

**O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
DSC.03/30.12.2019.FM.01.02 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

DJUMAYOZOV UMIDJON ZAFARJONOVICH

**ELASTIKLIK NAZARIYASINING CHIZIQLI VA NOCHIZIQLI
CHEGARAVIY MASALALARINI SONLI MODELLASHTIRISH**

05.01.07-Matematik modellashtirish. Sonli usullar va dasturlar majmui

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

Toshkent - 2023

**Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi
avtoreferati mundarijasi**

**Оглавление автореферата диссертации
доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD)
on physical-mathematical sciences**

Djumayozov Umidjon Zafarjonovich

Elastiklik nazariyasining chiziqli va nochiziqli chegaraviy masalalarini sonli modellashtirish.....3

Джумаёзов Умиджон Зафаржонович

Численное моделирование линейных и нелинейных краевых задач теории упругости21

Djumayozov Umidjon Zafarjonovich

Numerical simulation of linear and nonlinear boundary value problems in the theory of elasticity.....40

Эълон қилинган ишлар рўйхати

Список опубликованных работ

List of published works.....43

**O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
DSC.03/30.12.2019.FM.01.02 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

DJUMAYOZOV UMIDJON ZAFARJONOVICH

**ELASTIKLIK NAZARIYASINING CHIZIQLI VA NOCHIZIQLI
CHEGARAVIY MASALALARINI SONLI MODELLASHTIRISH**

05.01.07-Matematik modellashtirish. Sonli usullar va dasturlar majmui

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

Toshkent - 2023

Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (Doctor of Philosophy) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida № B2022.2.PhD/FM740 raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universitetida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (annotatsiya)) Ilmiy kengash veb-sahifasida (www.ik-fizmat.nuu.uz) va «ZiyoNet» Axborot ta'lim portalida (www.ziynet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy raxbar:

Xaldjigitov Abduvali Abdisamadovich
fizika-matematika fanlari doktori, professor

Rasmiy opponentlar:

Normurodov Chori Begaliyevich
fizika-matematika fanlari doktori, professor

Bo'riyev Abdulaziz Tadjibayevich
fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent

Yetakchi tashkilot:

Qarshi Davlat universiteti

Dissertatsiya himoyasi O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 raqamli Ilmiy kengashining 2023 yil «__» _____ soat ____ dagi majlisida bo'lib o'tadi. (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko'chasi, 4-uy. Tel.: (+99871) 227-12-24, faks: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz.)

Dissertatsiya bilan O'zbekiston Milliy universitetining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (__ raqami bilan ro'yxatga olingan). (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko'chasi, 4-uy. Tel.: (+99871) 246-02-24).

Dissertatsiya avtoreferati 2023 yil «__» _____ kuni tarqatildi.
(2023 yil _____dagi _____ raqamli reestr bayonnomasi).

M.M. Aripov

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash raisi, f.-m.f.d., professor

Z.R. Raxmonov

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash ilmiy kotibi, f.-m.f.d.

B.F. Abduraximov

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash qoshidagi ilmiy seminar raisi, f.-m.f.d., professor

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Jahon miqyosida fan va texnika sohasida olib borilayotgan ilmiy-tadqiqotlar, aksariyat hollarda konstruksiyalar va ular elementlarining mustahkamlik va ishonchlilik zahiralarini samarali aniqlash maqsadida, jismlarning deformatsiyalanish jarayonini matematik va sonli modellashtirishga keltiriladi. Ushbu matematik va sonli modellar amaliy matematika, matematik modellashtirish va amaliy mexanikaning o'rganish ob'ekti hisoblanadi. Odatda jismlarning deformatsiyalanish jarayoni giperbolik tipga kiruvchi xususiy hosilali chiziqli va nochiziqli differensial tenglamalar bilan ifodalanadi. Shu sababli, tenglamalarni sonli modellashtirishda oshkor va oshkormas sxemalar asosida chekli-ayirmali tenglamalarni qurish, samarali algoritmlar va ob'ektga yo'naltirilgan texnologiyalari asosida dasturiy ta'minot yaratish matematik modellashtirishning muhim vazifalaridan biri bo'lib kelmoqda.

Hozirgi kunda jahon miqyosida, turli ob'ektlar va ular qismlarining mustahkamlik zahiralarini aniqlashda, odatiy ko'chish funksiyalaridan tashqari kuchlanish va deformatsiyalarga asoslangan matematik modellarni qurish keng tadqiq etilmoqda. Ayniqsa, deformatsiyalarga asoslangan modellarga, u samarali bo'lganligi uchun, oxirgi paytlarda olimlar tomonidan alohida e'tiborga zasavor bo'lmoqda. Shu sababli, ob'etlarning mustahkamlik va ishonchlilik zahiralarini aniqlashda, deformatsiyalarga asoslangan matematik va sonli modellarni qurish, samarali va qulay interfaysga ega bo'lgan dasturlar majmuasini yaratish maqsadli ilmiy tadqiqotlardan hisoblanadi.

Mamlakatimizda fundamental fanlar va axborot texnologiyalari doirasida matematika, amaliy matematika va matematik modellashtirish hamda sonli modellashtirishning rivojlantirishga alohida e'tibor qaratilmoqda. Xususan, chiziqli va nochiziqli deformatsiyalanish jarayonlarini matematik va sonli modellashtirish, hamda chekli-ayirmali usul, oshkor va oshkormas sxemalar, ketma-ket yaqinlashish usullarini takomillashtirish bo'yicha salmoqli natijalarga erishildi. "Matematika-fizika, amaliy matematika va matematik modellashtirish" fanining muhim yo'nalishlari bo'yicha xalqaro miqyosda ilmiy tadqiqotlar olib borish fundamental tadqiqotlarning asosiy vazifasi sifatida alohida belgilangan¹. Mazkur qaror ijrosini ta'minlash doirasida qattiq jismlarning deformatsiyalanish jarayonini matematik va sonli modellashtirish sohasidagi ilmiy tadqiqotlar dolzarb hisoblanadi. Qaror ijrosini ta'minlashda deformatsiyalarga asoslangan matematik va sonli modellarni qurish va samarali dasturiy ta'minot muhim ahamiyatga ega.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 7-fevraldagi PF-4947-son O'zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo'yicha harakatlar strategiyasi to'g'risida"gi Farmoni, 2017-yil 17-fevraldagi PQ-2789-son "Fanlar akademiyasi faoliyatini, ilmiy-tadqiqot ishlarini tashkil etish, boshqarish va moliyalashtirishni yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi, 2017-yil 20-apreldagi PQ-2909-son "Oliy ta'lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi va 2018-yil 27-apreldagi PQ-3682-son

¹ O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 7 maydagi "Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi PQ-4708-son qarori.

“Innovatsion g‘oyalar, texnologiyalar va loyihalarni amaliyotga joriy qilish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi qarorlari, O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.Mirziyoyevning 2019-yil 24-may kuni O‘zbekiston Milliy universitetida ta‘lim va ilm-fan sohasi vakillari bilan uchrashuvdagi ma‘ruzasi hamda ushbu sohaga oid boshqa me‘yoriy-huquqiy hujjatlarning bajarilishiga mazkur dissertasiya ma‘lum darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalarni rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mosligi. Dissertatsiya O‘zbekiston Respublikasining fan va texnologiyalar rivojlanishining IV “Matematika, mexanika va informatika” ustuvor yo‘nalishi doirasida bajarilgan.

Muammoning o‘rganilganlik darajasi. Odatda, qattiq jismlarning deformatsiyalanish jarayonini, ko‘chishlarga nisbatan yozilgan Lamé differensial tenglamalari yordamida modellashtirilishi mumkin. Zarur deformatsiya va kuchlanishlar Koshi munosabatlari va Guk qonuni yordamida ma‘lum ko‘chishlar bo‘yicha hisoblanishi mumkin. Odatda, elastiklik nazariyasining chiziqli va nochiziqli chegaraviy masalalarini sonli yechishda chekli-ayirmali variatsion usul, chekli elementlar usuli, chekli-ayirmali usul, chegaraviy elementlar usuli va boshqa usullar keng foydalaniladi. Ushbu usullarning asoslari O.Zenkevich, B.Pobedrya, V.Kabulov, T. Bo‘riyev, M. Mirsaidov, K. Sultonov, N. Molchanov, F. Badalov, M. Aripov, I. Mirzayev, R. Alov, N. Ravshanov, B. Qurmanboyev, A. Xaldjigitov, B. Xusanov, A. Abirov va boshqalarning ishlarida qaralgan. N.Novojilov, A.I.Luri, C.Miehe va boshqalarning ishlarda, chekli deformatsiyalarga nisbatan chegaraviy masalalar ko‘rilgan.

Qattiq jismlarning deformatsiyalanish jarayonini kuchlanishlarga nisbatan Beltrami-Mitchell tenglamalari yordamida ham modellashtirish mumkin. Kuchlanishlarga nisbatan yangi turdagi model tenglamalar B.E.Pobedriyaning ishlarida taklif qilingan. Kuchlanishlarga nisbatan dinamik chegaraviy masalalar Konovalov va boshqalarning ishlarida ko‘rib chiqilgan. Deformatsiyalarga nisbatan model tenglamalarni yaratish qattiq jismlar mexanikasining va matematik modellashtirishning muhim va kam o‘rganilgan sohalaridan biri hisoblanadi. Novatskiyning ishida deformatsiyalarga nisbatan model tenglama Lamé tenglamasi yordamida keltirib chiqarilgan. B.E.Pobedriya va N.M.Borodachevlarning ishlari deformatsiyalarning model tenglamalarini o‘rganish va ishlab chiqishga bag‘ishlangan.

Umumiy holda deformatsiyalanish jarayonini tavsiflovchi model tenglamalarni deformatsiyalarga nisbatan oltita differensial va uchta muvozanat tenglamalari sistemasi va mos chegaraviy shartlar sifatida yozish mumkin. Bunda, yetmayotgan chegaraviy shartlar sifatida, muvozanat tenglamalarini berilgan sohaning chegarasida qarash mumkin. Shunday qilib, qattiq jismlarning deformatsiyalanish jarayonini ko‘chish va deformatsiyalarga nisbatan matematik va sonli modellashtirish mexanika va amaliy matematikaning muhim va dolzarb vazifasi hisoblanadi. Mazkur ish, qattiq jismlarning deformatsiyalanish jarayonini ko‘chish va deformatsiyalarga nisbatan ifodalaydigan chiziqli va nochiziqli matematik va sonli modellarini ishlab chiqishga bag‘ishlangan.

Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya bajarilgan oliy ta'lim muassasasining ilmiy-tadqiqot ishlari rejalari bilan bog'liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti O'zbekiston Milliy universiteti "Amaliy matematika masalalarini yechishning algoritmlari va dasturiy ta'minoti" ilmiy-tadqiqot ishlari rejasiga muvofiq bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi deformatsiyalanish jarayonini ifodalaydigan chiziqli va nochiziqli matematik modellarni takomillashtirish, sonli modellar qurish va samarali algoritmlar asosida dasturlar majmuasini yaratishdan iboratdir.

Tadqiqotning vazifalari:

ko'chishlarga nisbatan chiziqli va nochiziqli deformatsiyalanish jarayonining sonli modellarini qurish;

deformatsiyalarga nisbatan chiziqli chegaraviy masalalarning matematik va sonli modellarini qurish;

ko'chish va deformatsiyalar bo'yicha chiziqli va nochiziqli chegaraviy masalalar uchun diskret tenglamalarni ishlab chiqish;

ko'chishlar va deformatsiyalar bo'yicha chiziqli va nochiziqli chegaraviy masalalarni yechishning sonli usulini taklif qilish;

qattiq jismlarning chiziqli va nochiziqli deformatsiyalanish jarayonini tavsiflovchi chegaraviy masalalarni sonli yechishning samarali algoritmlari va dasturiy ta'minotini ishlab chiqish;

izotrop sterjen, to'rtburchakli plastina va parallelepipedlar uchun, ko'chish va deformatsiyalariga nisbatan qo'yilgan chegaraviy masalalarni sonli yechish.

Tadqiqotning ob'ekti chiziqli va nochiziqli deformatsiyalanish holatida bo'lgan izotrop jismlarning kichik va chekli deformatsiyalanish jarayonidir.

Tadqiqotning predmeti izotrop jismlarning chiziqli va nochiziqli deformatsiyalanish jarayonining ko'chish va deformatsiyalarga nisbatan matematik va sonli modellaridan iborat.

Tadqiqotning usullari. Tadqiqot jarayonida sonli modellashtirish usullari, chekli-ayirmali sxemalar, iterativ usullar, progonka usuli, ob'ektga yo'naltirilgan dasturlash texnologiyalari, shuningdek, hisoblash eksperimenti usullari qo'llanildi.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

elastiklik nazariyasining chegaraviy masalalari uchun Sen-Venanning deformatsiyalarning birgalikda bo'lish shartiga asoslangan holda deformatsiyalarga nisbatan yangi modeli taklif etilgan;

ko'chish va deformatsiyalarga nisbatan chekli-ayirmali tenglamalar ishlab chiqilgan, hamda elastiklik nazariyasining chiziqli va nochiziqli chegaraviy masalalarini oddiy iteratsiya va Zeydel usullari yordamida samarali sonli yechish taklif etilgan;

turli issiqlik va mexanik chegaraviy shartlarda izotrop parallelepiped, to'g'ri to'rtburchak va sterjen uchun ko'chishlar va deformatsiyalarga nisbatan chegaraviy masalalar sonli yechilgan;

chiziqli va nochiziqli to'rt tenglamalarni sonli yechishning algoritmi va dasturiy ta'minoti ishlab chiqilgan;

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

ob'ektlarning (konstruksiyalar va ular elementlari) mustahkamlik zahiralari samarali aniqlashda imkon beradigan matematik model yaratilgan;

jismlarda ko'chish, kuchlanish va deformatsiyalar tarqalishini o'rganishga imkon beradigan dasturlar majmuasi ishlab chiqilgan.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi matematik masalalar qo'yilishining qat'iyiligi, sonli natijalarning aniq yechim va ma'lum yechimlar bilan taqqoslanganligi, shuningdek, hisoblash tajribalarini o'tkazish orqali ta'minlagan.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati jismlarning mustahkamlik zahiralari yanada ishonchliroq aniqlashga imkon beradigan matematik model yaratilganligi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati sonli modellar qurish, va ularni sonli yechish algoritmi va dasturlar majmuasini yaratish, xamda ob'ektlarning mustahkamlik zahiralari samaraliroq aniqlashda foydalanish mumkinligi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Jismlarning chiziqli va nochiziqli deformatsiyalanish jarayonini ifodalash uchun ishlab chiqilgan matematik modellar, sonli algoritmlar va dasturiy ta'minotlar quyidagi yo'nalishlarda amaliyotga joriy etilgan:

qattiq jismlarning deformatsiyalanish jarayonini ko'chish va deformatsiyalarga nisbatan ifodalaydigan chiziqli va nochiziqli matematik modeli va sonli yechimlaridan BV-F4-014 "Magnit-elastiklikning matematik asoslarini va elektromagnit moslashuvchanlikni hisobga olgan holda elektron qurilmalar, mikro va nano-tizimlarning yupqa qobiqli elementlarining magnit-elastik tebranishlari masalasini yechishning amaliy usullarini takomillashtirish" grant loyihasida yupqa qobiqli elektron qurilmalarning elektromagnit maydonidagi tebranishi masalasini ko'chish va deformatsiyalarga nisbatan sonli modellashtirishda foydalanilgan (Toshkent axborot texnologiyalari universitetining 2022 yil 8-iyundagi 2562/15-01-sonli ma'lumotnomasi). Ilmiy natijalarni qo'llash, nostatsionar magnit va mexanik kuchlar ta'sirida o'tkazuvchi jismlarning magnit elastikligining bog'liq masalalarini sonli yechish imkonini bergan;

elastiklik nazariyasining ko'chish va deformatsiyalarga nisbatan chiziqli va nochiziqli modellarini sonli yechish algoritmlari, dasturiy ta'minotidan qurilish tashkilotlarida binolarni loyihalashda, mustahkamlik va ishonchlilik zaxiralari aniqlashda foydalanilgan. (Axborot texnologiyalari va kommunikatsiyalarini rivojlantirish vazirligining 2022 yil 21-noyabrdagi 33-8/7839-sonli ma'lumotnomasi). Ilmiy natijalarni qo'llash, mehnat unumdorligini 10-15 foizga oshirishga, tannarxni 10-15 foizga kamaytirishga imkon bergan.

Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi. Mazkur tadqiqot natijalari 6 ta, jumladan 3 ta xalqaro, 3 ta respublika ilmiy-amaliy anjumanlarida muhokamadan o'tkazilgan.

Tadqiqot natijalarining e'lon qilinganligi. Tadqiqot mavzusi bo'yicha 20 ta ilmiy ish chop etilgan, shulardan O'zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasining falsafa doktori dissertatsiyalari sosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 13 ta maqola, jumladan 7 ta xorijiy (barchasi

SCOPUS ma'lumotlar bazasida) va 6 ta respublika jurnallarida nashr etilgan, 2 ta EHM uchun dasturiy mahsulotga guvohnoma olingan.

Dissertatsiya tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya kirish, uch bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati va ilovalardan iborat. Dissertatsiyaning hajmi 97 bet.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati, tadqiqotning respublika fan va texnikasini rivojlantirishning ustuvor yo'nalishlariga muvofiqligini belgilangan. Dissertatsiya mavzusi bo'yicha xorijiy ilmiy tadqiqotlarga sharh berilgan va muammoning o'rganilganlik darajasi muhokama qilingan, maqsad va vazifalar shakllantirilgan, tadqiqot ob'ekti va predmeti aniqlangan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari taqdim etilgan, olingan natijalarning nazariy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarini amaliyotga tatbiq etish, chop etilgan ishlar va dissertatsiya tuzilishi haqida ma'lumotlar berilgan.

Dissertatsiyaning **“Deformatsiya jarayonining chiziqli va nochiziqli model tenglamalari”** nomli birinchi bobi qattiq jismlarning ko'chish va deformatsiyalarga nisbatan chiziqli va nochiziqli deformatsiyalanish jarayonini tavsiflovchi model tenglamalarini shakllantirishga bag'ishlangan.

1.1 paragrafda deformatsiyalanish jarayonining ko'chishlarga nisbatan chiziqli model tenglamalari ko'rib chiqilgan.

Odatda, qattiq jismlarning chiziqli deformatsiyalanish jarayonini tavsiflovchi model tenglamalari quyidagilardan iborat:
muvozanat tenglamasi

$$\sum_{j=1}^3 \sigma_{ij,j} + X_i = 0, \quad x_i \in V, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Guk qonuni

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

Koshi munosabati

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (3)$$

va chegaraviy shartlar

$$u_i|_{\Sigma_1} = u_i^o, \quad x_i \in \Sigma_1, \quad \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} n_j|_{\Sigma_2} = S_i^o, \quad x_i \in \Sigma_2. \quad (4)$$

Bu yerda σ_{ij} – kuchlanish tenzori, ε_{ij} – deformatsiyalar tenzori, u_i – ko'chish vektori, X_i – xajmiy kuchlar, λ, μ – Lamé o'zgarmlari, $\theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ kuchlanish tenzorining sferik qismi, δ_{ij} – Kronecker simvoli, n_j – sirtga o'tkazilgan tashqi normal, $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$ – sirt kuchi vektorining komponentlari.

(3) tenglamani (2) ga qo'yib va olingan natijalarni (1) tenglamaga quysak Lamé tenglamasi hosil bo'ladi

$$\mu \nabla^2 u_i + (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + X_i = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5)$$

Δ – Laplas operatori. $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z, u_1 = u, u_2 = v, u_3 = w$, belgilashlarni olib Lamé tenglamasini (5) quyidagicha ko‘chishlarga nisbatan yozish mumkin

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) + X_1 &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) + X_2 &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} \right) + X_3 &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Agar (2) tenglama o‘rniga haroratni hisobga olgan holda kuchlanish va deformatsiyalar o‘rtasidagi munosabatni ifodalovchi Dyugamel-Neyman belgilovchi munosabatni qarash, ya’ni

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - (3\lambda + 2\mu) \alpha (T - T_0) \delta_{ij}, \quad (7)$$

u holda, termoelastik masalasining (6) tenglamalarida quyidagi xajmiy kuch quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi, ya’ni

$$X_i = \alpha \gamma \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad (8)$$

bu yerda $\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha$, T – harorat, T_0 – boshlang‘ich harorat, α – termal kengayish koeffitsienti.

1.2 paragrafda deformatsiyalar uchun nochiziqli model tenglamalar qarab chiqilgan: agar (1-4) chegaraviy masalada, (2) munosabat o‘rniga, quyidagi nochiziqli munosabatni-Ilyushinning plastiklik deformatsion nazariyasini qarash, ya’ni

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - \alpha \gamma (T - T_0) \delta_{ij} - 2(\mu - \mu') \left(1 - \frac{\varepsilon_u^*}{\varepsilon_u} \right) e_{ij}, \quad \varepsilon_u \geq \varepsilon_u^* \quad (9)$$

u holda (6) tenglamadagi xajmiy kuchlar quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi

$$X_i = -\alpha \gamma \frac{\partial T}{\partial x_i} - P_i, \quad P_i = 2(\mu - \mu') \sum_{j=1}^3 \frac{\partial e_{ij}}{\partial x_j}, \quad \varepsilon_u \geq \varepsilon_u^* \quad (10)$$

bu yerda ε_u – kuchlanish tenzorining intensivligi, e_{ij} – kuchlanish tenzor deviatori, μ' – urinma modul, P_i – plastik qismlarni ifodalaydi.

1.3 paragraf chekli deformatsiyalar uchun elastiklik nazariyasining chegaraviy masalalarini shakllantirishga bag‘ishlangan va quyidagilardan iborat: muvozanat tenglamasi

$$\sum_{j=1}^3 P_{ij,j} + X_i = 0, \quad \text{bu yerda } P_{ij} = \left(\delta_{ik} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) S_{kj}, \quad (11)$$

Sen-Venant-Kirxhoff qonuni

$$S_{ij} = \lambda E_{kk} \delta_{ij} + 2\mu E_{ij}, \quad E_{kk} = E_{11} + E_{22} + E_{33}, \quad (12)$$

Koshi-Grin kuchlanish tenzori

$$E_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + \sum_{k=1}^3 u_{k,i} u_{k,j}), \quad (13)$$

va mos chegaraviy shartlar

$$u_i|_{\Sigma_1} = u_i^0, \quad \sum_{j=1}^3 S_{ij} n_j|_{\Sigma_2} = S_i^0. \quad (14)$$

1.4 paragraf deformatsiyalar uchun yangi model tenglamasini ishlab chiqishga bag'ishlangan, ya'ni

$$\mu \nabla^2 \varepsilon_{ij} + (\lambda + \mu) \theta_{,ij} + \frac{1}{2} (X_{i,j} + X_{j,i}) = 0, \quad (15)$$

deformatsiyalarga nisbatan ifodalangan muvozanat tenglamasi

$$\lambda \theta_{,i} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} + X_i = 0, \quad (16)$$

va quyidagi chegaraviy shartlar bilan birga

$$(\lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}) n_j|_{\Sigma} = S_i, \quad (\lambda \theta_{,i} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} + X_i)|_{\Sigma} = 0. \quad (17)$$

elastiklik nazariyasining deformatsiyalarga nisbatan yangi chegaraviy masalasini tashkil qiladi.

(15-17) model tenglamalarni ikki o'lchovli holatda ε_{11} , ε_{22} , ε_{12} larga nisbatan quyidagi ko'rinishda yozib olish mumkin:

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial y} = 0, \quad (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{21}}{\partial x} = 0, \\ \mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial y} \right) = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

mos chegaraviy shartlar

$$(\sigma_{11} n_1 + \sigma_{12} n_2)|_{\Gamma} = S_1, \quad (\sigma_{21} n_1 + \sigma_{22} n_2)|_{\Gamma} = S_2, \quad (19)$$

hamda qo'shimcha chegara shartlari bilan

$$\left[(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial y} \right]_{\Gamma} = 0, \quad \left[(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{21}}{\partial x} \right]_{\Gamma} = 0. \quad (20)$$

bu yerda Γ – berilgan sohaning chegarasi.

Dissertatsiyaning ikkinchi bobi “**Sonli modellar va ularni yechish usullari**” ga bag'ishlangan. Ikki o'lchovli chiziqqli va nochiziqqli model tenglamalar uchun ko'chish va deformatsiyalarga nisbatan chekli-ayirma tenglamalar tuzilgan. Chekli - ayirmali tenglamalar va chegaraviy shartlar, tugun nuqtalariga nisbatan yechilgan shaklda yozilgan va iterativ usul qo'llanilgan.

2.1 paragrafda (6) model tenglamalar to'rtburchakli plastinka uchun qaralgan:

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + X_1 = 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + X_2 = 0, \end{aligned} \quad (21)$$

chegaraviy shartlar bilan

$$u_1|_{r_1} = u_1^0, \quad u_2|_{r_1} = u_2^0, \quad (\sigma_{11} n_1 + \sigma_{12} n_2)|_{r_2} = S_1, \quad (\sigma_{21} n_1 + \sigma_{22} n_2)|_{r_2} = S_2. \quad (22)$$

(21-22) chegaraviy masalani $0 \leq x \leq l_1$, $0 \leq y \leq l_2$ to'rtburchakli plastinka uchun ko'rib chiqamiz. (21) tenglamalardagi hosilalarni chekli-ayirmali munosabatlar bilan almashtirib, $k=0,1,2,\dots$ indekslarga muvofiq quyidagi iterativ jarayonni tashkil qilish mumkin

$$u_{i,j}^{(k+1)} = 4h_2^2(\lambda + 2\mu)(u_{i+1,j}^{(k)} + u_{i-1,j}^{(k)}) + 4h_1^2\mu(u_{i,j+1}^{(k)} + u_{i,j-1}^{(k)}) + hh_1h_2(\lambda + \mu) * \\ * (v_{i+1,j+1}^{(k)} - v_{i-1,j+1}^{(k)} - v_{i+1,j-1}^{(k)} + v_{i-1,j-1}^{(k)}) + X_1 / (8h_2^2(\lambda + 2\mu) + 8h_1^2\mu). \quad (23)$$

nolinchi $k=0$ yaqinlashganda, $u_{ij}^{(0)}$, $v_{ij}^{(0)}$ ko'chishlarning qiymatlari nolga teng deb hisoblanadi.

2.2 paragrafda tekis deformatsiyalanish holatida bo'lgan to'rtburchak uchun plastik va termoplastik chegaraviy masalalar qarab chiqilgan. Masalalarning sonli modellari ishlab chiqilgan. Chegaraviy masalalarni yechish uchun sonli algoritmlar va tegishli dasturlar ishlab chiqilgan.

2.3 paragrafda chekli deformatsiyalanish holadida bo'lgan izotrop to'rtburchakli plastinka uchun matematik va sonli modellar turli chegariy shartlar ko'rib chiqilgan. Elastiklik nazariyasining chekli deformatsiyali ikki o'lchovli chegaraviy masalalarini sonli yechish uchun nochiziqli chekli-ayirmali tenglamalar qurilgan. Chekli-ayirma tenglamalar u_{ij} , v_{ij} funksiyalariga nisbatan yozib olingan va ketma-ket yaqinlashish usulida sonli yechilgan.

Ikki o'lchovli holatda, chekli deformatsiyalardagi model tenglamalar quyidagi ko'rinishga ega

$$(\lambda + 2\mu + A_1(u)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda + \mu + B_1(u)) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + (\mu + C_1(u)) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + N_1(u) = 0, \\ (\lambda + 2\mu + A_2(u)) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu + B_2(u)) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (\mu + C_2(u)) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + N_2(u) = 0. \quad (24)$$

bu yerda $A_1, B_1, C_1, N_1, A_2, B_2, C_2, N_2$ tenglamalarning nochiziqli qismlaridir.

