ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ХАЛИЛОВ ҚОБИЛЖОН СОЛИЖОНОВИЧ

ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИК ТИПДАГИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР УЧУН ИНТЕГРАЛ ШАРТЛИ МАСАЛАЛАР

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика

ФИЗИКА - МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ
бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси
АВТОРЕФЕРАТИ

Фарғона – 2022

УДК: 517.95

Физика – математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико – математическим наукам

Content of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on Physical – Mathematical Sciences

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ХАЛИЛОВ ҚОБИЛЖОН СОЛИЖОНОВИЧ

ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИК ТИПДАГИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР УЧУН ИНТЕГРАЛ ШАРТЛИ МАСАЛАЛАР

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика

ФИЗИКА - МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ
бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси
АВТОРЕФЕРАТИ

Фарғона – 2022

Физика - математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида №B 2021.2.PhD/FM602 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Фарғона давлат университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.fdu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Уринов Ахмаджон Кушакович** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Хасанов Анварджан** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Юлдашев Турсун Камалдинович физика-математика фанлари доктори, доцент
Етакчи ташкилот:	**Самарқанд давлат университети**

Диссертация ҳимояси Фарғона давлат университети ҳузуридаги PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 рақамли Илмий кенгашнинг 2022 йил «1» 12 соат 10:00 даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 150100, Фарғона шаҳар, Мураббийлар кўчаси, 19-уй. Тел.:(+99873) 244-44-02, факс: (+99873) 244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

Диссертация билан Фарғона давлат университетининг Ахборот - ресурс марказида танишиш мумкин (206 рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 150100, Фарғона шаҳар, Мураббийлар кўчаси, 19- уй. Тел.:(+99873) 244-44-94.

Диссертация автореферати 2022 «19» 11 куни тарқатилди.

(2022 йил «19» 11 даги ______ рақамли реестр баённомаси).

Б.Т.Саматов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси ўринбосари, ф.-м.ф.д., доцент

И.У.Хайдаров
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

Ш.Т.Каримов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш қошидаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., доцент

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертация аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳонда табиий жараёнларни математик моделлаштириш бўйича олиб борилаётган тадқиқотлар математиклар, жумладан, хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назарияси тадқиқотчилари учун катта вазифаларни қўймоқда. Шу муносабат билан ҳозирги вақтда бу назария нафақат назарий, балки амалий жиҳатдан ҳам жадал ривожланмоқда. Бунда, аралаш типдаги параболо-гиперболик дифференциал тенгламалар ғовакли муҳитда иссиқлик ва масса алмашинуви, электромагнит майдоннинг бир жинсли бўлмаган муҳитда тарқалиши, иссиқлик майдонининг ҳосил бўлиши, ёпишқоқ-эластик ва ёпишқоқ суюқликларнинг ҳаракати каби масалаларнинг математик модели сифатида қабул қилинмоқда. Шунинг учун параболо-гиперболик тенгламалар учун чегаравий масалаларни баён қилиш ва уларни ечиш хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назариясининг устувор йўналишларидан бири ҳисобланади.

Жаҳонда сўнгги йилларда тадқиқотчилар дифференциал тенгламалар учун янги масалаларни, жумладан, нолокал шартли масалаларни баён қилиш ва тадқиқ этиш билан фаол шуғулланмоқдалар. Бунда интеграл шартли масалаларни қўйиш ва ўрганиш муҳим аҳамият касб этади. Ҳозирги кунга қадар интеграл шартли масалаларни баён қилиш ва тадқиқ этиш усуллари ҳамда уларнинг амалий аҳамиятига бағишланган бир қанча илмий мақолалар чоп этилган. Уларнинг кўпчилигида, асосан, гиперболик, параболик ва эллиптик типдаги иккинчи тартибли хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар, учинчи тартибли хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар ва интегро-дифференциал тенгламалар қаралган. Хозирги вақтда хусусий ҳосилали аралаш типдаги дифференциал тенгламалар учун интеграл шартли масалаларни ўрганишга алоҳида эътибор берилмоқда.

Республикамизда кейинги йилларда фундаментал тадқиқотларни илмий ва амалий қўлланилишини кенгайтириш бўйича кенг кўламли чора-тадбирлар амалга оширилди ва муайян ижобий натижаларга эришилди. Жумладан, математика фанларининг устувор йўналишлари бўйича, хусусан, дифференциал тенгламалар ва математик физика, динамик системалар ва оптимал бошқарув, амалий математика ва математик моделлаш-тириш, математик таҳлил ва функциялар назарияси, эҳтимоллар назарияси ва математик статистика, алгебра ва геометрия каби фанларнинг долзарб соҳалари бўйича ҳалқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш математик олимларнинг асосий вазифалари ва фаолият йўналишлари этиб белгилаб берилди[1]. Ушбу асосий вазифаларни амалга оширишда иккинчи ва учинчи тартибли хусусий ҳосилали аралаш типдаги параболо-гиперболик тенгламалар учун интеграл шартли масалаларни баён қилиш ва тадқиқ этиш муҳим аҳамият касб этади.

---

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги “Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий-тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш чора-тадбирлари тўғрисида” ги 292-сон қарори

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789-сон “Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”, 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909-сон “Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”, 2019 йил 9 июлдаги ПҚ-4387-сон “Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг В.И.Романовский номидаги Математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида” ва 2020 йил 7 майдаги ПҚ-4708-сон “Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий-тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация иши муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур диссертация республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. “Математика, механика ва информатика” устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Параболо-гиперболик тенгламаларни тизимли ўрганиш йигирманчи асрнинг ўрталаридан бошланган. Ўтган даврда параболо-гиперболик тенгламалар учун локал ва нолокал чегаравий масалаларни баён қилиш ва ўрганиш бўйича А.М.Нахушев, В.А.Врагов, Н.Ю.Капустин, М.С.Салахитдинов, Т.Д.Джураев, Ю.П.Апаков, У.И.Балтаева, А.С.Бердышев, В.А.Елеев, Б.Исломов, Э.Т.Каримов, О.А.Репин, К.Б.Сабитов, М.А.Садыбеков, А.Сопуев, Ж.О.Тахиров, А.К.Уринов, Т.Г.Эргашев ва бошқалар томонидан муҳим илмий натижалар олинди.

Сўнгги пайтларда хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун интеграл шартли масалаларни ўрганишда изланувчилар интеграл шартларнинг турли кўринишларидан фойдаланмоқдалар.

Биринчи тур интеграл шартли масалалар дастлаб Дж.Кэннон ва Л.И.Камынин томонидан ўрганилган. Кейинчалик, бундай шартли масалалар иккинчи тартибли гиперболик, параболик ва эллиптик типдаги дифференциал тенгламалар учун Н.И.Ионкин, Я.Т.Мегралиев, З.А.Нахушева, Л.С.Пулькина, Н.И.Юрчук, Н.В.Бейлина, О.А.Васильева, А.В.Дюжева, Н.В.Зайцева, О.М.Кечина, С.В.Кириченко ва бошқалар, учинчи тартибли дифференциал тенгламалар учун А.Бузиани, А.И.Кожанов, О.С.Зикиров ва Д.К.Холиков, Я.Т.Мегралиев, Т.К.Юлдашев, Н.С.Попов ва бошқалар, тўртинчи тартибли дифференциал тенгламалар учун А.В.Дюжева, Я.Т.Мегралиев, Т.К.Юлдашев ва бошқалар, иккинчи тартибли аралаш типдаги дифференциал тенгламалар учун А.К.Уринов, К.Б.Сабитов, Ю.К.Сабитова, М.Х.Акбарова ва бошқалар томонидан ўрганилди.

Иккинчи тур интеграл шартли масалалар дастлаб иккинчи тартибли гиперболик типдаги дифференциал тенгламалар учун Д.Г.Гордезиани ва Г.А.Авалишвили, параболик типдаги дифференциал тенглама учун Л.А.Муравей ва А.В.Филиновский, аралаш-параболик типдаги дифференциал тенглама учун эса М.Х.Акбароваларнинг ишларида тадқиқ қилинган. Ҳозирги кунгача иккинчи тартибли гиперболик, параболик ва эллиптик типдаги дифференциал тенгламалар учун Г.А.Атаев, А.К.Гущин ва В.П.Михайлов, Я.Т.Мегралиев, Л.С.Пулькина, А.Л.Скубачевский, А.К.Уринов ва Ш.Т.Нишонова, Н.В.Бейлина, О.М.Кечина, С.В.Кириченко, А.Э.Савенкова ва бошқалар, юқори тартибли тенгламалар учун А.И.Кожанов, О.С.Зикиров ва Д.К.Холиқов, Я.Т.Мегралиев, Т.К.Юлдашев, Н.В.Бейлина, Г.А.Лукина, Н.С.Попов ва бошқалар, иккинчи тартибли аралаш типдаги тенгламалар учун эса А.К.Уринов ва А.О.Маманазаров, А.К.Уринов ва Ш.Т.Нишонова, Н.В.Бейлина, С.В.Кириченко ва бошқалар томонидан иккинчи тур интеграл шартли кўплаб масалалар баён қилинган ва ўрганилган.

Учинчи тур интеграл шартли масала дастлаб А.В.Голованчиков, И.Э.Симонова ва В.В.Симонов томонидан иссиқлик тарқалиш тенгламаси учун қўйилган ва текширилган. Ҳозирги кунда учинчи тур интеграл шартли масалаларни баён қилиш ва тадқиқ этишга бағишланган ишлар кўп эмас. Иккинчи тартибли аралаш параболо-гиперболик тенглама учун А.К.Уринов ва А.О.Маманазаров, учинчи тартибли тенгламалар учун О.С.Зикиров ва М.М.Сагдуллаева учинчи тур интеграл шартли масалалар баён қилганлар ва ўрганганлар.

Юқорида санаб ўтилган ва бошқа тадқиқотлар таҳлилидан келиб чиқадики, ҳозирги вақтда иккинчи ва учинчи тартибли параболо-гиперболик типдаги тенгламалар учун интеграл шартли (айниқса, учинчи тур интеграл шартли) масалалар кам тадқиқ қилинган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий – тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.

Диссертация тадқиқоти Фарғона давлат университети илмий-тадқиқот ишлари режасидаги Ф-4-59 «Чизиқли иккинчи тартибли хусусий ҳосилали сингуляр коэффициентли дифференциал тенгламалар учун бошланғич ва чегаравий масалалар» (2012-2016 йй.) фундаментал лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади иккинчи ва учинчи тартибли параболо-гиперболик типдаги дифференциал тенгламалар учун интеграл шартли масалалар қўйиш ва ўрганиш, шунингдек, қўйилган масалаларни тадқиқ этиш усулларини ишлаб чиқишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари қуйидагилардан иборат:

иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенгламалар учун интеграл шарт ва характеристикада локал шарт берилган масалалар қўйиш ва ўрганиш;

иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенглама учун интеграл шарт ва Бицадзе-Самарский типидаги шарт қатнашган масалаларни баён қилиш ва тадқиқ этиш;

иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенгламалар учун интеграл шарт ва силжишли шарт қатнашган масалалар қўйиш ва ўрганиш;

учинчи тартибли параболо-гиперболик тенгламалар учун интеграл шартли масалаларни баён қилиш ва тадқиқ этиш.

Тадқиқотнинг объекти иккинчи ва учинчи тартибли параболо-гиперболик типдаги дифференциал тенгламалар ҳисобланади.

