В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ
ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
DSc.02/30.2019.FM.86.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

МОСКВА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИНИНГ ТОШКЕНТ
ШАҲРИДАГИ ФИЛИАЛИ

РАХИМОВА ГУЛНОЗА ГАФУРОВНА

КЕТМА-КЕТ НОПАРАМЕТРИК БАҲОЛАШНИНГ АСИМПТОТИК МАСАЛАЛАРИ

01.01.05 – Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2022

УДК: 517.24

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Content of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.02/30.2019.FM.86.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

МОСКВА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИНИНГ ТОШКЕНТ ШАҲРИДАГИ ФИЛИАЛИ

РАХИМОВА ГУЛНОЗА ГАФУРОВНА

КЕТМА-КЕТ НОПАРАМЕТРИК БАҲОЛАШНИНГ АСИМПТОТИК МАСАЛАЛАРИ

01.01.05 – Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2022

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2022.1.PhD/FM198 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация М.В.Ломоносов номидаги Москва давлат университетининг Тошкент шаҳридаги филиалида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (http:kengash.mathinst.uz) ва «ZiyoNet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Абдушукуров Абдурахим Ахмедович** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Имомов Аъзам Абдурахимович** физика-математика фанлари доктори, доцент
	Сагидуллаев Холмирза Сапарбаевич физика-математика фанлари номзоди, доцент
Етакчи ташкилот:	**Наманган мухандислик-қурилиш институти**

Диссертация ҳимояси В.И.Романовский номидаги Математика институти ҳузуридаги DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2022 йил « 7 » июн соат 16:00 даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 9-уй. Тел.: (+99871)-207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

Диссертация билан В.И.Романовский номидаги Математика Институтининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (137-рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 9-уй. Тел.: (+99871)-207-91-40).

Диссертация автореферати 2022 йил « 23 » май куни тарқатилди.
(2022 йил « 23 » майдаги 2-рақамли реестр баённомаси).

У.А. Розиков
Илмий даражалар берувчи
Илмий кенгаш раиси,
ф.-м.ф.д., профессор

Ж.К.Адашев
Илмий даражалар берувчи
Илмий кенгаш илмий котиби,
ф.-м.ф.д.,катта илмий ходим

Я.М.Хусанбаев
Илмий даражалар берувчи
Илмий кенгаш хузуридаги
Илмий семинар раиси муовини,
ф.-м.ф.д., доцент

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Математик статистиканинг ноананвий қисмларидан бири статистик кетма-кет таҳлилдир. Математик статистиканинг анъанавий усулларида кузатишлар сони нотасодифий олдиндан берилган бўлади. Кетма-кет тахлилнинг хусусияти эса кузатишларнинг тўхташ моменти ёки кузатишлар сонини тасодифийлигидан иборат бўлиб, бу тасодифий миқдор кузатиш натижалари ва қурилган статистик баҳонинг оптималлик мезонига боғлиқ равишда аниқланади. Кетма-кет интервал ва нуқтавий баҳолаш усулларини қўллаш, эффектив тўхташ моментларини топиш ҳисобига, статистик тажрибаларнинг оптималлигини оширади. Илмий амалий тадқиқотларнинг эффективлигини оширишда ўрганилаётган стохастик жараённинг номаълум кўрсаткичларини баҳолаш учун зарур бўлган танланма хажмини камайтириш ва шу билан бир қаторда кузатишларни ва танланмани ташкиллаштириш учун сарфланадиган харажатларни камайтириш муҳим аҳамиятга эга. Шунинг учун кетма-кет интервал ва нуқтавий баҳолаш масалаларини ечиш долзарб бўлиб, амалиётга бу назарияни қўллаш иқтисодий ва илмий самара беради. Диссертация мавзусини актуаллиги кетма-кет нопараметрик интервал ва нуқтавий баҳолашда янги натижалар ёки кетма-кет параметрик интервал ва нуқтавий баҳолаш натижаларига ўхшаш натижалар олинганлигидан иборатдир.

Ҳозирги пайтда инновацион хусусиятга эга тадқиқотларнинг приоритети юқори. Стохастик моделлаштириш усуллари инновацион хусусиятга эга бўлган ҳолда илмий изланишларда, фан ва техниканинг турли соҳаларидаги амалий муаммоларни ҳал қилишда кенг қўлланилмоқда. Статистик тажрибаларда кузатишларни тўхтатиш вақти (тўхташ моменти) асимптотик эффектив ва фиксирланган кенгликли ишончлилик интервали асимптотик асосли бўлгани учун юқоридаги амалий жараёнда кетма-кет таҳлил кенг ва тез-тез қўлланиладиган бўлди. Кетма-кет таҳлилни ўзи математик статистика каби икки қисмдан иборат – кетма-кет гипотезаларни текшириш ва кетма-кет статистик баҳолаш. Бу йўналишлардан кетма-кет гипотезаларни текшириш ўтган йиллар давомида кўпроқ ривожланди. Иккита содда гипотезаларни текшириш масаласига тадбиқан, гипотезаларни текширишнинг кетма-кет усули деганда иккала гипотезадан қайси бири тўғрилиги хақидаги қарорни қабул қилиш учун кузатишларни тўхтатиш қоидаси тушунилади. Кетма-кет интервал ва кетма-кет нуқтавий баҳолашдан ташкил топган кетма-кет статистик баҳолаш бугунги кунда математик статистиканинг жадал ривожланаётган соҳасига айланди.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнининг илмий ва амалий татбиқига эга бўлган эҳтимоллар назарияси ва математик статистиканинг долзарб йўналишларига, жумладан кетма-кет баҳолаш назариясига алоҳида эътибор қаратилди. «Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика» фанининг устувор йўналишлари бўйича ҳалқаро стандартлар натижасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди[1]. Мазкур қарор ижросини таъминлашда номаълум параметрларни баҳолаш соҳасида илмий тадқиқот ишларини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга. Бу масалаларнинг асосий ечими бу диссертация ишининг асосини ташкил этади.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича харакатлар стратегияси тўғрисида»ги Фармони, 2019 йил 9 июлдаги ПҚ-4387-сон «Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг В.И.Романовский номидаги Математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2020 йил 7 майдаги ПҚ-4708-сон «Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий-тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига боғлиқлиги. Ушбу тадқиқот Ўзбекистон Республикасида фан-техника тараққиётининг устувор йўналишларига мувофиқ амалга оширилди IV. «Математика, механика ва информатика».

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. И.С.Чоу ва Г.Роббинс фиксирланган кенгликли ишончли интерваллар билан кетма-кет баҳолашнинг умумий асимптотик назариясини яратдилар. Ҳар хил статистик моделлар учун кузатувларни тўхтатиш қоидасини ёки тасодифий тўхташ моментини танлаш билан бир қатор тадқиқотчилар шуғулланганлар. Хусусан, И.С.Чоу ва К.Иу лар номаълум ўрта қийматни эмпирик ўрта қиймат билан квадратик талофат функцияси ёрдамида кетма-кет нуқтавий баҳолаш масалаларини ҳал қилдилар. П.Сен ва М.Гошлар силжиш параметрини U-статистика билан кетма-кет нуқтавий баҳолаш масалаларини тадқиқ қилдилар. П.Сен силжиш параметрини ранг баҳолари (R-баҳолар) ёрдамида кетма-кет нуқтавий баҳолашдаги масалаларни ўрганди. Ю.Юречкова ва П.Сен. хақиқатга максимал ўхшашлик баҳоси (М-баҳо) ва тартибланган статистикаларнинг чизиқли комбинацияси (L-баҳо) билан кетма-кет нуқтавий баҳолашни тадқиқ қилганлар.1995 йилларгача бу йўналишда олинган илмий натижаларнинг тахлили М.Гош, Н.Махопадхьяй ва П.Сен ларнинг монографиясида келтирилган.

2000 йиллардан бошлаб жаҳоннинг кўпгина илмий марказларида (АҚШ, Европа, Хиндистон, Хитой Халқ Республикаси, Жанубий Корея ва Араб давлатларида) кетма-кет интервал ва нуқтавий баҳолаш масалалари бўйича илмий текширишлар олиб борилмоқда. Дж.Фрей, Р.Лалехзари, Э.Махмуди ва А.Халифехлар кетма-кет интервал баҳолашда яқинлашиш

---

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамаси 2017 йил 18 майдаги «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида»ги 292-сонли қарори

тезликларини топдилар. А.Чатурведи, Т.Якуб, Г.Мустакидес, С.Эфромович, И.Чинг-Канг, Л.Це Леунглар эса кетма-кет нуқтавий баҳолашда турли талофат функцияларини киритганлар. Ф.Ларго, Д.Полестико, Т.Якубларнинг, Г.Мустакидес ва Ю.Меиларнинг илмий мақолаларида экспоненциал, гамма ва Бернулли тақсимотларнинг параметрларини кетма-кет нуқтавий баҳолашган. Кетма-кет интервал ва нуқтавий баҳолашдан таркиб топган кетма-кет статистик баҳолаш кетма-кет гипотезаларни текширишга қараганда тадқиқотчилар томонидан кам ўрганилиб келинди.

Мавжуд адабиётларни таҳлили шуни курсатадики, ҳозирга қадар нопараметрик кетма-кет интервал ва нуқтавий баҳолашнинг асимптотик масалалари параметрик кетма-кет интервал ва нуқтавий баҳолашнинг асимптотик масалаларига қараганда кам ўрганилган экан. Тасодифий миқдорнинг номаълум тақсимот функциясининг умумий функционаллари учун фиксирланган кенгликли ишончлилик интерваллари топилмаган. Шунингдек улар умумий кўринишдаги талофат функциялари билан нопараметрик кетма-кет нуқтавий баҳоланмаган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.

Диссертация тадқиқоти Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетининг Ф4-01 «Тақсимотларнинг функционал характеристикаларни баҳолаш усулларини ишлаб чиқиш ва статистик баҳоларнинг асимптотик хоссаларини тадқиқ» (2012-2016 йиллар) ва Ф4-40 «Ўлчовли функциялар синфида индексланган интеграл эмпирик процессларнинг асимптоотик хоссаларани тадқик этиш» (2017-2020 йиллар) мавзусидаги фундаментал лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади кетма-кет нопараметрик интервал ва нуқтавий баҳолашда тўхташ моментлари ҳамда фиксирланган кенгликли ишончлилик интервал ва баҳолашнинг риск функцияларининг асимптотик хоссаларини исботлашдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

боғлиқсиз ва боғлиқ кузатишлар натижалари бўйича фиксирланган кенгликли ишончлилик интерваллари билан номаълум тақсимот функцияларининг функционаллари синфини кетма-кет нопараметрик интервал баҳолаш;

фиксирланган кенгликли ишончлилик интерваллари билан кўп ўлчовли зичлик функцияси ва унинг хосиласини кетма-кет нопараметрик интервал баҳоларини аниқлаш;

фиксирланган кенгликли ишончлилик интерваллари билан баҳолашда номаълум регрессия функциясини реккурент баҳоси учун тўхташ моментини эффективлигини исботлаш;

асимптотик корреляцияланмаган тасодифий жараённинг номаълум зичлик функциясини кетма-кет нопараметрик интервал баҳолаш учун фиксирланган кенгликли ишончлилик интерваллари қуриш;

номаълум тақсимот функцияларининг функционаллари синфини кетма-кет нопараметрик нуқтавий баҳоларининг эффективлигини исботлаш;

номаълум тақсимот ва характеристик функцияларни кетма-кет нопараметрик нуқтавий баҳолаш усулларини топиш;

тасодифий ҳажмли танланма асосида қурилган эмпирик характеристик процесснинг асимптотик хоссаларида яқинлашиш тезлигини аниқлаш;

Тадқиқот объекти асимптотик эффектив тўхташ моментлари, асосли ишончлилик интераллари ва баҳолашнинг риск функциясидан иборат.

Тадқиқот предмети асимптотик эффектив тўхташ моментлари, асосли ишончлилик интерваллари ва баҳолашнинг раск функциясини қуриш ва уларнинг асимптотик эффективлигини ва асослилигини исботлашдан иборат.

Тадқиқоднинг усуллари. Тадқиқот ишида тасодифий жараёнларнинг суперпозицияси учун лимит теоремаларидан, кучсиз инвариантлик принципидан ва непараметрик статистикаларнинг асимптотик хоссаларидан фойдаланилди**.**

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

тўхташ моментлари, фиксирланган кенгликли ишончлилик интервал ва баҳолашнинг минимал риск функциясини топиш усуллари ишлаб чиқилган;

тўхташ моментларини асимптотик эффективлиги ва ишончлилик интервалларини асимптотик асослилиги исботланган;

кўп ўлчовли зичлик функциясининг ҳосиласи, регрессия функцияси ва асимптотик корреляцияланмаган тасодифий жараённинг зичлик функцияси учун фиксирланган кенгликли ишончлилик интервалларини асимптотик хоссалари исботланган;

эмпирик характеристик жараёнлар учун инвариантлик принципида яқинлашиш тезликлари топилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари фиксирланган кенгликли ишончлилик интерваллари билан кетма-кет интервал баҳолашда ишончлилик интервали кенглигини кичиклаштирилиб борганда ишончлилик даражаси ўзгармай қолиб, ўрганилаётган амалий масалада талаб қилинган миқдорга тенглиги исботланган. Кетма-кет бўлмаган анъанавий ишончлилик интервали билан бир хил ишончлилик даражасига эга бўлган фиксирланган кенгликли кетма-кет ишончлилик интервалининг кенглиги кичик булиши кўрсатилган, бу эса амалиётда катта аҳамиятга эга.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги. Эҳтимолликлар назарияси, математик статистика назарияси, тасодифий моментда тўхтатилган тасодифий жараёнлар учун лимит теоремалардан фойдаланилганлиги, ҳамда математик мулоҳазалар ва исботларнинг қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти фиксирланган кенгликли ишончлилик интерваллар билан кетма-кет баҳолашда топилган тўхташ моментларининг асимптотик эффективлигини ва қурилган ишончлилик интервалининг асослилигини кўрсатилгани билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти кетма-кет интервал ва нуқтавий баҳолашда топилган кузатишларни тўхташ моменти танланманинг оптимал ҳажмига асимптотик эквивалент бўлиши ва қурилган ишончлилик интервали кенглигининг анъанавий кетма-кет бўлмаган баҳолашдаги ишончлилик интервалининг кенглигидан кичик бўлиши билан белгиланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Кетма-кет нопараметрик баҳолашнинг асимптотикасига оид масалалар бўйича олинган натижалар асосида:

фиксирланган кенгликли ишончлилик интервallардан ва уларнинг хоссаларидан «Кафолат суғурта компанияси» да суғурта турлари ва суғурта маҳсулотлари бўйича суғурта рискини камайтиришда фойдаланилган («Кафолат суғурта компанияси» АЖ Тошкент шаҳри филиалининг 2020 йил 29 октябрдаги №01-985/985-сонли маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши суғурта рискларини аниқроқ ҳисоблашга, суғурта турлари ва суғурта махсулотлари бўйича суғурталаш нархларини қисқартириш имконини берган;

регрессия функцияси ва асимптотик корреляцияланмаган тасодифий жараённинг зичлик функцияси учун фиксирланган кенгликли ишончлилик интервалларидан Ё-Ф4-07 рақамли «Копула функциялари ёрдамида статистик баҳолаш ва гипотезаларни текшириш» мавзусидаги фундаментал лойиҳада копула функциялари ёрдамида номаълум параметрларни статистик баҳолашда фойдаланилган (Ўзбекистон миллий университетининг 2022 йил 11 мартдаги №04/11-1405-сонли маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши копула функциялари ёрдамида кетма-кет баҳолашда ишончлилик интервалининг кенглиги кичиклашиб борганда ҳам ишончлилик даражаси ўзгармай қолишини исботлашни имконини берган;

эмпирик характеристик жараёнлар учун инвариантлик принципида топилган яқинлашиш тезликларидан ОТ-Ф-4-40 рақамли «Ўлчовли функциялар синфида индексланган интеграл эмпирик процессларнинг асимптотик хоссаларини тадқиқ қилиш» мавзусидаги фундаментал лойиҳада параметрларни баҳолашда фойдаланилган (Ўзбекистон миллий университетининг 2022 йил 11 мартдаги №04/11-1406 сонли маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши тўлиқ бўлмаган танланмалар бўйича статистик баҳолашнинг муҳим йўналишларидан ҳисобланган номаълум параметрларни баҳолаш масалаларини ҳал қилиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 2 та халқаро ва 8 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 16 та илмий иш чоп этилган, улардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 6 та мақола, жумладан, 2 таси хорижий ва 4 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва хажми. Диссертация кириш, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 83 бетдан иборат.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида мавзунинг долзарблиги ва заруратиасосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялар ривожланишининг устувор йўналишларига мувофиқлиги асосланган, диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий тадқиқотларнинг таҳлили берилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси ѐритилган, тадқиқотнинг мақсад ва вазифалари, объекти ва предмети кўрсатилган, тадқиқот натижаларининг илмий янгилиги очиб берилган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти кўрсатилган, тадқиқот натижаларининг татбиқи, шунингдек нашр этилган илмий ишлар ва диссертациянинг структураси ҳақидаги маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг «**Диссертацияда фойдаланилган тушунча ва илмий натижалар**» деб номланган биринчи боби таҳлилий ва ёрдамчи характерга эга бўлиб, диссертацияда ишлатилган асосий тушунчалар ва бошқа муаллифларларнинг илмий натижалари келтирилган. Иккинчи ва учинчи бобларда диссертация мавзуси бўйича олинган илмий натижалар келтирилган. Кетма-кет статистик баҳолаш икки қисмдан, яъни кетма-кет интервал баҳолаш ва кетма-кет нуқтавий баҳолашдан иборат.

Диссертациянинг «**Кетма-кет нопараметрик интервал баҳолаш**» деб номланган иккинчи бобда боғлиқсиз ва боғлиқ кузатиш натижалари учун кетма-кет интервал баҳолаш масалалари ўрганилган. Бобнинг биринчи параграфида номаълум тақсимот функциясидан олинган функционалларнинг етарли катта синфи учун фиксирланган кенгликли ишончлилик интерваллари ва тўхташ моментлари қурилиб, уларнинг асимптотик асосли ва асимптотик эффектив бўлишининг умумий шартлари топилган.

Боғлиқ бўлмаган бир хил тақсимланган $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ тасодифий миқдорларнинг тақсимот функцияси $F(x),\ x \in R_1$ номаълум ва $\theta(F)$ тақсимот функция $F(x)$ нинг биророрта функционали бўлсин. Бу функционалнинг статистик баҳоси сифатида $\theta_n = \theta_n(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$ ни оламиз ва бу статистик баҳонинг $n \geq 1$ учун чекли математик кутилмаси $M(\theta_n)$ мавжуд бўлсин. У ҳолда θ_n ни қуйидагича тасвирлаш мумкин:

$$\theta_n = \theta(F) + [\theta_n - M(\theta_n)] + [M(\theta_n) - \theta(F)].$$

Фараз қилайлик ҳар бир $n \geq 1$ учун $\theta_n - M(\theta_n)$ тасодифий миқдорни қуйидаги йиғинди шаклида тасвирлаш мумкин бўлсин:

$$\theta_n - M(\theta_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y(F, \xi_i),$$

бу ерда $Y(F,\xi_i), 1\le i\le n$ тасодифий миқдорлар боғлиқсиз ва бир хил тақсимланган, $Y(F,x), x\in R$ эса ҳақиқий Борел функцияси бўлиб, қуйидаги шартни қаноатлантиради:

$(A_2): n\to\infty$ да $n^{-\frac{1}{\alpha}}\sum_{k=1}^{n} Y(F,\xi_k)\Rightarrow Y(F)$, $1<\alpha\le 2$, $Y(F)$ симметрик, турғун тасодифий миқдор бўлиб, характеристик функцияси $M\exp(isY(F))=\exp(-|s|^{\alpha}c(F)),\ s\in R$ га тенг бўлсин, $c(F)$ мусбат ўзгармас сон.

Белги $\Rightarrow$ тасодифий миқдорларнинг тақсимот функцияларини суст интилишини (узлуксизлик нуқталарида) билдиради.

$\alpha=2$ бўлгандаги (A_2) шартнинг муҳим хусусий ҳолида лимит тасодифий миқдор $Y(F)$ ўрта қиймати 0 ва дисперсияси σ^2 бўлган нормал тақсимотга эга бўлади, $c(F)=\frac{1}{2}\sigma^2$.

$n\ge 1$ учун $Z_n=M(\theta_n)-\theta(F)$ белгилаш киритамиз. Z_n миқдор θ_n статистик баҳонинг силжиши бўлиб, қуйидаги шартни қаноатлантирсин:

$(B_2): n\to\infty$ да $n^{1-\frac{1}{\alpha}}Z_n\to 0$,

қуйидаги $n^{1-\frac{1}{\alpha}}(\theta_n-\theta(F))=n^{-\frac{1}{\alpha}}\sum_{k=1}^{n}Y(F,\xi_k)+n^{1-\frac{1}{\alpha}}Z_n$ ёйилмадан (A_2) ва (B_2) шартлар бажарилганда $n\to\infty$ да $n^{1-\frac{1}{\alpha}}(\theta_n-\theta(F))\Rightarrow Y(F)$ ўринли эканлиги келиб чиқади.

Характеристик функцияси $f_\alpha(s)=\exp(-|s|^{\alpha})$ га тенг бўлган турғун тасодифий миқдорнинг тақсимот функциясини $G_\alpha(x)$ деб белгилаймиз. $0<\gamma<1$ сон учун квантиль a_γ, $G_\alpha(a_\gamma)-G_\alpha(-a_\gamma)=\gamma$ тенгламанинг ечими бўлсин. Ҳар бир ε > 0, a_γ ва $n\ge 1$ учун 2ε кенгликли $I(n)=(\theta_n-\varepsilon,\theta_n+\varepsilon)$ тасодифий интервал ва $n_{\gamma,\varepsilon}=\min\left(n\ge 1: n\ge\left(\frac{a_\gamma c(F)^{\alpha}}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right)$ бутун сонни аниқлаймиз. (A_2), (B_2) шартлардан ҳар бир $0<\gamma<1$ учун $\lim_{\varepsilon\to 0}P\{\theta(F)\in I(n_{\gamma,\varepsilon})\}\ge\gamma$ ўринли бўлади. Демак 2ε кенгликли $I(n_{\gamma,\varepsilon})$ ишончлилик интервали $\theta(F)$ учун γ ишончлилик даражасига эга ишончлилик интервали бўлади. Бу кетма-кет баҳолашнинг камчилиги уни номаълум функционал $c(F)$ га боғлиқлигидадир. Бу камчиликни бартараф этиш учун $c(F)$ ни унинг асосли статисик баҳоси билан алмаштириш керак. Фиксирланган кенгликли ишончлилик интервали билан интервал баҳолаш масаласи тўхташ қоидаси ёки

$$N_{\gamma,\varepsilon}=\min\left(n\ge 1: n>\left(\frac{a_\gamma V_n^{\alpha}}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right),$$

тўхташ моментини танлаш масаласига айланади, бу ерда $\{V_n=V_n(\xi_1,\xi_2,...,\xi_2),\ n\ge 1\}$ функционал $c(F)$ нинг статистик баҳоси бўлиб, қуйидаги шартни қаноатлантиради:

(C_2): (a) $P\{V_n > 0\} = 1, n \geq 1,$ (b) $n \to \infty$ да бир эҳтимол билан $V_n \to c(F)$.

Интервал $I(N_{\gamma,\varepsilon}) = (\theta_{N_{\gamma,\varepsilon}} - \varepsilon, \theta_{N_{\gamma,\varepsilon}} + \varepsilon)$ номаълум функционал $\theta(F)$ учун фиксирланган 2ε кенгликли ишончлилик интервали дейилади.

И.С.Чоу ва Г.Роббинслар киритган қуйидаги асимптотик критерийларни келтирамиз:

1-таъриф. Ҳар бир $0 < \gamma < 1$ учун $\lim\limits_{\varepsilon \to 0} P\{\theta(F) \in I(N_{\gamma,\varepsilon})\} \geq \gamma$ ўринли бўлса, у ҳолда номаълум функционал $\theta(F)$ учун қурилган ишончлилик интерваллари тизими $I(N_{\gamma,\varepsilon}) = (\theta_{N_{\gamma,\varepsilon}} - \varepsilon, \theta_{N_{\gamma,\varepsilon}} + \varepsilon),$ $0 < \gamma < 1, \varepsilon > 0$ асимптотик асосли дейилади.

2-таъриф. Асимптотик асосли ишончлилик интерваллар тизими $I(N_{\gamma,\varepsilon}) = (\theta_{N_{\gamma,\varepsilon}} - \varepsilon, \theta_{N_{\gamma,\varepsilon}} + \varepsilon), 0 < \gamma < 1, \varepsilon > 0$ учун $\varepsilon \to 0$ да $\dfrac{M(N_{\gamma,\varepsilon})}{n_{\gamma,\varepsilon}} \to 1$ ўринли бўлса, у ҳолда ҳар бир $0 < \gamma < 1$ учун тўхташ моменти $N_{\gamma,\varepsilon}$ асимптотик эффектив дейилади.

Интервал $I(N(\varepsilon,\gamma))$ни асослилигини ва тўхташ моменти $N(\varepsilon,\gamma)$ ни асимптотик эффективлигини исботлаш кетма-кет интервал баҳолашнинг асосий масалаларидир.

1-теорема. (C_2) шарт бажарилсин. У ҳолда хар бир $0 < \gamma < 1$ учун

(i) ҳар бир $\varepsilon > 0$ учун $P\{N_{\gamma,\varepsilon} < \infty\} = 1$;

(ii) $\varepsilon \to 0$ да бир эҳтимол билан $\dfrac{N_{\gamma,\varepsilon}}{n_{\gamma,\varepsilon}} \to 1$.

1-изоҳ. Агар (C_2) шартни кучсизроқ (C_2^*): (a) $P\{V_n > 0\} = 1, n \geq 1,$ (b) $n \to \infty$ да эхтимол бўйича $V_n \xrightarrow{p} c(F)$ шартига алмаштирсак, 1-теореманинг **(ii)** тасдиғидаги яқинлашиш эхтимол бўйича ўринли бўлади.

2-теорема. (C_2^*) ва (D_2): бирорта $\delta > \dfrac{1}{\alpha - 1}$ ва хамма $n \geq 1$ учун $M(V_n^\delta) < \infty$ шартлар бажарилса, у ҳолда $\lim\limits_{\varepsilon \to 0} \dfrac{M\left(N_{\gamma,\varepsilon}\right)}{n_{\gamma,\varepsilon}} = 1.$

3-теорема. (A_2), (B_2) ва (C_2^*) шартлар бажарилсин. У ҳолда интервал $I(N_{\gamma,\varepsilon}),$ $0 < \gamma < 1, \varepsilon > 0$ номаълум функционал $\theta(F)$ учун асимптотик асосли фиксирланган кенгликли ишончлилик интерваллари тизими бўлади.

1-натижа. (A_2), (B_2), (C_2^*) ва (D_2) шартлар бажарилсин. У ҳолда ҳар бир $0 < \gamma < 1$ учун тўхташ моменти $N_{\gamma,\varepsilon}$ асимптотик эффектив бўлади.

Иккинчи бобнинг иккинчи параграфида номаълум кўп ўлчовли зичлик функциясининг ҳосиласи учун статистик баҳолари мисолида иккинчи бобнинг биринчи параграфидаги умумий шартларнинг бажарилиши текширилган. Зичлик функцияси $f(x), x = (x_1, x_2, ... x_m) \in R^m$ номаълум бўлган ξ

тасодифий векторни боғлиқсиз кузатишлар натижаси $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ бўлсин, бу ерда R^m Лебег ўлчови киритилган m-ўлчовли Эвклид фазоси, $m \geq 1$ ва $\xi_k = (\xi_{k1}, \xi_{k2}, ...\xi_{km}), 1 \leq k \leq n.$ Зичлик функцияси $f(x)$ нинг r-тартибли ҳосиласи $f^{(r)}(x) = \dfrac{\partial^r f(x_1, x_2, ..., x_m)}{\partial^{r_1} x_1 \partial^{r_2} x_2 \cdots \partial^{r_m} x_m}$, $r_1 + r_2 + ... + r_m = r$ бўлсин, $r \geq 0, \left(f^{(0)}(x) \equiv f(x) \right).$ $f^{(r)}(x)$ нинг $x \in R_m$ нуқтадаги статистик баҳоси сифатида қуйидаги ядровий баҳони оламиз

$$f_n^{(r)}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{h_i^{m(r+1)}} K^{(r)} \left(\frac{x - \xi_i}{h_i} \right), \tag{1}$$

бу ерда $h_n = n^{-\delta}, \delta > 0,$ $K^{(r)} \left(\dfrac{x - \xi_i}{h_i} \right) = K^{(r)} \left(\dfrac{x_1 - \xi_{i1}}{h_i}, \dfrac{x_2 - \xi_{i2}}{h_i}, ..., \dfrac{x_m - \xi_{im}}{h_i} \right)$ ва $K^{(r)}(x) = \dfrac{\partial^r K(x_1, x_2, ..., x_m)}{\partial^{r_1} x_1 \partial^{r_2} x_2 \cdots \partial^{r_m} x_m}$, $r_1 + r_2 + ... + r_m = r$ - мусбат ва чегараланган $K(x), x = (x_1, x_2, ...x_m) \in R_m$ функциянинг r-тартибли ҳосиласи $\left(K^{(0)}(x) \equiv K(x) \right).$ Статистик баҳо (1) йиғиндига қуйидагича ёйилади

$$f_n^{(r)}(x) = f^{(r)}(x) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Y^{(r)}(x, \xi_i) + Z_n^{(r)}(x),$$

бу ерда $Y^{(r)}(x, \xi_i) = \dfrac{1}{h_i^{m(r+1)}} K^{(r)}(\dfrac{x - \xi_i}{h_i}) - M(\dfrac{1}{h_i^{m(r+1)}} K^{(r)}(\dfrac{x - \xi_i}{h_i}))$ ва $Z_n^{(r)}(x) = M(f_n^{(r)}(x) - f^{(r)}(x)$, яъни бу статистик модель иккинчи бобнинг биринчи параграфидаги статистик моделнинг хусусий ҳоли бўлиб, бу параграфдаги теоремаларни исботлаш учун иккинчи бобнинг биринчи параграфидаги натижалардан фойдаланилади. Қуйидаги шартларни киритамиз:

(A_1): $\int\limits_{R^m} x_i K(x) dx = 0, 1 \leq i \leq m, \lim\limits_{\|x\| \to \infty} \|x\|^m \left| K^{(r)}(x) \right| = 0$, $\int\limits_{R^m} \left| K^{(r)}(x) \right| dx < \infty,\ r \geq 0.$

(B_1): $f^{(r+1)}(x)$ ҳосила мавжуд.