2.4 paragraf elastiklik nazariyasining deformatsiyalarga nisbatan qo'yilgan chegaraviy masalasini sonli yechishga bag'ishlangan. To'rtburchakli plastinka uchun chegaraviy masala deformatsiyalarda ko'rib chiqilgan va to'r sohani qurish uchun $x_i = ih_1$ ($i=0, n$), $y_j = jh_2$ ($j=0, n$) parallel chiziqlarning o'tkazamiz, bu erda $h_k = l_k / N_k$, $k=1, 2$. U holda (19-20) chegaraviy masalaning diskret analogi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{11} - \varepsilon_{ij}^{11}}{2h_1} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} - \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{2h_1} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{2h_2} = 0, \quad (25)$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{ij}^{11} - \varepsilon_{i,j-1}^{11}}{2h_1} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} - \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{2h_1} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{2h_2} = 0,$$

$$\frac{\varepsilon_{i+1,j}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i-1,j}^{12}}{h_1^2} + K \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{11} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{11} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{11} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{11}}{4h_1h_2} +$$

$$+ \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{h_2^2} + K \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{22} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{22} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{22} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{22}}{4h_1h_2} = 0, \quad (26)$$

chegaraviy shartlar

$$\varepsilon_{22 \ i0}^{(0)} = \frac{1}{E_1} \sigma_{22}, \quad \varepsilon_{12 \ i0}^{(0)} = 0, \quad \varepsilon_{22 \ iN_2}^{(0)} = -\frac{1}{E_1} \sigma_{22}, \quad \varepsilon_{12 \ iN_2}^{(0)} = 0, \quad (27)$$

$$\varepsilon_{11 \ 0j}^{(0)} = 0, \quad \varepsilon_{21 \ 0j}^{(0)} = 0, \quad \varepsilon_{11 \ N_1j}^{(0)} = 0, \quad \varepsilon_{21 \ N_1j}^{(0)} = 0,$$

va qo'shimcha chegaraviy shartlar esa quyidagi ko'rinishga ega:

$y=0$ va $y=l_2$

$$\varepsilon_{11\ i0}^{(0)} = \varepsilon_{11\ i1}^{(0)} + \frac{\mu h_2}{\lambda} \frac{\varepsilon_{12\ i+1,0}^{(0)} - \varepsilon_{12\ i-1,0}^{(0)}}{h_1}, \quad \varepsilon_{11\ iN_2}^{(0)} = \varepsilon_{11\ i,N_2-1}^{(0)} - \frac{\mu h_2}{\lambda} \frac{\varepsilon_{12\ i+1,N_2}^{(0)} - \varepsilon_{12\ i-1,N_2}^{(0)}}{h_1},$$

$x=0$ va $x=l_1$

$$\varepsilon_{22\ 0,j}^{(0)} = \varepsilon_{22\ 1,j}^{(0)} + \frac{\mu h_1}{\lambda} \frac{\varepsilon_{0,j+1}^{12} - \varepsilon_{0,j-1}^{12}}{h_2}, \quad \varepsilon_{22\ N_1,j}^{(0)} = \varepsilon_{22\ N_1-1,j}^{(0)} - \frac{\mu h_1}{\lambda} \frac{\varepsilon_{12\ N_1,j+1}^{(0)} - \varepsilon_{12\ N_1,j-1}^{(0)}}{h_2}. \quad (28)$$

Chekli-ayirmali tenglamalar ε_{ij}^{11} , ε_{ij}^{22} va ε_{ij}^{12} ga nisbatan iterativ usul yordamida yechilgan.

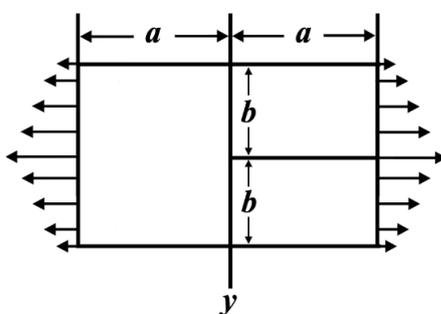
Dissertatsiyaning uchinchi bobi “**Deformatsiyalanish jarayonining model tenglamalarini sonli yechish misollari**” elastiklik nazariyasining ko‘chish va deformatsiyalarga nisbatan qo‘yilgan chiziqli va nochiziqli chegaraviy masalalarini sonli modellashtirishga bag‘ishlangan. To‘rtburchakli plastinka va parallelepiped uchun masalalar turli chegaraviy shartlarda qaralgan. Ishlab chiqilgan dasturiy ta‘minotdan foydalanish bo‘yicha ko‘rsatmalar keltirilgan.

3.1 paragrafda turli chegaraviy shartlarda elastik, termoelastik va termoplastik to‘rtburchakli plastinkaga oid masalalar yechilgan.

To‘rtburchakni cho‘zish masalasi. O‘lchamlari $(2a, 2b)$ bo‘lgan to‘rtburchakli plastinkaning OX o‘qiga perpendikulyar bo‘lgan qarama-qarshi tomonlariga qo‘yilgan cho‘zuvchi parabolik kuchlar ta‘siridagi deformatsiyalanishi masalasi qarab chiqilgan. Qolgan tomonlari erkin hisoblanadi:

$$x = \pm a: \sigma_{11} = S_0 \left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right), \quad \sigma_{12} = 0, \quad (29)$$

$$y = \pm b: \sigma_{22} = 0, \quad \sigma_{21} = 0. \quad (30)$$



1-rasm. Parabolik kuch ta‘sirida to‘rtburchak plastinkaning cho‘zilishi

Bu masala ikkinchi bobda qayd etilgan (21) masala tenglamalari bilan modellashtirilgan. Bunda chegaraviy shartlar (29-30) ko‘rinishga ega bo‘ladi. Ushbu masalaga mos keladigan chekli-ayirmali sxema (23) tenglamalar bilan aniqlanadi. Chekli-ayirmali tenglamalar ko‘chishlarga nisbatan (23) ko‘rinishda yozilib iterativ usul bilan yechilgan.

Ko‘chishlarning sonli qiymatlari Guk qonuniga muvofiq hisoblangan, σ_{11} kuchlanishning qiymatlari 1-jadvalda keltirilgan va Timoshenko-Guderning olgan natijasi bilan solishtirilgan.

1-jadval

$x=0$ da σ_{11}/S kuchlanish qiymatlarini solishtirish						
Natijalar	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$

<i>Iteratsiya usuli (ko'chishlarda)</i>	0.3202	0.4423	0.5899	0.7235	0.8054	0.8310
<i>Timoshenko-Gudier usuli</i>	0.3404	0.5166	0.6536	0.7515	0.8102	0.8298

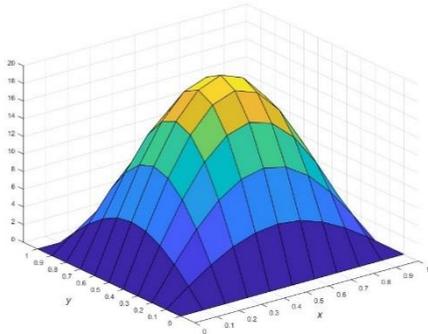
Termoelastik to'rtburchak plastinka masalasi. Quyidagi qonuniyat bo'yicha belgilangan harorat maydonida joylashgan har tomondan qisilgan to'rtburchakli plastinkaning termoelastik masalasi sonli yechilgan.

$$T = T_0 \sin \frac{\pi x}{l_1} \sin \frac{\pi y}{l_2}, \quad T_0 = 20^\circ \quad (31)$$

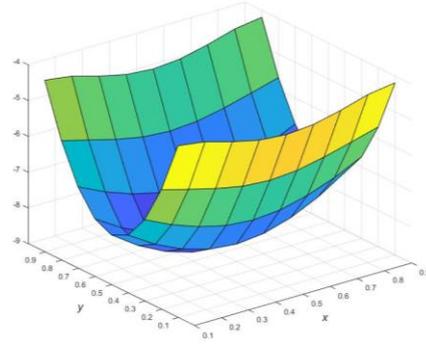
Termoelastik masala, quyidagi shakldagi xajmiy kuchlarga ega bo'lgan (21) tenglama bilan modellashtirish mumkin

$$X_1 = -\alpha(3\lambda + 2\mu) \frac{\partial T}{\partial x}, \quad X_2 = -\alpha(3\lambda + 2\mu) \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (32)$$

(32) munosabatlarni hisobga olgan holda ushbu masalaga mos keluvchi chekli-ayirmali tenglamalar (23) bilan aniqlangan. Kuchlanish σ_{11} va haroratning taqsimotlari mos ravishda 2-3 grafiklarda ko'rsatilgan.



2-rasm. Haroratning taqsimlanishi



3-rasm. σ_{11} kuchlanish tenzorining taqsimlanishi

Termoplastik to'rtburchak plastinka masalasi. (31) harorat maydonida joylashgan ($l_1 \times l_2$) o'lchamdagi tomonlari bo'yicha mahkamlangan termoplastik to'rtburchak plastinkaning deformatsiyalanishi masalasi sonli yechilgan. Termoplastik masalani tavsiflovchi ikki o'lchovli model tenglamalarni, haroratni va $\varepsilon_u \geq \varepsilon_u^*$ shartni inobatga olgan holda, (21-22) tenglamalardan topish mumkin:

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \gamma \frac{\partial T}{\partial x} + X_1^* &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \gamma \frac{\partial T}{\partial y} + X_2^* &= 0, \end{aligned} \quad (33)$$

chegaraviy shartlar

$$u(x, y)|_{\Gamma} = 0, \quad v(x, y)|_{\Gamma} = 0. \quad (34)$$

bu yerda

$$X_1^* = -2(\mu - \mu')(1 - \frac{\varepsilon_u^*}{\varepsilon_u}) \left(\frac{2}{3} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{6} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right), \quad X_2^* = -2(\mu - \mu')(1 - \frac{\varepsilon_u^*}{\varepsilon_u}) \left(\frac{2}{3} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{6} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right).$$

Tenglamalarning chekli-ayirmali analoglari (33-34) iterativ usulda quyidagi qiymatlarda yechilgan: $\lambda = 1.5$, $\mu = 0.75$, $l_1 = l_2 = 1$, $N_1 = N_2 = 10$, $\varepsilon_u^* = 0.9$.

2-jadvalda harorat maydonida to'rtburchakli plastinka uchun kuchlanishlarning sonli qiymatlari keltirilgan.

2-jadval

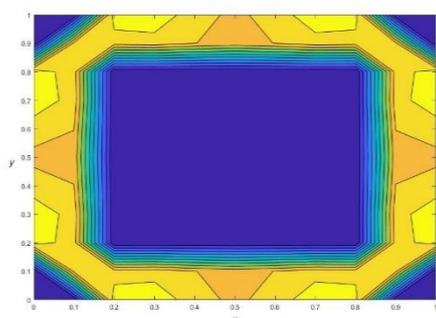
σ_{11} kuchlanish tenzori qiymatlari $\varepsilon = 0.0001$ da						
	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
$y=0$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$y=0.1$	0.00000	-4.2531	-4.3627	-4.5998	-4.7474	-4.7872
$y=0.2$	0.0000	-5.6151	-5.8489	-6.0390	-6.1866	-6.2422
$y=0.3$	0.0000	-6.6237	-7.0580	-7.3309	-7.5133	-7.5781
$y=0.4$	0.0000	-7.2974	-7.8363	-8.1835	-8.4038	-8.4799
$y=0.5$	0.0000	-7.5461	-8.1065	-8.4814	-8.7166	-8.7973

Plastik zonalar mahkamlangan termoplastik to'rtburchakning tomonlar atrofida paydo bo'ladi (4-rasm).

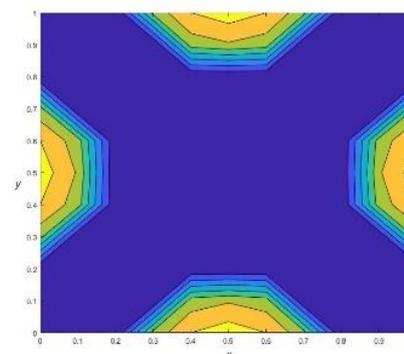
Termoplastik to'rtburchakli plastinkaning chegaralari kuchlardan ozod bo'lsa, ya'ni, chegaraviy shartlarning o'ng tomonlari nolga teng bo'lsa, plastik zonalar erkin chegaralar atrofida paydo bo'ladi va 5-rasmda ko'rsatilgan shaklni oladi. Kuchlanish σ_{11} qiymatlari 3-jadvalda ko'rsatilgan.

3-jadval

σ_{11} kuchlanish tenzorining qiymatlari $\varepsilon = 0.0001$ da						
	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
$y=0$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$y=0.1$	0.0000	-0.5638	-0.2500	-0.1004	-0.1487	-0.1565
$y=0.2$	0.0000	-1.4104	-1.4304	-1.4321	-1.4177	-1.4092
$y=0.3$	0.0000	-2.2160	-2.3921	-2.5969	-2.7419	-2.7931
$y=0.4$	0.0000	-2.6677	-3.0058	-3.3215	-3.5538	-3.6379
$y=0.5$	0.0000	-2.8057	-3.2134	-3.5659	-3.8271	-3.9220



4-rasm. Harorat maydonining (31) ta'siri ostida mahkamlangan to'rtburchakli plastinkada paydo bo'lgan plastik zona



5-rasm. Harorat maydoni ta'siridagi plastik zona

3.2 paragraf elastiklik nazariyasining chekli deformatsiyali chegaraviy masalalarni sonli yechishga bag'ishlangan. Sterjen, to'rtburchakli plastinka va parallelepipedlarni cho'zishga doir masalalar chekli deformatsiyalarda yechilgan.

Chekli deformatsiyalanish holatida bo'lgan sterjenni cho'zish masalasi ko'chishlarga nisbatan quyidagi nochiziqli tenglama bilan ifodalanadi

$$(\lambda + 2\mu)A(u)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + X_1 = 0, \quad (35)$$

bu yerda

$$A(u) = 1 + 3\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{3}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2.$$

O'zgarmlarga quyidagi qiymatlar berilgan $\lambda = 0.8$, $\mu = 0.5$, $l = 1$, $n = 10$, $S = 1$.

Oldingi masalalarga o'xshab, chekli-ayirmali tenglamalar tuzilgan va ketma-ket yaqinlashish usuli yordamida yechilgan. Masalani progonka usuli bilan ham yechilib natijalar olingan. Iteratsiya usuli va progonka usuli bilan olingan natijalar 4-jadvalda taqqoslangan. Sonli natijalarni taqqoslash va olingan natijalarni tahlil qilish olingan natijalarning to'g'riligini ko'rsatadi.

4-jadval

$u(x)$ ko'chish qiymatlarini solishtirish						
<i>Natijalar</i>	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
<i>Iteratsiya usuli</i>	0	0.0081	0.0136	0.0142	0.0092	0
<i>Progonka usuli</i>	0	0.0081	0.0136	0.0142	0.0091	0

Chekli deformatsiyalanish holatida bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning muvozanati masalasi (24) tenglamalar bilan ifodalangan. To'r tenglamalar chekli-ayirmali usul yordamida tuzilgan va iteratsiya usul bilan yechilgan. Tenglamalarning noxiziqli qismi tenglamalarning o'ng tomonlari sifatida qabul qilinadi va oldingi yaqinlashishda olingan natijalar asosida hisoblanadi. Iteratsiya usuli bo'yicha topilgan ko'chishlar va kuchlanishlarning sonli qiymatlari jadvallarda keltirilgan. Masalani yechishda parametrlar uchun quyidagi qiymatlar olingan: $\lambda = 0.8$, $\mu = 0.5$, $l_1 = l_2 = 1$, $n_1 = n_2 = 10$, $S_1 = S_3 = 1$, $S_2 = S_4 = 0$.

