

**BUXORO MUHANDISLIK - TEXNOLOGIYA INSTITUTI HUZURIDAGI  
ILMIY DARAJALAR BERUVCHI PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 RAQAMLI  
ILMIY KENGASH**

---

**TOSHKENT KIMYO - TEXNOLOGIYA INSTITUTI**

**ALMURATOV SHAVKAT NARPULATOVICH**

**MUHIT BILAN O‘ZARO TA’SIRDA BO‘LGAN QOVUSHQOQ  
ELASTIK SFERIK JISMNING CHIZIQLI TEBRANISHLARINING  
XUSUSIYATLARI**

**01.02.04 – Deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasi**

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)  
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

**Бухоро – 2023**

**Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi avtoreferati  
mundarijasi**

**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-  
математическим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical and  
mathematical sciences**

**Almuratov Shavkat Narpulatovich**

Muhit bilan o'zaro ta'sirda bo'lgan qovushqoq elastik sferik jismning chiziqli  
tebranishlarining xususiyatlari .....3

**Алмуратов Шавкат Нарпулатович**

Особенности линейных колебаний вязкоупругих сферических тел,  
взаимодействующих со средой.....21

**Almuratov Shavkat Narpulatovich**

Features of linear oscillations of viscoelastic spherical bodies interacting with a medium 41

**E'lon qilingan ishlar ro'uxati**

Список опубликованных работ  
List of published works .....44

**BUXORO MUHANDISLIK - TEXNOLOGIYA INSTITUTI HUZURIDAGI  
ILMIY DARAJALAR BERUVCHI PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 RAQAMLI  
ILMIY KENGASH**

---

**TOSHKENT KIMYO - TEXNOLOGIYA INSTITUTI**

**ALMURATOV SHAVKAT NARPULATOVICH**

**MUHIT BILAN O‘ZARO TA’SIRDA BO‘LGAN QOVUSHQOQ  
ELASTIK SFERIK JISMNING CHIZIQLI TEBRANISHLARINING  
XUSUSIYATLARI**

**01.02.04 – Deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasi**

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)  
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

**Бухоро – 2023**

**Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2022.3.PhD/FM 464 raqam bilan ro'yxatga olingan.**

Dissertatsiya Toshkent kimyo-texnologiya institutida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume)) institut veb-saytida ([www.buxmti.uz](http://www.buxmti.uz)) va «Ziyonet» Axborot ta'lim portalida ([www.ziyonet.uz](http://www.ziyonet.uz)) joylashtirilgan.

<b>Ilmiy rahbar:</b>	<b>Safarov Ismoil Ibrohimovich</b> fizika-matematika fanlari doktori, prof.
<b>Rasmiy opponentlar:</b>	<b>Mirzayev Ibraxim</b> fizika-matematika fanlari doktori, professor <b>Mavlonov To'lqin</b> Texnika fanlari doktori, professor
<b>Yetakchi tashkilot:</b>	<b>Namangan muhandislik-qurilish instituti</b>

Dissertatsiya himoyasi Buxoro muhandislik-texnologiya instituti huzuridagi PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 raqamli Ilmiy kengashning 2023 yil «19» iyul soat 09:00 dagi majlisida bo'lib o'tadi (Manzil: 200100, Buxoro shahar, Q. Murtazoyev ko'chasi, 15 uy, I o'quv laboratoriya binosi 202-xonasi. Tel.: (+99865) 223-78-84; faks: (+99865) 223-79-72, e-mail: [bmti\\_info@edu.uz](mailto:bmti_info@edu.uz)).

Dissertatsiya bilan Buxoro muhandislik-texnologiya institutining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (№ 435 raqam bilan ro'yxatga olingan). Manzil: (200100, Buxoro shahri, Q. Murtazoyev ko'chasi, 15. Tel.: (+99895) 604-44-70).

Dissertatsiya avtoreferati 2023 yil «7» iyul kuni tarqatildi.  
(2023 yil « 12 » iyul № 1 raqamli reyestr bayonnomasi).

**M.X.Teshaev**  
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy  
kengash raisi, f-m.f.d. (DSc)

**Z.I.Boltayev**  
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy  
kengash ilmiy kotibi, f-m.f.d. (DSc)

**M.Z.Sharipov**  
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy  
kengash qoshidagi ilmiy seminar  
raisi, f-m.f.d.(DSc),professor

## KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasiga avtoreferat)

**Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati.** Jahonda geoakustik jarayonlarni masofadan buzmasdan boshqarish, seysmoakustik zondlash, yer osti muhandislik inshootlarini seysmik bardoshlilikini baholashning yangi, yanada samarali usullarini topish hamda ishlab chiqish masalalariga alohida ahamiyat berilmoqda. Hozirgi kunda bu jarayonlarni o'rganish va ularni samarali boshqarishning bir qator modellashirilgan masalalarini qo'yish hamda yechish dolzarb ahamiyat kasb etadi. Bu borada, jumladan, ushbu holatda sodir bo'ladigan mexanik jarayonlarning o'zgarishini bashorat qilishning samarali usul va yondashuvlarni topish, neft, gaz va temir rudasi konlarini qidirish hamda qazib olish, tuproq muhitlarining fizik-mexanik xususiyatlarini o'rganish samaradorligini oshirishga alohida e'tibor qaratilmoqda.

Jahonda foydali qazilmalar joylashgan turli formadagi jismlarning deformatsiyalanuvchi gruntli muhit bilan ta'sirini hisobga oluvchi turli xil modellari mavjud bo'lib, bu modellar asosida aniq masalalarni yechish algoritmi va dasturlarini ishlab chiqishga qaratilgan ilmiy tadqiqotlar olib borilmoqda. Ushbu yo'nalishda, jumladan, gruntli muhitda joylashgan deformatsiyalanuvchi zahiralarni loyihalash jarayonida, elastik yoki qovushqoq-elastik sferik jismlarda sodir bo'ladigan fizik jarayonlarni va zahira atrofida hosil bo'ladigan kuchlanishlarni hamda gruntli muhit bilan deformatsiyalanuvchi jism orasidagi bog'liqlik xususiyatlarini aniqlash bo'yicha tadqiqotlar ustuvor hisoblanmoqda. Shu bilan birga, rezonans hodisasining yuz berish ehtimolligini kamaytirish maqsadida yer osti inshootlarining turli xil uzunlikdagi to'lqin chastotalarini hisoblash jism tebranishlarining xususiy chastotalarini aniqlash dolzarb vazifalardan hisoblanadi.

Respublikamizda inshootlarning mustahkamligini tekshirish uchun ularga ta'sir qiladigan dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holat xususiyatlarini tadqiq qilishda, havfli kuchlanishlarni aniqlash uchun maqsadli ilmiy tadqiqotlarni olib borish, yuqorida keltirilgan muhit bilan o'zaro ta'sirda bo'lgan jismlarning xos tebranishlarini va rezonans holatlarini o'rganish maqsadida keng ko'lamli chora-tadbirlar amalga oshirilmoqda. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020- yil 29- oktabrdagi "Ilm-fanni 2030- yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risida"gi Farmonida, jumladan, «...ilmiy-innovatsion salohiyatdan keng foydalanish, istiqbolda ilm-fanni muntazam isloh qilib borishning ustuvor yo'nalishlarini belgilash, zamonaviy bilimga ega va mustaqil fikrlaydigan yuqori malakali kadrlar tayyorlash,...»<sup>1</sup> vazifalari belgilab berilgan. Mazkur vazifalarni amalga oshirishda, jumladan, qovushqoq elastik muhit bilan o'zaro ta'sirda bulgan deformatsiyalanuvchi sferik jism chiziqli tebranish xususiyatlarini aniqlash metodikasini ishlab chiqish va rivojlantirish muhim hisoblanadi.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022- yil 28- yanvardagi PF-60-son «2022-2026- yillarga mo'ljallangan Yangi O'zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to'g'risida»gi Farmoni, 2020- yil 30- iyuldagi PQ-4794-sonli "O'zbekiston

---

<sup>1</sup> O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 29 oktabrdagi PF-6097-son "Ilm-fanni 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risida" gi Farmoni

Respublikasi aholisi va hududining seysmik xavfsizligini ta'minlash tizimini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi Qarorlari va O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2020- yil 26- avgustdagi 515-sonli "O'zbekiston Respublikasi Favqulodda vaziyatlarning oldini olish va bunday vaziyatlarda harakat qilish davlat tizimini yanada takomillashtirish to'g'risida"gi Qarori, shuningdek, mazkur faoliyatga tegishli meyoriy-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishda ushbu dissertatsiya tadqiqoti muayyan darajada xizmat qiladi.

**Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo'nalishlariga mosligi.** Dissertatsiya ishi bo'yicha tadqiqotlar O'zbekiston Respublikasi fan va texnologiyalar rivojlanishining IV. "Matematika, mexanika, inshootlar seysmodinamikasi va informatika" hamda XIV. "Seysmologiya, binolar va inshootlar seysmik xavfsizligi va qurilish" ustuvor yo'nalishiga mos keladi.

**Muammoning o'rganilganlik darajasi.** Deformatsiyalanuvchan muhitda joylashgan jismlarga to'lqinning ta'siri va dinamik kuchlanganlik – deformatsiyasi muammosi bilan shug'ullangan xorijiy davlat olimlari Ilyushin A.A., Gorshkov A.G., Shemyakin YE.I., Guz A.N., Troyanovskiy I.YE., Kiyko I.A., Bulichev N.S., Balson F.S., Grinchenko V.T., Molotkov L.A., Novichkov Y.I., Petrashen G.I., Matveyenko V.P., Shardakov I.N., Starovoytov E.I., Kolskiy G., Davis R.M., Wayt J.A., Miker T., Maytsler A., Ahenbah J.D., Shafer B.V., San R.I., Fotiyeva N.N., Yerjanov J.S., Aytaliyev Sh.M., Dorman I.Y., Oganegov G.I. va boshqa ko'plab olimlar tomonidan ilmiy tadqiqot ishlari olib borilgan.

Respublikamiz olimlari tomonidan yer osti inshootlarini kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatlarini o'rganish va baholash bo'yicha Raxmatulin X.A., O'rozboyev M.T., Kabulov V.K., Rashidov T.R., Shirinkulov T.Sh., Xojmetov G.X., Muborakov Y.N., Mirsaidov M.M., Ishanxodjayev A.A., Buriyev T., Mardonov B.M., Sultonov K.S., Mamatkulov Sh.M., Badalov F.B., Mirzayev I., Mavlonov T.M., Yuldashev Sh.S., Abdusattorov A., Sagdiyev X., Safarov I.I., Teshayev M.X., Abduqodirov S., Xudoynazarov X., Usarov M.K. va boshqa ko'plab mutaxassislar muhit bilan o'zaro ta'sirda bo'lgan plastinkasimon, silindrik yoki sferik ko'rinishdagi jismlarda to'lqin yuklanishi masalalarini (materiallarning reologik xususiyatlarini hisobga olmagan holda) hisoblash usullarini rivojlantirishga o'zlarining salmoqli hissalarini qo'shishgan.

Shu bilan birga muhit va yer ostida joylashgan inshootlarning qovushqoqlik xususiyatlari, dinamik xususiyatlari va to'lqin yuklanishi ta'sirida hosil bo'ladigan kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholash uslublari to'la tadqiq etilmagan. Ishonchli usullar va algoritmlarni yaratish mashinasozlikda, aviasozlikda va yer osti inshootlarida dinamik yuklanish ta'sirida hosil bo'ladigan mustahkamlikni va barqarorlikning ko'plab muammolarini tadqiq etish uslublari yetarli darajada o'rganilmagan.

**Dissertatsiya mavzusining dissertatsiya bajarilgan oliy ta'lim muassasasining ilmiy-tadqiqot rejalari bilan bog'liqligi.** Dissertatsiya tadqiqoti Toshkent kimyo-texnologiya institutida 2016-2020- yillarda bajarilgan ilmiy-tadqiqot ishlari rejasining, OT-F4-01 raqamli "Qovushqoq suyuqlik oquvchi ko'p

qatlamli kompozit quvurlar egri chiziqli bo'laklarning harorat va dinamik yuklanishlar tasirida chiziqli bo'lmagan dinamik kuchlanish-deformatsiya holatini o'rganish usullarini ishlab chiqish va nazariyasini rivojlantirish" mavzusidagi fundamental ilmiy-texnikaviy loyihasi doirasida bajarilgan.

**Tadqiqotning maqsadi** qovushqoq-elastik muhitda joylashgan deformatsiyalanuvchi sferik jismning xos tebranishlarini va tushuvchi tashqi to'lqin ta'siridagi sferik jismda, hamda qovushqoq-elastik muhitda hosil bo'ladigan kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholashga qaratilgan hisoblash metodikasi, algoritmi va dasturini ishlab chiqish, analitik va sonli hisoblash usullarini takomillashtirishdan iborat.

**Tadqiqotning vazifalari:**

qovushqoq-elastik muhit bilan o'zaro ta'sirda bo'lgan deformatsiyalanuvchan sferik jismning xos so'nuvchi tebranishlarini cheksizlikda to'lqin yutilishini Zommerfeld shartlari asosida aniqlash metodikasi va algoritmi matematik fizika tenglamalarining kompleks arifmetikaga asoslangan Bessel va Hankel funksiyalari orqali ishlab chiqish;

deformatsiyalanuvchan sferik jismda garmonik yuklanish ta'sirida hosil bo'ladigan kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini, qovushqoqlikning Rjanitsin-Koltunov yadrosidan foydalanib tebranishlar amplitudasi kamayishini topish;

sferik jismning kuchlanishlardan ozod bo'lgan ichki sirtida kontur kuchlanishlarini boshqa kuchlanishlar komponentalaridan katta bo'lishi, kontaktda esa urinma kuchlanishlarning maksimal qiymatga ega bo'lishini aniqlash;

sferik jismning erkin sirtida bo'ylama to'lqin ta'sirida xosil bo'ladigan kontur kuchlanishlar, ko'ndalang to'lqin ta'siridagi kuchlanishlardan farqini sonli natijalarga asoslanib topish.

**Tadqiqotning obekti** sifatida qovushqoq-elastik muhit bilan o'zaro ta'sirda bo'lgan deformatsiyalanuvchi sferik jism olingan.

**Tadqiqotning predmeti** qovushqoq-elastik muhit bilan to'liq ta'sirda bo'lgan deformatsiyalanuvchi sferik jismning xos tebranishlari va dinamik yuklanish ta'sirida hosil bo'ladigan kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holati hamda dinamik xarakteristikalarini aniqlash jarayonlari tashkil qiladi.

**Tadqiqot usullari.** Tadqiqot jarayonida deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasi va qurilish mexanikasi usullaridan, hisoblash matematikasi, matematik modellashtirish, dasturlash usullari, xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechish uchun "muzlatish", o'zgaruvchilarni ajratish, Gauss va Laplas usullaridan foydalanilgan.

**Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:**

qovushqoq-elastik muhit bilan o'zaro ta'sirda bo'lgan deformatsiyalanuvchan sferik jismning xos so'nuvchi tebranishlarini cheksizlikda to'lqin yutilishini Zommerfeld shartlari asosida aniqlash metodikasi va algoritmi matematik fizika tenglamalarining kompleks arifmetikaga asoslangan Bessel va Hankel funksiyalari orqali ishlab chiqilgan;

deformatsiyalanuvchan sferik jismda garmonik yuklanish ta'sirida hosil

bo‘ladigan kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini qovushqoqlikni Rjanitsin-Koltunov yadrosidan foydalanib tebranishlar amplitudasining 8-10% gacha kamayishi topilgan;

sferik jismning kuchlanishlardan ozod bo‘lgan ichki sirtida kontur kuchlanishlarini boshqa kuchlanishlar komponentalaridan katta bo‘lishi, kontaktga esa urinma kuchlanishlarning maksimal qiymatga ega bo‘lishi dispersion tenglama ildizlari sonli tahlilidan aniqlangan;

sferik jismning erkin sirtidagi bo‘ylama to‘lqin ta‘siridagi kontur kuchlanishlar, ko‘ndalang to‘lqin ta‘siridagi kuchlanishlardan 18% ko‘p bo‘lishi olingan sonli natijalarga asoslanib aniqlangan.

