

**“TIQXMMI” MILLIY TADQIQOT UNIVERSITETI QOSHIDAGI  
FUNDAMENTAL VA AMALIY TADQIQOTLAR INSTITUTI  
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI  
DSc.03/31.03.2022.T/FM.10.04 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

---

**URGANCH DAVLAT UNIVERSITETI**

**MO‘MINOV SOXIBJAN YUNUSOVICH**

**NORAVSHAN MUHITDA O‘ZARO DIFFUZIYA MASALALARINI SONLI  
MODELLASHTIRISH**

**05.01.07 – Matematik modellashtirish. Sonli usullar va dasturlar majmui**

**TEXNIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD) DISSERTATSIYASI  
AVTOREFERATI**

**Toshkent – 2023**

**Texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi avtoreferati  
mundarijasi**

**Оглавление автореферата диссертации  
доктора философии (PhD) по техническим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD)  
on technical sciences**

**Mo'minov Soxibjan Yunusovich**

Noravshan muhitda o'zaro diffuziya masalalarini sonli modellashtirish .....3

**Муминов Сохибжан Юнусович**

Численное моделирование задач взаимной диффузии в нечеткой среде.....25

**Muminov Sokhibjan Yunusovich**

Numerical modeling of mutual-diffusion tasks in a fuzzy environment .....49

**E'lon qilingan ishlar ro'uxati**

Список опубликованных работ

List of published works..... 53

**“TIQXMMI” MILLIY TADQIQOT UNIVERSITETI QOSHIDAGI  
FUNDAMENTAL VA AMALIY TADQIQOTLAR INSTITUTI  
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI  
DSc.03/31.03.2022.T/FM.10.04 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

---

**URGANCH DAVLAT UNIVERSITETI**

**MO‘MINOV SOXIBJAN YUNUSOVICH**

**NORAVSHAN MUHITDA O‘ZARO DIFFUZIYA MASALALARINI SONLI  
MODELLASHTIRISH**

05.01.07 – Matematik modellashtirish. Sonli usullar va dasturlar majmui

**TEXNIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD) DISSERTATSIYASI  
AVTOREFERATI**

**Toshkent – 2023**

**Texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Vazirlar mahkamasi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2022.4.PhD/T3286 raqam bilan ro'yxatga olingan.**

Dissertatsiya Urganch davlat universitetida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume)) Ilmiy kengash veb-sahifasida ([www.ifar.uz](http://www.ifar.uz)) va «Ziyonet» Axborot ta'lim portalida ([www.ziyonet.uz](http://www.ziyonet.uz)) joylashtirilgan.

**Ilmiy rahbar:**

**Muxamediyeva Dildora Kabilovna**  
texnika fanlari doktori, dotsent

**Rasmiy opponentlar:**

**Radjabov Sobirjon Sattorovich**  
texnika fanlari doktori.

**Boltibayev Shuxratjon Komiljanovich**  
texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD)

**Yetakchi tashkilot:**

**Toshkent davlat transport universiteti**

Dissertatsiya himoyasi "TIQXMMI" Milliy tadqiqot universiteti qoshidagi fundamental va amaliy tadqiqotlar institute huzuridagi ilmiy darajalar beruvchi DSc.03/31.03.2022.T/FM.10.04 raqamli ilmiy kengashning 20\_\_ yil «\_\_» \_\_\_\_\_ soat \_\_\_\_ dagi majlisida bo'lib o'tadi. (Manzil: 100000, Toshkent shahri, Qori Niyoziy ko'chasi 39-uy, Fundamental va amaliy tadqiqotlar instituti, 108-katta majlislar zali; Tel.: 71-237-09-61; e-mail: [info@ifar.uz](mailto:info@ifar.uz))

Dissertatsiya bilan "TIQXMMI" Milliy tadqiqot universiteti huzuridagi fundamental va amaliy tadqiqotlar instituti Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (\_\_\_\_ raqami bilan ro'yxatga olingan). (Manzil: 100000, Toshkent shahri, Qori Niyoziy ko'chasi, 39-uy, Fundamental va amaliy tadqiqotlar instituti, 205- kutubxona; tel.: 71 237-09-61

