная длина ремня проходит по его нейтральному слою. На рис. 22.5 показано, что нейтральный слой, имеющий расчетную ширину a_p , отстоит от внешней стороны ремня на величину y_0 . Поэтому, расчетная длина ремня больше номинальной. Однако, учитывая, что эта разница невелика и соизмерима с допускаемыми по стандарту отклонениями на длину ремней, в инженерных расчетах могут быть использованы номинальные длины ремней.

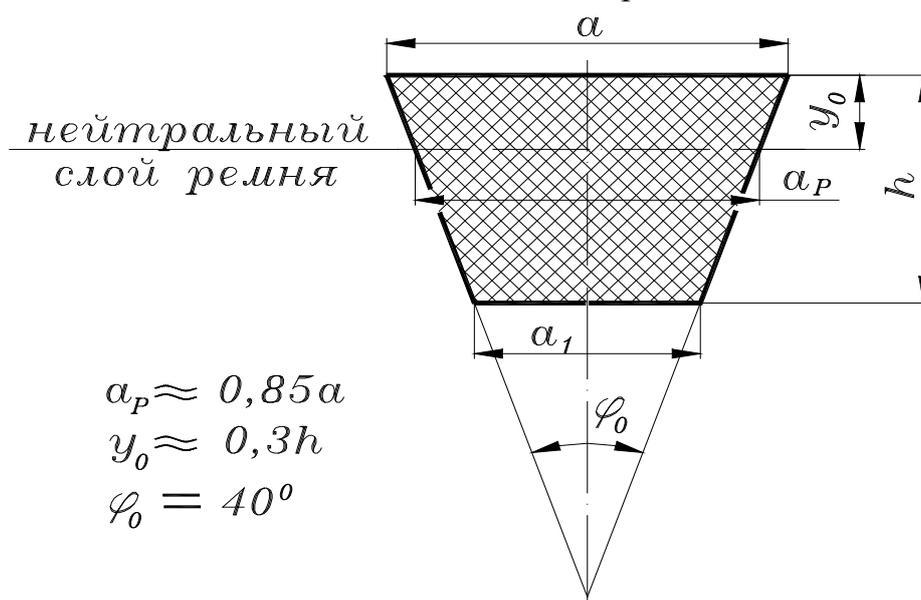


Рис. 22.5.

Таблица 22.1.

Сечение ремня	Размеры сечения ремня		Номинальные длины ремней, l, мм	Минимальный диаметр шкива, d_{\min} , мм
	a, мм	h, мм		
0	10	6	500; 530; 560; 600 ... 2500	63
А	13	8	500; 530; 560; 600 ... 4000	90
Б	17	10,5	630; 670; 710; 750 ... 6300	125
В	23	13,5	1800; 1900; 2000 ... 9000	200
Г	32	19	3150; 3350; 3550 ... 11200	315
Д	38	23,5	4500; 4750; 5000 ... 14000	500
Е	50	30	6300; 6700; 7100 ... 14000	800

В таблице также приведены минимальные диаметры шкивов для каждого типа ремня, рекомендуемые для ограничения изгибающих напряжений из соображения долговечности ремней.

§22.5. Геометрические и кинематические параметры клиноременной передачи

Расчетными диаметрами шкивов (рис. 22.3) являются диаметры окружностей, проходящих через нейтральный слой ремня при его изгибе.

Передачное число клиноременной передачи может находиться в пределах $1 \leq u \leq 7$.

При известных расчетных диаметрах шкивов главными геометрическими параметрами передачи являются угол обхвата α ремнем малого шкива (рис. 22.3), длина ремня l и межосевое расстояние a . Вследствие вытяжки и провисания ремня эти параметры не являются точными и определяются приближенно.

При угле обхвата $\alpha / 120$, что соответствует указанному выше диапазону передаточных чисел, приближенные формулы имеют следующий вид.

Угол обхвата ремнем малого шкива:

$$\alpha = 180 - 60 \frac{d_2 - d_1}{a}, \text{ град} \quad (22.2)$$

Длина ремня:

$$l = 2a + \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1) + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a}, \text{ мм} \quad (22.3)$$

Межосевое расстояние:

$$a = \frac{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 8\Delta^2}}{4}, \text{ мм} \quad (22.4)$$

где: $\lambda = l - \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1)$; $\Delta = \frac{1}{2}(d_2 - d_1)$

Для создания предварительного натяжения ремня расчетное межосевое расстояние следует увеличить. Для обеспечения тяговой способности передачи напряжение в ремне от предварительного натяжения может достигать до 1,5 МПа. Поэтому, по опытным данным, межосевое расстояние должно быть увеличено на 0,25 % для кордошнуровых и на 0,6 % для кордотканевых ремней.

Вследствие вытяжки ремней в процессе эксплуатации передачи, их периодически приходится подтягивать, увеличивая межосевое расстояние при помощи специальных натяжных устройств. Однако если по условиям конструкции межосевое расстояние является фиксированным, то есть, не может быть изменено, то для натяжения ремней используются натяжные ролики. Ролик можно ставить либо с внешней, либо с внутренней стороны передачи. В первом случае обратный

перегиб ремня значительно снижает его долговечность. Поэтому рекомендуется ставить натяжной ролик внутри передачи.

Ограниченное число типоразмеров стандартных клиновых ремней, рекомендуемые минимальные диаметры шкивов и величины передаточных чисел позволили опытным путем определить для каждого типа ремня допускаемую нагрузку ремня и тяговую способность передачи, а ее расчет свести к подбору типа и числа ремней по стандартной методике, приведенной в справочниках.

Ключевые слова и выражения

1. Критерии работоспособности и прочностного расчета зубчатой передачи – это повреждение поверхности и поломка зубьев.

2. Параметры передачи, определяемые из проектного расчета на прочность расчета – главные размеры: межосевое расстояние, ширина зубчатых колес и модуль зубьев.

3. Межосевое расстояние передачи определяется из расчета по контактным напряжениям.

4. Вал-шестерня – это зубчатое колесо, выполненное заодно с валом.

5. Конические редукторы в основном передают вращение под углом 90° .

6. Корпуса червячных редукторов выполняются с оребрением.

7. Цепная передача – это передача зацеплением с гибкой связью.

8. Основной причиной потери работоспособности цепной передачи является износ шарниров цепи.

9. Критерием работоспособности и расчета является давление в шарнирах цепи.

10. Износ шарниров цепи вызывает увеличение шага цепи, что может привести к спаданию цепи со звездочки.

11. По соображениям равномерного износа число зубьев звездочек должно быть нечетным, а число звеньев цепи – четным.

12. Основными критериями работоспособности ременных передач являются тяговая способность передачи и долговечность ремня.

13. Тяговая способность ременной передачи – это ее способность передавать нагрузку без буксования.

14. Главной причиной усталостного разрушения ремня являются циклически изменяющиеся напряжения изгиба.

15. Буксование – это явление неупругого скольжения между шкивами и ремнем.

16. Кривые скольжения и к.п.д. ременных передач – это экспериментальные зависимости коэффициента скольжения и к.п.д. от полезного (тягового) напряжения ремня.

17. Клиноременная передача по сравнению с плоскоременной имеет большую тяговую способность в результате повышенного трения из-за клиновой формы ремня, входящего в канавку шкива.

18. Известны клиновые ремня двух видов – кордотканевые и кордошнуровые, и семи типов, отличающихся размерами сечения: 0, А, Б, В, Г, Д и Е.

19. Стандартной длиной ремня является его внутренняя длина.

20. Расчетная длина ремня проходит по его нейтральному слою.

21. Передаточное число клиноременной передачи может находиться в пределах $1 \leq u \leq 7$.

Контрольные вопросы

1. В чем выражается повреждение поверхности зубьев?
2. Что такое усталостное выкрашивание зубьев передачи?
3. Какова причина заедания зубьев передачи?
4. В чем причина усталостной поломки зубьев передач?
5. Какая сила вызывает появление сжимающих напряжений в зубе колеса?
6. Какова цель проектного расчета зубчатой передачи?
7. Из какого расчета определяется межосевое расстояние зубчатой передачи?
8. От чего зависит контактная прочность эвольвентной зубчатой передачи?
9. Как определяется ширина зубчатых колес?
10. От чего зависит выбор модуля проектируемой передачи?
11. Почему корпуса червячных редукторов выполняются с обребрением?
12. Что такое вал-шестерня?
13. Каковы конструкции зубчатых колес?
14. От чего зависит тяговая способность ременной передачи?
15. Что такое буксование?
16. В чем заключается преимущество клиноременной передачи по сравнению с плоскоременной?
17. Какие виды и типы клиновых ремней вы знаете и в чем их различие?
18. Где измеряется стандартная длина клинового ремня?
19. Что такое расчетная длина клинового ремня?
20. Что такое расчетный диаметр шкива клиноременной передачи?
21. Как изменяется угол профиля канавки шкива клиноременной передачи при изменении его диаметра и с чем это связано?

Часть II. Подшипники, валы, оси и муфты

Подшипники служат опорами валов и вращающихся осей. От качества подшипников во многом зависит работоспособность и долговечность машин. Правильно рассчитанный и сконструированный подшипник должен воспринимать заданные нагрузки и работать с минимальными потерями на трение.

По виду трения различают подшипники скольжения и качения. По воспринимаемой нагрузке – радиальные, воспринимающие радиальные нагрузки, упорные, воспринимающие осевые нагрузки, и радиально-упорные, которые предназначены для восприятия и радиальных, и осевых нагрузок.

Глава 23. Подшипники скольжения

§23.1. Общие сведения

Опорный участок вала называется цапфой. Форма цапфы и соответствующая ей форма рабочей поверхности подшипника может быть цилиндрической, плоской, конической и сферической (рис. 23.1). Шип – это цапфа, расположенная на конце вала и передающая радиальную нагрузку F_r (рис. 23.1а). Шейка – это цапфа, расположенная в средней части вала и передающая радиальную нагрузку (рис. 23.1б). Большинство радиальных подшипников может воспринимать также и небольшие осевые нагрузки. Для этого вал изготавливают ступенчатым с галтелями, а кромки подшипника закругляют.

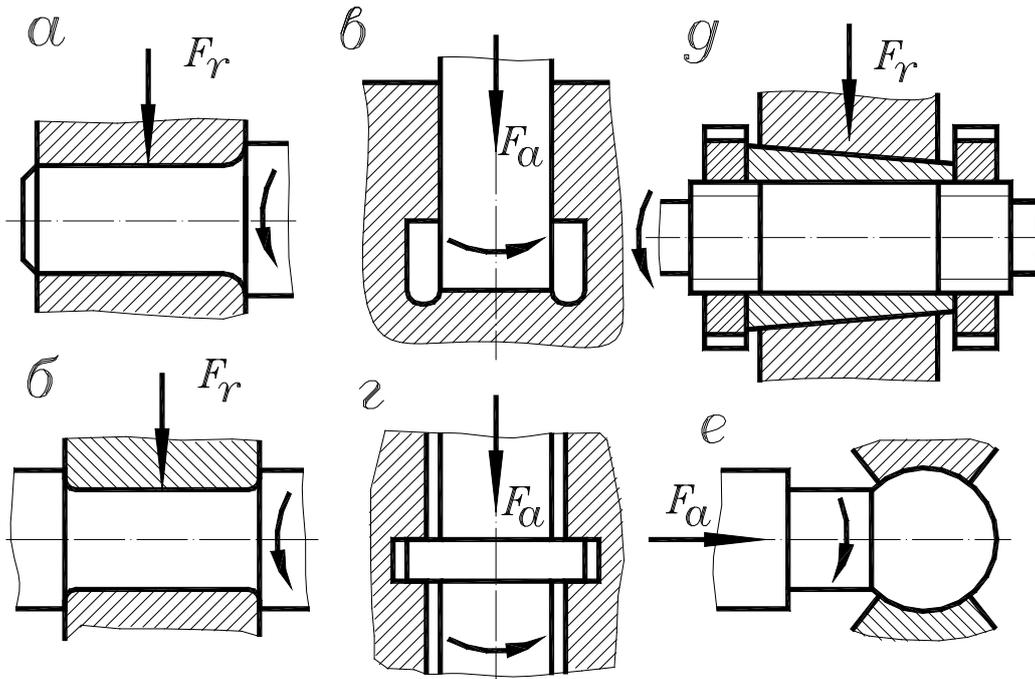


Рис. 23.1.

Плоская цапфа, передающая осевую (аксиальную) нагрузку F_a , называется пятой, а опора (подшипник) – подпятником. Пята может располагаться на конце вала (рис. 23.1в) или в его средней части (рис. 23.1г). Часто подпятники работают в паре с радиальными подшипниками (рис. 23.1в).

Подшипники с конической поверхностью (рис. 23.1д) применяются в тех случаях, когда необходимо периодически устранять зазор от износа подшипника с целью сохранения точности центровки вала. Для этого на валу устанавливают коническую втулку, положение которой регулируется гайками.

Сферические (шаровые) подшипники (рис. 23.1е) допускают перекос вала, то есть обладают свойством самоустановки. Их используют в основном как шарниры в пространственных стержневых механизмах.

Область применения подшипников скольжения в современном машиностроении невелика, так как основное распространение имеют подшипники качения. Однако значение подшипников скольжения в современной технике не снизилось, в целом ряде конструкций они незаменимы. В частности, в следующих случаях.

1. Разъемные подшипники для тех конструкций, где подшипники качения не могут быть установлены, например, для коленчатых валов.
2. Высокоскоростные подшипники ($v / 30$ м/с). При высоких окружных скоростях подшипники качения практически неприменимы из-за вибраций, шума и низкой долговечности.
3. Подшипники прецизионных машин, от которых требуется особо точное положение валов в пространстве и возможность регулировки зазоров.
4. Подшипники, работающие в особых условиях (вода, агрессивные среды), в которых подшипники качения неработоспособны из-за коррозии.
5. Подшипники дешевых тихоходных механизмов.

§23.2. Условия работы и виды разрушения подшипников скольжения

Вращению цапфы в подшипнике противодействует момент сил трения. Работа трения нагревает подшипник и цапфу. От поверхности трения тепло отводится в окружающую среду через корпус подшипника и вал, а также, уносится смазывающей жидкостью. Для любого установившегося режима работы подшипника существует тепловое равновесие: теплоотдача равна тепловыделению при определенной температуре. Эта температура не должна превышать некоторого предельного значения, допускаемого для данного материала подшипника

и сорта смазки. Если температура повышается выше предельного значения, то вязкость масла снижается и появляется возможность заедания цапфы в подшипнике. Это приводит к катастрофическому износу и потери работоспособности подшипника. Таким образом, перегрев подшипника является основной причиной его разрушения.

Нормальная работа подшипника, то есть его работа в допустимых температурных пределах, сопровождается нормальным износом трущихся поверхностей. Когда износ становится недопустимо большим, в подшипнике появляются значительные зазоры, работа механизма сопровождается вибрацией и стуком, то есть, подшипник становится неработоспособным. Интенсивность износа определяет долговечность подшипника.

§23.3. Трение и смазка подшипников скольжения

Как было сказано выше, работа подшипника сопровождается неизбежным трением. Трение определяет нагрев и износ подшипника, а также его к.п.д. Для уменьшения трения подшипники скольжения смазывают. В зависимости от режима работы подшипника в нем может быть полужидкостное или жидкостное трение. Схематизированное представление об этих режимах дает рис. 23.2.

При жидкостном трении между поверхностями вала и подшипника находится слой масла, толщина h которого больше суммы высот R микронеровностей поверхностей:

$$h > R_{z1} + R_{z2} \quad (23.1)$$

На рис. 23.2 толстой линией показан разделяющий слой масла.

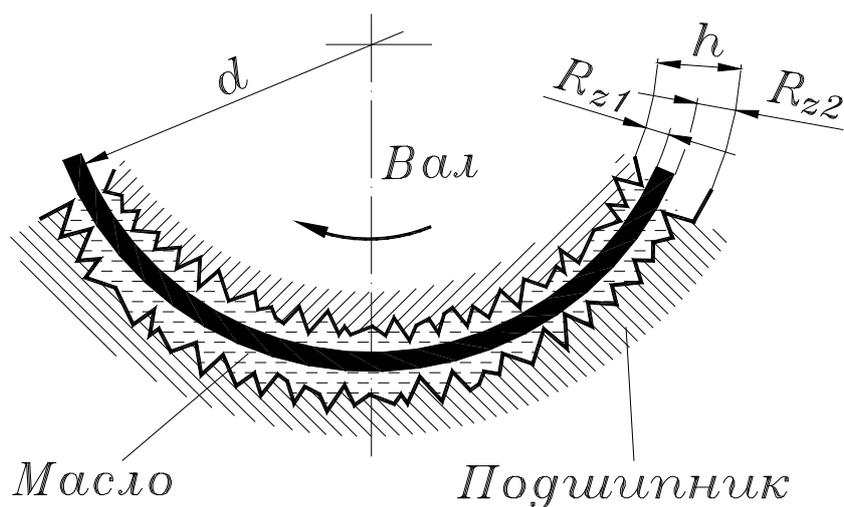


Рис. 23.2.

При условии (23.1) масло соответствующей вязкости воспринимает внешнюю нагрузку, предотвращая непосредственный контакт рабочих

поверхностей и их износ. Сопротивление движению в этом случае определяется только внутренним трением в смазочной жидкости. Коэффициент жидкостного трения $f = 0,001 \text{ } 4 \text{ } 0,005$. Эти значения могут быть меньше коэффициента трения качения.

При полужидкостном трении условие (23.1) не соблюдается, а в подшипнике имеет место смешанное трение – жидкостное и граничное. Граничным называют трение, при котором трущиеся поверхности покрыты тонкой пленкой смазки. Граничные пленки настолько тонкие, что в местах сосредоточенного давления они разрушаются и происходит непосредственный контакт трущихся поверхностей вала и подшипника и их износ. Значение коэффициента полужидкостного трения зависит не только от качества масла, но и от материалов трущихся поверхностей. В этом случае используют антифрикционные материалы с низким коэффициентом трения $f = 0,01 \text{ } 4 \text{ } 0,1$.

Для работы подшипника самым благоприятным является режим жидкостного трения, поэтому основным критерием расчета большинства подшипников скольжения является образование режима жидкостного трения.

Основы образования режима жидкостного трения изучаются в гидродинамической теории смазки [20]. Не рассматривая подробностей, приведем только принципиальные понятия и необходимые выводы.

На рис. 23.3 показано плоское тело, движущееся по плоскому основанию в слое масла, причем на движущееся тело действует сила F , перпендикулярная основанию. Если скорость движения мала (рис. 23.3а), то имеет место полужидкостное трение – трущиеся поверхности покрыты тонкой граничной пленкой смазки. При увеличении скорости это состояние сохраняется до тех пор, пока скорость движения v остается меньше некоторой критической скорости $v_{кр}$. Если скорость продолжает увеличиваться, то движущееся тело поднимается в масляном слое и принимает наклонное положение, подобно тому, как поднимается глыба льда или водные лыжи, скользящие по воде (рис. 23.3б).

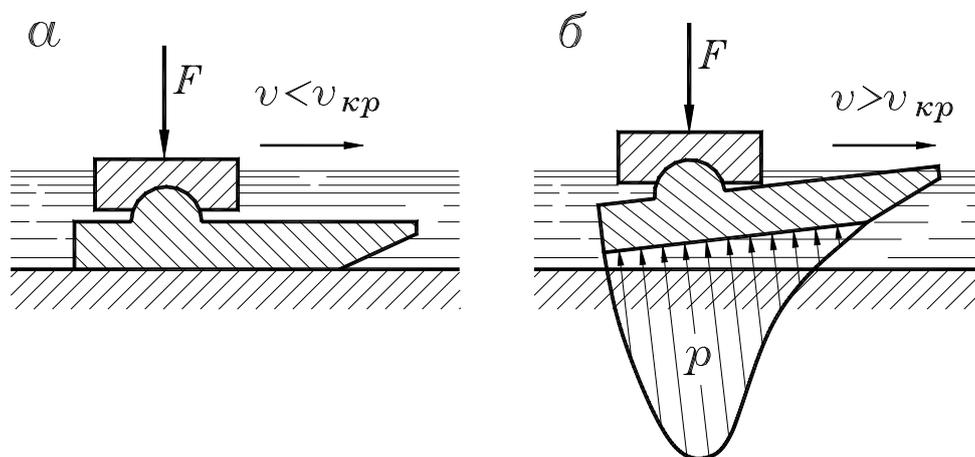


Рис. 23.3.

Между плоскостями тела и основания образуется сужающийся зазор и масло непрерывно нагнетается в этот зазор. Протекание масла через суживающийся зазор приводит к образованию гидродинамического давления p , которое уравнивает внешнюю нагрузку F . Движение продолжается в условиях жидкостного трения.

Гидродинамическое давление может развиваться только при наличии суживающегося зазора, который принято называть клиновым. В примере на рис. 23.3 начальный клиновой зазор образуется с помощью скошенной передней части движущегося тела.