(C_1): $\varphi(t) = \int\limits_{R^m} e^{i(t,x)} f(x) dx$ учун $\int\limits_{R^m} |u| \varphi(u) du < \infty$,

$k(t) = \int\limits_{R^m} e^{i(t,x)} K(x) dx$ учун $\int\limits_{R^m} |k(u)| du < \infty$ ва $|t| \leq |s|$ учун $k(s) \leq k(s)$.

Белгилашлар киритамиз $\alpha = \dfrac{1 - (1 + 2r)\delta m}{2}$, $\beta = \dfrac{1}{1 + (1 + 2r)\delta m}$, $k(r) = \int\limits_{R_m} \left| K^{(r)}(x) \right|^2 dx,$ $\lambda = \dfrac{1}{2}(1 - (3 + 2r)\delta m)$, $\sigma^2(x) = \beta k(r) f(x).$

(A_1), (B_1) ва $\dfrac{1}{(3 + 2r)m} < \delta < \dfrac{1}{(1 + 2r)m}$ шартлар бажарилганда ҳамма $x \in R_m$ учун $n \to \infty$ да тасодифий миқдор $n^\alpha \left(f_n^{(r)}(x) - f^{(r)}(x) \right)$ нинг тақсимоти ўрта қиймати нолга ва дисперсияси $\sigma^2(x)$ бўлган нормал тақсимотга интилади. Бундан фойдаланиб, номаълум $f^{(r)}(x)$ ни кетма-кет интервал баҳолаймиз. Ишончлилик даражаси $0 < \gamma < 1$ учун квантил $a_\gamma = \Phi^{-1} \left(\dfrac{1 + \gamma}{2} \right)$ бўлсин, бу ерда

$\varPhi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x}e^{-\frac{y^2}{2}}dy$. Квантиль a_γ ва $\varepsilon>0$ сон учун дисперсия $\sigma^2(x)$ маълум ва номаълум бўлганда унинг тўхташ ва тасодифий тўхташ моментлари мос равишда

$$n(\varepsilon,f)=\min\left(n\ge 1: n\ge\left(\frac{a_\gamma^2\sigma^2(x)}{\varepsilon^2}\right)^{\frac{1}{2\alpha}}\right),$$

ва

$$N_\varepsilon=\min\left(n\ge 1: n\ge\left(\frac{a^2\sigma_n^2(x)}{\varepsilon^2}\right)^{\frac{1}{2\alpha}}\right), \qquad (2)$$

ларга тенг ва 2ε кенгликли ишончлилик интервали $(f_{N_\varepsilon}^{(r)}(x)-\varepsilon,\, f_{N_\varepsilon}^{(r)}(x)+\varepsilon)$ бўлади, бу ерда $\sigma_n^2(x)=\beta k(r)f_n(x)$ дисперсия $\sigma^2(x)$ нинг ва $f_n(x)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h_i^m}K\left(\frac{x-\xi_i}{h_i}\right)$ зичлик функцияси $f(x)$ нинг статистик баҳоси.

4-теорема. Агар (C_1) ва $0<\delta<\frac{1}{(1+2r)m}$ шартлар бажарилса, (2) тасодифий тўхташ моменти учун қуйидаги тасдиқлар ўринли:

1) Ихтиёрий ε > 0 учун $P\{N_\varepsilon<\infty\}=1$;

2) $\varepsilon\to 0$ да бир эҳтимол билан $\frac{N_\varepsilon}{n(\varepsilon,f)}\to 1$.

5-теорема. Агар (A_1), (B_1), (C_1) ва $\frac{1}{(3+2r)m}<\delta<\frac{1}{(1+2r)m}$ шартлар бажарилса, у ҳолда хамма $x\in R_m$ учун $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}P\left\{f^{(r)}(x)\in(f_{N_\varepsilon}^{(r)}(x)-\varepsilon,\, f_{N_\varepsilon}^{(r)}(x)+\varepsilon)\right\}\ge\gamma$ ўринли бўлади, яъни фиксирланган 2ε кенгликли ишончлилик интервали $(f_{N_\varepsilon}^{(r)}(x)-\varepsilon,\, f_{N_\varepsilon}^{(r)}(x)+\varepsilon)$ асимптотик асосли бўлади.

Ушбу бобнинг учинчи параграфида регрессия функциясини кетма-кет интервал баҳоланган. Бу параграфда киритилган регрессия функциясининг статистик баҳосини йиғинди-ёйилма кўринишга келтириш мумкин эмас. Шунинг учун регрессия функциясини кетма-кет интервал баҳолаш усуллари биринчи ва иккинчи параграф усулларидан фарқ қилиб, регрессия функциясининг тасодифий ҳажмдаги танлама асосида қурилган баҳоларининг хоссаларига асосланади.

Мазкур бобнинг тўртинчи параграфида танланманинг элементлари боғлиқ бўлганда кетма-кет интервал баҳолаш масалалари ўрганилган. Бу ерда танланма $\xi_1,\xi_2,...,\xi_n$ элементларини боғлиқсизлиги талаб қилинмай, биринчи параграфида (A_2) шартдаги лимит тасодифий миқдорнинг асимптотик нормаллиги талаб қилинган. Фиксирланган кенгликли ишончлилик интерваллари ва тўхташ моментлари қурилиб, уларнинг асимптотик асосли ва асимптотик эффектив бўлишини 1-3 теоремалардаги шартларга ўхшаш шартлари топилган.

Бешинчи параграфида эса асимптотик корреляцияланмаган тасодифий жараённинг ва номаълум зичлик функциясини кетма-кет интервал баҳолаш мисолида умумий шартларининг бажарилиши текширилган.

(Ω, Ғ, P) эҳтимоллик фазосида ξ_n, $n \in Z$ стационар тасодифий жараён берилган бўлсин. Бутун сонлар $k<m$ учун $\Im_k^m$ орқали $\xi_k,...,\xi_m$ тасодифий миқдорлар ҳосил қилган ҳодисаларнинг σ-алгебрасини белгилаймиз. $\Im_k^m$-ўлчовли иккинчи тартибли моментлари чекли функцияларнинг Гильберт фазосини $L^2(\Im_k^m)$ орқали белгилаймиз.

3-таъриф. Агар $n \to \infty$ да $c(n) = \sup \frac{M(gh)}{\sqrt{M(g^2)M(h^2)}} \to 0$ ўринли бўлса, у ҳолда стационар тасодифий жараён ξ_n, $n \in Z$ асимптотик корреляцияланмаган дейилади, бу ерда супремум $M(g) = M(h) = 0$ бўлган ҳамма $g \in L^2(\Im_{-\infty}^n)$ ва $h \in L^2(\Im_n^\infty)$ $(n \ge 1)$ лар бўйича олинган.

$f(x_1, x_2, ..., x_k)$ орқали $(\xi_0, \xi_1, ..., \xi_{k-1})$ тасодифий векторнинг биргаликдаги зичлик функциясини белгилаймиз ва у $\xi_n, n \in Z$ корреляцияланмаган тасодифий жараённинг k- тартибли зичлик функцияси деб аталади. Маргинал, яъни 1-тартибли зичлик функцияси $f(x), x \in (-\infty, \infty)$ номаълум бўлсин. Зичлик функцияси $f(x)$нинг статистик баҳоси сифатида рекуррент ядровий баҳони оламиз

$$f_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{h(i)} K\left(\frac{x-\xi_i}{h(i)}\right) = \frac{n-1}{n} f_{n-1}(x) + \frac{1}{nh(n)} K\left(\frac{x-\xi_n}{h(n)}\right), \qquad (3)$$

бу ерда $h(n) = n^{-\beta}$, 0 <β< 1, $K(x)-$ чегаралаанган зичлик функцияси бўлиб, $|x| \to \infty$ $|x|K(x) \to 0$. Статистик баҳо (3) учун қуйидаги ёйилма ўринли

$$f_n(x) = f(x) + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y(K, \xi_i) + Z_n\ ,$$

бу ерда $Y(K,\xi_i) = \frac{1}{h(i)} K\left(\frac{x-\xi_i}{h(i)}\right) - M\left(\frac{1}{h(i)} K\left(\frac{x-\xi_i}{h(i)}\right)\right), 1 \le i \le n$ ва $Z_n = M\left(f_n(x)\right) - f(x)$.

Шартлар киритамиз:

(F_1): 1. Тасодифий жараён $\xi_n, n \in Z$ учинчи тартиблигача чегараланган зичлик функцияларга эга;

2. $f(x) \ne 0, |f(x+h) - f(x)| \le L|h|, x \in R_1, h \in R_1, L -$ мусбат ўзгармас сон;

3. $n \to \infty$ да $c(n) = O(n^{-2-\delta})$, δ> 0;

(G_1): $k_1 = \int_{-\infty}^{\infty} |u| K(u) du < \infty$, $k_2 = \int_{-\infty}^{\infty} K^2(u) du < \infty$;

(H_1): $\frac{1}{3} < \beta < \frac{\delta}{3}$.

(F_1), (G_1), (H_1) шартлар бажарилса, $n \to \infty$ да $n^{\frac{1-\beta}{2}}(f_n(x) - f(x))$ тасодифий миқдорнинг тақсимоти, ўрта қиймати ноль ва дисперсияси $\sigma^2(x) = \frac{k_2}{1+\beta} f(x)$

бўлган нормал тақсимотга интилади. Бундан фойдаланиб номаълум $f(x)$ ни кетма-кет интервал баҳолаймиз. Ишончлилик даражаси $0<\gamma<1$ учун квантиль $a_\gamma=\Phi^{-1}\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)$ бўлсин, бу ерда $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x}e^{-\frac{y^2}{2}}dy$. Квантиль a_γ ва $\varepsilon>0$ сондан фойдаланиб, дисперсия σ^2 маълум бўлганда $n_\varepsilon=\min\left(n\geq 1:n\geq\left(\frac{a_\gamma^2\sigma(x)^2}{\varepsilon^2}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\right)$ тўхташ моменти, дисперсия $\sigma^2(x)$ номаълум бўлганда

$$N_\varepsilon=\min\left(n\geq 1:n\geq\left(\frac{a^2k_2}{\varepsilon^2(1+\beta)}\,f_n(x)\right)^{\frac{1}{1-\beta}}\right), \qquad (4)$$

тасодифий тўхташ моменти ва 2ε кенгликли $I(N_\varepsilon)=(f_{N_\varepsilon}(x)-\varepsilon,f_{N_\varepsilon}(x)+\varepsilon])$, ишончлилик интервали киритамиз.

6-теорема. (F_1) ва $0<\beta<\frac{1}{2}$ шартлар бажарилса, (4) да аниқланган тўхташ моменти учун:

1) ихтиёрий ε > 0 учун $P\{N_\varepsilon<\infty\}=1$,

2) $\varepsilon\to 0$ да бир эҳтимол билан $\frac{N_\varepsilon}{n_\varepsilon}\to 1$,

3) $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\frac{M(N_\varepsilon)}{n_\varepsilon}=1$ ўринли бўлади.

7-теорема. (F_1), (G_1)**,**(H_1) шартлар бажарилсин**.** У ҳолда

1) $\varepsilon\to 0$ да $\sigma^{-1}N_\varepsilon^{\frac{1-\beta}{2}}\left(f_{N_\varepsilon}(x)-f(x)\right)\Rightarrow N(0,1)$;

2) $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}P\left(f(x)\in I(N_\varepsilon)\right)\geq\gamma$.

2-натижа. (F_1), (G_1) ва $\frac{1}{3}<\beta<\min\left(\frac{1}{2},\frac{\delta}{3}\right)$ шартлар бажарилса, у ҳолда (4) тўхташ моменти асимптотик эффектив бўлади.

Диссертациянинг «**Талофат функцияси умумий кўринишга эга бўлганда кетма-кет нопараметрик нуқтавий баҳолаш**» деб номланган учинчи бобида талофат функциялари умумий кўринишга эга бўлганда нопараметрик кетма-кет нуқтавий баҳолаш масалалари тадқиқ қилинган. Биринчи параграфда номаълум тақсимот функциясининг функционалларининг баҳосини асимптотик минимал рискли баҳо бўлишининг умумий шартлари функционалларнинг етарли кенг синфи ва умумий кўринишдаги талофат функциялари учун келтирилган. $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ боғлиқсиз тасодифий миқдорларнинг тақсимот функцияси $F\in\mathrm{F}$ номаълум бўлсин, бу ерда F маълум бир регулярлик шартларини қаноатлантирувчи тақсимот функцияларнинг оиласи. Тақсимот функцияси $F(x)$ нинг функционали $\theta(F)$ ни $\theta_n=\theta_n(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n)$ статистик баҳо билан баҳолаймиз ва бу баҳолашнинг абсолют хатолигини $\alpha_n=\alpha_n(F)=|\theta_n-\theta(F)|$ орқали белгилаймиз. Шунингдек $\varphi(y), y \geq 0$ мусбат, ўсувчи, $\varphi(0)=0$ бўлган функция ва ε танланманинг бир дона элементини қиймати бўлсин.