Dissertatsiya avtoreferati 2023-yil "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ kuni tarqatildi.  
(2023-yil "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ dagi \_\_\_\_ raqamli reestr bayonnomasi)

**B.J. Ahmedov**

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy  
kengash raisi f.-m.f.d., professor

**E. X. Karimbayev**

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy  
kengash ilmiy kotibi f.-m.f. bo'yicha PhD

**A.R. Hayotov**

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy  
kengash huzuridagi ilmiy seminar raisi  
f.-m.f.d., professor

## **KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi))**

**Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati.** Jahonda atrof-muhitni sho‘rlanish va namlik o‘zgarishi bo‘yicha qarorlar qabul qilishni qo‘llab quvvatlashga yo‘naltirilgan matematik modellar, samarali sonli algoritmlar va dasturiy majmualar ishlab chiqish masalalariga katta e‘tibor qaratilmoqda. Turli hududlar atmosferasida tuz va changning ko‘chishi va diffuziyasi jarayonini monitoring qilish, qaralayotgan hududning sho‘rlanish fon darajasi, ob-havo va iqlimiy sharoitlari hamda orografik xarakteristikalarini hisobga olgan holda atmosfera havosida tuz, chang va namlik konsentratsiyasining tarqalishini baholash va bashoratlash masalalari nazariy va amaliy jihatdan muhim ahamiyat kasb etadi. Shu sababli, dunyoning rivojlangan AQSH, Germaniya, Fransiya, Xitoy, Hindiston, Rossiya Federatsiyasi va boshqa mamlakatlarida atmosferada tuz va chang ko‘chishi, namlik o‘zgarishi va diffuziyasi jarayonini monitoring qilish va bashoratlash muammolari doimiy ravishda muhim ahamiyat kasb etib kelmoqda. Dunyoning yetakchi ilmiy maktablari tuz va changning atmosferada ko‘chishi va diffuziyasi jarayonlari qonuniyatlarini tadqiq qilish uchun matematik modellar va hisoblash algoritmlarini ishlab chiqish sohasida ilmiy izlanishlar olib borishmoqda. Ushbu tadqiqot ishlarida jarayonga ta‘sir etuvchi asosiy omillar, xususan havo oqimining tezligi, atrof-muhit harorati, zarrachalarning fizik-mexanik xususiyatlarini inobatga olgan holda ko‘chish tezliklari, shamol ta‘sirida tuproq eroziyasi, qaralayotgan hududning ob-havo va iqlim sharoitlari kabi omillarning ta‘siri o‘rganilmoqda.

Bugungi kunda ayniqsa butun dunyo bo‘yicha global ekologik muammo sifatida qaraladigan Orol dengizining qurib borishi oqibatida, orolbo‘yi hududlarida sezilarli ekologik muammolarni keltirib chiqarmoqda. O‘zbekiston Respublikasida atmosferada namlik kamayishi va tuz chang aralashmasining tarqalib borishi oqibatida mavjud ekotizimlarning ekologik muvozanati buzilishini oldini olish bo‘yicha keng ko‘lamli chora-tadbirlar olib borilmoqda. Prezidentimiz Shavkat Mirziyoyev tashabbusi bilan qabul qilingan 2018-2021-yillarda Orolbo‘yi hududini rivojlantirish bo‘yicha Davlat dasturi bu yerda ijtimoiy-iqtisodiy holatni yaxshilash, ekologik falokat oqibatlarini yumshatish bo‘yicha investitsiya loyihalarini o‘z vaqtida va samarali amalga oshirishga xizmat qilmoqda.