В радиальном подшипнике клиновья форма зазора образуется в результате того, что диаметр цапфы всегда меньше, чем диаметр подшипника для возможности относительного движения. Вследствие этого центр цапфы вала смещается относительно центра подшипника. В образовавшемся зазоре находится масло. Если угловая скорость вала меньше некоторого критического значения, то между контактирующими поверхностями вала и подшипника имеет место полужидкостное трение (рис. 23.4а). При угловой скорости $\omega > \omega_{кр}$ цапфа всплывает в масле и смещается в сторону вращения (рис. 23.4б). В масляном слое возникает гидродинамическое давление p , эюра которого показана на рис. 23.4б. Минимальная толщина масляного слоя h_{min} увеличивается с увеличением угловой скорости, центр цапфы сближается с центром подшипника. Однако полного совпадения центров быть не может, так как при этом нарушается клиновья форма зазора, как одно из условий режима жидкостного трения.

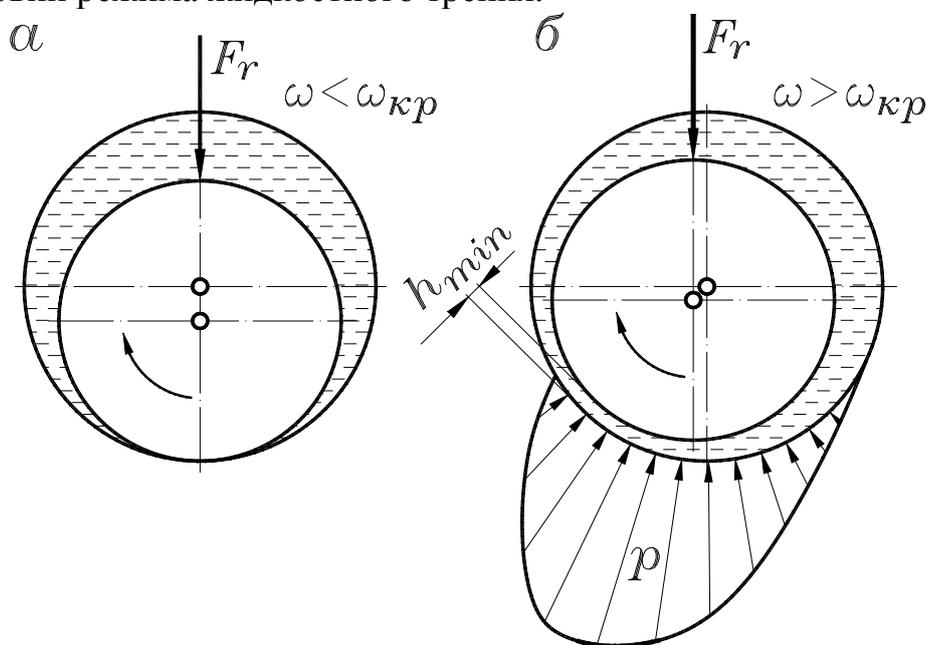


Рис. 23.4.

В некоторых условиях в качестве смазки подшипников используют не только масло, но и воду и даже воздух, так как и вода и воздух обладают вязкостью.

В любом случае необходимо обеспечить самозатягивание жидкости или газа в клиновой зазор. Для большей надежности этого явления в ответственных случаях (двигатели автомобилей и самолетов, турбогенераторы, центрифуги и пр.) жидкость или газ подают в подшипник под давлением с помощью гидронасосов или компрессоров.

Описанные выше подшипники, где жидкостное или газовое трение обеспечивается самозатягиванием жидкости или газа в клиновой зазор между цапфой и подшипником, называются гидродинамическими или аэродинамическими.

Если скорость вращения вала невелика, а радиальная нагрузка значительна, то гидродинамические условия не выполняются и трение остается полужидкостным. Для создания жидкостного трения несущий масляный слой образуется путем предварительного подвода масла от гидронасоса в подшипник под цапфу. Гидронасос должен развивать такое давление, чтобы цапфа всплывала в масле. Такие подшипники называются гидростатическими. Если цапфа в подшипнике поддерживается воздушной подушкой в результате непрерывного поддува сжатого воздуха, то такой подшипник называется аэростатическим.

Аэродинамические и аэростатические подшипники используются или для быстроходных валов ($n > 10000$ об/мин) при малых нагрузках, или для работы в условиях высоких температур, где масло теряет свои свойства.

В заключение сделаем следующее замечание. Так как при жидкостном трении непосредственный контакт поверхностей вала и подшипника отсутствует, то можно сделать неверный вывод о том, что скользящие поверхности могут быть выполнены из любого материала. Это вывод неверен потому, что в процессе работы машины режим жидкостного трения может быть нарушен, то есть, значения угловой скорости и нагрузки могут выйти за допускаемые пределы, например, при перегрузках, пусках и остановах. Поэтому, материалы скользящих поверхностей должны быть антифрикционными.

§23.4. Конструкция и материалы подшипников скольжения

В зависимости от конструкции и назначения машины подшипники скольжения могут быть весьма разнообразны. В частности, они могут иметь специальный корпус, или обходиться без него. Подшипник с отдельным корпусом показан на рис. 23.5а. Такой подшипник называется разъемным, так как содержит корпус 1 и крышку 2, скрепленных при помощи резьбового соединения (в данном случае это – шпильки и гайки с шайбами). Крышка при необходимости может сниматься, что облегчает сборку, обслуживание и ремонт подшипникового узла. Корпус и крышка обычно изготавливаются из чугуна или стали. Внутри них плотно вставлены основные элементы подшипника

рабочую поверхность вкладышей на толщину 1 4 10 мм в зависимости от габаритов подшипника. Сам вкладыш при этом может быть изготовлен из любого металла.

5. Металлокерамика (спрессованные при высокой температуре порошки бронзы, графита, меди, олова и пр.) – обладает пористостью. Поры хорошо проводят и удерживают смазку, поэтому, металлокерамические подшипники могут длительное время работать без подвода смазки.

6. Пластмассы – могут работать при водяной смазке. Поэтому их используют в гидротурбинах и насосах в химическом машиностроении.

§23.5. Расчет подшипников скольжения

Расчет подшипников, работающих при полужидкостном трении.

К таким подшипникам относятся подшипники тихоходных механизмов машин и машин средней быстроходности с частыми пусками и остановками, неустановившимся режимом нагрузки и пр.

Тихоходные подшипники, работающие кратковременно с перепадами рассчитывают по условному давлению:

$$p = \frac{F_r}{l d} \leq [p] \quad (23.2)$$

где: p – условное давление цапфы на подшипник, МПа;

F_r – радиальная нагрузка, Н;

l – длина подшипника, мм;

b – диаметр цапфы, мм;

$[p]$ – допускаемое значение условного давления, МПа.

Подшипники средней быстроходности рассчитываются по произведению давления на скорость:

$$p v \leq [p v] \quad (23.3)$$

где v – окружная скорость цапфы.

Допускаемые значения $[p]$ и $[p v]$, определенные из опыта эксплуатации подшипников, приведены в таблице 23.1.

Таблица 23.1.

Материал вкладыша	$\leq v$, м/с	$[p]$, МПа	$[p v]$, МПа.м/с
Бронза БрАЖ9-4	4	15	12
Латунь ЛКС80-3-3	2	12	10
Чугун антифрикционный АВЧ-2	1	12	12
Баббит Б16	12	15	10
Металлокерамика – бронзографит	2	4	–
Пластмасса – капрон АК-7	4	15	15

Расчет подшипников жидкостного трения.

Также как при расчете подшипников полужидкостного трения здесь имеют значение размеры подшипника, окружная скорость и допускаемое давление. Кроме того, учитывается зазор в подшипнике и качество масла при определенной рабочей температуре. В результате расчета определяется требуемый зазор в подшипнике, сорт масла, способ смазки и охлаждения для обеспечения теплового равновесия.

Расчет носит приближенный характер [8] и основан на использовании эмпирических зависимостей и графиков. Неточности приближенного расчета компенсируются повышенными значениями коэффициентов запаса надежности подшипника по толщине масляного слоя и опытными рекомендациями по выбору способа смазки.

Глава 24. Подшипники качения

§24.1. Общие сведения и классификация подшипников качения

Подшипники качения состоят из двух колец – внутреннего и внешнего, между которыми расположены тела качения в сепараторе или без сепаратора. Область их использования очень широка и определяется их достоинствами и недостатками.

Достоинства подшипников качения.

1. Трение качения с малым коэффициентом трения, значение которого близко к значению коэффициента жидкостного трения ($f = 0,0015 \text{--} 0,006$).
2. Упрощенная система смазки и обслуживания. Подшипники в защищенном исполнении могут работать только со смазкой, заложенной в них при изготовлении, то есть не требуют дополнительной смазки в течение всего срока службы.
3. Возможность стандартизации и массового производства, что значительно снижает их стоимость.

Недостатки подшипников качения.

1. Отсутствие разъемных конструкций. Поэтому, в частности, их невозможно установить на коленчатых валах.
2. Большие радиальные габариты, по сравнению с подшипниками скольжения.
3. Ограниченная быстроходность, что связано с неблагоприятными условиями работы тел качения при высоких скоростях.
4. Низкая работоспособность при вибрационных и ударных нагрузках. Это связано с тем, что контакт тел качения с кольцами подшипника происходит в высшей кинематической паре – по линии или в точке.

5. Невозможность работы в воде и агрессивных средах. Кольца и тела качения подшипников выполнены из стали и подвержены коррозии.

Классификация стандартных подшипников качения по конструктивным признакам (по типам) представлена в таблице 24.1.

Название типа подшипника состоит из двух частей – названия тел качения и вида воспринимаемой нагрузки. В левом столбце таблицы приведены первые части названий, а в верхней строке – вторые. Главными размерами подшипника, как это показано в таблице, являются диаметр внешнего кольца D (диаметр отверстия в корпусе), диаметр внутреннего кольца d (диаметр вала) и ширина b .

Радиальный шариковый подшипник наиболее распространен. Шарики располагаются в торообразных канавках на кольцах подшипника. Для возможности чистого качения радиусы канавок больше, чем радиус шариков, так что контакт шарика с кольцом происходит в точке. Тем не менее, наряду с радиальной нагрузкой, такой подшипник может воспринимать постоянную осевую нагрузку величиной до 80 % от радиальной. Подшипник неразборный, может быть (также как и остальные) различных модификаций: открытый, защищенный (с пластинами, закрывающими тела качения), с канавкой на внешнем кольце и пр. Допускает небольшой перекос вала – до $0,25^\circ$. Обозначается цифрой 0 (подробнее об обозначении см. ниже).

Шариковый радиально-упорный подшипник может воспринимать бóльшую, чем радиальный подшипник осевую нагрузку, в том числе и переменную. Он также неразборный и допускает небольшой перекос вала. Обозначается цифрой 6.

Шариковый сферический подшипник допускает значительный перекос вала – до 3° . Он имеет сферическую контактную поверхность наружного кольца и шарики, расположенные в два ряда в шахматном порядке. Допускает небольшие осевые нагрузки. Обозначается цифрой 1.

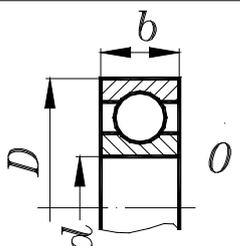
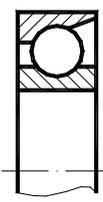
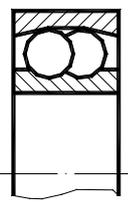
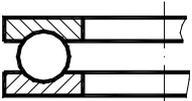
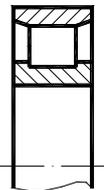
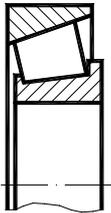
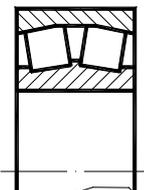
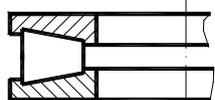
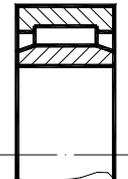
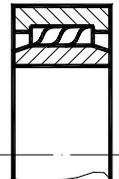
Шариковый упорный подшипник является разборным, воспринимает только осевые нагрузки и не допускает перекоса вала. Обозначается цифрой 8.

Роликовый радиальный подшипник содержит цилиндрические ролики, допускает бóльшую, чем шариковый, радиальную нагрузку, так как ролик контактирует с кольцом по линии, а не в точке. Совершенно не допускает осевой нагрузки и перекоса вала; является разборным, то есть, внешнее кольцо свободно снимается. Обозначается цифрой 2.

Роликовый радиально-упорный (конический) подшипник имеет конические ролики, воспринимает значительные радиальные и осевые нагрузки, причем, чем больше угол конуса, тем больше воспринимаемая осевая нагрузка. Заметим, что при равных диаметрах внутренних

колец, роликовый конический подшипник воспринимает большую осевую нагрузку, чем шариковый упорный. Подшипник разборный – наружное кольцо снимается, перекося вала недопустим. Обозначается цифрой 7.

Таблица 24.1.

	<i>радиальный</i>	<i>радиально-упорный</i>	<i>сферический</i>	<i>упорный</i>
<i>шариковый</i>	 0	 6	 1	 8
<i>роликовый</i>	 2	 7	 3	 9
<i>игольчатый</i>	 4	 5		

Роликовый сферический подшипник имеет бочкообразные ролики и допускает большую нагрузку, чем шариковый сферический, ввиду того, что радиус кривизны образующей ролика больше, чем радиус шарика. В остальных свойствах его такие же, как у шарикового сферического. Обозначается цифрой 3.

Роликовый упорный подшипник содержит конические ролики, поэтому воспринимает большие осевые нагрузки, чем шариковый упорный. Обозначается цифрой 9.

Игольчатые подшипники бывают только радиальными. Тела качения – иголки, то есть цилиндрические ролики, диаметр которых в 5 ÷ 8 раз меньше их длины. Это дает возможность значительно уменьшить радиальные габариты подшипникового узла. Подшипник разборный, воспринимает только радиальные нагрузки. Используется редко ввиду сложности монтажа и скоростных ограничений. Обозначается цифрой 4.

Игольчатые подшипники с витыми иголками имеют винтовую канавку на поверхности цилиндрических иголок, что способствует их

лучшему смазыванию. Обозначаются цифрой 5. (Этот подшипник не передает осевой нагрузки, как это может показаться из таблицы 24.1).

Кольца и тела качения подшипников изготавливаются из специальных высокопрочных сталей ШХ6, ШХ9 и ШХ15 (шарикоподшипниковые хромистые), после предварительной механической обработки их закаливают до высокой твердости, а затем шлифуют.

Сепараторы в подшипниках служат для разделения и направления тел качения. Большинство сепараторов выполняют штампованными из стальной ленты. В подшипниках, предназначенных для работы при высоких окружных скоростях (> 15 м/с) применяют массивные сепараторы из бронзы, латуни, дюралюминия или пластмассы. Игольчатые подшипники в большинстве случаев не имеют сепараторов.

По нагрузочной способности и габаритам подшипники разделены на 7 серий диаметров и ширин: сверхлегкую (обозначается цифрой 8), особо легкую (цифра 1), легкую (цифра 2), легкую широкую (цифра 5), среднюю (цифра 3), среднюю широкую (цифра 6) и тяжелую (цифра 4).

По точности исполнения различают подшипники пяти классов: 0 – нормальный класс, 6 – повышенный класс, 5 – высокий класс, 4 – особо высокий класс и 2 – сверхвысокий класс. Точность изготовления значительно влияет на стоимость подшипников (таблица 24.2), что необходимо учитывать при их выборе.

Таблица 24.2.

Класс точности	0	6	5	4	2
Относительная стоимость	1	1,3	2	4	10

§24.2. Условные обозначения подшипников качения

Все типы подшипников стандартизованы, их условные обозначения определяет ГОСТ 3189-75. Условное обозначение подшипника качения состоит из цифр и букв. Цифры имеют следующие значения.

Две цифры справа определяют внутренний диаметр d подшипника (диаметр вала в месте посадки подшипника): для наиболее распространенного диапазона диаметров $d = (20 \div 495)$ мм – это двузначное число, умноженное на 5, дает величину диаметра d в мм;

Третья цифра справа указывает серию подшипника по диаметру и ширине.

Четвертая цифра справа указывает тип подшипника. Обозначения типов даны в таблице 24.1. Заметим, что в обозначении радиального шарикоподшипника цифра 0 не указывается в том случае, если левее от нее отсутствуют другие цифры.

Четыре цифры справа – это главные цифры в обозначении подшипника. Следующие левее цифры и буквы (если они есть) указывают

класс точности (если подшипник нормального класса точности, то 0 не пишется) и конструктивные особенности подшипника (степень защищенности подшипника, угол контакта конического подшипника, наличие канавок и буртиков на внешнем кольце и пр.).

Примеры обозначения подшипников.

314 – радиальный шариковый, нормальной точности, средней серии, диаметр отверстия 70 мм.

7512 – роликовый конический, нормальной точности, легкой широкой серии, диаметр отверстия 60 мм.

1320 – шариковый сферический, нормальной точности, средней серии, диаметр отверстия 100 мм.

§24.3. Основные критерии работоспособности и расчета

Контакт тел качения с кольцами подшипников происходит в высшей кинематической паре, то есть, теоретически в точке или по линии, а практически, в результате контактных упругих деформаций, – по некоторой площадке.

В каждой точке поверхности контакта колец и тел качения контактные напряжения изменяются по отнулевому циклу. Переменные напряжения являются причиной усталостного разрушения контактирующих поверхностей. У работоспособного подшипника контактные поверхности колец и тел качения не должны иметь повреждений. Эти повреждения аналогичны повреждениям поверхностей зубьев зубчатых колес. Поэтому главным критерием работоспособности подшипников качения является повреждение поверхностей колец и тел качения, то есть, их усталостное выкрашивание.

Исследования статики и динамики работы подшипников качения позволили формализовать их расчеты на прочность в соответствии с внешними нагрузками и условиями работы. Поэтому современный расчет подшипников качения базируется на двух критериях:

- расчет на статическую грузоподъемность по остаточным деформациям;
- расчет на динамическую грузоподъемность (долговечность) по усталостному выкрашиванию.

Таблица 24.3.

Обозначение	Размеры, мм			Динамическая грузоподъемность С, Н	Статическая грузоподъемность С ₀ , Н	Предельная частота вращения, мин ⁻¹
	d	D	b			
301	24	37	24	7630	4730	16000
324	60	130	31	64100	49400	5000
320	100	215	47	136000	133000	3200

Однако при проектировании машин подшипники не рассчитывают, а подбирают по условным формулам. Это связано с тем, что подшипники стандартизованы и имеют ограниченное число типов и размеров. И для каждого типоразмера была рассчитана и экспериментально установлена грузоподъемность (работоспособность). Методика подбора подшипников также стандартизована. В таблице 24.3 приведены примеры параметров подшипников в стандартных каталогах.

§24.4. Подбор подшипников по динамической грузоподъемности

Динамическая грузоподъемность – это такая постоянная нагрузка, которую подшипник может выдержать в течение одного миллиона оборотов без появления признаков усталости (выкрашивания). Это должно быть справедливо, по крайней мере, для 90 % из определенно-го числа подшипников, подвергающихся испытаниям.

Подбор подшипников по динамической грузоподъемности проводится при частоте вращения $n / 10$ об/мин.

Паспортная (каталоговая) динамическая грузоподъемность C подшипника связана с внешней нагрузкой и ресурсом следующей эмпирической зависимостью:

$$C / P \sqrt[p]{L} \quad (24.1)$$

где: P – эквивалентная динамическая нагрузка, Н;

$p = 3$ для шариковых и $p = 3,33$ для роликовых подшипников;

L – ресурс, млн. оборотов:

$$L = 60 \cdot 10^{-6} t_{\Sigma} n \quad (24.2)$$

где t_{Σ} – ресурс в часах;

n – частота вращения в об/мин.

Эквивалентная динамическая нагрузка – это такая условная постоянная нагрузка, которая обеспечивает подшипнику такую же долговечность, какую подшипник имеет при действительных условиях.

$$P = (X V F_r + Y F_a) K_{\sigma} K_m \quad (24.3)$$

где: F_r и F_a – радиальная и осевая нагрузка;

X и Y – коэффициенты радиальной и осевой нагрузок. Выбираются по каталогу в зависимости от типа подшипника и отношения радиальной и осевой нагрузок;

V – коэффициент вращения, зависящий от того, какое кольцо подшипника вращается: при вращении внутреннего кольца $V = 1$, а при вращении наружного – $V = 1,2$.

K_{σ} – коэффициент безопасности, учитывающий характер нагрузки. Выбирается по справочникам и в зависимости от длительности приложения нагрузки колеблется от 1 до 2.

K_T – температурный коэффициент; при рабочей температуре $t = 100^\circ \text{K}_T = 1$; при $t = (245 \div 250)^\circ \text{K}_T = 1,04 \div 1,4$.

Рассчитав правую часть формулы (24.1) выбирают из каталога подшипник с бóльшим значением динамической грузоподъемности.

Заметим, что выбранный подшипник ограничен стандартом по быстроходности, то есть по предельной частоте вращения в об/мин (таблица 24.3). За пределами этой частоты долговечность подшипника не гарантируется.

Глава 25. Валы и оси

§25.1. Виды валов и осей

Вал – это деталь машины, на которой размещаются вращающиеся детали: зубчатые колеса, шкивы, барабаны и пр. и которая передает крутящий момент между этими деталями.

Ось служит для размещения вращающихся деталей, но крутящий момент не передает.

Вал всегда вращается, а ось может вращаться или быть неподвижной.

Различают валы прямые, коленчатые и гибкие. Наиболее распространены прямые валы. Они бывают в основном гладкие и ступенчатые. На рис. 25.1а показан прямой ступенчатый вал со шпоночными пазами для закрепления деталей.