5-jadval

$y=0.2$ da $u(x,y)$ funksiya qiymatlarini solishtirish						
<i>Natijalar</i>	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
<i>Deformatsiyalarda</i>	0.1924	0.1574	0.1189	0.0794	0.0397	0.0000
<i>Chekli deformatsiyalarda</i>	0.2082	0.1605	0.1171	0.0791	0.0394	0.0000

6-jadval

$y=0.5$ da σ_{11} kuchlanish tenzorining qiymatlarini solishtirish						
<i>Natijalar</i>	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
<i>Deformatsiyalarda</i>	-1.0000	-1.0061	-1.0069	-1.0103	-1.0128	-1.0138
<i>Chekli deformatsiyalarda</i>	-0.9676	-0.9069	-0.8263	-0.8157	-0.8161	-0.8164

Faraz qilaylik, to'rtburchakli plastina quyidagi qubba ko'rinishidagi kuchlar bilan cho'zilayotgan bo'lsin, ya'ni $S_1 = \sin(\pi y_j / l_2)$, $S_3 = \sin(\pi x_i / l_1)$, $S_2 = S_4 = 0$.

Oddiy (kichik) deformatsiyalanish va chekli deformatsiyalanish jaroyonlariga mos keluvchi ko'chishlar va kuchlanishlarning qiymatlari 7-8 jadvallarda keltirilgan.

7-jadval

$x=0.2$ da $u(x,y)$ funksiya qiymatlarini solishtirish						
<i>Natijalar</i>	$y=0$	$y=0.1$	$y=0.2$	$y=0.3$	$y=0.4$	$y=0.5$
<i>Deformatsiyalarda</i>	0.0880	0.0604	0.0646	0.0801	0.0941	0.0996
<i>Chekli deformatsiyalarda</i>	0.0298	0.0019	0.0156	0.0334	0.0418	0.0508

8-jadval

$x=0.5$ da σ_{11} kuchlanish tenzorining qiymatlarini solishtirish

Natijalar	$y=0$	$y=0.1$	$y=0.2$	$y=0.3$	$y=0.4$	$y=0.5$
Deformatsiyalarda	0.0000	-0.7178	-0.6766	-0.7088	-0.7517	-0.7698
Chekli deformatsiyalarda	0.0000	-0.2787	-0.1989	-0.2514	-0.2419	-0.2500

Yuqoridagi chegaraviy masala quyidagi chegaraviy shartlarda ham yechilgan:

$$\begin{aligned} u|_{y=0} = 0, \quad u|_{y=l_2} = 0, \quad u|_{x=0} = \sin(\pi y / l_2), \quad u|_{x=l_1} = -\sin(\pi y / l_2), \\ v|_{x=0} = 0, \quad v|_{x=l_1} = 0, \quad v|_{y=0} = \sin(\pi x / l_1), \quad v|_{y=l_2} = -\sin(\pi x / l_1). \end{aligned} \quad (36)$$

$u(x,y)$ komponentining sonli natijalari quyidagi jadvalda keltirilgan.

9-jadval

$y=0.7$ da $u(x,y)$ funksiya qiymatlarini solishtirish

Natijalar	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
Oddiy deformatsiyalarda	0.8090	0.5634	0.3670	0.2165	0.0995	0.0000
Chekli deformatsiyalarda	0.8090	0.5723	0.3441	0.2397	0.2101	0.0000

Chekli deformatsiyalarda parallelepipedning muvozanati masalasi.

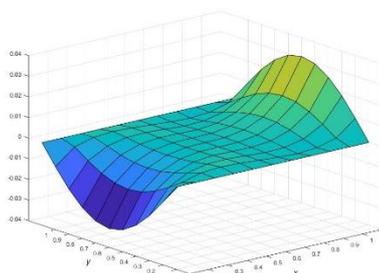
Qirrasining uzunliklari $l_i, i=1,2,3$ bo'lgan parallelepiped qarama qarshi yoqlariga qo'yilgan qubba shaklidagi kinematik shartlar bilan siqilayotgan bo'lsin, ya'ni

$$\begin{aligned} u|_{x=0} = \frac{1}{10} \sin\left(\frac{\pi y}{l_2}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{l_3}\right), \quad u|_{x=l_1} = -\frac{1}{10} \sin\left(\frac{\pi y}{l_2}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{l_3}\right), \quad v|_{y=0} = \frac{1}{10} \sin\left(\frac{\pi x}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{l_3}\right), \\ v|_{y=l_2} = -\frac{1}{10} \sin\left(\frac{\pi x}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{l_3}\right), \quad w|_{z=0} = \frac{1}{10} \sin\left(\frac{\pi x}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{l_2}\right), \quad w|_{z=l_3} = -\frac{1}{10} \sin\left(\frac{\pi x}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{l_2}\right), \\ u|_{x=0,l_1} = 0, \quad w|_{x=0,l_1} = 0, \quad u|_{y=0,l_2} = 0, \quad w|_{y=0,l_2} = 0, \quad u|_{z=0,l_3} = 0, \quad v|_{z=0,l_3} = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

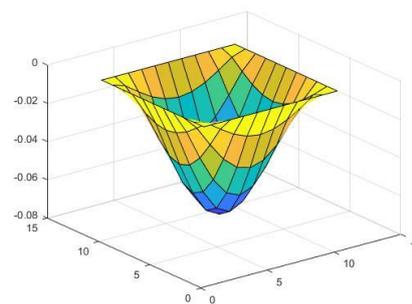
Qaralayotgan masala (11-14) tenglamalar bilan tavsiflanadi. Diskret tenglamalar chekli-ayirmali usul yordamida tuzilgan. Ushbu diskret tenglamalar quyidagi berilgan qiymatlarda iteratsion usulda sonli yechilgan

$$\nu = \frac{1}{3}, \quad E = 2 \times 10^4, \quad l_i = 1, \quad i = 1, 2, 3, \quad n_1 = n_2 = n_3 = 10.$$

Elastik masalani kichik deformatsiyalarda $\varepsilon = 0.001$ aniqlikda yechish uchun 75 ta iteratsiya kerak bo'ladi.



6-rasm. $u(x,y,z)$ funksiya qiymatlarining $y=0.9$ kesimdagi taqsimlanishi



7-rasm. $u(x,y,z)$ funksiya qiymatlarining $z=0.7$ kesimdagi taqsimlanishi

6-7 rasmlarda parallelepipedning turli kesimlarida ko'chishlarning taqsimlanishi ko'rsatilgan.

3.3 paragraf elastiklik nazariyasining deformatsiyalarga nisbatan qo'yilgan chegaraviy masalalarini sonli yechishga bag'ishlangan. Uchta masala, aynan plastinkani parabolik kuchlar ta'sirida cho'zish, tekis taqsimlangan kuchlar ta'sirida siqish masalalari va aniq yechim bilan taqribiy yechim bilan solishtirish masalalari yechilgan.

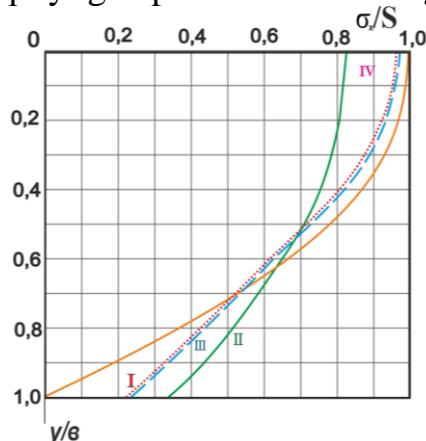
Parabolik kuch ta'sirida plastinkani cho'zish. 3.1 paragrafda ko'rib chiqilgan "To'rtburchakni cho'zish masalasi" ko'chishlarga nisbatan tuzilgan edi. Zikr etilgan masala, birinchi bobda (18-20) tenglamalar orqali deformatsiyalarga nisbatan qo'yilgan edi. Bu tenglamalarga mos keluvchi chekli-ayirmali (25-28) tenglamalar iteratsion usul bilan yechilgan. Parametrlarning qiymatlari quyidagicha olingan: $\lambda = 0.78$, $\mu = 0.5$, $S = 1$, $a = b = 1$, $N_1 = N_2 = 10$, $h = 0.2$.

10-jadval

$x=0$ da σ_{11}/S kuchlanish tenzorini solishtirish

Masalaning natijalar	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
Deformatsiyalarda ($k=70$)	0.3461	0.3461	0.6153	0.8076	0.9229	0.9614
Timoshenko-Gudier usuli	0.3404	0.5166	0.6536	0.7515	0.8102	0.8298
Ko'chishlarda ($k=76$)	0.3202	0.4423	0.5899	0.7239	0.8054	0.8310

8-rasmda, kuchlanish σ_{11} ning tekis plastinkaning o'rtasidagi $x=0$ kesim bo'yicha tarqalishini Timoshenko-Gudier (II) natijalari, kuchlanishlarga (III) va deformatsiyalarga (I) nisbatan mazkur ishda echilgan masalalarning natijalari bo'yicha solishtirish mumkin. 8-rasmda, sariq egri chiziq orqali, plastinaning qarama-qarshi tomonlariga qo'yilgan parabolik kuchning bir qismi ko'rsatilgan.



8-rasm. σ_{11}/S kuchlanishning to'rtburchakli plastinaning o'rtasidagi taqsimoti

Aniq yechim bilan taqqoslash. Faraz qilaylik, quyidagi funksiyalar (18) tenglamalarning to'rtburchak $0 \leq x \leq l_1$, $0 \leq y \leq l_2$ sohadagi yechimi bo'lsin

$$\varepsilon_{11} = y(y-l_2), \quad \varepsilon_{22} = x(x-l_1), \quad \varepsilon_{12} = xy(x-l_1)(y-l_2), \quad (38)$$

u holda tenglamaning o'ng tomonini quyidagi xajmiy kuchlar sifatida qarash mumkin

$$X_1 = -(x^2 - xl_1)(2y - l_2), \quad X_2 = -(2x - l_1)(y^2 - yl_2), \quad X_{12} = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial X_1}{\partial y} + \frac{\partial X_2}{\partial x} \right), \quad (39)$$

(39) ga asoslangan holda, chegaraviy va qo'shimcha chegaraviy shartlar quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi

$$\begin{aligned} x=0, l_1: \quad \varepsilon_{11} &= y(y-l_2), \quad \varepsilon_{12} = 0, \quad \varepsilon_{22} = 0, \\ y=0, l_2: \quad \varepsilon_{22} &= x(x-l_1), \quad \varepsilon_{12} = 0, \quad \varepsilon_{11} = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

Parametrlarning qiymatlari quyidagicha olingan:

$$\lambda = 0.78, \mu = 0.5, l_1 = l_2 = 1, N_1 = N_2 = 10, h = 0.1.$$

11-jadvalda deformatsiya tenzori ε_{11} ning aniq yechim va iterativ usul bilan olingan qiymatlari taqqoslangan.

11-jadval

$y=0.5$ da ε_{11} deformatsiya tenzorining natijalarini taqqoslash

Natijalar	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
Aniq yechim	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500
Iterativ usul	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500

Taqqoslash shuni ko'rsatadiki, taqribiy yechim va aniq yechimning qiymatlari bir-biriga mos keladi. Ushbu aniqlikka erishish uchun 103 ta iteratsiya kerak bo'ladi.

Tekis taqsimlangan kuch ta'sirida plastinkani siqish masalasi. To'rtburchakli plastinkaning OX o'qiga perpendikulyar qarama-qarshi tomonlariga qo'yilgan tekis taqsimlangan kuch ta'sirida siqish masalasi qaralgan. Qaralayotgan masala (18-19) tenglamalar bilan tavsiflanadi. Chegaraviy shartlar quyidagi ko'rinishga ega

$$x = \pm a: \sigma_{11} = 0, \quad \sigma_{12} = 0, \quad (41)$$

$$y = \pm b: \sigma_{22} = S_0, \quad \sigma_{21} = 0. \quad (42)$$

Qo'shimcha chegaraviy shartlar (20) munosabatlar bilan aniqlanadi. Berilgan o'zgarishlar quyidagi qiymatlarga ega: $\lambda = 0.78, \mu = 0.5, l_1 = l_2 = 1, N_1 = N_2 = 10, S_0 = 1$.

Olingan natijalar 12 jadvallarda keltirilgan.

12-jadval

σ_{22} kuchlanish tenzori qiymatlari

	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
$y=0$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$y=0.1$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$y=0.2$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$y=0.3$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$y=0.4$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$y=0.5$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

12-jadvalga ko'ra, σ_{22} kuchlanishning qiymatlari, to'rtburchakli plastinkaning chegarasiga qo'yilgan kuchning qiymatlariga teng ekanligini ko'rish mumkin, yani $\sigma_{22}|_{y=0} = 1 = S_0, \sigma_{22}|_{y=l_2} = 1 = S_0$, va sterjen uzunligi bo'ylab ham bir tekis taqsimlanadi, bu esa olingan natijalarning to'g'riligini tasdiqlaydi. Ushbu aniqlikka erishish uchun 36 ta iteratsiya kerak bo'ldi.

3.4 paragrafda masalalarni sonli yechishning algoritmi va yaratilgan dasturlar majmuasining asosiy menyusi va fodalanuvchilar uchun ko'rsatmalar keltirilgan.

XULOSA

Dissertatsiya ishi qattiq jismlarning ko‘chish va deformatsiyalarga nisbatan chiziqli va nochiziqli deformatsiyalanish jarayonining matematik va sonli modellarini o‘rganishga bag‘ishlangan. Dissertatsiya ishida quyidagi ilmiy natijalar olingan:

1. Deformatsiyalarga nisbatan chegaraviy masala shaklida yangi model tenglama taklif etilgan;

2. Haroratni e‘tiborga olgan holda qattiq jismlarning chiziqli va nochiziqli deformatsiyalarini ifodalovchi matematik va sonli modellar tuzilgan;

3. Qattiq jismning chekli deformatsiyalanish jarayonini ifodalovchi matematik va sonli modellari tuzilgan;

4. Ko‘chish va deformatsiyalar uchun chekli-ayirmali tenglamalar qurilgan, elastiklik nazariyasining chiziqli va nochiziqli chegaraviy masalalarini yechishda oddiy iteratsiya usulining samaradorligi ko‘rsatilgan.