4-таъриф. Ифода $L_n = L_n(\varepsilon, F) = \varphi(\alpha_n) + \varepsilon \cdot n$ талофат функция ва унинг математик кутилмаси $R_n(\varepsilon, F) = M\left(L_n(\varepsilon, F)\right) = \beta_n(F) + \varepsilon \cdot n$ номаълум $\theta(F)$ ни $\theta_n = \theta_n(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$ билан баҳолашнинг риск функцияси дейилади.

Қуйидаги шартни киритамиз:

(A_3): Ҳамма $n \geq 1$ учун математик кутилма $\beta_n(F) = M\left(\varphi(\alpha_n)\right)$ мавжуд, n бўйича камаювчи ва $\lim\limits_{n\to\infty} \beta_n(F) = 0$.

5-таъриф. Агар $\theta_n = \theta_n(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$ баҳо учун n нинг шундай оптимал қиймати $n_0 = n_0(\varepsilon, F)$ мавжуд бўлиб, риск функцияси шу $n_0 = n_0(\varepsilon, F)$ қийматда минимумга эришса, яъни $R_{n_0}(\varepsilon, F) = \min\limits_{n\geq 1} R_n(\varepsilon, F)$ муносабат ўринли бўлса, бу баҳо минимал рискли баҳо, n нинг оптимал қиймати $n_0 = n_0(\varepsilon, F)$ эса танламанинг оптимал ҳажми дейилади.

Талофат функцияси умумий кўринишга эга бўлганда риск функцияси n орқали аниқ ифодаланмайди ва унинг n бўйича минимумини топиш мумкин эмас. Бу ҳолда риск функциясини n бўйича минимумини топиш учун $\{\beta_n(F), n \geq 1\}$ кетма-кетликни нолга интилиш тезлигини аниқлаб, $R_n(\varepsilon, F)$ риск функциясига асимптотик тенг риск функциясини топамиз. Шунинг учун $\beta_n(F)$ нинг нолга интилиш тезлигини аниқловчи қуйидаги шартни киритамиз.

(B_3): Шундай $0 < m \leq 1$ ва $0 < \beta_0(F) < \infty$, $F \in$ F ўзгармас сонлар мавжудки, $n \to \infty$ да $n^m \beta_n(F) \to \beta_0(F)$.

Талофат функцияси чизиқли, яъни $\varphi(y) = y$ бўлса, (B_3) шарт $m = \frac{1}{2}$ да ва талофат функцияси квадратик, яъни $\varphi(y) = y^2$ бўлса, (B_3) шарт $m = 1$ да бажарилади. (B_3) шартдан $n \to \infty$ да $R_n(\varepsilon, F) = \beta_n(F) + \varepsilon \cdot n \cong n^{-m} \beta_0(F) + \varepsilon \cdot n$ асимптотик муносабатга эга бўламиз, бу ерда белги $a_n \cong b_n$ асимптотик тенглик белгиси бўлиб, $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ ни билдиради. Риск функцияси $R_n(\varepsilon, F)$ га асимптотик тенг риск функциясини $R_n^*(\varepsilon, F) = n^{-m} \beta_0(F) + \varepsilon \cdot n$ орқали белгилаймиз. Талофат функцияси умумий кўринишга эга бўлганда риск функциясининг n га боғлиқлиги аниқ ифодаланмагани учун риск функциясининг $R_{n_0}(\varepsilon, F)$ минимумини ҳамда танланма ҳажмининг n_0 оптимал қийматини топиш мумкин эмас. Шунинг учун (B_3) шартдаги $\beta_n(F)$ нинг нолга интилиш тезлиги ёрдамида $R_n(\varepsilon, F)$ риск функциясига асимптотик тенг $R_n^*(\varepsilon, F)$ риск функциясини топамиз. Асимптотик эквивалент $R_n^*(\varepsilon, F)$ риск функциясини n бўйича ҳосиласини ҳисоблаб, n нинг оптимал қиймати n_0 ни ва риск функциясини минимумини топиш мумкин.

6-таъриф. Статистик баҳо $\theta_n = \theta_n(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$ учун шундай қиймат $n_0 = n_0(\varepsilon, F)$ мавжуд бўлиб, $R_{n_0}^*(\varepsilon, F) = \min\limits_{n\geq 1} R_n^*(\varepsilon, F)$ муносабат ўринли бўлса,

$R_n(\varepsilon,F)$ асимптотик минимал риск функцияси $n_0=n_0(\varepsilon,F)$ эса танланманинг асимптотик оптимал ҳажми деб аталади.

1-лемма. (A_3) ва (B_3) шартлар бажарилса, танланманинг асимптотик оптимал ҳажми

$$n_0=n_0(\varepsilon,F)=\min\left(n\geq 1: n>\left(\frac{m\beta_0(F)}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{m+1}}\right) \tag{5}$$

ва $R_n^*(\varepsilon,F)=n^{-m}\beta_0(F)+\varepsilon\cdot n$ риск функциясининг минимал қиймати

$$R_{n_0}^*(\varepsilon,F)=\left(\varepsilon^m\left(m+m^{-m}\right)\beta_0(F)\right)^{\frac{1}{1+m}}$$

га тенг бўлади.

Танланманинг оптимал ҳажми $n_0=n_0(\varepsilon,F)$ ва риск функциясининг минимал қиймати $R_{n_0(\varepsilon,F)}^*(\varepsilon,F)$ номаълум F тақсимот функциясининг функционали $\beta_0(F)$ га боғлиқ бўлани учун номаълум $\beta_0(F)$ ни статистик баҳолаймиз. $\beta_0(F)$ учун асосли мусбат $b_n=b_n(\xi_1,\xi_2,...,\xi_n)$ статистик баҳо мавжуд бўлиб, қуйидаги шартни қаноатлантирсин:

(C_3)**:** $\alpha>m$ сон ва n_0 бутун сон мавжуд бўлиб, ихтиёрий δ> 0 ва $n\geq n_0$ учун $P\left\{\left|b_n-\beta_0(F)\right|\geq\delta\right\}\leq\dfrac{c(\alpha,\delta)}{n^{1+\alpha}}$ ўринли бўлсин, бу ерда $0<c(\alpha,\delta)<\infty$ ўзгармас сон.

(5) да $\beta_0(F)$ ни унинг статистик баҳоси b_n га алмаштириб,

$$N(\varepsilon)=\min\left(n\geq 1: n>\left(\frac{mb_n}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{m+1}}\right)=\min\left(n\geq 1: n^{m+1}>\frac{mb_n}{\varepsilon}\right) \tag{6}$$

тасодифий тўхташ моментини қурамиз.

8-теорема. (A_3), (B_3) ва (C_3) шартлар бажарилса, (6) тўхташ моменти учун қуйидаги тасдиқлар ўринли:

1) Ихтиёрий ε > 0 учун тўхташ моменти $N(\varepsilon)$ 1 эҳтимоллик билан чекли бўлади, яъни $P\{N(\varepsilon)<\infty\}=1$;

2) Тасодифий тўхташ моменти $N(\varepsilon)$ ва танламанинг асимптотик оптимал хажми $n_0=n_0(\varepsilon,F)$ бир эҳтимоллик билан асимптотик тенг бўлади, яъни $\varepsilon\to 0$ да бир эҳтимоллик билан $\dfrac{N(\varepsilon)}{n_0(\varepsilon,F)}\to 1$.

Қуйидаги шартни киритамиз:

(D_3)**:** бирорта $\delta>\dfrac{1}{m+1}$ ва ҳамма $n\geq 1$ учун $M(b_n^{\delta})<\infty$.

9-теорема. Агар (A_3), (B_3) ва (D_3) шартлар бажарилса, у ҳолда тўхташ моменти $N(\varepsilon)$ нинг математик кутилмаси ва танламанинг асимптотик оптимал ҳажми $n_0=n_0(\varepsilon,F)$ асимптотик тенг бўлади, яъни $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\dfrac{M\left(N(\varepsilon)\right)}{n_0(\varepsilon,F)}=1$ ўринли бўлади.

Ушбу бобнинг иккинчи ва учинчи параграфларида (A_3), (B_3), (C_3), (D_3) умумий шартларнинг бажарилишини номаълум тақсимот ва характеристик функцияларни кетма-кет нуқтавий баҳолашда текширилган. Тўртинчи параграфида тасодифий ҳажмли танланма асосида қурилган эмпирик характеристик жараён учун инвариантлик принципи исботланган ва унда яқинлашиш тезлиги топилган. (Ω, Ғ, P) эҳтимоллик фазосида ξ тасодифий миқдор берилган бўлиб, унинг тақсимот функцияси $F(x), x \in R_1 = (-\infty, +\infty)$ ва характеристик функцияси $c(t) = M\exp(it\xi) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \exp(itx)\,dF(x), i = \sqrt{-1}$, $T_1 \le t \le T_2, T_1 \in R_1, T_2 \in R_1$ бўлсин. Боғлиқ бўлмаган, ξ билан бир хил тақсимланган тасодифий миқдорлардан тузилган n ҳажмли $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ танланма, $c_n(t) = \frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} \exp(it\xi_k) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \exp(itx)\,dF_n(x)$ эмпирик характеристик функция ва $F_n(x) = \frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} I(\xi_k < x), \ x \in R_1$ эмпирик тақсимот функция бўлсин. Эмпирик характеристик жараённи $Y_n(t) = \sqrt{n}\left(c_n(t) - c(t)\right), T_1 \le t \le T_2, T_1 \in R_1, T_2 \in R_1$ ҳамда комплекс тасодифий майдонни $Y_n(t,s) = \frac{1}{\sqrt{n}}\sum\limits_{k=1}^{[ns]} a_k(t), (t,s) \in [T_1, T_2] \times R_1^+, \ R_1^+ = (0, \infty)$, тузамиз, бу ерда $a_k(t) = \exp(it\xi_k) - c(t)$. Бу тасодифий майдон учун $Y_n(t,1) = Y_n(t)$, $M(Y_n(t,s)) = 0$ ва $M(Y_n(t_1,s_1)Y_n(t_2,s_2)) = \frac{1}{n}\min([ns_1],[ns_2])(c(t_1+t_2) - c(t_1)c(t_2))$ ўринли.

Характеристик функция учун $c(t) = R(t) + iP(t)$ ўринли бўлиб, комплекс Гаусс тасодифий майдони $Z(t,s), (t,s) \in [T_1, T_2] \times R_1^+$ учун $Z(t,1) = Z(t), Z(t,s) = Z(-t,s), \ M(Z(t,s)) = 0, \ Z(t,s) = U(t,s) + iV(t,s)$ ва қуйидагилар ўринли бўлсин:

$$\operatorname{cov}(U(t_1,s_1)U(t_2,s_2)) = A(t_1,t_2)\min(s_1,s_2) \ \text{ва} \ A(t_1,t_2) = \frac{1}{2}[R(t_1+t_2) + R(t_1-t_2)] - R(t_1)R(t_2),$$

$$\operatorname{cov}(U(t_1,s_1)V(t_2,s_2)) = B(t_1,t_2)\min(s_1,s_2) \ \text{ва} \ B(t_1,t_2) = \frac{1}{2}[P(t_1+t_2) + P(t_1-t_2)] - R(t_1)P(t_2),$$

$$\operatorname{cov}(V(t_1,s_1)V(t_2,s_2)) = C(t_1,t_2)\min(s_1,s_2) \ \text{ва} \ C(t_1,t_2) = \frac{1}{2}[-R(t_1+t_2) + R(t_1-t_2)] - P(t_1)P(t_2).$$

$\{N_n, n \ge 1\}$ мусбат ва бутун қийматли тасодифий миқдорлар кетма-кетлиги бўлсин. N_n тасодифий ҳажмли $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_{N_n}$ танланма асосида эмпирик характеристик жараён $Y_{N_n}(t), T_1 \le t \le T_2, T_1 \in R_1, T_2 \in R_1$ қурамиз ва $[T_1, T_2]$ интервалда аниқланган узлуксиз функцияларнинг супремум нормали Банах фазосини $C[T_1, T_2]$ орқали белгилаймиз.

10-теорема. Агар бир эҳтимол билан мусбат тасодифий миқдор N учун $n \to \infty$да $\left(\frac{N_n}{n}, Y_n(t,s)\right), (t,s) \in [T_1, T_2] \times R_1^+, \Rightarrow \left(N, Z(t,s)\right), (t,s) \in [T_1, T_2] \times R_1^+$, суст интилиш ўринли бўлса, $C[0,T]$ да аниқланган узлуксиз функционал $f(u)$ учун $n \to \infty$

да $f\left(Y_{N_n}(t)\right) \Rightarrow f\left(N^{-\frac{1}{2}} Z(t,N)\right)$ суст интилиши ўринли бўлади.

Қуйидаги шартни киритамиз:

$(I_1): P\left\{\left|\frac{N_n}{n}-1\right| \geq \delta_n\right\} \leq \gamma_n$, бу ерда δ_n ва γ_n сонли кетма-кетликлар шундай танланганки, $n \to \infty$ да $\delta_n \to 0$ ва $\gamma_n \to 0$ бўлади.

11-теорема. (I_1) ва $F(a)=0, F(b)=1$, $-\infty < a < b < +\infty$ шартлар бажарилсин. У ҳолда (Ω, Ғ, P) эҳтимоллик фазосида тасодифий жараён $Z(t)$ билан бир хил тақсимланган Гаусс тасодифий жараёнлари кетма-кетлиги $\{Z_n(t), n \geq 1\}$ мавжуд бўлиб, қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади

$$P\left\{\sup_{T_1 \leq t \leq T_2}\left|Y_{N_n}(t)-Z_n(t)\right| \geq \varepsilon_n\right\} \leq Ln^{c\lambda} \exp\left\{-\frac{\lambda \varepsilon_n \sqrt{n}}{6d \ln n}\right\} + A\exp\left\{-\frac{\varepsilon_n^2}{540 d^2 \delta_n^2}\right\} +$$

$$+\frac{c}{\delta_n} \exp\left\{-\frac{\varepsilon_n^2}{108 d^2 \delta_n}\right\} + \gamma_n,$$

бу ерда c, L, λ, A абсолют ўзгармас сонлар ва $d = \sup\limits_{T_1 \leq t \leq T_2} \mathop{Var}\limits_{a \leq x \leq b} \exp(itx)$.

ХУЛОСА

Диссертация кетма-кет интервал баҳолаш ва кетма-кет нуқтавий баҳолашдан иборат кетма-кет статистик баҳолашнинг асимптотик масалаларини тадқиқ қилишга бағишланган.

Асосий натижалар қуйидагилардан иборат:

1. Танланма элементлари боғлиқсиз ва боғлиқ бўлганда номаълум тақсимот функцияси функционаллари учун фиксирланган кенгликли ишончлилик интерваллари ва тўхташ моментлари қурилган, уларни асимптотик асосли ва асимптотик эффектив бўлиш шартлари топилган.