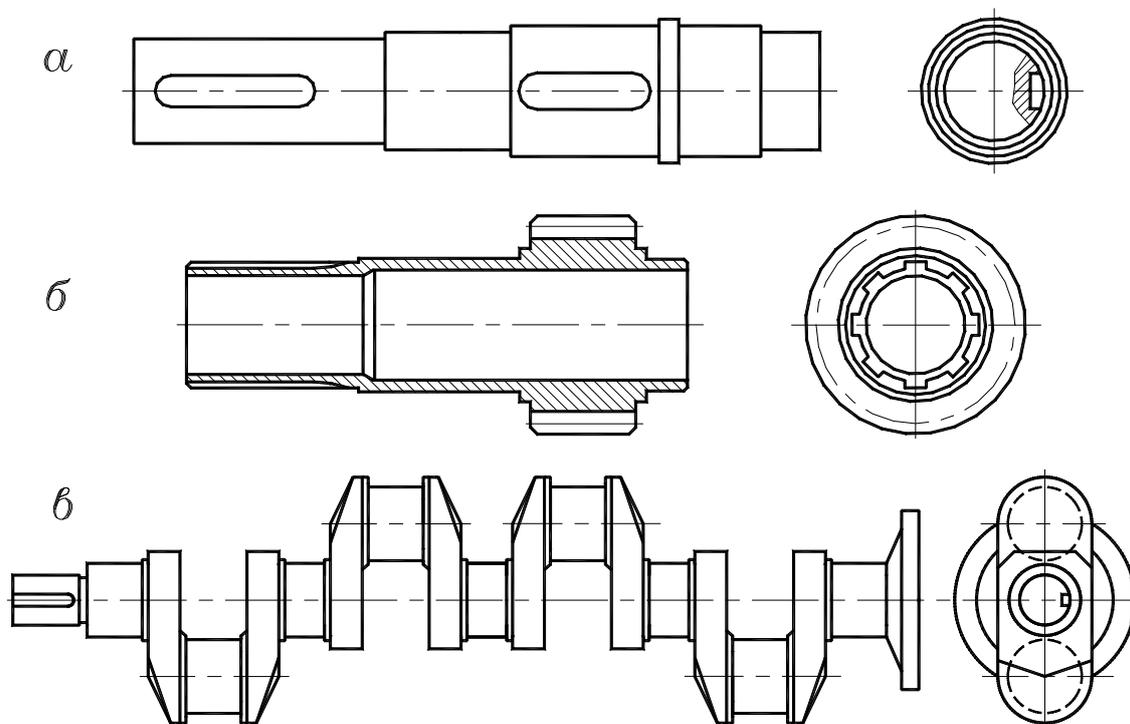


Рис. 25.1.

На рис. 25.1б приведена конструкция вал-шестерни редуктора самолета. Вал выполнен пустотелым для облегчения и имеет шлицевой конец для установки соединительной муфты.

Коленчатые валы применяют в поршневых машинах (двигатели, компрессоры и пр.) Коленчатый вал дизеля М-25 показан на рис. 25.1в. Крепление деталей на этом валу производится при помощи шпонки на левом конце вала и фланца – на правом.

Гибкие валы допускают передачу вращения при перегибах, например, в бормашинах стоматологии, в автомобилях для передачи вращения от вала коробки передач к спидометру.

Коленчатые и гибкие валы относятся к специальным деталям и здесь не изучаются.

На рис. 25.2а показана неподвижная ось сателлита 1 планетарного редуктора самолета. Ось 2 неподвижно закреплена на сателлитодержателе 3. Вращающаяся ось показана на рис. 25.2б. Эта ось 1 выполнена заодно с сателлитом планетарного редуктора вертолета и вращается в подшипниках, установленных в сателлитодержателе 2.

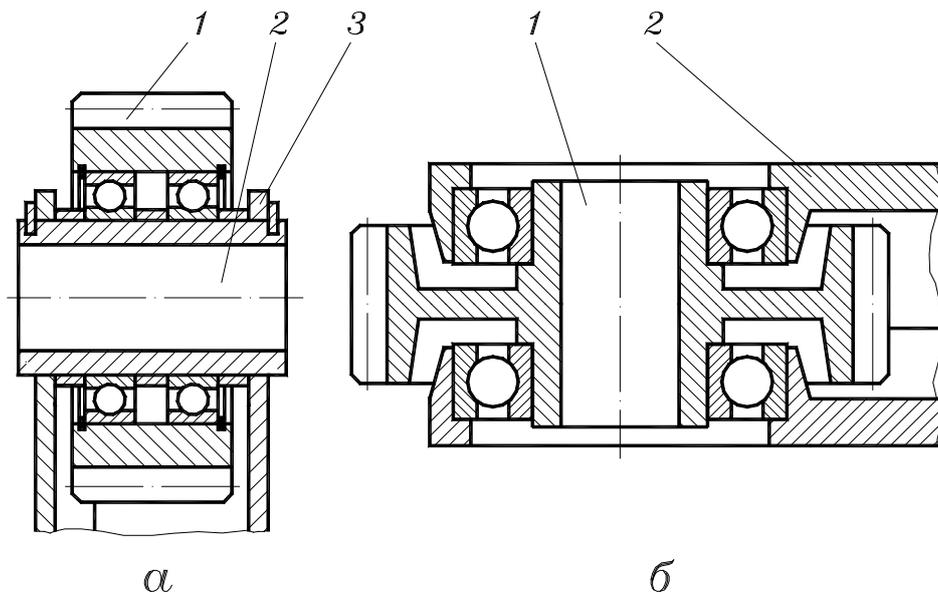


Рис. 25.2.

Валы и оси изготавливают из конструкционных сталей и в необходимых случаях подвергают термообработке для достижения требуемой твердости поверхности в местах установки деталей (подшипников, шпонок и пр.).

§25.2. Проектный расчет валов

Расчет валов производится на прочность, жесткость и колебания. Расчет на прочность производят с целью предупреждения пластических деформаций и разрушений с учетом кратковременных пе-

регрузок – при пуске или из-за случайных факторов. Расчет на жесткость предполагает определение упругих деформаций вала под действием нагрузок и сравнение их с допускаемыми величинами. Расчет на колебания сводится к определению виброустойчивости вала при циклических нагрузках. Расчеты валов на жесткость и колебания здесь не рассматриваются, так как они относятся к специальным случаям: шпиндели металлообрабатывающих станков, длинные трансмиссионные валы и пр.

Проектный расчет предполагает определение диаметра вала. Для предварительного нахождения диаметра вала достаточно знать его материал и передаваемый им крутящий момент. Значения допускаемых напряжений при этом принимаются заниженными. Диаметр вала d находится из формулы напряжения кручения прямого гладкого вала, известной из раздела основ сопротивления материалов:

$$\tau = \frac{T}{W_P} \text{ (МПа)} \quad (25.1)$$

где: T – крутящий момент, передаваемый валом;

W_P – полярный момент сопротивления сечения вала:

$$W_P = \frac{\pi d^3}{16} \quad (25.2)$$

Подставим (25.2) в (25.1) и решим относительно диаметра вала. При этом надо учесть, что крутящий момент задается в Нм, а диаметр вала определяется в мм. Поэтому надо уравнивать размерности. Кроме того, вместо напряжения τ следует подставить допускаемое напряжение кручения для материала вала $[\tau]$. И так как этот расчет приближенный, то можно принять $\pi/16 = 0,2$. Тогда:

$$d = \sqrt[3]{\frac{1000T}{0,2[\tau]}} \text{ (мм)} \quad (25.3)$$

Допускаемые напряжения кручения принимают следующими:

$[\tau] = (20 \text{ } 4 \text{ } 30)$ МПа – для трансмиссионных валов;

$[\tau] = (12 \text{ } 4 \text{ } 25)$ МПа – для валов редукторов, коробок скоростей и других аналогичных.

Трансмиссионные валы – это обычно длинные тихоходные или малонагруженные валы для привода машин или для связи машин друг с другом.

Диаметр пустотелых валов, используемых, в частности, в авиационной промышленности:

$$d = \sqrt[3]{\frac{1000T}{0,2(1 - \alpha^4)[\tau]}} \quad (25.4)$$

где α – это отношение внутреннего диаметра вала к внешнему; обычно принимают $\alpha = (0,6 \div 0,8)$.

После проектного расчета производится конструирование вала. Для этого используется рассчитанный диаметр, размеры деталей, размещаемых на валу и расстояния между ними. Так как в большинстве случаев валы имеют ступенчатую конструкцию, то при их конструировании следует по возможности избегать концентраторов напряжений в виде острых углов на ступенях: в местах перехода одного диаметра вала в другой следует предусматривать фаски и галтели.

Поверочный расчет валов производится методами сопротивления материалов и предусматривает замену действительной конструкции вала и условий его работы расчетной схемой. При этом происходит схематизация нагрузок, опор и формы вала (см. §15.3).

§25.3. Шпоночные соединения

Шпоночные соединения служат для угловой фиксации деталей на вращающихся осях и валах и для передачи крутящего момента. Крутящий момент в шпоночном соединении детали с вращающейся осью невелик – он равен моменту трения в опорах оси. В шпоночных соединениях деталей с валом крутящие моменты могут достигать значительных величин, поэтому необходим расчет на прочность этих соединений.

Большинство шпоночных соединений являются неподвижными, но есть и подвижные, допускающие относительное осевое перемещение детали и вала.

В общем машиностроении используются в основном соединения призматическими шпонками (рис. 25.3). Размеры призматических шпонок и размеры пазов на валу и ступице стандартизованы.

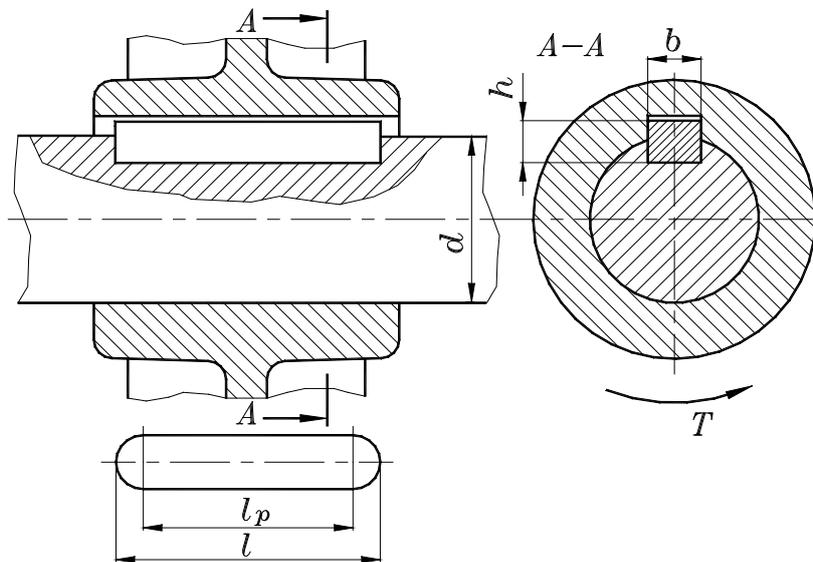


Рис. 25.3.

Глубина паза в ступице детали больше, чем высота выступающей из вала части шпонки, так что между внешней плоскостью шпонки и внутренней поверхностью паза имеется зазор.

Стандартные шпонки изготавливаются из углеродистой или легированной стали с пределом прочности σ_b не ниже 500 МПа.

Большинство шпонок работает на смятие и срез. Крутящий момент передается с вала на деталь (или обратно) боковыми гранями шпонки. При этом на них возникают напряжения смятия $\sigma_{см}$, а в продольном сечении – напряжения среза τ (рис. 25.4).

У стандартных шпонок размеры подобраны так, что нагрузку соединения ограничивают не напряжения среза, а напряжения смятия (в большинстве случаев $b > h$).

При конструировании шпоночных соединений их размеры выбираются по стандарту в соответствии с диаметром вала и длиной ступицы детали. После этого производят проверочный расчет шпонки.

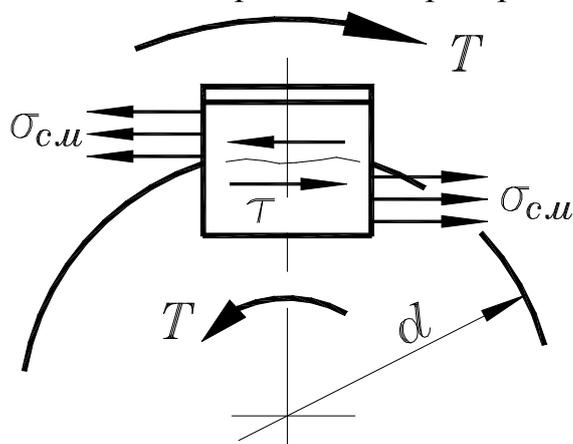


Рис. 25.4.

При расчете призматической шпонки для упрощения допускают, что шпонка выступает из вала на половину своей высоты, хотя по стандарту это не всегда так. Кроме того, предполагают, что плечо равнодействующей элементарных сил смятия равно половине диаметра вала. Рассматривая равновесие вала (или детали) при этих допущениях, получим условие прочности по напряжениям смятия:

$$\frac{2T}{d} = [\sigma_{см}] \frac{hl_p}{2}$$

где: T – крутящий момент на валу;

d – диаметр вала;

h – высота шпонки (рис. 25.3)

l_p – рабочая длина шпонки (рис. 25.3).

$[\sigma_{см}]$ – допускаемое напряжение смятия; для неподвижных соединений $[\sigma_{см}] = (100 \text{ } 4 \text{ } 180)$ МПа, для подвижных соединений (рис. 25.4) $[\sigma_{см}] = (20 \text{ } 4 \text{ } 30)$ МПа.

Из условия прочности получим формулу проверочного расчета по напряжениям смятия:

$$\sigma_{см} = \frac{4T}{d h l_p} \leq [\sigma_{см}] \quad (25.5)$$

§25.4. Шлицевые соединения

Шлицевые соединения служат для угловой фиксации деталей на вращающихся осях и валах и для передачи крутящего момента. По сравнению со шпоночными соединениями шлицевые соединения являются более надежными и могут передавать больший момент при том же диаметре вала.

Шлицевые соединения называют еще зубчатыми, так как они образуются при наличии наружных зубьев на валу и внутренних зубьев в отверстии детали. Размеры шлицевых (зубчатых) соединений стандартизованы.

В зависимости от формы шлицев (зубьев) различают шлицевые соединения прямоугольные (рис. 25.5а), эвольвентные (рис. 25.5б) и треугольные (рис. 25.5в).

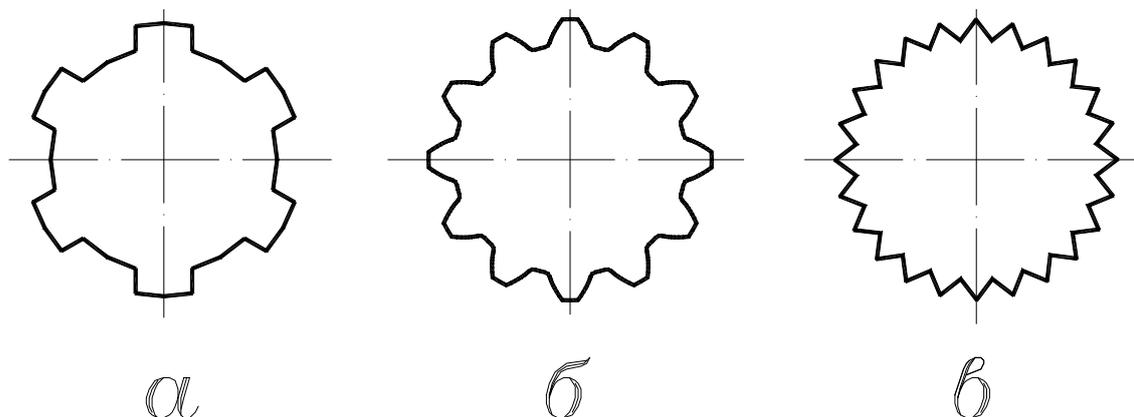


Рис. 25.5.

На этих рисунках показано примерное соотношение размеров шлицев и их количества при одинаковых диаметрах валов.

В общем машиностроении в основном используются прямоугольные и эвольвентные шлицевые соединения. Их размеры стандартизованы.

Главные размеры прямоугольных шлицевых соединений показаны на рис. 25.6а. Для различных условий работы стандарт предусматривает три серии соединений – легкую, среднюю и тяжелую, различающиеся размером и числом шлицев. Прямоугольные соединения различаются также по способу центрирования детали относительно вала. Существует три способа центрирования:

- по наружному диаметру (рис. 25.6б);
- по внутреннему диаметру (рис. 25.6в);
- по боковым сторонам (рис. 25.6г).

Выбор способа центрирования связан с эксплуатационными требованиями и с технологией изготовления деталей соединения.

Если по условиям эксплуатации требуется обеспечить высокую соосность вала и детали (втулки), установленной на валу, то применяют центрирование по наружному или внутреннему диаметрам. Если в процессе эксплуатации возникают ударные и реверсивные нагрузки, то используют центрирование по боковым сторонам шлицев.

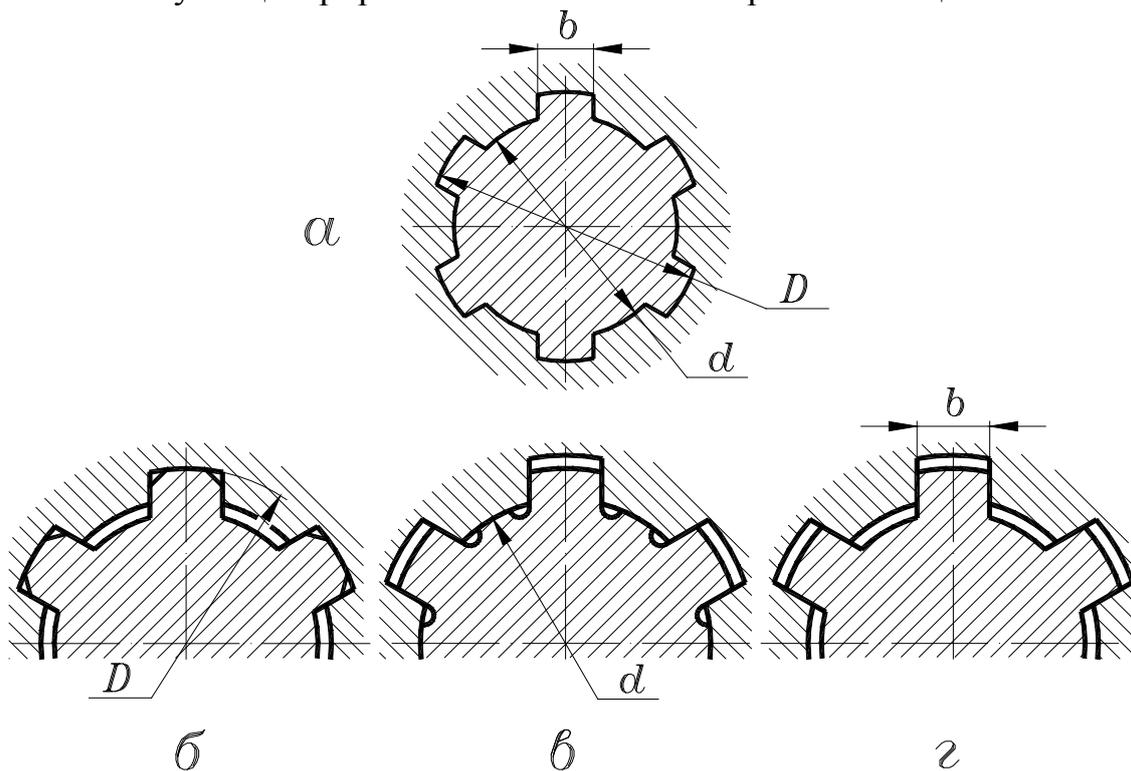


Рис. 25.6.

При диаметральном центрировании наружный или внутренний диаметр центрирования выбирается из технологических условий. Детали шлицевых соединений (вал и втулка) стальные. Если втулка выполнена из стали с невысокой твердостью (<350 НВ) и шлицевое отверстие может быть обработано протяжкой, то рекомендуется центрирование по наружному диаметру. При этом центрирующая поверхность вала шлифуется. Если втулка твердая и шлицевое отверстие не может быть обработано протяжкой, то следует выбирать центрирование по внутреннему диаметру. Центрирующие поверхности вала и втулки обрабатываются шлифованием.

Центрирование по боковым сторонам наиболее сложно с технологической точки зрения, так как требует шлифования боковых поверхностей шлицев на специальных станках.

Соединения с эвольвентными шлицами используются при больших диаметрах валов, в основном в самолето- и вертолетостроении. Также как прямобочные их можно применять и в подвижных шлицевых соединениях. Соединения с эвольвентными шлицами выполняют с центрированием по боковым сторонам (рис.25.7а) и по наружному диаметру (25.7б). Наиболее распространен первый способ.