5. Qattiq jismlarning chiziqli va nochiziqli deformatsiyalanish jarayonini ko‘chishlar va deformatsiyalarga nisbatan modellovchi bir qator ikki va uch o‘lchovli chegaraviy masalalar sonli yechilgan:

- to‘rtburchakli plastinani qarama-qarshi tomonlariga qo‘yilgan parabolik kuch ta‘sirida cho‘zish masalasi ko‘chishlarga sonli yechilgan va hamda Timoshenko-Gudier taniqli yechimi bilan taqqoslangan;

- tomonlari mahkamlangan va kuchdan holi xolatdagi to‘rtburchakli plastina uchun termoplastik masalalar sonli echilgan. Berilgan harorat maydoni ta‘sirida paydo bo‘lgan plastik zonalarning tarqalishi o‘rganilgan;

- strejen, to‘rtburchakli plastinka va parallelepipedning chekli deformatsiyalariga doir masalalar turli chegaraviy shartlarda sonli yechilgan;

- parabolik va tekis taqsimlangan kuchlar ta‘sirida bo‘lgan to‘rtburchakli plastinalarning muvozanati haqidagi chegaraviy masalalar deformatsiyalarga nisbatan sonli yechilgan va Timoshenko-Gudier yechimlari bilan taqqoslangan;

- deformatsiyalardagi ikki o‘lchovli chegaraviy masalaning iterativ usulda olingan sonli natijalari aniq yechim bilan taqqoslangan;

6. Olingan natijalarning ishonchliligini, model tenglamalar va taklif etilgan sonli usulining o‘rinliligi, sonli natijalarni ma‘lum va aniq yechimlar bilan solishtirish, shuningdek, turli usullar bilan yechish orqali ta‘minlangan;

7. Ko‘chish va deformatsiyalarga nisbatan qo‘yilgan chiziqli va nochiziqli chegaraviy masalalarni sonli yechish uchun C++ tilida Visual Studio 2017 muhiti uchun dasturiy ta‘minot yaratigan va ro‘yxatdan o‘tkazilganligi haqida sertifikat olingan.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.02
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЁНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА**

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

ДЖУМАЁЗОВ УМИДЖОН ЗАФАРЖОНОВИЧ

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ
КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ**

05.01.07- Математическое моделирование. Численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

ТАШКЕНТ-2023

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан за № В2022.2.PhD/FM740.

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (<http://ik-fizmat.nuu.uz>) и на Информационно-образовательном портале «Ziynet» (www.ziynet.uz).

Научный руководитель: **Халджигитов Абдували Абдисамадович**
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Нормуродов Чори Бегалиевич**
доктор физико-математических наук, профессор

Буриев Абдулазиз Таджибаевич
кандидат физико-математических наук, доцент

Ведущая организация: **Каршинский государственный университет**

Защита диссертации состоится «__» _____ 2023 года в __ часов на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 при Национальном университете Узбекистана (Адрес: 100174, г.Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за № ____). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «__» _____ 2023 года.
(протокол рассылки № __ от __ июня 2023 года).

М.М.Арипов

Председатель научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

З.Р.Рахмонов

Ученый секретарь научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н.

Б.Ф.Абдурахимов

Председатель научного семинара при научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

Актуальность и востребованность диссертации. Научные исследования, проводимые в мире в области науки и техники, в большинстве случаев сводятся к математическому и численному моделированию процесса деформирования тел с целью эффективного определения запасов прочности и надежности конструкций и их элементов. Эти математические и численные модели являются предметом прикладной математики, математического моделирования и прикладной механики. Обычно процесс деформирования тел описываются линейными и нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных. Для численного моделирования дифференциальных уравнений построение конечно-разностных уравнений на основе явных и неявных схем, разработка программного обеспечения по эффективным алгоритмам и объектно-ориентированных технологий являются актуальной и важной задачей математического моделирования.

В настоящее время в мировом масштабе при определении запасов прочности различных объектов и их частей разрабатываются математические модели, основанные на напряжения и деформации, о отличие от обычных функций перемещений. В частности, модели, основанные на деформациях, в последнее время привлекают внимание ученых своей эффективностью. Поэтому целевые научные исследования включают в себя определение пределов безопасности и надежности объектов, построение математических и численных моделей на основе деформаций, создание программного обеспечения с эффективным и удобным интерфейсом.

В нашей стране особое внимание уделяется развитию математики, прикладной математики, математического моделирования и численного моделирования в рамках фундаментальных наук и современных информационных технологий. В частности, были достигнуты значительные результаты в области математического и численного моделирования линейных и нелинейных процессов деформирования, а также совершенствования метода конечных разностей явных и неявных схем, методов последовательных приближений. В качестве основной задачи фундаментальных исследований определено проведение научных исследований на международном уровне по важным направлениям «Математика-физика, прикладная математика и математическое моделирование»¹. Научные исследования в области математического и численного моделирования процесса деформирования твердых тел считаются актуальными для обеспечения реализации этого решения. Построение математических и численных моделей на основе деформаций и эффективного программного обеспечения важно для обеспечения принятия решений.

Эта диссертация, в определенной степени, служит осуществлению задач, обозначенных в Указе Президента Республики Узбекистан №-УП-4947

¹ Постановление Президента Республики Узбекистан № ПП-4708 «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики» от 07 мая 2020 года.

от 7 февраля 2017 года «О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», в Постановлении №-ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», №-ПП-2909 от 20 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы высшего образования», №-ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», доклад Президента Республики Узбекистан Ш.Мирзиёева 24 мая 2019 года на встрече с представителями науки и образования в Национальном университете Узбекистана, а также в других нормативно-правовых актах по данной деятельности.

Соответствие исследований приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Обычно, процесс деформирования твердых тел могут быть моделированы в виде, так называемых дифференциальных уравнений Ламе относительно перемещений. При этом, необходимые деформации и напряжения, в случае малых деформаций, вычисляются согласно соотношениям Коши и закону Гука, по известным перемещениям. Обычно, для численного решения краевых задач линейной и нелинейной теории упругости применяются вариационно-разностный метод, метод конечных элементов, конечно-разностный метод, метод граничных элементов и др. Основы этих методов рассмотрены в работах О.Зенкевича, Б.Победри, В.Кабулова, Т.Буриева, М.Мирсаидова, К.Султанова, Ф.Бадалова, М.Арипова, И.Мирзаева, Р.Алоева, Н.Равшанова, Б.Курманбаева, А.А.Халджигитова, Б.Хусанова, Р.А.Абиров и др. Краевые задачи относительно конечных деформаций рассмотрены в работах Н.Новожилова, А.И. Лурье, С.Місхе и др.

Процесс деформирования твердых тел могут быть моделированы также относительно напряжений, на основе уравнений Бельтрами Мичелла. Модельные уравнения нового типа относительно напряжений предложены в работах Б.Е.Победри. Динамические краевые задачи относительно напряжений рассмотрены в работах Коновалова и др. Разработка модельных уравнений относительно деформаций является малоизученной областью механики твердого тела и математического моделирования. В работе Новацкого модельные уравнения относительно деформаций выведены на основе уравнения Ламе. Работы Б.Е.Победри и Н.М.Бородачева посвящены исследованию и разработке модельных уравнений относительно деформаций.

В общем случае, модельные уравнения описывающие процесс деформирования могут быть записаны в виде системы шести дифференциальных уравнений относительно деформаций, и трех уравнений равновесия с соответствующими граничными условиями. При этом, в

качестве недостающих граничных условий могут быть рассмотрены уравнения равновесия на границе заданной области. Таким образом, математическое и численное моделирование процесса деформирования твердых тел относительно перемещений и деформаций является важной и актуальной задачей механики и прикладной математики. Настоящая работа посвящена разработке линейных и нелинейных математических и численных моделей для описания процесса деформирования твердых тел относительно перемещений и деформаций.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего учебного заведения, в которой выполняется диссертация. Работа выполнена в соответствии с плановой тематикой «Алгоритмы и программное обеспечение решения задач прикладной математики» Национального университета Узбекистана.

Целью исследования является построение линейных и нелинейных математических и численных моделей, представляющий процесс деформирования, разработка комплекса программ на основе эффективных алгоритмов, усовершенствование задачи определения запасов прочности объектов.

Задачи исследования состоят в следующем:

построение численных моделей для линейного и нелинейного процесса деформирования относительно перемещений;

построение математической и численной модели для линейных краевых задач относительно деформаций;

разработка дискретных уравнений для линейных и нелинейных краевых задач относительно перемещений и деформаций;

выбор численного метода решения линейных и нелинейных краевых задач относительно перемещений и деформаций;

разработка эффективных алгоритмов и программного обеспечения для численного решения краевых задач, описывающих процесс линейного и нелинейного деформирования твердых тел;

численное решение краевых задач, сформулированных относительно перемещений и деформаций для изотропных стержней, прямоугольных пластин и параллелепипедов.

Объектом исследования является процесс линейного и нелинейного деформирования твердых изотропных тел при малых и конечных деформациях.

Предметом исследования является математические и численные модели процесса линейного и нелинейного деформирования твердых тел, относительно перемещений и деформаций.

Методы исследований. В процессе исследования применены методы численного моделирования, конечно-разностные схемы, итерационные методы, метод прогонки, технологии объектно-ориентированного программирования, а также методы вычислительного эксперимента.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

для краевых задач теории упругости предложена новая модель на основе условия совместимости деформаций Сен-Венана;

разработаны конечно-разностные уравнения для перемещений и деформаций, предложены эффективные численные решения линейных и нелинейных краевых задач теории упругости методами простой итерации и Зейделя;

численно решены краевые задачи о перемещениях и деформациях для изотропных параллелепипедов, прямоугольников и стержней при различных тепловых и механических граничных условиях;

разработаны алгоритм и программное обеспечение для численного решения линейных и нелинейных сеточных уравнений;

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

создана математическая модель, позволяющая эффективно определять запасы прочности объектов (конструкций и их элементов);

разработан комплекс программ, позволяющий исследовать распределение перемещений, напряжений и деформаций в телах.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических постановок, сравнением численных результатов с точным решением, и с известными решениями, а также проведением вычислительных экспериментов.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость результатов исследования объясняется разработкой математической модели, позволяющей более достоверно определять запасы прочности тел.

Практическая значимость результатов исследований объясняется тем, что они могут быть использованы для построения численных моделей, разработке алгоритмов и комплекса программ для численного решения, а также для более эффективного определения запасов прочности объектов.

Внедрение результатов исследования. Математические модели, численные алгоритмы и программное обеспечение, разработанные для исследования процесса линейного и нелинейного деформирования тел, внедрены по следующим направлениям:

Линейные и нелинейные модели процесса деформирования твердых тел относительно перемещений и деформаций и численные результаты использованы в научном проекте БВ-Ф4-014 “Развитие математических основ магнитоупругости и прикладных методов решения задачи о магнитоупругих колебаниях тонкостенных элементов электронных устройств, микро- и нано-систем в магнитном поле с учетом электромагнитной совместимости” при численном моделировании задач о колебании тонкостенных электронных приборов в электромагнитном поле относительно перемещений и деформаций. (справка № 2562/15-01 от 8 июня 2022 года Ташкентского университета информационных технологий). Применение научных результатов позволило численно решить родственные

задачи магнитной упругости токопроводящих тел под действием нестационарных магнитных и механических сил;

Алгоритмы и программы численного решения линейных и нелинейных моделей теории упругости относительно перемещений и деформаций использовались в строительных организациях для определения запасов прочности и надежности при проектировании зданий. (справка № 33-8/7839 от 21 ноября 2022 года Министерство развития информационных технологий и коммуникаций). Применение научных результатов позволило повысить производительность труда на 10-15% и снизить затраты на 10-15%.

Апробация результатов исследования. Результаты исследования диссертационной работы обсуждены на 3 международных и 3 республиканских конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликованы 20 научных работ, из них 13 журнальных статей, в том числе 7 (все в базе SCOPUS) в международных и 6 в республиканских журналах, рекомендованных ВАК РУз для публикации основных научных результатов докторских диссертаций, также получены 2 свидетельства о регистрации программных продуктов для ЭВМ.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованной литературы и приложений. Объем диссертации составляет 97 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики. Приведен обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и обсуждена степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации «**Линейные и нелинейные модельные уравнения процесса деформирования**» посвящена формулировке модельных уравнений, описывающих процесс линейного и нелинейного деформирования твердых тел относительно перемещений и деформаций.

В параграфе 1.1 рассматриваются линейные модельные уравнения процесса деформирования относительно перемещений.

Обычно, модельные уравнения, описывающие процесса линейного деформирования твердых тел, состоит из:
уравнения равновесия

$$\sum_{j=1}^3 \sigma_{ij,j} + X_i = 0, \quad x_i \in V, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

закона Гука

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

соотношения Коши

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (3)$$

и граничных условий

$$u_i|_{\Sigma_1} = u_i^o, \quad x_i \in \Sigma_1, \quad \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} n_j|_{\Sigma_2} = S_i^o, \quad x_i \in \Sigma_2. \quad (4)$$

где σ_{ij} – тензор напряжений, ε_{ij} – тензор деформаций, u_i – компоненты перемещений, X_i – объёмные силы, λ, μ – упругие постоянные Ламе, $\theta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ шаровая часть тензора деформаций, δ_{ij} – символ Кронекера, n_j – внешняя нормаль к поверхности Σ_1, Σ_2 , S_1, S_2, S_3 – компоненты вектора внешней нагрузки.

Подставляя уравнение (3) в (2) и полученное в (1), можно найти так называемое уравнение Ламе

$$\mu \nabla^2 u_i + (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + X_i = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5)$$

Δ – оператор Лапласа. Принимая следующие обозначения $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$, $u_1 = u, u_2 = v, u_3 = w$, уравнение Ламе (5) может быть записано в следующем развернутом виде

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) + X_1 &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) + X_2 &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} \right) + X_3 &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

Если вместо (2) рассматривать определяющего соотношения Дюгамеля-Неймана представляющего связь между напряжениями и деформациями с учетом температуры т.е.

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - (3\lambda + 2\mu) \alpha (T - T_0) \delta_{ij}, \quad (7)$$

то, уравнения термоупругой задачи имеют вид (6) со следующими объёмными силами т.е.

$$X_i = \alpha \gamma \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad (8)$$

где $\gamma = (3\lambda + 2\mu) \alpha$, T – температура, T_0 – начальная температура, α – коэффициент теплового расширения.