**Tadqiqotning amaliy natijalari** quyidagilardan iborat:

qovushqoq-elastik muhit bilan o‘zaro ta‘sirida bo‘lgan deformatsiyalanuvchi sferik jismning xos tebranishlarini o‘rganish asosida qazilma boyliklarining geofizik usullarni rivojlantirish bilan izohlangan;

sferik formada (va unga yaqin) bo‘lgan yer osti fazoviy inshootlarni zilzilabardoshligini ta‘minlashga seysmik to‘lqinlarning uzunligiga bog‘liq bo‘lishi topilgan.

**Tadqiqot natijalarining ishonchliligi** chegaraviy shartlarning korrekt qo‘yilishi, keltirib chiqarilgan matematik ifodalarning qat‘iyligi, asoslangan yechish usullaridan tizimli foydalanilganligi, yechimlarning aniqliligin baholashda boshqa tadqiqotchilar yechimlari bilan taqqoslanganligi va ularning natijalariga mos tushganligi hamda amaliyotga joriy qilinganligi bilan izohlanadi.

**Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati.** Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati sifatida deformatsiyalanuvchan muhit bilan o‘zaro ta‘sirida bo‘lgan deformatsiyalanuvchi sferik jism va uni o‘rab turuvchi muhitda hosil bo‘ladigan to‘lqin dinamikasi nazariyasining rivojlanishiga salmoqli hissa qo‘shish hamda takomillashtirish bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati yuklanishlar ta‘sirida muhitda va deformatsiyalanuvchi sferik jismda hosil bo‘ladigan kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholashning yangi qonuniyatlarini o‘rganish, imkoniyat berishi, hamda ishlab chiqilgan usul va hisoblash dasturlari amaliy masalalarini yechishga va tadqiq qilishga xizmat qilishi bilan izohlanadi.

**Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi.** Tadqiqotdagi dinamik kuchlar ta‘sirida elastik va qovushqoq-elastik muhitda joylashgan deformatsiyalanuvchi sferik jismning dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini hisoblash usullari, tadqiqot ishi bo‘yicha olingan natijalar asosida:

sferik koordinatalar sistemasida olingan integro-differensial tenglamalardan kompleks koeffitsientli differensial tenglama olish metodikasidan va davriy tashqi kuchlar ta‘sirida olingan analitik yechimlarni klassik yadrolar uchun olingan yechimlar bilan solishtirma baho berish uchun Buxoro Muhandislik - texnologiya instituti ilmiy texnika dasturlari doirasida 2017-2020-yillarda bajarilgan F4-02 - “Matematik fizikaning holatlar to‘plami cheksiz bo‘lgan modellari termodinamikasi” mavzusidagi fundamental loyihada foydalanilgan (2023- yil 13-apreldagi № 22 - sonli ma‘lumotnoma). Natijada elastik hamda qovushqoq-elastik

muhitda tebranishlarning amplitudalariga solishtirma baholash imkonini bergan;

xos son va tebranish formalarni topish algoritmdan Toshkent kimyo - texnologiya institutda 2016-2020- yillarda bajarilgan OT-F4-01 “Qovushqoq suyuqlik oquvchi ko‘p qatlamli kompozit quvurlar egri chiziqli bo‘laklarining harorat va dinamik yuklanishlar ta‘sirida chiziqli bo‘lmagan dinamik kuchlanish-deformatsiya holatini o‘rganish usullarini ishlab chiqish va nazariyasini rivojlantirish” mavzusidagi fundamental loyihada foydalanilgan (2023- yil 13-yanvardagi 1/04-60 - sonli ma‘lumotnoma). Natijada elastik hamda qovushqoq-elastik suyuqlik oquvchi quvurlar tebranishining rezonans chastotalarini topish va baholash imkonini bergan.

**Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi.** Mazkur tadqiqot natijalari xalqaro, respublika anjumanlarida muhokama qilingan va ma‘qullangan, jumladan, 2 ta xalqaro va 3 ta respublika ilmiy-amaliy anjumanlarida muhokamadan o‘tkazilgan.

**Tadqiqot natijalarining e‘lon qilinishi.** Dissertatsiya mavzusi bo‘yicha jami 16 ta ilmiy ish chop etilgan, shulardan, O‘zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasining falsafa doktori (PhD) dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 7 ta maqola, jumladan, 2 tasi respublika va 5 tasi xorijiy jurnallarda nashr qilingan.

**Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi.** Dissertatsiya tarkibi kirish, to‘rtta bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati va ilovalardan iborat. Dissertatsiyaning hajmi 106 betni tashkil qiladi.

## DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

**Kirish** qismida o‘tkazilgan tadqiqotlarning dolzarbligi va zaruriyati asoslangan, tadqiqotning maqsadi va vazifalari shakllantirilgan, obekti va predmeti tavsiflangan, respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mosligi ko‘rsatilgan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning ishonchliligi asoslangan hamda ilmiy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarini amaliyotga joriy qilish, nashr etilgan ishlar va dissertatsiya tuzilishi bo‘yicha ma‘lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning “**Muhit bilan o‘zaro ta‘sirida bo‘lgan qovushqoq - elastik sferik jismning chiziqli tebranishlarini o‘rganishga bag‘ishlangan adabiyotlar tahlili**” deb nomlangan birinchi bobida muhit bilan bog‘lanishda bo‘lgan qovushqoq-elastik sferik qobiqqa garmonik to‘lqinlar yuklanishi natijasida hosil bo‘ladigan dinamik jarayonlar holatini o‘rganishga bag‘ishlangan adabiyotlar qisqacha tahlil qilingan. Adabiyotlar tahlili asosida xulosalar olingan. To‘lqin dinamikasining qo‘llanilayotgan usullari va masalalari asosan sferik jism va deformatsiyalanuvchi muhitning simmetirik bo‘lgan holati uchun o‘rganilgan. Tahlil natijalar shuni ko‘rsatadiki, garmonik to‘lqinlar sferik inshootlarga ta‘sir qilganda, murakkab to‘lqin maydonini hosil qiladi va uni faqat to‘lqin dinamikasi usullari bilan o‘rganish maqsadga muvofiqligi ko‘rsatilgan. Bir qator hollarda, muhit bilan o‘zaro ta‘sirida bo‘lgan inshootlarda garmonik to‘lqin ta‘sirida hosil bo‘ladigan rezonans holatlarni

hisoblashda muhitning va sferik inshootning qovushqoq-elastik xususiyatlarini hisobga olmaslik katta xatoliklarga olib kelishi mumkinligi ko'rsatib o'tilgan.

Bu bobda sferik jismga to'lqin yuklanish masalasi bo'yicha adabiyotlar tahlili keltirilgan.

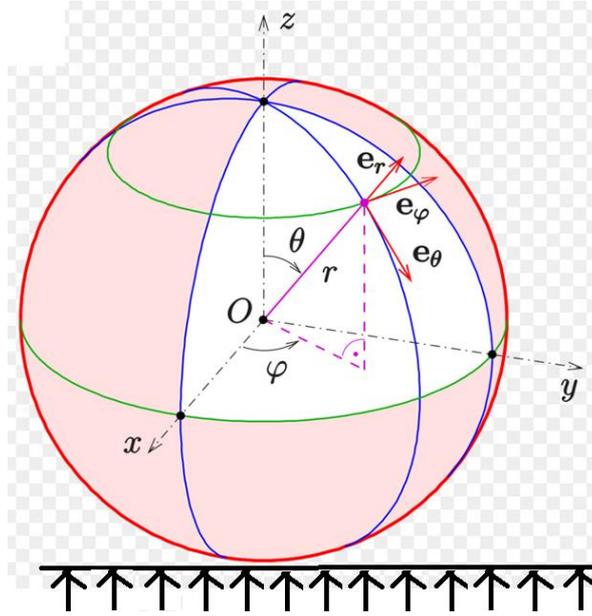
Dissertatsiyaning **“Deformatsiyalanuvchi muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan qovushqoq - elastik sferik jismga tashqi to‘lqinlar yuklanishi hamda xos tebranishlari masalasining qo‘yilishi, yechish metodikasi va algoritmi»** deb nomlangan ikkinchi bobida garmonik to‘lqinlarni sferik shakldagi jismlarga yuklanishi masalasi o‘rganiladi. Bu bob ikki paragrafdan iborat bo‘lib, birinchi paragrafida masalani umumiy qo‘yilishi va asosiy munosabatlar keltirilgan. Ikkinchi paragrafida esa muhit bilan ta’sirda bo‘lgan qovushqoq - elastik sferik jismga garmonik to‘lqinlar ta’siri masalasini yechish metodikasi va algoritmi keltirilgan.

Faraz qilaylik, cheksiz muhitda radiusi  $a$  ga teng bo‘lgan sferik jism berilgan bo‘lsin (1-rasm). Muhitning fizik-mexanik parametrlari  $(E_1, \nu_1, \rho_1)$  va sferik jismning parametrlari esa  $(E_2, \nu_2, \rho_2)$  ko‘rinishda berilgan bo‘lsin. Qo‘yilgan masala sferik koordinatalar sistemasida yechiladi. U holda jismning va muhitning dinamik kuchlanganlik - deformatsiyalanganlik holatini ifodalovchi differensial tenglamalar sistemasining vektor ko‘rinishi quyidagicha:

$$\begin{aligned}
 & (\lambda_{0j} + G_{0j}) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u} - (\lambda_{0j} + G_{0j}) \int_b^t (R_{\lambda_j}(t - \tau) + R_{G_j}(t - \tau)) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u}(\tau) d\tau \\
 & + \tilde{G}_{0j} \nabla^2 \vec{u} - G_{0j} \int_b^t R_{G_j}(t - \tau) \nabla^2 \vec{u}(\tau) d\tau + \vec{X} = \rho_j \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

$\rho_j$  - zichlik,  $R_{\lambda_j}(t - \tau)$  va  $R_{G_j}(t - \tau)$  -relaksasiya yadrosi va  $\lambda_{0j}, G_{0j}$  -oniy elastiklik moduli.

$$b = \begin{cases} 0, & \text{erkin tebranishlarda;} \\ -\infty, & \text{majburiy tebranishda;} \\ 0, & \text{nostasionar tebranishda} \end{cases}$$



1-rasm. Deformatsiyalanuvchi muhit bilan o'zaro ta'sirda bo'lgan sferik jismning hisob sxemasi

$$\begin{aligned} \sigma_{rr1} = \sigma_{rr2}, \sigma_{r\theta1} = \sigma_{r\theta2}, \sigma_{r\phi1} = \sigma_{r\phi2}, \\ u_{r1} = u_{r2}, u_{\theta1} = u_{\theta2}, u_{z1} = u_{z2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Faraz qilaylik qovushqoq elastik - muhitda quyidagi ko'rinishda sferik shakldagi to'liqin tarqalsin:

$$\phi^{(p)} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n j_n(k_1 r) P_n(\mu) e^{-i\omega t}, \quad (3)$$

bunda  $j_n(kr)$  – Besselning sferik funksiyasi,  $P_n(\mu)$  - Lejandr funksiyasi. Yuqorida keltirilgan kompleks koeffitsentli integro-differensial (1) tenglamaning yechimini qo'yidagi ko'rinishda izlaymiz:

$$\vec{u}_j(r, \theta, \varphi, t) = \vec{U}_j(r, \theta, \varphi) e^{-i\omega t}, \quad (4)$$

U holda (2) qo'yidagi ko'rinishni egalaydi:

$$\begin{aligned} (\lambda_{0j} + G_{0j})(1 - \Gamma_{\lambda G_j}^{\square}(\omega_R)) \text{grad div } \vec{U}_j + \\ + \tilde{G}_{0j}(1 - \Gamma_{G_j}^{\square}(\omega_R)) \nabla^2 \vec{U}_j + \rho_j \omega^2 \vec{U}_j = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Bu yerda  $\omega = \omega_R + i\omega_I$  – kompleks kattalik.

Sferik muhitni o'rab turuvchi muhit uchun to'liq potentsiallar quyidagicha bo'ladi:

$$\phi_1 = \phi_1^{(p)} + \phi_1^{(s)}, \quad \Psi_1 = \psi_1^{(s)}.$$

Oxirgi olingan tenglamadagi ko'chish vektorini potentsialli va solenoidli ko'rinishda tasvirlasak, u holda qatlamlarning ko'chishi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\vec{u}_j = \vec{U}_{pj} + \vec{U}'_{sj} + \vec{U}''_{sj}, \text{div} \vec{\psi} = 0,$$

Bunda  $\vec{U}_{pj}$  bo'ylama ko'chish,  $\vec{U}'_{sj}$  va  $\vec{U}''_{sj}$  ko'ndalang ko'chishni ifodalaydi va qo'yidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\vec{U}_{pj} = \frac{1}{k_p} \text{grad} \Phi_0, \vec{U}'_{sj} = \frac{1}{k_s} \text{rotrot}(\vec{r}\psi_1), \vec{U}''_{sj} = \text{rot}(\vec{r}\psi_2).$$

Bu yerda  $\Phi_j, \psi_j (j=1,2)$  funksiyalar qo'yidagi kompleks koeffitsentli tenglamani qanoatlantiradi

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\omega^2}{c_p^2} \Phi &= 0, \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial \psi_j}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial \psi_j}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial \varphi^2} + \frac{\omega^2}{c_s^2} \psi_j &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Yuqorida keltirilgan (6) tenglamaning yechimi quyidagicha olamiz:

$$\begin{aligned} \Phi_j &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^n A_{mnj} h_n(k_{pj} r) P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi); \\ \psi_{1j} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^n B_{mnj} h_n(k_{sj} r) P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi); \\ \psi_{2j} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^n C_{mnj} h_n(k_{sj} r) P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi). \end{aligned} \quad (7)$$

bunda  $h_n(z)$  - Hankelning sferik funksiyasi;  $j=2$  sferik jismga tegishli,  $j=1$  - muhitga tegishli,  $P_n^m(\cos \theta)$  - Lejandrning birinchi tartibli  $m$ -chi darajali va  $n$ -chi tartibli qo'shma funksiyasi.