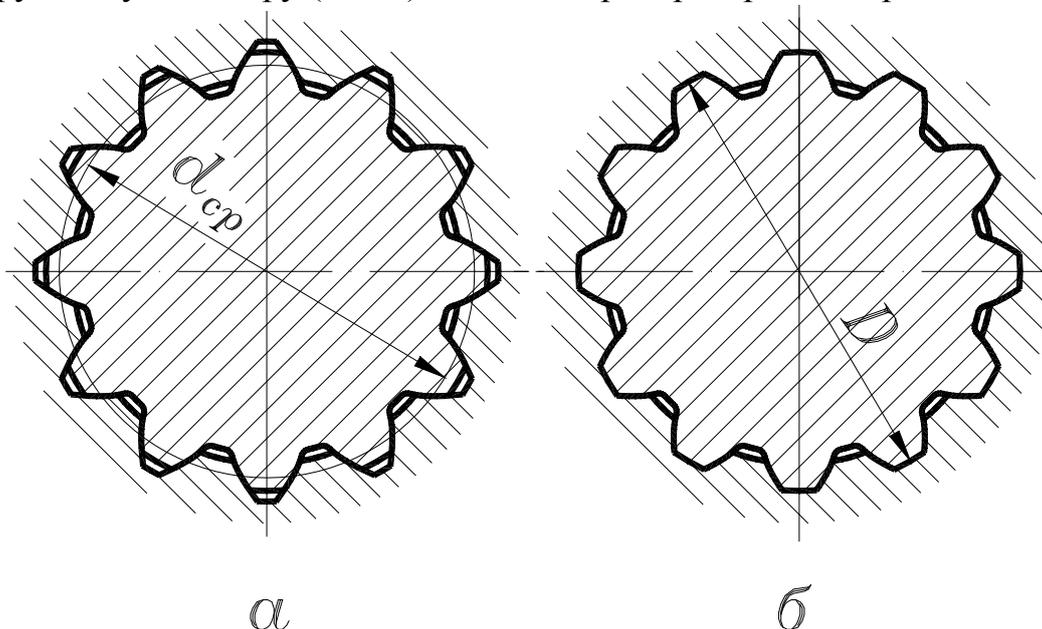


Рис. 25.7.

При изготовлении шлицев на валах и в отверстиях втулок используются совершенные технологические способы, применяемые для зубчатых колес. Но в отличие от зубчатых колес профильный угол эвольвентных шлицев увеличен до 30°, а высота уменьшена до величины модуля. Эвольвентные шлицы (зубья) меньше ослабляют вал вследствие закруглений во впадинах между зубьями.

Критериями работоспособности и расчета шлицевых соединений является смятие рабочих поверхностей шлицев и их износ при относительных микроперемещениях вала и втулки из-за деформаций изгиба и кручения при работе. То есть, правильно рассчитанное шлицевое соединение должно сопротивляться смятию рабочих поверхностей шлицев и их изнашиванию. Расчет на изнашивание сложен и недостаточно разработан, поэтому проводится только в специальных случаях. В большинстве случаев ограничиваются расчетом на смятие.

В упрощенной модели принято равномерное распределение нагрузки по длине и высоте шлицев (рис. 25.8).

Напряжение смятия на боковой грани шлицев:

$$\sigma_{см} = \frac{T}{\frac{d_{cp}}{2} z h l K} \leq [\sigma_{см}] \quad (25.6)$$

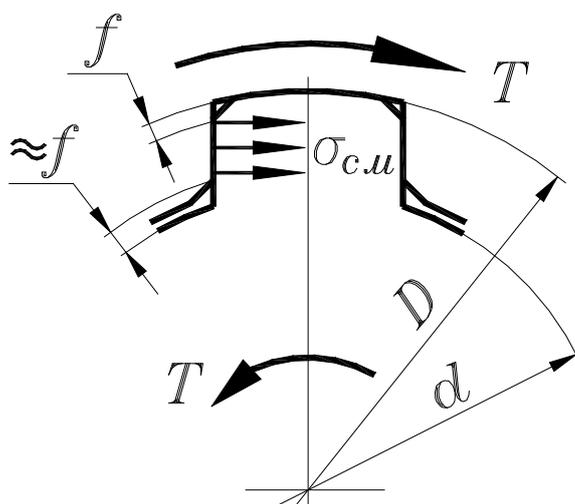


Рис. 25.8.

где: T – крутящий момент на валу;
 d_{cp} – средний диаметр соединения;
 z – число шлицев;
 h – рабочая высота зуба;
 l – рабочая длина шлицев;
 K – коэффициент неравномерности нагрузки по шлицам;
 $K=0,7 \div 0,8$

Средний диаметр d_{cp} и рабочая высота h шлицев для прямобочных и эвольвентных соединений определяется по-разному.

Для прямобочных шлицев:

$$d_{cp} = \frac{D + d}{2}; \quad h = \frac{D - d}{2} - 2f$$

где f – размер фаски (рис. 25.8).

Для эвольвентных шлицев:

$$d_{cp} = z m; \quad h = m$$

где m – модуль зубьев (шлицев).

Допускаемое напряжение смятия:

- для неподвижных соединений $[\sigma_{см}] = 50 \text{ 4 } 250 \text{ МПа}$;

- для подвижных соединений $[\sigma_{см}] = 10 \text{ 4 } 20 \text{ МПа}$.

Более точные значения выбираются по справочникам в зависимости от твердости материала шлицев и режима работы шлицевого соединения.

Пример расчета

Рассчитать длину призматической шпонки для передачи крутящего момента $T = 500 \text{ Нм}$ с зубчатого колеса на вал диаметром $d = 30 \text{ мм}$.

Стандартный размер призматической шпонки для вала диаметром 30 мм – ширина $b = 8$, высота $h = 7$.

Так как $b > h$, то расчет проводим из условия прочности по напряжениям смятия (12.1). Для допускаемого напряжения материала шпонки принимаем среднюю величину из рекомендуемых значений (стр. 164): $[\sigma_{см}] = 140$ МПа.

Рабочая длина шпонки:

$$l_p = \frac{4T}{d h [\sigma_{см}]} = \frac{4 \cdot 500 \cdot 1000}{30 \cdot 7 \cdot 140} = 67,8 \text{ мм}$$

Принимаем длину шпонки $l_p = 70$ мм.

Глава 26. Муфты для соединения валов

§26.1. Типы муфт

Муфтами в технике называются устройства, которые служат для соединения концов валов, стержней, труб, электрических проводов и пр. Здесь будем рассматривать только муфты для соединения концов валов. Эти же муфты используются и для соединения валов с установленными на них деталями: зубчатыми колесами, шкивами и т.д.

Различают муфты неуправляемые, управляемые и автоматические. Неуправляемые муфты делятся на глухие, компенсирующие и предохранительные. Управляемые муфты служат для соединения или разъединения валов друг с другом или валов с установленными на них деталями. Автоматические муфты соединяют или разъединяют валы друг с другом или валы с установленными на них деталями в зависимости от режима работы – от скорости или направления вращения.

§26.2. Глухие муфты

Глухие муфты образуют жесткое неподвижное соединение валов (глухое соединение), для чего требуют их точной центровки.

Простейшей конструкцией глухой муфты является втулочная муфта – на концы валов устанавливается втулка и скрепляется с ними при помощи штифтов (рис. 26.1а) или шпонок. Такие муфты отличаются простотой конструкции и малыми габаритами, однако, для своей установки требуют осевого смещения валов, поэтому используются в машинах и механизмах небольших габаритов при диаметрах соединяемых валов до 50 мм. Прочность муфты определяется в основном прочностью штифтового, шпоночного или шлицевого соединения, а также прочностью втулки.

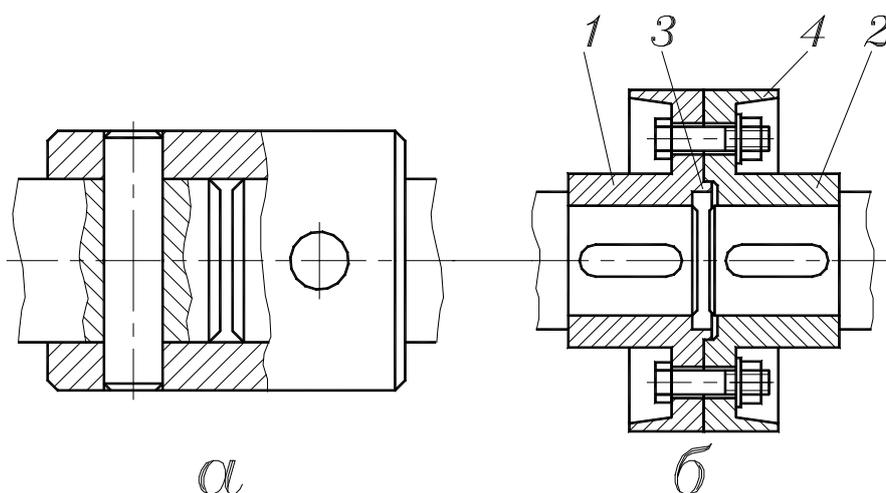


Рис. 26.1.

Фланцевые муфты (рис. 26.1б) состоят из двух полумуфт, которые могут быть установлены на соединяемые валы предварительно. Поэтому они более распространены в машиностроении, а диаметр валов практически не ограничен. На рис. 26.1б показана конструкция фланцевой муфты, у которой полумуфты 1 и 2 скреплены болтами, установленными с зазором. Крутящий момент передается силами трения, возникающими в стыке полумуфт от затяжки болтов. Соосность валов обеспечивается центрирующим выступом 3 на левой полумуфте, входящим в отверстие правой полумуфты. Для соблюдения правил техники безопасности выступающие части болтового соединения закрыты буртиками 4.

§26.3. Муфты компенсирующие

В большинстве случаев взаимное расположение осей соединяемых валов не может быть очень точным в результате погрешностей изготовления и сборки механизмов, а также, в результате погрешностей их монтажа при компоновке в машине (рис. 26.2).

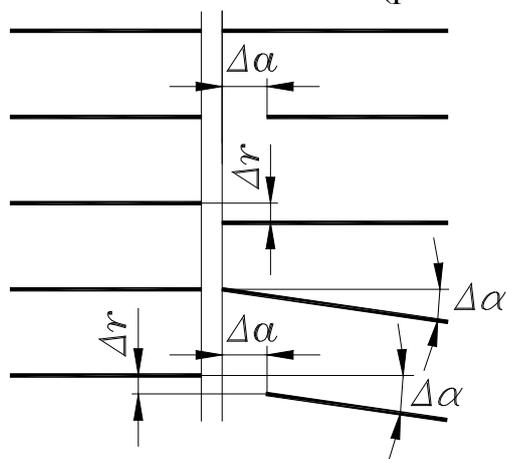


Рис. 26.2.

Различают три вида отклонений от номинального расположения валов (рис. 26.2): продольное смещение Δa , радиальное смещение, или эксцентриситет Δr , угловое смещение, или перекосяк $\Delta \alpha$. Чаще всего все указанные отклонения присутствуют вместе и называются общим термином «несоосность валов».

Для возможности соединения несоосных валов используются компенсирующие муфты. Компенсация несоосности достигается при помощи подвижных жестких или деформируемых промежуточных элементов, соединяющих полумуфты. Жесткие промежуточные элементы применяются в муфтах жестких компенсирующих, а деформируемые промежуточные элементы – в упругих муфтах.

Значительной компенсирующей способностью ко всем видам несоосности валов обладают зубчатые муфты (рис. 26.3).

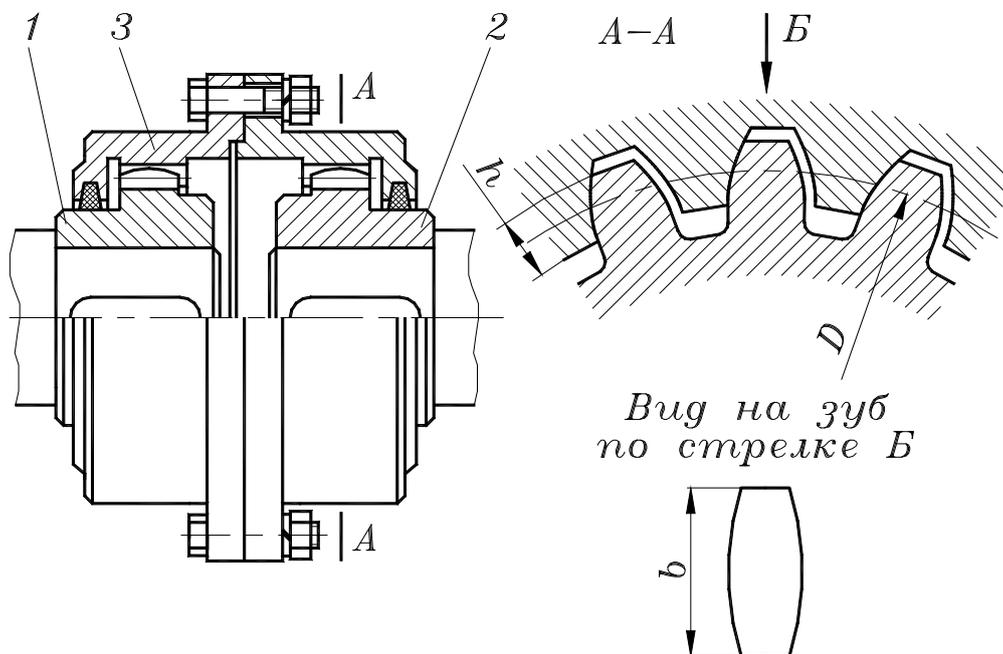


Рис. 26.3.

Такая муфта состоит из полумуфт 1 и 2 с наружными зубьями и разъемной обоймой 3 с двумя рядами внутренних зубьев. Зубья эвольвентные с уменьшенной высотой головки. Для возможности компенсации несоосности валов муфта имеет осевые зазоры и увеличенные радиальный и боковые зазоры в зацеплении (рис. 26.3). Кроме того, зубчатые венцы полумуфт выполняют не цилиндрическими, а сферическими, а зубья – бочкообразными.

Если промежуточный элемент компенсирующей муфты выполнен упругим, то такие муфты называются упругими. Они могут компенсировать все виды несоосности валов. Кроме того, упругие муфты являются также звеном малой жесткости в приводе, необходимым для возможности работы машины в резонансной области с целью ее виброзащиты и виброизоляции. Для этого упругий элемент муфты

должен иметь вполне определенную жесткость, расчет которой дан в разделе ТММ.

На рис. 26.4 показана упругая втулочно-пальцевая муфта. Благодаря простоте изготовления и замены резиновых элементов эта муфта получила широкое распространение, особенно в приводах от электродвигателей с малыми и средними крутящими моментами. В полумуфте 2 (рис. 26.4) жестко закреплены пальцы 3 с резиновыми кольцами трапецеидального сечения 4. Эти кольца входят в отверстия полумуфты 1. Такие муфты служат звеном малой жесткости в приводах и используются для компенсации несоосности валов в следующих пределах: осевое смещение $\Delta a = (1 \text{--} 5) \text{ мм}$, эксцентриситет $\Delta r = (0,3 \text{--} 0,6) \text{ мм}$, перекос $\Delta \alpha \leq 18^\circ$.

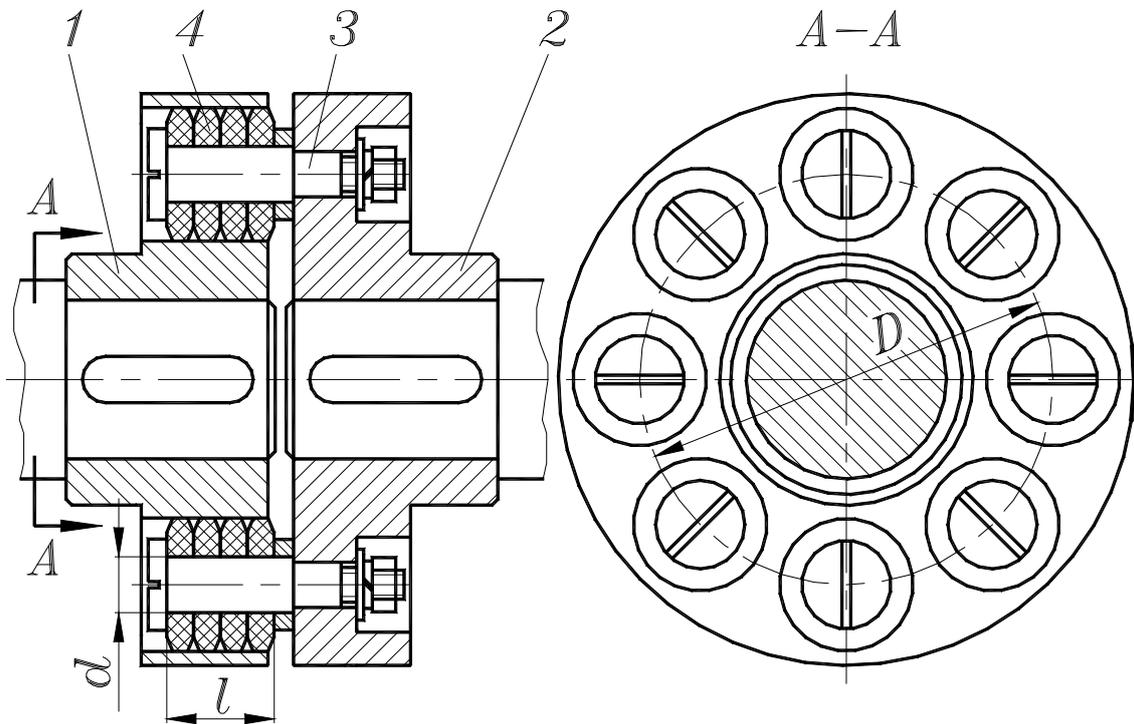


Рис. 26.4.

§26.5. Предохранительные муфты

Предохранительные муфты предназначены для автоматического разъединения валов в аварийных ситуациях, следствием которых является значительная перегрузка. То есть, эти муфты служат для защиты кинематических цепей машин от перегрузки. Такие муфты делятся на две группы: предохранительные муфты с разрушающимся элементом и предохранительные муфты без разрушающегося элемента. Предохранительные муфты могут располагаться только на соосных валах, то есть, валы перед установкой этих муфт, или с помощью этих муфт должны быть сцентрированы.

На рис. 26.5а показана одна из конструкций муфты с разрушающимся элементом. Крутящий момент между полумуфтами 1 и 2 передается через штифт 3, который срезается при перегрузке. Для восстановления работы муфты после ликвидации аварийной ситуации штифт заменяется. Закаленные втулки 4 облегчают замену штифтов.

Предохранительные муфты без разрушающегося элемента не требуют затрат времени на восстановление своей работоспособности после аварийной ситуации, они всегда готовы к работе. На рис. 26.5б показана конструкция кулачковой предохранительной муфты.

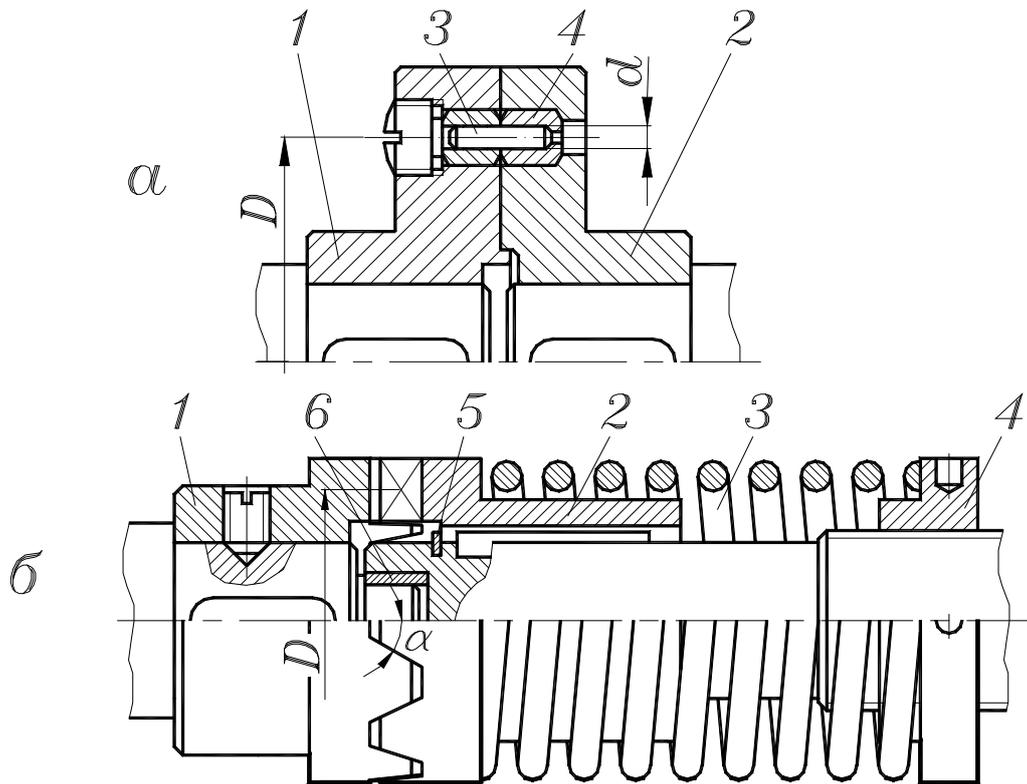


Рис. 26.5.

Полумуфты 1 и 2 снабжены кулачками трапецеидальной формы. Полумуфта 1 жестко закреплена на валу, а полумуфта 2 может перемещаться по валу в осевом направлении, благодаря подвижному шпоночному соединению. Зацепление кулачков полумуфт обеспечивается пружиной 3, сила которой может регулироваться гайкой 4. Перемещение полумуфты 2 влево ограничено стопорным кольцом 5, это ограничение требуется для предварительного монтажа полумуфты на валу. Соосность валов обеспечивается центрирующей втулкой 6.