2. Кўп ўлчовли зичлик функцияси ҳосиласини ва асимптотик корреляцияланмаган тасодифий жараён зичлик функциясини статистик баҳолари мисолида топилган шартларнинг бажарилиши текширилган. Регрессия функциясини кетма-кет интервал баҳолаш масаласи регрессия функциясининг тасодифий ҳажмли танланма асосида қурилган статистик баҳосини асимптотик хоссаларидан фойдаланиб, ҳал қилинган.

3. Талофат функциялари умумий кўринишга эга бўлганда ва кузатишлар жараёнининг ёки танланманинг нархи камайиб борганда номаълум тақсимот функцияси функционалларининг статистик баҳоларини асимптотик минимал рискли баҳо бўлишини таъминловчи тасодифий тўхташ моментларини асимптотик эффективлик шартлар топилган. Бу шартларни бажарилиши тақсимот ва характеристик функциясини кетма-кет нуқтавий баҳолашда текширилган.

4. Тасодифий хажмдаги танланма асосида қурилган эмпирик характеристик жараён учун инвариантлик принципи исботланиб, бу инвариантлик принципида яқинлашиш тезлиги топилган.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 ПО РИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО

ФИЛИАЛ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА В ГОРОДЕ ТАШКЕНТЕ

РАХИМОВА ГУЛНОЗА ГАФУРОВНА

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ОЦЕНИВАНИЯ

01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Ташкент-2022

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за B2022.1.PhD/FM198.

Диссертация выполнена в Филиале Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова в городе Ташкенте.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице по адресу http:kengash.mathinst.uz и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» по адресу www.ziyonet.uz.

Научный руководитель:	**Абдушукуров Абдурахим Ахмедович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Имомов Аъзам Абдурахимович** доктор физико-математических наук, доцент
	Сагидуллаев Холмирза Сапарбаевич кандидат физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	**Наманганский инженерно-строительный институт**

Защита диссертации состоится « 7 » июня 2022 года в 16:00 часов на заседании Научного совета DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 при Институте Математики имени В.И.Романовского АН РУз.(Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9. Тел.: (+99871)-207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института Математики им. В.И.Романовского АН РУз (зарегистрирована за № 137). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4б. Тел.: (+99871) 207-91-40).

Автореферат диссертации разослан « 23 » мая 2022 года.
(протокол рассылки № 2 от « 23 » мая 2022 года).

У.А.Розиков
Председатель Научного совета
по присуждению ученых
степеней, д.ф.-м.н., профессор

Ж.К.Адашев
Ученый секретарь Научного
совета по присуждению ученых
степеней, д.ф.-м.н., старший
научный сотрудник

Я.М.Хусанбаев
Заместитель председателя
Научного семинара при Научном
совете по присуждению ученых
степеней, д.ф.-м.н., доцент

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Одним из основных разделов математической статистики является статистический последовательный анализ. В классических методах математической статистики число наблюдений предпологается детерминированным. Последовательный анализ характеризуются тем, что момент прекращения наблюдений (момент остановки) является случайным и определяется в зависимости от значений наблюдаемых данных и от принятой меры оптимальности построенной статистической оценки. Применение теории последовательного интервального и точечного оценивания повышает оптимальность статистических экспериментов за счёт построения эффективных моментов остановки. Для повышения эффективности научно прикладных исследований имеет важное значение уменьшение объёма выборки, необходимой для оценки неизвестных показателей изучаемого стохастического процесса и тем самым уменьшение затрат на организацию выборки. Поэтому решение задач последовательного интервального и точечного оценивания является актуальной и использование этой теории на практике приведёт к экономической и научной эффективности. Актуальность темы диссертации состоит в получении для последовательного непараметрического интервального и точечного оценивания новых научных результатов или результатов, аналогичных результатам последовательного параметрического интервального и точечного оценивания.

В настоящее время приоритетными являются исследования инновационного характера. А стохастическое моделирование широко применяется в научных исследованиях и при решении прикладных проблем в различных областях науки и техники. В этом процессе часто стали применять последовательный анализ, поскольку момент прекращения наблюдений (момент остановки) является асимптотически эффективным, а доверительный интервал фиксированной ширины асимптотически состоятельным. Последовательный анализ, как и сама математическая статистика состоит из двух частей – последовательная проверка гипотез и последовательное статистическое оценивание. Из них наибольшее развитие получила последовательная проверка гипотез. Применительно к задаче различения двух простых гипотез под последовательным методом понимается правило, в соответствии с которым указывается момент прекращения наблюдений и принимается решение о том, какая из двух гипотез на самом деле верна. Последовательное статистическое оценивание, состоящее из последовательного интервального и точечного оценивания, в данное время превратилось в бурно развивающийся раздел математической статистики.

В нашей стране особое внимание уделяется фундаментальным наукам, имеющим прикладное значение, таким как современная теория эмпирических процессов. Было постановлено, что проведение научных исследований по главным направлениям «Теории вероятностей и математической статистики» на уровне международных стандартов является основной задачей и активным направлением[1]. Исследования в области современной теории эмпирических процессов играют важную роль в исполнении постановления. Решение этих задач составляет основное содержание данной диссертационной работы.

Исследования данной диссертации в определенной степени служат решению задач, обозначенных в Указе Президента Республики Узбекистан №УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», в постановлениях №ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института Математики имени В.И. Романовского Академии Наук Республики Узбекистан» и №ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики» и в других нормативно-правовых актах, касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследований приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетными направлениями развития науки и технологий в республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. И.С.Чоу и Г.Роббинс разработали основную асимптотическую теорию последовательного доверительного оценивания интервалами фиксированной ширины в общем случае Выбором правила или случайного момента остановки наблюдений в последовательном точечном оценивании для различных статистических моделей занимались ряд исследователей. В частности, И.С.Чоу и К.Иу решили задачу последовательного точечного оценивания неизвестного среднего эмпирическим средним для квадратичной функции потерь. Последовательное точечное оценивание U – статистиками рассмотрели П.Сен и М.Гош, последовательное точечное оценивание R – оценками (ранговыми статистиками) параметра сдвига исследовал П.Сен, а случаи M – оценок и L – оценок параметра сдвига изучили Ю. Юречков и П.Сен.

Подробный обзор научных результатов этого направления, полученных до 1995 года приведён в монографии авторов М.Гош, Н.Махопадхьяй и П.Сен.

---

[1] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистана от 18 мая 2017 года № 292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан».

Начиная с 2000 годов во многих научных центрах мира (США, Европа, Индия, Китай) активно ведутся научные исследования по теории последовательного интервального и точечного оценивания. Дж.Фрей, Р.Лалехзари, Э.Махмуди, А.Халифех нашли скорости сходимости в последовательном интервальном оценивании. А.Чатурведи, Т.Яакуб, Г.Мустакидес, С.Эфромович, И.Чинг-Канг и Л.Це Леунг использовали различные функции потерь в последовательном точечном оценивании. Ф.Ларго, Д.Полестико, Т.Яакуб, Г.Мустакидес и Ю.Меи последовательно точечно оцениванили неизвестные параметры экспоненциального, гамма распределений и распределения Бернулли. Последовательное статистическое оценивание, состоящее из последовательного интервального и точечного оценивания, изучалось исследователями меньше чем последовательная проверка гипотез.

Анализ существующей литературы показывает, что асимптотические задачи непараметрического последовательного интервального и точечного оценивания до настоящего времени изучены недостаточно чем задачи параметрического последовательного интервального и точечного оценивания Доверительные интервалы фиксированной ширины не найдены для общих функционалов от неизвестной функции распределения случайной величины. А также исследователями не рассмотрена задача их последовательного точечного оценивания функциями потерь общега вида.

Связь диссертации с научно-исследовательскими работами учреждения высшего образования, где выполняется диссертация. Исследование выполнено в соответствии с планом научного проекта Ф4-01 «Разработка методов оценивания функциональных характеристик распределений и исследования асимптотических свойств статистических оценок» (2012-2016 гг.) и Ф4-40 «Исследования асимптотических свойств интегральных эмпирических процессов, индексированных классом измеримых функций» Национального университета Узбекистана им. Мирзо Улугбека (2017-2020 гг.).

Целью исследования является доказательство асимптотических свойств моментов остановки и доверительных интервалов фиксированной ширины в последовательном непараметрическом интервальном и точечном оценивании.

Задачи исследования:

исследование по оцениванию интервалами фиксированной ширины класса функционалов от неизвестной функции распределения по независимым и зависимым наблюдениям;

непараметрическое интервальное оценивание интервалами фиксированной ширины многомерной плотности вероятности и её производных;

доказательство эффективности момента остановки для реккурентной оценки в оценивании интервалами фиксированной ширины неизвестной функции регрессии;

построение доверительных интервалов фиксированной ширины для последовательного интервального оценивания плотности вероятности асимптотически некоррелированного случайного процесса;

доказательство эффективности непараметрических последовательных точечных оценок функционалов от неизвестной функции распределения;

нахождение методов последовательного точечного оценивания неизвестной функции распределения и характеристической функции;

определение оценки скорости сходимости в асимптотических свойствах эмпирического характеристического процесса, построенного по выборке случайного объёма.

Объектом исследования являются асимптотически эффективные моменты остановки и состоятельные доверительные интервалы фиксированной ширины.

Предметом исследования являются построение моментов остановки и доверительных интервалов фиксированной ширины, а также доказательство их асимптотической эффективности и состоятельности.

Методы исследования. В диссертации использованы предельные теоремы для суперпозиции случайных процессов, слабый принцип инвариантности и асимптотические свойства непараметрических статистик.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

разработаны способы построения моментов остановок, доверительных интервалов фиксированной ширины и минимальных функций риска оценивания;

доказаны асимптотическая эффективность моментов остановок и состоятельность доверительных интервалов;

найдены оценки скорости сходимости в принцире инвариантности для эмпирического характеристического процесса.

изучены асимптотические свойства доверительных интервалов фиксированной ширины производной многомерной плотности вероятности, функции регрессии и функции плотности асимптотически некоррелированного случайного процесса.

Практические результаты исследования состоит в следующем:

Установлен, что при уменьшении ширины доверительного интервала в последовательном интервальном оценивании интервалами фиксированной ширины доверительный уровень остаётся неизменным и равен величине, требуемой в изучаемой практической задаче.

При одинаковом доверительном уровне ширина доверительного интервала фиксированной ширины меньше чем ширина традиционного доверительного интервала при непоследовательном интервальном оценивании, это имеет важное значение для практики.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических рассуждений и доказательств с применением методов теории вероятностей и математической статистики, предельных теорем для случайных процессов, остановленных в случайный момент времени.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научное значение результатов исследования заключается в том, что установлены асимптотическая эффективность моментов остановки, найденных в последовательном оценивании интервалами фиксированной ширины и состоятельность построенных доверительных интервалов. Практическая значимость резельтатов исследования состоит в том, что моменты остановки наблюдений, найденные в поседовательном интервальном и точечном оценивании являются асимптотически эквивалентными оптимальному объёму выборки и ширина построенного доверительного интервала меньше чем ширина доверительного интервала в традиционном непоследовательном оценивании.

Внедрение результатов исследования. Полученные в диссертации результаты были внедрены в практику по следующим направлениям:

использование доверительных интервалов фиксированной ширины и их свойств для уменьшения риска страхования по видам и продукциям страхования в Акционерном Обществе «Страховая компания КАФОЛАТ». (Справка № 01-985/985 от 29 октября 2020 года Ташкентского городского филиала Акционерного Общества «Страховая компания КАФОЛАТ») позволило уменьшить диапозоны страховых тарифов по видам и продукциям страхования путём более точного определения риска страхования;

моменты остановки и доверительные интервалы фиксированной ширины, найденные в последовательном непараметрическом интервальном оценивании функционалов от неизвестной функции распределения использованы для статистического оценивания неизвестных параметров с помощью копула функций в фундаментальном проекте Ё-Ф4-07 «Статистическое оценивание и проверка гипотез при помощи копула функций» (Справка №04/11-1405 от 11 марта 2022 года Национального университета Республики Узбекистан). Применение этих материалов научных результатов диссертации дало возможности оставатся неизменным доверительного уровня при уменьшении ширины доверительных интервалов фиксированной ширины в последовательном интервальном оценивании неизвестных параметров при помощи копула функций;

использование доверительных интервалов фиксированной ширины и асимптотически эффективных моментов остановок, найденных для функционалов от неизвестной функции распределения для решения практических задач М-оценивания по неполным данным, изучаемых в фундаментальном проекте ОТ-Ф-4-40 «Исследования асимптотических свойств интегральных эмпирических процессов, индексированных классом измеримых функций» (Справка №04/11-1406 от 11 марта 2022 года Национального университета Республики Узбекистан) дал возможности при доверительном уровне требуемом в практических задачах проекта, существенно уменьщить ширину,доверительных интервалов, используемых в проекте.

Апробация результатов исследования: Основное содержание диссертации обсуждалось на 2 международных и 8 республиканских научных конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 16 научных работ, из них 6 входят в перечень научных изданий, рекомендуемых Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций доктора философии, в том числе 2 статьи опубликованы в зарубежных журналах, 4 в республиканских научных изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 83 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, отмечено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, дан обзорзарубежных научных исследований по теме диссертации, описана степеньизученности проблемы, сформулированы цели и задачи, указаны объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практическиерезультаты исследования, раскрыта теоретическая и практическаязначимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатовисследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации, названная **«Понятия и научные результаты, использованные в диссертации»,** имеет обзорный и вспомогательный характер. В первом параграфе первой главы излагаются обзор научных работ по теме диссертации и сущность последовательного статистического анализа. Во втором параграфе первой главы приводятся основные определения и вспомогательные утверждения.

Во второй и третьей главах приведены научные результаты, полученные по теме диссертации.

Вторая глава диссертации, названная **«Последовательное непараметрическое интервальное оценивание»,** посвящена задачам последовательного интервального оценивания по независимым и зависимым наблюдениям. В параграфе один главы построены доверительные интервалы фиксированной ширины и моменты остановки для широкого класса функционалов от неизвестной функции распределения, получены общие условия их асимптотической состоятельности и асимптотической эффективности.