Hisoblashlarda Lejandr funksiyasini ( $n \gg 1$ ) asimptotik formulasidan ham foydalanildi.

$$P_{n-1/2}(\cos \theta) = (2/\pi n \sin \theta)^{1/2} [\cos(n\Delta - \pi/4) + \frac{\text{ctg} \theta}{8n} \sin(n\theta - \pi/4) + \theta(1/n^2)].$$

Tashqi ( $l=1$ ) muhit uchun Xankelning ikkinchi tartibli  $h_n(z)$  funksiyasidan foydalanildi.

$$h_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} H_{n+1/2}^{(2)}(z),$$

ya'ni ( $r \rightarrow \infty$ ) uzoqlashuvchi bo'ladi. Ichki sfera uchun ( $l=2$ ) Besselning birinchi tartibli funksiyasidan foydalanildi.

$$J_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{n+1/2}(z) = j_n(z),$$

Ya'ni sfera markazida kuchlanishlar chegaralanganlik shartini qanoatlantiradi. Agar (6) dan foydalanilsa va ko'chish potentsiallari ma'lum bo'lsa u holda sferik jism va uni o'rab turuvchi muhitning ko'chishini topamiz.

$$u_{rl} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ \frac{A_{mnl}}{k_{pl}r} D_1(k_{pl}r) + \frac{B_{mnl}}{k_{sl}r} n(n+1)h_n(k_{sl}r) \right] \Phi_n^m,$$

$$u_{\theta l} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ \left[ \frac{A_{mnl}}{k_{pl}r} h_n(k_{pl}r) + \frac{B_{mnl}}{k_{sl}r} D_2(k_{sl}r) \right] \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \theta} + C_{mnl} h_n(k_{sl}r) \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \varphi} / \sin \theta \right\}, \quad (8)$$

$$u_{\varphi l} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ \left[ \frac{A_{mnl}}{k_{pl}r} h_n(k_{pl}r) + \frac{B_{mnl}}{k_{sl}r} D_2(k_{sl}r) \right] \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \varphi} \frac{1}{\sin \theta} - C_{mnl} h_n(k_{sl}r) \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \theta} \right\}.$$

Bunda

$$\Phi_n^m = P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi),$$

$$D_1(z) = nh_n(z) - zh_{n+1}(z),$$

$$D_2(z) = (n+1)h_n(z) - zh_{n+1}(z).$$

Ko'chishlar aniq bo'lsa, mos ravishda kuchlanishlarni ko'chish potentsiallari orqali topish mumkin.

$$\sigma_{rrl} = \frac{2\bar{\mu}}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ \frac{A_{mnl}}{k_{pl}r} D_3(k_{pl}r) + \frac{B_{mnl}}{k_{sl}r} n(n+1)D_4(k_{sl}r) \right] \Phi_n^m,$$

$$\sigma_{r\theta l} = \frac{2\bar{\mu}}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ \left[ \frac{A_{mnl}}{k_{pl}r} D_4(k_{pl}r) + \frac{B_{mnl}}{k_{sl}r} D_5(k_{sl}r) \right] \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \theta} + 0.5C_{mnl} \frac{D_4(k_{sl}r)}{\sin \theta} \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \varphi} \right\}, \quad (9)$$

$$\sigma_{r\varphi l} = \frac{2\bar{\mu}}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ \left[ \frac{A_{mnl}}{k_{pl}r} D_4(k_{pl}r) + \frac{B_{mnl}}{k_{sl}r} D_5(k_{sl}r) \right] \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \varphi} \frac{1}{\sin \theta} - 0.5C_{mnl} D_4(k_{sl}r) \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \theta} \right\},$$

bunda,

$$D_3(z) = (n^2 - n - \frac{1}{2}z^2) \cdot h_n(z) + 2zh_{n+1}(z), \quad D_4(z) = (n-1) \cdot h_n(z) - zh_{n+1}(z),$$

$$D_5(z) = (n^2 - n - \frac{1}{2}z^2) \cdot h_n(z) + zh_{n+1}(z) \quad .$$

Sferik shakldagi to'liqin tenglamalarini integrallagandan so'ng hosil bo'lgan integral doimiylari  $A_{nm1}, B_{nm1}, C_{nm1}, A_{nm2}, B_{nm2}, C_{nm2}$  koeffitsentlar ko'rinishida yuqorida keltirilgan va ular chegaraviy shartlar (2) dan topiladi. U holda olti noma'lumli oltita tenglamadan iborat bo'lgan bir jinsli algebraik tenglamalar sistemasini olamiz. Ko'rinib turibdiki, bir jinsli bo'lmagan algebraik tenglamalar sistemasini chiziqli bo'lib, elementlari kompleks kattalik bo'ladi. Yuqoridagi tenglamalar sistemasining oltita qator va oltita ustundan tashkil topgan kvadrat matritsaning determinant elementlari, lejandr hamda kompleks argumentli Bessel va Xankel funksiyalaridan iborat.

$$\left[ C_2(c_{pj}, c_{sj}, R_{Ej}, a_j) \right] \{q\} = \{p\}, \quad (10)$$

bunda  $\{q\}$ - ustun vektor bo‘lib, ixtiyoriy o‘zgarmlardan tashkil topgan,  $\{p\}$  - tashqi tushadigan to‘lqin ta’sirini ifodalovchi ustun vektori;  $[C]$ -kvadrat matritsa. Bu (10) kompleks koeffitsientli algebraik tenglamalar sistemasi Gaussning o‘zgaruvchilarni ketma-ket yo‘qotish usuli yordamida dissertatsiyada ishlab chiqilgan va algoritmi keltirilgan. Agar tashqi tushuvchi to‘lqin hisobga olinmasa, u holda qovushqoq elastik muhitda joylashgan sferik jismning erkin tebranishlar chastotalari topiladi. Bu holda (10) murakkab ko‘rinishdagi kompleks transendent funksiyalardan tashkil topgan algebraik tenglamani beradi. Buni esa faqat sonli usullar yordamida yechish mumkin. (10) tenglamani yechishda har bir iteratsiya qadamida Gauss usuli qo‘llaniladi. Shuning uchun aniqlovchini ko‘p had ko‘rinishda ifodalash talab etilmaydi. Kompleks ildizlarni topishda Myuller usulida o‘ta aniqlikda tez topiladi va yaqinlashishi ta’minlanadi.

Dissertatsiya ishida deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasining xususiy hosilali integro-differensial tenglamalarni yechish uchun muzlatish, o‘zgaruvchilarni ajratish, Laplas, Myuller va Gauss usullari qo‘llanangan. MAPLE va C++ dasturi asosida yechiladi.

Shunday qilib bu bobda masalaning qo‘yilishi, yechish metodikasi va algoritmi keltirilgan.

Dissertatsiyaning **“Qovushqoq - elastik muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan sferik jismning xos tebranishlari”** deb nomlangan uchinchi bobida qovushqoq - elastik muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan sferik jismning xos tebranishlari masalasini yechish algoritmi va olingan sonli natijalar tahlili keltirilgan. Cheksiz qovushqoq - elastik muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan deformatsiyalanuvchi sferik jismning xos tebranishlari masalasining radial, buralish va sferoidal xos tebranishlarini ko‘ramiz.

**1. Radial tebranishlar.** Sferik jismning radial tebranishida  $\sigma_{r1} = \sigma_{r2}$ ,  $u_{r1} = u_{r2}$  kontakt sharti va cheksizlikda Zommerfeldning yutilish sharti qo‘yiladi. Masalani yechish metodikasi ikkinchi bobda keltirilgan. U holda sferik jismning radial tebranish chastota tenglamasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$z_p z_{sp} z_\omega \operatorname{ctg}(z_p z_{sp} z_\omega) = 1 - \frac{z_\omega}{z_\rho} \frac{1 + iz_{sp} z_\omega}{z_\omega^2 + 4\left(\frac{1}{z_\mu} - 1\right)(1 + iz_{sp} z_\omega)}, \quad (11)$$

bunda  $z_\omega = \omega R / c_{s2}$  - o‘lchamsiz chastota;  $z_s = ((c_{s2} \sqrt{\Gamma_{sk2}}) / (\sqrt{\Gamma_{sk1}} c_{s1}))$ ;  $z_\mu = \bar{\mu}_2 / \bar{\mu}_1 = \rho z_s$ ;  $z_{sp} = c_{s2} / c_{p2}$ ;  $z_p = c_{p2} / c_{p1}$ ,  $z_\rho = \rho_2 / \rho_1$ . Bu (11) tenglama sonli usul (Myuller) yordamida yechiladi. (11)ning yechimlari kompleks  $z_\omega = z_{\omega R} + iz_{\omega I}$  yoki mavhum kattalik bo‘ladi. Uning  $z_{\omega R}$  haqiqiy qismi tebranishlar chastotasini, mavhum  $z_{\omega I}$  qismi esa so‘nish jarayonini ifodalaydi. Agar  $z_\mu \rightarrow 0$  (sharning radial tebranishi) va  $z_\mu \rightarrow \infty$  deformatsiyalanuvchi muhitdagi sferik bo‘shliq olinsa, u holda quyidagi tenglamalarni olamiz:

$$z_\omega \operatorname{ctg}(z_\omega) = 1 - \frac{z_\omega^2}{4z_{sp}^2}, \quad z_\omega^2 - 4iz_\omega - 4 = 0. \quad (11^*)$$

Bu tenglamalarni birinchisi sonli yechiladi, ikkinchisi esa analitik yechilishi mumkin.

**2. Buralish tebranishi.** Buralish tebranishda ( $u_r=0$ ) bo‘ladi va  $div \bar{u}$  ham hisobga olinmaydi. U holda chastota tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{aligned} C_{mn1}h_n(k_{s1}R) &= C_{mn2}j_n(k_{s2}R), \\ \mu_1 C_{mn1}[(n-1)h_n(k_{s1}R) - (k_{s1}R)h_{n+1}(k_{s1}R)] &= \\ &= \mu_2 C_{mn2}[(n-1)j(k_{s2}R) - (k_{s2}R)j_{n+1}(k_{s2}R)] \end{aligned} \quad (12)$$

Yuqoridagi (12) bir jinsli algebraik tenglamalar sistemasi yechimga ega bo‘lishi uchun uning asosiy aniqlovchisi nolga tengligidan, buralish tebranishlarining chastotalari topiladigan transendent tenglamani olamiz:

$$[n-1-G_i(z_s)] - z_\mu [n-1-G_h(z_\omega)] = 0, \quad (13)$$

bunda  $G_i(t) = tj_{n+1}(t) / j_n(t)$ ,  $G_h(t) = th_{n+1}(t) / h_n(t)$ . Agar  $z_\mu \rightarrow 0$ , bo‘lsa u holda sferaning buralma tebranish chastotasi tenglamasini olamiz:

$$n-1-G_i(z_s)=0.$$

Agar  $z_\mu \rightarrow \infty$ , sferik bo‘shliqning buralma tebranish chastotasini topish mumkin bo‘ladi.

**3. Sferoidal tebranishlar.** Bunday tebranishlarni ifodalovchi transendent tenglama (chastota tenglamasi)ni olish uchun ko‘chishning radial komponentasini  $rot \bar{u}$  nolga teng bo‘lishi kerak bo‘ladi. U holda sferoidal tebranishlarni ifodalovchi chastota tenglamasi quyidagicha determinant shaklida bo‘ladi:

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{vmatrix} = 0, \quad (14)$$

Uning elementlari  $s_{ij}(i=1,2,3,4; j=1,2,3,4)$  quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{aligned} c_{11} &= n - G_i(z_p z_{sp} z_\omega), \quad c_{12} = n(n+1), \quad c_{13} = n - G_h(z_{sp} z_\omega), \quad c_{14} = n(n+1), \\ c_{21} &= 1, \quad c_{22} = n+1 - G_i(z_s z_\omega), \quad c_{23} = 1, \quad c_{24} = n+1 - G_h(z_\omega), \\ c_{31} &= n^2 - n - \frac{1}{2}(z_s z_\omega)^2 + 2G_i(z_p z_{sp} z_\omega), \quad c_{32} = n(n+1)[n-1 - G_i(z_s z_\omega)], \\ c_{33} &= n^2 - n - \frac{1}{2}z_\omega^2 + 2G_h(z_{sp} z_\omega), \quad c_{34} = n(n+1)[n-1 - G_h(z_\omega)], \\ c_{41} &= n-1 - G_i(z_p z_{sp} z_\omega) \quad c_{42} = n^2 - 1 - \frac{1}{2}(z_s z_\omega)^2 + G_i(z_s z_\omega), \\ c_{43} &= n-1 - G_h(z_{sp} z_\omega), \quad c_{44} = n^2 - 1 - \frac{1}{2}z_\omega^2 + G_h(z_\omega). \end{aligned}$$

Bunda  $z_p = ((c_{p2}\sqrt{\Gamma_{pk2}}) / (\sqrt{\Gamma_{pk1}}c_{p1}))$  - bo‘ylama to‘lqinlar nisbati (sferik jismning ichki va tashqi),  $z_{sp} = ((c_{s2}\sqrt{\Gamma_{sk2}}) / (\sqrt{\Gamma_{pk2}}c_{p2}))$  - ko‘ndalang to‘lqinlar

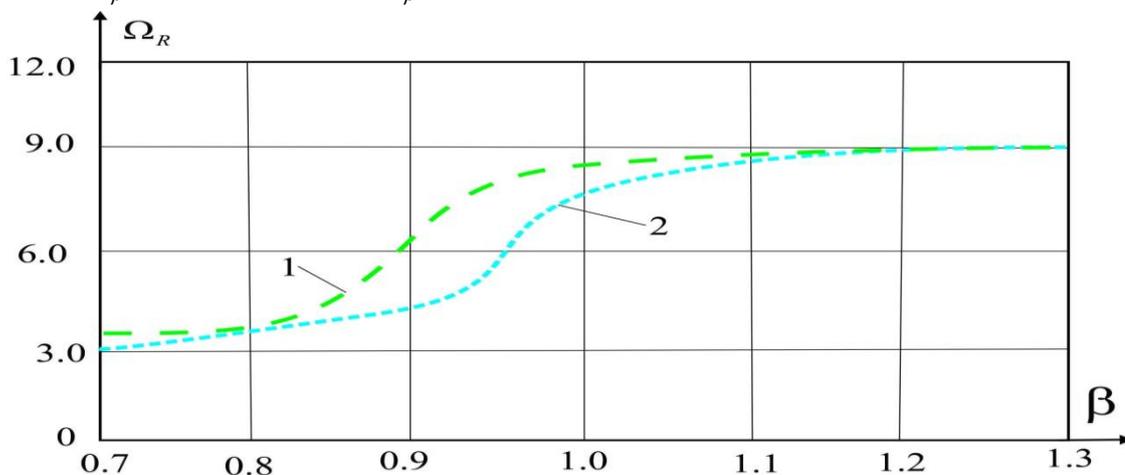
nisbati. Yuqoridagi (14) transcendent tenglamadan  $z_\mu \rightarrow 0$  bo'lganda sferaning sferoidal tebranishi ko'riladi:

$$\begin{vmatrix} n^2 - n - \frac{1}{2}(z_\omega)^2 + 2G_i(z_{spi}z_\omega) & n(n+1)[n-1-G_i(z_\omega)] \\ n-1-G_i(z_{spi}z_\omega) & n^2 - n - \frac{1}{2}(z_\omega)^2 + 2G_i(z_\omega) \end{vmatrix} = 0,$$

bunda  $z_{spi} = ((c_{s2i}\sqrt{\Gamma_{sk2i}}) / (\sqrt{\Gamma_{pk2i}}c_{p2i}))$ . Agar  $z_\mu \rightarrow \infty$  bo'lsa, u holda quyidagicha chastota tenglamasiga kelamiz (qovushoq elastik muhitdagi sferik bo'shliq):

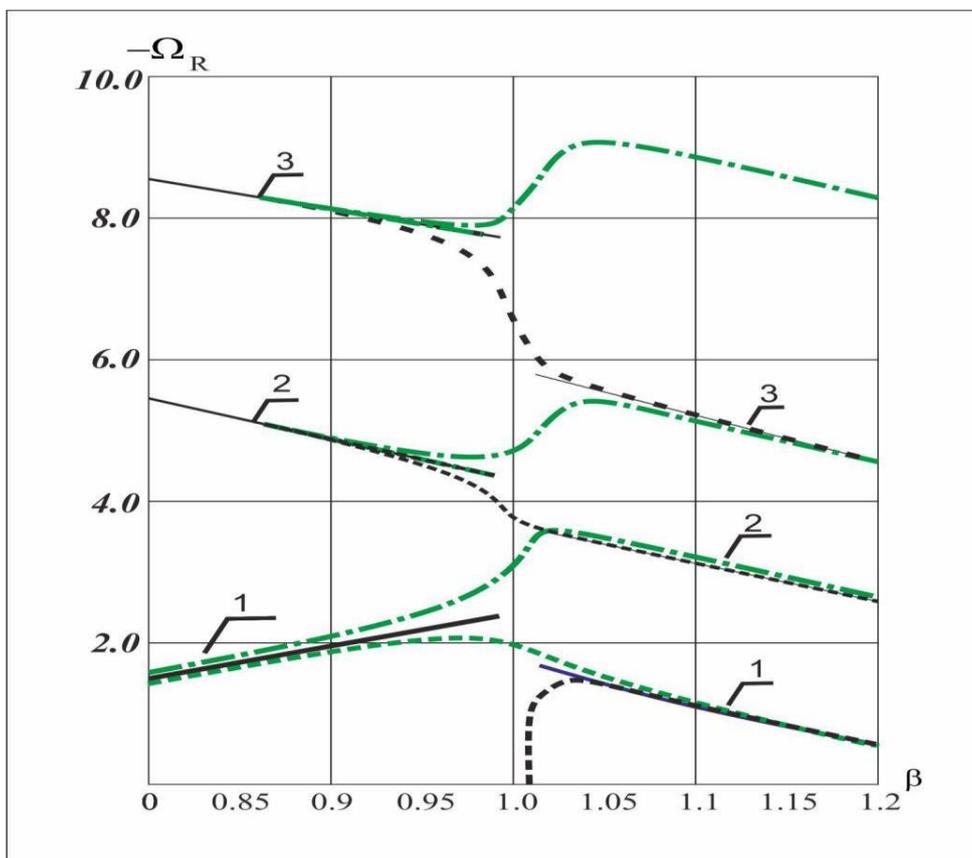
$$\begin{vmatrix} n^2 - n - \frac{1}{2}(z_\omega)^2 + 2G_h(z_{sph}z_\omega) & n(n+1)[n-1-G_h(z_\omega)] \\ n-1-G_h(z_{sph}z_\omega) & n^2 - n - \frac{1}{2}(z_\omega)^2 + 2G_h(z_\omega) \end{vmatrix} = 0.$$

Bu keltirilgan tenglamalarning ildizlari faqat sonli usullar yordamida topiladi. Sonli hisoblashlar sferik jism va muhitning quyidagi parametrlari uchun olindi:  $A_1 = 0.01, A_2 = 0.048, \beta_1 = \beta_2 = 0.05, \alpha_1 = \alpha_2 = 0.1$ . Quyidagi 2-rasmga radial tebranishlarning tenglamasi (10) ildizi  $\Omega_R$  ning  $\beta = E_1 / E_2$  parametrغا bog'liq o'zgarishi 1.  $z_\rho = \rho_1 / \rho_2 = 0.1$ ; 2.  $z_\rho = \rho_1 / \rho_2 = 0.5$  qiymatlari uchun olingan.