§26.6. Муфты управляемые или сцепные

Управляемые муфты позволяют соединять или разъединять валы с помощью механизма управления. По принципу работы эти муф-

ты делятся на две группы: муфты, основанные на зацеплении – кулачковые (зубчатые); муфты, основанные на трении – фрикционные.

В кулачковой муфте (рис. 26.6) на торцах полумуфт 1 и 2 выполнены выступы (кулачки) А. В рабочем положении кулачки одной полумуфты входят во впадины другой. Для возможности включения и выключения муфты полумуфта 2 установлена на валу подвижно в осевом направлении, например, на скользящей шпонке, как показано на рис. 26.6. Подвижную полумуфту перемещают с помощью специального устройства, рабочий элемент которого входит в паз Б. На рисунке штриховыми линиями показано отведенное положение полумуфты. Втулка 3 служит для центровки валов.

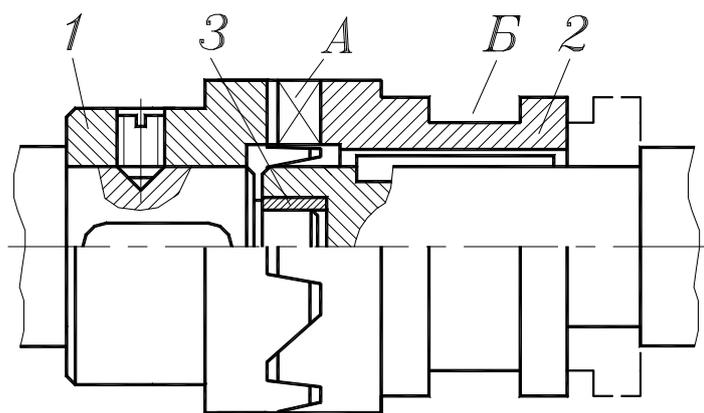


Рис. 26.6.

Включение и выключение кулачковых муфт может происходить в статическом состоянии или во время вращения. Для предотвращения больших динамических нагрузок частоты вращения при включении ограничены довольно низкими окружными скоростями кулачков: $v \leq 1$ м/с.

Ключевые слова и выражения.

1. Опорный участок вала называется цапфой.
2. Шип – это цапфа, расположенная на конце вала и передающая радиальную нагрузку.
3. Шейка – это цапфа, расположенная в средней части вала и передающая радиальную нагрузку.
4. Тепловое равновесие при работе подшипника скольжения – это равенство тепловыделения в результате трения и теплоотдачи через корпус и смазку в окружающую среду.
5. Основная причина разрушения подшипника скольжения – перегрев.
6. Жидкостное трение – это трение между слоями смазки, поверхности вала и подшипника при этом не контактируют.

7. Основным критерием расчета большинства подшипников скольжения является образование режима жидкостного трения.

8. Подшипники качения состоят из двух колец – внутреннего и внешнего, между которыми расположены тела качения в сепараторе или без сепаратора.

9. Разборными подшипниками являются роликовый радиальный, роликовый конический, упорный и игольчатый.

10. Шариковый радиальный подшипник наряду с радиальной нагрузкой, может воспринимать постоянную осевую нагрузку величиной до 80 % от радиальной.

11. При равных диаметрах внутренних колец, роликовый конический подшипник воспринимает бóльшую осевую нагрузку, чем шариковый упорный.

12. В обозначениях большинства подшипников качения две цифры справа, умноженные на 5, дают размер внутреннего диаметра подшипника в мм.

13. Критерием работоспособности подшипников качения является усталостное выкрашивание контактирующих поверхностей тел качения и колец.

14. Вал – это деталь машины, на которой размещаются вращающиеся детали: зубчатые колеса, шкивы, барабаны и пр. и которая передает крутящий момент между этими деталями.

15. Ось служит для размещения вращающихся деталей, но крутящий момент не передает.

16. В силовых приводах самолетов и вертолетов используют только пустотелые валы и оси.

17. Шпоночные и шлицевые соединения служат для угловой фиксации деталей на вращающихся осях и валах и для передачи крутящего момента.

18. Расчет стандартных шпоночных и шлицевых соединений проводится по напряжениям смятия боковых поверхностей.

19. Муфты – это устройства для соединения концов валов и для соединения валов с установленными на них деталями: зубчатыми колесами, шкивами и т.д.

20. Различают муфты неуправляемые, управляемые и автоматические.

21. Неуправляемые муфты делятся на глухие, компенсирующие и предохранительные.

22. Глухие муфты служат для жесткого соединения сцентрированных валов.

23. Компенсирующие муфты применяются для соединения несоосных валов.

24. Предохранительные муфты применяются для защиты механизмов машины при перегрузках или аварийных режимах.

25. Управляемые муфты служат для соединения или разъединения валов друг с другом или валов с установленными на них деталями.

Контрольные вопросы.

1. Что такое подшипник?
2. Что такое цапфа, шип, шейка, пята и подпятник?
3. Что такое рабочая температура подшипника скольжения?
4. Чем отличается жидкостное трение от полужидкостного?
5. В чем отличие гидродинамических подшипников от гидростатических?
6. Что является основным критерием расчета большинства подшипников скольжения?
7. Какова основная причина разрушения подшипников скольжения?
8. Какие типы подшипников качения Вы знаете?
9. Какие подшипники способны воспринимать радиальные и осевые нагрузки?
10. Какие подшипники являются разборными?
11. Как по обозначению подшипника качения можно узнать его внутренний диаметр?
12. Что такое динамическая грузоподъемность подшипника?
13. Что является критерием работоспособности подшипников качения?
14. В чем заключается разница между валом и осью?
15. Какие типы валов используются в машиностроении?
16. Где используются пустотелые валы и почему?
17. В каких машинах применяются коленчатые валы?
18. Каково назначение шпоночных и шлицевых соединений?
19. Почему стандартные шпоночные соединения рассчитываются на смятие и не рассчитываются на срез?
20. В чем состоит преимущество шлицевого соединения по сравнению со шпоночным?
21. Как происходит центрирование деталей в прямобочных и в эвольвентных шлицевых соединениях?
22. Как производится расчет на прочность шлицевого соединения?
23. Для чего предназначены муфты?
24. Каковы типы муфт, используемых в машиностроении?
25. В чем заключаются достоинства и недостатки глухих муфт?
26. Каковы виды несоосности валов?
27. В чем заключаются функции упругих муфт?
28. Назовите виды предохранительных муфт.
29. Назовите типы управляемых муфт.

Часть III. Неподвижные соединения деталей машин

Из раздела ТММ известно, что звено механизма или машины – это одна деталь или жесткая система из нескольких связанных друг с другом деталей, совершающая определенные движения. Эти жесткие связи в технике называются неподвижными соединениями.

По признаку разъемности все виды неподвижных соединений делятся на разъемные и неразъемные.

Разъемные соединения могут быть разобраны без повреждения входящих в них деталей. Это – резьбовые, штифтовые, клеммовые, шпоночные, шлицевые и профильные соединения. Резьбовые соединения наиболее употребительны в технике – это соединения при помощи болтов, винтов и гаек. Их конструкция и расчет будет приведена ниже. Штифтовые соединения предполагают использование цилиндрических и конических штифтов, запрессованных в отверстия соединяемых деталей. В клеммовых соединениях применяются специальные зажимные устройства. Их конструкция и расчет даны в [8]. Конструкция и расчет шпоночных и шлицевых соединений рассмотрены в §25.3 и §25.4. Профильные соединения используют в некоторых специальных случаях для посадки деталей на валы и оси; сопрягаемые участки вала и ступицы в поперечном сечении имеют некруглую форму, обычно – это скругленный треугольник или квадрат.

Неразъемные соединения не могут быть разобраны без повреждения входящих в них деталей. К ним относятся заклепочные, сварные и клеевые соединения.

Неразъемные соединения широко распространены в технике. Без них не обходится ни одна машина. В некоторых из них количество неподвижных соединений исчисляется сотнями и тысячами. Например, в самолете ИЛ-76 насчитывается около 800 тысяч болтовых соединений и до 1,5 миллионов заклепочных.

Основным критерием работоспособности и расчета неподвижных соединений является прочность. Соединение должно быть равнопрочным с соединяемыми деталями.

Глава 27. Резьбовые соединения

§27.1. Виды резьб

Резьбовые соединения – это соединения при помощи крепежных резьб, выполненных на крепежных деталях: болтах, винтах, шпильках и гайках. Резьба – это выступы, расположенные по винтовым линиям на наружной поверхности винтов и на внутренней поверхности гаек.

Классифицировать резьбы можно по следующим конструктивным признакам.

1. По форме поверхности различают цилиндрические и конические резьбы. Наиболее распространена цилиндрическая резьба. Коническую резьбу применяют для плотных соединений труб, штуцеров, пробок и пр.

2. По профилю резьбы в осевом сечении различают треугольные, прямоугольные, трапецеидальные, круглые и пр.

3. По направлению винтовой линии различают правую и левую резьбы. Если смотреть в торец крепежной детали, то у правой резьбы винтовая линия удаляется от наблюдателя в направлении слева вверх направо, а у левой – справа вверх налево. Наиболее распространена правая резьба. Левую используют только в специальных случаях.

4. По числу заходов различают однозаходную, двухзаходную и т.д. резьбы. У однозаходной резьба расположена по одной винтовой линии. У двухзаходной – по двум параллельным винтовым линиям, у трехзаходной – по трем и т.д. Если число заходов два и больше, то такие резьбы имеют общее название – многозаходные. Наибольшее распространение имеет однозаходная резьба.

По области использования различают резьбы крепежные и резьбы передач «винт-гайка», называемые ходовыми резьбами. Здесь будем рассматривать только крепежные резьбы. Эти резьбы предназначены для скрепления деталей, то есть, для образования неподвижных соединений деталей машин. Крепежные резьбы должны обеспечивать прочность соединения и обладать достаточными силами трения, препятствующими самоотвинчиванию крепежных деталей.

Среди крепежных резьб различают следующие виды: метрическая, трубная и круглая. Существуют и другие виды крепежных резьб: для труб геологоразведочных буровых станков, для винтов саморезов и пр. Отнесем их к специальным и здесь рассматривать не будем.

Наиболее употребительной является метрическая резьба, названная так потому, что ее размеры измеряются в миллиметрах, в отличие от дюймовой резьбы, размеры которой измеряются в дюймах и которая в настоящее время практически не используется. Метрическая резьба является треугольной с углом профиля $\alpha = 60^\circ$ (рис. 27.1а). Ее

геометрические параметры стандартизованы и приведены ниже. Вершины витков резьбы притуплены для уменьшения концентрации напряжений, предохранения от повреждений при эксплуатации.

Трубная резьба бывает цилиндрическая и коническая. В основном используются трубные цилиндрические резьбы. Они применяются для соединения труб и арматуры трубопроводов. Профиль резьбы треугольный с закругленными вершинами и углом профиля 55° (рис. 27.1б). Трубные резьбы обозначаются в дюймах, причем это обозна-

чение относится не к размерам резьбы, а к внутреннему диаметру трубы. Например, полдюймовая трубная резьба (1/2" труб) – это резьба для стандартной водогазовой трубы с внутренним диаметром около половины дюйма (рис. 27.1в).

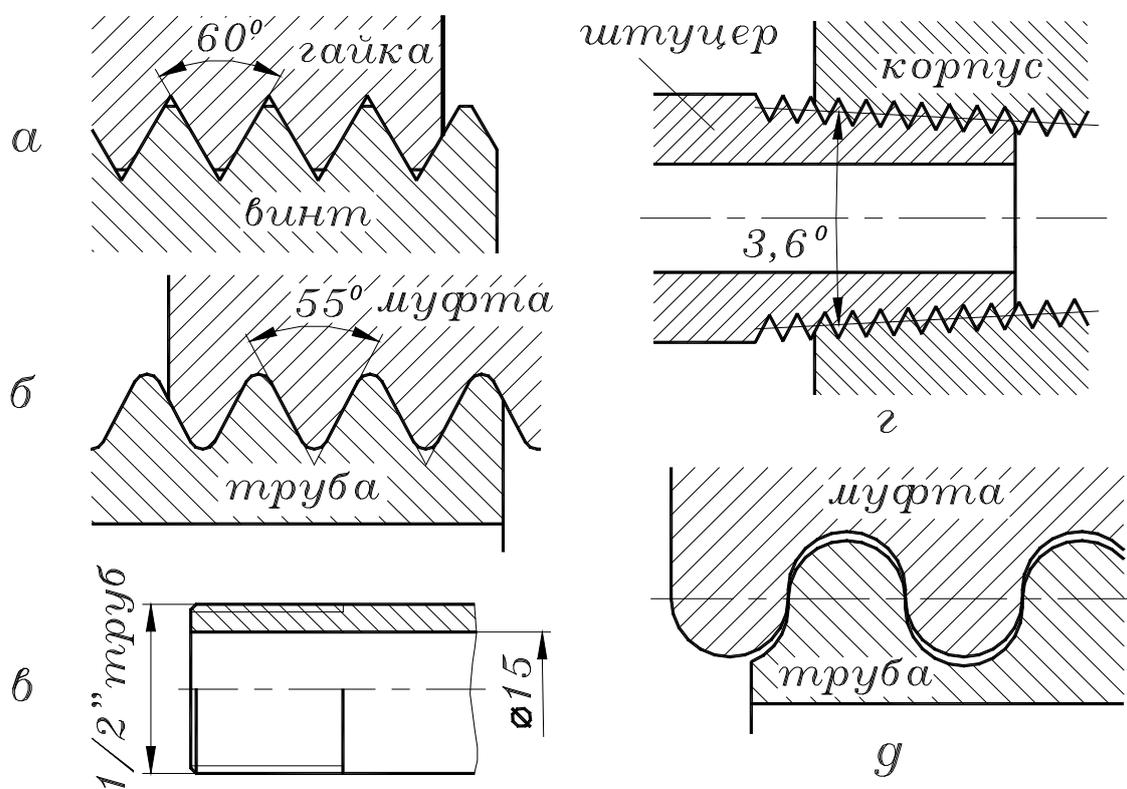


Рис. 27.1.

Коническая трубная резьба выполнена на конической поверхности с углом конуса 3,68 (рис. 27.1г). Используется при необходимости плотных соединений в гидросистемах с большим давлением жидкости, например, для присоединения штуцера трубопровода к корпусу гидроцилиндра.

Круглая резьба (рис. 27.1д) используется для крюков подъемных кранов, в стяжках железнодорожных вагонов, в водопроводной арматуре, а также в тонкостенных трубах.

§27.2. Геометрические параметры метрической крепежной резьбы

Геометрические параметры метрической крепежной резьбы показаны на рис. 27.2.

Геометрические параметры стандартизованы:

d – наружный диаметр резьбы; величина этого диаметра в мм указывается в обозначении резьбы;

d_1 – внутренний диаметр резьбы; d и d_1 одинаковы для винта и гайки, зазоры во впадинах образуются за счет предельных отклонений диаметров;

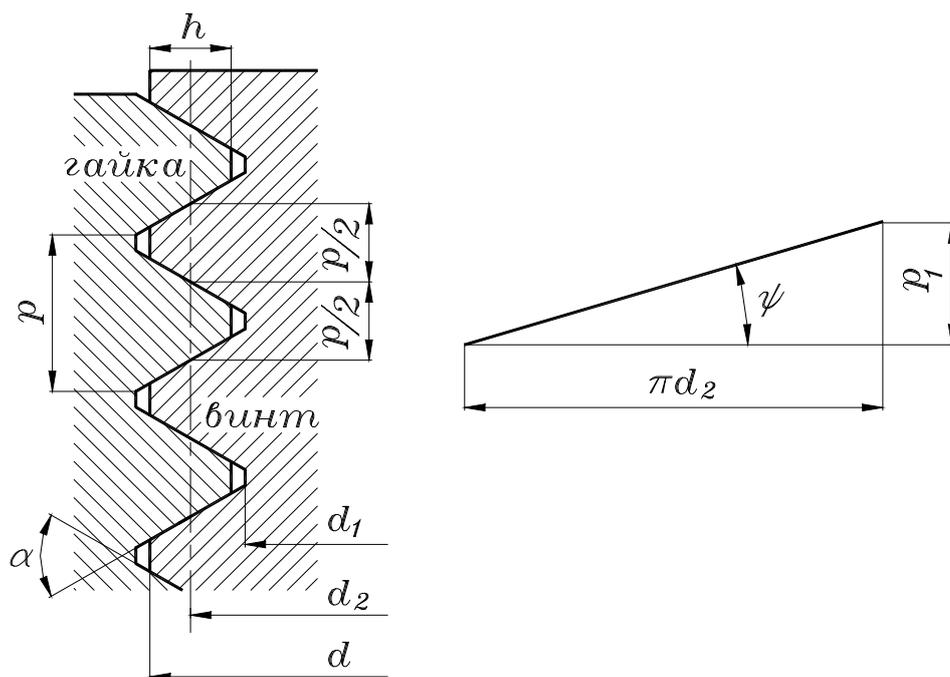


Рис. 27.2.

d_2 – средний диаметр; на среднем диаметре ширина выступа равна ширине впадины;

h – рабочая высота профиля, по которой соприкасаются боковые стороны резб винта и гайки;

p – шаг резьбы – расстояние между одноименными сторонами соседних профилей, измеренное вдоль оси резьбы;

p_1 – ход резьбы – поступательное перемещение гайки за один оборот винта; для однозаходной резьбы $p_1 = p$, а для многозаходной $p_1 = np$, где n – число заходов; крепежные резьбы, как правило, однозаходные;

α – угол профиля резьбы;

ψ – угол подъема винтовой линии по среднему диаметру (рис. 27.2):

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{p_1}{\pi d_2} = \frac{n p}{\pi d_2} \quad (27.1)$$

Наибольшее распространение в крепежных деталях имеет крупная метрическая резьба, то есть, резьба с крупным шагом. Каждому диаметру резьбы соответствует определенный шаг, например, резьба с наружным диаметром 10 мм имеет шаг 1,5 мм, резьба с наружным диаметром 16 мм имеет шаг 2 мм и т.д. Обозначение крупной резьбы состоит из буквы «М» и ее диаметра, например, М10, М16 и т.д.

В авиастроении, в автомобилестроении и в некоторых других областях машиностроения, где требования к надежности резьбовых соединений особенно высоки, используются мелкие метрические

резьбы, то есть, резьбы, шаги которых меньше, по сравнению с крупной метрической резьбой. Например, для резьбы с наружным диаметром 16 мм стандарт предусматривает четыре мелких резьбы с шагами 1,5; 1; 0,75 и 0,5 мм. По сравнению с крупными резьбами мелкие резьбы ввиду меньшего угла подъема винтовой линии, что следует из формулы (27.1), обладают большим запасом самоторможения, то есть, большими силами трения, препятствующими самоотвинчиванию крепежных деталей (подробнее об этом см. ниже). В обозначении мелких резьб указывается величина шага: $M10 \times 0,75$; $M16 \times 1,25$.

§27.3. Основные типы крепежных деталей и способы стопорения резьбовых соединений

Основными типами крепежных деталей являются болты, винты, шпильки, гайки и шайбы. Все эти детали стандартизованы и являются покупными изделиями, так как выпускаются заводами массового производства. Конструкция и размеры крепежных деталей весьма разнообразны и приведены в справочниках.

Болтовое соединение (рис. 27.3а) предполагает использование болта с гайкой для соединения двух и более деталей относительно небольшой толщины. Для неподвижного соединения деталей, одна из которых имеет большую толщину (корпус редуктора, станина станка и пр.), болт с гайкой использовать невозможно или нерационально.

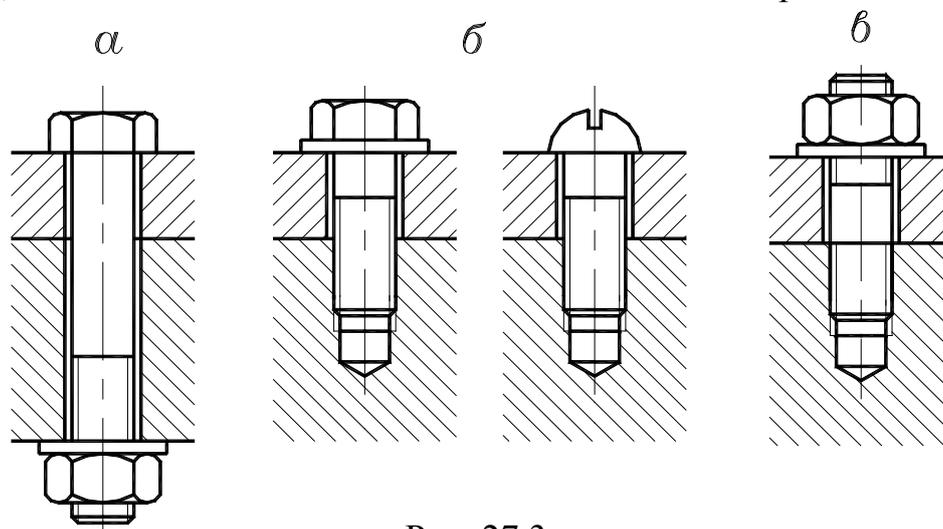


Рис. 27.3.

