**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

---

**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ**

**ЖЎРАЕВ РУСТАМ МЕҲРИДДИНОВИЧ**

# $G$-СИММЕТРИК ДАРАЖАЛИ ФАЗОЛАРНИНГ КАРДИНАЛ ВА ТОПОЛОГИК ХОССАЛАРИ

**01.01.04 - Геометрия ва топология**

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

**Тошкент–2022**

**УДК: 517.98**

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси**

**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences**

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

---

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

ЖЎРАЕВ РУСТАМ МЕҲРИДДИНОВИЧ

# $G$-СИММЕТРИК ДАРАЖАЛИ ФАЗОЛАРНИНГ КАРДИНАЛ ВА ТОПОЛОГИК ХОССАЛАРИ

**01.01.04 - Геометрия ва топология**

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

Тошкент–2022

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2021.1.PhD/FM565 рақам билан рўйхатга олинган.**

Диссертация Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (www.ik-fizmat.nuu.uz) ва «ZiyoNet» таълим ахборот тармоғида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

| | |
|---|---|
| **Илмий раҳбар:** | **Бешимов Рўзиназар Бебутович**<br>физика-математика фанлари доктори, доцент |
| **Расмий оппонентлар:** | **Заитов Адилбек Атаханович**<br>физика-математика фанлари доктори, профессор |
| | **Рахимов Абдугофур Абдумажидович**<br>физика-математика фанлари доктори, профессор |
| **Етакчи ташкилот:** | **Низомий номидаги Тошкент давлат педагогика университети** |

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2022 йил «23» 08 соат 12[00] даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+998 71) 227 12 24, факс: (+998 71) 246 53 21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (92 рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+998 71) 246 02 24).

Диссертация автореферати 2022 йил «9» 08 куни тарқатилди.
(2022 йил «9» 08 даги 2 рақамли реестр баённомаси).

O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

**А.Садуллаев**
Илмий даражалар берувчи
Илмий кенгаш раиси,
ф.-м.ф.д., академик

**Н.К.Мамадалиев**
Илмий даражалар берувчи
Илмий кенгаш илмий котиби,
ф.-м.ф.ф.д. (PhD)

**А.Я.Нарманов**
Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш қошидаги Илмий
семинар раиси, ф.-м.ф.д., профессор

## КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

**Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати.** Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда $G$-симметрик даражали фазолар ва ковариант функторлар назарияси масалаларини тадқиқ қилишга келтирилади. $G$-симметрик даражали функторнинг топологик фазолар кардинал сонларини сақлаши инвариантлар назариясида муҳим аҳамиятга эга. Симметрик даражали фазоларнинг кардинал ва топологик хоссалари алгебраик ва дифференциал топология масалаларини ечишда муҳим рол ўйнайди. Шунингдек, дифференциал топология ва гомология масалаларининг турли моделларини яратишда ўз талқинига эга бўлганлиги сабабли, симметрик даражали фазоларнинг кардинал инвариантлари назарияси бўйича олинган натижалар ҳам назарий, ҳам тадбиқий жиҳатдан аҳамиятли ва замонавий математиканинг долзарб йўналишларидан ҳисобланади.

Ҳозирги кунда жаҳонда симметрик даражали фазоларнинг кардинал инвариантларини таққослаш, кардинал инвариантлар ва ковариант функторлар назарияси масалаларини ечиш замонавий топологиянинг долзарб масалаларидан бири ҳисобланади. $G$-симметрик даражали фазоларнинг зичлиги, салмоғи, характери, локал суст зичлиги каби кардиналларини тадқиқ қилиш муҳим аҳамият касб этмоқда. Бу борада: берилган фазо ва унинг симметрик даражали фазосининг кардиналларини таққослаш; кардинал инвариантларнинг тенг бўлиш шартларини топиш; ундан ташқари симметрик даражали фазоларнинг «равномер» структураси ҳақидаги масалалари мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда, айниқса кейинги йилларда фундаментал фанлар, жумладан илмий ва амалий тадбиқига эга бўлган геометрия ва топологиянинг долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилди. Жумладан, охирги йилларда топологик фазоларнинг кардинал инвариантлари ва функторлар назарияси масалаларини ўрганишга алоҳида эътибор қаратилди. Симметрик даражали фазоларнинг топологик, геометрик ва кардинал хоссалари сақланишига оид салмоқли натижаларга эришилди. "Геометрия ва топология фанларининг устувор йўналишлари бўйича ҳалқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари" этиб белгиланди[1]. Бу борада алгебра ва функционал анализ масалаларини хал этишда симметрик даражали функторлар назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга ҳисобланади.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги № ПФ-4947 "Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантриш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисидаги" Фармони, 2017 йил 17 февралдаги № ПҚ-2789-сон «Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш,

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги "Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида"ги 292-сонли қарори.

бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги, 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909-сон «Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2018 йил 27 апрелдаги № ПҚ-3682 “Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойиҳаларни амалиётга жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисидаги” қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

**Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига боғлиқлиги.** Диссертация республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

**Муаммонинг ўрганилганлик даражаси.** Топологик фазолар ва уларнинг акслантиришлари категориясида таъсир қилувчи ковариант функторларни тадқиқ қилиш топология математиканинг алоҳида соҳаси сифатида ажралиб чиққан пайтлардаёқ бошланган. Компактлар категориясида ҳаракатланувчи ковариант функторларнинг классик намунаси сифатида пайдо бўлишига Хаусдорф ва Виеторислар номлари билан боғлиқ бўлган экспоненциал операция функтори хизмат қилади. Е.В.Шепин илмий ишларида ковариант функторларнинг залворли ва кенг қамровли назарияси яратилган. У функторларнинг қатор табиий ва кенгроқ аҳамият касб этувчи хоссаларини ажратиб кўрсатган ҳамда нормал функтор тушунчасини киритган.

А.А.Заитов $O$ – тартибни сақловчи суст аддитив нормаланган функционаллар функторини $O\circ\beta: Tych \to Comp$ функторгача давом эттириб, унинг категорик хоссаларини ўрганган. Р.Бешимов эса $O$ функторни тихонов фазолар категориясида таъсир қилувчи функторгача давом эттирган. Ф.Г.Муҳамадиев ўз ишида компакт элементли тўла занжирланган системалар фазосининг кардинал инвариантларини ўрганган. Бунда $X$ ва $N_c X$ фазоларнинг зичлиги, $\pi$-салмоғи, суст салмоғи, $\pi$-тўр салмоғи ва Суслин сонлари тенглиги исботланган.

М.Ричардсон симметрик даражали фазо тушунчасини биринчи бўлиб 1935-йилда киритган. Р.Ж.Милграм эса чекли турдаги ихтиёрий $X$ фазонинг турли симметрик даражалари учун гомологиялар группасини аниқлаган. В.В.Федорчукнинг илмий ишида G-симметрик даражали функтор компактлар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясида нормал функтор бўлишини кўрсатган. Шунингдек у G-симметрик даражали функторнинг компакт Q-кўпхилликлар акслантиришлари қатламини сақлашини исботлаган. М. М. Заричный ўзининг илмий ишларида G-симметрик даражали функторни Клейсли категориясигача давом эттирган. G-симметрик даражали функтор монад гиперфазоларнинг Клейсли категориясигача ягона давоми экани исботланган. Эндрю Вилладсен ишларида эса чексиз симметрик даражали функтор тушунчаси аниқланган, ҳамда бу функтор топологик фазоларнинг гомотопик эквивалентликларини сақлаши кўрсатилган.

**Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.** Диссертация тадқиқоти Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетининг ОТ-Ф-42 «Ярим аддитив $\tau$-силлиқ ва Радон функционаллар фазоларининг кардинал ва топологик хоссалари» (2017-2020 йиллар) мавзусидаги илмий тадқиқот лойиҳаси доирасида бажарилган.

**Тадқиқотнинг мақсади** $G$-симметрик даражали фазоларнинг кардинал ва топологик хоссаларини ҳамда текис ўлчовлилик хоссаларини жорий қилишдан иборат.

**Тадқиқотнинг вазифалари:**

симметрик даражали функторнинг стратификлашганлик хоссасини сақлашини кўрсатиш;

симметрик даражали фазоларнинг зичлигини, тўр салмоғини, локал суст зичлигини, шунингдек Суслин сонларини таққослаш;

$G$-симметрик даражали фазоларда қандайдир метрика қуриш;

$G$-симметрик даражали функторнинг топологик ва текис ўлчовлилик хоссаларини тавсифлаш;

$G$-симметрик даражали функторнинг текис ўлчовли фазолар чегараланганлик индекси ва текис боғланишлилигини сақлашини исботлаш.

**Тадқиқотнинг объекти**ни симметрик даражали фазолар, умумлашган метрик фазолар, текис ўлчовли фазолар, текис ўлчовли фазоларнинг чегараланганлик индекси ва салмоғи ташкил этади.

**Тадқиқотнинг предмети**ни симметрик даражали фазоларнинг топологик хоссалари, кардинал хоссалари, $G$-симметрик даражали функторнинг текис ўлчовли фазолардаги таъсири ташкил этади.

**Тадқиқотнинг усуллари.** Тадқиқот ишида математик анализ, ковариант функторлар, тўпламлар назарияси, группалар назарияси ҳамда умумий топология масалаларини ечиш усулларидан фойдаланилган.

**Тадқиқотнинг илмий янгилиги** қуйидагилардан иборат:

G-симметрик даражали функтор топологик фазоларнинг зичлигини, суст зичлигини, локал суст зичлигини, характерини, тўр салмоғини сақлаши исботланган;

квадрат кўпайтмада номанфий функция қурилган ва бу функция G-симметрик даражали фазоларда метрика ҳосил қилиши кўрсатилган;

G-симметрик даражали функтор топологик фазоларнинг метрикалашганлик хоссасини сақлаши исботланган;

симметрик даражали тўпламда текис ўлчов структураси киритилган ҳамда текис ўлчовли фазо ва унинг симметрик даражали фазосининг салмоқлари устма-уст тушиши исботланган;

кўпайтмада аниқланган ушбу $\pi_{n,G}^{s} : X^n \to SP_G^n X$ акслантириш текис узлуксиз ва текис очиқлиги исботланган;

агар $f:(X,\Upsilon)\to(Y,\Psi)$ акслантириш текис узлуксиз (очиқ) бўлса, у ҳолда $SP_G^n f:(SP_G^n X,SP_G^n\Upsilon)\to(SP_G^n Y,SP_G^n\Psi)$ акслантириш ҳам текис узлуксизлиги (очиқлиги) кўрсатилган.

**Тадқиқотнинг амалий натижалари** $G$-симметрик даражали фазоларнинг кардинал ва топологик хоссаларини тадқиқ қилиш натижалари комбинаторик топология ва ковариант функторлар назарияси масалаларини ечишда қўлланилган.

**Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги.** Умумий топология, тўпламлар назарияси, функторлар назарияси ва кардинал инвариантлар назарияси усулларидан фойдаланилганлиги ҳамда математик мулоҳазаларнинг қатъийлиги билан асосланади.

**Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти.** Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти симметрик даражали фазоларда зичлик, салмоқ, характер, Шанин сони, Суслин сони, суст зичлик ва калибр каби кардинал инвариантлар сақланишини исботлашда қўлланилганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти $G$-симметрик даражали фазоларнинг текис ўлчовлилик хоссалари бўйича тадқиқот натижалари математик анализда муҳим аҳамиятга эга бўлган текис узлуксиз функцияларни тадқиқ қилишда ҳамда дифференциал топологиянинг турли масалаларида қўлланилиши мумкинлиги билан изоҳланади.

**Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши.** $G$-симметрик даражали фазоларнинг кардинал ва топологик хоссалари бўйича олинган натижалар асосида:

$SP_G^n$ функторининг нормал функтор эканлигидан Қирғизстон Республикаси Миллий ФА Математика институтининг «Текис ўлчовли топология ва текис узлуксиз акслантиришлар ҳамда уларнинг топологик алгебра ва функционал анализга тадбиқлари» номли гранти лойиҳасида текис фазоларнинг топологик ва кардинал хоссаларига оид муҳим масалаларни ечишда фойдаланилган (Қирғизстон Республикаси Миллий ФА Математика институтининг 2022 йил 19 майдаги 10/04-44 рақамли маълумотномаси). Олинган натижаларнинг қўлланилиши компакт фазоларида ҳаракатланаётган ковариант функторларнинг кардинал инвариантларини баҳолаш имконини берган.

Симметрик даражали фазонинг метрикалашганлиги, тўла чегараланганлиги, $G$-симметрик даражали функторнинг баъзи кардинал хоссаларни сақлашидан Самара давлат техника университетининг “Плазмали технологиялар” номли гранти лойиҳасида ўтказгич солиштирма зичлигини аниқлашда фойдаланилган (Самара давлат техника университетининг 31-май 2022 йилдаги № 01.02.02/1539 рақамли маълумотномаси). Олинган натижаларнинг қўлланилиши, хусусан, Симметрик даражали функторлар таъсири акслантиришларнинг текис узлуксизлигини ва текис очиқлигини сақлаши, оддий дифференциал тенглама ечимлари фазосининг аксиоматик моделини қуриш, уни кўплаб турдаги тенгламаларга кенгайтириш имконини берган.

**Тадқиқот натижаларининг апробацияси.** Мазкур тадқиқот натижалари 8 та халқаро ва 6 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

**Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги.** Тадқиқот мавзуси бўйича жами 21 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 5 та мақола, жумладан, 3 таси хорижий ва 2 таси республика журналларида нашр этилган.

**Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми.** Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 81 бетни ташкил этган.

## ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устивор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **«Умумий топологиянинг баъзи бир тушунчалари ва тасдиқлари»** деб номланувчи биринчи боби учта параграфдан иборат. Диссертациянинг ушбу бобида келгусида қўлланилувчи зарурий тушунча ва маълумотлар келтириб ўтилган. Масалан, **ушбу бобнинг биринчи параграфида** қуйидаги кардиналларнинг таърифлари берилган: тўр салмоғи, салмоқ, зичлик, суст зичлик, характер, локал суст зичлик, Суслин сони, калибр, олдкалибр, Шанин сони ва олд Шанин сони.

**Таъриф 1.1.1**. Агар $X$ топологик фазо $\sigma$-локал чекли тўрга эга бўлса, у ҳолда $X$ топологик фазо $\sigma$-фазо дейилади.

Қуйидаги таъриф С.Р.Боржесга тегишли:

**Таъриф 1.1.3**. $X$ топологик фазо стратифик дейилади, агар у $T_1$-фазо бўлиб ҳар бир очиқ $U \subset X$ тўплам учун $X$ нинг қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи очиқ қисм тўпламлар кетма-кетлиги $\{U_n\}_{n=1}^{\infty}$ мавжуд бўлса:

(1.1) $[U_n] \subset U$;

(1.2) $\bigcup_{n=1}^{\infty} U_n = U$;

(1.3) $U \subset V$ эканидан ҳар бир $n \in N$ учун $U_n \subset V_n$ келиб чиқса.

Юқоридаги таърифдан ҳар қандай стратифик фазо регуляр фазо бўлишини кўриш қийин эмас.

**Таъриф 1.1.4**. $X$ топологик фазонинг қисм тўпламларидан иборат $\mu$ оила бу фазонинг $k$-тўри дейилади, агар исталган $K$ компакт тўплам ва уни ўз ичига олувчи ихтиёрий $U$ очиқ тўплам учун $K\subset\cup\mu'\subset U$, шартни қаноатлантирувчи чекли $\mu'\subset\mu$ қисм оила мавжуд бўлса.

$\sigma$-локал чекли (саноқли) $k$-тўрга эга бўлган регуляр фазога $\aleph$-фазо дейилади ($\aleph_0$-фазо) дейилади.

Табиийки саноқлиликнинг биринчи аксиомасини қаноатлантирувчи $\aleph$-фазоси метрикалашган бўлади. Ҳар қандай $\aleph$-фазоси эса $\sigma$-фазо бўлади.

**Диссертациянинг бириннчи боби иккинчи параграфида** категория, Шепин маъносидаги нормал функтор ҳамда симметрик даражали функторлар таърифлари келтирилган.

Бизга $\xi=\{\theta,\mathfrak{M}\}$ ва $\xi'=\{\theta',\mathfrak{M}'\}$ категориялар берилган бўлсин. Объектни объектга, морфизмни морфизмга ўтказувчи ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи $F:\xi\to\xi'$ акслантриш ковариант функтор дейилади, агар

F1) $\xi$ категориядан олинган ҳар қандай $f:X\to Y$ морфизм учун $F(f)$ морфизм $F(X)$ дан $F(Y)$ га ҳаракатланса;

F2) ҳар қандай $X\in\theta$ объект учун $F(\mathrm{id}_X)=\mathrm{id}_{F(X)}$ тенглик ўринли бўлса;

F3) $f\circ g$ композиция аниқланган ҳар қандай $f$ ва $g$ морфизмлар учун $F(f\circ g)=F(f)\circ F(g)$ тенглик ўринли бўлса.

Айтайлик $F:Comp\to Comp$ – ихтиёрий ковариант функтор бўлсин.

Ҳар қандай $S=\{X_\alpha,\pi_\alpha^\beta,A\}$ тескари спектр учун ушбу $F(S)=\{F(X_\alpha),F(\pi_\alpha^\beta),A\}$ тескари спектр аниқланган бўлиб, $F(\pi_\alpha):F(\lim S)\to F(X_\alpha)$ акслантиришлар лимити $\pi:F(\lim S)\to\lim F(S)$ гомеоморфизм бўлса, у ҳолда $F$ ковариант функтор узлуксиз дейилади.

Ҳар қандай $X$ чексиз компакт учун $w(F(X))=w(X)$ тенглик ўринли бўлса, у ҳолда $F$ функтор салмоқни сақловчи функтор дейилади.

Ҳар қандай $X$ компактни $Y$ компактга ўтказувчи $i$ жойлаштириш учун $F(i):F(X)\to F(Y)$ акслантириш ҳам жойлаштириш бўлса, у ҳолда $F$ функтор мономорф дейилади. $F$ функторнинг мономорф эканлиги $A\subset X$ қисм фазо учун учун $F(A)$ фазони $F(X)$ нинг қисм фазоси сифатида қараш имконини беради.

Устига акслантиришларни сақловчи функтор эпиморф функтор деб аталади.

Ҳар қандай $\{B_\alpha:\alpha\in A\}$ компакт фазонинг ёпиқ тўпламалар оиласи учун

$$F\left(\bigcap_{\alpha\in A}B_\alpha\right)=\bigcap_{\alpha\in A}F(B_\alpha)$$

шартни қаноатлантирувчи $F$ функтор кесишмани сақловчи функтор деб аталади.

Узлуксиз, салмоқни, кесишмани ҳамда прообразларни сақловчи, мономорф, эпиморф, бўш тўпламни бўш тўпламга, бир нуқтали тўпламни бир нуқтали тўпламга ўтказувчи $F: Comp \to Comp$ функтор нормал функтор деб аталади.

Айтайлик $X$ чексиз компакт бўлсин. $x=(x_1, x_2, ..., x_n) \in X^n$ нуқтани унинг координаталар тўплами $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ га мос қўйувчи

$$\pi_n : X^n \to \exp_n X,$$

акслантиришни қарайлик. У ҳолда $X^n$ компактни $\exp_n X$ компактга акслантирувчи $\pi_n$ акслантириш узлуксиз бўлади. Шундай қилиб, $X$ компактнинг гиперсимметрик $n$-даражаси қуйидаги эквивалентлик муносабати билан ҳосил қилинган бўлинишга нисбатан ўзининг $n$-даражали фактор фазосидир: агар $x, y \in X^n$ нуқталар бир хил координаталар тўпламига эга бўлса, у ҳолда бу нуқталар эквивалентдир.

Барча алмаштиришларнинг симметрик $S_n$ группаси координаталар алмашиниш группаси сифатида $X$ компактнинг $n$-даражаси $X^n$ га таъсир қилади. Фактор топология билан ушбу ҳаракатнинг орбиталари тўпламини $SP^n X$ билан белгилаймиз. $x=(x_1, x_2, ..., x_n) \in X^n$ нуқтани унинг орбитасига мос қўйувчи

$$\pi_n^s : X^n \to SP^n X,$$

акслантиришни қарайлик. Шундай қилиб, $SP^n X$ фазонинг нуқталари – булар $X^n$ фазонинг қисм тўпламларидир (эквивалентлик синфлари). Шу билан бирга, агар $(x_1, x_2, ..., x_n)$, $(y_1, y_2, ..., y_n)$ нуқталар учун шундай $\sigma \in S_n$ алмаштириш мавжуд бўлиб $y_i = x_{\sigma(i)}$ тенглик барча $i = 1,2,...,n$ ларда бажарилса у ҳолда $(x_1, x_2, ..., x_n)$, $(y_1, y_2, ..., y_n)$ нуқталар эквивалент ҳисобланади.

$SP^n X$ фазога $X$ фазонинг $n$-даражали симметрик фазоси дейилади. $X^n$ дан ҳосил қилинган $SP^n X$ ва $\exp_n X$ фазоларнинг эквивалентлик муносабатларини мос равишда симметрик ва гиперсимметрик эквивалентлик муносабатлари деб атаймиз. $X^n$ даги барча симметрик эквивалент нуқталар гиперсимметрик эквивалент бўлади. Тескариси ҳар доим ҳам ўринли эмас. Ўзаро фарқли $x \neq y$ лар учун $(x, x, y), (x, y, y) \in X^3$ нуқталар гиперсимметрик эквивалент бўлади, лекин симметрик эквивалент бўлмайди.

Айтайлик $f: X \to Y$ узлуксиз акслантириш бўлсин. $[(x_1, x_2, ..., x_n)] \in SP^n X$ эквивалентлик синфи учун

$$SP^n f : SP^n X \to SP^n Y$$

акслантиришни қуйидаги

$$(SP^n f)[(x_1, x_2, ..., x_n)] = [(f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n))]$$

қоида ёрдамида аниқлаймиз.

Шу тарзда тузилган $SP^n$ конструкцияси компактлар категориясида ковариант функтор эканини кўриш қийин эмас. Бундай функторга $n$-даражали симметрик функтор дейилади.