В параграфе 1.2 сформулирована нелинейное модельное уравнение при малых деформациях: если в краевой задаче (1-4), вместо соотношения (2), рассматривать следующую нелинейную связь так называемую деформационную теорию пластичности Ильюшина

$$\sigma_{ij} = \lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} - \alpha\gamma(T - T_0)\delta_{ij} - 2(\mu - \mu')(1 - \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u^*})e_{ij} \text{ при } \varepsilon_u \geq \varepsilon_u^* \quad (9)$$

тогда, уравнения относительно перемещений (1.1.6) имеет вид со следующими объемными силами т.е.

$$X_i = -\alpha\gamma \frac{\partial T}{\partial x_i} - P_i \text{ где } P_i = 2(\mu - \mu') \sum_{j=1}^3 \frac{\partial e_{ij}}{\partial x_j}, \quad \varepsilon_u \geq \varepsilon_u^* \quad (10)$$

где ε_u – интенсивность тензора деформации, e_{ij} – девиатор тензора деформаций, μ' – касательный модуль, P_i – представляют пластические части.

Параграф 1.3 посвящен формулировке краевых задач теории упругости при конечных деформациях, и состоит из: уравнения равновесия

$$\sum_{j=1}^3 P_{ij,j} + X_i = 0, \text{ где } P_{ij} = (\delta_{ik} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k}) S_{kj}, \quad (11)$$

закона Сен-Венана-Кирхгофа

$$S_{ij} = \lambda E_{kk} \delta_{ij} + 2\mu E_{ij}, \quad E_{kk} = E_{11} + E_{22} + E_{33}, \quad (12)$$

тензора деформации Коши-Грина

$$E_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + \sum_{k=1}^3 u_{k,i} u_{k,j}), \quad (13)$$

и соответствующих краевых условий

$$u_i|_{\Sigma_1} = u_i^0, \quad \sum_{j=1}^3 S_{ij} n_j|_{\Sigma_2} = S_i^0. \quad (14)$$

Параграф 1.4 посвящён разработке нового модельного уравнения относительно деформаций т.е.

$$\mu \nabla^2 \varepsilon_{ij} + (\lambda + \mu) \theta_{,ij} + \frac{1}{2}(X_{i,j} + X_{j,i}) = 0, \quad (15)$$

которое совместно с уравнением равновесия выраженное относительно деформаций

$$\lambda \theta_{,i} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} + X_i = 0, \quad (16)$$

и, следующими граничными условиями

$$(\lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}) n_j|_{\Sigma} = S_i, \quad (\lambda \theta_{,i} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} + X_i)|_{\Sigma} = 0. \quad (17)$$

составляют новую краевую задачу теории упругости в деформациях.

Модельные уравнения (15-17) в двумерном случае состоит из следующих уравнений, относительно ε_{11} , ε_{22} , ε_{12} т.е.

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial y} = 0, \quad (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{21}}{\partial x} = 0, \\ \mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial y} \right) = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

с соответствующими граничными условиями

$$(\sigma_{11} n_1 + \sigma_{12} n_2)|_{\Gamma} = S_1, \quad (\sigma_{21} n_1 + \sigma_{22} n_2)|_{\Gamma} = S_2, \quad (19)$$

и, дополнительными граничными условиями т.е.

$$\left[(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial y} \right]_{\Gamma} = 0, \quad \left[(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{21}}{\partial x} \right]_{\Gamma} = 0. \quad (20)$$

где Γ – границе заданной области.

Вторая глава диссертации «**Численные модели и методы их решения**» посвящена построению численных моделей. Построены конечно-разностные уравнения для двумерных линейных и нелинейных модельных уравнений относительно перемещений и деформаций. Разностные уравнения и граничные условия записаны в разрешенном виде относительно искомым узловых точек, и решены итерационным методом.

В параграфе 2.1 модельные уравнения (6) рассмотрены в двумерном случае для прямоугольной области т.е.

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + X_1 &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + X_2 &= 0, \end{aligned} \quad (21)$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned} u_1|_{\Gamma_1} &= u_1^o, \quad u_2|_{\Gamma_1} = u_2^o, \\ (\sigma_{11}n_1 + \sigma_{12}n_2)|_{\Gamma_2} &= S_1, \quad (\sigma_{21}n_1 + \sigma_{22}n_2)|_{\Gamma_2} = S_2. \end{aligned} \quad (22)$$

Краевую задачу (21-22) рассмотрим в прямоугольнике $0 \leq x \leq l_1$, $0 \leq y \leq l_2$. Далее, заменяя производные в уравнениях (21) соответствующими разностными отношениями и можно организовать следующий итерационный процесс по индексу $k = 1, 2, \dots$

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{(k+1)} &= 4h_2^2 (\lambda + 2\mu) (u_{i+1,j}^{(k)} + u_{i-1,j}^{(k)}) + 4h_1^2 \mu (u_{i,j+1}^{(k)} + u_{i,j-1}^{(k)}) + h_1 h_2 (\lambda + \mu) * \\ &* (v_{i+1,j+1}^{(k)} - v_{i-1,j+1}^{(k)} - v_{i+1,j-1}^{(k)} + v_{i-1,j-1}^{(k)}) + X_1 / (8h_2^2 (\lambda + 2\mu) + 8h_1^2 \mu). \end{aligned} \quad (23)$$

При нулевом приближении значения искомого перемещений $u_{ij}^{(0)}$, $v_{ij}^{(0)}$ считаются тривиальными.

В параграфе 2.2 сформулированы пластическая и термопластическая краевые задачи для прямоугольника в случае плоской деформации. Разработаны численные модели рассматриваемых задач. Разработаны численные алгоритмы и соответствующее программное обеспечение для решения краевых задач.

В параграфе 2.3 рассмотрены математическая и численная модели двумерной теории упругости изотропных тел в конечных деформациях для прямоугольной области с различными граничными условиями. Для решения двумерной краевой задачи теории упругости в конечных деформациях предложена нелинейная разностная схема. Конечно-разностные уравнения разрешены относительно узловых функций u_{ij} , v_{ij} , и решены методом последовательных приближений.

В двумерном случае модельные уравнения в конечных деформациях имеет вид

$$\begin{aligned}
(\lambda + 2\mu + A_1(u)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda + \mu + B_1(u)) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + (\mu + C_1(u)) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + N_1(u) &= 0, \\
(\lambda + 2\mu + A_2(u)) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu + B_2(u)) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (\mu + C_2(u)) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + N_2(u) &= 0,
\end{aligned} \tag{24}$$

где $A_1, B_1, C_1, N_1, A_2, B_2, C_2, N_2$ представляют собой нелинейные части уравнений.

Параграф 2.4 посвящен численному решению краевой задачи теории упругости в деформациях. Для чего краевую задачу рассмотрим в прямоугольнике и, для построения сеточной области проведём два семейства параллельных прямых $x_i = ih_1$ ($i = \overline{0, n}$), $y_j = jh_2$ ($j = \overline{0, n}$), где $h_k = l_k / N_k$, $k = 1, 2$.

Тогда дискретный аналог краевой задачи (19-21) имеет вид

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{11} - \varepsilon_{ij}^{11}}{2h_1} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} - \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{2h_1} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{2h_2} = 0, \tag{25}$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{ij}^{11} - \varepsilon_{i,j-1}^{11}}{2h_1} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} - \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{2h_1} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{2h_2} = 0,$$

$$\begin{aligned}
\frac{\varepsilon_{i+1,j}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i-1,j}^{12}}{h_1^2} + K \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{11} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{11} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{11} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{11}}{4h_1 h_2} + \\
+ \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{h_2^2} + K \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{22} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{22} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{22} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{22}}{4h_1 h_2} = 0,
\end{aligned} \tag{26}$$

Граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{22}^{(0)} i_0 = \frac{1}{E_1} \sigma_{22}, \quad \varepsilon_{12}^{(0)} i_0 = 0, \quad \varepsilon_{22}^{(0)} i_{N_2} = -\frac{1}{E_1} \sigma_{22}, \quad \varepsilon_{12}^{(0)} i_{N_2} = 0, \\
\varepsilon_{11}^{(0)} 0_j = 0, \quad \varepsilon_{21}^{(0)} 0_j = 0, \quad \varepsilon_{11}^{(0)} N_1 j = 0, \quad \varepsilon_{21}^{(0)} N_1 j = 0
\end{aligned} \tag{27}$$

и дополнительные граничные условия имеют вид:

при $y=0$ и $y=l_2$

$$\varepsilon_{11}^{(0)} i_0 = \varepsilon_{11}^{(0)} i_1 + \frac{\mu h_2}{\lambda} \frac{\varepsilon_{12}^{(0)} i_{+1,0} - \varepsilon_{12}^{(0)} i_{-1,0}}{h_1}, \quad \varepsilon_{11}^{(0)} i_{N_2} = \varepsilon_{11}^{(0)} i_{N_2-1} - \frac{\mu h_2}{\lambda} \frac{\varepsilon_{12}^{(0)} i_{+1,N_2} - \varepsilon_{12}^{(0)} i_{-1,N_2}}{h_1},$$

при $x=0$ и $x=l_1$

$$\varepsilon_{22}^{(0)} 0_j = \varepsilon_{22}^{(0)} 1_j + \frac{\mu h_1}{\lambda} \frac{\varepsilon_{0,j+1}^{12} - \varepsilon_{0,j-1}^{12}}{h_2}, \quad \varepsilon_{22}^{(0)} N_1 j = \varepsilon_{22}^{(0)} N_1-1, j - \frac{\mu h_1}{\lambda} \frac{\varepsilon_{12}^{(0)} N_1, j+1 - \varepsilon_{12}^{(0)} N_1, j-1}{h_2}. \tag{28}$$

Конечно-разностные уравнения решены итерационным методом относительно ε_{ij}^{11} , ε_{ij}^{22} и ε_{ij}^{12} .

Третья глава «Численные примеры решения модельных уравнений процесса деформирования» посвящена численному моделированию линейных и нелинейных краевых задач теории упругости сформулированных относительно перемещений и деформаций. Решены задачи для прямоугольника, и параллелепипеда при различных краевых условиях. Также приведена инструкция по использованию разработанного программного обеспечения.

В параграфе 3.1 решены двухмерные задачи о деформировании упругого, термоупругого и термопластического прямоугольника при различных краевых условиях.

Задача о растяжении прямоугольника. Решена задача о равновесии прямоугольной пластины размером $(2a, 2b)$ под действием одноосной нагрузки параболической формы приложенных на противоположных сторонах перпендикулярных к оси OX . Остальные грани свободны от нагрузок т.е.

$$\text{при } x = \pm a: \sigma_{11} = S_0 \left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right), \quad \sigma_{12} = 0, \quad (29)$$

$$\text{при } y = \pm b: \sigma_{22} = 0, \quad \sigma_{21} = 0. \quad (30)$$

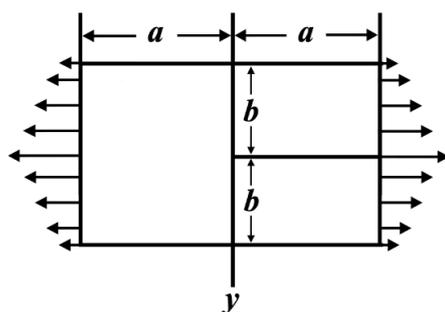


Рис 1. Растяжение прямоугольной пластины под действием параболической нагрузки

Упомянутая задача, во второй главе, была моделирована уравнениями (21). При этом граничные условия имеют вид (29-30). Конечно-разностные уравнения, соответствующие этой задаче определены уравнениями (23). Разностные уравнения записаны в разрешенном относительно перемещений виде (23) и решены итерационным методом. Значения напряжений σ_{11} вычисленные согласно закону Гука по численным значениям перемещений приведены в таблице 1 и сравнены с известным результатом Тимошенко-Гудьера.

Таблица 1

Сравнение значения напряжений σ_{11}/S при $x=0$

Результаты $x=0$	$y=0$	$y=0.2$	$y=0.4$	$y=0.6$	$y=0.8$	$y=1$
Методом итерации (в перемещениях)	0.3202	0.4423	0.5899	0.7235	0.8054	0.8310
Метод Тимошенко-Гудьера	0.3404	0.5166	0.6536	0.7515	0.8102	0.8298

Задача о термоупругом прямоугольнике. Решена термоупругая задача о защемленном прямоугольнике со всех сторон, находящегося в температурном поле заданном по следующей закономерности т.е.

$$T = T_0 \sin \frac{\pi x}{l_1} \sin \frac{\pi y}{l_2}, \quad T_0 = 20^\circ \quad (31)$$

Описанная термоупругая задача может быть моделированы уравнением (21) с объемными силами следующего вида

$$X_1 = -\alpha(3\lambda + 2\mu) \frac{\partial T}{\partial x}, \quad X_2 = -\alpha(3\lambda + 2\mu) \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (32)$$

Конечно-разностные соответствующие этой задаче, с учетом соотношений (32), определены уравнениями (23).

Напряжения σ_{11} и температуры показаны на рис 2-3, соответственно.

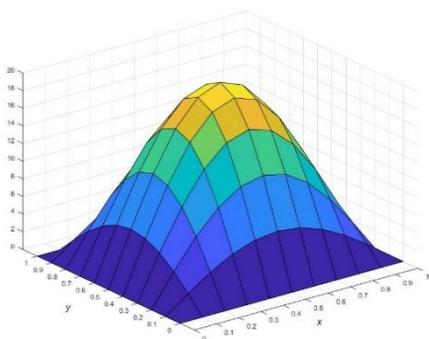


Рис 2. График распределения температуры

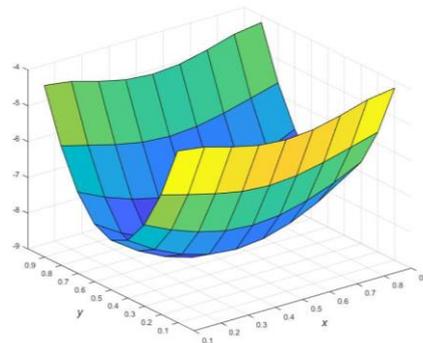


Рис 3. График распределения тензора напряжений σ_{11}

Задача о термопластическом прямоугольнике. Решена численно задача о деформировании термопластического защемленного прямоугольника размером $(l_1 \times l_2)$ находящегося в температурном поле (31). Двумерные модельные уравнения описывающие термопластическую задачу могут быть найдены из уравнений (21-22) с учетом температурных слагаемых, и имеют вид при условии $\varepsilon_u \geq \varepsilon_u^*$

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \gamma \frac{\partial T}{\partial x} + X_1^* &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \gamma \frac{\partial T}{\partial y} + X_2^* &= 0. \end{aligned} \quad (33)$$

со следующими краевыми условиями

$$u(x, y)|_{\Gamma} = 0, \quad v(x, y)|_{\Gamma} = 0. \quad (34)$$

где

$$X_1^* = -2(\mu - \mu')(1 - \frac{\varepsilon_u^*}{\varepsilon_u}) \left(\frac{2}{3} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{6} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right), \quad X_2^* = -2(\mu - \mu')(1 - \frac{\varepsilon_u^*}{\varepsilon_u}) \left(\frac{2}{3} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{6} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right).$$

Конечно-разностный аналог уравнений (33-34) решены итерационным методом при следующих исходных данных:

$$\lambda = 1.5, \quad \mu = 0.75, \quad l_1 = l_2 = 1, \quad N_1 = N_2 = 10, \quad \varepsilon_u^* = 0.9.$$

В таблицах 2 приведена численные значения напряжений для защемленного прямоугольника находящегося температурном поле.