Тадқиқотнинг предмети иккинчи ва учинчи тартибли параболо-гиперболик типдаги дифференциал тенгламалар учун интеграл шартли масалалардан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Диссертация ишида экстремум принципи, энергия интеграллари ва интеграл тенгламалар усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

иккинчи тартибли параболо-гиперболик типдаги модел тенглама ва кичик ҳадлари спектрал параметр ҳамда сингуляр коэффициентга эга бўлган тенгламалар учун интеграл шарт ва характеристикада локал шарт берилган масалаларнинг бир қийматли ечилиши асосланган;

кичик ҳадлари спектрал параметр ва сингуляр коэффициентга эга бўлган иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенглама учун интеграл шарт ва Бицадзе-Самарский типидаги шарт қатнашган масалалар ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги исботланган;

кичик ҳади сингуляр коэффициентга эга бўлган иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенглама учун интеграл шарт ва силжишли шарт қатнашган, тип ўзгариши чизиғида эса умумий улаш шарти берилган масаланинг бир қийматли ечилишини таъминловчи шартлар аниқланган;

каср тартибли дифференциал операторлар қатнашган оддий дифференциал тенгламалар учун биринчи тур интеграл шартли масалалар ечимининг ягоналигини исботлаш усули ишлаб чиқилган;

учинчи тартибли параболо-гиперболик типдаги модел тенглама ва кичик ҳадлари спектрал параметр ҳамда сингуляр коэффициентга эга бўлган тенгламалар учун интеграл шарт ва характеристикада локал шартлар берилган масалаларнинг бир қийматли ечилиши исботланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари олинган илмий натижаларни шундай математик моделларга келтириладиган жараёнларнинг сифат хусусиятларини ўрганишга ҳамда қўйилган масалалар ечимини сонли ҳисоблашга қўллаш мумкинлигидан иборат.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги математик исботлар экстремум принципи, энергия интеграллари ва интеграл тенгламалар усулларига асосланиб амалга оширилганлиги ҳамда математик мулоҳазаларнинг қатъийлиги билан асосланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти.

Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти шундан иборатки, ишда олинган илмий натижалар хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун интеграл шартли нолокал масалалар назариясини янада ривожлантириш учун асос сифатида фойдаланиш мумкин.

Диссертация тадқиқотининг амалий аҳамияти плазма физикаси, иссиқлик тарқалиши, намликнинг капилляр-ғовак муҳитлардан ўтиши, демография, математик биология ва бошқа соҳаларга оид жараёнларни математик моделлаштиришда қўлланиши мумкинлиги билан белгиланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Ушбу диссертацияда олинган натижалар қуйидаги илмий-тадқиқот лойиҳаларида қўлланилган:

Иккинчи тартибли пароболо-гиперболик тенгламалар учун биринчи тур интеграл шартли масалалар ечимининг ягоналигини исботлаш усули “Тўйинишли ва тебранма жараёнларни тадқиқ қилиш мақсадида каср динамиканинг математик моделларини ривожлантириш” номли хорижий илмий лойиҳани амалга оширишда фойдаланилган (Витус Беринг номидаги Камчатка давлат университетининг 2022 йил 12 сентябрдаги №31-12 рақамли маълумотномаси). Натижада, каср тартибли дифференциал ва интеграл операторлар ва уларнинг айрим умумлашмаларини ўз ичига олган иккинчи тартибли оддий дифференциал тенгламалар учун бир қанча нолокал масалалар ечими ягоналигини исботлаш имконини берган;

Учинчи тартибли параболик-гиперболик тенгламалар учун интеграл шартли масалаларни ўрганиш учун таклиф қилинган усул “Аралаш турдаги тенгламалар учун характеристика ва бузилиш чизиғида Франкл ва Бицадзе-Самарский шартлари берилган масалалар корректлигини ноклассик сингуляр интеграл тенгламаларга олиб келиб ўрганиш” номли лойиҳада фойдаланилган (Термиз давлат университетининг 2022 йил 9 сентябрдаги №04/12-3008 рақамли маълумотномаси). Натижада, иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенгламалар учун баъзи тескари масалаларни бир қийматли ечилишини текшириш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Диссертациянинг асосий натижалари 5 та халқаро ва 7 та республика илмий ва илмий – амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича 22 та илмий иш эълон қилинган бўлиб, улардан 10 таси илмий мақола, шулардан 2 таси хорижий илмий журналларда, 3 таси эса Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган маҳаллий илмий журналларда чоп этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат. Диссертациянинг умумий ҳажми 115 бетни ташкил этади.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **“Иккинчи тартибли модел ва кичик ҳади сингуляр коэффициентга эга бўлган параболо-гиперболик типдаги тенгламалар учун масалалар”** деб номланувчи биринчи боби учта параграфдан иборат бўлиб, у ушбу

$$0=\begin{cases} u_{xx}-u_y, & (x,y)\in D_1=D\cap(y>0),\\ u_{xx}-u_{yy}-\left(2\beta/y\right)u_y, & (x,y)\in D_2=D\cap(y<0)\end{cases} \quad (1)$$

тенглама учун xOy текисликнинг $y\geq 0$ қисмида $x=0$, $y=1$, $x=1$ тўғри чизиқлар билан, $y\leq 0$ қисмида эса тор тебраниш тенгламасининг $x+y=0$, $x-y=1$ характеристикалари билан чегараланган D соҳада интеграл шартли масалалар қўйишга ва ўрганишга бағишланган, бу ерда $0\leq\beta=const<\left(1/2\right)$.

1.1 параграфда қуйидаги масалалар қўйилган ва тадқиқ қилинган:

1-масала. Қуйидаги хоссаларга эга бўлган $u(x,y)$ функция топилсин:

1) $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C^{2,1}_{x,y}(D_1)\cap C^{2,2}_{x,y}(D_2)$;
2) $u(x,y)$ $-D_1\cup D_2$ да (1) тенгламанинг регуляр ечими;
3) $u(x,y)$ функция ушбу шартларни қаноатлантиради:

$$u(0,y)=\mu_1(y),\quad 0\leq y\leq 1; \quad (2)$$

$$\int\limits_0^1 u(x,y)dx=\int\limits_0^y p\left(y,t\right)u(1,t)dt+\mu_2(y),\quad 0\leq y\leq 1; \quad (3)$$

$$u(x,-x)=\psi(x),\quad 0\leq x\leq(1/2); \quad (4)$$

$$\lim_{y\to+0}u_y(x,y)=\lim_{y\to-0}(-y)^{2\beta}u_y(x,y),\, 0<x<1, \quad (5)$$

бу ерда $\mu_1(y)$, $\mu_2(y)$, $\psi(x)$, $p\left(y,t\right)$ – берилган функциялар бўлиб, ўзларининг аниқланиш соҳасида узлуксиз ва $\mu_1\left(0\right)=\psi\left(0\right)$.

2-масала. Шундай $u\left(x,y\right)$ функция топилсинки, у 1-масала шартларини, (3) шарт қуйидаги шарт билан алмаштирилган ҳолда қаноатлантирсин:

$$u(1,y)=\int\limits_0^1 u(x,y)dx+\mu_2(y),\qquad 0\leq y\leq 1. \quad (6)$$

Қуйидаги теоремалар ўринли эканлиги исботланган:

1-теорема. Фараз қилайлик, $\beta = 0$ ва $\psi(x) \in C^1[0,1/2] \cap C^2(0,1/2)$, $p(y,t), (\partial/\partial y) p(y,t) \in C(0 \le y,t \le 1)$, $\mu_1(y), \mu_2(y) \in C^1[0,1]$, $\psi(0) = \mu_1(0) = 0$ бўлсин. У ҳолда 1-масала ягона ечимга эга.

2-теорема. Фараз қилайлик, $\beta \in (0,1/2)$ ва $\psi(x) \in C^1[0,1/2] \cap C^3(0,1/2)$, $p(y,t), (\partial/\partial y) p(y,t) \in C(0 \le y,t \le 1)$, $\mu_1(y), \mu_2(y) \in C^1[0,1]$, $\psi(0) = \mu_1(0) = 0$ бўлсин. У ҳолда 1-масала ягона ечимга эга.

3-теорема. Фараз қилайлик, $\beta = 0$ ва $\psi(x) \in C^1[0,1/2] \cap C^2(0,1/2)$, $\mu_1(y), \mu_2(y) \in C[0,1]$, $\psi(0) = \mu_1(0)$ бўлсин. У ҳолда 2-масала ягона ечимга эга.

4-теорема. Фараз қилайлик, $\beta \in (0,1/2)$ ва $\psi(x) \in C^1[0,1/2] \cap C^3(0,1/2)$, $\mu_1(y), \mu_2(y) \in C[0,1]$, $\psi(0) = \mu_1(0)$ бўлсин. У ҳолда 2-масала ягона ечимга эга.

1.2-§да D соҳада (1) тенглама учун $\beta \in (0,1/2)$ бўлганда қуйидаги интеграл шартли ва Бицадзе-Самарский шартили масалалар ўрганилган:

3-масала. $D_1 \cup D_2$ соҳада (1) тенгламани ва (2), (3), (5),

$$D_{0x}^{\beta}\left[x^{2\beta-1}u(x/2,-x/2)\right] + a(x)u(x,0) = b(x), \quad 0 \le x \le 1 \tag{7}$$

шартларни қаноатлантирувчи $u(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C_{x,y}^{2,1}(D_1) \cap C_{x,y}^{2,2}(D_2)$ функция топилсин, бу ерда $a(x)$, $b(x)$, $\mu_1(y)$, $\mu_2(y)$ – берилган узлуксиз функциялар, $D_{0x}^{\beta}\varphi(x)$ –Риман-Лиувилл маъносидаги каср тартибли дифференциал оператор.

4-масала. Шундай $u(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C_{x,y}^{2,1}(D_1) \cap C_{x,y}^{2,2}(D_2)$ функция топилсинки, у 3-масала шартларини, (7) шарт

$$D_{x1}^{\beta}\left[(1-x)^{2\beta-1}u\left((x+1)/2,(x-1)/2\right)\right] + a(x)u(x,0) = b(x), \quad 0 \le x \le 1 \tag{8}$$

шартга алмаштирилган ҳолда қаноатлантирсин, бу ерда $a(x)$, $b(x)$, $\mu_1(y)$, $\mu_2(y)$ – берилган узлуксиз функциялар, $D_{x1}^{\beta}\varphi(x)$ –Риман-Лиувилл маъносидаги каср тартибли дифференциал оператор.

5-масала(6-масала). Шундай $u(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C_{x,y}^{2,1}(D_1) \cap C_{x,y}^{2,2}(D_2)$ функция топилсинки, у 3-масала [(4-масала)] шартларини, (3) шарт (6) шартга алмаштирилган ҳолда қаноатлантирсин.

Баён қилинган 3-6-масалаларни тадқиқ этишда қуйидаги белгилашлардан фойдаланилган:

$$a_1(x) = \gamma_3 + \gamma_4 x^{1-\beta}a(x), \quad b_1(x) = x^{1-\beta}b(x), \quad \gamma_4 = \Gamma(1-\beta)\left[2^{2\beta-1}\Gamma(1-2\beta)\right]^{-1},$$

$\gamma_3 = \Gamma(2\beta)\Gamma(1-\beta)\left[2^{2\beta-1}\Gamma(\beta)\Gamma(1-2\beta)\right]^{-1}$, $a_2(x) = \gamma_1\Gamma(\beta) + (1-x)^{1-\beta}a(x)$, $b_2(x) = (1-x)^{1-\beta}b(x)$, $\gamma_1 = \Gamma(2\beta)/\Gamma^2(\beta)$.

1.2 параграфнинг асосий натижаси қуйидаги теоремалардир:

5-теорема. Ушбу $a_1(x) \in C^3[0,1]$, $a_1(x) > 0$, $x \in [0,1]$; $a_1'(x) \ge 0, x \in (0,1)$; $b_1(x) \in C^3[0,1]$, $b_1(0) = b_1'(0) = 0$; $p(y,t), (\partial/\partial y) p(y,t) \in C(0 \le y,t \le 1)$; $\mu_1(y)$,

$\mu_2(y)\in C^1[0,1],\mu_1(0)=0$ шартлар бажарилсин. У ҳолда 3-масала ягона ечимга эга.

6-теорема. Ушбу $a_1(x)\in C^3[0,1], a_1(x)>0, x\in[0,1];$ $a_1'(x)\geq 0,$ $x\in(0,1);$ $b_1(x)\in C^3[0,1],$ $b_1(0)=b_1'(0)=0;$ $\mu_1(y), \mu_2(y)\in C[0,1],$ $\mu_1(0)=0$ шартлар бажарилсин. У ҳолда 5-масала ягона ечимга эга.