Шунингдек, **учинчи параграфда** текис фазоларнинг салмоғи, текис боғланишлилиги келтирилган.

Айтайлик $X$ қандайдир тўплам, $A$ ва $B$ лар эса $X \times X$ кўпайтманинг қисм тўпламлари бўлсин, яъни $X$ тўпламдаги муносабатлар бўлсин. $A$ муносабатнинг тескарисини $A^{-1}$ орқали белгилаймиз, яъни $A^{-1} = \{(x, y): (y, x) \in A\}$. $A$ ва $B$ муносабатларнинг композициясини эса $AB$ орқали белгилаймиз, яъни

$$AB = \{(x, z): \text{ шундай } y \in X \text{ мавжудки, } (x, y) \in A \text{ ва } (y, z) \in B\}.$$

Ихтиёрий $A \subset X \times X$ муносабат ва $n$ натурал сони учун $A^1 = A$ ва $A^n = A^{n-1}A$ индуктив формулалар $A^n \subset X \times X$ муносабатни аниқлайди.

Айтайлик $X$ бўш бўлмаган тўплам бўлсин. Агар $X \times X$ кўпайтманинг қисм тўпламларидан иборат $\Upsilon$ оила қуйидаги шартларни қаноатлантирса:

U1. $\Upsilon$ оиланинг ҳар бир элементи $\Delta_X = \{(x, x): x \in X\}$ диагонални ўз ичига олади;

U2. Агар $V_1, V_2 \in \Upsilon$, у ҳолда $V_1 \cap V_2 \in \Upsilon$;

U3. Агар $U \in \Upsilon$ и $U \subset V$, у ҳолда $V \in \Upsilon$;

U4. Ихтиёрий $U \in \Upsilon$ учун шундай $V \in \Upsilon$ элемент мавжудки, $V^2 \subset U$;

U5. Ихтиёрий $U \in \Upsilon$ учун, $U^{-1} \in \Upsilon$,

у ҳолда $\Upsilon$ оила $X$ тўпламда текис ўлчовлилик дейилади.

$\Upsilon$ нинг элементларига окружениялар дейилади. Текис фазо деб қандайдир $X$ тўпламдан ва ундаги $\Upsilon$ текисликдан иборат $(X, \Upsilon)$ жуфтликка айтилади.

Ҳар бир $U \in \Upsilon$ окружения, $x \in X$ нуқта ва $A \subset X$ қисм тўплам учун аниқланган $U(x) = \{y \in X : (x, y) \in U\}$ тўплам, маркази $x$ нуқтада бўлган $U$-

шар дейилади. $A \subset X$ қисм тўплам учун $U(A) = \bigcup_{a \in A} U(a)$ тўплам эса $A$ нинг $U$-атрофи дейилади.

$\Delta_X$ диагонални ўз ичига олувчи ҳар бир $V \subset X \times X$ тўплам диагонал окружения дейилади; барча диагонал окружениялар тўплами $D_X$ орқали белгиланади.

Агар барча $V \in \Upsilon$ окружениялар учун $W \subset V$ шартни қаноатлантирувчи $W \in B$ окружения топилса, у ҳолда $B \subset \Upsilon$ оила $\Upsilon$ текисликнинг базаси дейилади. $|B|$ кўринишдаги энг кичик кардиналга $\Upsilon$ текисликнинг салмоғи дейилади ва $w(\Upsilon)$ кўринишда белгиланади. $(X, \Upsilon)$ текис фазонинг салмоғи $\Upsilon$ текисликнинг салмоғи каби аниқланади.

Айтайлик $(X, \Upsilon)$ – текис фазо ва $D \in \Upsilon$ бирор окружения бўлсин. $(X, \Upsilon)$ текис фазонинг $x, y$ нуқталари жуфтлиги $D$-занжирли боғланган дейилади, агар $(x, y) \in D^k$ муносабат ўринли бўладиган $k$ бутун сон мавжуд бўлса. $X$ текис фазо текис боғланишли дейилади, агар ҳар бир $x, y \in X$ нуқталар жуфтлиги исталган $D$ окружения учун $D$-занжирли боғланган бўлса.

Агар $(X, \Upsilon)$ текис фазонинг қуввати $\tau$ дан ошиб кетмайдиган окружениялардан иборат базаси мавжуд бўлса, у ҳолда бундай $\tau$ кардинал сонлар ичидан энг кичигига $(X, \Upsilon)$ текис фазонинг чегараланганлик индекси дейилади. Текис фазонинг чегараланганлик индекси $l(\Upsilon)$ орқали белгиланади. $(X, \Upsilon)$ текис фазо $\tau$ чегараланган дейилади, агар $l(\Upsilon) \le \tau$ бўлса.

Диссертациянинг **“$G$-симметрик даражали фазоларнинг топологик ва кардинал хоссалари”** деб номланувчи иккинчи боби уч параграфдан ташкил топган. Диссертациянинг бу бобида $G$-симметрик даражали фазоларининг кардинал ва топологик хоссалари тадқиқ қилинган, $G$-симметрик даражали функторнинг характерни, тўр салмоқни, локал суст зичликни сақлаши исботланган. Шунингдек, $G$-симметрик даражали фазоларнинг зичлиги қаралган.

**Иккинчи бобнинг биринчи параграфида** $G$-симметрик даражали фазоларининг кардинал хоссалари тадқиқ қилинган.

Агар ҳар бир $x \in X$ нуқта ва унинг $U$ атрофи учун $x \in E_\alpha \subset U$ муносабат ўринли бўладиган $E_\alpha \in B$ топилса, у ҳолда $X$ топологик фазонинг бўш бўлмаган қисм тўпламларидан иборат $B = \{E_\alpha : \alpha \in A\}$ оиласи бу фазонинг тўри дейилади. Агар $B$ тўр фақат очиқ қисм тўпламлардан ташкил топган бўлса, у ҳолда $B$ оилага $X$ фазонинг базаси дейилади. $X$ топологик фазо базалари (мос равишда, тўрлари) қувватларининг энг кичигига $X$ фазонинг салмоғи (мос равишда, тўр салмоғи) дейилади ва $w(X)$ (мос равишда, $nw(X)$) каби белгиланади. Агар $w(X) \le \aleph_0$ бўлса, у ҳолда $X$ фазо саноқлиликнинг иккинчи аксиомасини қаноатлантиради дейилади.

$X$ топологик фазонинг ўзаро кесишмайдиган, бўш бўлмаган очиқ қисм тўпламларидан ташкил топган оилалари қувватларининг аниқ юқори чегарасига ушбу топологик фазонинг Суслин сони дейилади.

$x \in X$ нуқта атрофларидан иборат $B(x)$ оила $X$ топологик фазонинг $x$ нуқтадаги базаси дейилади, агар $x$ нуқтанинг ихтиёрий $V$ атрофи учун $x \in U \subset V$ муносабат ўринли бўладиган $U \in B(x)$ мавжуд бўлса. $X$ топологик фазонинг $x$ нуқтадаги характери деб $|B(x)|$ кўринишидаги кардинал сонлар ичидан энг кичигига айтилади, бу ерда $B(x)$ – $X$ фазонинг $x$ нуқтадаги базаси. Бу кардинал сонни $\chi(x, X)$ орқали белгилаймиз.

$X$ топологик фазонинг характери деб барча $\chi(x, X)$ кўринишдаги кардинал сонларнинг аниқ юқори чегарасига айтилади. Бу кардинал сонни $\chi(X)$ орқали белгилаймиз. Агар $\chi(X) \leq \aleph_0$ бўлса, у ҳолда $X$ топологик фазо саноқлиликнинг биринчи аксиомасини қаноатлантиради дейилади.

$X$ топологик фазонинг $x \in X$ нуқтасидаги суст зичлиги деб қуйидаги

$$ld(x, X) = \min\{d(Ox): \text{ бу ерда } Ox - x \text{ нуктанинг атрофи}\}.$$

кардинал сонга айтилади.

$X$ топологик фазонинг суст зичлиги деб барча $ld(x, X)$ кўринишдаги кардинал сонларнинг аниқ юқори чегарасига айтилади. Бу кардинал сонни $ld(X)$ орқали белгилаймиз, яъни

$$ld(X) = \sup\{ld(x, X): \ x \in X\}.$$

**Теорема 2.1.1**. Ихтиёрий чексиз топологик $T_1$-фазо $X$ учун қуйидаги муносабатлар ўринли:

1) $w(X) = w(SP_G^n X)$;

2) $c(X) \leq c(SP_G^n X)$;

3) $\chi(X) = \chi(SP_G^n X)$;

4) $lwd(X) = lwd(SP_G^n X)$.

**Натижа 2.1.2**. Ихтиёрий чексиз топологик $T_1$-фазо $X$ учун қуйидаги муносабатлар эквивалент:

(i) $X$ фазо саноқлиликнинг биринчи аксиомасини қаноатлантиради;

(ii) $SP_G^n X$ фазо саноқлиликнинг биринчи аксиомасини қаноатлантиради.

**Натижа 2.1.3.** Ихтиёрий чексиз топологик $T_1$-фазо $X$ учун қуйидаги муносабатлар эквивалент:

(i) $X$ фазо саноқлиликнинг иккинчи аксиомасини қаноатлантиради;

(ii) $SP_G^n X$ фазо саноқлиликнинг иккинчи аксиомасини қаноатлантиради.

**Иккинчи бобнинг иккинчи параграфида** $G$-симметик даражали фазоларнинг ажримлилик аксиомалари, метрикалашганлиги ва боғланишлилиги тадқиқ этилган. $SP_G^n$ функтор топологик фазоларнинг хаусдорфлигини, регулярлигини, тўла регулярлигини, метрикалашганлигини ҳамда боғланишлилигини сақлаши исботланган.

**Тасдиқ 2.2.1.** Айтайлик $X$ – топологик фазо, $n$ – натурал сон ва $G$ – $S_n$ группанинг ихтиёрий қисм группаси бўлсин. $X$ топологик фазо $T_i$-фазо бўлиши учун $SP_G^n X$ фазонинг $T_i$-фазо бўлиши зарур ва етарли, бу ерда $i = 1, 2, 3, 3\frac{1}{2}$.

**Тасдиқ 2.2.2**. Айтайлик $X$ – локал компакт фазо ва $G$ – $S_n$ группанинг ихтиёрий қисм группаси бўлсин. У ҳолда $SP_G^n X$ фазо ҳам локал компакт бўлади.

Айтайлик $d$ – $X$ да метрика бўлсин. $SP_G^n X \times SP_G^n X$ фазода қуйидагича аниқланган номанфий $\ddot{d}$ функцияни қарайлик:

$$\ddot{d}([x],[y]) = \min_{\sigma \in G} \sum_{i=1}^{n} d(x_i, y_{\sigma(i)})$$

**Теорема 2.2.1.** $\ddot{d} : SP_G^n X \times SP_G^n X \to R$ функция $SP_G^n X$ да метрика бўлади ва бу метрика ёрдамида ҳосил қилинган топология $SP_G^n X$ фазонинг топологияси билан устма-уст тушади, бу ерда $X$ фазо $d$ метрика ёрдамида ҳосил қилинган топологияга эга.