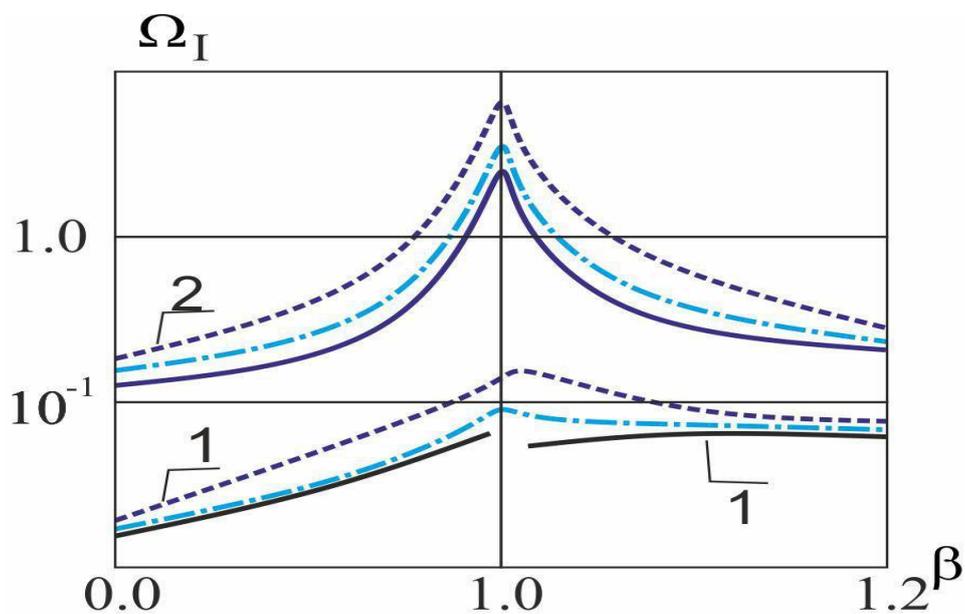
2-rasm. O'lchamsiz chastota haqiqiy qismini  $\beta = E_1 / E_2$  parametrغا bog'liq o'zgarishi: 1.  $z_\rho = \rho_1 / \rho_2 = 0.1$ ; 2.  $z_\rho = \rho_1 / \rho_2 = 0.5$ .

Olingan sonli natijalardan ko'rinib turibdiki,  $\beta \geq 1.1$  bo'lganda radial tebranishdagi chastotaning haqiqiy qismini assimtotikaga intilishi topildi.



3-rasm. Buralma tebranish chastotasini  $\beta = E_1 / E_2$  parametrغا bog‘liq o‘zgarishi: 1.  $R_{r_0} = a / r_0 = 5.0$ ; 2.  $R_{r_0} = a / r_0 = 10$ ; 3.  $R_{r_0} = a / r_0 = 20$ .

Yuqoriga keltirilgan 3 va 4 rasmlarga xos chastotani haqiqiy va mavhum qismini  $\beta = E_1 / E_2$  parametrغا bog‘liq o‘zgarishi keltirilgan.

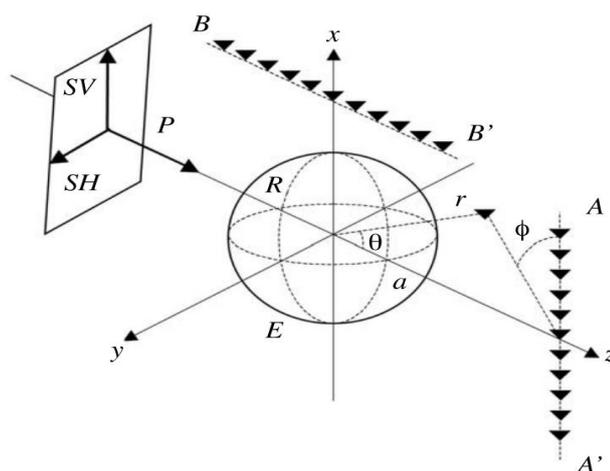


4-rasm. Buralma tebranish chastotasini mavhum qismini  $\beta = E_1 / E_2$  parametrغا bog‘liq o‘zgarishi: 1.  $R_{r_0} = a / r_0 = 5.0$ ; 2.  $R_{r_0} = a / r_0 = 10$

Ko‘rinib turibdiki, chastotani  $\beta = E_1 / E_2$  bog‘liq o‘zgarishi nomonoton xususiyatga ega bo‘lar ekan. Sferik jismni qovushqoqligini o‘zgarishi, chastota o‘zgarishini nomonoton bo‘lishini ta‘minlab beradi.

Shunday qilib bu bobda qovushqoq elastik muhitdagi sferik jismni xos tebranishlar masalasi o‘rganildi. Sferik jismni diskret kompleks chastotalari mexanik sistemani fiziko-mexanik xususiyatlariga bog‘liq o‘rganildi. Energiya so‘nish ko‘effisienti  $\beta = 1.0$  da o‘zining maksimal qiymatini qabul qilishi topildi.

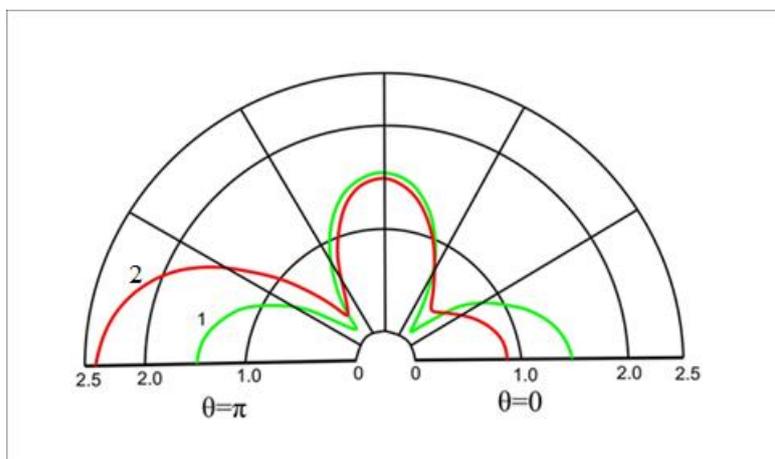
Dissertatsiyaning **“Qovushqoq - elastik muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan sferik jismga garmonik to‘lqinlarning ta’siri”** deb nomlangan to‘rtinchi bobda qovushqoq - elastik muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan sferik jismga garmonik to‘lqinlarni ta’siri masalalari qo‘yilishi, yechish metodikasi, algoritmi va sonli natijalari keltirilgan (5- rasm).



5-rasm. Deformatsiyalanuvchi muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan sferik jismga garmonik to‘lqinlarning yuklanish sxemasi

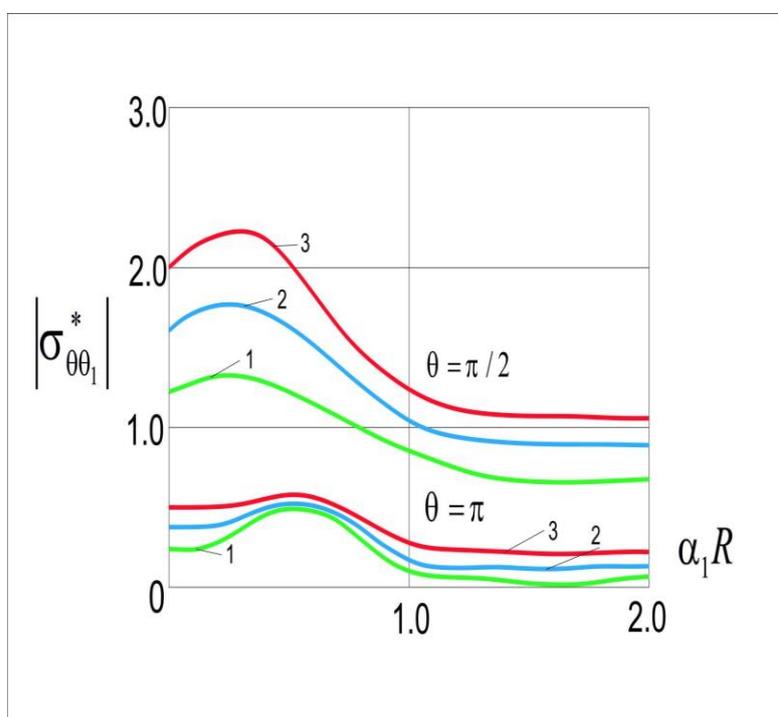
Muhitda tarqaladigan to‘lqin tushuvchi va qaytuvchi to‘lqinlar yig‘indisidan iborat bo‘ladi. Bu to‘lqin tenglamalarini (kompleks ko‘effitsentli yoki operator ko‘effitsentli) qanoatlantirishini ikkinchi bobda keltirgandik. Ko‘rilayotgan masala sferik koordinatalar sistemasi  $(r, \theta, \phi)$  ni qanoatlantiradi. Misol sifatida Oz o‘qqa nisbatan kosesimmetirik bo‘lgan sferik jismga garmonik to‘lqin ta’siridagi dinamik kuchlanganlik – deformatsiya holati masalasini ko‘raylik. U holda Laplas operatori quyidagi ko‘rinishni egallaydi:  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + 2\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \text{ctg}\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}$ . Chegaraviy shartlar (2) ko‘rinishda berilgan. Cheksizlikda Zommerfeldning yutilish sharti qo‘yiladi. Tushuvchi to‘lqin (3) ko‘rinishida bo‘ladi.

6-rasmda sferik jismni kontagidagi urinma kuchlanishni sfera konturi bo‘yicha taqsimlanish epyurasi ( $\nu_1 = 0.25$ ) keltirilgan. To‘lqin tushganda  $\alpha_1 a = 0.35$  bo‘lgan holatda (uzun to‘lqin) tashqi kontakt sirtida urinma kuchlanishning taqsimlanishi tasvirlangan. Tekis  $\alpha_1 a = 1.5$  bo‘lgan holat uchun to‘lqin tushganda ham kuchlanish tasvirlangan (qisqa to‘lqin).



6-rasm. Tekis to‘lqin ta‘sirida sferik jism sirti ( $r = R$ )dagi  $|\sigma_{r\theta}^{\square}|$  urinma kuchlanishlarni taqsimlanish epyurasi ( $\nu_1 = 0.25; \rho^{\square} = 0.45$ ).

$$1. \alpha_1 R = 0.35; \quad 2. \alpha_1 R = 1.5$$



7-rasm. To‘lqin ta‘sirida sferik jismning o‘rab turgan muhitdagi kuchlanishlar konsentratsiyasini to‘lqin soniga bog‘liq o‘zgarishi ( $r = R$ )( $\phi = \pi / 4$ ) ( $\nu_1 = 0.35$ ):

$$1. \rho^{\square} = 0.60, 2. \rho^{\square} = 0.55, 3. \rho^{\square} = 0.45$$

Yuqoridagi 7-rasmda sferik jismning tashqi muhitdagi to‘lqin ta‘sirida kuchlanishlarni to‘lqin soniga bog‘liq tekis o‘zgarishi tasvirlangan. Rasmdan ko‘rinib turibdiki, kuchlanishlar konsentratsiyasining maksimal qiymati uzun to‘lqinlar sohasiga mos keladi. Shunday qilib, bu bobda bo‘ylama va ko‘ndalang to‘lqin yuklanishi natijasida muhitda va sferik jismda hosil bo‘ladigan kuchlanganlik va deformatsiya holati o‘rganildi.

## XULOSA

“Muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan qovushqoq-elastik sferik jismning chiziqli tebranishlarining xususiyatlari” mavzusidagi falsafa doktori (PhD) ilmiy darajasini olish uchun yozilgan dissertatsiyasi bo‘yicha olib borilgan tadqiqotlar natijasida quyidagi xulosalar qilindi:

1. Qovushqoq-elastik muhitda joylashgan sferik jismga garmonik yuklanishlar ta’sirida dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholashga qaratilgan hisoblash metodikasi va algoritmi ishlab chiqildi. Harakat potentsialidagi asosiy munosabatlar va harakat tenglamalari to‘lqin tenglamasini echishga qaratildi. Yechim n-tartibli Bessel va Xankelning sferik funktsiyalari va Legendr funktsiyalari orqali ifodalanadi. Materialning qovushqoq-elastik xususiyatlarini hisobga olgan holda, tizimning geometrik va fizik-mexanik parametrlariga qarab sferik jism va muhitning xos murakkab chastotasi va dinamik KDHni aniqlash uchun dastur ishlab chiqildi.

2. Mexanik tizimning reologik xususiyatlarini hisobga olgan holda qovushqoq-elastik muhitda joylashgan sferik jismdagi murakkab xos chastotalar va tebranish formalari masalasini yechish metodikasi, algoritmi va hisoblash dasturi ishlab chiqildi.

3. Vujudga keladigan kuchlanishlar, tarqaladigan seysmik to‘lqin uzunligiga bog‘liq. Masalan, uzun to‘lqinli sohasida sferik jismdagi kuchlanish statik kuchlanish holatiga nisbatan 20% gacha oshadi. Sfera va muhitning qovushqoq-elastik xususiyatlarini hisobga olganda, dinamik hisoblashda kuch faktori (kuchlanish va ko‘chish) 15% gacha kamayadi.

4. Sferik bo‘shliq va jismning yuzasidagi kontur kuchlanishlari bo‘ylama to‘lqinlar ta’sirida  $90^0$  va  $270^0$  da maksimal qiymatga erishadi, ko‘ndalang to‘lqinlar ta’sirida esa  $45^0$  va  $135^0$  da erishadi. Ko‘ndalang garmonik to‘lqinlar ta’siri, kontur kuchlanishlar  $\sigma_{\theta\theta}$  bo‘ylama to‘lqinlarga qaraganda 18% ko‘proq bo‘ladi.