7-теорема. Ушбу $a_2(x)\in C^3[0,1], a_2(x)>0, x\in[0,1], a_2'(x)\leq 0,$ $x\in(0,1);$ $b_2(x)\in C^3[0,1],$ $b_2(1)=b_2'(1)=0;$ $p(y,t),(\partial/\partial y)p(y,t)\in C(0\leq y,t\leq 1);$ $\mu_1(y),$ $\mu_2(y)\in C^1[0,1],$ $\mu_1(0)=0$ шартлар бажарилсин. У ҳолда 4-масала ягона ечимга эга.

1.3 параграфда (1) тенглама учун $\beta\in(0,1/2)$ бўлганда қуйидаги масала ўрганилган.

7-масала. $D_1\cup D_2$ соҳада (1) тенгламани ва (2), (3),

$$a(x)D_{0x}^{1-\beta}u(x/2,-x/2)+b(x)D_{x1}^{1-\beta}u\left[(x+1)/2,(x-1)/2\right]+$$
$$+c(x)\lim_{y\to-0}(-y)^{2\beta}u_y(x,y)=e(x),\quad 0<x<1; \tag{9}$$

$$\lim_{y\to+0}u_y(x,y)=g(x)\lim_{y\to-0}(-y)^{2\beta}u_y(x,y)+\sum_{k=1}^{n}a_k(x)D_{0x}^{\alpha_k}p_k(x)u(x,0)+$$
$$+\sum_{j=1}^{m}b_j(x)D_{x1}^{\beta_j}q_j(x)u(x,0)+h(x),\ 0<x<1 \tag{10}$$

шартларни қаноатлантирувчи $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C_{x,y}^{2,1}(D_1)\cap C_{x,y}^{2,2}(D_2)$ функция топилсин, бу ерда $\mu_1(y)$, $\mu_2(y)$, $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$, $e(x)$, $g(x)$, $h(x)$, $a_k(x)$, $p_k(x)$, $b_j(x)$, $q_j(x)$ $\left(k=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}\right)$ – берилган узлуксиз функциялар, α_k $\left(k=\overline{1,n}\right)$ ва β_j $\left(j=\overline{1,m}\right)$ – $(0,1)$ оралиқда берилган ҳақиқий сонлар, $D_{ax}^{\alpha}\varphi(x)$ ва $D_{xb}^{\alpha}\varphi(x)$ эса – Риман-Лиувилл маъносидаги каср тартибли дифференциал операторлар.

Қуйидаги теореманинг ўринли эканлиги исботланган.

8-теорема. Фараз қилайлик, қуйидаги шартлар бажарилсин: $(1-x)^{\beta}a(x),$ $x^{\beta}b(x),$ $\left[x(1-x)\right]^{\beta}c(x),$ $g(x),$ $a_k(x),$ $b_j(x),$ $h(x),$ $\left[x(1-x)\right]^{\beta}e(x)\in C^{(0,\delta)}[0,1],\delta>1-2\beta, k=\overline{1,n}, j=\overline{1,m}; p_k(x),q_j(x)\in C^{(2,\delta)}[0,1],$ $a^2(x)+b^2(x)\neq 0, A(x)\neq 0, g(x)\neq 0, \left[a(x)g(x)\right]\left[A(x)\right]^{-1}\geq 0, \left[b(x)g(x)\right]\left[A(x)\right]^{-1}\geq 0,$ $a_k(x)\geq 0,$ $p_k(x)>0;$ $b_j(x)\geq 0,$ $q_j(x)>0,$ $x\in[0,1]$ шартлар бажарилган бўлиб, $p_k(x)$ ва $q_j(x)$ – мос равишда $\alpha_k\left(k=\overline{1,n}\right)$ ва $\beta_j\left(j=\overline{1,m}\right)$ лардан катта кўрсаткичли Гёльдер шартини қаноатлантирувчи ўсмайдиган ва камаймайдиган функциялар; $p(y,t),(\partial/\partial y)p(y,t)\in C(0\leq y,t\leq 1),$

$\mu_1(y), \mu_2(y) \in C^1[0,1]$, $\mu_1(0)=0$, бу ерда $A(x)=(1-x)^{\beta} a(x)+x^{\beta} b(x)-$ $-\left[2^{1-2\beta}\Gamma(1-\beta)/\Gamma(1-2\beta)\right]\left[x(1-x)\right]^{\beta} c(x)$.

У ҳолда 7-масаланинг ечими мавжуд ва ягона.

Диссертациянинг **“Кичик ҳадлари спектрал параметр ва сингуляр коэффициентга эга бўлган иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенглама учун масалалар”** деб номланган иккинчи боби иккита параграфдан иборат бўлиб, биринчи боб бошида тавсифланган D соҳада ушбу

$$0=\begin{cases} u_{xx}-u_y-\lambda_1^2 u, & (x,y)\in D_1, \\ u_{xx}-u_{yy}-(2\beta/y)u_y+\lambda_2^2 u, & (x,y)\in D_2 \end{cases} \quad (13)$$

параболо-гиперболик тенглама учун интеграл шартли чегаравий масалаларни баён қилиш ва ўрганишга бағишланган, бу ерда $\beta, \lambda_1 \in R$, λ_2 эса ҳақиқий ёки соф мавҳум сон бўлиб, $0 \le \beta < (1/2)$.

2.1 параграфда (13) тенглама учун 1- ва 2-масалаларга мос масалалар қаралган.

8-масала. $D_1 \cup D_2$ соҳада (13) тенгламани ва (2), (3), (4), (5) шартларни қаноатлантирувчи $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C_{x,y}^{2,1}(D_1)\cap C_{x,y}^{2,2}(D_2)$ функция топилсин, бу ерда $\psi(x), \mu_1(y), \mu_2(y), p(y,t)$ – берилган узлуксиз функциялар бўлиб, $\psi(0)=\mu_1(0)$, $\lambda_1, \lambda_2 \in R$ – берилган сонлар.

9-масала. Шундай $u(x,y)$ функция топилсинки, у 8-масала шартларини, (3) шарт (6) шартга алмаштирилган ҳолда қаноатлантирсин, бу ерда $\lambda_1 \in R$, λ_2 эса ҳақиқий ёки соф мавҳум сон.

Қуйидаги теоремаларнинг тўғри эканлиги исботланган:

9-теорема. Фараз қилайлик, $\beta=0$ ва $|\lambda_2|\le\sqrt{2}|\lambda_1|$, $\psi(x)\in C^1[0,1/2]\cap$ $\cap C^2(0,1/2)$, $p(y,\eta), p'_y(y,\eta)\in C(0\le\eta\le y\le1)$, $\mu_1(y), \mu_2(y)\in C^1[0,1]$, $\psi(0)=\mu_1(0)=0$ бўлсин. У ҳолда 8-масала ягона ечимга эга.

10-теорема. Фараз қилайлик, $\beta=0$ ва $|\lambda_1|\ge|\lambda_2|>0$, $\psi(x)\in C^1[0,1/2]\cap$ $\cap C^2(0,1/2)$, $\mu_1(y), \mu_2(y)\in C[0,1]$, $\psi(0)=\mu_1(0)$ бўлсин. У ҳолда 9-масала ягона ечимга эга.

11-теорема. Фараз қилайлик, $0<\beta<1/2$ ва $|\lambda_1|\ge|\lambda_2|>0$, $\psi(x)\in C^1[0,1/2]\cap C^3(0,1/2)$, $\mu_1(y), \mu_2(y)\in C[0,1]$, $\psi(0)=\mu_1(0)$ бўлсин. У ҳолда 8-масала ягона ечимга эга.

12-теорема. Фараз қилайлик, $0<\beta<1/2$ ва $|\lambda_1|\ge|\lambda_2|>0$, $\lambda_1+1-sh\lambda_1 ch\lambda_1\ne0$, $\psi(x)\in C^1[0,1/2]\cap C^3(0,1/2)$, $\mu_1(y), \mu_2(y)\in C[0,1]$, $\psi(0)=\mu_1(0)$ бўлсин. У ҳолда 9-масала ягона ечимга эга.

§2.2 да $0 < \beta < 1/2$ бўлганда қуйидаги масалалар тадқиқ қилинган:

10-масала. $D_1 \cup D_2$ соҳада (13) тенгламани ва (2),(3),(5),

$$A_{0x}^{1,\lambda_2}\left[D_{0x}^{\beta} x^{2\beta-1} u\left(x/2,-x/2\right)\right] = a\left(x\right)u\left(x,0\right) + b\left(x\right), \quad 0 \le x \le (1/2) \qquad (14)$$

шартларни қаноатлантирувчи $u\left(x,y\right) \in C\left(\overline{D}\right) \cap C_{x,y}^{2,1}\left(D_1\right) \cap C_{x,y}^{2,2}\left(D_2\right)$ функция топилсин, бу ерда $\mu_1\left(y\right),\ \mu_2\left(y\right), a\left(x\right), b\left(x\right), p(y,\eta)$ – берилган узлуксиз функциялар, $D_{ax}^{\alpha}\varphi\left(x\right)$ эса Риман-Лиувилл маъносидаги каср тартибли дифференциал оператор,

$$A_{0x}^{1,\lambda_2}\left[f(x)\right] \equiv f(x) - \int_0^x f(t)\frac{t}{x}\frac{\partial}{\partial t}J_0\left[\lambda_2\sqrt{x(x-t)}\right]dt,$$

$J_0\left(z\right)$ – нолинчи тартибли биринчи тур Бессел функцияси.

11-масала. Шундай $u\left(x,y\right)$ функция топилсинки, у 10-масала шартларини, (14) шарт

$$A_{0x}^{1,\lambda_2}\left[D_{0x}^{1-\beta} u\left(x/2,-x/2\right)\right] = a\left(x\right)u_y\left(x,0\right) + b\left(x\right), \quad 0 < x < (1/2) \qquad (15)$$

шартга алмаштирилган ҳолда қаноатлантирсин.

2.2 параграфнинг асосий натижалари қуйидаги теоремалардир:

13-теорема. Фараз қилайлик, $|\lambda_1| \ge |\lambda_2| > 0$ ва $x^{1-\beta}a\left(x\right)$ – ўсмайдиган функция, $x^{1-\beta}a\left(x\right) < \gamma_1\Gamma\left(\beta\right)$, $x^{1-\beta}a(x), b(x) \in C^{(0,\varepsilon)}[0,1]$, $\varepsilon > 1-2\beta$; $p(y,\eta)$, $p'_y(y,\eta) \in C(0 \le \eta \le y \le 1)$, $\mu_1(y), \mu_2(y) \in C^1[0,1]$, $\mu_1(0) = 0$ бўлсин. У ҳолда 10-масала ягона ечимга эга.

14-теорема. Фараз қилайлик, ушбу шартлар бажарилсин: $|\lambda_1| \ge |\lambda_2| > 0$, $a(x), b(x) \in C^2[0,1]$, $\Gamma(1-2\beta)2^{2\beta-1} + \Gamma(1-\beta)x^{\beta}a(x) > 0$, $p(y,\eta), p'_y(y,\eta) \in$ $\in C(0 \le \eta \le y \le 1)$, $\mu_1(y), \mu_2(y) \in C^1[0,1]$. У ҳолда 11-масала ягона ечимга эга.

Диссертациянинг **“Учинчи тартибли параболо-гиперболик тенгламалар учун масалалар”** деб номланган учинчи боби, уч парарафдан иборат бўлиб, I бобнинг бошида келтирилган D соҳада учинчи тартибли параболо-гиперболик типдаги ушбу

$$0 = \begin{cases} \left(\partial/\partial x\right)\left(u_{xx} - u_y - \lambda_1^2 u\right), & \left(x,y\right) \in D_1, \\ \left(\partial/\partial x\right)\left(u_{xx} - u_{yy} - \left(2\beta/y\right)u_y + \lambda_1^2 u\right), & \left(x,y\right) \in D_2 \end{cases} \qquad (16)$$

тенглама ва унинг хусусий ҳоллари учун интеграл шартли масалалар қўйиш ва тадқиқ қилишга бағишланган, бу ерда β, λ_1 ва λ_2 – берилган ҳақиқий сонлар бўлиб, $0 \le \beta < \left(1/2\right)$.