В таком случае применяется винтовое соединения при помощи винтов (рис. 27.3б) или шпилек с гайками (рис. 27.3в). Шпильки применяют в тех случаях, когда при эксплуатации деталь приходится многократно снимать и ставить на место. Использовать для этого винты нежелательно, так как они могут повредить резьбу в детали при многократном завинчивании.

Подкладную шайбу ставят под гайку или головку винта для уменьшения смятия детали гайкой, для предохранения поверхности детали от царапин при завинчивании гайки, или для перекрытия большого зазора в соединении.

Кроме подкладных шайб используют стопорные или предохранительные шайбы, которые предохраняют соединения от самоотвинчивания. Самоотвинчивание крепежных резьб недопустимо, так как нарушает прочность соединения и может привести к аварии. Предохранение от самоотвинчивания повышает надежность резьбового соединения и является совершенно необходимым при вибрациях, переменных и ударных нагрузках. Вибрации уменьшают трение и нарушают условие самоторможения в резьбе. Это в полной мере относится к авиаракетостроению, автомобилестроению и пр.

Рассмотрим четыре основных принципа стопорения.

1. Увеличение трения в резьбе при помощи контргайки (рис. 27.4а) или использования разрезной гайки с конtringим винтом (рис. 27.4б). Эта гайка имеет разрез, а конtringий винт упруго стягивает разрезанные части, дополнительно прижимая витки гайки к виткам болта. Увеличения трения в резьбе достигают также, выполняя резьбу с натягом, при помощи специальных нажимных винтов и другими методами.

2. Взаимная фиксация гайки или головки винта с корпусом. Острые кромки пружинной шайбы (рис. 27.4в), внедряясь в поверхности гайки и корпуса, препятствуют самоотвинчиванию. Более надежным является использование специальной удерживающей планки (рис. 27.4г) или стопорной шайбы, которая отгибается на корпус и на грань гайки или винта (рис. 27.4д).

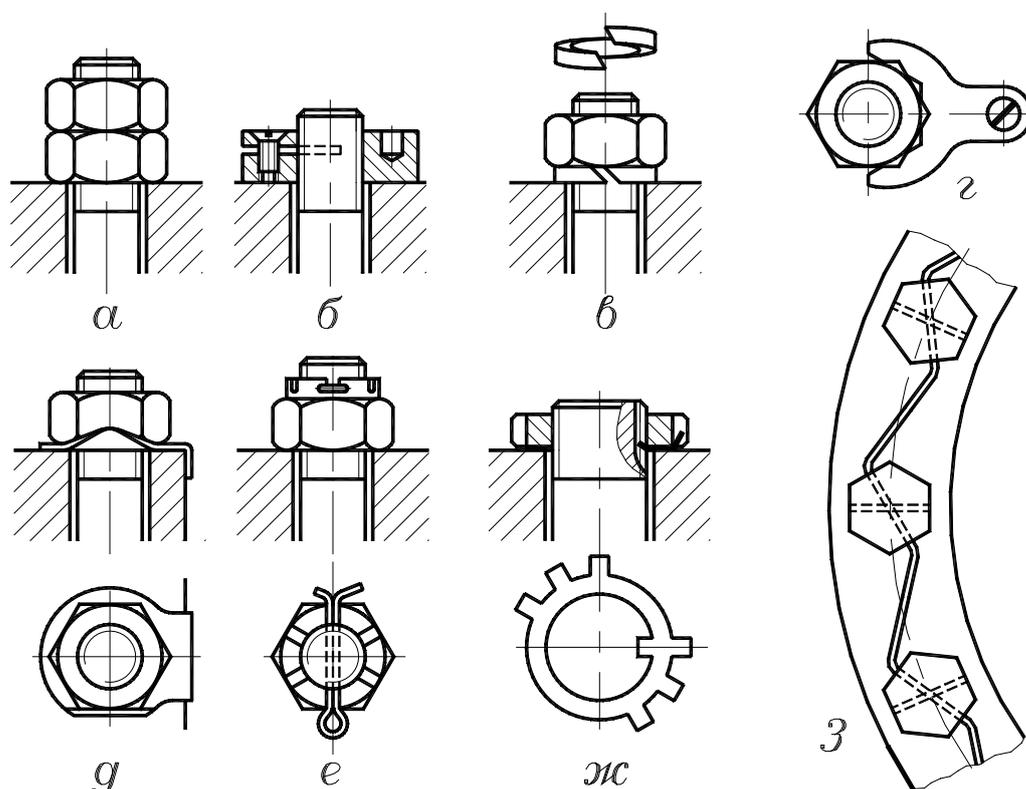


Рис. 27.4.

3. Взаимная фиксация гайки и болта. Наиболее распространенный прием такой фиксации – это шплинтование гайки и болта. Для этого используется прорезная или корончатая гайка с прорезями на торце, а болт просверливается по резьбе в требуемом месте. После затяжки гайки в одну из ее прорезей и в отверстие болта вставляется шплинт (рис. 27.4е). При использовании круглых гаек с прорезями под ключ для ее фиксации применяется стопорные многолапчатые шайбы (рис. 27.4ж), а на болте выполняется продольная канавка. В эту канавку заходит внутренняя лапка шайбы, а после затяжки гайки одна из внешних лапок шайбы загибается в прорезь гайки.

4. Фиксация нескольких гаек или головок винтов между собой. Такой способ стопорения применяется в групповых соединениях, когда крепежные детали расположены на небольших расстояниях друг от друга. Для фиксации используется общие стопорные шайбы с отгибающимися краями или мягкая проволока, соединяющая головки болтов через выполненные в них отверстия (рис. 27.4з).

§27.4. Силы и моменты в деталях резьбового соединения

Для вывода формулы, связывающей силы и моменты в резьбовом соединении, предположим, что болт нагружен осевой силой F , а к гайке приложен момент завинчивания $T_{зав}$, достаточный для ее поворота. Момент завинчивания прикладывается при помощи гаечного ключа, как показано на рис. 27.5. При завинчивании необходимо пре-

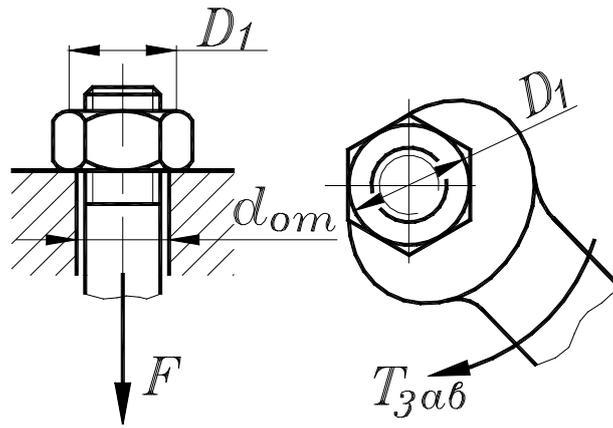


Рис. 27.5.

одолеть трение в резьбе и на торце гайки, возникающее от действия осевой силы. Осевая сила – это, в большинстве случаев, сила затяжки, с которой необходимо сжать детали для создания неподвижного соединения. Условие равновесия имеет следующий вид:

$$T_{зав} = T_T + T_P \quad (27.2)$$

где: T_T – момент трения на торце гайки;

T_P – момент трения в резьбе.

Если допустить, что приведенный радиус трения на опорном торце гайки равен среднему радиусу этого торца, то:

$$T_T = 0,5 F f D_{cp} \quad (27.3)$$

где: D_{cp} – средний радиус опорного торца гайки:

$$D_{cp} = \frac{D_1 + d_{om}}{2}$$

f – коэффициент трения на торце гайки.

Момент трения в резьбе определим, рассматривая гайку, как ползун, поднимающийся по виткам гайки, как по наклонной плоскости:

$$T_P = 0,5 F d_2 \operatorname{tg}(\psi + \varphi) \quad (27.4)$$

где: d_2 – средний диаметр резьбы (рис. 26.2);

ψ – угол подъема винтовой линии по среднему диаметру;

φ – угол трения в резьбе:

$$\varphi = \operatorname{arctg} f_{np}$$

где f_{np} – приведенный коэффициент трения в резьбе; $f_{np} = f/\cos\gamma$
 (γ – половина угла профиля резьбы: для крепежной метрической резьбы $\gamma = 30^\circ$).

Подставив (27.3) и (27.4) в (27.2) получим формулу для момента закручивания:

$$T_{зав} = 0,5 F d_2 \left[\frac{D_{cp}}{d_2} f + tg(\psi + \varphi) \right] \quad (27.5)$$

По этой формуле можно подсчитать отношение осевой силы на винте (силы затяжки) F к силе F_K , приложенной на ручке ключа, то есть, определить выигрыш в силе. Для стандартных метрических резьб при стандартной длине ключа $l \approx 15d$ и $f \approx 0,15$ выигрыш в силе $F/F_K = 70 \text{ 4 } 80$.

При отвинчивании момент на гайке и моменты трения меняют направление и теперь гайка – это ползун, спускающийся по виткам гайки, как по наклонной плоскости. Формула момента отвинчивания имеет вид:

$$T_{отв} = 0,5 F d_2 \left[\frac{D_{cp}}{d_2} f + tg(\varphi - \psi) \right] \quad (27.6)$$

Чтобы в резьбовом соединении не происходило самоотвинчивания, надо обеспечить самоторможение в резьбе. Условие самоторможения: $T_{отв} > 0$. Рассматривая самоторможение только в резьбе без учета трения на торце гайки, из (27.6) получим $tg(\varphi - \psi) > 0$ или:

$$\psi < \varphi \quad (27.7)$$

Для крепежных резьб условие самоторможения (27.7) всегда выполняется, так как значение угла подъема ψ находится в пределах от $2^\circ 30'$ до $3^\circ 30'$, а угол трения φ в зависимости от коэффициента трения – в пределах от 6° (при $f \approx 0,1$) до 16° (при $f \approx 0,3$). Мелкие резьбы, у которых угол подъема меньше, чем у крупных, обладают большим запасом самоторможения, поэтому более надежны.

Заметим, что при переменных нагрузках и вибрациях условие самоторможения может быть нарушено, так как коэффициент трения существенно снижается из-за взаимных микросмещений поверхностей трения. В этом случае происходит самоотвинчивание крепежных деталей. Для его предотвращения необходимо применить один из методов стопорения, приведенных выше.

§27.5. Распределение осевой нагрузки по виткам резьбы

Осевая нагрузка F винта (рис. 27.6) передается через резьбу гайке и уравнивается реакцией ее опоры. Каждый виток резьбы наг-

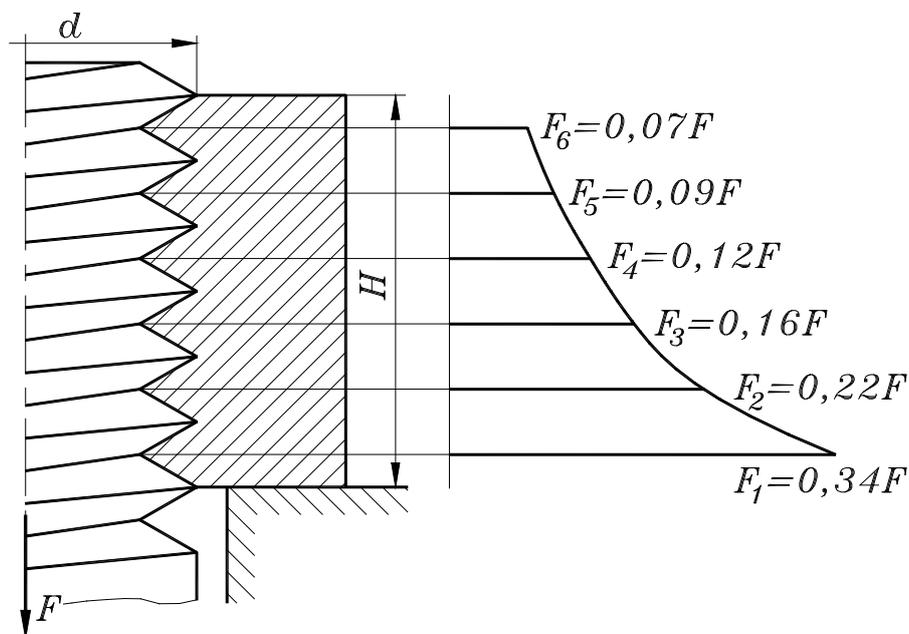


Рис. 27.6.

ружается силой F_i , так что сумма сил, действующих на каждый виток винта и гайки, равна осевой силе: $\Sigma F_i = F$. В общем случае F_i не равны между собой. Если учесть упругость винта и гайки, то можно сказать, что по схеме на рис. 27.6 под действием осевой силы винт испытывает деформацию растяжения, гайка – деформацию сжатия, а витки резьбы – деформацию изгиба. Теоретические и экспериментальные исследования показали, что деформация, а следовательно, и нагрузка первого от опорной плоскости витка больше, чем второго, второго больше, чем третьего и т. д. Для схемы на рис. 27.6 нагрузка между витками распределяется по закону гиперболического косинуса [17]. График распределения этой нагрузки показывает, что нагрузка витков от нижнего к верхним быстро снижается, в частности, на шестом витке она в пять раз меньше, чем на первом. Поэтому, использование гаек с большим числом витков нецелесообразно. Стандартные гайки имеют шесть витков, их высота $H = 0,8d$. Неравномерность распределения нагрузки по виткам крепежной резьбы учитывается при практических расчетах специальным коэффициентом.

§27.6. Расчет на прочность затянутого болтового (винтового) соединения, нагруженного силами, раскрывающими стык

Основным видом разрушения крепежных резьб является срез витков. В соответствии с этим основным критерием работоспособности и расчета крепежной резьбы является прочность, связанная с напряжениями среза.

Однако расчеты показывают, что при использовании стандартных нормальных гаек резьба равнопрочна со стержнем болта, поэтому

рассчитывать резьбу нет необходимости, а расчет крепежных деталей сводится к определению прочности стержня болта.

Рассмотрим крепление крышек резервуаров, нагруженных давлением p жидкости или газа, или крышек гидро- или пневмоцилиндров (рис. 27.7).

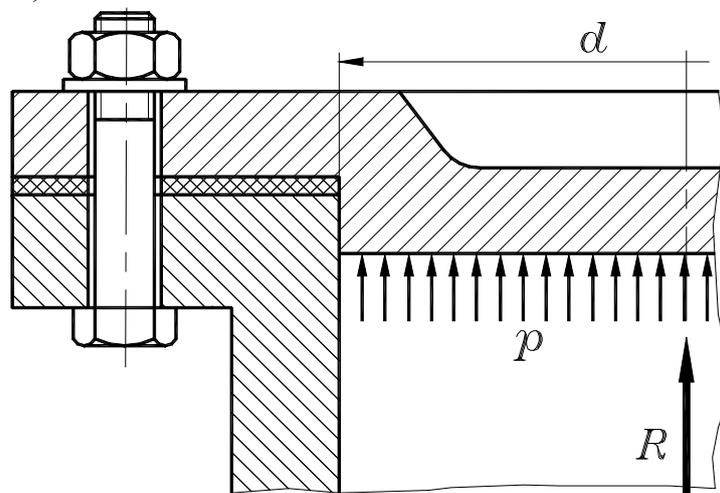


Рис. 27.7.

Затяжка болта должна обеспечивать герметичность соединения или нераскрытие стыка под нагрузкой. Можно считать, что на соединение действуют две силы: от предварительной затяжки болтов и от внешней нагрузки. Сила затяжки болтов создает силу затяжки стыка и растягивает болты. Внешняя нагрузка дополнительно растягивает болты и уменьшает силу затяжки стыка. Если сила предварительной затяжки недостаточна, то при некоторых условиях внешняя нагрузка может уменьшить силу затяжки стыка до нуля и произойдет его раскрытие, что недопустимо. Практика эксплуатации таких соединений показала, что целесообразной является высокая затяжка. Сила затяжки одного болта может быть рассчитана так:

$$F_{\text{зат}} = K_{\text{зат}} F \quad (27.8)$$

где: F – сила, приходящаяся на один болт от внешней нагрузки R соединения:

$$F = \frac{R}{z}$$

где z – число болтов в соединении;

$K_{\text{зат}}$ – коэффициент затяжки; по условию нераскрытия стыка при постоянной нагрузке $K_{\text{зат}} = 1,25 \dots 2$, при переменной нагрузке $K_{\text{зат}} = 2,5 \dots 4$.

Расчетная нагрузка на болт с учетом внешней нагрузки:

$$F_P = F_{\text{зат}} + \varepsilon F \quad (27.9)$$

где ε – коэффициент внешней нагрузки; для большинства случаев

(кроме мягких прокладок) $\varepsilon = 0,240,3$.

Условие прочности болта:

$$\sigma = \frac{1,3 \cdot 4 F_p}{\pi d_1^2} \leq [\sigma] \quad (27.10)$$

Коэффициент 1,3 учитывает напряжение кручения от момента трения в резьбе.

Пример расчета.

Рассчитать болты и момент завинчивания болтового соединения крышки гидроцилиндра (рис. 27.7) при следующих исходных данных.

Диаметр гидроцилиндра $D = 100$ мм.

Максимальное давление в гидросистеме $p = 10$ МПа.

Количество болтов $z = 4$.

Материал болтов – сталь 30ХГСА.

Соединение гидроцилиндра с крышкой уплотняется медной прокладкой.

Нагрузка постоянная.

Решение.

Болты должны быть затянуты таким образом, чтобы сила их затяжки обеспечивала нераскрытие стыка. Поэтому, при расчете будем руководствоваться рекомендациями §27.6.

Сила, приходящаяся на один болт от внешней нагрузки соединения (рис. 27.7):

$$F = \frac{p \pi D^2}{4 z} = \frac{10 \cdot 3,14 \cdot 100^2}{4 \cdot 4} = 39250 \text{ Н}$$

Коэффициент затяжки по условию нераскрытия стыка $K_{зат} = 1,6$ (стр. 272).

Сила затяжки одного болта (27.8):

$$F_{зат} = K_{зат} F = 1,6 \cdot 39250 = 62800 \text{ Н}$$

Коэффициент внешней нагрузки (стр. 272) $\varepsilon = 0,25$.

Расчетная нагрузка на болт (27.9):

$$F_p = F_{зат} + \varepsilon F = 62800 + 0,25 \cdot 39250 = 72612,5 \text{ Н}$$

Минимальный внутренний диаметр резьбы найдем из условия прочности болта (27.10) при $[\sigma] = 450$ МПа для болтов из стали 30ХГСА:

$$d_1 / \sqrt{\frac{5,2 F_p}{\pi [\sigma]}} = \sqrt{\frac{5,2 \cdot 72612,5}{3,14 \cdot 450}} = 16,35 \text{ мм}$$

По стандарту принимаем болт М20, для которого $d_1 = 17,294$ мм.

Момент завинчивания найдем по формуле (27.5), для которой предварительно определим следующие параметры.

Средний диаметр резьбы М20 (по стандарту) $d_2 = 18,376$ мм.

Шаг резьбы (по стандарту) $p = 2,5$ мм.

Угол подъема винтовой линии по среднему диаметру (27.1):

$$\psi = \arctg \frac{p}{\pi d_2} = \arctg \frac{2,5}{3,14 \cdot 18,376} = 2^\circ 28' 48''$$

Диаметр отверстия под болт назначаем $d_{от} = 21$ мм.

Внешний диаметр опорного торца гайки М20 (по стандарту) $D_1 = 28$ мм.

D_{cp} – средний радиус опорного торца гайки:

$$D_{cp} = \frac{D_1 + d_{от}}{2} = \frac{28 + 21}{2} = 24,5 \text{ мм}$$

Коэффициент трения на торце гайки $f = 0,15$ (стр. 269).

Приведенный коэффициент трения в резьбе (стр.269):

$$f_{np} = \frac{f}{\cos 30^\circ} = \frac{0,15}{\cos 30^\circ} = 0,17$$

Угол трения в резьбе:

$$\varphi = \arctg f_{np} = \arctg 0,17 = 9^\circ 49' 48''$$

Момент завинчивания (27.5):

$$\begin{aligned} T_{зав} &= 0,5 F_p d_2 \left[\frac{D_{cp}}{d_2} f + \operatorname{tg}(\psi + \varphi) \right] = \\ &= 0,5 \cdot 72612,5 \cdot 18,376 \times \\ &\times \left[\frac{24,5}{18,376} 0,15 + \operatorname{tg}(2^\circ 28' 48'' + 9^\circ 49' 48'') \right] = \\ &= 278207 \text{ Нмм} = 278,3 \text{ Нм} \end{aligned}$$

Глава 28. Заклепочные соединения

§28.1. Принцип заклепочного соединения

Заклепочные соединения относятся к неразъемным. Они используются для соединения листов и фасонных прокатных профилей. Заклепочное соединение образуется расклепыванием стержня заклепки, вставленной в отверстие деталей, как показано на рис. 28.1.