5. Qovushqoq-elastik muhitda joylashgan sferik jismda yuzaga keladigan maksimal kuchlanishlar, P boylama to‘lqinlarga nisbatan ancha katta bo‘lgan ko‘ndalang to‘lqin tufayli yuzaga kelar ekan. Muhitning kuchlanganlik deformatsiyalanganlik holatida, tushuvchi to‘lqinlar tasiri turlicha bo‘lar ekan.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ  
УЧЁНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ БУХАРСКОМ ИНЖЕНЕРНО-  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ**

---

**ТАШКЕНТСКИЙ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

**АЛМУРАТОВ ШАВКАТ НАРПУЛАТОВИЧ**

**ОСОБЕННОСТИ ЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВЯЗКОУПРУГИХ  
СФЕРИЧЕСКИХ ТЕЛ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ СО СРЕДОЙ**

**01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела**

**АВТОРЕФЕРАТ  
ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-  
МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

**Бухара – 2023**

**Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей Аттестационной комиссии при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан за № B2022.3.PhD/FM464**

Диссертация выполнена в Ташкентском химико-технологическом институте.

Автореферат диссертации размещен на веб-странице Бухарского инженерно-технологического института ([www.buxmti.uz](http://www.buxmti.uz)) и на Информационно образовательном портале “ZiyoNet” ([www.ziyo.net](http://www.ziyo.net)) на трех языках (узбекском, русском, английском (резюме)).

<b>Научный руководитель:</b>	<b>Сафаров Исмоил Иброхимович</b> доктор физико-математических наук, проф.
<b>Официальные оппоненты:</b>	<b>Мирзаев Ибрахим</b> доктор физико-математических наук, профессор <b>Мавланов Тулкин</b> Доктор технических наук, проф
<b>Ведущая организация:</b>	<b>Наманганский инженерно-строительный институт</b>

Защита диссертации состоится «19» июля 2023 г. в «09:00» часов на заседании Научного совета Phd.03/27.02.2021.FM.101.02 при Бухарском инженерно-технологическом институте по адресу: 200100, г.Бухара, ул. К. Муртазаева, 15, 1-ый корпус, 202-ой комната. Тел.: (+99865) 223-78-84; факс: (+99865) 223-79-72, e-mail: [bmti\\_info@edu.uz](mailto:bmti_info@edu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Бухарского инженерно-технологического института (зарегистрирована за № 435.). (Адрес:Бухарская область, 200100, г. Бухара, ул. К. Муртазаева, 15. Тел.: (+99895) 604-44-70).

Автореферат диссертации разослан «07» июля 2023 года.  
(протокол рассылки № 1 от « 12 » июля 2023 г.)

**М.Х.Тешаев.**  
Председатель Ученого совета  
по присуждению ученых степеней  
д.ф.-м.н. (DSc)

**З.И.Болтаев**  
Ученый секретарь Ученого совета  
по присуждению ученых степеней  
д.ф.-м.н. (DSc)

**М.З.Шарипов**  
Председатель научного семинара  
при Ученом совете по присуждению  
ученых степеней д.ф.-м.н. (DSc)., проф.

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность и востребованность темы диссертации.** В мире особое значение придается вопросам поиска и разработки новых, более эффективных методов неразрушающего контроля геоакустических процессов, сейсмоакустического зондирования, оценки сейсмостойкости подземных инженерных сооружений. В настоящее время актуальными являются изучение этих процессов, постановка и решение ряда модельных задач эффективного управления ими. В связи с этим, помимо прочего, важно найти эффективные методы и подходы для прогнозирования изменений механических процессов, происходящих при этом, повысить эффективность разведки и добычи нефтегазовых и железорудных месторождений, изучить физико-механические свойства почвенных сред.

В мире существуют различные модели, учитывающие воздействие тел различной формы, содержащих полезные ископаемые, на деформируемую почвенную среду, и на основе этих моделей проводятся научные исследования, направленные на разработку алгоритмов и программ решения конкретных задач. В этом направлении, помимо прочего, при проектировании деформируемых резервов, расположенных в грунтовой среде, необходимо определять физические процессы, происходящие в упругих или вязкоупругих сферических телах, и напряжения, возникающие вокруг резерва, а также характеристику связи между грунтовой средой и деформируемым телом что является приоритетным исследованием. При этом для снижения вероятности возникновения явления резонанса актуальными задачами считаются расчет и длин различных волн подземных сооружений и определение удельных частот колебаний тел. В период независимости в нашей стране большое внимание уделяется повышению эффективности научных исследований, разработке новых методов в науке и на производстве. Достигнуты значительные успехи. В частности, в данном направлении исследований, например, изучены тектонофизические явления в очагах землетрясений.

В нашей республике для проверки прочности конструкций проводятся широкомасштабные мероприятия по исследованию характеристик динамических напряженно-деформируемых состояний, воздействующих на них, проведению целенаправленных научных исследований по выявлению опасных напряжений, изучению характерных колебаний и резонансных состояний тел, взаимодействующих с вышеуказанной средой. В указе Президента Республики Узбекистан от 29 октября 2020 года “Об утверждении Концепции развития науки до 2030 года”, в частности, говорится, что “...работа направлена на широкое использование научно-инновационного потенциала, определение приоритетных направлений систематического реформирования науки в перспективе, подготовку высококвалифицированных кадров, обладающих современными знаниями и

независимым мышлением..."<sup>2</sup>. При выполнении этих задач, в том числе при взаимодействии со вязкоупругой средой, деформируемое сферическое тело является линейным

Данное диссертационное исследование в определенной степени служит выполнению задач, определённых в Указах Президента Республики Узбекистан от 28 января 2022 года ПФ-60 "О стратегии развития Нового Узбекистана на 2022-2026 годы", Указе Президента Республики Узбекистан от 30 июля 2020 года УП-4794 "О мерах по коренному совершенствованию системы обеспечения сейсмической безопасности населения и территории Республики Узбекистан" и Постановлении Кабинета Министров Республики Узбекистан от 26 августа 2020 года № 515 "О дальнейшем совершенствовании государственной системы Республики Узбекистан по предупреждению чрезвычайных ситуаций и действиям в таких ситуациях", а также поставленных в других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере. Вышеизложенное создает научную основу развития методов исследований в геофизике и нефтегазовой разведке для решения этих задач является востребованным в направлении современных задач механики.

**Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики.** Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий Республики Узбекистан IV. «Математика, механика, сейсמודинамика сооружений и информатика» и XIV. Оно проводилось в рамках приоритетного направления «Сейсмология, сейсмическая безопасность зданий и сооружений и строительства».

**Уровень изученности проблемы.** С научной точки зрения, известные зарубежные ученые, в частности Ильюшин А.А., Горшков А.Г., Шемякин Е.И., Гузь А.Н., Трояновский И.Е., Кийко И.А., Булычев Н.С., Балсон Ф.С., Гринченко В.Т., Молотков Л.А., Новичков Ю.И., Петрашень Г.И., Матвеев В.П., Шардаков Ш.М., Дорман И.Я., Оганесов Г.И. и другие ученые внесли большой вклад в развитие теории распространения волн. Большой вклад в изучение этих проблем внесли, в том числе, и узбекские ученые - Рахматулин Х.А., Урозбоев М.Т., Кабулов В.К., Рашидов Т.Р., Ширинкулов Т.Ш., Хожиметов Г.Х., Мубораков Я.Н., Мирсаидов М.М., Ишанходжаев А.А., Буриев Т., Мардонов Б.М., Султанов К.С., Маматкулов Ш.М., Бадалов Ф.Б., Мирзаев И., Мавлонов Т.М., Юлдашев Ш.С., Абдусаторов А., Сагдиев Х., Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Абдукадиров С., Худойназаров Х., Усаров М.К. и другие.

В настоящее время недостаточно разработаны методы оценки напряженно-деформированного состояния, учитывающие вязкостные характеристики среды и подземных сооружений, а также динамические характеристики и волновое нагружение.

---

<sup>2</sup> Указ Президента Республики Узбекистан от 29 октября 2020 года № УП-6097 "Об утверждении Концепции развития науки до 2030 года"

**Связь темы диссертации с исследовательскими планами вуза, в котором выполнена диссертация.** Диссертационное исследование выполнено в Ташкентском химико - технологическом институте в соответствии с планом научно - исследовательских работ на 2016-2020 годы и в рамках фундаментального научно-технического проекта № ОТ-Ф4-01 “Разработка и развитие теории методов исследования нелинейного динамического напряженно - деформационного состояния криволинейных отрезков многослойных композитных труб с текучестью вязкой жидкости под действием температурных и динамических нагрузок”.

**Целью исследования** является разработка методики, алгоритма и программы расчета, направленных на оценку характерных колебаний деформируемого сферического тела, находящегося в вязкоупругой среде, и напряженно-деформированного состояния, возникающего в сферическом теле под действием как падающей внешней волны, так и в вязкоупругой среде, а также совершенствование аналитических и численных методов расчета.

**Задачи исследования:**

- разработка методики и алгоритма определения затухающих собственных колебаний деформируемого сферического тела, взаимодействующего с вязкоупругой средой на основе условий поглощения волн Зоммерфельда в бесконечности, через функции Бесселя и Ханкеля, на основе комплексной арифметики уравнений математической физики;
- нахождение напряженно-деформированного состояния в деформируемом сферическом теле под действием гармонического нагружения, снижение амплитуды колебаний с использованием ядра вязкости Ржаницына-Колтунова;
- определение того, что контурные напряжения на свободной от напряжений внутренней поверхности сферического тела больше, чем другие составляющие напряжений, и что приложенные напряжения имеют максимальное значение в месте контакта;
- нахождение разницы между контурными напряжениями, создаваемыми продольными волнами на свободной поверхности сферического тела, и напряжениями, вызываемыми поперечными волнами, на основе численных результатов.

**Объектом исследования** является деформируемое сферическое тело, находящееся в контакте с вязкоупругой средой.

**Предметом исследования** являются характерные колебания деформируемых сферических тел при полном контакте с вязкоупругой средой и процессы определения напряженно-деформационного состояния, а

также динамические характеристики, обусловленные динамическим нагружением.

**Методы исследования.** В ходе исследований использовались методы механики деформируемого твердого тела и строительной механики, вычислительной математики, математического моделирования, методы программирования, «замораживания» для решения уравнений в частных производных, а также методы разделения переменных, Гаусса и Лапласа.

**Научная новизна исследования заключается в следующем:**

- разработаны методика и алгоритм определения затухающих собственных колебаний деформируемого сферического тела, взаимодействующего с вязкоупругой средой, на основе условий поглощения волн Зоммерфельда в бесконечности, через функции Бесселя и Ханкеля в комплексной арифметике уравнений математической физики;

- снижение амплитуды колебаний до 8-10 % найдено с использованием ядра Ряницына-Колтунова вязкости напряженно-деформационного состояния в деформируемом сферическом теле под действием гармонического нагружения;

- из численного анализа корней дисперсионного уравнения установлено, что на внутренней поверхности сферического тела, свободной от напряжений, контурные напряжения больше других составляющих напряжений, а максимальное значение экспериментальных напряжений равно на контакте;

- на основании полученных численных результатов определено, что контурные напряжения под действием продольных волн на свободной поверхности сферического тела на 18 % больше, чем напряжения под действием поперечных волн.

**Практические результаты исследования**

определяются развитием геофизических методов изучения полезных ископаемых, основанных на изучении характерных колебаний деформируемого сферического тела, взаимодействующего с вязкоупругой средой;

установлено, что длина сейсмических волн зависит от сейсмостойкости подземных пространственных сооружений, имеющих сферическую форму (и близкую к ней).

**Достоверность результатов исследования** объясняется правильной постановкой граничных условий, строгостью использования получаемых математических выражений, систематическим обоснованных методов, сравнением полученных решений с существующими решениями других исследователей и соответствием их результатам, а также практическим подтверждением.

## **Научная и практическая значимость результатов исследования**

Научная значимость результатов исследования объясняется внесением значительного вклада в развитие и совершенствование теории динамики волн, образующихся в деформируемом сферическом теле, взаимодействующем с деформируемой и окружающей средой.

Практическая значимость результатов исследований объясняется тем, что они дают возможность изучить новые закономерности оценки напряженно-деформационного состояния, формирующегося в окружающей среде и в деформируемом сферическом теле под действием нагрузок, и служат для решения и исследования практических вопросов на основе разработанных методов и расчетных программ.

**Внедрение результатов исследований.** Методы расчета динамического напряженно-деформированного состояния деформируемого сферического тела, находящегося в упругой и вязкоупругой средах, под действием динамических сил, разработанные в диссертации, использованы:

- при выполнении научного проекта в рамках научно-технических программ Бухарского государственного университета в 2017-2020 годах Ф4-02 - «Термодинамика моделей математической физики с бесконечным множеством положений (Математик физиканинг холатлар тўплами чексиз бўлган моделлар термодинамикаси)» (справка № 22 от 13.04.2023 г.), в частности:

- получения дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами из интегро-дифференциальных уравнений, полученных в сферической системе координат;

- для сравнения полученных аналитических решений под действием внешних периодических сил с решениями, полученными для классических ядер.

Применение научных результатов, полученных в диссертационной работе, дала возможность сравнения решений;

- при реализации фундаментального проекта ОТ-Ф4-01 «Разработка и развитие теории и методов исследования нелинейного динамического напряженно-деформированного состояния под действием температурных и динамических нагрузок криволинейных участков многослойных композитных труб, обтекаемых вязкой жидкостью», выполненного в 2016-2020 годах в Ташкентском химико-технологическом институте (исх. номер 1/04-60 - от 13 января 2023 года), в частности:

- при построении алгоритма вычисления специальных функций для определения собственных чисел и собственных векторов:

- из асимптотической формулы специальных функций комплексного аргумента;

- из методики получения решения волнового уравнения в сферической системе координат.

Применение научных результатов дало возможность определения опасных сечений и предотвращения резонансного явления криволинейной трубы с протекающей вязкоупругой жидкостью.

**Утверждение результатов исследований.** Результаты исследования обсуждались и апробировались на международных и республиканских конференциях, в том числе на 2-х международных и 3-х республиканских научно-практических конференциях.

**Публикация результатов исследования.** Всего по теме диссертации опубликовано 16 научных работ, в том числе 7 статей в научных изданиях, рекомендованных к публикации основных научных результатов докторских (PhD) диссертаций Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан, в том числе 2 в национальных и 5 в зарубежных журналах.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы и приложений. Объем диссертации составляет 106 страниц.

### **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ**

**Во введении** обосновываются актуальность и необходимость проведенного исследования, формулируются цели и задачи исследования, описываются объект и предмет, показывается совместимость с приоритетными направлениями развития науки и техники республики, раскрыта научная новизна и приведены практические результаты исследования, обосновывается достоверность полученных результатов, доказываются научная и практическая значимость, даются сведения о научном и практическом внедрении результатов исследования, сказано о структуре и объёме диссертации.

Первая глава диссертации **«Анализ литературы, посвященной исследованию линейных колебаний упругого сферического тела, взаимодействующего с окружающей средой»** раскрывает изученность в литературе динамических процессов, возникающих при нагружении гармоническими волнами вязкоупругого тела, находящегося в контакте с окружающей средой. Выводы сделаны на основе анализа существующих исследований. Применяемые методики и основные соотношения волновой динамики использованы для осесимметричного случая сферического тела и деформируемой среды. Прикладные методы и задачи волновой динамики изучаются в основном для осесимметричного случая сферического тела и деформируемой среды. Результаты анализа показали, что при воздействии гармонических волн на сферические конструкции формируется сложное волновое поле, а также что его изучение целесообразно только методами волновой динамики. В ряде случаев выявлено, что неучет вязкоупругих свойств среды и конструкций может привести к большим ошибкам в расчетах резонансных явлений, порождаемых воздействием гармонических волн.

В этой главе приведен обзор работ о воздействии упругих волн на сферическое тело.