3.1 параграфда (16) тенгламанинг $\lambda_1 = \lambda_2 = \beta = 0$ бўлган ҳоли учун, яъни

$$0 = \begin{cases} \left(\partial/\partial x\right)\left(u_{xx} - u_y\right), & \left(x,y\right) \in D_1, \\ \left(\partial/\partial x\right)\left(u_{xx} - u_{yy}\right), & \left(x,y\right) \in D_2 \end{cases} \qquad (17)$$

тенглама учун интеграл шартли уч масала қўйилган ва ўрганилган.

12-масала. Қуйидаги хоссаларга эга бўлган $u(x,y)$ функция топилсин:

1) $u(x,y)\in C(\overline{D}),\ u_x\in C(D\cup D_3\cup D_4\cup D_5)$, $u_y\in C(D\cup D_3)$;

2) $u(x,y)$ функция $D_1\cup D_2$ соҳада (17) тенгламанинг регуляр ечими;

3) $u(x,y)$ функция қуйидаги шартларни қаноатлантиради:

$$u(0,y)=\varphi_1(y),\quad 0\le y\le 1; \tag{18}$$

$$u_x(0,y)=\varphi_2(y),\quad 0\le y\le 1; \tag{19}$$

$$u_x(1,y)-\int_0^1 u_x(x,y)dx=\varphi_3(y),\quad 0\le y\le 1 \tag{20}$$

$$u(x,y)\Big|_{D_3}=\psi_1(x),\ \ \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{D_3}=\psi_2(x),\quad 0\le x\le (1/2); \tag{21}$$

$$\lim_{y\to+0}u_y(x,y)=\lim_{y\to-0}u_y(x,y),\ 0<x<1 \tag{22}$$

бу ерда $D_3=\{(x,y): y=-x,\ 0\le x\le 1/2\}$, $D_4=\{(x,y): x=0, 0\le y\le 1\}$, $D_5=\{(x,y): x=1, 0\le y\le 1\}$. n – D_3 кесмага ўтказилган ички нормали, $\varphi_j(y)$, $(j=\overline{1,3})$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ – берилган функциялар бўлиб, $\varphi_1(y)\in C[0,1]\cap C^1(0,1)$, $\varphi_2(y),\varphi_3(y)\in C[0,1]$, $\psi_1(x)\in C^1[0,1/2]\cap C^2(0,1/2)$, $\psi_2(x)\in C[0,1/2]\cap$ $\cap C^1(0,1/2)$, $\psi_1(0)=\varphi_1(0)$ ва $\psi_1''(x)$, $\psi_2'(x)$ функциялар $x\to 0$ ва $x\to 1/2$ да 1 дан кичик махсусликка эга бўлиши мумкин.

13-масала. Қуйидаги хоссаларга эга бўлган $u(x,y)$ функция топилсин:

1) $u(x,y)\in C(\overline{D}),\ u_x\in C(D\cup D_3\cup D_4)$, $u_y\in C(D\cup D_3)$;

2) $u(x,y)$ функция $D_1\cup D_2$ соҳада (17) тенгламанинг регуляр ечими;

3) $u(x,y)$ функция (18), (19), (21), (22) ва

$$u(1,y)=2\int_0^1 u(x,y)dx+\varphi_3(y),\quad 0\le y\le 1$$

шартларни қаноатлантирсин, бу ерда $\varphi_2(y)\in C[0,1]$, $\varphi_1(y),\varphi_3(y)\in C[0,1]\cap$ $\cap C^1(0,1)$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ эса 12-масалада таъкидланган хоссаларга эга.

Бу бўлимда масалалар ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги (17) тенглама ихтиёрий ечимининг кўринишидан фойдаланиб исботланган.

Изоҳ. 12-масалада (20) шартни интегралсиз ёзиш мумкин. Бироқ шартнинг (20) шакли 12-масалани эквивалент ҳолда параболик тенглама учун интеграл шартли масалага келтиришга ёрдам беради.

3.2 параграфда D соҳада (16) тенглама $\beta=0$ бўлганда қаралган, яъни

$$0=\begin{cases}(\partial/\partial x)\left(u_{xx}-u_y-\lambda_1^2u\right)=0, & (x,y)\in D_1,\\ (\partial/\partial x)\left(u_{xx}-u_{yy}+\lambda_2^2u\right)=0, & (x,y)\in D_2\end{cases} \tag{23}$$

тенглама қаралган ва қуйидаги масала тадқиқ қилинган.

14-масала. (23) тенгламанинг $D_1 \cup D_2$ соҳада регуляр ва (18), (21), (22)

$$u(1,y) = \varphi_2(y), \quad 0 \le y \le 1; \tag{24}$$

$$\int_0^1 u(x,y)dx = \varphi_3(y), \quad 0 \le y \le 1; \tag{25}$$

шартларни қаноатлантирувчи $u(x,y) \in C(\overline{D}) \cap C_{x,y}^{1,1}(D \cup D_3)$ ечими топилсин, бу ерда $\varphi_j(y)$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ – берилган функциялар бўлиб, $\varphi_j(y) \in C[0,1] \cap$ $\cap C^1(0,1)$ $(j = \overline{1,3})$, $\psi_1(x) \in C^1[0,1/2] \cap C^2(0,1/2)$, $\psi_2(x) \in C[0,1/2] \cap C^1(0,1/2)$, $\psi_1(0) = \varphi_1(0)$ ва $\psi_1''(x)$, $\psi_2'(x)$ функциялар $x \to 0$ ва $x \to 1/2$ да 1 дан кичик махсусликка эга бўлиши мумкин.

Энергия интеграллари ва интеграл тенгламалар усулидан фойдаланиб, қўйилган масаланинг бир қийматли ечилиши исботланган. Бу ҳолда қўйилган масала ўнг томони номаълум бўлган иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенглама учун қўйилган масалага келтирилган. Охирги масалани ўрганишда бир жинсли бўлмаган телеграф тенгламаси учун Коши масаласининг ечимидан ва спектрал параметрли бир жинсли бўлмаган Фурье тенгламаси учун биринчи чегаравий масала ечимидан фойдаланилган.

3.3 параграфда (16) тенглама λ_1 ва λ_2 лар ихтиёрий ҳақиқий сонлар, $0 < \beta < (1/2)$ бўлган ҳолда қаралган ва қуйидаги масала ўрганилган:

15-масала. (16) тенгламанинг $D_1 \cup D_2$ соҳада регуляр ва (5), (18), (21) (24), (25) шартларни қаноатлантирувчи $u(x,y) \in C(\overline{D}) \cap C_{x,y}^{1,1}(D \cup D_3)$ ечими топилсин, бу ерда $\varphi_j(y)$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ – берилган функциялар бўлиб, $\varphi_j(y) \in C[0,1] \cap C^1(0,1)$ $(j = \overline{1,3})$, $\psi_1(x), \psi_2(x) \in C^1[0,1/2] \cap C^2(0,1/2)$, $\psi_2(x) \in$ $\in C[0,1/2] \cap C^1(0,1/2)$, $\psi_1(0) = \varphi_1(0)$ ва $\psi_1''(x)$, $\psi_2'(x)$ функциялар $x \to 0$ ва $x \to 1/2$ бўлганда 1 дан кичик махсусликка эга бўлиши мумкин.

Қаралаётган тенглама ихтиёрий ечимининг кўринишидан ҳамда энергия интеграллари ва интеграл тенгламалар усулидан фойдаланиб қўйилган масаланинг бир қийматли ечилиши исботланган.

ХУЛОСА

Диссертация тип ўзгариш чизиғи характеристик бўлган иккинчи ва учинчи тартибли параболо-гиперболик тенгламалар учун тўғри тўртбурчак ва характеристик учбурчакдан иборат соҳада интеграл шартли масалаларни қўйиш ва тадқиқ қилишга бағишланган. Биринчи бобда параболо-гиперболик типдаги иккинчи тартибли модел тенглама ва кичик ҳади сингуляр коэффициентга эга бўлган тенглама, иккинчи бобда кичик ҳадлари спектрал параметр ва сингуляр коэффициентга эга бўлган иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенглама, охирги учинчи бобда эса параболо-гиперболик типдаги учинчи тартибли тенгламалар қаралган.

Тадқиқот натижалари қуйидагича:

иккинчи тартибли модел ва кичик ҳади сингуляр коэффициентга эга бўлган параболо-гиперболик типдаги тенгламалар учун интеграл шарт ва характеристикада локал шарт берилган масалаларнинг бир қийматли ечилиши асосланган;

кичик ҳади сингуляр коэффициентга эга бўлган иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенглама учун интеграл шарт ва Бицадзе-Самарский типидаги шарт қатнашган масалалар ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги исботланган;

кичик ҳади сингуляр коэффициентга эга бўлган иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенглама учун интеграл шарт ва силжишли шарт қатнашган, тип ўзгариши чизиғида эса умумий улаш шарти берилган масаланинг бир қийматли ечилишини таъминловчи шартлар аниқланган;

кичик ҳадлари спектрал параметр ва сингуляр коэффициентга эга бўлган иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенглама учун интеграл шарт ва характеристикада локал шарт берилган масалаларнинг ягона ечими мавжуд бўлишини таъминловчи шартлар топилган;

кичик ҳадлари спектрал параметр ва сингуляр коэффициентга эга бўлган иккинчи тартибли параболо-гиперболик тенглама учун интеграл шарт ва Бицадзе-Самарский типидаги шарт қатнашган масалаларнинг бир қийматли ечилиши исботланган;

каср тартибли дифференциал операторлар қатнашган оддий дифференциал тенгламалар учун биринчи тур интеграл шартли масалалар ечимининг ягоналигини исботлаш усули ишлаб чиқилган;

кичик ҳадлари спектрал параметрга эга бўлган учинчи тартибли параболо-гиперболик типдаги тенглама учун интеграл шарт ва характеристикада локал шарт берилган масаланинг бир қийматли ечилиши исботланган;

кичик ҳадлари спектрал параметр ва сингуляр коэффициентга эга бўлган учинчи тартибли параболо-гиперболик тенглама учун интеграл шарт ва характеристикада локал шарт берилган масалани ечиш усули ишлаб чиқилган.

Баъзи етарли шартларда қўйилган масалалар ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги исботланган. Масалалар ечимининг ягоналигини исботлашда экстремум принципи ва энергия интеграллари усулидан, ечимнинг мавжудлигини исботлашда эса Вольтерра ва Фредгольмнинг биринчи ва иккинчи турдаги интеграл тенгламалари назарияси усулларидан фойдаланилган. Диссертация ишида ўрганилган барча масалалар янги ва ундан хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назариясини янада ривожлантириш учун фойдаланиш мумкин.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.03/30.12.2019.FM.05.04

ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЁНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ФЕРГАНСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

ФЕРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ХАЛИЛОВ КОБИЛЖОН СОЛИЖОНОВИЧ

ЗАДАЧИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации доктора философии (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Фергана – 2022

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико – математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за №B 2021.2.PhD/FM602.

Диссертация выполнена в Ферганском государственном университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб – странице Научного совета (www.fdu.uz) и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Уринов Ахмаджон Кушакович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Хасанов Анварджан** доктор физико-математических наук, профессор
	Юлдашев Турсун Камалдинович доктор физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	**Самаркандский государственный университет**

Защита диссертации состоится «1» 12 2022 года в 10:00 часов на заседании Научного совета PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 при Ферганском государственном университете. (Адрес: 150100, г. Фергана, ул. Мураббийлар, дом 19. Тел: (+99873) 244-44-02, факс: (+99873) 244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно–ресурсном центре Ферганского государственного университета (зарегистрирована за №206). (Адрес: 150100, г. Фергана, ул. Мураббийлар, дом 19). Тел.: (+99873) 244-44-94.

Автореферат диссертации разослан «19» 11 2022 года.
(протокол рассылки №__ от «19» 11 2022 года).