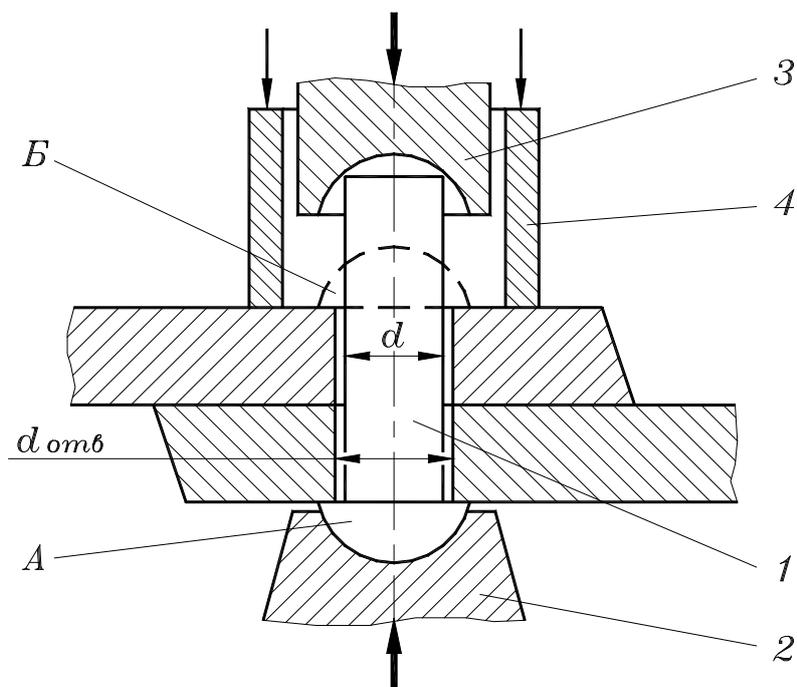


Рис. 28.1.

Заклепка 1, имеющая стержень диаметром d и закладную головку А, свободно вставляется в отверстия деталей, так как диаметр этих отверстий больше диаметра стержня заклепки. Закладная головка устанавливается на подержке 2, а обжимка 3 в процессе заклепывания формирует замыкающую головку Б. Заклепывание или клепка может быть ручной или машинной. Ручная клепка производится ударами молотка по обжимке, а машинная – на прессах или ручными пневматическими молотками. При этом склепываемые детали прижимаются к подержке специальным прижимом 4.

Заметим, что при пластическом деформировании в процессе клепки, стержень заклепки увеличивается и заполняет зазор в отверстиях деталей.

Заклепочные соединения стандартизованы. Стандарт регламентирует форму закладной головки, диаметр стержня заклепки и диаметр отверстия в деталях.

Стальные заклепки малого диаметра (до 10 мм) и заклепки из цветных металлов устанавливаются без предварительного нагрева методом холодной клепки. Стальные заклепки с диаметром больше 10 мм устанавливаются после их предварительного нагрева методом горячей клепки.

Заклепочные соединения широко применяются в самолетостроении и вертолетостроении ввиду своей большей надежности по сравнению со сварными соединениями. Кроме того, заклепочные соединения используются в металлоконструкциях (производство подъемных кранов, мостостроение), котлах и резервуарах.

§28.2. Классификация заклепочных соединений

Существует большое количество разнообразных заклепок и заклепочных соединений. Проведем их классификации по конструкции, материалам и назначению.

Заклепки различают по следующим признакам.

1. По конструкции головок:

- а) с плоской головкой (рис. 28.2а);
- б) с плоскоконической головкой (рис. 28.2б);
- в) с полукруглой головкой (рис. 28.2в);
- г) с полупотайной головкой (рис. 28.2г);
- д) с потайной головкой (рис. 28.2д);

2. По конструкции стержня:

а) сплошные; такие заклепки штампуются из калиброванной проволоки с любой из вышеуказанных форм головок;

б) трубчатые (рис. 28.2е); используются в случаях, когда усилия, приложенные к деталям соединения, невелики; применяются также для соединения деталей из металла и пластмассы, как показано на рисунке;

в) заклепки для односторонней клепки; используются, если нет доступа к замыкающей головке – примером может служить пустотелое крыло самолета; на рис. 28.2ж показана пустотелая заклепка с коническим отверстием, она вставляется в отверстия соединяемых деталей вместе с конической оправкой и прижимается к этим деталям специальным прижимом; после протягивания оправки через отверстие за-

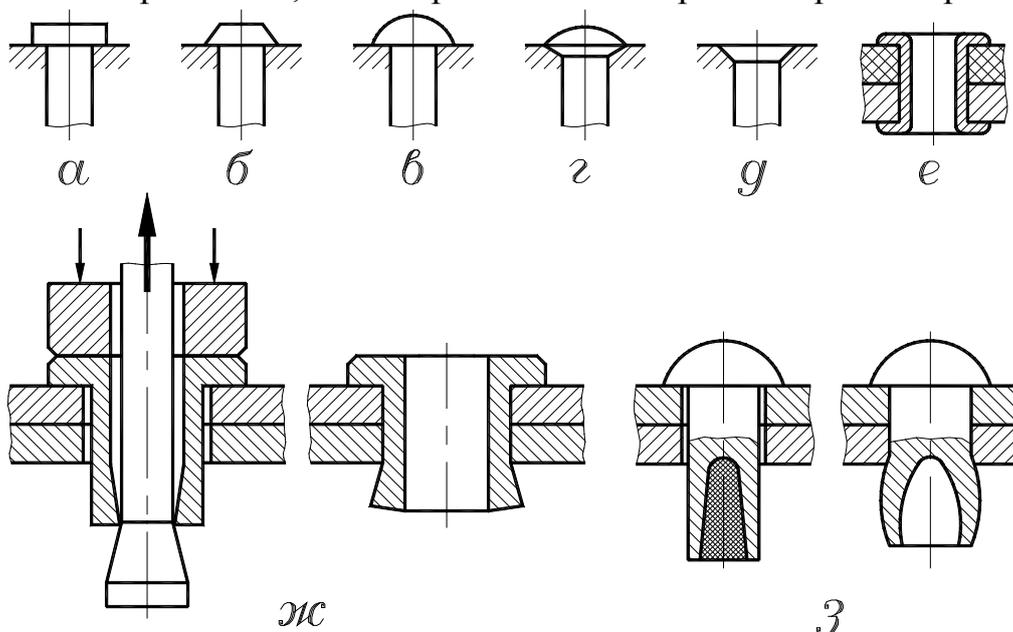


Рис. 28.2.

клепки она заполняет отверстие и образуется замыкающая головка; на рис. 28.2з показана заклепка с пороховым зарядом – после его взрыва

образуется замыкающая головка и стержень заклепки заполняет отверстие.

3. По материалу:

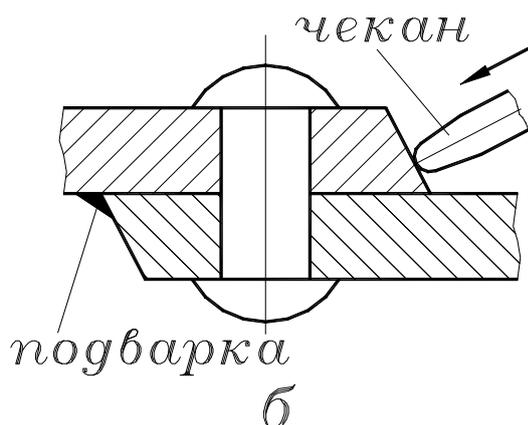
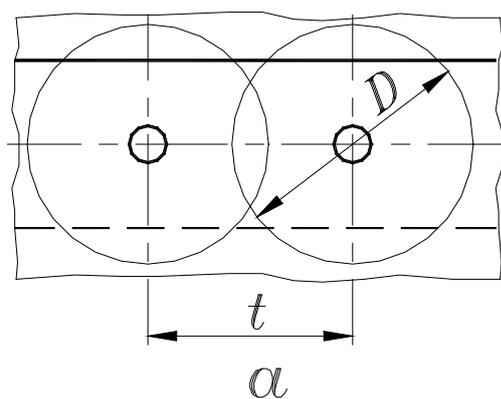
- а) стальные;
- б) медные;
- в) латунные;
- г) алюминиевые;
- д) прочие.

Для облегчения клепки материал заклепок должен быть достаточно пластичным. Материалы заклепок и соединяемых деталей не должны быть разнородными из-за возможности образования гальванических пар, что может быстро разрушить соединение. Поэтому для скрепления алюминиевых деталей используют алюминиевые заклепки, для медных – медные и т.д.

Перейдем теперь к классификации соединений. Для образования неподвижных соединений при помощи заклепок используется большое количество заклепок, установленных в один или несколько рядов. Такое соединение называется заклепочным швом. Швы различают по следующим признакам.

1. По назначению заклепочных швов:

- а) прочные (металлоконструкции в мостостроении, судостроении, авиастроении);
- б) прочноплотные – помимо прочности такие швы должны обеспечить и герметичность соединения (котлы и резервуары с высоким давлением жидкости или газа);
- в) плотные (резервуары с небольшим давлением).



Заклепки устанавливаются в шве с определенным шагом t (рис. 28.3а). Каждая заклепка имеет свою зону действия диаметром D , на которую распространяются деформации в стыке деталей. В плотном шве зоны действия соседних заклепок должны пересекаться, как показано на рис. 28.3а, то есть, должно соблюдаться условие $t < D$.

Для большей надежности плотного шва иногда выполняют чеканку (пластическое деформирование) кромок соединяемых листов с помощью пневматического молотка, оснащенного инструментом, называемым «чекан». В ряде случаев для этой же цели делают под-

варку соединяемых листов по кромкам (рис. 28.3б).

2. По конструкции заклепочных швов различают следующие

Рис. 28.3.

ных

соединения:

- а) внахлестку (рис. 28.4а);
- б) встык с одной накладкой (рис. 28.4б);
- в) встык с двумя накладками (рис. 28.4в).

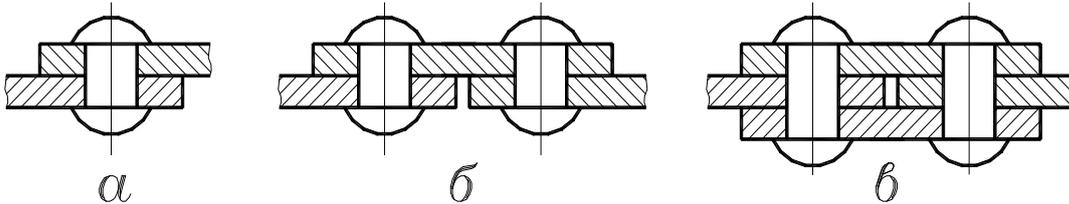


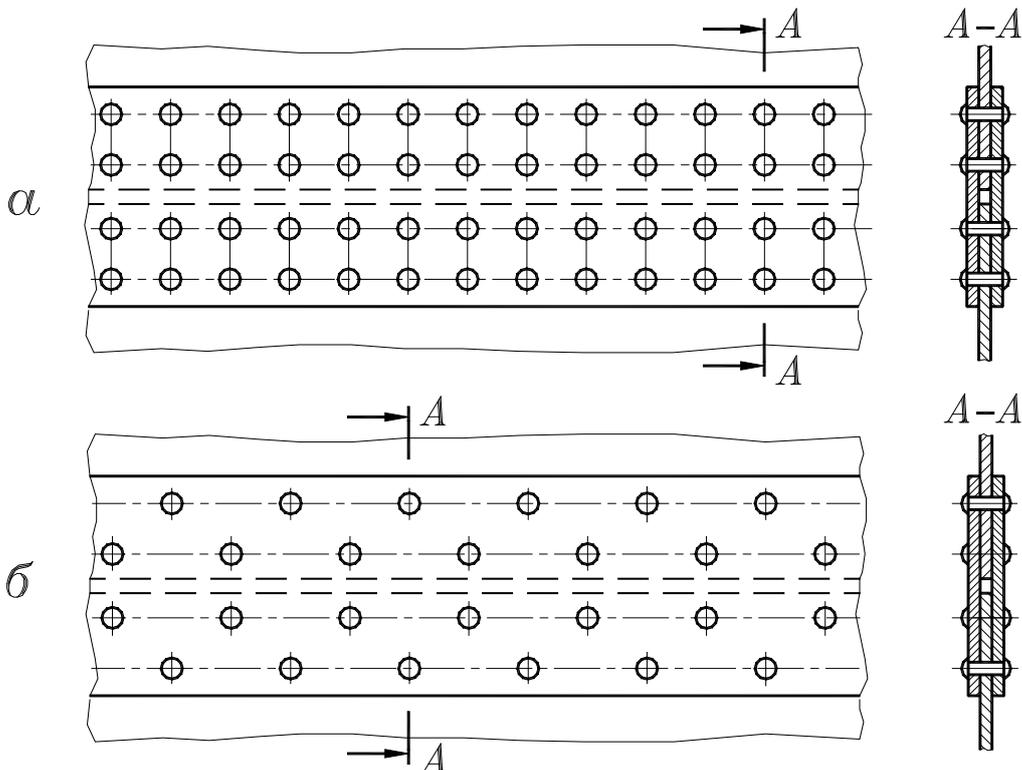
Рис. 28.4.

Ниже будет показано, что заклепки работают на срез, поэтому соединения внахлестку и с одной накладкой называются односрезными, а с двумя накладками – двухсрезными.

3. По числу рядов заклепок в каждом листе различают швы:

- а) однорядные;
- б) многорядные (двухрядные, трехрядные и т.д.)

Многорядные швы могут быть с рядовым (рис. 28.5а) и шахматным (рис. 28.5б) расположением заклепок. Оба шва, показанные на рис. 28.5. являются двухрядными с двумя накладками.



§28.3. Расчет на прочность заклепочных соединений

При расчетах заклепочных швов, нагруженных сдвигающей силой, принимается, что нагрузка распространяется равномерно между всеми заклепками, а сила трения в стыке деталей не учитывается. Расчет производится на срез и смятие заклепки. При этом следует учитывать, что на заклепочные соединения существуют нормативы [17], которые рекомендуют выбирать основные размеры в зависимости от толщины листов. Поэтому расчет приобретает проверочный характер.

Напряжение среза

- для односрезного шва (рис. 28.6):

$$\tau_{ср} = \frac{4F}{\pi d^2} \leq [\tau_{ср}] \quad (28.1)$$

- для многосрезного шва (обычно $n = 2$):

$$\tau_{ср} = \frac{4F}{n\pi d^2} \leq [\tau_{ср}] \quad (28.2)$$

Для заклепок из Ст2 и Ст3 $[\tau_{ср}] = (100 \text{ } 4 \text{ } 130)$ МПа.

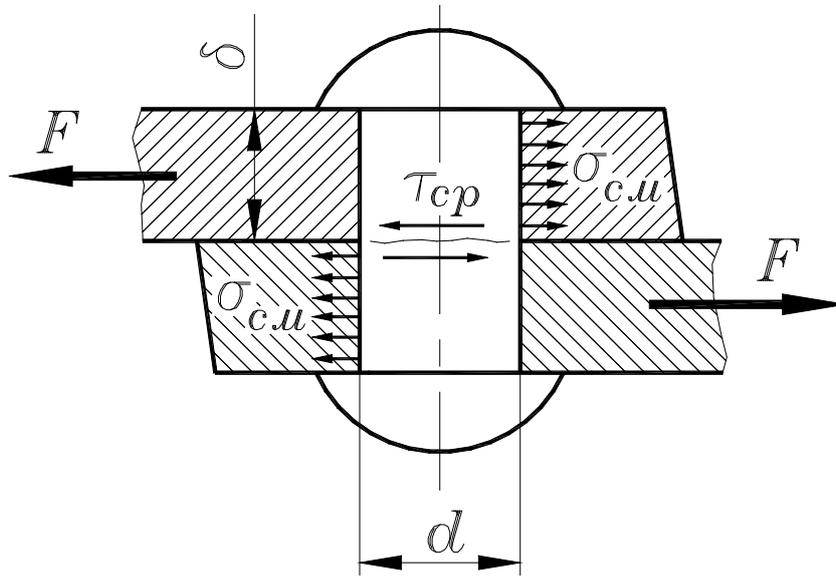


Рис. 28.6.

Напряжение смятия:

$$\sigma_{с.м} = \frac{F}{d\delta} \leq [\sigma_{с.м}] \quad (28.3)$$

где δ – наименьшая толщина соединяемых деталей.

Для заклепок из Ст2 и Ст3 [$\sigma_{см}$] = (250 4 300) МПа.

Глава 29. Сварные соединения

§29.1. Основные виды сварки

Сварные соединения относятся к неразъемным. Они образуются путем сваривания материалов деталей в зоне стыка и не требуют никаких вспомогательных элементов.

Сварка – это технологический процесс соединения деталей, основанный на использовании сил молекулярного сцепления при сильном местном нагреве.

Сварной шов – это затвердевший после сварки металл, соединяющий свариваемые детали.

Свариваются все металлы и некоторые пластмассы, однако, в основном свариваются низкоуглеродистые стали.

Сваркой изготавливают элементы строительных конструкций, детали машин, котлы, резервуары и пр.

Применительно к деталям машин сварка является наиболее совершенным из неразъемных соединений, так как лучше других приближает составные детали к цельным. Но и сварные соединения не лишены недостатков. Рассмотрим свойства сварных соединений в двух областях использования.

1. Во многих случаях сварные детали машин заменяют литые и кованные. Это могут быть крупногабаритные зубчатые колеса, кронштейны, корпусные детали и пр. В этом случае преимущества сварных конструкций выражается в экономии металла, и легкости конструкции при сохранении жесткости. Так, сварное сверло содержит рабочую часть из инструментальной стали, а хвостовик из более дешевой конструкционной стали. Сварной коленчатый вал содержит шейки из высокопрочной стали, а щеки из более дешевой стали. Сварная станина шлифовального станка, выполненная из листовой стали толщиной 3 мм, легче и дешевле литой станины. Недостатком является наличие остаточных напряжений и коробление конструкции в результате сильного местного нагрева. Это необходимо учитывать при конструировании сварных деталей

2. В ряде случаев сварные швы могут заменять заклепочные швы в тонкостенных конструкциях – корпуса судов, самолетов и вертолетов, топливные баки транспортных машин и пр. Здесь надо учитывать, что сварные швы могут быть недостаточно надежны при вибрациях и ударных нагрузках. В частности, поэтому сварка не используется в каркасе и алюминиевой обшивке самолетов и вертолетов.

Как было сказано выше, сварка основана на использовании сил молекулярного сцепления соединяемых деталей. Достигнуть этого

можно двумя способами: расплавить металл в месте соединения деталей или нагреть его, не доводя до расплавленного состояния, и потом сильно сжать эти детали. Первый способ называется сваркой плавлением, а второй – сваркой давлением.

Сварка плавлением.

Различают газовую и электродуговую сварку.

При газовой сварке местный нагрев деталей производится пламенем на выходе сварочной горелки при воспламенении смеси горючего газа (ацетилен, водород) с кислородом. В зону нагрева вводится плавящийся присадочный пруток из того же материала, что и соединяемые детали. Газовую сварку преимущественно используют для тонкостенных деталей из стали и цветных металлов.

Электродуговая сварка производится плавящимся электродом. Нагрев осуществляется электрической дугой между соединяемыми деталями и электродом. Электрод, расплавляясь при сварке, служит присадочным материалом для образования сварного шва.

Различают ручную и автоматическую электросварку.

Ручная сварка производится электродом, покрытым специальной обмазкой для поддержания процесса горения дуги. Ручной сваркой могут быть сварены детали толщиной от 1 до 60 мм. При этом сила тока достигает (200 4 500) А. Эта сварка используется в единичном производстве, а также в серийном, когда соединяемые детали свариваются короткими и неудобно расположенными швами.

Автоматическая сварка производится электродной проволокой. Подача этой проволоки и перемещение ее вдоль шва механизированы. Для поддержания процесса горения дуги сварка производится под флюсом или в среде защитного газа. Свариваются детали с толщиной от 2 до 130 мм с непрерывным швом. При этом сила тока может достигать (1000 4 3000) А. Используется в крупносерийном и массовом производстве, а также в самолетостроении.

Сварка давлением.

Нагрев деталей производится или электрическим током (электродоуговая сварка), или трением (сварка трением).

Электродоуговая сварка используется для соединения частей валов или режущих инструментов (сверла, метчики), изготовленных из разных сталей (рис. 28.7а). При пропускании электрического тока

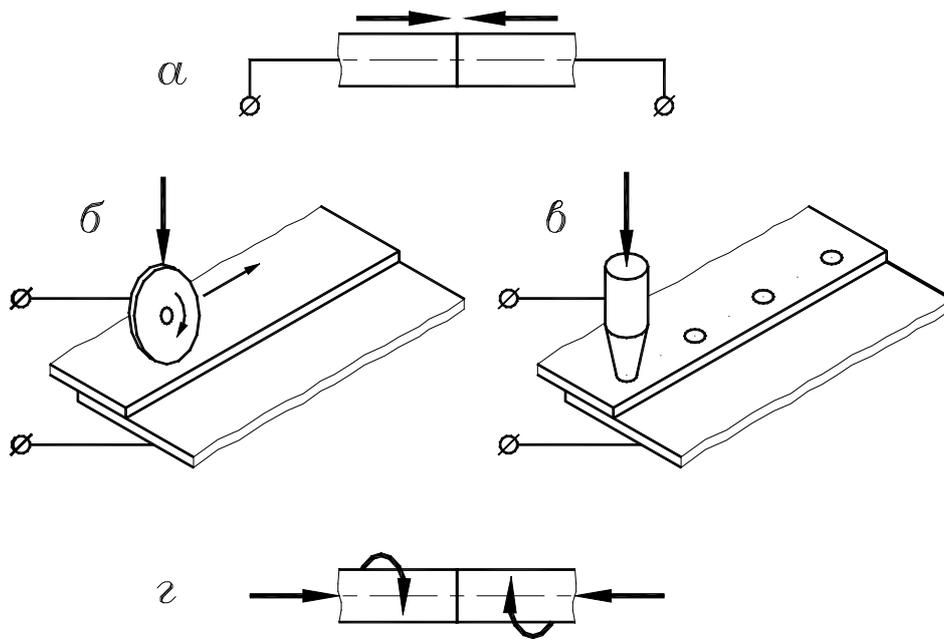


Рис. 28.7.