Пусть $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$, независимые, одинаково распределённые случайные величины с неизвестной функцией распределения $F(x), x \in R_1$. Пусть также $\theta(F)$ некоторый функционал от функции распределения $F(x)$. Для оценки этого функционала рассмотрим статистическую оценку $\theta_n = \theta_n(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$, которая для $n \geq 1$ имеет конечное математическое ожидание $M(\theta_n)$ и следовательно, может быть представлен в следующей форме

$$\theta_n = \theta(F) + [\theta_n - M(\theta_n)] + [M(\theta_n) - \theta(F)].$$

Предположим, что случайная величина $\theta_n - M(\theta_n)$ для каждого $n \geq 1$ допускает следующее представление

$$\theta_n - M(\theta_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y(F, \xi_i),$$

где $Y(F, \xi_k), 1 \leq k \leq n$ независимые и одинаково распределённые случайные величины ($Y(F, x), x \in R$ вещественная Борелевская функция), которые удовлетворяют следующему условию:

(A_2): $n^{-\frac{1}{\alpha}}\sum_{k=1}^{n} Y(F, \xi_k) \Rightarrow Y(F)$ при $n \to \infty$, здесь $1 < \alpha \leq 2, Y(F)$ симметричная, устойчивая случайная величина с функцией распределения $G_\alpha(x)$ и характеристической функцией $M\exp(isY(F)) = \exp(-|s|^{\frac{1}{\alpha}} c(F)), s \in R_1, c(F)$ положительная постоянная.

Символ $\Rightarrow$ означает слабую сходимость функций распределений случайных величин (в точках непрерывности).

В частности, если $\alpha = 2$, то предельная случайная величина $Y(F)$ условия (A_2) имеет нормальное распределение со средним 0 и дисперсией σ^2, $c(F) = \frac{1}{2}\sigma^2$.

Для $n \geq 1$ обозначим $B_n = M(\theta_n)$ и $Z_n = B_n - \theta(F)$. Величина Z_n являясь смещением статистической оценки θ_n, удовлетворяет условию:

(B_2): $n^{1-\frac{1}{\alpha}} Z_n \to 0$ при $n \to \infty$.

При выполнении условий (A_2) и (B_2) из разложения $n^{1-\frac{1}{\alpha}}(\theta_n - \theta(F)) = n^{-\frac{1}{\alpha}}\sum_{k=1}^{n} Y(F, \xi_k) + n^{1-\frac{1}{\alpha}} Z_n$ вытекает, что $n^{1-\frac{1}{\alpha}}(\theta_n - \theta(F)) \Rightarrow Y(F)$ при $n \to \infty$.

Обозначим через $G_\alpha(x)$ функцию распределения устойчивой случайной величины с характеристической функцией $f_\alpha(s)=\exp(-|s|^\alpha)$.

Для числа $0<\gamma<1$ квантиль a_γ определим как решение уравнения $G_\alpha(a_\gamma)-G_\alpha(-a_\gamma)=\gamma$. Для каждого числа ε > 0, a_γ и $n\geq 1$ определим случайный интервал $I(n)=(\theta_n-\varepsilon,\theta_n+\varepsilon)$ длины 2ε и целое число $n_{\gamma,\varepsilon}=\min\left(n\geq 1: n\geq\left(\frac{a_\gamma c(F)^\alpha}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right)$. Из условий (A_2), (B_2) получаем, что для каждого $0<\gamma<1$ $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}P\{\theta(F)\in I(n_{\gamma,\varepsilon})\}\geq\gamma$. Следовательно, доверительный интервал $I(n_{\gamma,\varepsilon})$ фиксированной ширины 2ε является интервальной оценкой для $\theta(F)$ с доверительным уровнем γ. Эта последовательная процедура имеет недостаток. Она зависит от неизвестного функционала $c(F)$. Для устранения этого недостатка необходимо заменить $c(F)$ на его состоятельную оценку и задача интервального оценивания доверительными интервалами фиксированной ширины сводится к задаче выбора правила или момента остановки

$$N_{\gamma,\varepsilon}=\min\left(n\geq 1: n>\left(\frac{a_\gamma V_n^\alpha}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right),$$

где $\{V_n=V_n(\xi_1,\xi_2,...,\xi_2),\ n\geq 1\}$ статистические оценки функционала $c(F)$, удовлетворяющие условию:

(C_2): (a) $P\{V_n>0\}=1, n\geq 1,$ (b) $V_n\to c(F)$ при $n\to\infty$ с вероятностью 1.

Интервал $I(N_{\gamma,\varepsilon})=(\theta_{N_{\gamma,\varepsilon}}-\varepsilon,\theta_{N_{\gamma,\varepsilon}}+\varepsilon)$ называется доверительным интервалом фиксированной ширины 2ε для $\theta(F)$.

Введем следующие критерии, введённые И.С.Чоу и Г.Роббинсом.

Определение 1. Система доверительных интервалов $I(N_{\gamma,\varepsilon})=(\theta_{N_{\gamma,\varepsilon}}-\varepsilon,\theta_{N_{\gamma,\varepsilon}}+\varepsilon), 0<\gamma<1, \varepsilon>0$ для функционала $\theta(F)$ называется асимптотически состоятельной, если для каждого $0<\gamma<1$ справедливо соотношение $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}P\{\theta(F)\in I(N_{\gamma,\varepsilon})\}\geq\gamma$.

Определение 2. Асимптотически состоятельная система доверительных интервалов $I(N_{\gamma,\varepsilon})=(\theta_{N_{\gamma,\varepsilon}}-\varepsilon,\theta_{N_{\gamma,\varepsilon}}+\varepsilon), 0<\gamma<1, \varepsilon>0$ называется асимптотически эффективной, если для каждого $0<\gamma<1$ справедливо соотношение $\frac{M(N_{\gamma,\varepsilon})}{n_{\gamma,\varepsilon}}\to 1$ при $\varepsilon\to 0$.

Основными задачами последовательного интервального оценивания являются установление условий асимптотической состоятельности $I(N_{\gamma,\varepsilon})$ и асимптотической эффективности $N_{\gamma,\varepsilon}$.

Теорема 1. Пусть выполнено условие (C_2)**.** Тогда для каждого $0<\gamma<1$

(i) $P\{N_{\gamma,\varepsilon}<\infty\}=1$ для каждого $\varepsilon>0$;

(ii) $\frac{N_{\gamma,\varepsilon}}{n_{\gamma,\varepsilon}}\to 1$ при $\varepsilon\to 0$ с вероятностью 1.

Примечание 1. Если условие (C_2) заменим на более слабое условие (C_2^*): (a) $P\{V_n>0\}=1, n\geq 1,$ (b) $V_n \xrightarrow{p} c(F)$ по вероятности при $n\to\infty$, то в утверждении **(ii)** теоремы 1 сходимость будет по вероятности.

Теорема 2. Пусть выполнены условия (C_2^*) и (D_2)**:** $M(V_n^{\delta})<\infty$ для некоторого $\delta>\frac{1}{\alpha-1}$ и $n\geq 1$. Тогда $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}\frac{M\left(N_{\gamma,\varepsilon}\right)}{n_{\gamma,\varepsilon}}=1.$

Теорема 3. Пусть выполнены условия (A_2)**,** (B_2) и (C_2^*)**.** Тогда $I(N_{\gamma,\varepsilon}), 0<\gamma<1, \varepsilon>0$ является асимптотически состоятельной системой доверительных интервалов фиксированной ширины для функционала $\theta(F)$.

Следствие 1. Пусть выполнены условия (A_2)**,** (B_2)**,** (C_2^*) и (D_2). Тогда $I(N_{\gamma,\varepsilon}), 0<\gamma<1, \varepsilon>0$ является асимптотически эффективной системой доверительных интервалов фиксированной ширины для функционала $\theta(F)$.

Во втором параграфе главы на примере статистической оценки производной многомерной плотности вероятности проверены выполнимость общих условий первого параграфа главы. Рассмотрим независимые наблюдения $\xi_1,\xi_2,...,\xi_n$ над m – мерным случайным вектором ξ с неизвестной плотностью вероятности $f(x), x=(x_1,x_2,...x_m)\in R_m$, где R^m m – мерное евклидово пространство с Лебеговой мерой , $m\geq 1$ и $\xi_k=(\xi_{k1},\xi_{k2},...\xi_{km}), 1\leq k\leq n.$

Через $f^{(r)}(x)=\frac{\partial^r f(x_1,x_2,...,x_m)}{\partial^{r_1}x_1\partial^{r_2}x_2\cdots\partial^{r_m}x_m}$, $r_1+r_2+...+r_m=r$ обозначим производную r-порядка плотности вероятности $f(x)$, $r\geq 0,\left(f^{(0)}(x)\equiv f(x)\right)$. В качестве оценки $f^{(r)}(x)$ в точке $x\in R^m$ рассмотрим реккурентную статистику

$$f_n^{(r)}(x)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h_i^{m(r+1)}}K^{(r)}\left(\frac{x-\xi_i}{h_i}\right), \tag{1}$$

где $h_n=n^{-\delta},\delta>0$, $K^{(r)}\left(\frac{x-\xi_i}{h_i}\right)=K^{(r)}\left(\frac{x_1-\xi_{i1}}{h_i},\frac{x_2-\xi_{i2}}{h_i},...,\frac{x_m-\xi_{im}}{h_i}\right)$ и $K^{(r)}(x)=\frac{\partial^r K(x_1,x_2,...,x_m)}{\partial^{r_1}x_1\partial^{r_2}x_2\cdots\partial^{r_m}x_m}$, $r_1+r_2+...+r_m=r$ производная r-порядка положительной и ограниченной функции $K(x), x=(x_1,x_2,...x_m)\in R_m$ $\left(K^{(0)}(x)\equiv K(x)\right)$.

Статистическая оценка (1) допускает разложение

$$f_n^{(r)}(x) = f^{(r)}(x) + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y^{(r)}(x,\xi_i) + Z_n^{(r)}(x),$$

где

$$Y^{(r)}(x,\xi_i) = \frac{1}{h_i^{m(r+1)}} K^{(r)}(\frac{x-\xi_i}{h_i}) - M(\frac{1}{h_i^{m(r+1)}} K^{(r)}(\frac{x-\xi_i}{h_i}))$$

и

$$Z_n^{(r)}(x) = E(f_n^{(r)}(x) - f^{(r)}(x),$$

то есть статистическая модель этого параграфа является частным случаем модели первого параграфа главы, поэтому при доказательстве теорем этого параграфа используется результаты первого параграфа главы. Введем условия:

(A_1): $\int\limits_{R^m} x_i K(x)dx = 0, 1 \le i \le m, \lim\limits_{\|x\|\to\infty} \|x\|^m \left|K^{(r)}(x)\right| = 0$, $\int\limits_{R^m} \left|K^{(r)}(x)\right| dx < \infty,\ r \ge 0.$

(B_1): производная $f^{(r+1)}(x)$ существует.

(C_1): для $\varphi(t) = \int\limits_{R^m} e^{i(t,x)} f(x)dx \quad \int\limits_{R^m} |u|\varphi(u)du < \infty$, для

$$k(t) = \int\limits_{R^m} e^{i(t,x)} K(x)dx \quad \int\limits_{R^m} |k(u)|du < \infty \text{ и } k(s) \le k(s) \text{ при } |t| \le |s|.$$

Обозначим $\alpha = \frac{1-(1+2r)\delta m}{2}$, $\beta = \frac{1}{1+(1+2r)\delta m}$, $k(r) = \int\limits_{R_m} \left|K^{(r)}(x)\right|^2 dx,$

$\lambda = \frac{1}{2}(1-(3+2r)\delta m)$, $\sigma^2(x) = \beta k(r) f(x)$.

Если выполнены условия (A_1), (B_1) и $\frac{1}{(3+2r)m} < \delta < \frac{1}{(1+2r)m}$, то для всех $x \in R_m$ при $n \to \infty$ случайная величина $n^{\alpha}\left(f_n^{(r)}(x) - f^{(r)}(x)\right)$ асимптотически нормальна со средним 0 и дисперсией $\sigma^2(x)$. Используя это, неизвестную $f^{(r)}(x)$ последовательно оценим интервалом фиксированной ширины.

Для уровня значимости $0 < \gamma < 1$ находим квантиль $a_\gamma = \Phi^{-1}\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)$, здесь $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$.

Когда дисперсия $\sigma^2(x)$ известна, используя квантиль a_γ и число $\varepsilon > 0$ введем момент остановки

$$n(\varepsilon, f) = \min\left(n \ge 1 : n \ge \left(\frac{a^2\sigma^2(x)}{\varepsilon^2}\right)^{\frac{1}{2\alpha}}\right).$$

Когда дисперсия $\sigma^2(x)$ неизвестна введем случайный момент остановки

$$N_\varepsilon = \min\left(n \ge 1 : n \ge \left(\frac{a^2\sigma_n^2(x)}{\varepsilon^2}\right)^{\frac{1}{2\alpha}}\right) \tag{2}$$

и доверительный интервал $\left(f_{N_\varepsilon}^{(r)}(x)-\varepsilon,\, f_{N_\varepsilon}^{(r)}(x)+\varepsilon\right)$ фиксированной ширины 2ε, здесь $\sigma_n^2(x)=\beta k(r)f_n(x)$ и $f_n(x)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h_i^m}K\left(\frac{x-\xi_i}{h_i}\right)$ статистическая оценка неизвестной плотности вероятности $f(x)$.

Теорема 4. Если выполнены условия (C_1) и $0<\delta<\frac{1}{(1+2r)m}$, тогда для случайного момента остановки (2) справедливы утверждения:

1) Для любого $\varepsilon>0$ $P\{N_\varepsilon<\infty\}=1$;

2) $\frac{N_\varepsilon}{n(\varepsilon,f)}\to 1$ при $\varepsilon\to 0$ с вероятностью один.

Теорема 5. Если выполнены условия (A_1), (B_1), (C_1) и $\frac{1}{(3+2r)m}<\delta<\frac{1}{(1+2r)m}$, тогда для всех $x\in R_m$ $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}P\left\{f^{(r)}(x)\in\left(f_{N_\varepsilon}^{(r)}(x)-\varepsilon,\, f_{N_\varepsilon}^{(r)}(x)+\varepsilon\right)\right\}\geq\gamma$, то есть доверительный интервал фиксированной ширины $\left(f_{N_\varepsilon}^{(r)}(x)-\varepsilon,\, f_{N_\varepsilon}^{(r)}(x)+\varepsilon\right)$ является асимптотически состоятельным.

В третем параграфе главы в отличии от предыдуших двух параграфов статистическую оценку функции регрессии нельзя разложить на сумму, приведённую в первом параграфе главы. Поэтому методы последовательного интервального оценивания функции регрессии отличается от методов предыдущих двух параграфов этой главы и основывается на асимптотические свойства реккурентной оценки функции регрессии, построенной по выборке случайного объёма.

В четвёртом параграфе главы, названном **«Интервальное оценивание функционалов от неизвестных функций распределений по зависимым наблюдениям»,** изучены задачи последовательного интервального оценивания, когда элементы выборки являются зависимыми.

В четвёртом параграфе главы, в отличии от первого параграфа главы, не требуется от элементов выборки $\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n$ независимость и в условии (A_2) первого параграфа главы предельная случайная величина является нормально распределенной. Построены доверительные интервалы фиксированной ширины и моменты остановки, получены общие условия их асимптотической состоятельности и асимптотической эффективности аналогичные условиям теорем 1-3.