Б.Т. Саматов
Заместитель председателя Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф-м.н., доцент

И.У. Хайдаров
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученых степеней, к.ф-м.н

Ш.Т.Каримов
Председатель Научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф-м.н., доцент

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Исследования, проводимые по математическому моделированию процессов природы в мировом масштабе, ставят большие задачи перед математиками, в том числе, перед исследователями теории дифференциальных уравнений в частных производных. В этой связи в настоящее время эта теория развивается быстрыми темпами не только с теоретической, но и с практической точки зрения. При этом, смешанные дифференциальные уравнения параболо-гиперболического типа применяются в качестве математической модели таких задач как тепломассоперенос в пористой среде, распространение электромагнитного поля в неоднородной среде, формирование теплового поля, движение вязко - упругих и вязких жидкостей и др. Поэтому постановка краевых задач для параболо-гиперболических уравнений и их решение являются одним из приоритетных направлений теории дифференциальных уравнений в частных производных.

В настоящее время исследователи всего мира активно занимаются постановкой и исследованием новых задач, например, задач с нелокальными условиями для дифференциальных уравнений. При этом важное значение имеет постановка и исследование задач с интегральным условием. К настоящему времени по постановке и методам исследования задач с интегральным условием, а также по их практической значимости публиковался ряд научных статей. В большинстве из них рассмотрены дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка гиперболического, параболического и эллиптического типов, дифференциальные уравнения в частных производных третьего порядка и интегро-дифференциальные уравнения. В настоящее время особое внимание уделяется изучению задач с интегральным условием для уравнений смешанного типа.

В последние годы в нашей республике были предприняты масштабные меры по расширению научного и практического применения фундаментальных исследований и получены значительные результаты. В том числе, проведение научных исследований на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям математических наук, особенно по дифференциальным уравнениям и математической физике, динамических систем и оптимального управления, по прикладной математике и математическому моделированию, математическому анализу и теории функций, теории вероятностей и математической статистике, алгебре и геометрии определено как основные задачи и направления деятельности математиков[2]. При реализации этих задач важное значение имеет постановка и исследование задач с нелокальными интегральными условиями для

[2] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года № 292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан».

смешанных уравнений в частных производных параболо-гиперболического типа.

Проблема исследования настоящей диссертации находится в русле задач, обозначенных в Постановлениях Президента Республики Узбекистан ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии Наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института математики имени В.И. Романовского Академии Наук Республики Узбекистан», ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики», а также в других нормативно-правовых актах, касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы.

Систематические исследования параболо-гиперболических уравнений начаты с середины двадцатого века. За прошедшие годы по постановке и исследованию локальных и нелокальных краевых задач для параболо-гиперболических уравнений существенные научные результаты получены А.М.Нахушевым, В.А.Враговым, Н.Ю.Капустиным, М.С.Салахитдиновым, Т.Д.Джураевым, а также Ю.П.Апаковым, У.И.Балтаевой, А.С.Бердышевым, В.А.Елеевым, Б.Исламовым, Э.Т.Каримовым, О.А.Репиным, К.Б.Сабитовым, М.А.Садыбековым, А.Сопуевым, Ж.О.Тахировым, А.К.Уриновым, Т.Г.Эргашевым и др.

В последние годы при исследовании задач с интегральным условием для уравнений в частных производных исследователями взяты интегральные условия в различных видах.

Задачи с интегральным условием первого рода впервые исследованы Дж.Р.Кэнноном и Л.И.Камыниным. Далее, задачи с такими интегральными условиями для дифференциальных уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов второго порядка изучены в работах Н.И.Ионкина, Я.Т.Мегралиева, З.А.Нахушевой, Л.С.Пулькиной, Н.И.Юрчука, Н.В.Бейлиной, О.А.Васильевой, А.В.Дюжевой, Н.В.Зайцевой, О.М.Кечиной, С.В.Кириченко и др., для дифференциальных уравнений третьего порядка – в работах А.Бузиани, А.И.Кожанова, О.С.Зикирова и Д.К.Холикова, Я.Т.Мегралиева, Т.К.Юлдашева, Н.С.Попова и др., для дифференциальных уравнений четвертого порядка – в работах Я.Т.Мегралиева, Т.К.Юлдашева, А.В.Дюжевой, и др., а для дифференциальных уравнений смешанного типа второго порядка – в работах А.К.Уринова, К.Б.Сабитова, Ю.К.Сабитовой, М.Х.Акбаровой и других.

Первыми из работ по изучению задач с интегральным условием второго рода являются работы Д.Г.Гордезиани и Г.А.Авалишвили для дифференциальных уравнений гиперболического типа второго порядка, работа Л.А.Муравей и А.В.Филиновский для дифференциального уравнения параболического типа второго порядка и работа М.Х.Акбаровой для дифференциального уравнения смешанно-параболического типа второго порядка. В дальнейшем, задачи с интегральными условиями второго рода для дифференциальных уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типа второго порядка изучались в работах Г.А.Атаева, Я.Т.Мегралиева, Л.С.Пулькиной, А.К.Гущина и В.П.Михайлова, А.Л.Скубачевского, А.К.Уринова и Ш.Т.Нишоновой, Н.В.Бейлиной, О.М.Кечиной, С.В.Кириченко, А.Е.Савенковой и др., для дифференциальных уравнений высокого порядка – в работах А.И.Кожанова, О.С.Зикирова и Д.К.Холикова, Я.Т.Мегралиева, Н.В.Бейлиной, Г.А.Лукиной, Н.С.Попова, Т.К.Юлдашева и др., а для уравнений смешанного типа второго порядка – в работах Н.В.Бейлиной, С.В.Кириченко, А.К.Уринова и А.О.Маманазарова, А.К.Уринова и Ш.Т.Нишоновой и других.

Нелокальная задача с интегральным условием третьего рода впервые была поставлена и изучена А.В.Голованчиковым, И.Е.Симоновой и В.В.Симоновым для уравнения теплопроводности. В настоящее время число работ, посвященных постановке и исследованию задач с интегральным условием третьего рода невелико. Отметим здесь работы А.К.Уринова, А.О.Маманазарова и О.С.Зикирова, М.М.Сагдуллаевой, где поставлены и изучены задачи с интегральным условием третьего рода для смешанных уравнений параболо-гиперболического типа второго порядка и составного типа третьего порядка соответственно.

Анализ перечисленных выше работ и других работ, посвященных изучению задач с интегральным условием, показывает, что в настоящее время вопросы постановки и разрешимости задач с интегральными условиями (тем более, третьего рода) для параболо-гиперболических уравнений второго и третьего порядка остаются малоизученными.

Связь темы диссертации с научно – исследовательскими работами высшего учебного заведения, в котором выполнена диссертация. Исследование выполнено в соответствии с планом научного исследования Ф-4-59 «Начальные и граничные задачи для линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с сингулярными коэффициентами» (2012-2016 гг.) Ферганского государственного университета.

Целью исследования является постановка и изучение задач с интегральными условиями для дифференциальных уравнений параболо-гиперболического типов второго и третьего порядка, а также разработка методов исследования поставленных задач.

Задачи исследования, решаемые в данной работе, следующие:

постановка и исследование задач с интегральным условием и локальным условиями на характеристике для параболо-гиперболических уравнений второго порядка;

постановка и исследование задач с интегральным условием и условием Бицадзе-Самарского для параболо-гиперболического уравнения второго порядка;

постановка и исследование задач с интегральным условием и условием смещения для параболо-гиперболических уравнений второго порядка;

постановка и исследование задач с интегральным условием для параболо-гиперболических уравнений третьего порядка.

Объектом исследования являются дифференциальные уравнения параболо-гиперболического типа второго и третьего порядков.

Предметом исследования являются задачи с интегральным условием для дифференциальных уравнений параболо-гиперболического типа второго и третьего порядков.

Методы исследований. В диссертационной работе использованы методы принципа экстремума, интегралов энергии и интегральных уравнений.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

установлена однозначная разрешимость задач с интегральным условием и локальным условием на характеристике для модельного уравнения и уравнения, имеющего младшие члены со спектральным параметром и сингулярным коэффициентом, параболо-гиперболического типа второго порядка;

доказаны единственность и существование решения задач с интегральным условием и условием типа Бицадзе-Самарского для параболо-гиперболического уравнения второго порядка, имеющего младшие члены со спектральным параметром и сингулярным коэффициентом;

выявлены условия, обеспечивающие однозначную разрешимость задачи с общим условием склеивания на линии изменения типа, а также с интегральным условием и условием смещения для параболо-гиперболического уравнения второго порядка, имеющего младший член с сингулярным коэффициентом;

предложен метод доказательства единственности решения задач с интегральным условием первого рода для обыкновенных дифференциальных уравнений, содержащих операторы дробного дифференцирования;

доказана однозначная разрешимость задач с интегральным условием и локальными условиями на характеристике для модельного уравнения и уравнения, имеющего младшие члены со спектральным параметром и сингулярным коэффициентом, параболо-гиперболического типа третьего порядка.

Практические результаты исследования состоят в возможности применения полученных результатов при исследовании качественных особенностей процессов, приводимых к таким математическим моделям, и при численных вычислениях значения решений поставленных задач.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических рассуждений, использованием методов принципа экстремума, интегралов энергии и интегральных уравнений, а также строгими математическими доказательствами.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научное значение результатов исследования заключается в том, что полученные в работе результаты могут быть использованы в качестве основы для дальнейшей разработки теории нелокальных задач с интегральным условием для дифференциальных уравнений в частных производных.

Практическое значение диссертационного исследования определяется применением полученных результатов при математическом моделировании явлений, связанных с физикой плазмы, распространением тепла, процессом влагопереноса в капиллярно-пористых средах, вопросами демографии, математической биологии и других областях.

Внедрение результатов исследования. Результаты, полученные в настоящей диссертации, были внедрены в следующих научно-исследовательских проектах:

методы доказательства единственности решения задач с интегральным условием первого рода для параболо-гиперболических уравнений второго порядка использованы в зарубежном гранте на тему «Развитие математических моделей дробной динамики с целью исследования колебательных процессов и процессов с насыщением» (Справка №31-12 от 12.09.2022 Камчатского государственного университета имени Витуса Беринга). Применение этого метода дало возможность доказательства единственности решения некоторых нелокальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, содержащих операторы дробного дифференцирования и интегрирования и их некоторых модификаций;

предложенный метод исследования задач с интегральным условием для параболо-гиперболических уравнений третьего порядка использован в проекте на тему «Исследование корректности задач с условиями Франкля и Бицадзе-Самарского на характеристике и на линии вырождения для уравнений смешанного типа с приведением к неклассическим сингулярным интегральным уравнениям» (Справка №04/12-3008 от 09.09.2022 г, Термезского государственного университета). Применение этих научных результатов позволило исследовать однозначную разрешимость некоторых обратных задач для параболо-гиперболических уравнений второго порядка.

Апробация результатов исследования. Основные результаты диссертации были обсуждены на 5 международных и 7 республиканских научных и научно – практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликованы 22 научные работы, в том числе, 10 научных статей, из них

2 опубликованы в зарубежных, а 3 – в республиканских научных журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертаций доктора философии.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Общий объем диссертации 115 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики, приведена степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, а также сведения об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации, названная **«Задачи для модельного уравнения и уравнения, имеющего младший член с сингулярным коэффициентом, параболо-гиперболического типа второго порядка»** состоит из трёх параграфов и посвящена постановке и исследованию задач с интегральными условиями для уравнения

$$0=\begin{cases} u_{xx}-u_y, & (x,y)\in D_1=D\cap(y>0),\\ u_{xx}-u_{yy}-(2\beta/y)u_y, & (x,y)\in D_2=D\cap(y<0), \end{cases} \tag{1}$$

здесь $0\le\beta=const<(1/2)$, в конечной односвязной области D плоскости xOy, ограниченная при $y\ge 0$ прямыми $x=0$, $y=1$, $x=1$, а при $y\le 0$ – характеристиками $x+y=0$, $x-y=1$ уравнения колебания струны.