**Натижа 2.2.1.** Айтайлик $G$ – $S_n$ группанинг ихтиёрий қисм группаси бўлсин. $X$ топологик $T_1$-фазо метрикалашган бўлиши учун $SP_G^n X$ фазонинг метрикалашган бўлиши зарур ва етарли.

**Теорема 2.2.2.** Айтайлик $X$ – $T_1$-фазо, $n$ – натурал сон ва $G$ – $S_n$ группанинг ихтиёрий қисм группаси бўлсин. $X$ фазонинг боғланишли бўлиши учун $SP_G^n X$ фазонинг боғланишли бўлиши зарур ва етарли.

**Иккинчи бобнинг учинчи параграфида** $SP_G^n$ функторнинг $\sigma$-фазолар, стратифик фазолар ҳамда $\aleph$-фазолар синфини сақлаши исботланган.

**Тасдиқ 2.3.3.** Айтайлик $X$ – $T_2$-фазо, $n$– натурал сон ва $G$ – $S_n$ группанинг ихтиёрий қисм группаси бўлсин. $X$ топологик фазо $\sigma$-фазо бўлиши учун $SP_G^n X$ фазонинг $\sigma$-фазо бўлиши зарур ва етарли.

**Теорема 2.3.1.** Айтайлик $X$ – $T_2$-фазо, $n$– натурал сон ва $G$ – $S_n$ группанинг ихтиёрий қисм группаси бўлсин. $X$ топологик фазо $\aleph$-фазо бўлиши учун $SP_G^n X$ фазонинг $\aleph$-фазо бўлиши зарур ва етарли.

**Теорема 2.3.2**. Айтайлик $X$ – $T_2$-фазо, $n$– натурал сон ва $G$ – $S_n$ группанинг ихтиёрий қисм группаси бўлсин.

(1) $X$ топологик фазо стратифик бўлиши учун $SP_G^n X$ фазонинг стратифик бўлиши зарур ва етарли.

(2) $X$ топологик фазо ярим-стратифик бўлиши учун $SP_G^n X$ фазонинг ярим-стратифик бўлиши зарур ва етарли.

Диссертациянинг учинчи боби **«Текис ўлчовли фазолар ва $G$-симметрик даражали фазолар»** деб номланиб иккита параграфни ўз ичига олади. Диссертациянинг мазкур бобида $SP_G^n X$ тўпламда текис ўлчовлилик ўрнатилган. $SP_G^n X \times SP_G^n X$ декарт кўпайтманинг барча $O[U_1, U_2, ..., U_n]$ кўринишдаги қисм тўпламлар оиласи (BU1)-(BU2) хоссаларини қаноатлантириши ва бу оила $SP_G^n X$ тўпламда қандайдир $SP_G^n \Upsilon$ текис ўлчовлилик ҳосил қилиши исботланган, бу ерда $\Upsilon$ – $X$ тўпламдаги қандайдир текис ўлчовлилик бўлиб $\{U_1, U_2, ..., U_n\} \subset \Upsilon$.

**Учинчи бобнинг биринчи параграфида** $G$-симметрик даражали текис ўлчовли фазоларнинг баъзи хоссалари тадқиқ этилган, жумладан: текис метрикалашганлик, униформлашганлик, тўлиқ чегараланганлик.

**Теорема 3.1.1**. Айтайлик $(X, \Upsilon)$ текис ўлчовли фазо бўлсин. У ҳолда $SP_G^n X \times SP_G^n X$ нинг
$O[U_1, U_2, ..., U_n] = \{([x],[y]):$
шундай $\sigma, \delta \in G$ ўрин алмаштиришлар мавжудки, $(x_i, y_{\sigma(i)}) \in U_{\delta(i)},\ i = 1, 2, ..., n\}$
кўринишдаги барча қисм тўпламлари оиласи (BU1)-(BU2) хоссаларни қаноатлантиради ва $SP_G^n X$ тўпламда қандайдир текис ўлчовлилик ҳосил қилади, бу ерда $\{U_1, U_2, ..., U_n\} \subset \Upsilon$.

Бундай текис ўлчовлиликни $SP_G^n \Upsilon$ орқали белгилаймиз.

Агар $X$ тўпламда шундай текис ўлчовлилик мавжуд бўлсаки, унинг ёрдамида ҳосил қилинган топология берилган топология билан устма-уст тушса, у ҳолда $X$ топологик фазо униформлашган дейилади.

**Теорема 3.1.2.** $X$ топологик фазо униформлашган бўлиши учун $SP_G^n X$ фазонинг униформлашган бўлиши зарур ва етарли.

Айтайлик $X$ тўплам ва $d$ – ундаги бирор метрика бўлсин. Кўриш қийин эмаски $\{(x, y):\ d(x, y) < \frac{1}{2^i}\}$ кўринишдаги барча диагонал окружениялрнинг $B \subset D_X$ оиласи $X$ тўпламда қандайдир $\Upsilon$ текис ўлчовлилик ташкил қилади, бу ерда $i \in \{1, 2, ...\}$. Бундай $\Upsilon$ текис ўлчовлилик $d$ метрика ёрдамида ҳосил қилинган (ёки индустрланган) текис ўлчовлилик дейилади.

Текис ўлчовли $(X, \Upsilon)$ фазо метрикалашган дейилади, агар $X$ тўпламда шундай $d$ метрика топилиб, унинг ёрдамида индустрланган текис ўлчовлилик берилган $\Upsilon$ текис ўлчовлилик билан устма-уст тушса.

Майкл ишида агар $(X,\Upsilon)$ текис ўлчовли фазо метрикалашган бўлса, у ҳолда унинг $(\exp X,\exp\Upsilon)$ гиперфазоси $(\exp X,\exp\Upsilon)$ ҳам метрикалашган бўлиши исботланган, бу ерда $\exp\Upsilon=\{\exp V:\ V\in\Upsilon\}$, $\exp V=\{(F_1,F_2)\in\exp X\times\exp X:\ F_1\subset V(F_2),\ F_2\subset V(F_1)\}$.

**Теорема 3.1.3.** Айтайлик $(X,\Upsilon)$ текис ўлчовли фазо метрикалашган бўлсин, у ҳолда $(SP_G^n X, SP_G^n\Upsilon)$ фазо ҳам метрикалашган бўлади.

Текис ўлчовли $(X,\Upsilon)$ фазо тўлиқ чегараланган дейилади, агар ҳар қандай $V\in\Upsilon$ учун шундай $A\subset X$ чекли тўплам топилиб $V(A)=X$ тенглик бажарилса.

**Тасдиқ 3.1.1.** Текис ўлчовли $(X,\Upsilon)$ фазо тўлиқ чегараланган бўлиши учун $(SP_G^n X, SP_G^n\Upsilon)$ фазонинг тўлиқ чегараланган бўлиши зарур ва етарли.

Ушбу бобнинг иккинчи параграфида $G$-симметрик даражали текис ўлчовли фазоларнинг салмоғи, текис боғланишлилиги, чегараланганлик индекси тушунчалари ўрганилган.

Агар ихтиёрий $V\in\Psi$ окружения учун шундай $U\in\Upsilon$ окружения топилиб $f(U(x))\subset V(f(x))$ муносабат ихтиёрий $x\in X$ да бажарилса, у ҳолда $f:(X,\Upsilon)\to(Y,\Psi)$ акслантириш текис узлуксиз дейилади. Айтиш жоизки, $f(U(x))\subset V(f(x))$ шарт $(f\times f)(U)\subset V$ га ёки $(f\times f)^{-1}(V)\subset U$ га эквивалент.

Агар ихтиёрий $U\in\Upsilon$ окружения учун $V(f(x))\subset f(U(x))$ шартни ихтиёрий $x\in X$ ларда қаноатлантирувчи $V\in\Psi$ мавжуд бўлса, $f:(X,\Upsilon)\to(Y,\Psi)$ текис узлуксиз акслантириш текис очиқ дейилади.

**Учинчи боб иккинчи параграфдаги** асосий натижалар қуйидагилардан иборат:

**Тасдиқ 3.2.1.** Айтайлик $(X,\Upsilon)$ – текис ўлчовли фазо бўлсин. У ҳолда $\pi_{n,G}^s:(X^n,\Upsilon^n)\to(SP_G^n X, SP_G^n\Upsilon)$ текис очиқ бўлади.

**Тасдиқ 3.2.5**. Айтайлик $(X,\Upsilon)$ – чексиз текис ўлчовли фазо бўлсин. У ҳолда $w(\Upsilon)=w(SP_G^n\Upsilon)$ тенглик ўринли.

**Теорема 3.2.1.** Айтайлик $f:(X,\Upsilon)\to(Y,\Psi)$ акслантириш текис узлуксиз (очиқ) бўлсин. У ҳолда $SP_G^n f:(SP_G^n X, SP_G^n\Upsilon)\to(SP_G^n Y, SP_G^n\Psi)$ акслантириш ҳам текис узлуксиз (очиқ) бўлади.

**Теорема 3.2.2.** Агар $(X,\Upsilon)$ фазо текис боғланишли бўлса, у ҳолда $(SP_G^n X, SP_G^n\Upsilon)$ фазо ҳам текис боғланишли бўлади.

**Теорема 3.2.3**. Айтайлик $(X,\Upsilon)$ – текис ўлчовли фазо бўлсин. У ҳолда $l(\Upsilon)=l(SP_G^n\Upsilon)$ тенглик ўринли.

## ХУЛОСА

Ушбу диссертация иши $G$-симметрик даражали фазоларнинг кардинал ва топологик хоссаларини ўрганишга бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. $G$-симметрик даражали функторнинг топологик фазолар салмоғини, характерини, суст локал зичлигини, тўр салмоғини, зичлигини, суст зичлигини, калибрини, олдкалибрини, Шанин сонини ҳамда предшанин сонини сақлаши ҳақидаги натижалар олинган.

2. $G$-симметрик даражали функторнинг топологик фазолар хаусдорфлигини, регулярлигини, тўла регулярлигини, метрикалашганлигини ҳамда боғланишлилигини сақлаши исботланган.

3. $SP_G^n X \times SP_G^n X$ тўғри кўпайтмада номанфий функция қурилган ва бу функция $G$-симметрик даражали фазода метрика ҳосил қилиши исботланган;

4. Қаралаётган $SP_G^n X$ тўпламда текис структура, $X$ фазо ва $SP_G^n X$ фазоларнинг салмоқлари устма-уст тушадиган қилиб қурилган;

5. Агар $f:(X,\Upsilon)\to(Y,\Psi)$ акслантириш текис узлуксиз (очиқ) бўлса, у ҳолда $SP_G^n f:(SP_G^n X, SP_G^n\Upsilon)\to(SP_G^n Y, SP_G^n\Psi)$ акслантириш ҳам текис узлуксиз (очиқ) бўлиши исботланган.