Во второй главе диссертации «Постановка и методика решения задачи о собственных и вынужденных колебаниях вязкоупругих сферических тел, взаимодействующих с деформирующей средой» исследуется задача о нагруженных сферических телах гармоническими волнами. Эта глава состоит из трёх параграфов. В первом параграфе даются основные соотношения и постановка задачи. Во втором параграфе представлены методика и алгоритм решения задачи о воздействии гармонических волн на вязкоупругое сферическое тело, находящееся в контакте с окружающей средой. В третьем параграфе приведен алгоритм вычисления сферической функции Бесселя комплексного аргумента.

Пусть в безграничной вязкоупругой среде находится сплошное деформируемое сферическое тело радиусом  $a$  (рис. 1). Пусть  $(E_1, \nu_1, \rho_1)$  - физико-механические параметры среды, а параметры сферического тела –  $(E_2, \nu_2, \rho_2)$ . Задача решается в сферической системе координат. В этом случае система дифференциальных уравнений, описывающая динамическое напряженно-деформированное состояние тела и среды, в векторной форме примет вид

$$\begin{aligned}
 & (\lambda_{0j} + G_{0j}) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u} - (\lambda_{0j} + G_{0j}) \int_b^t (R_{\lambda_j}(t-\tau) + R_{G_j}(t-\tau)) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u}(\tau) d\tau \\
 & + \tilde{G}_{0j} \nabla^2 \vec{u} - G_{0j} \int_b^t R_{G_j}(t-\tau) \nabla^2 \vec{u}(\tau) d\tau + \vec{X} = \rho_j \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $\rho_j$  - плотность,  $R_{\lambda_j}(t-\tau)$  и  $R_{G_j}(t-\tau)$  – ядра релаксации и  $\lambda_{0j}, G_{0j}$  – мгновенные модули упругости,

$$b = \begin{cases} 0, & \text{при собственных колебаниях;} \\ -\infty, & \text{при установившихся вынужденных колебаниях;} \\ 0, & \text{при нестационарных колебаниях} \end{cases}$$

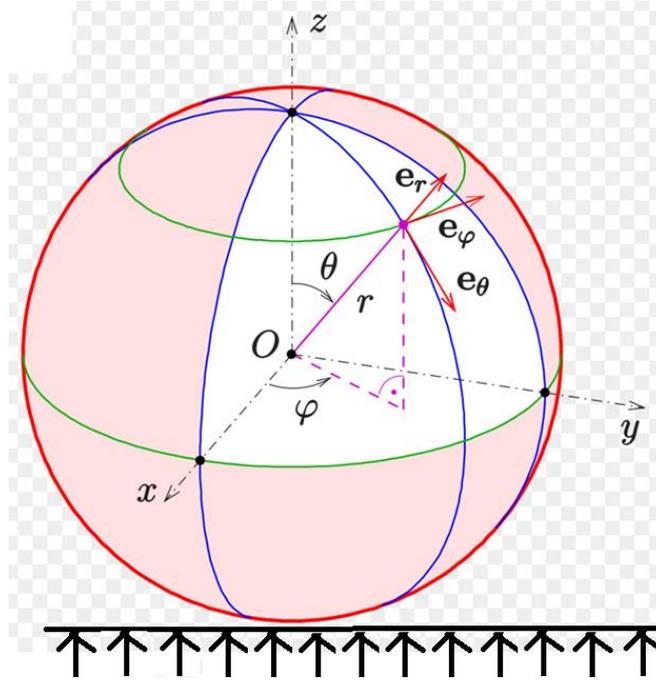


Рис. 1. Расчетная схема сферического тела, взаимодействующего с деформируемой средой.

В данной работе изучались динамические характеристики механической системы, когда два типа сфер находятся в контакте со средой и твердым телом, т. е. сфера находится в скользящем контакте, твердое тело замкнуто, а среда контактирует со средой через безмассовые элементы. При контакте сферического тела с вязкоупругой средой накладывалось условие строгого удержания ( $r=a$ )

$$\begin{aligned} \sigma_{rr1} = \sigma_{rr2}, \sigma_{r\theta1} = \sigma_{r\theta2}, \sigma_{r\phi1} = \sigma_{r\phi2}, \\ u_{r1} = u_{r2}, u_{\theta1} = u_{\theta2}, u_{z1} = u_{z2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Предположим, что в вязкоупругой среде распространяется сферическая волна.

$$\phi^{(p)} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n j_n(k_1 r) P_n(\mu) e^{-i\omega t}, \quad (3)$$

где  $j_n(kr)$  – сферическая функция Бесселя,  $P_n(\mu)$  – функция Лежандра.

Решение уравнения (1) представляется в виде

$$\vec{u}_j(r, \theta, \varphi, t) = \vec{U}_j(r, \theta, \varphi) e^{-i\omega t}, \quad (4)$$

тогда (1) принимает следующий вид

$$\begin{aligned} (\lambda_{0j} + G_{0j})(1 - \Gamma_{\lambda G_j}^{\square}(\omega_R)) \text{grad div } \vec{U}_j + \\ + \tilde{G}_{0j}(1 - \Gamma_{G_j}^{\square}(\omega_R)) \nabla^2 \vec{U}_j + \rho_j \omega^2 \vec{U}_j = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $\omega = \omega_R + i\omega_I$  – комплексная величина.

Полные потенциалы среды, окружающей сферическую среду, имеет

$$\text{вид: } \phi_1 = \phi_1^{(p)} + \phi_1^{(s)}, \quad \Psi_1 = \psi_1^{(s)}.$$

Рассмотрим теперь движение деформируемой сферы в вязкоупругой изотропной среде. Тогда произвольное векторное поле  $\vec{u}$  можно представить в виде

$$\vec{u}_j = \vec{U}_{pj} + \vec{U}'_{sj} + \vec{U}''_{sj}, \text{div} \vec{u} = 0.$$

В этом случае продольные перемещения представляет  $\vec{U}_{pj}$ , а поперечные  $\vec{U}'_{sj}$  и  $\vec{U}''_{sj}$ , которые принимают следующий вид:

$$\vec{U}_{pj} = \frac{1}{k_p} \text{grad} \Phi_0, \vec{U}'_{sj} = \frac{1}{k_s} \text{rotrot}(\vec{r}\psi_1), \vec{U}''_{sj} = \text{rot}(\vec{r}\psi_2).$$

Здесь  $\Phi_j; \vec{\psi}_{jk}$  ( $j=1,2; k=1,2$ ) удовлетворяет уравнению с комплексными коэффициентами при функциях

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\omega^2}{c_p^2} \Phi = 0, \quad (6)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial \psi_j}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial \psi_j}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial \varphi^2} + \frac{\omega^2}{c_s^2} \psi_j = 0.$$

Решение уравнений (6) ищем в виде

$$\begin{aligned} \Phi_j &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^n A_{mnj} h_n(k_{pj} r) P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi); \\ \psi_{1j} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^n B_{mnj} h_n(k_{sj} r) P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi); \\ \psi_{2j} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^n C_{mnj} h_n(k_{sj} r) P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $h_n(z)$  - сферическая функция Ханкеля;  $j=1,2$ ;  $j=2$  относится к сферическому телу, а  $j=1$  - к среде,  $P_n^m(\cos \theta)$  - присоединенная функция Лежандра первого рода  $m$ -й степени и  $n$ -ого порядка.

При вычислениях функции Лежандра ( $n \gg 1$ ) использовались асимптотические формулы

$$P_{n-1/2}(\cos \theta) = (2/\pi \sin \theta)^{1/2} [\cos(n\Delta - \pi/4) + \frac{\text{ctg} \theta}{8n} \sin(n\theta - \pi/4) + \theta(1/n^2)].$$

Для внешней задачи (линейных колебаний среды,  $j=1$ ) возьмём в качестве  $h_n(z)$  функцию Ханкеля второго рода

$$h_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} H_{n+1/2}^{(2)}(z),$$

которая выделяет на бесконечности ( $r \rightarrow \infty$ ) расходящиеся линейные колебания. Для внутренней задачи (линейных колебаний включения,  $j=2$ ) возьмём в качестве  $J_n(z)$  функцию Бесселя первого рода

$$J_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{n+1/2}(z) = j_n(z),$$

которая удовлетворяет условию ограниченности в нуле, т.е. напряжение в центре сферы удовлетворяет граничному условию. Если используется (6), то находим смещение сферического тела и окружающей среды. Если известны потенциалы смещений, находим смещение сферы и окружающей среды

$$\begin{aligned}
u_{rl} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ \frac{A_{mnl}}{k_{pl}r} D_1(k_{pl}r) + \frac{B_{mnl}}{k_{sl}r} n(n+1)h_n(k_{sl}r) \right] \Phi_n^m, \\
u_{\theta l} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ \left[ \frac{A_{mnl}}{k_{pl}r} h_n(k_{pl}r) + \frac{B_{mnl}}{k_{sl}r} D_2(k_{sl}r) \right] \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \theta} + C_{mnl} h_n(k_{sl}r) \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \varphi} / \sin \theta \right\}, \\
u_{\varphi l} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ \left[ \frac{A_{mnl}}{k_{pl}r} h_n(k_{pl}r) + \frac{B_{mnl}}{k_{sl}r} D_2(k_{sl}r) \right] \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \varphi} \frac{1}{\sin \theta} - C_{mnl} h_n(k_{sl}r) \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \theta} \right\},
\end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}
\Phi_n^m &= P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi), \\
D_1(z) &= nh_n(z) - zh_{n+1}(z), \\
D_2(z) &= (n+1)h_n(z) - zh_{n+1}(z).
\end{aligned}$$

Если смещения известны, соответствующие напряжения можно найти из потенциалов смещения

$$\begin{aligned}
\sigma_{rrl} &= \frac{2\bar{\mu}}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ \frac{A_{mnl}}{k_{pl}r} D_3(k_{pl}r) + \frac{B_{mnl}}{k_{sl}r} n(n+1)D_4(k_{sl}r) \right] \Phi_n^m, \\
\sigma_{r\theta l} &= \frac{2\bar{\mu}}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ \left[ \frac{A_{mnl}}{k_{pl}r} D_4(k_{pl}r) + \frac{B_{mnl}}{k_{sl}r} D_5(k_{sl}r) \right] \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \theta} + 0.5C_{mnl} \frac{D_4(k_{sl}r)}{\sin \theta} \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \varphi} \right\}, \\
\sigma_{r\varphi l} &= \frac{2\bar{\mu}}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left\{ \left[ \frac{A_{mnl}}{k_{pl}r} D_4(k_{pl}r) + \frac{B_{mnl}}{k_{sl}r} D_5(k_{sl}r) \right] \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \varphi} \frac{1}{\sin \theta} - 0.5C_{mnl} D_4(k_{sl}r) \frac{\partial \Phi_n^m}{\partial \theta} \right\},
\end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned}
D_3(z) &= (n^2 - n - \frac{1}{2}z^2) \cdot h_n(z) + 2zh_{n+1}(z), \quad D_4(z) = (n-1) \cdot h_n(z) - zh_{n+1}(z), \\
D_5(z) &= (n^2 - n - \frac{1}{2}z^2) \cdot h_n(z) + zh_{n+1}(z) \quad .
\end{aligned}$$

Интегральные константы  $A_{nm1}, B_{nm1}, C_{nm1}, A_{nm2}, B_{nm2}, C_{nm2}$ , полученные после интегрирования уравнений волн, представлены выше в виде коэффициентов и находятся из граничных условий (2). В этом случае мы получим систему однородных алгебраических уравнений, состоящую из шести уравнений с шестью неизвестными. Видно, что система неоднородных алгебраических уравнений является линейной и ее элементами являются комплексные величины. Определяющими элементами этой квадратной матрицы с шестью строками и шестью столбцами являются функции Лежандра и функции Бесселя и Ханкеля с комплексным аргументом

$$[C_2(c_{pj}, c_{sj}, R_{Ej}, a_j)] \{q\} = \{p\}, \quad (10)$$

где  $\{q\}$ - вектор, состоящий из произвольных констант,  $\{p\}$ - вектор-столбец, представляющий действие внешней падающей волны;  $[C]$ - квадратная матрица. Система алгебраических уравнений с комплексными

коэффициентами (10) решается по разработанному в диссертации алгоритму с использованием метода последовательной потери переменных Гаусса. Если не учитывать волну, то находятся частоты свободных колебаний сферического тела, находящегося в вязкоупругой среде. В этом случае (10) дает алгебраическое уравнение, состоящее из комплексных трансцендентных функций комплексного вида и решается только численными методами. Для решения уравнения (10) на каждой итерации используется метод Гаусса. Поэтому нет необходимости выразить определитель в полиномиальной форме. Комплексные корни могут быть быстро найдены методом Мюллера, при этом обеспечиваются высокая точность и сходимость.

Методы замораживания и разделения переменных, Мюллера, Гаусса и Лапласа использовались в диссертационной работе для решения частных производных интегро-дифференциальных уравнений механики деформируемого твердого тела. Задача решается на базе программы MAPLE и C++, Таким образом во второй главе приведена математическая постановка, методика решения и алгоритм задачи воздействие волн в сферических телах. При отсутствии падающих волн рассматриваются собственные колебания.

В третьей главе диссертации «**Собственные линейные колебания сферической неоднородности в вязкоупругой среде**» представлен алгоритм решения задачи о характеристических колебаниях сферического тела, взаимодействующего с вязкоупругой средой, и полученные численные результаты. представлен анализ. Рассмотрены радиальные, крутильные и сфероидальные собственные колебания задачи о собственных колебаниях деформируемого сферического тела, взаимодействующего с бесконечной вязкоупругой средой.

**1. Радиальные колебания.** При радиальном колебании сферического тела  $\sigma_{rr1} = \sigma_{rr2}$ ,  $u_{r1} = u_{r2}$  выгравированы условия контакта и условия поглощения Зоммерфельда на бесконечности. Метод решения задачи представлен во второй главе. В этом случае частотное уравнение радиальных колебаний сферического тела имеет вид

$$z_p z_{sp} z_\omega \operatorname{ctg}(z_p z_{sp} z_\omega) = 1 - \frac{z_\omega}{z_\rho} \frac{1 + iz_{sp} z_\omega}{z_\omega^2 + 4\left(\frac{1}{z_\mu} - 1\right)(1 + iz_{sp} z_\omega)}, \quad (11)$$

где  $z_\omega = \omega R / c_{s2}$  - безразмерная частота;  $z_s = ((c_{s2} \sqrt{\Gamma_{sk2}}) / (\sqrt{\Gamma_{sk1} c_{s1}}))$ ;  $z_\mu = \bar{\mu}_2 / \bar{\mu}_1 = \rho z_s$ ;  $z_{sp} = c_{s2} / c_{p2}$ ;  $z_p = c_{p2} / c_{p1}$ ,  $z_\rho = \rho_2 / \rho_1$ . Уравнение (11) решается численным методом (Мюллера). Решение (11) может быть комплексной величиной  $z_\omega = z_{\omega R} + iz_{\omega I}$  или абстрактной. Его действительная часть  $z_{\omega R}$  представляет собой частоту колебаний, а абстрактная часть  $z_{\omega I}$  представляет собой процесс затухания. Если  $z_\mu \rightarrow 0$  (радиальное колебание сферы) и  $z_\mu \rightarrow \infty$  - сферическая полость в деформируемой среде, то получаем

$$z_\omega \operatorname{ctg}(z_\omega) = 1 - \frac{z_\omega^2}{4z_{sp}^2}, \quad z_\omega^2 - 4iz_\omega - 4 = 0. \quad (11^*)$$

Первое из этих уравнений может быть решено численно, а второе — аналитически.

**2. Крутильные колебания.** Крутящий момент находится в вибрации  $u_r = 0$ , а  $\operatorname{div} \vec{u}$  не учитывается и просто принимает форму частотного уравнения

$$\begin{aligned} C_{mn1} h_n(k_{s1} R) &= C_{mn2} j_n(k_{s2} R), \\ \mu_1 C_{mn1} [(n-1)h_n(k_{s1} R) - (k_{s1} R)h_{n+1}(k_{s1} R)] &= \\ &= \mu_2 C_{mn2} [(n-1)j_n(k_{s2} R) - (k_{s2} R)j_{n+1}(k_{s2} R)]. \end{aligned} \quad (12)$$

Чтобы система однородных алгебраических уравнений (12) имела решение, получим трансцендентное уравнение, в котором частоты крутильных колебаний находятся по его главному определителю, равному нулю

$$[n-1-G_i(z_s)] - z_\mu [n-1-G_h(z_\omega)] = 0, \quad (13)$$

где  $G_i(t) = t j_{n+1}(t) / j_n(t)$ ,  $G_h(t) = t h_{n+1}(t) / h_n(t)$ .