В параграфе 1.1 поставлены и исследованы следующие задачи:

Задача 1. Найти функцию $u(x,y)$ со следующими свойствами:

1) $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C^{2,1}_{x,y}(D_1)\cap C^{2,2}_{x,y}(D_2)$;

2) $u(x,y)$ – регулярное в $D_1\cup D_2$ решение уравнения (1);

3) $u(x,y)$ удовлетворяет условиям:

$$u(0,y)=\mu_1(y),\quad 0\le y\le 1; \tag{2}$$

$$\int_0^1 u(x,y)dx=\int_0^y p(y,t)u(1,t)dt+\mu_2(y),\quad 0\le y\le 1; \tag{3}$$

$$u(x,-x)=\psi(x),\quad 0\le x\le(1/2); \tag{4}$$

$$\lim_{y\to+0}u_y(x,y)=\lim_{y\to-0}(-y)^{2\beta}u_y(x,y),\ 0<x<1, \tag{5}$$

где $\mu_1(y), \mu_2(y), \psi(x), p(y,t)$ – заданные функции, непрерывные в своих областях определения, причем $\mu_1(0)=\psi(0)$.

Задача 2. Найти функцию $u(x,y)$, удовлетворяющую условиям задачи 1, когда условие (3) заменено условием

$$u(1,y)=\int_0^1 u(x,y)dx+\mu_2(y), \qquad 0\le y\le 1. \tag{6}$$

Доказано, что справедливы следующие теоремы:

Теорема 1. Пусть $\beta=0$ и $\psi(x)\in C^1[0,1/2]\cap C^2(0,1/2)$, $p(y,t),(\partial/\partial y)p(y,t)\in C(0\le y,t\le 1)$, $\mu_1(y)$, $\mu_2(y)\in C^1[0,1]$, $\psi(0)=\mu_1(0)=0$.

Тогда задача 1 имеет единственное решение.

Теорема 2. Пусть $\beta\in(0,1/2)$ и $\psi(x)\in C^1[0,1/2]\cap C^3(0,1/2)$, $p(y,t),(\partial/\partial y)p(y,t)\in C(0\le y,t\le 1)$, $\mu_1(y),\mu_2(y)\in C^1[0,1]$, $\psi(0)=\mu_1(0)=0$.

Тогда задача 1 имеет единственное решение.

Теорема 3. Пусть $\beta=0$ и $\psi(x)\in C^1[0,1/2]\cap C^2(0,1/2)$, $\mu_1(y),\mu_2(y)\in$ $\in C[0,1]$, $\psi(0)=\mu_1(0)$. Тогда задача 2 имеет единственное решение.

Теорема 4. Пусть $\beta\in(0,1/2)$ и $\psi(x)\in C^1[0,1/2]\cap C^3(0,1/2)$, $\mu_1(y),\mu_2(y)\in$ $\in C[0,1]$, $\psi(0)=\mu_1(0)$. Тогда задача 2 имеет единственное решение.

В §1.2 в области D исследованы следующие задачи с интегральным условием и условием Бицадзе-Самарского для уравнения (1) при $\beta\in(0,1/2)$:

Задача 3. Найти функцию $u(x,y)\in C(\bar{D})\cap C^{2,1}_{x,y}(D_1)\cap C^{2,2}_{x,y}(D_2)$, удовлетворяющую уравнению (1) в $D_1\cup D_2$, условиям (2), (3), (5) и

$$D^{\beta}_{0x}\left[x^{2\beta-1}u(x/2,-x/2)\right]+a(x)u(x,0)=b(x), \quad 0\le x\le 1, \tag{7}$$

где $a(x)$, $b(x)$, $\mu_1(y)$, $\mu_2(y)$ – заданные непрерывные функции, $D^{\beta}_{0x}\varphi(x)$ – оператор дробного дифференцирования Римана-Лиувилля.

Задача 4. Найти функцию $u(x,y)\in C(\bar{D})\cap C^{2,1}_{x,y}(D_1)\cap C^{2,2}_{x,y}(D_2)$, удовлетворяющую условиям задачи 3, когда условие (7) заменено условием

$$D^{\beta}_{x1}\left[(1-x)^{2\beta-1}u\big((x+1)/2,(x-1)/2\big)\right]+a(x)u(x,0)=b(x), \quad 0\le x\le 1, \tag{8}$$

где $a(x)$, $b(x)$, $\mu_1(y)$, $\mu_2(y)$ – заданные непрерывные функции, $D^{\beta}_{x1}\varphi(x)$ – оператор дробного дифференцирования Римана-Лиувилля.

Задача 5 (6). Найти функцию $u(x,y)\in C(\bar{D})\cap C^{2,1}_{x,y}(D_1)\cap C^{2,2}_{x,y}(D_2)$, удовлетворяющую условиям задачи 3 [(4)], когда условие (3) заменено условием (6).

При исследовании этих задач использованы следующие обозначения: $a_1(x)=\gamma_3+\gamma_4 x^{1-\beta}a(x)$, $\qquad b_1(x)=x^{1-\beta}b(x)$, $\qquad \gamma_4=\Gamma(1-\beta)\left[2^{2\beta-1}\Gamma(1-2\beta)\right]^{-1}$,

$\gamma_3=\Gamma(2\beta)\Gamma(1-\beta)\left[2^{2\beta-1}\Gamma(\beta)\Gamma(1-2\beta)\right]^{-1}$, $\quad a_2(x)=\gamma_1\Gamma(\beta)+(1-x)^{1-\beta}a(x)$, $b_2(x)=(1-x)^{1-\beta}b(x)$, $\gamma_1=\Gamma(2\beta)/\Gamma^2(\beta)$.

Основными результатами параграфа 1.2 являются следующие теоремы:

Теорема 5. Пусть $a_1(x)\in C^3[0,1]$, $a_1(x)>0$, $x\in[0,1]$; $a_1'(x)\geq 0, x\in(0,1)$; $b_1(x)\in C^3[0,1]$, $b_1(0)=b_1'(0)=0$; $p(y,t),(\partial/\partial y)p(y,t)\in C(0\leq y,t\leq 1)$; $\mu_1(y),\mu_2(y)\in C^1[0,1]$, $\mu_1(0)=0$. Тогда задача 3 имеет единственное решение.

Теорема 6. Пусть $a_1(x)\in C^3[0,1], a_1(x)>0, x\in[0,1]$; $a_1'(x)\geq 0$, $x\in(0,1)$; $b_1(x)\in C^3[0,1]$, $b_1(0)=b_1'(0)=0$; $\mu_1(y)$, $\mu_2(y)\in C[0,1]$, $\mu_1(0)=0$. Тогда задача 5 имеет единственное решение.

Теорема 7. Пусть $a_2(x)\in C^3[0,1], a_2(x)>0, x\in[0,1], a_2'(x)\leq 0$, $x\in(0,1)$; $b_2(x)\in C^3[0,1]$, $b_2(1)=b_2'(1)=0$; $p(y,t),(\partial/\partial y)p(y,t)\in C(0\leq y,t\leq 1)$; $\mu_1(y),\mu_2(y)\in C^1[0,1]$, $\mu_1(0)=0$. Тогда задача 4 имеет единственное решение.

В §1.3 для уравнения (1) при $\beta\in(0,1/2)$ исследована следующая

Задача 7. Найти функцию $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C^{2,1}_{x,y}(D_1)\cap C^{2,2}_{x,y}(D_2)$, удовлетворяющую уравнению (1) в области $D_1\cup D_2$ и условиям (2), (3),

$$a(x)D^{1-\beta}_{0x}u(x/2,-x/2)+b(x)D^{1-\beta}_{x1}u\left[(x+1)/2,(x-1)/2\right]+$$
$$+c(x)\lim_{y\to-0}(-y)^{2\beta}u_y(x,y)=e(x),\quad 0<x<1; \tag{9}$$

$$\lim_{y\to+0}u_y(x,y)=g(x)\lim_{y\to-0}(-y)^{2\beta}u_y(x,y)+\sum_{k=1}^{n}a_k(x)D^{\alpha_k}_{0x}p_k(x)u(x,0)+$$
$$+\sum_{j=1}^{m}b_j(x)D^{\beta_j}_{x1}q_j(x)u(x,0)+h(x),\ \ 0<x<1, \tag{10}$$

где $\mu_1(y)$, $\mu_2(y)$, $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$, $e(x)$, $g(x)$, $h(x)$, $a_k(x)$, $p_k(x)$, $b_j(x)$, $q_j(x)$ $\left(k=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}\right)$ - заданные непрерывные функции, α_k $\left(k=\overline{1,n}\right)$ и β_j $\left(j=\overline{1,m}\right)$ - заданные действительные числа из $(0,1)$, а $D^{\alpha}_{ax}\varphi(x)$ и $D^{\alpha}_{xb}\varphi(x)$ – операторы дробного дифференцирования Римана-Лиувилля.

Доказана справедливость следующей теоремы.

Теорема 8. Пусть выполнены следующие условия:
$(1-x)^{\beta}a(x)$, $x^{\beta}b(x)$, $\left[x(1-x)\right]^{\beta}c(x)$, $g(x)$, $a_k(x)$, $b_j(x)$, $h(x)$, $\left[x(1-x)\right]^{\beta}e(x)\in C^{(0,\delta)}[0,1], \delta>1-2\beta, k=\overline{1,n}, j=\overline{1,m}$; $p_k(x),q_j(x)\in C^{(2,\delta)}[0,1]$, $a^2(x)+b^2(x)\neq 0$, $A(x)\neq 0$, $g(x)\neq 0$, $[a(x)g(x)][A(x)]^{-1}\geq 0$, $[b(x)g(x)][A(x)]^{-1}\geq 0$, $a_k(x)\geq 0$, $p_k(x)>0$; $b_j(x)\geq 0$, $q_j(x)>0$, $x\in[0,1]$, причем $p_k(x)$ и $q_j(x)$ - соответственно неубывающая и невозрастающая функция, удовлетворяющая условию Гельдера с показателем больше, чем α_k $\left(k=\overline{1,n}\right)$ и β_j $\left(j=\overline{1,m}\right)$;

$p(y,t),(\partial/\partial y)p(y,t)\in C(0\le y,t\le 1)$, $\mu_1(y),\mu_2(y)\in C^1[0,1]$, $\mu_1(0)=0$, где $A(x)=(1-x)^{\beta}a(x)+x^{\beta}b(x)-\left[2^{1-2\beta}\Gamma(1-\beta)/\Gamma(1-2\beta)\right]\left[x(1-x)\right]^{\beta}c(x)$.

Тогда решение задачи 7 существует и оно единственно.

Вторая глава диссертации, названная **«Задачи для параболо-гиперболического уравнения второго порядка, имеющего младшие члены со спектральным параметром и сингулярным коэффициентом»** состоит из двух параграфов и посвящена постановке и исследованию задач с интегральным условием в области D, описанной в начале главы I, для параболо-гиперболического уравнения

$$0=\begin{cases}u_{xx}-u_y-\lambda_1^2u, & (x,y)\in D_1,\\ u_{xx}-u_{yy}-(2\beta/y)u_y+\lambda_2^2u, & (x,y)\in D_2,\end{cases}\tag{13}$$

где $\beta,\lambda_1\in R$, а $\lambda_2\in R$ или чисто мнимое число, причем $0\le\beta<(1/2)$.

В параграфе 2.1 рассмотрены аналоги задач 1 и 2 для уравнения (13).

Задача 8. Найти функцию $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C_{x,y}^{2,1}(D_1)\cap C_{x,y}^{2,2}(D_2)$, удовлетворяющую уравнению (13) в области $D_1\cup D_2$ и условиям (2), (3), (4), (5), где $\psi(x)$, $\mu_1(y),\mu_2(y),p(y,t)$ – заданные непрерывные функции, причем $\psi(0)=\mu_1(0)$, а $\lambda_1,\lambda_2\in R$ – заданные числа.

Задача 9. Найти функцию $u(x,y)$, удовлетворяющую условиям задачи 8, где условие (3) заменено на (6), где $\lambda_1\in R$, а $\lambda_2\in R$ или мнимое число.

Доказана справедливость следующих теорем:

Теорема 9. Пусть $\beta=0$ и $|\lambda_2|\le\sqrt{2}|\lambda_1|$, $\psi(x)\in C^1[0,1/2]\cap C^2(0,1/2)$, $p(y,\eta),p'_y(y,\eta)\in C(0\le\eta\le y\le 1)$, $\mu_1(y),\mu_2(y)\in C^1[0,1]$, $\psi(0)=\mu_1(0)=0$. Тогда задача 8 имеет единственное решение.