6. Шунингдек $\pi_{n,G}^s:(X^n,\Upsilon^n)\to(SP_G^n X, SP_G^n\Psi)$ фактор акслантириш текис узлуксиз, ҳаттоки текис очиқ эканлиги исботланган.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА**

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА**

**ЖУРАЕВ РУСТАМ МЕХРИДДИНОВИЧ**

# КАРДИНАЛЬНЫЕ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРОСТРАНСТВА $G$-СИММЕТРИЧЕСКОЙ СТЕПЕНИ

**01.01.04 - Геометрия и топология**

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

**Ташкент – 2022**

**Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2021.1.PhD/FM565.**

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана им. Мирзо Улугбека.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://ik-fizmat.nuu.uz/) и на Информационно образовательном портале «Ziyonet» (http://www.ziyonet.uz/).

| | |
|---|---|
| **Научный руководитель:** | **Бешимов Рузиназар Бебутович**<br>доктор физико-математических наук, доцент |
| **Официальные оппоненты:** | **Заитов Адилбек Атаханович**<br>доктор физико-математических наук, профессор |
| | **Рахимов Абдугафур Абдумаджидович**<br>доктор физико-математических наук, профессор |
| **Ведущая организация:** | **Ташкентский государственный педагогический университет имени Низами** |

Защита диссертации состоится «23» 08 2022 года в $12^{00}$ на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4.Тел.: (+998 71) 227 12 24, факс: (+998 71) 246 53 21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за № 92). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4.Тел.: (+998 71) 246 02 24).

Автореферат диссертации разослан « 9 » 08 2022 года.
(протокол рассылки № 2 от « 9 » 08 2022 года).

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

**А.Садуллаев**
Председатель научного
совета по присуждению ученых
степеней, д.ф.-м.н., академик

**Н.К.Мамадалиев**
Ученый секретарь научного
совета по присуждению ученых
степеней, д.ф.ф.-м.н. (PhD)

**А.Я.Нарманов**
Председатель научного семинара
при Научном совете
по присуждению ученых степеней,
д.ф.-м.н., профессор

## ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

**Актуальность и востребованность темы диссертации.** Многие научные и практические исследования на мировом уровне, во многих случаях, сводятся к изучению задач теории кардинальных инвариантов и топологических свойств ковариантных функторов. Сравнение кардинальных инвариантов пространства $G$-симметрической степени является объектом исследований в таких областях, как геометрия, топология, алгебра. Сравнение кардинальных чисел пространства $G$-симметрической степени с кардинальными инвариантами при нахождении условий для сравнения кардинальных чисел топологических пространств служит основой для нахождения кардинальных чисел заданного пространства. Поэтому изучение кардинальных и топологических свойств пространства $G$-симметрической степени является одной из важнейших задач теории кардинальных и топологических свойств различных пространств – таких, как общая топология, алгебраическая топология, теория кардинальных инвариантов и теория ковариантных функторов.

В настоящее время в мире одной из актуальных проблем современной топологии является решение проблем общей топологии, пространств $G$-симметрической степени, теории кардинальных инвариантов и ковариантных функторов. Важно исследовать кардиналы, такие, как вес, характер, плотность, локальная плотность, слабая плотность, локальная слабая плотность, числа Шанина и предшанина, пространства $G$-симметрической степени. В связи с этим сравнение кардиналов данного пространства и его симметричного пространства степеней, нахождение условий равенства кардинальных инвариантов и, более того, вопрос о «равномерной» структуре симметричных пространств уровня являются целевыми научными исследованиями.

В нашей стране особое внимание уделяется актуальным аспектам геометрии и топологии, которые имеют научное и практическое применение в фундаментальных науках. Особое внимание уделено изучению теории кардинальных инвариантов и теории функторов в топологических пространствах. Значительные результаты были достигнуты в отношении сохранения топологических, геометрических и кардинальных свойств пространства симметрической степени и гиперпространства. Научные исследования на международном уровне по важным направлениям специальности «Функциональный анализ, геометрия и топология» рассматриваются как основная задача фундаментальных исследований.[12] Развитие теории симметрических степеней и теории ковариантных функторов играет важную роль при исполнении этого постановления.

Данное диссертационное исследование в определенной степени служит

---

[1] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан»

решению задач, обозначенных в Указе Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», в постановлениях № ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института математики имени В.И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан» и № ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики» и в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области деятельности.

**Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики.** Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

**Степень изученности проблемы.** Исследования ковариантных функторов в категории $Top$ топологических пространств с непрерывными отображениями в качестве морфизмов начались с момента выделения топологии в отдельную область математики. Если рассматривать функторы в категории компактных пространств, то более классическим примером является функтор взятия экспоненты, появление которого связано с именами Хаусдорфа и Вьеториса. В работах Е.В.Щепина построена далеко продвинутая и очень содержательная общая теория ковариантных функторов. Он выделил ряд естественных и малоограничительных свойств функтора и дал определение нормального функтора.

А.А.Заитов продолжил функтор $O$ слабо аддитивных сохраняющих порядок нормированных функционалов до функтора $O\circ\beta : Tych \to Comp$ и исследовал категорные свойства функтора $O\circ\beta$. А Р.Б.Бешимов продолжил функтор $O$ до функтора $O_\beta : Tych \to Tych$ в категории тихоновских пространств и их непрерывных отображений. Далее Ф.Г.Мухамадиев изучил кардинальные инварианты пространства полных сцепленных систем с компактными элементами. Им доказано, что для пространств $X$ и $N_c X$ плотность, $\pi$-вес, слабая плотность, $\pi$-сетевой вес и число Суслина равны.

Понятие пространства симметрической степени впервые ввел М.Ричардсон в 1935 г. В работе Р.Ж.Милграма были вычислены группы гомологии для различных симметрических степеней любого пространства $X$ конечного типа. В работе В.В.Федорчука показано, что $SP_G^n$ является нормальным функтором в категории компактов и их непрерывных отображений. Также он доказал, что функтор $SP_G^n$ сохраняет свойство слоев отображения быть компактным $Q$-многообразием. М. М. Заричный продолжил исследование функтора $SP_G^n$ на категории Клейсли. Показано, что функтор $SP_G^n$ обладает единственным продолжением на категорию Клейсли монады гиперпространства. Эндрю Вилладсен определил функтор бесконечной симметрической степени. Также доказано, что этот функтор сохраняет гомотопическую эквивалентность топологического пространства.

**Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждения высшего образования, где выполнялась диссертация.** Исследование выполнено в соответствии с планом научного исследования Ф-4-27 «Исследование топологических и кардинальных свойств некоторых ковариантных функторов, действующих на категориях топологических пространств» Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека (2016-2020 гг.).

**Целью исследования** является изучение кардинальных, топологических и равномерных свойств пространства $G$-симметрической степени.

**Задачи исследования**:

доказательство сохранения свойства стратифицируемости функтора симметрической степени;

оценивание плотности, сетового веса, локальной слабой плотности, а также чисел Суслина данного пространства и его пространства симметрической степени;

построение некоторой метрики на пространстве $G$-симметрической степени;

описание топологических и равномерных свойств пространства $G$-симметрической степени;

доказательство сохранения индекса ограниченности и равномерной связности равномерных пространства функтора $G$-симметрической степени.

**Объект исследования**: пространство симметрической степени; обобщенные метрические пространства, равномерные пространства, индекс ограниченности и вес равномерных пространств.

**Предмет исследования**: кардинальные и топологические свойства пространства $G$-симметрической степени, действие функтора $G$-симметрической степени на равномерном пространстве.

**Методы исследования.** В работе используются методы, относящиеся к общей топологии, теории ковариантных функторов, а также к топологическим и кардинальным свойствам пространства $G$-симметрической степени. Применяются также методы теории множеств и теории ковариантных функторов.

**Научная новизна исследования** состоит в следующем:

доказано, что функтор $G$-симметрической степени сохраняет плотность, слабую плотность, локальную слабую плотность, характер, сетевой вес топологических пространств;

построена неотрицательная функция на $SP_G^n X \times SP_G^n X$ и доказано, что эта функция порождает метрику на пространстве $G$-симметрической степени;

доказано, что функтор $G$-симметрической степени сохраняет метризуемость;

построена равномерная структура на множестве $SP_G^n X$, которая совпадает с равномерным весом пространства $X$ и пространства $SP_G^n X$;

доказано, что отображение $\pi_{n,G}^s : X^n \to SP_G^n X$ определенное в произведение является равномерно непрерывным и равномерно открытым;

доказано, что если отображение $f:(X,\Upsilon)\to(Y,\Psi)$ – равномерно непрерывно (открыто), то отображение $SP_G^n f:(SP_G^n X, SP_G^n \Upsilon)\to(SP_G^n Y, SP_G^n \Psi)$ также является равномерно непрерывным (открытым).

**Практические результаты исследования:** результаты исследования кардинальных и топологических свойств пространства $G$-симметрической степени применяются при решении задач комбинаторной топологии и теории ковариантных функторов.

**Достоверность результатов исследования** обоснована использованием методов общей топологии, теории множеств, теории функторов и теории кардинальных инвариантов, а также строгостью математических рассуждений.

**Научная и практическая значимость результатов исследования.** Научная значимость результатов исследования заключается в доказательстве сохранения кардинальных инвариантов, таких как плотность, вес, характер, число Шанина, число Суслина, слабая плотность и калибр в пространствах симметрических степеней.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что изучение топологических и кардинальных свойств пространства $G$-симметрической степени дает возможность применения методов алгебры к исследованию топологических пространств различных типов.

**Внедрение результатов исследования.** Полученные в диссертации результаты по топологическому и равномерному пространствам $G$-симметрической степени были использованы в следующих научно-исследовательских проектах:

Нормальность функтора $SP_G^n$ была использована в исследованиях проекта Института математики Национальной АН Кыргызской Республики «Равномерная топология и равномерно непрерывные отображения и их приложения в топологической алгебре и функциональном анализе» при решении задач о топологических и кардинальных свойствах равномерных пространств (Справка № 10/04-44 Института математики Национальной АН Кыргызской Республики от 19 мая 2022 года). Применение этих научных результатов позволило решить задачи кардинальных инвариантов ковариантных функторов, действующих в компакте.

Результаты исследования, касающиеся метризуемости, вполне ограниченности пространства $SP_G^n X$, сохранения некоторых кардинальных свойств при воздействии функтора $G$-симметрической степени, были использовани в грантовом проекте Самарского государственного технического университета «Плазменные технологии» при определении удельной плотности проводника (Справка № 01.02.02/1539 Самарского государственного технического университета от 31 мая 2022 года). Сохранение равномерной непрерывности и равномерной открытости отображений при действии функтора симметрической степени дало возможность, в частности, построить аксиоматическую модель пространства решений обыкновенного дифференциального уравнения, распространить ее на многие типы уравнений с особенностями.

**Апробация результатов исследования.** Основное содержание диссертации обсуждалось на 8 международных и 6 республиканских научно-практических конференциях.

**Публикация результатов исследования.** По теме диссертации опубликованы 21 научная работа, из них 5 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертации на степень доктора философии по физико-математическим наукам, в том числе 3 опубликованы в зарубежных журналах и 2 в республиканских научных изданиях.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 81 страницу.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации, названная «**Некоторые понятия и утверждения общей топологии**», состоит из трех параграфов. В этой главе диссертации приведены необходимые понятия и факты для изложения работы. Даны определения следующих кардиналов: сетевой вес, вес, плотность, слабая плотность, локальная слабая плотность, характер, число Суслина, калибр, прекалибр, число Шанина и число предшанина.

**Определение 1.1.1**. Топологическое пространство $X$ называется $\sigma$-пространством, если оно имеет $\sigma$-локально конечную сеть.