Если  $z_\mu \rightarrow 0$ , то получим уравнение частоты крутильных колебаний сферы

$$n-1-G_i(z_s) = 0.$$

При  $z_\mu \rightarrow \infty$  можно найти частоты сферической полости.

**1. Сфероидальные колебания.** Для получения трансцендентного уравнения (частотного уравнения), описывающего такие колебания, радиальная составляющая смещения  $\operatorname{rot} \vec{u}$  должна быть равна нулю. В данном случае оно имеет вид определителя, согласно частотному уравнению, представляющему сфероидальные колебания

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{vmatrix} = 0, \quad (14)$$

Его элементы  $c_{ij} (i=1,2,3,4; j=1,2,3,4)$  имеют вид:

$$\begin{aligned} c_{11} &= n - G_i(z_p z_{sp} z_\omega), \quad c_{12} = n(n+1), \quad c_{13} = n - G_h(z_{sp} z_\omega), \quad c_{14} = n(n+1), \\ c_{21} &= 1, \quad c_{22} = n+1 - G_i(z_s z_\omega), \quad c_{23} = 1, \quad c_{24} = n+1 - G_h(z_\omega), \\ c_{31} &= n^2 - n - \frac{1}{2}(z_s z_\omega)^2 + 2G_i(z_p z_{sp} z_\omega), \quad c_{32} = n(n+1)[n-1-G_i(z_s z_\omega)], \\ c_{33} &= n^2 - n - \frac{1}{2}z_\omega^2 + 2G_h(z_{sp} z_\omega), \quad c_{34} = n(n+1)[n-1-G_h(z_\omega)], \end{aligned}$$

$$c_{41} = n - 1 - G_i(z_p z_{sp} z_\omega) \quad c_{42} = n^2 - 1 - \frac{1}{2}(z_s z_\omega)^2 + G_i(z_s z_\omega),$$

$$c_{43} = n - 1 - G_h(z_{sp} z_\omega), \quad c_{44} = n^2 - 1 - \frac{1}{2}z_\omega^2 + G_h(z_\omega),$$

где  $z_p = ((c_{p2} \sqrt{\Gamma_{pk2}}) / (\sqrt{\Gamma_{pk1} c_{p1}}))$  - соотношение продольных волн (внутри и снаружи сферического тела),  $z_{sp} = ((c_{s2} \sqrt{\Gamma_{sk2}}) / (\sqrt{\Gamma_{pk2} c_{p2}}))$  - отношение поперечных волн. Сфероидальные колебания сферы ( $z_\mu \rightarrow 0$ ) трансцендентного уравнения (14) имеют вид

$$\begin{vmatrix} n^2 - n - \frac{1}{2}(z_\omega)^2 + 2G_i(z_{spi} z_\omega) & n(n+1)[n-1 - G_i(z_\omega)] \\ n-1 - G_i(z_{spi} z_\omega) & n^2 - n - \frac{1}{2}(z_\omega)^2 + 2G_i(z_\omega) \end{vmatrix} = 0,$$

где  $z_{spi} = ((c_{s2i} \sqrt{\Gamma_{sk2i}}) / (\sqrt{\Gamma_{pk2i} c_{p2i}}))$ . Если  $z_\mu \rightarrow \infty$ , то приходим к уравнению частоты (сферическая полость в узкой упругой среде):

$$\begin{vmatrix} n^2 - n - \frac{1}{2}(z_\omega)^2 + 2G_h(z_{sph} z_\omega) & n(n+1)[n-1 - G_h(z_\omega)] \\ n-1 - G_h(z_{sph} z_\omega) & n^2 - n - \frac{1}{2}(z_\omega)^2 + 2G_h(z_\omega) \end{vmatrix} = 0.$$

Корни данных уравнений можно найти только численными методами. Численные расчеты получены для параметров сферического тела и среды:  $A_1 = 0.01, A_2 = 0.048, \beta_1 = \beta_2 = 0.05, \alpha_1 = \alpha_2 = 0.1$ . На рис. 2 показано уравнение (11) радиальных колебаний для значений корня  $\xi_R$  вариации  $\beta = E_1 / E_2$  в зависимости от параметров 1.  $z_\rho = \rho_1 / \rho_2 = 0.1$ ; 2.  $z_\rho = \rho_1 / \rho_2 = 0.5$ .

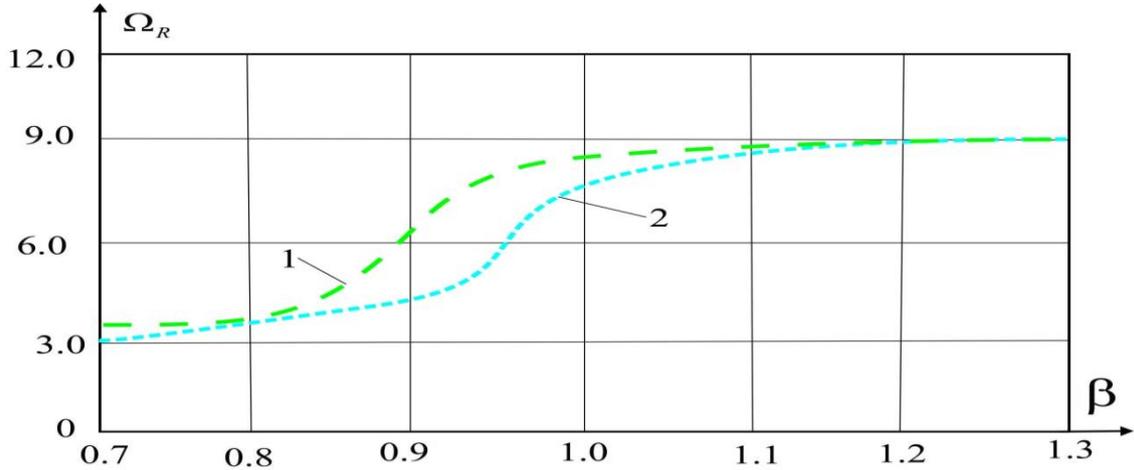


Рис. 2. Действительная часть безразмерной фазовой скорости  $\beta = E_1 / E_2$  меняется в зависимости от параметров: 1.  $z_\rho = \rho_1 / \rho_2 = 0.1$ ; 2.  $z_\rho = \rho_1 / \rho_2 = 0.5$ .

Из полученных численных результатов видно, что при  $\beta \geq 1.1$  действительная часть безразмерной фазовой скорости в радиальном колебании стремится к  $\xi_R = 9$  асимптотике в зависимости от параметра.

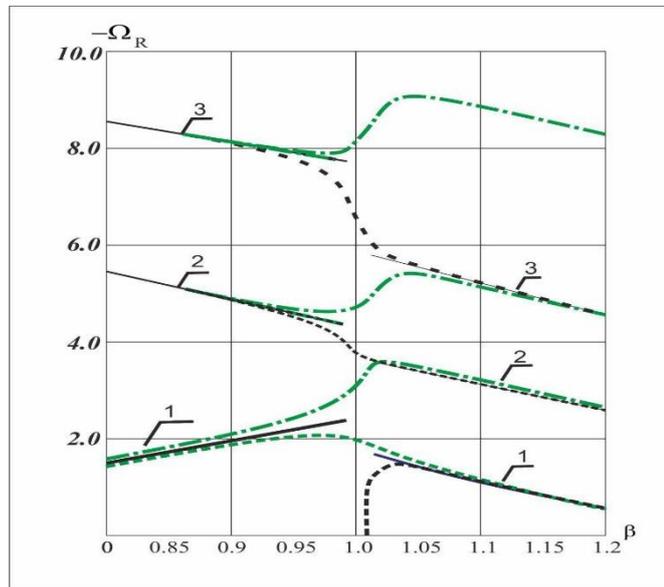


Рис. 3. Изменение частоты крутильных колебаний  $\beta = E_1 / E_2$  в зависимости от параметров:

1.  $R_{r_0} = a / r_0 = 5.0$ ; 2.  $R_{r_0} = a / r_0 = 10$ ; 3.  $R_{r_0} = a / r_0 = 20$ .

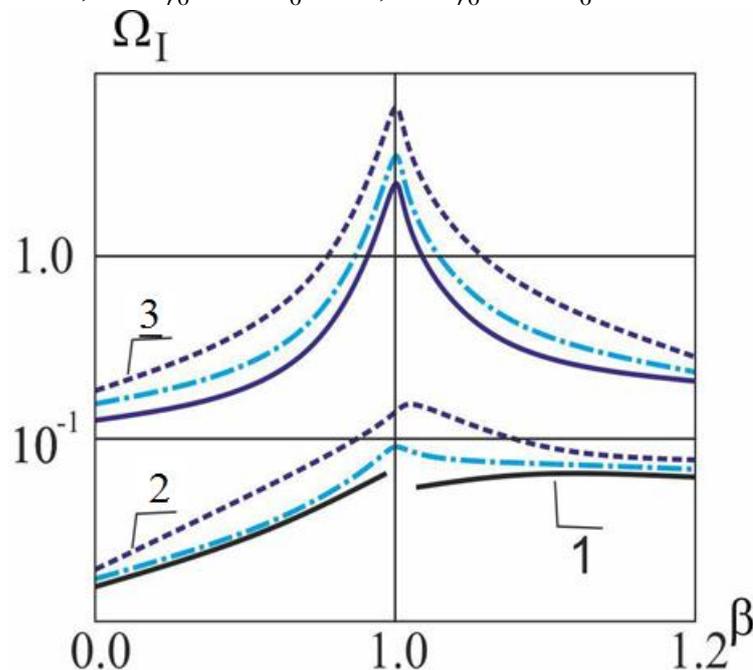


Рис. 4. Изменение абстрактной части частоты крутильных колебаний  $\beta = E_1 / E_2$  в зависимости от параметров:

1.  $R_{r_0} = a / r_0 = 5.0$ ; 2.  $R_{r_0} = a / r_0 = 10$ ; 3.  $R_{r_0} = a / r_0 = 20$ .

Видно, что изменение частоты  $\beta = E_1 / E_2$  носит немонотонный характер. Изменение вязкости  $\beta = E_1 / E_2$  сферического тела обеспечивает немонотонность изменения частоты. Таким образом, в данной главе был рассмотрен вопрос о характеристических колебаниях сферического тела в вязкоупругой среде.

Таким образом в третьей главе изучены собственные колебания сферических тел. Найдены частоты сферических тел в зависимости от физико

– механических характеристик механических систем. Обнаружено, что при  $\beta = 1.0$  коэффициент погашение энергии колебаний сферы принимает максимального значения.

В четвертой главе диссертации «Динамические напряжения и смещения вблизи сферического тела от гармонической волны» решены проблемы воздействия гармонических сферических волн на сферическое тело, взаимодействующее с вязкоупругой средой, разработана методика решения, и представлены алгоритм и численные результаты (рис. 5).

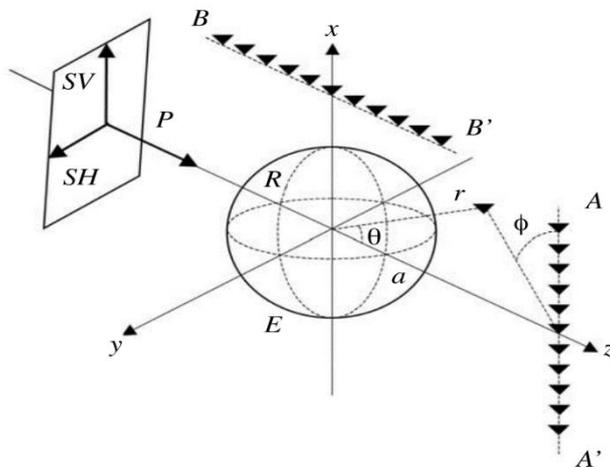


Рис. 5. Схема нагружения гармоническими волнами сферического тела, взаимодействующего с деформируемой средой.

Волна, распространяющаяся в среде, состоит из суммы падающей и отраженной волн. Они удовлетворяют волновым уравнениям (с комплексными коэффициентами или операторными коэффициентами), как представлено во второй главе. Данная задача удовлетворяет сферическую систему координат  $(r, \theta, \phi)$ . В качестве примера рассмотрим задачу о динамическом напряженно-деформированном состоянии под действием гармонической волны на сферическое тело, косимметричное относительно оси Oz. Тогда оператор Лапласа принимает следующий вид

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + 2 \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}.$$

Граничные условия задаются в виде (2). На бесконечности накладывается условие поглощения Зоммерфельда, падающая волна имеет вид (3). Поскольку падающая волна стремится к бесконечности, она представляет собой плоскую волну.

На рис. 6 представлена эпюра распределения контурных напряжений  $v_1 = 0.25$  при воздействии сферической волны на внутреннюю и внешнюю поверхности сферического тела, свободные от напряжений. Здесь непрерывная линия при падении сферической волны  $\alpha_1 a = 0.35$  в случае, когда  $\alpha_1 a = 1.5$  для внутренней поверхности, пунктирная (или горячая линия) внешняя контактная поверхность описывает распределение контурного напряжения.

Для случая плоской  $k_1 a = 3.25$  линии контакта внутренней поверхности при падении волны  $r/d = 1.5$  пунктиром (штриховой линией) контурное распределение напряжений на внешней поверхности контакта изображено на второй половине рис. 6.

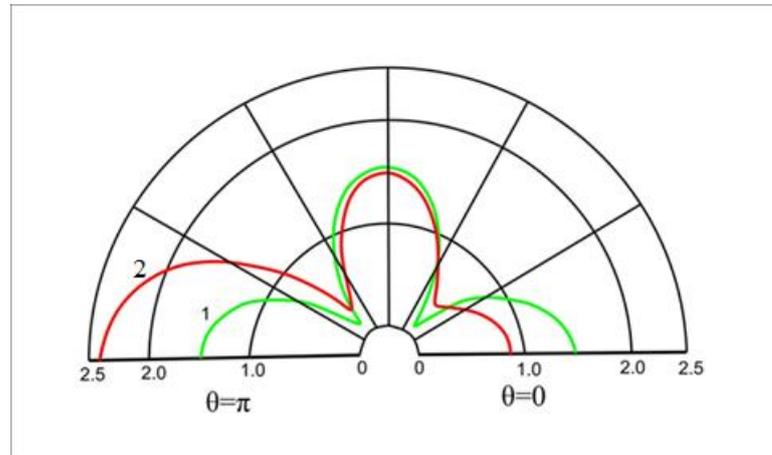


Рис. 6. Контурная эпюра распределения  $r = R$  напряжений  $|\sigma_{r\theta}^{\square}|$  при воздействии плоской волны на поверхность сферического тела, свободного от напряжений  $\nu_1 = 0.25; \rho^{\square} = 0.45$ . 1.  $\alpha_1 R = 0.35$ ; 2.  $\alpha_1 R = 1.5$

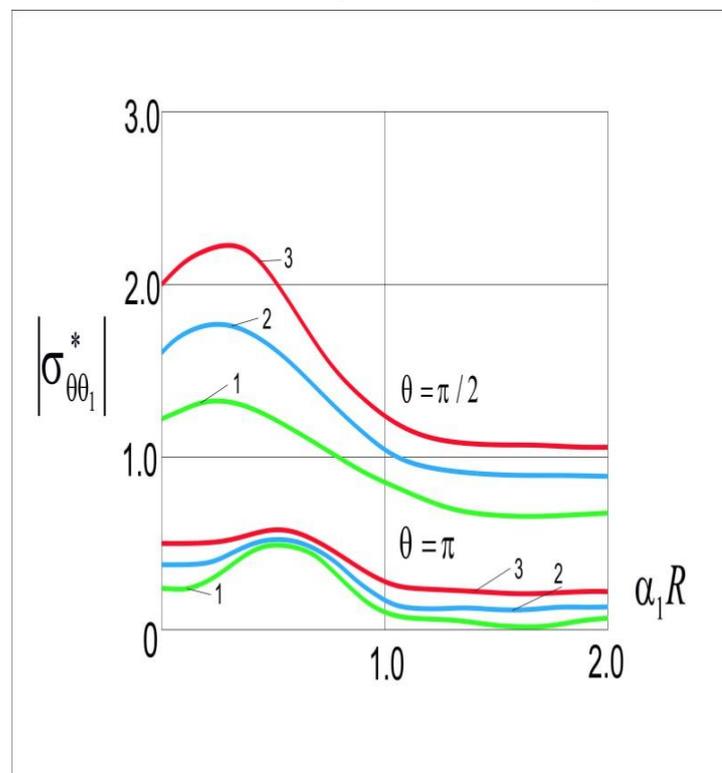


Рис. 7. Изменение контактных контурных напряжений  $|\sigma_{\theta\theta}^{\square}|$  в зависимости от продольного волнового числа  $\alpha R$  при различных значениях отношений плотностей ( $r = R$ ) ( $\phi = \pi/4$ ) ( $\nu_1 = 0.35$ ):

$$1. \rho^{\square} = 0.60, 2. \rho^{\square} = 0.55, 3. \rho^{\square} = 0.45.$$

На рис. 7 показано изменение концентрации напряжений при воздействии волны на свободную от напряжений внутреннюю поверхность сферического тела в зависимости от волнового числа для плоского гармонического волнового нагружения и проанализированы напряжения под действием гармонических волн.