Теорема 10. Пусть $\beta=0$ и $|\lambda_1|\ge|\lambda_2|>0$, $\psi(x)\in C^1[0,1/2]\cap C^2(0,1/2)$, $\mu_1(y),\mu_2(y)\in C[0,1]$, $\psi(0)=\mu_1(0)$. Тогда задача 9 имеет единственное решение.

Теорема 11. Пусть $0<\beta<1/2$ и $|\lambda_1|\ge|\lambda_2|>0$, $\psi(x)\in C^1[0,1/2]\cap$ $\cap C^3(0,1/2)$, $p(y,t),(\partial/\partial y)p(y,t)\in C(0\le y,t\le 1)$, $\mu_1(y),\mu_2(y)\in C[0,1]$, $\psi(0)=\mu_1(0)=0$. Тогда задача 8 имеет единственное решение.

Теорема 12. Пусть $0<\beta<1/2$ и $|\lambda_1|\ge|\lambda_2|>0$, $\lambda_1+1-sh\lambda_1ch\lambda_1\ne 0$, $\psi(x)\in C^1[0,1/2]\cap C^3(0,1/2)$, $\mu_1(y),\mu_2(y)\in C[0,1]$, $\psi(0)=\mu_1(0)$. Тогда задача 9 имеет единственное решение.

В §2.2 при $0<\beta<1/2$ исследованы следующие задачи:

Задача 10. Найти функцию $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C_{x,y}^{2,1}(D_1)\cap C_{x,y}^{2,2}(D_2)$, удовлетворяющую уравнению (13) в области $D_1\cup D_2$ и условиям (2),(3),(5),

$$A_{0x}^{1,\lambda_2}\left[D_{0x}^{\beta}x^{2\beta-1}u\left(x/2,-x/2\right)\right]=a\left(x\right)u\left(x,0\right)+b\left(x\right),\quad 0\le x\le(1/2)\,; \qquad (14)$$

где $\mu_1\left(y\right),\,\mu_2\left(y\right),a\left(x\right),b\left(x\right),p(y,\eta)$ – заданные непрерывные функции, а $D_{ax}^{\alpha}\varphi\left(x\right)$ – оператор дробного дифференцирования Римана-Лиувилля,

$$A_{0x}^{1,\lambda_2}\left[f(x)\right]\equiv f(x)-\int_0^x f(t)\frac{t}{x}\frac{\partial}{\partial t}J_0\left[\lambda_2\sqrt{x(x-t)}\right]dt,$$

$J_0\left(z\right)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Задача 11. Найти функцию $u\left(x,y\right)$, удовлетворяющую условиям задачи 10, где условие (14) заменено на

$$A_{0x}^{1,\lambda_2}\left[D_{0x}^{1-\beta}u\left(x/2,-x/2\right)\right]=a\left(x\right)u_y\left(x,0\right)+b\left(x\right),\quad 0<x<(1/2)\,. \qquad (15)$$

Основными результатами параграфа 2.2 являются следующие теоремы:

Теорема 13. Пусть $|\lambda_1|\ge|\lambda_2|>0$ и $x^{1-\beta}a\left(x\right)$ – невозрастающая функция, $x^{1-\beta}a\left(x\right)<\gamma_1\Gamma\left(\beta\right)$, $x^{1-\beta}a(x),\,b(x)\in C^{(0,\varepsilon)}[0,1]$, $\varepsilon>1-2\beta$; $p(y,\eta),\,p'_y(y,\eta)\in$ $\in C(0\le\eta\le y\le1)$, $\mu_1(y),\mu_2(y)\in C^1[0,1]$, $\mu_1(0)=0$. Тогда задача 10 имеет единственное решение.

Теорема 14. Пусть выполнены следующие условия: $|\lambda_1|\ge|\lambda_2|>0$, $a(x),b(x)\in C^2[0,1]$, $\Gamma(1-2\beta)2^{2\beta-1}+\Gamma(1-\beta)x^{\beta}a(x)>0$, $p(y,\eta),\,p'_y(y,\eta)\in$ $\in C(0\le\eta\le y\le1)$, $\mu_1(y),\mu_2(y)\in C^1[0,1]$. Тогда задача 11 имеет единственное решение.

Третья глава диссертации, названная **«Задачи для параболо-гиперболических уравнений третьего порядка»** и состоящая из трех параграфов, посвящена постановке и исследованию задач с интегральным условием в области D, описанная в начале главы I, для следующего уравнения параболо-гиперболического типа третьего порядка:

$$0=\begin{cases}\left(\partial/\partial x\right)\left(u_{xx}-u_y-\lambda_1^2u\right), & \left(x,y\right)\in D_1,\\ \left(\partial/\partial x\right)\left(u_{xx}-u_{yy}-\left(2\beta/y\right)u_y+\lambda_2^2u\right), & \left(x,y\right)\in D_2,\end{cases} \qquad (16)$$

где β, λ_1 и λ_2 – заданные действительные числа, причем $0\le\beta<\left(1/2\right)$, а также для его частных случаев.

В параграфе 3.1 поставлены и исследованы две задачи с интегральным условием для уравнения (16) при $\lambda_1=\lambda_2=\beta=0$, т.е. для уравнения

$$0=\begin{cases}\left(\partial/\partial x\right)\left(u_{xx}-u_y\right), & \left(x,y\right)\in D_1,\\ \left(\partial/\partial x\right)\left(u_{xx}-u_{yy}\right), & \left(x,y\right)\in D_2.\end{cases} \qquad (17)$$

Задача 12. Найти функцию $u(x,y)$ со следующими свойствами:

1) $u(x,y)\in C(\overline{D})$, $u_x\in C(D\cup D_3\cup D_4\cup D_5)$, $u_y\in C(D\cup D_3)$,

2) $u(x,y)$ является регулярным в $D_1\cup D_2$ решением уравнения (17);

3) $u(x,y)$ удовлетворяет условиям:

$$u(0,y)=\varphi_1(y), \quad 0\le y\le 1; \tag{18}$$

$$u_x(0,y)=\varphi_2(y), \quad 0\le y\le 1; \tag{19}$$

$$u_x(1,y)-\int_0^1 u_x(x,y)dx=\varphi_3(y), \quad 0\le y\le 1, \tag{20}$$

$$u(x,y)\big|_{D_3}=\psi_1(x), \quad \frac{\partial u}{\partial n}\bigg|_{D_3}=\psi_2(x), \quad 0\le x\le (1/2); \tag{21}$$

$$\lim_{y\to+0}u_y(x,y)=\lim_{y\to-0}u_y(x,y), \; 0<x<1, \tag{22}$$

где $D_3=\{(x,y): y=-x,\, 0\le x\le 1/2\}$, $D_4=\{(x,y): x=0, 0\le y\le 1\}$, $D_5=\{(x,y): x=1,\, 0\le y\le 1\}$. n внутренняя нормаль к D_3, а $\varphi_j(y)$, $(j=\overline{1,3})$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ – заданные функции, причем $\varphi_1(y)\in C[0,1]\cap C^1(0,1)$, $\varphi_2(y),\varphi_3(y)\in C[0,1]$, $\psi_1(x)\in C^1[0,1/2]\cap C^2(0,1/2)$, $\psi_2(x)\in C[0,1/2]\cap C^1(0,1/2)$, $\psi_1(0)=\varphi_1(0)$ и $\psi_1''(x)$, $\psi_2'(x)$ могут иметь особенность порядка меньше 1 при $x\to 0$ и $x\to 1/2$.

Задача 13. Найти функцию $u(x,y)$ со следующими свойствами:

1) $u(x,y)\in C(\overline{D})$, $u_x\in C(D\cup D_3\cup D_4)$, $u_y\in C(D\cup D_3)$;

2) $u(x,y)$ является регулярным в $D_1\cup D_2$ решением уравнения (17);

3) удовлетворяет условиям (18), (19), (21), (22) и

$$u(1,y)=2\int_0^1 u(x,y)dx+\varphi_3(y), \quad 0\le y\le 1,$$

причем здесь $\varphi_2(y)\in C[0,1]$, $\varphi_1(y),\varphi_3(y)\in C[0,1]\cap C^1(0,1)$, а $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ обладают теми же свойтвами, что и в задаче 3.1.

В этом параграфе существование и единственность решения задач доказаны с помощью представления любого решения уравнения (17).

Замечание. В задаче 12 условие (20) можно записать без интеграла. Однако этот вид условия (20) помогает нам эквивалентно свести задачу 12 к задаче с интегральным условием для параболического уравнения.

В параграфе 3.2 в области D уравнение (16) рассмотрено при $\beta=0$, т.е. рассмотрено следующее уравнение

$$0=\begin{cases}(\partial/\partial x)\left(u_{xx}-u_y-\lambda_1^2 u\right), & (x,y)\in D_1,\\ (\partial/\partial x)\left(u_{xx}-u_{yy}+\lambda_2^2 u\right), & (x,y)\in D_2\end{cases} \tag{23}$$

и исследована следующая

Задача 14. Найти регулярное в области $D_1\cup D_2$ решение $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C^{1,1}_{x,y}(D\cup D_3)$ уравнения (23), удовлетворяющее условиям (18), (21), (22),

$$u(1,y)=\varphi_2(y), \quad 0\le y\le 1; \tag{24}$$

$$\int_0^1 u(x,y)dx = \varphi_3(y), \quad 0 \le y \le 1; \tag{25}$$

где $\varphi_j(y)$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ – заданные функции, причем $\varphi_j(y) \in C[0,1] \cap C^1(0,1)$ $(j=\overline{1,3})$, $\psi_1(x) \in C^1[0,1/2] \cap C^2(0,1/2)$, $\psi_2(x) \in \in C[0,1/2] \cap C^1(0,1/2)$, $\psi_1(0) = \varphi_1(0)$ и $\psi_1''(x)$, $\psi_2'(x)$ могут иметь особенность порядка меньше 1 при $x \to 0$ и $x \to 1/2$.

С помощью методов интегралов энергии и интегральных уравнений доказана однозначная разрешимость поставленной задачи. При этом поставленная задача эквивалентно сведена к задаче для параболо-гиперболического уравнения второго порядка с неизвестной правой частью. При исследовании последней задачи использованы формулы решения задачи Коши для неоднородного телеграфного уравнения и решения первой краевой задачи для неоднородного уравнения Фурье со спектральным параметром.

В параграфе 3.3 рассмотрено уравнение (16), когда λ_1 и λ_2 – произвольные действительные числа, а $0 < \beta < (1/2)$, и исследована

Задача 15. Найти регулярное в области $D_1 \cup D_2$ решение $u(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C^{1,1}_{x,y}(D \cup D_3)$ уравнения (16), удовлетворяющее условиям (5), (18), (21), (24), (25), где $\varphi_j(y)$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ – заданные функции, причем $\varphi_j(y) \in C[0,1] \cap C^1(0,1)$ $(j=\overline{1,3})$, $\psi_1(x) \in C^1[0,1/2] \cap C^2(0,1/2)$, $\psi_2(x) \in C[0,1/2] \cap$ $\cap C^1(0,1/2)$, $\psi_1(0) = \varphi_1(0)$ и $\psi_1''(x)$, $\psi_2'(x)$ могут иметь особенность порядка меньше 1 при $x \to 0$ и $x \to 1/2$.

Пользуясь представлением любого регулярного решения рассматриваемого уравнения, а также методами интегралов энергии и интегральных уравнений, доказана однозначная разрешимость поставленной задачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация посвящена постановке и исследованию задач с интегральными условиями для параболо-гиперболических уравнений с характеристической линией изменения типа второго и третьего порядка в области, состоящей из прямоугольника и характеристического треугольника. В первой главе рассмотрены модельное уравнение и уравнение, имеющее младший член с сингулярным коэффициентом, параболо-гиперболического типа второго порядка, во второй главе – параболо-гиперболическое уравнение второго порядка, имеющее младшие члены со спектральным параметром и сингулярным коэффициентом, а в последней, третьей главе – параболо-гиперболические уравнения третьего порядка.