Следующие определения принадлежат С.Р.Боржесу:

**Определение 1.1.3**. Топологическое пространство $X$ является стратифицируемым пространством, если $X$ является $T_1$-пространством и каждому открытому $U \subset X$ существует последовательность $\{U_n\}_{n=1}^{\infty}$ открытых подмножеств $X$, такая, что

(1.1) $[U_n]\subset U$;

(1.2) $\bigcup\limits_{n=1}^{\infty}U_n=U$;

(1.3) для каждого $n\in N$, $U_n\subset V_n$, когда $U\subset V$.

Легко видеть, что каждое стратифицируемое пространство является регулярным.

**Определение 1.1.4**. Семейство $\mu$ подмножеств пространства $X$ называется $k$-сетью, если для любого компактного множества $K$ и открытого множества $U$, содержащего множества $K$, существует конечное подсемейство $\mu'\subset\mu$, такое, что $K\subset\cup\mu'\subset U$.

Регулярное пространство с $\sigma$-локально конечной (счетной) $k$-сетью называется $\aleph$-пространством ($\aleph_0$-пространством).

Ясно, что $\aleph$-пространство с первой аксиомой счетности является метризуемым. Каждое $\aleph$-пространство является $\sigma$-пространством.

**Во втором параграфе** этой главы приведены определения категории, нормального функтора в смысле Щепина, функтор симметрической степени.

Пусть $\xi=\{\theta,\mathfrak{M}\}$ и $\xi'=\{\theta',\mathfrak{M}'\}$ – две категории. Отображение $F:\xi\to\xi'$, переводящее объекты в объекты, а морфизмы в морфизмы, называется ковариантным функтором из категории $\xi$ в категорию $\xi'$, если:

F1) для всякого морфизма $f:X\to Y$ из категории $\xi$ морфизм $F(f)$ действует из $F(X)$ в $F(Y)$;

F2) $F(\mathrm{id}_X)=\mathrm{id}_{F(X)}$ для всякого $X\in\theta$;

F3) $F(f\circ g)=F(f)\circ F(g)$ для любых морфизмов $f$ и $g$ из $\mathfrak{M}$, если определена композиция $f\circ g$.

Пусть $F:Comp\to Comp$ – ковариантный функтор.

Ковариантный функтор $F$ называется непрерывным, если для любого обратного спектра $S=\{X_\alpha,\pi_\alpha^\beta,A\}$ определен обратный спектр $F(S)=\{F(X_\alpha),F(\pi_\alpha^\beta),A\}$, и предел $\pi:F(\lim S)\to\lim F(S)$ отображений $F(\pi_\alpha):F(\lim S)\to F(X_\alpha)$, является гомеоморфизмом.

Ковариантный функтор $F$ называется сохраняющим вес, если $w(F(X))=w(X)$ для любого бесконечного компакта $X$.

Ковариантный функтор $F$ называется мономорфным, если для любого вложения $i$ компакта $X$ в компакт $Y$ отображение $F(i):F(X)\to F(Y)$ также является вложением. Из условия мономорфности функтора $F$ вытекает, что $F(A)$ можно считать подпространством пространства $F(X)$, как только $A\subset X$. Отождествление $F(A)$ в подпространство $F(X)$ осуществляется вложением $F(i):F(X)\to F(Y)$, где $i:X\to Y$ – тождественное вложение.

Ковариантный функтор $F$ называется эпиморфным, если он сохраняет сюръективность отображений компактов.

Ковариантный функтор $F$ называется сохраняющим пересечения, если для любого семейства $\{B_\alpha : \alpha \in A\}$ замкнутых подмножеств произвольного компакта имеет место

$$F\left(\bigcap_{\alpha\in A} B_\alpha\right) = \bigcap_{\alpha\in A} F(B_\alpha).$$

Ковариантный функтор $F$ называется сохраняющим прообразы, если для любого непрерывного отображения $f : X \to Y$ компакта $X$ в компакт $Y$ и для всякого замкнутого подмножества $B \subset Y$ имеет место

$$F\left(f^{-1}(B)\right) = \left(F(f)\right)^{-1}\left(F(B)\right).$$

Ковариантный функтор $F : Comp \to Comp$ называется нормальным, если он непрерывен, сохраняет вес, пересечения и прообразы, мономорфен и эпиморфен, переводит пустое множество в пустое, а одноточечное в одноточечное.

Пусть $X$ – бесконечный компакт. Рассмотрим отображение

$$\pi_n : X^n \to \exp_n X,$$

ставящее соответствие точке $x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in X^n$ множество ее координат $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Тогда $\pi_n$ есть непрерывное отображение компакта $X^n$ на компакт $\exp_n X$. Таким образом, гиперсимметрическая $n$-степень компакта $X$ является фактор пространством его $n$-й степени относительно разбиения, порождаемого следующим отношением эквивалентности: точки $x, y \in X^n$ эквивалентны, если они имеют одинаковое множество координат.

На $n$-й степени $X^n$ компакта $X$ действует симметрическая группа $S_n$ всех перестановок как группа перестановок координат**.** Множество орбит этого действия с фактор-топологией обозначим через $SP^n X$. Рассмотрим фактор отображение

$$\pi_n^s : X^n \to SP^n X,$$

ставящее в соответствие точке $x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in X^n$ орбиту этой точки. Таким образом, точки пространства $SP^n X$ – это конечные подмножества (классы эквивалентности) произведения $X^n$. При этом, две точки $(x_1, x_2, ..., x_n)$, $(y_1, y_2, ..., y_n)$ считаются эквивалентными, если существует такая перестановка $\sigma \in S_n$, что $y_i = x_{\sigma(i)}$ для всех $i = 1, 2, ..., n$.

Пространство $SP^n X$ называется $n$-й симметрической степенью пространства $X$. Назовем отношения эквивалентности, посредством которых пространства $SP^n X$ и $\exp_n X$ получаются из $X^n$, соответственно, отношениями симметрической и гиперсимметрической эквивалентности. Всякие симметрично эквивалентные точки из $X^n$ будут и гиперсимметрично эквивалентны. Обратное, вообще говоря, неверно. Так, для $x \neq y$ точки $(x,x,y),(x,y,y) \in X^3$ гиперсимметрично эквивалентны, но не эквивалентны симметрично.

Пусть $f : X \to Y$ – непрерывное отображение. Для класса эквивалентности $[(x_1, x_2,...,x_n)] \in SP^n X$ положим

$$(SP^n f)[(x_1, x_2,...,x_n)] = [(f(x_1), f(x_2),..., f(x_n))].$$

Тем самым определено отображение

$$SP^n f : SP^n X \to SP^n Y.$$

Легко проверить, что так построенная операция $SP^n$ является ковариантным функтором в категории компактов. Этот функтор называется функтором $n$-й симметрической степени.

**В третъем параграфе** этой главы приведены понятия вес, равномерная связность равномерного пространства.

Пусть $X$ – некоторое множество, $A$ и $B$ – подмножества произведения $X \times X$, т.е. отношения на множестве $X$. Обратное к $A$ отношение будет обозначаться через $A^{-1}$, т.е. $A^{-1} = \{(x, y):\ (y, x) \in A\}$. А композиция отношений $A$ и $B$ обозначим через $AB$, т.е.

$$AB = \{(x,z):\ \text{существует такой } y \in X, \text{ что } (x,y) \in A \text{ и } (y,z) \in B\}.$$

Для произвольного отношения $A \subset X \times X$ и натурального числа $n$ отношение $A^n \subset X \times X$ определяется индуктивно формулами:

$$A^1 = A \text{ и } A^n = A^{n-1}A.$$

Пусть $X$ – непустое множество. Если семейство $\Upsilon$ подмножеств $X \times X$ удовлетворяет следующим условиям:

U1. Каждый элемент семейства $\Upsilon$ содержит диагональ $\Delta_X = \{(x,x):\ x \in X\}$;

U2. Если $V_1, V_2 \in \Upsilon$, то $V_1 \cap V_2 \in \Upsilon$;

U3. Если $U \in \Upsilon$ и $U \subset V$, то $V \in \Upsilon$;

U4. Для любого $U \in \Upsilon$ существует такой элемент $V \in \Upsilon$, что $V^2 \subset U$;

U5. Для любого $U \in \Upsilon$ имеем $U^{-1} \in \Upsilon$.

Тогда такое семейство $\Upsilon$ назовем равномерностью на $X$.

Элементы равномерности $\Upsilon$ называется окружениями. Равномерное пространство – это пара $(X, \Upsilon)$, состоящая из некоторого множества $X$ и равномерности $\Upsilon$ на нем.

Для каждого окружения $U \in \Upsilon$, для каждой точки $x \in X$ и для каждого множества $A \subset X$ определяется такое множество $U(x) = \{y \in X : (x, y) \in U\}$, называемое $U$-шаром с центром в точке $x$. А множество

$$U(A) = \bigcup_{a \in A} U(a)$$

называется $U$-окрестностью множества $A$.

Каждое множество $V \subset X \times X$, которое содержит $\Delta_X$ называется окружением диагонали; множество всех окружений диагонали $V \subset X \times X$ будет обозначаться $D_X$.

Семейство $B \subset \Upsilon$ называется базой равномерности $\Upsilon$, если для любого окружения $V \in \Upsilon$ существует такое окружение $W \in B$, что $W \subset V$. Очевидно, что равномерность $\Upsilon$ может иметь много баз. Наименьший кардинал вида $|\Upsilon|$ называется весом равномерности $\Upsilon$ и обозначается через $w(\Upsilon)$. Вес равномерного пространства $(X, \Upsilon)$ определяется как вес равномерности $\Upsilon$.

Пусть $(X, \Upsilon)$ – равномерное пространство и $D \in \Upsilon$. Говорят, что пара точек $x, y$ равномерного пространства $X$ связана $D$-цепью, если существует такое целое число $k$, что $(x, y) \in D^k$. Равномерное пространство $X$ называется равномерно связным, если каждое окружение $D$ пространства $X$ и каждая пара точек $x, y \in X$ связаны $D$–цепью.

Наименьшее кардинальное число $\tau$ называется индексом ограниченности равномерного пространства $(X, \Upsilon)$, если равномерность $\Upsilon$ имеет базу $B$, состоящую из окружений мощности $\le \tau$. Индекс ограниченности обозначается через $l(\Upsilon)$. Равномерное пространство $(X, \Upsilon)$ называется $\tau$-*ограниченным*, если $l(\Upsilon) \le \tau$.

Вторая глава диссертации, названная **«Топологические и кардинальные свойства пространства $G$-симметрической степени»,** состоит из трех параграфов. В этой главе диссертации исследованы кардинальные свойства пространства $G$-симметрической степени, изучены сохранение характера, сетевой вес, локальная слабая плотность функтора симметрической степени. Также рассмотрена плотность пространства $G$-симметрической степени.

**В первом параграфе второй главы** исследованы кардинальные свойства пространства $G$-симметрической степени.

Семейство $B = \{E_\alpha : \alpha \in A\}$ непустых подмножеств топологического пространства $X$ называется сетью пространства $X$, если для каждой точки $x \in X$ и каждой окрестности $U$ точки $x$ найдется такое $E_\alpha \in B$, что $x \in E_\alpha \subset U$. Если сеть состоит только из открытых множеств, то $B$ называется базой пространства $X$. Наименьшее кардинальное число вида $|B|$, где $B$ – база (соответственно, сеть) топологического пространства $X$, называется *весом* (соответственно, *сетевым весом*) топологического пространства $X$ и обозначается через $w(X)$ (соответственно, $nw(X)$). Если $w(X) \le \aleph_0$, то говорят, что пространство $X$ удовлетворяет второй аксиоме счетности.