В пятом параграфе главы на примере последовательного интервального оценивания плотности вероятности асимптотически некоррелированного случайного процесса проверены выполнимость общих условий четвёртого параграфа главы.

Рассмотрим на вероятностном пространстве (Ω, Ғ, P) строго стационарный случайный процесс $\xi_n, n\in Z=\{...,-1,0,1,...\}$. Для целых чисел $k<m$ через $\Im_k^m$ обозначим σ - алгебру событий, порождённых сл. вел. $\xi_k,...,\xi_m$. Пусть $L^2(\Im_k^m)$ - Гильбертово пространство $\Im_k^m$ - измеримых функций с конечными вторыми моментами.

Определение 3. Стационарный случайный процесс $\xi_n, n\in Z$ называется асимптотически некоррелированным если $c(n)=\sup\frac{M(gh)}{\sqrt{M(g^2)M(h^2)}}\to 0$ при $n\to\infty$, где супремум берётся по всем $g\in L^2(\Im_{-\infty}^n)$ и $h\in L^2(\Im_n^\infty)\,(n\geq 1)$, для которых $M(g)=M(h)=0$.

Через $f(x_1,x_2,...,x_k)$ обозначим совместную плотность вероятности случайного вектора $(\xi_0,\xi_1,...,\xi_{k-1})$, которую будем называть плотностью вероятности k- порядка асимптотически некоррелированного случайного процесса $\xi_n, n\in Z$. Предположим, что маргинальная плотность вероятности, то есть плотность вероятности 1- порядка $f(x), x\in(-\infty,\infty)$ неизвестна. Для оценки плотности вероятности $f(x)$ рассмотрим рекуррентную оценку

$$f_n(x)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h(i)}K\left(\frac{x-\xi_i}{h(i)}\right)=\frac{n-1}{n}f_{n-1}(x)+\frac{1}{nh(n)}K\left(\frac{x-\xi_n}{h(n)}\right), \tag{3}$$

здесь $h(n)=n^{-\beta}$, 0 < β < 1, $K(x)-$ ограниченная плотность вероятности такая, что $|x|K(x)\to 0$ при $|x|\to\infty$. Оценка (3) допускает разложение

$$f_n(x)=f(x)+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Y(K,\xi_i)+Z_n\,,$$

где $Y(K,\xi_i)=\frac{1}{h(i)}K\left(\frac{x-\xi_i}{h(i)}\right)-M\left(\frac{1}{h(i)}K\left(\frac{x-\xi_i}{h(i)}\right)\right), 1\leq i\leq n$ и $Z_n=M\left(f_n(x)\right)-f(x)$.

Введем условия:

(F_1): 1. Случайный процесс $\xi_n, n\in Z$ имеет ограниченные плотности вероятности до третьего порядка включительно;

2. $f(x)\neq 0, |f(x+h)-f(x)|\leq L|h|, x\in R_1, h\in R_1, L-$ положительная постоянная;

3. $c(n)=O(n^{-2-\delta})$ при $n\to\infty$, δ> 0;

(G_1): $k_1=\int\limits_{-\infty}^{\infty}|u|K(u)du<\infty$, $k_2=\int\limits_{-\infty}^{\infty}K^2(u)du<\infty$;

(H_1): $\frac{1}{3}<\beta<\frac{\delta}{3}$.

Если выполнены условия (F_1), (G_1), (H_1), то при $n\to\infty$ распределение случайной величины $n^{\frac{1-\beta}{2}}(f_n(x)-f(x))$ стремится к нормальному распределению со средним 0 и дисперсией $\sigma^2(x)=\frac{k}{1+\beta}f(x)$. Используя это, неизвестную плотность $f(x)$ последовательно оценим интервалом фиксированной ширины.

Для уровня значимости $0<\gamma<1$ находим квантиль $a_\gamma = \Phi^{-1}\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)$, здесь $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$.

Когда дисперсия $\sigma^2(x)$ известна, используя квантиль a_γ и число $\varepsilon > 0$ введем момент остановки

$$n_\varepsilon = \min\left(n \geq 1 : n \geq \left(\frac{a^2\sigma^2(x)}{\varepsilon^2} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} \right).$$

Когда дисперсия $\sigma^2(x)$ неизвестна введем случайный момент остановки

$$N_\varepsilon = \min\left(n \geq 1 : n \geq \left(\frac{a^2 k}{\varepsilon^2(1+\beta)} f_n(x) \right)^{\frac{1}{1-\beta}} \right), \qquad (4)$$

и доверительный интервал $I(N_\varepsilon) = \left(f_{N_\varepsilon}(x) - \varepsilon, f_{N_\varepsilon}(x) + \varepsilon \right)$, фиксированной ширины 2ε.

Теорема 6. Если выполнено условие (F_1) и 0 < β $<\frac{1}{2}$, то для случайного момента остановки, определенного в (4), справедливы соотношения:

1) для любого ε > 0 $P\{N_\varepsilon < \infty\} = 1$;
2) $\frac{N_\varepsilon}{n_\varepsilon} \to 1$ с вероятностью 1 при $\varepsilon \to 0$;
3) $\lim\limits_{\varepsilon\to 0} \frac{M(N_\varepsilon)}{n_\varepsilon} = 1.$

Теорема 7. Пусть выполнены условия (F_1), (G_1) и (H_1). Тогда

1) $\sigma^{-1} N_\varepsilon^{\frac{1-\beta}{2}} \left(f_{N_\varepsilon}(x) - f(x) \right) \xrightarrow{D} N(0,1)$ при $\varepsilon \to 0$ сходится по распределению;
2) $\lim\limits_{\varepsilon\to 0} P\left(f(x) \in I(N_\varepsilon) \right) \geq \gamma$.

Следствие 2. Пусть выполнены условия (F_1), (G_1) и $\frac{1}{3}<$ β $<\min\left(\frac{1}{2}, \frac{\delta}{3}\right)$. Тогда момент остановки (4) асимптотически эффективен.

Третья глава **«Последовательное нопараметрическое точечное оценивание по функциям потерь общего вида»** посвящена исследованию задачи непараметрического последовательного точечного оценивания по функциям потерь общего вида. В первом параграфе главы приведены общие условия, обеспечивающие свойство быть оценкой с асимптотически минимальным риском для оценок достаточно широкого класса функционалов от неизвестной функции распределения и для функций потерь общего вида. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ независимые случайные величины с неизвестной функцией распределения $F \in \mathrm{F}$, где F семейство функция распределений, удовлетворяющих определенным условиям регулярности. Для оценки функционала $\theta(F)$ от функции распределения $F(x)$ рассмотрим статистику $\theta_n = \theta_n(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$ и обозначим через $\alpha_n = \alpha_n(F) = |\theta_n - \theta(F)|$ абсолютную погрешность оценивания. Пусть также $\varphi(y), y \geq 0$ положительная, возрастающая функция с $\varphi(0) = 0$ и ε стоимость единицы выборки.

Определение 4. Величина $L_n = L_n(\varepsilon, F) = \varphi(\alpha_n) + \varepsilon \cdot n$ называется функцией потерь и её математическое ожидание $R_n(\varepsilon, F) = M(L_n(\varepsilon, F)) = \beta_n(F) + \varepsilon \cdot n$ называется функцией риска оценивания $\theta(F)$ статистикой $\theta_n = \theta_n(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$.

Введем условие

(A_3): Для всех $n \geq 1$ математическое ожидание $\beta_n(F) = M(\varphi(\alpha_n))$ существует, убывает по n и $\lim\limits_{n\to\infty} \beta_n(F) = 0$.

Определение 5. Если для $\theta_n = \theta_n(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$ оценки существует такое оптимальное значение $n_0 = n_0(\varepsilon, F)$, что функция риска будет иметь минимальное значение $R_{n_0}(\varepsilon, F) = \inf\limits_{n \geq n_0} R_n(\varepsilon, F)$, то оценка $\theta_n = \theta_n(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$ называется оценкой минимального риска, оптимальное значение $n_0 = n_0(\varepsilon, F)$ называется оптимальным объёмом выборки.

Здесь следует отметить, что при общем виде функции потерь функция риска явно не выражается через n . В этом случае для того, чтобы найти минимум по n функции риска введем условие, определяющее скорость убывания к нулю математического ожидания $\beta_n(F)$.

(B_3): Существуют такие постоянные $0 < m \leq 1$ и $0 < \beta_0(F) < \infty$, $F \in \mathrm{F}$, что $n^m \beta_n(F) \to \beta_0(F)$ при $n \to \infty$.

Заметим, что если функция потерь линейная, то есть $\varphi(y) = y$, то условие (B_3) выполняется при $m = \frac{1}{2}$ и если функция потерь квадратичная, то есть $\varphi(y) = y^2$, то условие (B_3) выполняется при $m = 1$. Из условия (B_3) получаем соотношение $R_n(\varepsilon, F) = \beta_n(F) + \varepsilon \cdot n \cong n^{-m} \beta_0(F) + \varepsilon \cdot n$ при $n \to \infty$, где символ $a_n \cong b_n$ означает $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ и называется символом асимптотического равенства. Через $R_n^*(\varepsilon, F) = n^{-m} \beta_0(F) + \varepsilon \cdot n$ обозначим функцию риска, асимптотически равную функции риска $R_n(\varepsilon, F)$. В случае неявной зависимости функции риска от n через функцию потерь общего вида задача нахождения минимума функции риска $R_{n_0}(\varepsilon, F)$ и оптимального значения объёма выборки n_0 является актуальной, но достаточно сложной. Поэтому определяя скорость сходимости к нулю величины $\beta_n(F)$ в условии (B_3), находим функцию риска $R_n^*(\varepsilon, F)$ асимптотически эквивалентную функции риска$R_n(\varepsilon,F)$. Преимущество такого метода состоит в появлении возможности, вычисляя производную асимптотически эквивалентной функции риска $R_n^*(\varepsilon,F)$, найтиоптимальное значение n_0 и минимума функции риска $R_n^*(\varepsilon,F)$.

Определение 6. Если для оценки $\theta_n=\theta_n(\xi_1,\xi_2,...,\xi_n)$ существует такое значение $n_0=n_0(\varepsilon,F)$, что выполняется соотношение $R_{n_0}^*(\varepsilon,F)=\min\limits_{n\ge1}R_n^*(\varepsilon,F)$, то $R_n(\varepsilon,F)$ называется асимптотически минимальной функцией риска, авеличина $n_0=n_0(\varepsilon,F)$ называется асимптотически оптимальным объёмом выборки.

Лемма 1. Если выполнены условия (A_3) и (B_3), то асимптотически оптимальный объём выборки равен

$$n_0=n_0(\varepsilon,F)=\min\left(n\ge1:n\ge\left(\frac{m\beta_0(F)}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{m+1}}\right) \qquad (5)$$

и минимальное значение функции риска $R_n^*(\varepsilon,F)=n^{-m}\beta_0(F)+\varepsilon\cdot n$ равно

$$R_{n_0}^*(\varepsilon,F)=\left(\varepsilon^m\left(m+m^{-m}\right)\beta_0(F)\right)^{\frac{1}{1+m}}$$

В определениях оптимального объёма выборки $n_0=n_0(\varepsilon,F)$ и минимального значения функции риска $R_{n_0(\varepsilon,F)}^*(\varepsilon,F)$ участвует функционал $\beta_0(F)$ от неизвестной функции распределения F, поэтому необходимо оценить $\beta_0(F)$. Предположим, что существует состоятельная положительная статистическая оценка $b_n=b_n(\xi_1,\xi_2,...,\xi_n)$ для $\beta_0(F)$, удовлетворяющая условию

(C_3) **:**существуют число $\alpha>m+\gamma$ и целое число n_0 такие, что для любого $\delta>0$ и $n\ge n_0$ $P\left\{|b_n-\beta_0(F)|\ge\delta\right\}\le\frac{c(\alpha,\delta)}{n^{1+\alpha}}$, где $0<c(\alpha,\delta)<\infty$ постоянная.

В (5) меняя $\beta_0(F)$ на его оценку b_n, определим момент остановки $N(\varepsilon)$

$$N(\varepsilon)=\min\left(n\ge1:n>\left(\frac{mb_n}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{m+1}}\right)=\min\left(n\ge1:n^{m+1}>\frac{mb_n}{\varepsilon}\right). \qquad (6)$$

Теорема 8. Если выполнены условия (A_3)**,** (B_3) и(C_3)**,** то для случайного момента остановки (6) справедливы следующие утверждения:

1) Для любого $\varepsilon>0$ $P\{N(\varepsilon)<\infty\}=1$;

2) $\frac{N(\varepsilon)}{n_0(\varepsilon,F)}\to1$ с вероятностью 1 при $\varepsilon\to0$.

Теорема 9. Если выполнены условия (A_3)**,** (B_3) и

(D_3)**:** $M(b_n^\delta)<\infty$ для некоторого $\delta>\frac{1}{m+1}$ и $n\ge1$, то $\lim\limits_{\varepsilon\to0}\frac{E(N(\varepsilon))}{n_0(\varepsilon,F)}=1.$

Во втором и третьем параграфах главы общие условия (A_3), (B_3), (C_3), (D_3) проверены при последовательном точечном оценивании неизвестной функции распределения и неизвестной характеристической функции. В четвёртом параграфе главы доказан принципа инвариантности для эмпирического характеристического процесса, построенного по выборке случайного объёма и получены оценки скорости сходимости в нём. На вероятностном пространстве (Ω, F, P) рассмотрим случайную величину ξ с функцией распределения $F(x), x \in R_1 = (-\infty, +\infty)$ и характеристической функцией $c(t) = M\exp(it\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(itx)\,dF(x), i = \sqrt{-1}$, $T_1 \le t \le T_2, T_1 \in R_1, T_2 \in R_1$. Пусть $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ выборка объёма n из независимых, одинаково распределенных с ξ случайных величин и $c_n(t) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \exp(it\xi_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(itx)\,dF_n(x)$ эмпирическая характеристическая функция, где $F_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} I(\xi_k < x), x \in R_1$.