Таблица 2

Значения тензора напряжений σ_{11} при $\varepsilon = 0.0001$

	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
$y=0$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$y=0.1$	0.0000	-0.5638	-0.2500	-0.1004	-0.1487	-0.1565
$y=0.2$	0.0000	-1.4104	-1.4304	-1.4321	-1.4177	-1.4092
$y=0.3$	0.0000	-2.2160	-2.3921	-2.5969	-2.7419	-2.7931
$y=0.4$	0.0000	-2.6677	-3.0058	-3.3215	-3.5538	-3.6379

$y=0.5$	0.0000	-2.8057	-3.2134	-3.5659	-3.8271	-3.9220
---------	--------	---------	---------	---------	---------	---------

В случае заземленного термопластического прямоугольника пластические зоны появляются вокруг заземленных границ (рис 4).

Если границы термопластического прямоугольного прямоугольника свободны от нагрузок, т.е. правые части в граничных условиях нулевые, то пластические зоны возникают вокруг свободных границ и, принимает вид, показанный на рис 5, в таблице 3 приведено значения напряжения σ_{11} .

Таблица 3

Значения тензора напряжений σ_{11} при $\varepsilon = 0.0001$

	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
$y=0$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$y=0.1$	0.0000	-0.5638	-0.2500	-0.1004	-0.1487	-0.1565
$y=0.2$	0.0000	-1.4104	-1.4304	-1.4321	-1.4177	-1.4092
$y=0.3$	0.0000	-2.2160	-2.3921	-2.5969	-2.7419	-2.7931
$y=0.4$	0.0000	-2.6677	-3.0058	-3.3215	-3.5538	-3.6379
$y=0.5$	0.0000	-2.8057	-3.2134	-3.5659	-3.8271	-3.9220

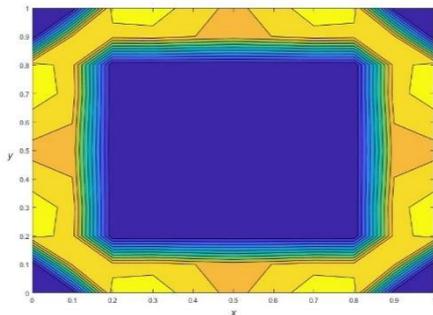


Рис 4. Зона пластичности в заземленном прямоугольнике под действием температурного поля (31).

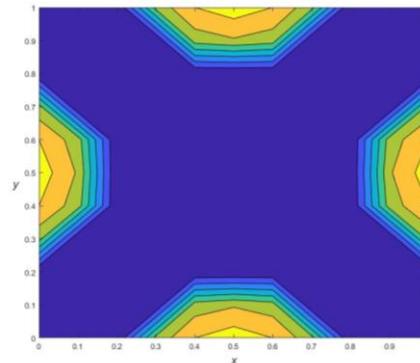


Рис 5. Зона пластичности под действием температурного поле

Параграф 3.2 посвящён численному решению краевых задач теории упругости в конечных деформациях. Решены задачи о растяжении стержня, прямоугольника и параллелепипеда в конечных деформациях.

Задача о растяжении стержня в конечных деформациях состоит из нелинейного уравнения относительно перемещений

$$(\lambda + 2\mu)A(u) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + X_1 = 0, \quad (35)$$

где
$$A(u) = 1 + 3 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{3}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2.$$

Исходные данные имели следующие значения: $\lambda = 0.8, \mu = 0.5, l = 1, n = 10, S = 1.$

Аналогично предыдущим задачам составлены конечно-разностные уравнения, и решены методом последовательных приближений. Задача также решена методом прогонки. Сравнение результатов, полученных по итерационному методу и методу прогонки показаны в таблице 4. Сравнение численных результатов и анализ полученных результатов показывают справедливости полученных результатов.

Таблица 4

Сравнение значения перемещений $u(x)$						
Результаты	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
Методом итерации	0	0.0081	0.0136	0.0142	0.0092	0
Метод прогонки	0	0.0081	0.0136	0.0142	0.0091	0

Задача о равновесии прямоугольника в конечных деформациях описывается уравнениями (24). Конечно-разностным методом составлены сеточные уравнения и решены итерационным методом. При нелинейной части уравнений принимаются как правые части уравнений и вычисляются по результатам предыдущих приближений. Численные значения перемещений и напряжений найденные согласно итерационному методу приведены в таблицах. Задача решалась при следующих значениях параметров $\lambda = 0.8$, $\mu = 0.5$, $l_1 = l_2 = 1$, $n_1 = n_2 = 10$, $S_1 = S_3 = 1$, $S_2 = S_4 = 0$.

Таблица 5

Сравнения значений функции $u(x,y)$ при $y=0.2$						
Результаты	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
При малых деформациях	0.1924	0.1574	0.1189	0.0794	0.0397	0.0000
При конечных деформациях	0.2082	0.1605	0.1171	0.0791	0.0394	0.0000

Таблица 6

Сравнения значений тензора напряжений σ_{11} при $y=0.5$						
Результаты	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
При малых деформациях	-1.0000	-1.0061	-1.0069	-1.0103	-1.0128	-1.0138
При конечных деформациях	-0.9676	-0.9069	-0.8263	-0.8157	-0.8161	-0.8164

Пусть прямоугольная пластина растягивается следующей куполообразной нагрузкой т.е. $S_1 = \sin(\pi y_j / l_2)$, $S_3 = \sin(\pi x_i / l_1)$, $S_2 = S_4 = 0$.

Соответствующие этим нагрузкам значения перемещений и напряжений при малых и конечных деформациях приведены в таблицах 7-8.

Таблица 7

Сравнения значений функции $u(x,y)$ при $x=0.2$						
Результаты	$y=0$	$y=0.1$	$y=0.2$	$y=0.3$	$y=0.4$	$y=0.5$
При малых деформациях	0.0880	0.0604	0.0646	0.0801	0.0941	0.0996
При конечных деформациях	0.0298	0.0019	0.0156	0.0334	0.0418	0.0508

Таблица 8

Сравнения значений тензора напряжений σ_{11} при $x=0.5$						
Результаты	$y=0$	$y=0.1$	$y=0.2$	$y=0.3$	$y=0.4$	$y=0.5$
При малых деформациях	0.0000	-0.7178	-0.6766	-0.7088	-0.7517	-0.7698
При конечных деформациях	0.0000	-0.2787	-0.1989	-0.2514	-0.2419	-0.2500

Рассматриваемая краевая задача также решена при следующих граничных условиях

$$\begin{aligned}
 u|_{y=0} = 0, \quad u|_{y=l_2} = 0, \quad u|_{x=0} = \sin(\pi y / l_2), \quad u|_{x=l_1} = -\sin(\pi y / l_2), \\
 v|_{x=0} = 0, \quad v|_{x=l_1} = 0, \quad v|_{y=0} = \sin(\pi x / l_1), \quad v|_{y=l_2} = -\sin(\pi x / l_1).
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

Численные результаты для компоненты $u(x,y)$ приведены в таблице 9.

Таблица 9

Сравнения значений функции $u(x,y)$ при $y=0.7$

Результаты	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
При малых деформациях	0.8090	0.5634	0.3670	0.2165	0.0995	0.0000
При конечных деформациях	0.8090	0.5723	0.3441	0.2397	0.2101	0.0000

Задача о равновесии параллелепипеда в конечных деформациях.

Пусть параллелепипед с рёбрами длиной $l_i, i=1,2,3$ сжимается под действием нормальных кинематических условий куполообразной формы приложенных по всем граням, т.е.

$$\begin{aligned}
 u|_{x=0} &= \frac{1}{10} \sin\left(\frac{\pi y}{l_2}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{l_3}\right), \quad u|_{x=l_1} = -\frac{1}{10} \sin\left(\frac{\pi y}{l_2}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{l_3}\right), \quad v|_{y=0} = \frac{1}{10} \sin\left(\frac{\pi x}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{l_3}\right), \\
 v|_{y=l_2} &= -\frac{1}{10} \sin\left(\frac{\pi x}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{l_3}\right), \quad w|_{z=0} = \frac{1}{10} \sin\left(\frac{\pi x}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{l_2}\right), \quad w|_{z=l_3} = -\frac{1}{10} \sin\left(\frac{\pi x}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{l_2}\right), \\
 v|_{x=0,l_1} &= 0, \quad w|_{x=0,l_1} = 0, \quad u|_{y=0,l_2} = 0, \quad w|_{y=0,l_2} = 0, \quad u|_{z=0,l_3} = 0, \quad v|_{z=0,l_3} = 0.
 \end{aligned} \tag{37}$$

Рассмотренная задача описывается уравнениями (11-14). Дискретные уравнения построены конечно-разностным методом. Эти дискретные уравнения решались итерационным методом при следующих исходных данных $\nu = \frac{1}{3}, E = 2 \times 10^4, l_i = 1, i = 1, 2, 3, n_1 = n_2 = n_3 = 10$.

Для решения упругой задачи в малых деформациях с точность $\varepsilon = 0.001$ потребовалось 75 итераций.

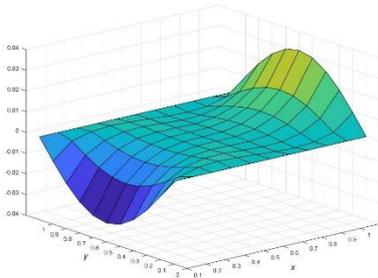


Рис 6. График распределения значений функции $u(x,y,z)$ при $y=0.9$

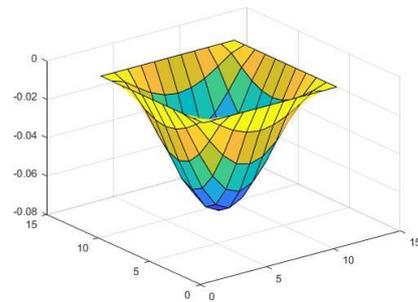


Рис 7. График распределения значений функции $u(x,y,z)$ при $z=0.7$

На рис 6-7 показаны распределение перемещений u в различных сечениях параллелепипеда.

Параграф 3.3 посвящён численному решению краевых задач теории упругости в деформациях. Решены три задачи, а именно задача о растяжении плоской пластины под действием нагрузки параболической и равномерно распределенной нагрузками, а также сравнено точное решение с приближенным. Задача о растяжении плоской пластины под действием параболической нагрузки. Рассмотренная в параграфе 3.1 “Задача о растяжении прямоугольника” была сформулирована относительно перемещений. Упомянутая задача, в первой главе, была сформулирована

относительно деформаций уравнениями (19-21). Разностные уравнения, соответствующие рассматриваемой задаче, были определены уравнениями (25-28) и, решены итерационным методом. При этом исходные данные параметров имели следующие значения: $\lambda = 0.78$, $\mu = 0.5$, $S = 1$, $a = b = 1$, $N_1 = N_2 = 10$, $h = 0.2$.

Таблица 10

Сравнение значения напряжений σ_{11} / S при $x=0$

Результаты	$y=0$	$y=0.1$	$y=0.2$	$y=0.3$	$y=0.4$	$y=0.5$
В деформациях ($k=70$)	0.3461	0.3461	0.6153	0.8076	0.9229	0.9614
Метод Тимошенко-Гудьера	0.3404	0.5166	0.6536	0.7515	0.8102	0.8298
В перемещениях ($k=76$)	0.3202	0.4423	0.5899	0.7235	0.8054	0.8310

По рис 8 можно сравнит график распределения напряжений σ_{11} в середине $x=0$ плоской пластины по результатам Тимошенко-Гудьера (II) и задачи в напряжениях (III) и согласно результатам настоящей работы (I). На рис 8 желтой кривой показана часть нагрузки параболической формы, приложенной по противоположным граням по оси OX .

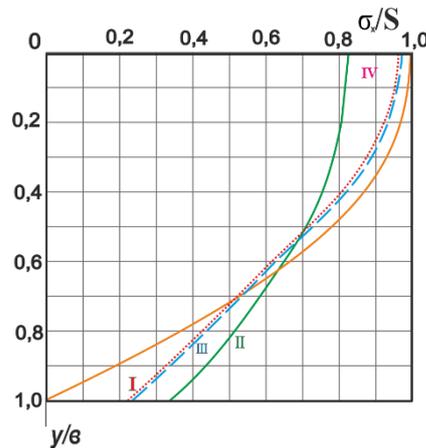


Рис 8. Распределение напряжений σ_{11} / S в середине прямоугольника

Сравнение с точным решением. Следующие функции являются решением уравнений (19) в прямоугольной области $0 \leq x \leq l_1$, $0 \leq y \leq l_2$.

$$\varepsilon_{11} = y(y-l_2), \quad \varepsilon_{22} = x(x-l_1), \quad \varepsilon_{12} = xy(x-l_1)(y-l_2), \quad (38)$$

при следующих правых частях, рассматриваемых как объемные силы:

$$X_1 = -(x^2 - xl_1)(2y - l_2), \quad X_2 = -(2x - l_1)(y^2 - yl_2), \quad X_{12} = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial X_1}{\partial y} + \frac{\partial X_2}{\partial x} \right), \quad (39)$$

Согласно (38), граничные и дополнительные граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} x = 0, l_1: \quad & \varepsilon_{11} = y(y-l_2), \quad \varepsilon_{12} = 0, \quad \varepsilon_{22} = 0, \\ y = 0, l_2: \quad & \varepsilon_{22} = x(x-l_1), \quad \varepsilon_{12} = 0, \quad \varepsilon_{11} = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

Исходные данные параметров имеют следующий вид:

$$\lambda = 0.78, \quad \mu = 0.5, \quad l_1 = l_2 = 1, \quad N_1 = N_2 = 10, \quad h = 0.1.$$

В таблице 11 приведены значение компоненты тензора деформации ε_{11} вычисленные согласно точному решению и сравнивались найденные по итерационному методу.