Число Суслина пространства $X$ определяется следующим образом. Через $c(X)$ обозначим наименьшее из всех кардинальных чисел $\tau \ge \aleph_0$, удовлетворяющих следующему условию: мощность каждой системы попарно непересекающихся непустых открытых подмножеств пространства $X$ не превосходит $\tau$.

Семейство $B(x)$ окрестностей точки $x$ называется базой топологического пространства $X$ в точке $x$, если для любой окрестности $V$ точки $x$ существует такой элемент $U \in B(x)$, что $x \in U \subset V$. Характер точки $x$ в топологическом пространстве $X$ есть наименьшее кардинальное число вида $|\mathrm{B}(x)|$, где $B(x)$ база $X$ в точке $x$. Это кардинальное число обозначается через $\chi(x, X)$.

Характер топологического пространства $X$ есть точная верхняя грань всех кардинальных чисел $\chi(x, X)$ для $x \in X$. Это кардинальное число обозначается через $\chi(X)$. Если $\chi(X) \leq \aleph_0$, то говорят, что пространство $X$ удовлетворяет первой аксиоме счетности.

Локальную плотность в точке $x \in X$ обозначим через $ld(x, X)$, которая определяется следующим образом:

$$ld(x, X) = \min\{d(Ox): \text{ где } Ox - \text{окрестность точки } x\}.$$

Локальная плотность пространства $X$ есть точная верхняя грань всех кардинальных чисел $ld(x, X)$ для $x \in X$. Это кардинальное число обозначим через $ld(X)$, т.е.

$$ld(X) = \sup\{ld(x, X): \ x \in X\}.$$

**Теорема 2.1.1**. Для любого бесконечного топологического $T_1$-пространства $X$ верны следующие отношение:

1) $w(X) = w(SP_G^n X)$;

2) $c(X) \leq c(SP_G^n X)$;

3) $\chi(X) = \chi(SP_G^n X)$;

4) $lwd(X) = lwd(SP_G^n X)$.

**Следствие 2.1.2**. Для любого бесконечного топологического $T_1$-пространства $X$ следующие условия равносильны:

(i) Пространство $X$ удовлетворяет первой аксиоме счетности;

(ii) Пространство $SP_G^n X$ удовлетворяет первой аксиоме счетности.

**Следствие 2.1.3.** Для любого бесконечного топологического $T_1$-пространства $X$ следующие условия равносильны:

(i) Пространство $X$ удовлетворяет второй аксиоме счетности;

(ii) Пространство $SP_G^n X$ удовлетворяет второй аксиоме счетности.

**Во втором параграфе второй главы** исследуется аксиома отделимости, метризуемость и связность пространства $G$-симметрической степени. Доказано, что функтор $SP_G^n$ сохраняет хаусдорфовость, регулярность, вполне регулярность, метризуемость и связность топологических пространств.

**Предложение 2.2.1.** Пусть $X$ – топологическое пространство, $n$ – натуральное число и $G$ – произвольная подгруппа группы $S_n$. Топологическое пространство $X$ является $T_i$-пространством, тогда и только тогда, когда пространство $SP_G^n X$ есть $T_i$-пространство, где $i = 1, 2, 3, 3\frac{1}{2}$.

**Предложение 2.2.2**. Пусть $X$ – локально компактное пространство и $G$ – произвольная подгруппа группы $S_n$. Тогда пространство $SP_G^n X$ также локально компактно.

Пусть $d$ – метрика на $X$. Рассмотрим неотрицательную функцию на $SP_G^n X \times SP_G^n X$ следующим образом:

$$\ddot{d}([x],[y]) = \min_{\sigma \in G} \sum_{i=1}^{n} d(x_i, y_{\sigma(i)})$$

**Теорема 2.2.1.** Функция $\ddot{d} : SP_G^n X \times SP_G^n X \to R$ является метрикой на $SP_G^n X$ порожденная этой метрикой топология совпадает с топологией $SP_G^n X$, где $X$ имеют топологию, индуцированную $d$.

**Следствие 2.2.1.** Пусть $G$ – произвольная подгруппа группы $S_n$.

$T_1$-пространство $X$ метризуемо, тогда и только тогда, когда пространство $SP_G^n X$ метризуемо.

**Теорема 2.2.2.** Пусть $X$ есть $T_1$-пространство, $n$ – натуральное число, $G$ – произвольная подгруппа группы $S_n$. Пространство $X$ связно тогда и только тогда, когда пространство $SP_G^n X$ связно.

**В третьем параграфе второй главы** доказано, что функтор $SP_G^n$ сохраняет класс $\sigma$-пространства, стратифицируемое пространство, $\aleph$-пространство.

**Предложение 2.3.3.** Пусть $X$ есть $T_2$-пространство, $n$ – натуральное число и $G$ – произвольная подгруппа группы перестановок $S_n$. Пространство $X$ является $\sigma$-пространством тогда и только тогда, когда $SP_G^n X$ является $\sigma$-пространством.

**Теорема 2.3.1**. Пусть $X$ есть $T_2$-пространство, $n$ – положительное целое число и $G$ – произвольная подгруппа группы перестановок $S_n$. Пространство $X$ является $\aleph$-пространством тогда и только тогда, когда $SP_G^n X$ является $\aleph$-пространством.

**Теорема 2.3.2**. Пусть $X$ есть $T_2$-пространство, $n$ – натуральное число и $G$ – произвольная подгруппа группы перестановок $S_n$.

(1) Пространство $X$ стратифицируемо тогда и только тогда, когда пространство $SP_G^n X$ стратифицируемо.

(2) Пространство $X$ полу стратифицируемо тогда и только тогда, когда пространство $SP_G^n X$ полу стратифицируемо.

В третьей главе диссертации, названной «**Равномерные пространства и пространства $G$-симметрической степени**», состоящей из двух параграфов, установлены равномерность на множестве $SP_G^n X$, доказано, что семейство всех подмножеств $SP_G^n X \times SP_G^n X$ вида $O[U_1, U_2, ..., U_n]$ обладает свойствами (BU1)-(BU2) и порождает на множестве $SP_G^n X$ некоторую равномерность $SP_G^n \Upsilon$, где $\{U_1, U_2, ..., U_n\} \subset \Upsilon$.

**В первом параграфе третьей главе** изучены равномерные свойства равномерного пространства $G$-симметрической степени, в частности: равномерная метризуемость, униформизуемость, вполне ограниченность.

**Теорема 3.1.1**. Пусть $(X, \Upsilon)$ равномерное пространство. Тогда семейство всех подмножеств $SP_G^n X \times SP_G^n X$ вида

$O[U_1, U_2, ..., U_n] =$

$\{([x],[y]):$ существуют перестановки $\sigma, \delta \in G$, что $(x_i, y_{\sigma(i)}) \in U_{\delta(i)},\ i = 1, 2, ..., n\}$

обладает свойствами (BU1)-(BU2) и порождает на множестве $SP_G^n X$ некоторую равномерность $SP_G^n \Upsilon$, где $\{U_1, U_2, ..., U_n\} \subset \Upsilon$.

Топологические пространство $X$ называется *униформизуемым*, если существует такая равномерность на множестве $X$, что порожденная ею топология совпадает с исходной топологией.

**Теорема 3.1.2.** Топологические пространство $X$ униформизуемо тогда и только тогда, когда пространство $SP_G^n X$ униформизуемо.

Пусть дано множество $X$ и $d$ – метрика на нем. Легко проверит, что семейство $B \subset D_X$ всех окружений диагонали вида $\{(x, y):\ d(x, y) < \frac{1}{2^i}\}$, где $i \in \{1, 2, ...\}$, образует базу некоторой равномерности $\Upsilon$ на множестве $X$.

Такая равномерность $\Upsilon$ называется *равномерностью, порожденной* (или *индуцированной*) *метрикой* $d$.

Равномерное пространство $(X, \Upsilon)$ *метризуемо*, если на множестве $X$ существует такая метрика $d$, что индуцированная ею равномерность совпадает с исходной равномерностью $\Upsilon$.

В работе Майкла была доказана, что если равномерное пространство $(X, \Upsilon)$ метризуемо, то его гиперпространство $(\exp X, \exp \Upsilon)$ также метризуемо, где $\exp \Upsilon = \{\exp V:\ V \in \Upsilon\}$, $\exp V = \{(F_1, F_2) \in \exp X \times \exp X:\ F_1 \subset V(F_2),\ F_2 \subset V(F_1)\}$.

**Теорема 3.1.3.** Пусть равномерное пространство $(X, \Upsilon)$ метризуемо, тогда равномерное пространство $(SP_G^n X, SP_G^n \Upsilon)$ также метризуемо.

Равномерное пространство $(X, \Upsilon)$ *вполне ограничено*, если для каждого $V \in \Upsilon$ существует конечное множество $A \subset X$, такое, что $V(A) = X$.

**Предложение 3.1.1.** Равномерное пространство $(X, \Upsilon)$ вполне ограничено тогда и только тогда, когда равномерное пространство $(SP_G^n X, SP_G^n \Upsilon)$ вполне ограничено.

Во втором параграфе этой главы изучени вес, равномерная связность, индекс ограниченности равномерных пространства $G$-симметрической степени.

Отображение $f:(X,\Upsilon)\to(Y,\Psi)$ называется *равномерно непрерывным*, если для любого окружения $V\in\Psi$ существует такое окружение $U\in\Upsilon$, что $f(U(x))\subset V(f(x))$ для всех $x\in X$. Отметим, что условие $f(U(x))\subset V(f(x))$ эквивалентно условию $(f\times f)(U)\subset V$, или условию $(f\times f)^{-1}(V)\subset U$.

Равномерно непрерывное отображение $f:(X,\Upsilon)\to(Y,\Psi)$ называется *равномерно открытым*, если для любого окружения $U\in\Upsilon$ существует такое окружение $V\in\Psi$, что $V(f(x))\subset f(U(x))$ для всех $x\in X$.

Основными результатами **второго параграфа третьей главы** являются:

**Предложение 3.2.1.** Пусть $(X,\Upsilon)$ – равномерное пространство. Тогда отображение $\pi^s_{n,G}:(X^n,\Upsilon^n)\to(SP^n_G X, SP^n_G\Upsilon)$ является равномерно открытым.

**Предложение 3.2.5**. Пусть $(X,\Upsilon)$ – равномерное бесконечное пространство. Тогда $w(\Upsilon)=w(SP^n_G\Upsilon)$.

**Теорема 3.2.1.** Пусть отображение $f:(X,\Upsilon)\to(Y,\Psi)$ равномерно непрерывно (открыто). Тогда отображение $SP^n_G f:(SP^n_G X, SP^n_G\Upsilon)\to(SP^n_G Y, SP^n_G\Psi)$ тоже является равномерно непрерывным (открытым).

**Теорема 3.2.2.** Если равномерное пространство $(X,\Upsilon)$ равномерно связно, то равномерное пространство $(SP^n_G X, SP^n_G\Upsilon)$ также равномерно связно.