Xususan, 2017-2021 yillarda O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasida «... odamlarning ekologik xavfsiz muhitda yashashini ta‘minlash, ... atrof-tabiiy muhit, aholi salomatligi va genofondiga ziyon yetkazadigan ekologik muammolarni oldini olish, ... hududlarda yuzaga kelgan ekologik muammolarni hal etishning ta‘sirchan mexanizmlarini yaratish, ... tabiiy, texnogen va ekologik xarakterdagi favqulodda vaziyatlar ehtimolini monitoring va prognozlashtirishning yagona tizimini ishlab chiqish»<sup>1</sup> kabi vazifalarning qo‘yilishi, davlatimiz tomonidan ekologiya va atrof-muhit himoyasiga muhim e‘tibor qaratilganidan dalolat beradi. Bugungi kunda yuqorida keltirilgan vazifalarni amalga oshirish uchun zararli moddalarning tarqalishida

---

<sup>1</sup> O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi № PF – 4947 – sonli «O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida»gi farmoni

jarayonga ta'sir etuvchi turli omillarni inobatga olgan holda ifodalanuvchi adekvat matematik modellar, ekologik yuklamani baholash va bashorat qilishning samarali hisoblash algoritmlari, shuningdek atrof-muhitni muhofaza qilishga yo'naltirilgan boshqaruv qarorlarini qabul qilishga ko'maklashuvchi avtomatlashtirilgan tizimlarsiz tasuvvur qilib bo'lmaydi.

Ushbu tadqiqot ishi O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2018 yil 26 noyabrdagi 958-son «Ekologiya va atrof-muhitni muhofaza qilish sohasida ilmiy-tadqiqot bazasini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida»gi qarori va O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 30.11.2022 yildagi 686-son Birlashgan Millatlar Tashkilotining Taraqqiyot Dasturi va Global Ekologik Jamg'arma ishtirokida «Orol dengizi havzasi landshaftining tanazzul yerlarida barqaror hayotni ta'minlashni qo'llab-quvvatlaydigan asos sifatida ko'llar, suv-botqoq yerlar va qirg'oqbo'yi hududlarni saqlash hamda boshqarish» loyihasini amalga oshirishga doir chora-tadbirlar to'g'risidagi qarori, O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 27.09.2022 yildagi PQ-381-son «Orolbo'yi havzasida suv resurslarini iqlim o'zgarishiga mos holda boshqarish» loyihasini Osiyo taraqqiyot banki ishtirokida amalga oshirish chora-tadbirlari to'g'risida qarori, O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 18.01.2022 yildagi 31-son Orol dengizining suvi qurigan tubida va Orolbo'yi hududlarida «yashil qoplamalar»-himoya o'rmonzorlarini barpo etishning qo'shimcha chora-tadbirlari to'g'risidagi qarori, O'zbekiston Respublikasining, 12.01.2022 yildagi O'RQ-745-son Gidrometeorologiya faoliyati to'g'risida qonuni, O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2023 yil 29 apreldagi 170-son Qishloq xo'jaligi, melioratsiya va yo'l-qurilish texnikalaridan foydalanish sohasida davlat xizmatlari ko'rsatish tizimini takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risidagi, O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 29.03.2023 yildagi PQ-103-son Agrar sektorni zamonaviy qishloq xo'jaligi texnikalari bilan ta'minlashni rag'batlantirishning qo'shimcha chora-tadbirlari to'g'risida va boshqa ushbu sohada qabul qilingan me'yoriy-huquqiy hujjatlarda nazarda tutilgan maqsad va vazifalarni amalga oshirishga xizmat qiladi.

**Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo'nalishlariga mosligi.** Ushbu tadqiqot respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining IV. «Axborotlashtirish va axborot-kommunikasiya texnologiyalarini rivojlantirish» ustuvor yo'nalishiga mos ravishda bajarilgan.