Таблица 11

Сравнения значений тензора деформации ε_{11} при $y=0.5$

Результаты	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
Точное решение	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500
Итерационный метод	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500

Сравнение показывает, что значения приближенного решения и точного решений почти совпадают. Для достижения такой точности потребовалось 103 итераций.

Задача о растяжении прямоугольника под действием равномерно распределенной нагрузки. Решена задача о сжатии прямоугольной пластины под действием равномерной нагрузки приложенных на противоположных гранях перпендикулярных к оси OX . Описанная задача описывается уравнениями (18-19). Граничные условия имеют вид

$$\text{при } x = \pm a: \sigma_{11} = 0, \quad \sigma_{12} = 0, \quad (41)$$

$$\text{при } y = \pm b: \sigma_{22} = S_0, \quad \sigma_{21} = 0. \quad (42)$$

При этом дополнительные граничные условия определены соотношениями (20). Исходные данные имели следующие значения:

$$\lambda = 0.78, \quad \mu = 0.5, \quad l_1 = l_2 = 1, \quad N_1 = N_2 = 10$$

Полученные результаты приведены в таблице 12.

Таблица 12

Значение тензора напряжений σ_{22}

	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
$y=0$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$y=0.1$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$y=0.2$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$y=0.3$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$y=0.4$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$y=0.5$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

По таблицу 12 можно увидеть, что расчетные значения напряжения равны заданным граничным значениям напряжений $\sigma_{22}|_{y=0} = 1 = S_0$, $\sigma_{22}|_{y=l_2} = 1 = S_0$ и равномерно распределены по длине стержня, что доказывает справедливости полученных результатов. Для достижения такой точности потребовалось 36 итераций.

В параграфе 3.4 представлен алгоритм решения численных задач и главное меню набора созданных программ и инструкций для пользователей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию математических и численных моделей процесса линейного и нелинейного деформирования

твердых тел относительно перемещений и деформаций. В диссертационной работе получены следующие научные результаты:

1. Разработано новое модельное уравнение в виде краевой задачи относительно деформаций;

2. Исследованы математические и численные модели для исследования линейных и нелинейных деформаций твердого тела с учетом температуры;

3. Построены математические и численные модели для конечных деформаций твердого тела;

4. Разработаны конечно-разностные уравнения относительно перемещений и деформаций, также показана эффективность простого итерационного метода для решения краевых линейной и нелинейной теории упругости;

5. Решены численно ряд двумерные и трехмерные краевые задачи относительно перемещений и деформаций, описывающие процесс линейного и нелинейного деформирования твердых тел:

- решена задача в перемещениях о растяжении прямоугольной пластины с нагрузкой параболической формы, приложенных на противоположных сторонах прямоугольника. Численные результаты сравнены с известным решением Тимошенко-Гудьера;

- решены термопластические задачи о деформировании прямоугольника с защемленным, а также со свободными границами. Исследованы возникновение и распространение зон пластичности под действием температурных полей;

- численно решены задачи о конечных деформациях стержня, прямоугольника и параллелепипеда при различных краевых условиях;

- решены краевые задачи в деформациях о равновесии прямоугольной пластины под действием параболической и равномерно распределенной нагрузками решены численно и сравнены с результатами Тимошенко-Гудьера;

- точное решение двумерной краевой задачи в деформациях, сравнены с численными результатами полученных итерационным методом;

6. Сравнением численных результатов с известными и точными решениями, а также решением различными методами обеспечивается достоверность полученных результатов и справедливость модельных уравнений и численного метода решения краевых задач;

7. Разработан эффективный численный алгоритм и программное обеспечение в среде Visual Studio 2017 на языке C++ для численного решения линейных и нелинейных задач, сформулированных относительно перемещений и деформаций. Получен сертификат о регистрации программного продукта.

**SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES
DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 NATIONAL UNIVERSITY OF
UZBEKISTAN**

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

DJUMAYOZOV UMIDJON ZAFARJONOVICH

**NUMERICAL SIMULATION OF LINEAR AND NONLINEAR
BOUNDARY VALUE PROBLEMS IN THE THEORY OF ELASTICITY**

05.01.07-Mathematical simulation. Numerical methods and software

**ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

TASHKENT-2023

The theme of dissertation of Doctor of Philosophy (PhD) in physical and mathematical sciences was registered at the Higher Attestation Commission at the Ministry of Higher Education, Science and Innovation of the Republic of Uzbekistan under No. B2022.2.PhD/FM740.

Dissertation has been prepared at National University of Uzbekistan.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the “ZiyoNet” Information and educational portal (www.ziynet.uz).

Scientific supervisor: **Khaldjigitov Abduvali Abdisamatovich**
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Official opponents: **Normurodov Chori Begalievich**
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Buriev Abdulaziz Tadjibaevich
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor

Leading organization: **Karshi State University**

Defense will take place «__»_____ 2023 at ____ at the meeting of Scientific Council number DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 at National University of Uzbekistan. (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 227-12-24, fax: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered №____) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on «__»_____ 2023 year
(Mailing report No __ on ____ june _____ year).

M.M. Aripov

Chairman of scientific council on award of scientific degrees, D.F.-M.S., professor

Z.R. Rakhmonov

Scientific secretary of scientific council on award of scientific degrees, D.F.-M.S.

B.F. Abdurakhimov

Chairman of scientific seminar under scientific council on award of scientific degrees, D.F.-M.S., professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research is to build linear and nonlinear mathematical and numerical models that represent the deformation process, develop a set of programs based on efficient algorithms and improve the problem of determining the safety margins of objects.

The object of research is the process of linear and nonlinear deformation of isotropic solid bodies at small and finite deformations.

Scientific novelty of research is as follows:

for boundary value problems of stability theory, a new model is proposed based on the Saint-Venant deformation compatibility conditions;

development of finite-difference equations for displacements and deformations, effective numerical solutions of the linear and nonlinear theory of the boundary layer, the method of simple iterations and Seideli are proposed;

numerical solutions of boundary value problems and displacements and deformations for isotropic parallelepipeds, rectangles and rods under various thermal and mechanical boundary conditions;

development of algorithms and programs for the numerical solution of linear and nonlinear network equations;

Implementation of the research results. Mathematical models, numerical algorithms and software developed to study the process of linear and non-linear deformation of bodies are implemented in the following areas:

Linear and nonlinear models of the process of deformation of solids with respect to displacements and deformations and numerical results were used in the scientific project BV-F4-014 on the topic “Development of the mathematical foundations of magnetoelasticity and applied methods for solving the problem of magnetoelastic vibrations of thin-walled elements of electronic devices, micro- and nanosystems in a magnetic field” in numerical modeling of problems of vibrations of thin-walled electronic devices in an electromagnetic field with respect to displacements and deformations. (reference of the Tashkent University of Information Technologie dated June 8, 2022 No. 2562/15-01). The application of scientific results made it possible to numerically solve related problems of the magnetic elasticity of conducting bodies under the action of non-stationary magnetic and mechanical forces;

Algorithms and programs for the numerical solution of linear and nonlinear models of the theory of elasticity with respect to displacements and deformations were used in construction organizations to determine the margins of safety and reliability in the design of buildings. (reference of the Ministry for the Development of Information Technologies and Communications dated November, 2022 No. 2562/15-01). The application of scientific results made it possible to increase labor productivity by 10-15% and reduce costs by 10-15%.

The structure and volume of the thesis: The thesis consists of an introduction, three chapters, conclusion, a list of used literature and applications. The volume of the thesis is 97 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (1 часть; part 1)

1. Khaldjigitov A.A., Djumayozov U.Z. Numerical Solution of the Two-Dimensional Elasticity Problem in Strains // Mathematics and Statistics. №5, Vol 10, 2022, 1081-1088. DOI: 10.13189/ms.2022.100518. (3, Scopus IF=0.284).
2. Халджигитов А.А., Джумаёзов У.З. Численное решение задачи теории упругости в деформациях // Узбекский журнал Проблемы механики, №3, 2022, 56-65 ст. (01.00.00, №4).
3. Джумаёзов У.З. Численное решение плоской краевой задачи теории упругости в деформациях // Проблемы вычислительной и прикладной математики. -2022. - №3(41), 120-129 ст. (01.00.00, №9).
4. Djumayozov U.Z., Khaldjigitov, A.A. Effective-Numerical Method for Solving the Problems of the Theory of Elasticity In Finite Deformations // Научный вестник Самаркандского государственного университета №1(131) 2022, 143-155 ст. (01.00.00, №2).
5. Каландаров А.А., Джумаёзов У.З., Сагдуллаева Д.А. Численное моделирование термо-упруго-пластического состояния изотропного параллелепипеда // Проблемы вычислительной и прикладной математики №6(36) 2021, 28-46 ст. (01.00.00, №9).
6. Abduvali Khaldjigitov, Aziz Kalandarov, Umidjon Djumayozov. Finite-Difference Equations for 2D Elasticity Problems on a Non-Uniform Grid // AIP Conference Proceedings 2637, 030005 (2022) <https://doi.org/10.1063/5.0118482>. (3, Scopus IF=0.189).
7. Khaldjigitov A.A., Kalandarov A.A., Djumayozov U.Z. Numerical modeling of coupled problems of thermo-plasticity on non-uniform meshes 2nd // AIP Conference Proceedings 2686, 020007 (2022); <https://doi.org/10.1063/5.0114013>. (3, Scopus IF=0.189).
8. Khaldjigitov A.A., Djumayozov U.Z., Sagdullayeva D.A. Numerical Solution of Coupled Thermo-Elastic-Plastic Dynamic Problems // Mathematical Modelling of Engineering Problems, Vol.8, No.4, pp. 510-518. <https://doi.org/10.18280/mmep.080403>. (3, Scopus IF=0.314).
9. Djumayozov U.Z., Mukhammadiyev I.M., Kayumov A.A and Makhmudov R.Z. Coupled Dynamic Thermoelasticity Problem for Isotropic Bodies // IEEE Xplore, 2021, pp. 1-8, doi: 10.1109/ICISCT52966.2021.9670422. (3, Scopus. OAK Rayosatining 30.10.2021 yildagi №308/6–son qarori).
10. Djumayozov U.Z. Numerical solution of one-dimensional boundary value problems of elasticity theory in finite deformations // Ilm sarchashmalari №7 2021, pp.13-22. (01.00.00, №12).

11. Халджигитов А.А., Каландаров А.А., Джумаёзов У.З. Об одном алгоритме численного решения краевых задач термо-упруго-пластичности // Научный вестник Самаркандского государственного университета №1(125) 2021, 48-58 ст. (01.00.00, №2).
12. Khaldjigitov, A.A., Djumayozov U.Z., Ibdulloev, S.R. (2020). Effective finite-difference method for elastoplastic boundary value problems // AIP Conference Proceedings, 2365(1): 020008. <https://doi.org/10.1063/5.0057047>. (3, Scopus IF=0.189).
13. Djumayozov U.Z., Makhamova D.A., and Umarov M. A. Numerical Methods for Solving the Two-Dimensional Boundary Value Problem of the Elasticity Theory // IEEE Xplore, 2020, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICISCT50599.2020.9351436. (3, Scopus. OAK Rayosatining 30.10.2020 yildagi №287/9–son qarori).

II бўлим (2 часть; part 2)

14. Джумаёзов У.З. Одномерная краевая задача теории упругости в деформациях // Республиканский научно-практической конференции “Проблемы применения современных информационных, коммуникационных технологий и IT-образования” 9 апреля 2022 года. – ТОМ 2, -Самарканд, 9 апрель 2022. – 111-113 ст.
15. Джумаёзов У.З. Численное решение нелинейных краевых задач теории упругости при конечных деформациях // “Zamonaviy axborot, kommunikatsiya texnologiyalari va AT-TA’LIM tatbiqi muammolari” mavzusidagi Respublika ilmiy-amaliy anjumani 24-25 noyabr, 2021-yil. – ТОМ 2, -Самарканд, 24-25 ноябрь 2021. – 29-31 ст.
16. Khaldjigitov A.A., Djumayozov U.Z. Numerical solution of nonlinear elasticity problems in finite deformations // Virtual international umt annual symposium 2021 UMTAS 2021 23-25 Nov, Universiti Malaysia Terengganu.
17. Djumayozov U.Z., Khaldjigitov, A.A. Effective-Numerical Method for Solving the Problems of the Theory of Elasticity in Finite Deformations // International Postgraduate Conference of Ocean Engineering Technology & Informatics (IPCOETI 2021) 21-22 June 2021. University Malaysia Terengganu, pp. 33.
18. Khaldjigitov, A.A., Djumayozov, U.Z., Artikbaeva, G.K. An iterative method for finite difference equations of applied problems // Хоразм маъмуни академияси ахборотномаси №7 2020, pp. 244-248.
19. Халджигитов А.А., Джумаёзов У.З. Метод типа МКЭ для дифференциальных уравнений термоупругости // Мухаммад ал-Хоразмий номидаги Тошкент ахборот технологиялари университети Самарканд филиали Ахборот-коммуникативон технологиялар ва дастурий таъминот яратишда инновацион ғоялар республика илмий-

техник конференцияси маърузалар тўплами 2020 йил, 15-16 май 4-7. –
ТОМ 1, -Самарканд, 15 - 16 май 2020. – 4-7 ст.

20. Khaldjigitov, A.A., Djumayozov U.Z., Alisherov, A.A. A simple iterative method for finite difference equations of applied problems. International Conference on Recent Advances in Applied Mathematics, ICRAAM 2020, Institute for Mathematical Research (INSPEM), Universiti Putra Malaysia, 4-6 February 2022, Kuala Lumpur Malaysia, pp. 26.
21. Джумаёзов У.З. Программный комплекс для численного решения краевых задач теории упругости при конечных деформациях. O‘zbekiston Respublikasi adliya vazirligi huzuridagi intellektual mulk agentligi №DGU 14472 DGU 2022 0101.
22. Джумаёзов У.З., Халджигитов А.А. Программный комплекс для численного решения линейных и нелинейных краевых задач теории упругости в перемещениях и деформациях O‘zbekiston Respublikasi adliya vazirligi huzuridagi intellektual mulk agentligi №DGU 15376 DGU 2022 0773.