Таким образом на этой главе изучены напряженно – деформированные состояния сферических тел и сред при воздействии продольных и поперечных волн.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного исследования по теме «Особенности линейных колебаний вязкоупругих сферических тел, взаимодействующих со средой» на соискание ученой степени доктора философии (PhD) сделаны следующие выводы:

1. Предложены математическая постановка, методика решения и алгоритмы для определения динамического напряженного-деформируемого состояния сферических тел, находящихся в вязкоупругой среде при воздействии гармонических нагрузок. Основные соотношения и уравнения движения в потенциалах перемещения сводятся к решению волнового уравнения. Решение выражается через сферические функции Бесселя и Ханкеля  $n$ -го порядка и функциями Лежандра. Разработана программа по определению собственной комплексной частоты и динамических сферических тел, окружающей их среды в зависимости от геометрических и физико-механических параметров системы, с учетом вязкоупругих свойств материала.

2. Предложены математическая постановка, методика решения, алгоритм и программы для определения комплексных собственных частот и форм колебаний в задаче о сферических телах, находящихся в вязкоупругой среде, с учетом реологических параметров механической системы.

3. Доказано, что возникающие напряжения и их распределение зависят от длины распространяющейся сейсмической волны. Например, в области длинных волн напряжения в сферическом теле увеличиваются до 20% по сравнению со статическим напряжённым состоянием. При учете вязкоупругих свойств материалов сферы и среды при динамическом расчете до 15% уменьшаются силовые факторы (напряжения и перемещения).

4. Контурные напряжения  $\sigma_{\theta\theta}$  на свободной поверхности сферической полости и тела достигают своего максимального значения  $90^\circ$  и  $270^\circ$  при воздействии продольных волн, а значений  $45^\circ$  и  $135^\circ$  - при поперечных волнах. Контурные напряжения  $\sigma_{\theta\theta}$  при воздействии поперечных гармонических волн на 18% больше, чем при воздействии продольных волн.

5. Максимальное напряжение, вызванное в сферическом теле, лежащем в вязкоупругой среде, происходит из-за поперечной волны, что значительно

больше, чем Р (продольные) волны, вместе взяты. Напряженное, деформированное, состояние окружающей среды, вызванное падающими волнами трех типов, - разное.

**SCIENTIFIC COUNCIL PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 ON AWARDING  
SCIENTIFIC DEGREES AT BUKHARA ENGINEERING AND  
TECHNOLOGICAL INSTITUTE**

---

**TASHKENT CHEMICAL-TECHNOLOGICAL INSTITUTE**

**ALMURATOV SHAVKAT NARPULATOVICH**

**FEATURES OF LINEAR OSCILLATIONS OF VISCOELASTIC  
SPHERICAL BODIES INTERACTING WITH A MEDIUM**

**01.02.04 – Mechanics of a deformable solid**

**DISSERTATION ABSTRACT OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD)  
ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

**Bukhara – 2023**

**The topic of the dissertation of Doctor of Philosophy (PhD) in physical and mathematical sciences is registered with the Higher Attestation Commission under the Ministry of Higher Education, Science and Innovation of the Republic of Uzbekistan for B2022.3.PhD/FM464**

The dissertation has been prepared at Tashkent of Chemical Technology Institute

The abstract of the dissertation is posted on the website of the Bukhara Institute of Engineering and Technology ([www.buxmti.uz](http://www.buxmti.uz)) and on the Information and educational portal "ZiyoNET" ([www.ziynet.uz](http://www.ziynet.uz)) in three languages (Uzbek, Russian, English (summary)).

**Scientific adviser:** **Safarov Ismoil Ibroximovich**  
Doctor of Physical and Mathematical Sciences. Professor

**Official Opponents:** **Mirzayev Ibraxim**  
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

**Mavlanov To'lqin**  
Doctor of Technical Sciences, Professor

**Lead organization:** **Namangan engineering and construction institute**

The defense of the thesis will take place on "19" July 2023 at "09:00" hours at a meeting of the Scientific Council Phd.03/27.02.2021.FM.101.02 at the Bukhara Institute of Engineering and Technology at the address: 200100, Bukhara, st. K. Murtazaev, 15, building 1, room No.202. Phone: (+99865) 223-78-84; fax: (+99865) 223-79-72, e-mail: bmti\_info@edu.uz.

The dissertation can be found at the Information resource center of the Bukhara Engineering and Technology Institute (registered under the number No. 435.). (Address: Bukhara region, 200100, Bukhara, K. Murtazaev st., 15. Phone: (+99895) 604-44-70).

Abstract of dissertation sent out on "07" July 2023 year  
(mailing report № 1 on " 12 " July 2023 year)

**M.Kh.Teshaev.**

Chairman of the Scientific Council On awarding academic degrees d.ph-m.s., (DSc)

**Z.I.Boltayev**

Scientific Secretary of the Scientific Council On awarding academic degrees d.ph-m.s., (DSc)

**M.Z.Sharipov**

Chairman of the scientific seminar At the Scientific Council for awarding Academic Degrees d.ph-m.s.,(DSc), Professor.

## INTRODUCTION (abstract of the doctoral dissertation)

**The aim of the study** is to develop a methodology, algorithm and calculation program aimed at assessing the characteristic vibrations of a deformable spherical body located in a viscoelastic medium, and the strain -stress state that occurs in a spherical body under the action of an incident external wave, and in a viscoelastic medium, as well as improving analytical and numerical methods of calculation.

**The object of research** is a deformable spherical body in contact with a viscoelastic medium.

**The scientific novelty of the research is as follows:**

- developed a technique and algorithm for determining the damped natural oscillations of a deformable spherical body interacting with a viscoelastic medium, based on the conditions of absorption of Sommerfeld waves at infinity, through the Bessel and Hankel functions in complex arithmetic equations of mathematical physics;

- a decrease in the amplitude of oscillations to 8-10% was found using the Rjanitsin-Koltunov core of the viscosity of the stress-strain state in a deformable spherical body under the influence of harmonic loading;

- from the numerical analysis of the roots of the dispersion equation, it is established that on the inner surface of a spherical body free from stresses, contour stresses are greater than other component stresses, and the maximum value of experimental stresses is equal at the contact;

- based on the numerical results obtained, it was determined that the contour stresses under the action of longitudinal waves on the free surface of a spherical body are 18% greater than the stresses under the action of transverse waves.

**Implementation of research results.** Methods for calculating the dynamic strain - stress state of a deformable spherical body located in an elastic and viscoelastic medium under the action of dynamic forces - "From the method of obtaining differential equations with complex coefficients from integra-differential equations obtained in the spherical coordinate system of the fundamental project on the topic "Thermodynamics of mathematical physics models with an infinite set of states" (reference No. 22 of 04/13/2023) and under the action of periodic external forces was used to compare the obtained analytical solutions with the solutions obtained for classical nuclei. As a result, by applying the scientific results obtained in the dissertation work, it was possible to conduct a comparative assessment of the amplitude of oscillations in elastic and viscoelastic media.

During the implementation of the fundamental project OT-F4-01 "Development and development of the theory of methods for studying a nonlinear dynamic strain - stress state under the influence of temperature and dynamic loads of curved sections of multilayer composite pipes flown around by a viscous fluid" was carried out in 2016-2020 at the Tashkent Institute of Chemical Technology used the created algorithm for searching for unique numbers and shapes (ref. number 1/04-60 - dated January 13, 2023). As a result, by applying the scientific results obtained in the dissertation work, it was possible to find and evaluate the resonant vibration frequencies of pipes flowing around elastic and viscoelastic fluids.

**The structure and scope of the dissertation.** The dissertation consists of an introduction, four chapters, a conclusion, a list of references and appendices. The volume of the dissertation is 106 pages.

**E'LON QILINGAN I SHLAR RO'YXATI**  
**СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ**  
**LIST OF PUBLISHED WORKS**

**I-bo'lim (I часть; part I)**

1. Kuldashov N.U., Ruzimov A.Sh, Teshaeв M.K., Almuratov Sh.N., Rayimov D.G. Active dynamic damping of vibrations of a mechanical system with a finite number of degrees of freedom // Journal of Physics: Conference Series, № 012040. – 2020. –№ 1706. –P. 1-9. (№3; IF=0.54).  
<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221198250>
2. Esanov N.Q., Almuratov Sh.N. Free vibrations of a spherical shell with a viscoelastic filler // Ilm sarchashmalari, Urganch Davlat Universitetining ilmiy metodik jurnali. – 2021. – №8. – 120-123 б. (01.00.00; №12).
3. Kuldashov N.U., Almuratov Sh.N., Rayimov D.G., Homidov F.F., Jalolov, F.B. Transverse forced vibrations of the plates, the dissipative properties of which are described memory functions // Journal of Physics: Conference Series. –№ 012062. . – 2020. –№ 1706. –P. 1-14. (№3; IF=0.54).  
<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221198250>
4. Safarov.I.I., Kulmuratov.N.R., Ishmamatov.M.R., Almuratov Sh.N., Axmedov.N.B. On the dynamic stressed-deformed state of isotropic rectangular plates on an elastic base with vibration loads // International Scientific Journal Theoretical & Applied Science, Philadelphia. – 2020. – Vol.107, Issue:09 (113). – P. 362-367. (IF=7.184). <https://www.researchgate.net/profile/Safarov-Ismoil-2/publication/340089645>
5. Safarov I.I, Almuratov Sh.N., Teshaeв M.Kh, Homidov F.F, Rayimov D.G. On the dynamic stress-strain state of isotropic rectangular plates on an elastic base under vibration loads // Indian Journal of Engineering, ISSN 2319–7757 EISSN 2319–7765. – 2020. –№17(47). –P. 127-133. (IF=5.54).  
[https://discoveryjournals.org/engineering/current\\_issue/2020/v17/n47/A9.pdf](https://discoveryjournals.org/engineering/current_issue/2020/v17/n47/A9.pdf)
6. Yunusov G. G., Esanov N. Q., Almuratov Sh. N., Ablokulov Sh.Z., Sobirova R. On numerical simulation of vibrations in radio-electronic structures // American Institute of Physics: Conference Proceedings. –USA. – 2022. – Vol. 2467. –P.1-10. 060038.(№1; IF=0.7).  
<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221198250>
7. Almuratov SH.N. Особенности линейных колебаний вязкоупругой сферической оболочки // Ilm sarchashmalari, Urganch Davlat Universitetining ilmiy metodik jurnali. – 2023. – №2. 10-13 б. (01.00.00; №12).

## II bo‘lim (II часть; part II)

8. Esanov N.Q., Almuratov SH.N., Jurayev O‘.SH. Free vibration of three-layer shallow spherical shells // International journal of theoretical and practical research. –2022. –Vol.2, Issue:2 (113). –P. 52-56 (IF=8.7).

9. Almuratov Sh.N. Radial vibrations of a viscoelastic spherical shell // Universum: технические науки научный журнал. –М., Изд. «MSHO». –2022. – № 3(96). –С. 3-7. – DOI: 10.32743/UniTech.2022.96.

10. Эсанов Н.К., Алмуратов Ш.Н., Яхшибоев Ш.Р. Собственные колебания криволинейных участков трубопроводов с протекающей жидкостью // Проблемы архитектуры и строительства. – 2020. – №3. – С. 120-123.

11. Сафаров И.И., Аблокулов Ш.З., Алмуратов Ш.Н., Ахмедов М.Ш., Умаров А.О. Демпфирование колебаний структурно- неоднородных многослойных пластин (оболочек), взаимодействующих со средой // Институт Математики имени В.И. Романовского АН Руз Бухарское отделение института Математики тезисы докладов конференции: Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых. Дифференциальные уравнения и родственные проблемы анализа. –Бухара. –2021. – С. 254-256.

12. Teshayev M.X., Almuratov SH.N., Ablokulov SH.Z. Влияние динамического гасителя на распределение областей параметрического и комбинационного резонанса // Toshkent arxitektura-qurilish instiuti Bino va inshootlar zilzilabardoshligining dolzarb muammolari Respublika ilmiy- amaliy anjuman materiallar to‘plami.– Toshkent. – 2020. –206-207 b.

13. Almuratov SH.N., Barotova N.S., Ashurova U.D. Собственные колебания сферических вязкоупругих тел в деформируемой среде // Toshkent Kimyo-texnologiya instituti mexanika va matematikaning amaliy muammolari Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi. –Toshkent. – 2022. – 92-94 b.

14. Алмуратов Ш.Н., Райимов Д., Сафаров И.И., Тешаев М.Х. О собственных крутильных колебаниях цилиндрической оболочки в вязкоупругой среде // Тезисы докладов XXVI Международного симпозиума. – Вятчи. – 2020. –Том 2. –С. 5-7.

15. Сафаров И.И., Кулдашов Н., Есанов Н.К., Алмуратов Ш.Н., Болтаев З.И. Собственные колебания вязкоупругих тороидальных оболочек с протекающей жидкостью // ABSTRACTS of the Uzbekistan-Malaysia international online conference Computational models and technologies. –Tashkent. –2020. –P. 343-344.

16. Алмуратов Ш.Н., Норпулатов М.И. Собственные колебания криволинейных участков трубопроводов с протекающей жидкостью // Тезиси докладов Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых. Дифференциальные уравнения и проблемы анализа. Институт Математики имени В.И. Романовского АН Руз Бухарское отделение. – Бухара. – 2021. – С. 189-190.



**Avtoreferat “West Media Express” MCHJ ning “UMID” nashriyotida tahrirdan o‘tkazildi va o‘zbek, rus, ingliz (rezyume) tillaridagi matnlar mosligi tekshirildi. (06.07.2023 y.)**

**Bosishga ruxsat etildi 06.07.2023. Qog‘oz bichimi 60x84 1/16.  
Temes New Roman garniturasida chop etildi.  
Hajmi 3 bosma taboq. Adadi 100 nusxa. Buyurtma № 54.**

**Nashriyot litsenziyasi: 1020-975F-6B22-8728-10C3-5364-5160**

**“West Media Express” MCHJ bosmaxonasida chop etildi.  
Bosmaxona manzili: Buxoro shahri,  
Qayum Murtazoyev ko‘chasi 15A uy.  
Tel: +998 33 080 39 00**