**Muammoning o'rganilganlik darajasi.** Ko'pgina amaliy masalalar chegaraviy shart ostida berilgan xususiy hosilali chiziqsiz differensial tenglamalar yoki tenglamalar sistemasi ko'rinishida ifodalanadi. Ko'p o'lchovli bo'lgan bunday masalalarni ba'zi hollardagina analitik yechish mumkin. Shu sababli taqribiy yechish usullaridan foydalanish zarurati tug'iladi. Taqribiy hisoblash usullaridan foydalanib masalani yechish, olingan yechimni tahlil qilish va natijalarni vizuallashtirish qaralayotgan jarayon to'g'risida to'laroq tassavurga ega bo'lishimizga katta yordam beradi. Chegaraviy shartlar noravshan sonlar orqali berilgan hollarda qo'yilgan masalani o'rganish ishning ahamiyatini yanada oshiradi.

Nochiziqli differensial tenglamalar va ularning sistemalari bilan ifodalanuvchi jarayonlarning matematik modellashtirish metodologiyasining

fundamental jihatlari A.A. Samarskiy, V.A. Galaktionov, A.S. Kalashnikov, L.K. Martinson, R. Kershner, G.I. Baryenblatt, B.F. Knerr, Chen Xinfu, Y.W. Qi, J.Sh. Guo, I. Kombe, T. Kusano, T. Tanigava, S.N. Dimov kabi xorijiy olimlarning ishlarida yoritilgan.

O'zbekistonda nohiziqli tenglamalar va ularning sistemalari bilan ifodalanadigan diffuziya, biologik populyatsiya masalalarini yechish uchun matematik modellar va sonli algoritmlarni ishlab chiqish muammolari bilan M. M. Aripov, N. Ravshanov, A. T. Xaydarov, A. S. Matyakubov, Sh. A. Sadullayeva, Z. R. Raxmonov, D. K. Muhamediyeva va boshqa olimlar ishlarida o'rganilgan.

Ko'p yillik statistik ma'lumotlar va olimlar tomonidan ishlab chiqilgan matematik modellarning tahlili shuni ko'rsatadiki, bugungi kunda namlik va tuz (yoki chang)ning ko'chishi va diffuziyasi jarayonlarining ko'p o'lchovli ko'rinishdagi matematik modellari, namlik va tuz yoki changning fizik-mexanik xususiyatlarini inobatga olgan holda ularning tezliklarining vaqtga nisbatan o'zgarishi, qaralayotgan hududning muhit va iqlim omillari, front parametrlari, shuningdek vaqt va fazoviy o'zgaruvchilarga nisbatan yuqori tartibli approksimasiyani qo'llash asosida samarali hisoblash algoritmlarini ishlab chiqish masalalari yetarlicha o'rganilmagan.

**Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya bajarilgan oliy ta'lim yoki ilmiy tadqiqot muassasasining ilmiy-tadqiqot ishlari rejalari bilan bog'liqligi.** Dissertatsiya ishi Urganch davlat universiteti ilmiy tadqiqot ishlari doirasida bajarilgan.

**Tadqiqotning maqsadi** parabolik tipdagi nohiziqli xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemasi bilan ifodalanuvchi o'zaro diffuziya masalalarining chiziqsiz matematik modellarini sonli va analitik tarzda o'rganish, hududlarda namlik va tuz-chang ko'chishi holatlarini monitoring qilish va bashoratlash uchun matematik modellar, hisoblash algoritmlari va dasturiy majmuani ishlab chiqish hamda takomillashtirishdan iborat.

**Tadqiqotning vazifalari:**

hududlarda namlik va tuz-chang tarqalishi jarayonini matematik modellashtirish muammolari holatini tahlildan o'tkazish va ularning yechish yo'llarini izlash, namlik o'zgarishini hisobga olgan holda tuz-chang ko'chishi va diffuziyasi jarayoniga ta'sir etuvchi asosiy omillarni tadqiq qilish;

namlik va tuz-chang ko'chishi diffuziyasi jarayonini ifodalovchi chiziqsiz matematik model ishlab chiqish;

o'zaro diffuziya masalalarini ifodalovchi parabolik turdagi nohiziqli differensial tenglamalar sistemasi uchun avtomodel yechimlar qurish;