Результаты исследования следующие:

установлена однозначная разрешимость задач с интегральным условием и локальным условием на характеристике для модельного уравнения и уравнения, имеющего младший член с сингулярным коэффициентом, параболо-гиперболического типа уравнений второго порядка;

доказаны единственность и существование решения задач с интегральным условием и условием Бицадзе-Самарского для параболо-гиперболического уравнения второго порядка, имеющего младший член с сингулярным коэффициентом;

выявлены условия, обеспечивающие однозначную разрешимость задачи с общим условием склеивания на линии изменения типа, а также с интегральным условием и условием смещения для параболо-гиперболического уравнения второго порядка, имеющего младший член с сингулярным коэффициентом;

найдены условия, при которых существует единственное решение задач с интегральным условием и локальным условием на характеристике для параболо-гиперболического уравнения второго порядка, имеющего младшие члены со спектральным параметром и сингулярным коэффициентом;

доказана однозначная разрешимость задач с интегральным условием и условиями типа Бицадзе-Самарского для параболо-гиперболического уравнения второго порядка, имеющего младшие члены со спектральным параметром и сингулярным коэффициентом;

предложен метод доказательства единственности решения задач с интегральным условием первого рода для обыкновенных дифференциальных уравнений, содержащих операторы дробного дифференцирования;

доказана однозначная разрешимость задач с интегральным условием и локальными условиями на характеристике для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа третьего порядка, имеющего младшие члены со спектральным параметром;

разработан метод решения задачи с интегральным условием и локальными условиями на характеристике для параболо-гиперболического уравнения третьего порядка, имеющего младшие члены со спектральным параметром и сингулярным коэффициентом.

При определенных достаточных условиях доказаны существование и единственность решения поставленных задач. При доказательстве единственности решения задач использован метод принципа экстремумов и интегралов энергии, а при доказательстве существования решения – методы теории интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма первого и второго родов. Все задачи, изученные в диссертации, являются новыми и могут быть использованы при дальнейшем развитии теории дифференциальных уравнений в частных производных.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 FERGANA STATE UNIVERSITY

FERGANA STATE UNIVERSITY

KHALILOV KOBILJON SOLIJONOVICH

PROBLEMS WITH INTEGRAL CONDITIONS FOR PARABOLIC-HYPERBOLIC EQUATIONS

01.01.02 – Differential equations and mathematical physics

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Fergana – 2022

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number №B 2021.2.PhD/FM602.

Dissertation has been prepared at Fergana State University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website (www.fdu.uz) and the "ZiyoNet" information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisors: **Urinov Akhmadjon Kushakovich**
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Official opponents: **Khasanov Anvardjan**
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Yuldashev Tursun Kamaldinovich
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Docent

Leading organization: **Samarkand State University**

Defense will take place «1» 12 2022 at 10:00 at the meeting of Scientific Council number PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 at Fergana State University. (Address: Murabbiylar str. 19, Fergana, Uzbekistan, 150100, Phone: (+99873)244-44-02, fax: (+99873)244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Fergana State University (is registered №206). (Address: Murabbiylar str. 19, Fergana, Uzbekistan, 150100, Phone: (+99873)244-44-94.

Abstract of dissertation sent out on «19» 11 2022 year.

(Mailing report №______ on «19» 11 2022 year).

B.T. Samatov
Deputy chairman of Scientific Council on award of scientific degrees, D.Ph.M.S.

I.U.Khaydarov
Scientific Secretary of Scientific Council on award of scientific degrees, C.Ph.M.S

Sh.T.Karimov
Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.Ph.M.S.

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research is to formulate and study problems with integral conditions for differential equations of parabolic-hyperbolic types of the second and third order, as well as to develop the methods for studying the such type problems.

The object of the research work are differential equations of parabolic-hyperbolic type of the second and third orders.

The scientific novelty of the research consists of the following:

the unique solvability of problems with an integral condition and local conditions on the characteristic is established for a model equation and an equation that has minor terms with a spectral parameter and a singular coefficient, of second-order parabolic-hyperbolic type;

the uniqueness and existence of the solution to problems with an integral condition and Bitsadze-Samarsky type condition for a second-order parabolic-hyperbolic equation with lower terms with a spectral parameter and a singular coefficient are proved;

conditions have been obtained that ensure the unique solvability of the problem with the general gluing condition on the line of type change, as well as with the integral condition and the displacement condition for a second-order parabolic-hyperbolic equation with a lower term with a singular coefficient;

a method has been proposed for proving the uniqueness of the solution of problems with an integral condition of the first kind for ordinary differential equations containing fractional differentiation operators;

the unique solvability of problems with an integral condition and local conditions on the characteristic for a model equation and an equation with lower terms with a spectral parameter and a singular coefficient of the third-order parabolic-hyperbolic type has been proved.

Implementation of research results. The results obtained on the study of problems for differential equations of parabolic-hyperbolic and mixed-parabolic types are implemented in the following research projects:

Methods for proving the uniqueness of the solution of the problems with the first kind integral condition for second-order parabolic-hyperbolic equations have been used in the foreign project “Development of mathematical models of fractional dynamics for the purpose of studying oscillatory processes and processes with saturation” (Reference No. 31 -12 dated September 12, 2022 of Kamchatka State University named after Vitus Bering). The application of this method made it possible to prove the uniqueness of the solution of some non-local problems for ordinary differential equations of the second order, containing operators of fractional differentiation and integration and their some modifications;

the proposed methods for studying problems with an integral condition for third-order parabolic-hyperbolic equations was used in the project “Investigation of the correctness of problems with Frankl and Bitsadze-Samarsky conditions on the characteristic and on the degeneracy line for equations of mixed type with reduction to non-classical singular integral equations” (Reference No. 04/12-3008 dated

September 09, 2022 of the Termez State University). The application of these scientific results made it possible to investigate the unique solvability of some inverse problems for second-order parabolic-hyperbolic equations.

Эълон қилинган ишлар рўйхати
Список опубликованных работ
List of published works

I бўлим (I часть; part I)

1. Уринов А.К., Халилов К.С. Об одной нелокальной задаче для параболо-гиперболических уравнений // Доклады АМАН. – Нальчик. 2013. Т.15. №1. – С. 24-30.
2. Халилов К.С., Солиев И.С. Нелокальная задача для параболо-гиперболического уравнения // ФарДУ. Илмий хабарлар – Научный вестник. ФерГУ. – Фергана. 2013. №1. – С. 19-22.
3. Уринов А.К., Халилов К.С. Задачи с нелокальными условиями для параболо-гиперболического уравнения // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. –Ташкент. 2014. №2. – С. 6-9. (01.00.00; №7)
4. Уринов А.К., Халилов К.С. Задачи с нелокальными условиями для параболо-гиперболического уравнения // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. –Ташкент. 2014. №5. – С. 8-10. (01.00.00; №7)
5. Уринов А.К., Халилов К.С. О некоторых неклассических задачах для одного класса параболо-гиперболических уравнений // Доклады АМАН. – Нальчик. 2014. Т.16. № 4. – С. 42-49.
6. Уринов А.К., Халилов К.С. Задача с интегральным условием для параболо-гиперболического уравнения // Научные ведомости БелГУ. Серия: Матем. Физика. – Белгород. 2015. №17(214). вып.40. – С. 143-146.
7. Халилов К.С. Задачи с интегральным условием для одного параболо-гиперболического уравнения третьего порядка // Бюллетень Института Математики. 2021. Т.4. №1. – С. 71-81. (01.00.00; №17)
8. Khalilov Q.S. A nonlocal problem for a third order parabolic-hyperbolic equation with a spectral parameter // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2021. Vol.42. Issue 6. – pp. 1274-1285. (3. Journal IF: 1.4)
9. Халилов К.С. Задачи с интегральным условием и условием Бицадзе-Самарского для параболо-гиперболического уравнения второго порядка со сингулярным коэффициентом // ФарДУ. Илмий хабарлар – Научный вестник. ФерГУ. – Фергана. 2022. №2. – С. 225-231.
10. Urinov A.K., Khalilov K.S. A Nonlocal Problem for a Third Order Parabolic-Hyperbolic Equation with a Singular Coefficient // Journal of Sib. Fed. Univer. Math. & Physics. 2022. Vol.15. Issue 4. – pp. 467-481. (3. Journal IF: 0.9)

II бўлим (II часть; part II)

11. Халилов К.С. Краевая задача с интегральным условием для параболо-гиперболического уравнения // Материалы VI Ферганской конференции

«Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения». 10-12 мая 2011 г. – Фергана, 2011. – С. 261.

12. Халилов К.С. Об одной задаче с интегральным условием для смешанного параболо-гиперболического уравнения // Тезисы докладов конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения». 26-30 июня 2011 г. – Самара, 2011. – С. 127.
13. Халилов К.С. Нелокальные задачи для смешанного параболо-гиперболического уравнения // Материалы Второго Международного Российско-Узбекского симпозиума «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики». 28 мая – 1 июня 2012 г. – Эльбрус, 2012. – С. 262-267.
14. Халилов К.С. Неклассическая задача для параболо-гиперболического уравнения // Тезисы научно-практического семинара «Некорректные и неклассические задачи математической физики и анализа». 5-6 июля 2012 г. – Самарканд, 2012. – С.98-100.
15. Халилов К.С. Нелокальные задачи с интегральными условиями для параболо-гиперболического уравнения // Материалы республиканской научной конференции «Актуальные вопросы математики, математического моделирования и информационных технологий». 21-22 ноября 2012 г. Термез. – С. 165-167.
16. Халилов К.С. Задача с интегральным условием для параболо-гиперболического уравнения // Материалы республиканской научно-практической конференции «Новые теоремы молодых математиков – 2013». 15-16 апреля 2013 г. – Наманган, 2013. Т.2. – С. 135-138.
17. Уринов А.К., Халилов К.С. Об одной нелокальной задаче для параболо-гиперболического уравнения // Тезисы докладов III Международной научной конференции «Современные методы и проблемы теории операторов и гармонического анализа и их приложения III». 02-06 июня 2013 г. – Ростов на Дону, 2013. – С. 86-87.
18. Уринов А.К., Халилов К.С. Об одной неклассической задаче для параболо-гиперболического уравнения // Материалы VII Ферганской конференции «Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения», Ферганский коллоквиум, посвященный памяти академика С.Х.Сиражиддинова. 11-12 мая 2015 г. – Наманган, 2015. – С. 230-234.
19. Халилов К.С. Задачи с интегральным условием для одного параболо-гиперболического уравнения третьего порядка // Материалы Международной научной конференции «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы». 25-29 июня 2018 г. – Стерлитамак, 2018. – С.140-142.
20. Халилов К.С. Об одной задаче с интегральным условием для параболо-гиперболического уравнения третьего порядка // Тезисы докладов Узбекско-Российской научной конференции «Неклассические уравнения математической физики и их приложения». 24 - 26 октября 2019 г. – Ташкент, 2019. – С.138.

21. Халилов К.С. Нелокальная задача для одного параболо-гиперболического уравнения третьего порядка со спектральном параметром // Материалы научной конференции «Актуальные проблемы стохастического анализа», посвященной 80-летию академика Ш.К.Фарманова. 20-21 февраля 2021 г. – Ташкент, 2021. – С. 347-348.
22. Уринов А.К., Халилов К.С. Нелокальная задача для одного параболо-гиперболического уравнения третьего порядка с сингулярным коэффициентом // Тезисы докладов Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых «Дифференциальные уравнения и родственные проблемы анализа». 04-05 ноября 2021 г. – Бухара, 2021. – С. 271-272.

Автореферат Фарғона давлат университети «FarDU. Ilmiy xabarlar – Научный вестник. ФерГУ» илмий – методик журнал таҳририятида таҳрирдан ўтказилиб, ўзбек, рус ва инглиз тилларидаги матнлар ўзаро мувофиқлаштирилди.

Bosishga ruxsat etildi: 2022-yil. Nashriyot bosma tabog'i – 2,625.

Shartli bosma tabog'i – 1,3125. Bichimi 84x108 1/16.

Adadi 100.

«Poligraf Super Servis» MChJ

Manzil: 150100, Farg'ona viloyati, Farg'ona shahri, Aviasozlar ko'chasi, 2-uy.