Введем эмпирический характеристический процесс $Y_n(t) = \sqrt{n}\left(c_n(t) - c(t)\right), T_1 \le t \le T_2, T_1 \in R_1, T_2 \in R_1$ и комплексное случайное поле $Y_n(t,s) = \frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{k=1}^{[ns]} a_k(t), (t,s) \in [T_1,T_2] \times R_1^+$, $R_1^+ = (0,\infty)$, где $a_k(t) = \exp(it\xi_k) - c(t)$. Нетрудно проверить, что

$$Y_n(t,1) = Y_n(t)\ \ E(Y_n(t,s)) = 0,\ E(Y_n(t_1,s_1)Y_n(t_2,s_2)) = \frac{1}{n}\min([ns_1],[ns_2])(c(t_1+t_2) - c(t_1)c(t_2)).$$

Пусть $c(t) = R(t) + iP(t)$ и $Z(t,s), (t,s) \in [T_1,T_2] \times R_1^+$ комплексное Гауссовское случайное поле такое, что $Z(t,1) = Z(t), Z(t,s) = Z(-t,s)$, $E(Z(t,s)) = 0$, $Z(t,s) = U(t,s) + iV(t,s)$, $\operatorname{cov}(U(t_1,s_1)U(t_2,s_2)) = A(t_1,t_2)\min(s_1,s_2)$, где $A(t_1,t_2) = \frac{1}{2}[R(t_1+t_2) + R(t_1-t_2)] - R(t_1)R(t_2)$, $\operatorname{cov}(U(t_1,s_1)V(t_2,s_2)) = B(t_1,t_2)\min(s_1,s_2)$, где $B(t_1,t_2) = \frac{1}{2}[P(t_1+t_2) + P(t_1-t_2)] - R(t_1)P(t_2)$, $\operatorname{cov}(V(t_1,s_1)V(t_2,s_2)) = C(t_1,t_2)\min(s_1,s_2)$, где $C(t_1,t_2) = \frac{1}{2}[-R(t_1+t_2) + R(t_1-t_2)] - P(t_1)P(t_2)$.

Пусть $\{N_n, n \ge 1\}$ последовательность целочисленных, неотрицательных случайных величин. По выборке $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_{N_n}$ случайного объёма N_n построим эмпирический характеристический процесс $Y_{N_n}(t), T_1 \le t \le T_2, T_1 \in R_1, T_2 \in R_1$ и обозначим через $C[T_1,T_2]$ Банахово пространство непрерывных функций, определенных на $[T_1,T_2]$ с супремум нормой.

Теорема 10. Если выполнено условие

$$\left(\frac{N_n}{n}, Y_n(t,s)\right), (t,s) \in [T_1,T_2] \times R_1^+, \Rightarrow \left(N, Z(t,s)\right), (t,s) \in [T_1,T_2] \times R_1^+,$$

при $n \to \infty$, где N с вероятностью 1 положительная случайная величина, тогда для любого функционала $f(u)$ из $C[T_1, T_2]$ $f\left(Y_{N_n}(t)\right) \Rightarrow f\left(N^{-\frac{1}{2}} Z(t, N)\right)$ при $n \to \infty$.

Для получения оценки скорости сходимости в предельной теореме 10 введем условие

$(I_1): P\left\{\left|\frac{N_n}{n} - 1\right| \geq \delta_n\right\} \leq \gamma_n$, где последовательности чисел δ_n и γ_n такие, что $\delta_n \to 0$ и $\gamma_n \to 0$ при $n \to \infty$.

Теорема 11. Если $F(a) = 0, F(b) = 1$, $-\infty < a < b < +\infty$ и выполнено условие (I_1), то в рассматриваемом вероятностном пространстве (Ω, Ϝ, P) существует последовательность Гауссовских процессов $\{Z_n(t), n \geq 1\}$ одинаково распределенных с $Z(t)$, что

$$P\left\{\sup_{T_1 \leq t \leq T_2} \left|Y_{N_n}(t) - Z_n(t)\right| \geq \varepsilon_n\right\} \leq L n^{c\lambda} \exp\left\{-\frac{\lambda \varepsilon_n \sqrt{n}}{6d \ln n}\right\} + A \exp\left\{-\frac{\varepsilon_n^2}{540 d^2 \delta_n^2}\right\} +$$

$$+ \frac{c}{\delta_n} \exp\left\{-\frac{\varepsilon_n^2}{108 d^2 \delta_n}\right\} + \gamma_n,$$

где c, L, λ, A абсолютные постоянные и $d = \sup_{T_1 \leq t \leq T_2} \underset{a \leq x \leq b}{Var} \exp(itx)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию асимптотических задач последовательного статистического оценивания, которое состоит из последовательного интервального оценивания и последовательного точечного оценивания.

Основные результаты состоят из следуюшего:

1.По независимым и зависимым наблюдениям построены доверительные интервалы фиксированной ширины и моменты остановки, получены условия их асимптотической состоятельности и асимптотической эффективности для функционалов от неизвестной функции распределения.

2.Для статистической оценки производной многомерной плотности вероятности и непараметрической оценки плотности вероятности асимптотически некоррелированного случайного процесса проверены выполнимость полученных условий. Основываясь на асимптотические свойства рекуррентной оценки функции регрессии, построенной по выборке случайного объёма, решена задача последовательного интервального оценивания функции регрессии.

3.Исследованы задачи непараметрического последовательного точечного оценивания по функциям потерь общего вида и найдены условия, обеспечивающие свойство быть оценкой с асимптотически минимальным риском для оценок функционалов от неизвестной функции распределения и для функций потерь общего вида. Полученные условия проверены при последовательном точечном оценивании неизвестной функции распределения и неизвестной характеристической функции.

4.Доказан принцип инвариантности для эмпирического характеристического процесса, построенного по выборке случайного объёма и получена оценка скорости сходимости в нём.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 AT V.I.ROMANOVSKIY INSTITUTE OF MATHEMATICS

TASHKENT BRANCH OF MOSCOW STATE UNIVERSITY

RAKHIMOVA GULNOZA GAFUROVNA

ASYMPTOTIC PROBLEMS OF SEQUENTIAL NONPARAMETRIC ESTIMATION

01.01.05 – Probability theory and mathematical statistics

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOFHY (PhD)
ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent – 2022

The theme of thesis of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2022.1.PhD/FM198.

Thesis has been prepared at Institute of Mathematics named after V.I.Romanovskiy.

The abstract of the thesis is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (summary)) on the website http://kengash.mathinst.uz and in the website of «ZiyoNet» Information and educational portal http://www.ziyonet.uz/.

Scientific supervisor:	**Abdushukurov Abdurakhim Akhmedovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Imomov Azam Abdurakhimovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Docent
	Sagidullayev Kholmirza Saparbayevich Candidat of Physical and Mathematical Sciences, Docent
Leading organization:	**Namangan Engineering and Construction Institute**

Defense will take place “ 7 ” June 2022 at 16:00 at the meeting of Scientific Council number Dsc.02/30.12.2019.FM.86.01 at Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy. (Address: University str. 9, Almazar area, Tashkent city, 100174, Uzbekistan, Ph.: (99871) 207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz)

Dissertation is possible to review in Infarmation-resource centre at Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky AS RUz(is registered № 137). Address: University str. 9,Tashkent, Uzbekistan, 100174, tel: 99871-207-91-40

Abstract of dissertation sent out on “ 23 ” May 2022 year
(Mailing report № 2 on “ 24 ” May 2022 year)

U.A.Rozikov
Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
DSc., professor

J.K.Adashev
Scientific secretary of Scientific
Council on award of scientific degrees,
DSc., Senior researcher

Ya.M.Khusanbayev
Deputy Chairman of Scientifi
seminar under Scientific Council on
award of scientific degrees, DSc., docent

INTRODUCTION (abstract of the PhD thesis)

The aim of the work is to study the asymptotic properties of stopping times and confidence intervals of fixed width in sequential nonparametric interval and a point estimation for a wide class of functionals of an unknown distribution function.

The research objects are asymptotically effective stopping times and consistent confidence intervals of a fixed width of multidimensional probability density and its derivatives, regression functions and the probability density of an asymptotically uncorrelated process.

Scientific novelty of the research work consists of the followings:

methods for constructing the moments of stops, fixed-width confidence intervals, and minimum estimation risk functions have been developed;

asymptotic efficiency of stopping times and consistency of confidence intervals have been proved;

estimates of the convergence rate have been found in the principle of invariance for an empirical characteristic process.

the asymptotic properties of fixed-width confidence intervals of the derivative of the multivariate probability density, the regression function, and the density function of an asymptotically uncorrelated random process have been studied.

Implementations of the research results. The results obtained in the dissertation were practically applied in the following areas:

Implicating the fixed-width reliability intervals and their properties were used by «KAFOLAT Insurance Company» to reduce the insurance risk on types of insurance and insurance products (reference of the Tashkent branch of JSC «KAFOLAT Insurance Company» dated October 29, 2020 No. 01–985/985). The application of the scientific result allowed to more accurately calculate insurance risks, reduce insurance costs by type of insurance and insurance products;

The possibility to reduce the range of insurance tariffs by types and products of insurance by determining the risk of insurance more accurately. stopping times and fixed-width confidence intervals found in sequential non-parametric interval estimation of functionals from an unknown distribution function were used for the statistical estimation of unknown parameters using a copula of functions in the fundamental project Yo-F4-07 «Statistical estimation and testing of hypotheses using a copula of functions» (Reference No. 04 / 11-1405 dated March 11, 2022 of the National University of the Republic of Uzbekistan). The use of these materials of the scientific results of the dissertation made it possible to keep the confidence level unchanged while reducing the width of the fixed-width confidence intervals in the sequential interval estimation of unknown parameters using the copula of functions;

the use of fixed-width confidence intervals and asymptotically efficient stopping times found for functionals of an unknown distribution function for solving practical M-estimation problems from incomplete data, studied in the fundamental project OT-F-4-40 «Investigations of the asymptotic properties of integral empirical processes indexed by the class measurable functions» (Reference

No. 04/11-1406 dated March 11, 2022 of the National University of the Republic of Uzbekistan), allowed to obtain a required confidence level to significantly reduce the width of the confidence intervals used in the project;

The structure and volume of the thesis. The thesis consists of an introduction, three chapters, conclusion and the list of used literature. The full volume of the thesis is 83 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙҲАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (1 часть; part 1)

1. Рахимова Г. Г. Последоватеельное непарметрическое оценивание интервалами фиксированной ширины // Бюллетень института Математики. –2018. № 2. –С.16-21. (01.00.00, №17).
2. Rakhimova G. G. Application of limit theorems for superposition of random functions to sequential estimation // Stochastic Processes and Applications. Chapter 7, 148-154. Springer, Proceedings in Mathematics & Statistics, 271, Springer, Cham, 2018. (3. Scopus. IF=0.44).
3. Rakhimova G. G. Sequential estimation by intervals of a fixed width of the asymptotic variance of rank estimates of the shift parameter // Bulletin of National University of Uzbekistan: Mathematics and Natural Sciences. –2020. – Vol. 3(1). – P. 86-97. (01.01.05, №8).
4. Рахимова Г. Г. Непараметрическое интервальное оценивание многомерной плотности вероятности и её производных // Научный вестник Наманганского Государственного Университета. –2020. №1. – С. 46-52. (01.01.05, №14).
5. Абдушукуров А.А., Рахимова Г. Г. Асимптотические задачи последовательного «интервального и точечного оценивания // «Заводская лаборатория», Диагностика материалов. Сер. Математические методы исследования. –2020. № 7. Том 86. – С. 72-80. (3. Scopus. IF=0.239).
6. Рахимова Г. Г. Асимптотические свойства эмпирического характеристического процесса, построенного по выборке случайного объёма // Бюллетень института Математики. – 2020. № 5. – С. 48-52. (01.00.00, №17).

II бўлим (ЧастьII, PartII)

7. Рахимова Г. Г. Асимптотическое поведение эмпирической характеристической функции, построенной по выборке случайного объёма // Ўзбекистон Миллий университетининг 96 йиллигига бағишланган «Математика, механика ва информатика фанларининг ривожида истеъдодли ёшларнинг ўрни» номли илмий амалий семинари тезислари туплами. Тошкент. 22–23 апрель 2014. – С. 121-122.
8. Rakhimova G. G. Nonparametric interval estimation of the multivariate probability density function and its derivatives // Proceedings of the International Workshop «Applied Methods of Statistical Analysis», AMSA–2017. – Krasnoyarsk. 18–22 September 2017. – P. 149-151.
9. Рахимова Г. Г. Асимптотические задачи последовательного интервального и точечного оценивания // Материалы республиканской

научно-практической конференции «Статистика и её применения». Ташкент. 19-20 октября 2017. – С. 138-153.

10. Рахимова Г. Г. Силжиш параметри учун ранг баҳонинг асимптотик дисперсиясини кетма-кет баҳолашда яқинлашиш тезлиги ҳақида // «Ёш олимлар тадқиқотларида инновацион ғоялар ва технологияларнинг ўрни» номли Олий ва урта махсус таълим вазирлиги миқёсида ўтказилган илмий-амалий анжуман материаллари. Тошкент. 27 апрель 2018 й. –С.108–111.
11. Рахимова Г. Г. Асимптотическое поведение эмпирического процесса, построенного по выборке случайного объёма // Тезисы докладов республиканской научно-практической конференции с участием зарубежных женщин-учёных «Актуальные проблемы математики и механики – CAWMA– 2018». Хива. 25–26 октября 2018 г. – С. 65-66.
12. Рахимова Г. Г. Последовательное непараметрическое оценивание интервалами фиксированной ширины функции регрессии // Тезисы докладов научной конференции «Новые теоремы молодых математиков-2018». Наманган. 18–19 октября 2018 г. – С. 29-30.
13. Рахимова Г. Г. Асимптотические свойства моментов остановок при последовательном точечном оценивании функционалов от неизвестной функции распределения // Материалы республиканской научной конференции «Современные проблемы теории вероятностей и математической статистики». Ташкент. 30 апреля–1 мая 2019 г. – С. 58-61.
14. Рахимова Г. Г. Асимптотические задачи последовательного точечного оценивания функционалов от неизвестной функции распределения // Труды республиканской научно-практической конференции «Статистика и её применения». Ташкент. 17–18 октября 2019 г. – С. 232-238.
15. Рахимова Г. Г. Асимптотическое поведение эмпирического характеристического процесса, построенного по выборке случайного объёма // Тезисы докладов Международной научной конференции на тему «Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики». Фергана. 12–13 марта 2020 г. том II. – С. 76-78.
16. Рахимова Г. Г. Последовательное интервальное оценивание функционалов от неизвестной функции распределения // Материалы Научной Конференции «Современные проблемы Стохастического анализа», посвящённой 100 летию академика С.Х.Сираждинова. 21–22 сентября 2020 г.Тошкент. – С. 222-225.

Автореферат «Ўзбекистон математика журнали» таҳририятида 2022 йил
6 майда таҳрирдан ўтказилди.

Босмахона лицензияси:

9338

Бичими: 84x60 $^{1}/_{16}$. «Times New Roman» гарнитураси.
Рақамли босма усулда босилди.
Шартли босма табоғи: 3,5. Адади 100 дона. Буюртма № 35/22.

Гувоҳнома № 851684.
«Tipograff» МЧЖ босмахонасида чоп этилган.
Босмахона манзили: 100011, Тошкент ш., Беруний кўчаси, 83-уй.