o'zaro diffuziya masalalarining yechimlari uchun muhit parametrlari, fazoning o'lchamlariga ko'ra baholashlar olish;

noravshan muhitdagi o'zaro diffuziya masalalarining yechimlari uchun muhit parametrlari, fazoning o'lchamlariga ko'ra baholashlar olish;

namlik o'zgarishini hisobga olgan holda tuz-chang ko'chishi va diffuziyasi jarayonini jarayonini tahlil qilish va bashoratlash masalalari bo'yicha dasturiy majmuani ishlab chiqish va kompyuterda hisoblash tajribalarini o'tkazish.

**Tadqiqotning obyekti** namlikni hisobga olgan holda tuz (yoki chang) diffuziyasi jarayonlari hisoblanadi.

**Tadqiqotning predmetini** matematik modellar, hisoblash algoritmlari va kompyuterda sonli hisoblashlar o'tkazish uchun dasturiy majmualar tashkil etadi.

**Tadqiqotning usullari.** Dissertatsiya tadqiqoti davomida differensial tenglamalar va matematik fizika, hisoblash matematikasi, matematik modellashtirish va hisoblash tajribalari usullari, shuningdek dasturiy majmualar ishlab chiqish uchun ob'jektga yo'naltirilgan dasturlash texnologiyalari qo'llanilgan.

**Tadqiqotning ilmiy yangiligi:**

namlik va tuz-chang ko'chishi diffuziyasi jarayonini ifodalovchi chiziqsiz matematik model ishlab chiqilgan;

o'zaro diffuziya masalalarini ifodalovchi parabolik turdagi noxiziqli differensial tenglamalar sistemasi uchun avtomodel yechimlar qurilgan;

o'zaro diffuziya masalalarining yechimlari uchun muhit parametrlari, fazoning o'lchamlariga ko'ra baholashlar olingan;

noravshan muhitdagi o'zaro diffuziya masalalarining yechimlari uchun muhit parametrlari, fazoning o'lchamlariga ko'ra baholashlar olingan.

**Tadqiqotning amaliy natijalari** quyidagilardan iborat:

Namlikni hisobga olgan holda tuz-chang ko'chishi va diffuziyasi jarayonini o'rganish, monitoring qilish va bashoratlash uchun matematik apparat va dasturiy majmua ishlab chiqilgan.

**Tadqiqot natijalarining ishonchliligi.** Tadqiqot natijalarining ishonchliligi namlikni hisobga olgan holda tuz-chang ko'chishi tenglamalar sistemasi va uning chegaraviy shartlari saqlanish qonunlariga qat'iy rioya qilib shakllantirilgani bilan izohlanadi. Sonli usullardan foydalanilganida approksimasiya aniqligi va hisoblash jarayonining yaqinlashish va turg'unlik shartlari yetarli darajada ta'minlangan, olingan sonli natijalar tabiat qonunlariga zid emas.

**Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati.** Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati namlikni hisobga olgan holda tuz-chang ko'chishi va diffuziyasi jarayonining yangi matematik modellarini iqlim omillarining o'zgarishlari, muhit va front parametrlari, qaralayotgan hududlarning sharoitlari hamda namlik va tuz-changning fizik va mexanik xususiyatlariga bog'liq ravishda ularning tezligi o'zgaruvchanligini inobatga olingan holda ishlab chiqilganligi, shuningdek, yuqori tartibli approksimasiyalashda vaqt va fazoviy o'zgaruvchilarga nisbatan fizik omillar bo'yicha mos qismlarga ajratish hamda chekli ayirmali usullar asosida samarali sonli algoritmlari ishlab chiqilganligidan iboratdir.

Dissertatsiya tadqiqotining amaliy ahamiyati namlikni hisobga olgan holda tuz-chang ko'chishi jarayonlarini kuzatish va bashoratlash, tabiiy va sun'iy manbalar tomonidan bo'ladigan ta'sirlarni tahlil qilish va yuzaga kelishi mumkin bo'lgan ekologik xavfni kamaytirish bo'yicha boshqaruv qarorlarini qabul qilishni qo'llab-quvvatlash uchun dasturiy majmuani ishlab chiqishda o'z aksini topgan.

**Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi.** O‘zaro diffuziya masalalarini sonli modellashtirish-monitoring qilish va bashoratlashning matematik modellari, hisoblash algoritmlari va dasturiy majmuasi asosida:

Muhit parametrlari berilgan holda o‘zaro diffuziya jarayonlarini, hususan namlikni hisobga olgan holda tuz va chang ko‘chishini, tuz va chang ko‘chishini hisobga olgan holda namlik o‘zgarishini jarayonlarini monitoring qilish va bashoratlash, o‘zaro diffuziya masalalarini ifodalovchi noxiziqli differensial tenglamalar sistemasi uchun qurilgan avtomodel yechimlar va ularning xossalaridan, yaratilgan dasturiy ta’minot sonli natijalaridan Rossiya federatsiyasi Udmurtiya davlat universitetining Matematika, axborot texnologiyalari va fizika institutida Грант РФФИ 20-01-00293 sonli loyiha doirasida foydalanilgan. (Udmurtiya davlat universitetining 2023-yil 21-apreldagi №7873-3981/32 ma’lumotnomasi)

O‘zaro diffuziya masalalarini ifodalovchi parabolik turdagi noxiziqli differensial tenglamalar sistemasi uchun qurilgan avtomodel yechimlar asosida namlik va tuz-chang ko‘chishi diffuziyasi jarayonini ifodalovchi chiziqsiz matematik modelning boshlang‘ich yechimlaridan, o‘zaro diffuziya masalalarining ikkinchi tartibli noxiziqli tenglamaga mos keladigan yechim uchun taklif qilingan va asoslangan baholash metodlaridan, masalani sonli yechishda dastlabki yaqinlashtirish masalasini iteratsion hal qilish algoritmlaridan 2017-2020 yillarda bajarilgan BV-Atex-2018(399+487) raqamli “Ikki komponentli muhitda diffuzion jarayonlarni sonli modellashtirish uchun amaliy dasturlar paketini yaratish (Создание трехмерной модели гидрологических процессов и пакета предложений для численного моделирования диффузионных процессов в двухкомпонентных средах)” mavzusidagi amaliy loyihada foydalanilgan. (Belarus-O‘zbekiston qo‘shma tarmoqlararo amaliy texnik kvalifikatsiyalar institutining 2023-yil 29-avgustdagi № 01-338/23 ma’lumotnomasi)

**Tadqiqot natijalarining aprobasiyasi.** Mazkur dissertatsiya ishi natijalari 5 ta xalqaro va 3 ta respublika ilmiy-amaliy anjumanlarida muhokamadan o‘tkazilgan.

**Tadqiqot natijalarining e’lon qilinganligi.** Dissertatsiya mavzusi bo‘yicha 17 ta ilmiy ish chop etilgan, O‘zbekiston respublikasi oliy ta’lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi oliy attestatsiya komissiyasining dissertatsiyalar asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 8 ta ilmiy maqola, jumladan 6 ta xorijiy va 2 ta respublika jurnallarida nashr qilingan, shuningdek 2 ta EHM uchun yaratilgan dasturiy mahsulotlarini qayd etish guvohnomalari olingan.

**Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi.** Dissertatsiya kirish, to‘rtta bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati va ilovalardan iborat. Dissertatsiyaning hajmi 120 sahifani tashkil etadi.

## DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida dissertatsiya ishining dolzarbligi va zaruriyati asoslangan, tadqiqot maqsadi va vazifalari hamda ob'jekt va predmetlari tavsiflangan, O'zbekiston Respublikasi fan va texnologiyasi taraqqiyotining ustuvor yo'nalishlariga mosligi ko'rsatilgan, tadqiqot ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning nazariy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarini joriy qilish ro'yxati, nashr etilgan ishlar va dissertatsiya tuzilishi bo'yicha ma'lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning «**Parabolik tipdagi sistemalar bilan tasvirlanadigan fizik jarayonlar**» nomli birinchi bobida parabolik turdagi chiziqsiz differensial tenglamalar va ularning sistemalari bilan ifodalanuvchi fizik jarayonlar haqida ma'lumotlar to'planib, o'rganilgan. Diffuzion tipdagi masalalar, ularning matematik ifodalanish hamda modellashtirish masalalari o'rganilgan. Diffuziya masalalari uchun chegaraviy shartlar va ularning turlari, chegaraviy shartlar uchun Furrye qonunlari o'rganilib, avtomodel yechimlar qurish bosqichlari keltirildi.

Konvektiv uzatishli o'zaro reaksiya-diffuziya sistemasi keltirilib, u uchun avtomodel sistemalar qurish bosqichlari ifodalangan teorema keltirilgan.

Konvektiv uzatish vaqtida  $u_i(t, x)$  ( $i = \overline{1, n}$ )  $n$  komponent holatida massaning balansining lokal tenglamalari sistemasi (1) formada yozilishi mumkin.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \nabla(u_{3-i}^{s_{3-i}} \nabla u_i) - \operatorname{div}(v_i(t)u_i) + \varepsilon u_i^{p_i} u_{3-i}^{q_i}, \quad (1)$$

$$t > 0, \quad x \in R^N, \quad i = (1-2)$$

uchun tenglamalar sistemasining avtomodel yechimlari

$$\frac{1}{2} \varphi_i \xi \frac{df_i}{d\xi} + \xi^{1-N} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^{N-1} f_{3-i}^{s_{3-i}} \frac{df_i}{d\xi} \right) + \psi_i (f_i^{p_i} f_{3-i}^{q_i} - f_i) = 0, \quad (2)$$

$$f_i(\xi) = \overline{f}_i(\xi) y_i(\eta), \quad \eta = -\ln(a - \xi^2), \quad \overline{f}_i(\xi) = A_i (a - \xi^2)^{\frac{1}{s_i}}, \quad (3)$$

(1) dan

$$\begin{aligned} & \left[ y_i' + a_{i1} y_i \right] + \left[ a_{i2} + a_{i6} y_{3-i}^{-s_{3-i}} + a_{i3} a_{3-i,1} + a_{i3} y_{3-i}^{-1} y_{3-i}' \right] \cdot \left[ y_i' + a_{i1} y_i \right] + \\ & + a_{i4} y_i y_{3-i}^{-s_{3-i}} + a_{i5} y_i^{p_i} y_{3-i}^{q_i - s_{3-i}} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

**Teorema 1.** (1.4) tenglamalar sistemasining yechimini mavjudligi uchun

$$y_i(\eta) = y_i^0 + o(1), \quad \eta \rightarrow +\infty, \quad i = 1, 2, \quad 0 < y_i^0 < +\infty \quad (5)$$

formasida chiziqsiz algebraik sistemalar yechimlari  $y_i^0$  ( $i=1,2$ ), sonlari bilan mos ravishda:

$$\begin{aligned}
1. l_i = 0, \quad b_{i1} + b_{i2} z_{3-i}^{-s_{3-i}} + b_{i3} z_i^{p_i-1} z_{3-i}^{q_i-s_{3-i}} &= 0, \\
2. l_1 = 0, l_2 > 0, \quad b_{11} + b_{12} z_2^{-s_2} + b_{13} z_1^{p_1-1} z_1^{q_1-s_2} &= 0, \quad b_{21} + b_{22} z_1^{-s_1} = 0, \\
3. l_1 > 0, l_2 = 0, \quad b_{11} + b_{12} z_2^{-s_2} &= 0, \quad b_{21} + b_{22} z_1^{-s_1} + b_{23} z_1^{q_2-s_1} z_2^{p_2-1} = 0, \\
4. l_i > 0, \quad b_{i1} + b_{i2} z_{3-i}^{-s_{3-i}} &
\end{aligned} \tag{6}$$

topildi.