**Теорема 3.2.3**. Пусть $(X,\Upsilon)$ – равномерное пространство. Тогда справедливо равенство

$$l(\Upsilon)=l(SP^n_G\Upsilon).$$

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая диссертация посвящена изучению кардинальных и топологических свойств пространства $G$-симметрической степени.

Основные результаты исследований состоят в следующем:

1. Получена функтор $SP_G^n$ сохраняет вес, характер, локально слабая плотность, теснота, сетевой вес, плотность, слабая плотность, калибр, прекалибр, число Шанина и число предшанина топологических пространство.
2. Доказаны, что функтор $SP_G^n$ сохраняет хаусдорфовость, регулярность, вполне регулярность, метризуемость и связность топологических пространств.
3. Установлена неотрицательная функция на $SP_G^n X \times SP_G^n X$ и доказано, что эта функция порождает метрику на пространстве $G$-симметрической степени;
4. Построена равномерная структура на множества $SP_G^n X$, которая совпадает с равномерным весом пространства $X$ и пространства $SP_G^n X$;
5. Доказано, что если отображение $f:(X,\Upsilon)\to(Y,\Psi)$ – равномерно непрерывно (открыто), то отображение $SP_G^n f:(SP_G^n X, SP_G^n\Upsilon)\to(SP_G^n Y, SP_G^n\Psi)$ также является равномерно непрерывным (открытым).
6. Доказано, что отображение $\pi_{n,G}^s:(X^n,\Upsilon^n)\to(SP_G^n X, SP_G^n\Psi)$ является равномерно непрерывным и равномерно открытым.

**SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN**

**NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN**

**ZHURAEV RUSTAM MEKHRIDDINOVICH**

# CARDINAL AND TOPOLOGICAL PROPERTIES OF THE SPACE OF $G$-PERMUTATION DEGREE

**01.01.04 – Geometry and topology**

**ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

**Tashkent – 2022**

**The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2021.1.PhD/FM565**

Dissertation has been prepared at National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

| | |
|---|---|
| **Scientific supervisor:** | **Beshimov Ruzinazar Bebutovich**<br>Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Dotsent |
| **Official opponents:** | **Zaitov Adilbek Ataxanovich**<br>Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor |
| | **Rakhimov Abdugafur Abdumadjidovich**<br>Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor |
| **Leading organization:** | **Tashkent state pedagogical university named after Nizami** |

Defense will take place «23» 08 2022 at 12⁰⁰ at the meeting of Scientific Council number DSc. 03/30.12.2019.FM.01.01 at National University of Uzbekistan. (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 227-12-24, fax: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered № 92) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on « 9 » 08 2022
(Mailing report № 2 on « 9 » 08 2022)

**A.Sadullaev**
Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Academician

**N.K.Mamadaliev**
Scientific Secretary of Scientific Council
on award of scientific degrees,
PhD in Math.and Physics

**A.Ya.Narmanov**
Chairman of Scientific Seminar under
Scientific Council on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Professor

**INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)**

**The aim of the research work** is to investigate cardinal and topological properties of the space of $G$-permutation degree.

**The object of the research work is** the space of $G$-permutation degree, the cardinal numbers, generalized metric spaces, uniform spaces.

**Scientific novelty of the research work** is as follows:

it is proved that a functor of $G$-permutation degree preserves density, weak density, locally weak density, character, network weight of topological spaces;

a non-negative function on $SP_G^n X \times SP_G^n X$ is constructed and it is proved that this function is a metric on $SP_G^n X$;

it is proved that the functor of $G$-permutation degree preserves metrizability of topological spaces;

a uniform structure on a set $SP_G^n X$ is constructed, which coincides uniform weights of spaces $X$ and $SP_G^n X$;

it is proved that the mapping $\pi_{n,G}^s : (X^n, \Upsilon^n) \to (SP_G^n X, SP_G^n \Psi)$ is uniform continuous and uniform open;

it is proved that if $f : (X, \Upsilon) \to (Y, \Psi)$ is uniform continuous (open), then the map $SP_G^n f : (SP_G^n X, SP_G^n \Upsilon) \to (SP_G^n Y, SP_G^n \Psi)$ is also uniform continuous (open).

**Implementation of the research results.** The results obtained in the dissertation on topological and uniform spaces of G-permutation degree were used in the following research projects:

The normality of the functor was used in the grant project “Uniform topology and uniformly continuous mappings and their applications in topological algebra and functional analysis” to solve important problems of topological and cardinal properties of uniform spaces (Kyrgyz National University, Kyrgyzstan, certificate № 10/04-44 dated May 19, 2022). The application of these scientific results made it possible to solve problems of general topology and cardinal invariants of covariant functors in a compact space.

The results of the research concerning metrizability, completely boundedness of space, preservation of some cardinal properties under the action of a functor of $G$-permutation degree, are of a fundamental nature and are fundamentally new achievements in the field of geometry and topology, make a certain contribution to the theory of groups, differential topologies and the theory of differential equations (Samara State Technical University, certificate № 01.01.02/1539 dated May 31, 2022). The use of these scientific results made it possible to solve problems of general topology and cardinal invariants of covariant functors acting in Compact spaces and their continuous mappings.

**The structure and volume of the thesis.** The thesis consists of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The volume of the thesis is 81 pages.

## ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
## LIST OF PUBLISHED WORKS

### I бўлим (1 часть; part 1)

1. R.B.Beshimov, D.N.Georgiou and R.M.Zhuraev, Index boundedness and uniform connectedness of space of $G$-permutation degree // Applied General Topology, 2021. – № 2. – P. 447-459 (3. Scopus, Cite Score IF=0.64).

2. Р.Б.Бешимов, Р. М. Жураев, “Топологические свойства пространства G-симметрической степени”, Геометрия и топология, Итоги науки и техники. Серия «Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры», том 197, 2021, 78–87 (35. CrossRef).

3. Р.Б.Бешимов, Р. М. Жураев, “Кардинальные и топологические свойства пространства симметрической степени”, Дифференциальные уравнения, геометрия и топология, Итоги науки и техники. Серия «Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры», том 201, 2021, 107–122 (35. CrossRef).

4. R.B.Beshimov, R.M. Juraev. Generalized metric spaces and the space of $G$-permutation degree // Uzbek Mathematical Journal. – Tashkent, 2020. – № 4. – P. 38-46 (01.00.00; №6).

5. Р.М.Жураев. Равномерность пространства $G$-симметрической степени// Бюллетень Института математики. – Ташкент, 2020. – № 6. – С. 18-23 (01.00.00; №6).

### II бўлим (2 часть; part 2)

6. Р.Б.Бешимов, Р.М.Жураев, Некоторые кардинальные функции и слабо нормальный функтор // Вестник Кыргызского-Российского Славянского университета 2010 г., том 10, – № 9. – С. 15-18.

7. R.B.Beshimov, F. G. Mukhamadiev, R. M. Zhuraev, Cardinal properties of the space of permutation degree // Scientific Reports of the Tashkent State Pedagogical University, 2014, – № 1 (2), – P. 76-84.

8. Р.Б.Бешимов, Ф.Г.Мухамадиев, Р.М.Жураев, Кардинальные и топологической свойства функтор симметрические степени / Неклассические уравнения математической физики и их приложения. – Ташкент, 2014. 23-25 октября. – С. 263-264.

9. Р.Б.Бешимов, Ф.Г.Мухамадиев, Р.М.Жураев, Наследственные кардинальные свойства пространства Хаттори на числовой прямой и функтор симметрические степени / Материалы научной конференции «Актуальные вопросы геометрии и её приложения». – Ташкент, 2014. 27-28 октября. – С. 70-72.

10. R.B.Beshimov, R.M.Zhuraev, Some topological properties of the permutation degree / Abstracts of the Joint International Conference Science-

Technology-Education-Mathematics-Medicine. – Bukhara-Samarkand-Tashkent, 2019. May 13-17. – P. 32-33

11. Р.Б.Бешимов, Р.М.Жураев, Локальная плотность пространства симметрической степени / Тезисы международной конференции Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий. – Ташкент, 2019. 14-15 ноябрь. – С. 130-131.

12. R.B.Beshimov, R.M.Zhuraev, Separation axioms of space of the permutation degree / Abstracts of the international conference Modern problems of geometry and topology and their applications. – Tashkent, 2019. November 21-23. – P. 30.

13. Р.Б.Бешимов, Р.М.Жураев Свойство пространство $G$-симметрической степени / Тезисы докладов международной научной конференции на тему Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики. – Фергана, 2020. 12-13 март. – С. 296-298.

14. Р.Б.Бешимов, Р.М.Жураев, Метризуемость пространства $G$-симметрической степени / Материалы республиканской научной онлайн конференции молодых ученых «Современные проблемы математики и прикладной математики». – Ташкент, 2020. 21 мая. – С. 22-24.

15. R.M.Zhuraev, Stratifiable space and the space of $G$-permutation degree / Frontier in mathematics and computer science. Abstracts of the International Online Conference. – Tashkent, 2020. October 12–15. – P. 161-162.

16. Р.Б.Бешимов, Р.М.Жураев. Индекс ограниченности пространства $G$-симметрической степени / Материалы научной конференции «Актуальные проблемы стохастического анализа», Посвященной 80 летию академика Ш.К.Форманова. – Ташкент, 2021. 20-21 февраля. – С. 278-280.

17. R.B.Beshimov, R.M.Zhuraev. Index boundedness of space of the $G$-permutation degree / ”Problems of Modern Mathematics” 70-th anniversary of A.A. Borubaev. – Bishkek, 2021. June 16-19. – P. 48.

18. R.B.Beshimov, R.M.Zhuraev, The minitightness of the space of permutation degree / Тезисы докладов Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых Сарымсаковские чтения. – Ташкент, 2021. 16–18 сентября. – С. 189-190.

19. Р.М. Жураев, On $\tau$-boundedness of the space of permutation degree / Международная конференция по топологии и ее приложениям, посвященная 100-летию со дня рождения Ю.М.Смирнова. – Москва, 2021. 20-21 сентября – С. 1.

20. R.B.Beshimov, R.M.Zhuraev, On $\tau$-continuity of functions / Abstracts of the Republican Scientific Conference with the participation of foreign scientists "Differential equations and related problems of analysis." — Bukhara, 2021. November 4-5. — P. 105-106.

21. R.B.Beshimov, R.M.Zhuraev, Acting of the functor of $G$-permutation degree on uniform continuous mapping / Abstracts of the international scientific conference of "Contemporary mathematics and its application". – Tashkent, 2021. November 19-21. – P. 55-56.

Автореферат «ЎзМУ хабарлари» журнали таҳририятида таҳрирдан ўтказилиб, ўзбек, рус ва инглиз тилларидаги матнлар ўзаро мувофиқлаштирилди.

**Босмахона лицензияси:**

**9338**

Бичими: 84x60 $^{1}/_{16}$. «Times New Roman» гарнитураси.
Рақамли босма усулда босилди.
Шартли босма табоғи: 2,75. Адади 100 дона. Буюртма № 2/22.

Гувоҳнома № 851684.
«Tipograff» МЧЖ босмахонасида чоп этилган.
Босмахона манзили: 100011, Тошкент ш., Беруний кўчаси, 83-уй.