через контактирующие детали они сильно нагреваются в месте стыка ввиду наличия переходных сопротивлений. После нагрева до пластического состояния детали сжимаются, и происходит их сваривание.

Электроконтактная сварка используется также для сварки листов – это шовная контактная сварка катящимся электродом-роликом (рис. 28.7б) и точечная контактная сварка (рис. 28.7.в). Заметим, что точечная сварка не образует герметичного соединения, поэтому не используется для сваривания частей резервуаров и баков.

При сварке трением соединяемые детали (валов, инструментов) приводятся во вращение в противоположных направлениях и сжимаются (рис. 28.7.г). Выделяющееся при трении тепло нагревает контактирующие части деталей до пластического состояния и происходит их сваривание.

§29.2. Виды сварных соединений и швов

В зависимости от взаимного расположения соединяемых деталей различают следующие виды соединений:

- встык;
- внахлестку;
- угловые;
- тавровые.

Сварные швы соединений встык называются стыковыми, а сварные швы соединений внахлестку, угловых и тавровых называются угловыми.

Стыковые швы обозначаются на чертеже так, как показано на рис. 28.8а на виде сверху. В зависимости от толщины листов свар-

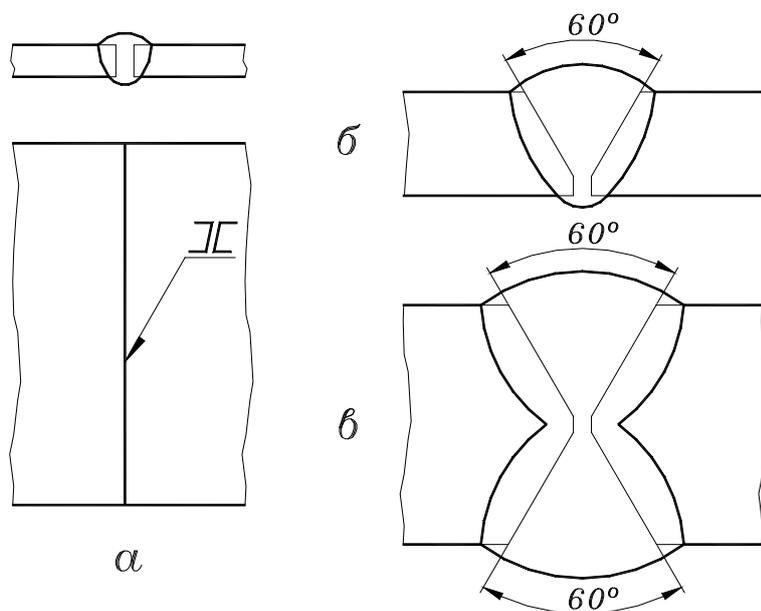


Рис. 28.8.

ку выполняют с предварительной обработкой кромок или без предварительной обработки кромок. Если толщина листов не превышает 8 мм, то предварительной обработки кромок не производят (рис. 28.8а). При толщине листов от 8 до 25 мм производится предварительная односторонняя обработка (разделка) кромок листов так, как показано на рис. 27.8б – на кромках образуются фаски под углом 30° . При толщине листов от 26 до 60 мм разделка их кромок показана на рис. 28.8. – это разделка в виде двусторонних фасок.

При соединении листов внахлестку различают лобовые и фланговые швы. На рис. 28.9а показано соединение двух листов, образованное двумя лобовыми швами. Здесь же показано обозначение углового шва на чертеже, читается, как угловой шов с катетом k . Обычно величина катета шва равна толщине соединяемых листов δ . Считается, что растягивающая нагрузка F приложена по оси симметрии соединения. На рис. 28.9б представлено аналогичное соединение, но образованное фланговыми угловыми швами.

При образовании сварных швов в соединении уголка с листом предполагается, что растягивающая сила приложена вдоль линии,

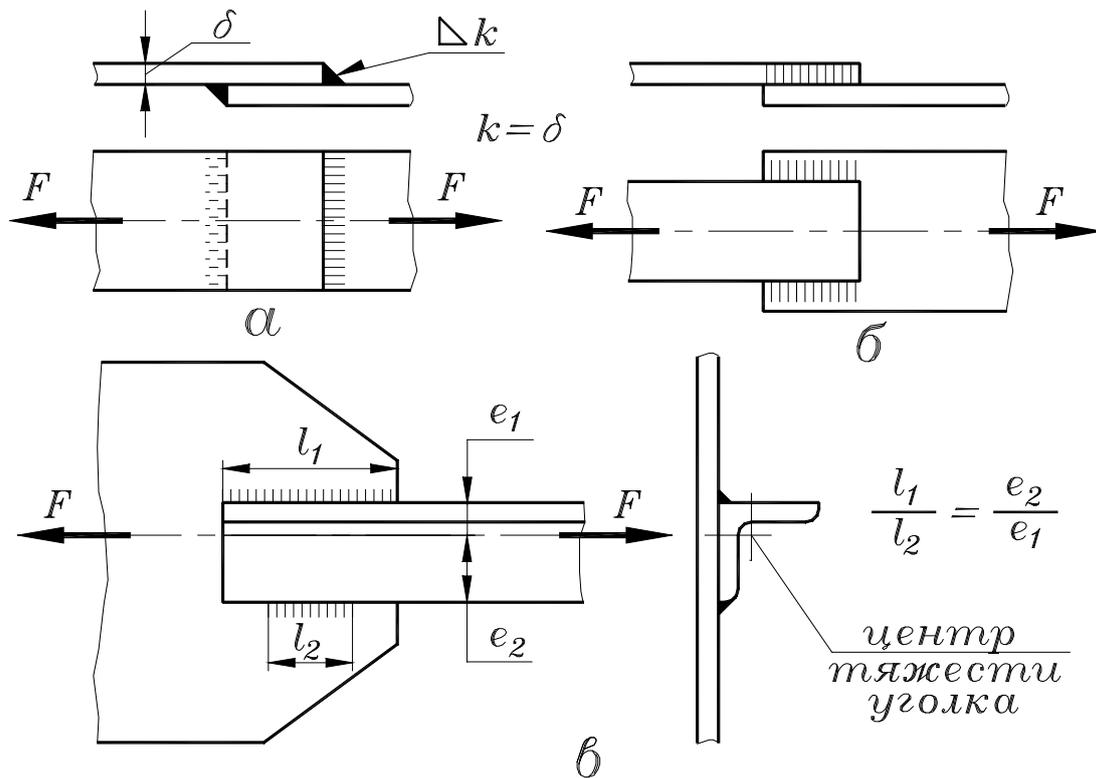


Рис. 28.9.

проходящей через центр тяжести сечения уголка (рис. 28.9в). В этом случае длины фланговых швов определяются из обратной пропорциональной зависимости как показано на рисунке.

Угловое соединение деталей возможно при помощи внешнего углового шва (рис. 28.10а) внешнего и внутреннего угловых швов (рис. 28.10б), а также при помощи стыкового шва с разделкой кромок (рис. 28.10в). Среди тавровых соединений различают соединения при помощи угловых швов без разделки кромок (рис. 28.10г), при помощи одного (рис. 28.10д) или двух (рис. 28.10е) угловых швов с разделкой кромок.

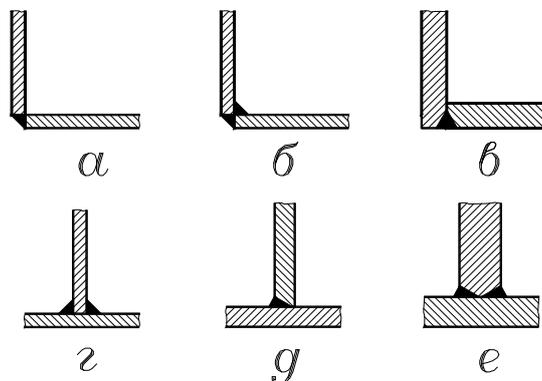


Рис. 28.10.

§29.3. Расчет на прочность сварных соединений

Два или несколько сваренных деталей являются сварным узлом. По прочности сварной узел должен быть близким по прочности к цельной детали. Прочность сварного соединения зависит от следующих основных факторов:

- способность к свариванию основного материала,
- способ сварки,
- характер действующих нагрузок.

Хорошо свариваются низко- и среднеуглеродистые стали. Высокоуглеродистые стали, чугуны и сплавы цветных металлов свариваются хуже. Прочность сварного шва снижают непровары, шлаковые и газовые включения. Эти дефекты являются основными причинами образования трещин в процессе сварки и при эксплуатации изделия. Влияние технологических дефектов сварки значительно усиливается при действии переменных и ударных нагрузок.

В результате действия описанных факторов возможное разрушение сварного узла под действием внешних нагрузок происходит в зоне термического влияния, то есть, в зоне шва (рис. 28.11).

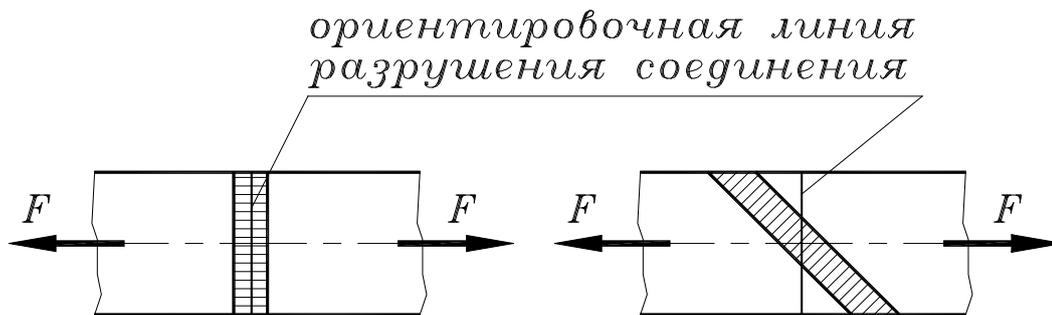


Рис. 28.11.

Исходя из этого, расчет прочности стыкового соединения принято проводить по размерам сечения детали в зоне термического влияния. Возможное снижение прочности деталей, связанное со сваркой, учитывается при назначении допускаемых напряжений.

Расчет полосы, состоящей из двух частей, сваренных встык (рис. 28.12а), производится так:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{b \delta} \leq [\sigma_{CB}] \quad (28.4)$$

где: F – растягивающая сила в Н;

A – площадь сечения полосы в мм²;

b – ширина полосы в мм;

δ – толщина полосы в мм;

$[\sigma]_{CB}$ – допускаемое напряжение растяжения для сварного шва;

С учетом коэффициента запаса прочности для сварного соединения можно считать, что

$$[\sigma_{CB}] = 0,9 [\sigma_{ДЕТ}]$$

где $[\sigma_{ДЕТ}]$ – допускаемое напряжение растяжения для материала детали, то есть, свариваемых частей полосы.

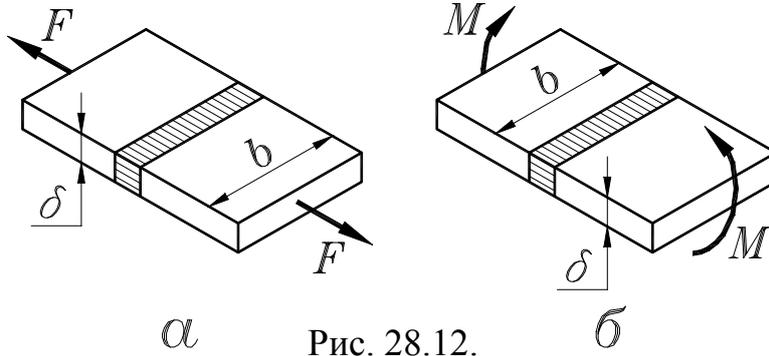


Рис. 28.12.

Если этот сварной узел нагружен изгибающим моментом M (рис. 28.12б), то расчет производится с учетом осевого момента сопротивления сечения W :

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{6M}{b\delta^2} \leq [\sigma_{CB}] \quad (28.5)$$

Расчет угловых швов приведем на примере соединения полос внахлестку лобовым и фланговыми швами (рис. 28.13). Расчет таких швов приближенно выполняют по среднему напряжению в сечении шва по биссектрисе $n-n$. Основным напряжением является касательное напряжение τ в этом сечении, а нагрузка считается равномерно распределенной между всеми тремя швами. Условие прочности выглядит так:

$$\tau = \frac{F}{0,7k(2l+l_1)} \leq [\tau_{CB}] \quad (28.6)$$

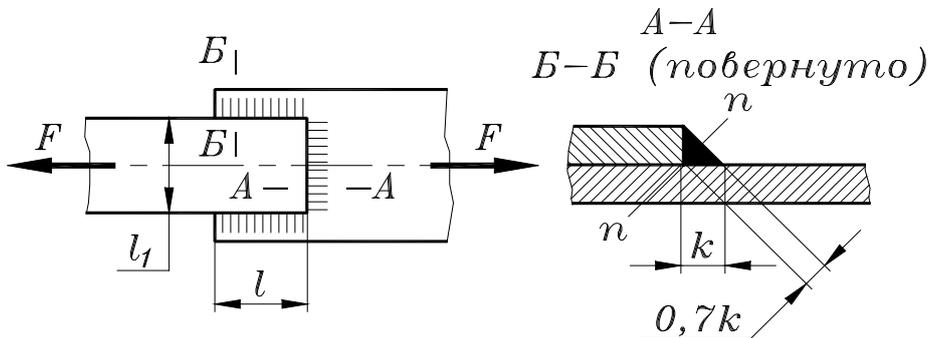


Рис. 28.13.

где $[\tau_{CB}]$ – допускаемое напряжение на срез для сварных соединений.

С учетом коэффициента запаса прочности для сварного соединения можно считать, что

$$[\tau_{CB}] = 0,6 [\tau_{ДЕТ}]$$

где $[\tau_{\text{дет}}]$ – допускаемое напряжение среза для материала детали, то есть, свариваемых частей полосы.

Ключевые слова и выражения

1. Неподвижные соединения деталей машин – это жесткие связи между деталями одного звена машины.
2. По признаку разъемности все виды неподвижных соединений делятся на разъемные и неразъемные.
3. Разъемные соединения могут быть разобраны без повреждения входящих в них деталей.
4. К разъемным соединениям относятся резьбовые, штифтовые, клеммовые, шпоночные, шлицевые и профильные соединения.
5. Неразъемные соединения не могут быть разобраны без повреждения входящих в них деталей.
6. К неразъемным соединениям относятся заклепочные, сварные и клеевые соединения.
7. Основным критерием работоспособности и расчета неподвижных соединений является прочность.
8. Резьбовые соединения – это соединения при помощи крепежных резьб, выполненных на крепежных деталях: болтах, винтах, шпильках и гайках.
9. Среди крепежных резьб различают следующие виды: метрическая, трубная и круглая.
10. Завинчиванию и отвинчиванию резьбового соединения препятствуют моменты трения в резьбе и на торце гайки.
11. Крепежные резьбы являются самотормозящими, так как угол подъема резьбы по среднему диаметру меньше угла трения в резьбе.
12. Мелкие крепежные резьбы являются более надежными, так как обладают большим запасом самоторможения.
13. Причинами самоотвинчивания резьбовых соединений являются переменные нагрузки и вибрации.
14. При затягивании резьбового соединения сила на ключе при стандартной его длине может быть в 70–80 раз меньше осевой силы, нагружающей это соединение (например, меньше силы затяжки).
15. Стандартная крепежная гайка содержит шесть витков крупной метрической резьбы.
16. Основным видом разрушения крепежных резьб является срез витков.
17. При использовании стандартных нормальных гаек резьба равнопрочна со стержнем болта.
18. На растяжение болт рассчитывается по внутреннему диаметру резьбы.

19. Заклепочные соединения широко применяются в самолетостроении и вертолетостроении ввиду своей бóльшей надежности по сравнению со сварными соединениями.

20. Материалы заклепок и соединяемых деталей не должны быть разнородными из-за возможности образования гальванических пар, что может быстро разрушить соединение.

21. Расчет заклепок производится на срез и смятие.

22. Сварка – это технологический процесс соединения деталей, основанный на использовании сил молекулярного сцепления при сильном местном нагреве.

23. Сварной шов – это затвердевший после сварки металл, соединяющий сварные детали.

24. Свариваются все металлы и некоторые пластмассы, однако, в основном свариваются низкоуглеродистые стали.

25. Различают сварку плавлением и сварку давлением.

26. Сварка плавлением подразделяется на газовую с присадочной проволокой и электродуговую с плавящимся электродом.

27. Сварка давлением подразделяется на электроконтактную сварку и сварку трением.

28. Виды соединений деталей в сварных узлах: стыковые, внахлестку, угловые и тавровые.

29. Виды сварных швов: стыковые и угловые.

Контрольные вопросы

1. Что такое неподвижные соединения деталей машин?
2. Назовите виды неподвижных соединений деталей машин.
3. Каковы виды разъемных и неразъемных соединений?
4. Назовите основной критерий работоспособности и расчета неподвижных соединений деталей машин.
5. Каковы виды крепежных резьб?
6. В чем заключаются основные принципы предохранения крепежных деталей от самоотвинчивания?
7. Каково условие самоторможения крепежной резьбы?
8. В чем причина большей надежности крепежных деталей с мелкими резьбами?
9. Что является причиной самоотвинчивания крепежных резьб?
10. Каков выигрыш в силе при затяжке резьбового соединения стандартным ключом?
11. Какова высота и число витков стандартной нормальной гайки?
12. Каков основной вид разрушения крепежных резьб?
13. Что является основным критерием работоспособности и расчета крепежных резьб?

14. По какому диаметру рассчитывается болт на растяжение?
15. Как образуется заклепочное соединение?
16. Какие существуют виды заклепок и заклепочных соединений?
17. Почему заклепочные соединения являются более надежными, чем сварные?
18. Как рассчитывается заклепочное соединение?
19. Как выбирается материал заклепок?
20. Что такое сварка и сварной шов?
21. Каковы виды сварки?
22. Каковы виды соединений деталей в сварных узлах и виды сварных швов?
23. Назовите преимущества и недостатки сварных соединений.
24. В каком месте сварного узла возможно его разрушение?
25. Какие напряжения являются определяющими при расчете стыкового сварного соединения на растяжение и изгиб?
26. Какие напряжения являются определяющими при расчете сварного соединения внахлестку на растяжение?

Рекомендуемая литература

1. Авиационные зубчатые передачи и редукторы. Справочник. Под редакцией Булгакова Э.Б. Москва, «Машиностроение», 1981.
2. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. В трех томах. Москва, «Машиностроение», 1982.
3. Артоболевский И.И. Механизмы в современной технике. Том III. Зубчатые механизмы. М., Наука, 1973.
4. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М., Наука, 1975.
5. Бернштейн С.А. Сопrotивление материалов. М., «Высшая школа», 1961.
6. Гавриленко Б.А. и др. Гидравлический привод. М., Машиностроение, 1968.
7. Детали машин. Атлас конструкций. Под ред. Решетова Д.Н. Москва, «Машиностроение», 1989.

8. Иванов М.Н. Детали машин. Москва, «Высшая школа», 1991.
9. Коловский М.З. Динамика машин. Л., Ленинградский политехнический институт, 1980.
10. Основы расчета и конструирования деталей летательных аппаратов. Под ред. Кестельмана В.Н. Москва, 1989.
11. Пневмопривод систем управления летательных аппаратов. Под ред. Чашина В.А. М., Машиностроение, 1987.
12. Прикладная механика. Под ред. Осецкого В.М. М., «Машиностроение», 1977.
13. Пятаев А.В. Теория механизмов и машин. Учебное пособие. Ташкент, Ташкентский государственный авиационный институт, 2001.
14. Пятаев А.В. Динамика машин. Ташкентский политехнический институт. Ташкент, 1990.
15. Пятаев А.В. Детали машин. Учебное пособие. Ташкент, Ташкентский государственный авиационный институт, 2004.
16. Справочник машиностроителя, том 3. Под редакцией Ачеркана Н.С. Москва, Машгиз, 1963.
17. Справочник машиностроителя, том 4, книги I и II. Под редакцией Ачеркана Н.С. Москва, Машгиз, 1963.
18. Теория механизмов и машин. Под ред. Фролова К.В. М., Высшая школа, 1987.
19. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М., Физматгиз, 1959.
20. Трение, изнашивание и смазка. Справочник. Под редакцией Крагельского И.В. и Алисина В.В. Москва, «Машиностроение», 1978.

Пятаев Александр Владимирович

Прикладная механика

Учебное пособие по дисциплине
«Прикладная механика»
для студентов немеханических специальностей
технических вузов

Печатается по решению методсовета ТГАИ, протокол №5 от 18 мая 2006 г. в качестве учебного пособия для студентов немеханических специальностей ТГАИ.

Подписано в печать 20 мая 2006 г. Формат 60x90 1/16. Типографская бумага № 2. Объем 18,6 п.л. Тираж 200 экз.

Отпечатано в типографии Ташкентского Государственного Авиационного Института. 700047, Ташкент, ул. Шахриябзская, 25.

Copyright © 2006 TGAI