Shu bilan birga noravshan funksiya va noravshan sonlar, ularning berilish usullari haqida ma'lumotlar keltirilib, noravshan funksiyani differensiallash algoritmi ko'rsatildi.

Dissertatsiyaning «**O'zaro diffuziya masalalarini sonli modellashtirish**» deb nomlangan ikkinchi bobida berilgan sohada o'zaro diffuziya masalasini ifodalovchi quyidagi masala o'rganilgan:

$$\Omega = \{(x, t) : -\infty < x < +\infty, 0 < t < T, T < \infty\} :$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_1 u^{\sigma_1} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - v^{\beta_1} \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p_1}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_2 v^{\sigma_2} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - u^{\beta_2} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{p_2}, \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} u(x, 0) = u_0(x), \\ v(x, 0) = v_0(x), \quad x \in R, \end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} u(0, t) = u_1(t), \quad u(1, t) = u_2(t), \\ v(0, t) = v_1(t), \quad v(1, t) = v_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \end{aligned} \tag{9}$$

Bu yerda  $\sigma_1, \sigma_2, \beta_1, \beta_2, p_1, p_2$  - berilgan haqiqiy sonlar (muhit va front parametrlari).  $D_1 u^{\sigma_1}, D_2 v^{\sigma_2}$  lar esa mos ravishda birinchi va ikkinchi muhitning chang (yoki tuz) va namlik o'tkazuvchanlik koeffitsientlari va chang (yoki tuz) va namlikning o'zgarish funksiyalari. (7)-(9) da  $D_1, D_2$  lar haqiqiy sonlar, noravshan muhit holda esa  $\tilde{D}_1 = \{d_1, L_1, R_1\}$  va  $\tilde{D}_2 = \{d_2, L_2, R_2\}$ .

(7) Sistemaning birinchi tenglamasi namlikni hisobga olgan holda tuz (yoki chang) ko'chishini, ikkinchi tenglamasi esa tuz yoki chang ko'chishini hisobga olgan holda, namlik o'zgarishini xarakterlaydi.

(7)-(9) tenglamalar sistemasi uchun quyidagi ko'rinishda avtomodel yechimlar qurildi:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= (T + t)^{n_1} \cdot f_1(\xi) = (T + t)^{n_1} \cdot (a + \xi)^{\gamma_1}, \\ v(x, t) &= (T + t)^{n_2} \cdot f_2(\xi) = (T + t)^{n_2} \cdot (a + \xi)^{\gamma_2}. \end{aligned} \tag{10}$$

$$n_1 = \frac{(p_1 - 2)(2p_2 - p_2\sigma_2 - 2) - 2\beta_1(p_2 - 2)}{(2p_1 - p_1\sigma_1 - 2)(2p_2 - p_2\sigma_2 - 2) - 4\beta_1\beta_2},$$

$$n_2 = \frac{(p_2 - 2)(2p_1 - p_1\sigma_1 - 2) - 2\beta_2(p_1 - 2)}{(2p_1 - p_1\sigma_1 - 2)(2p_2 - p_2\sigma_2 - 2) - 4\beta_1\beta_2}.$$

$$\gamma_1 = \frac{(\delta_2 - p_2 + 1)(2 - p_1) + \beta_1(2 - p_2)}{(\delta_1 - p_1 + 1)(\delta_2 - p_2 + 1) - \beta_1\beta_2},$$

$$\gamma_2 = \frac{(\delta_1 - p_1 + 1)(2 - p_2) + \beta_2(2 - p_1)}{(\delta_1 - p_1 + 1)(\delta_2 - p_2 + 1) - \beta_1\beta_2}.$$

Olingan yechimlarning yuqori bahosi uchun quyidagi teorema isbotlandi.

**Teorema 2.**

Agar  $\sigma_1 \geq 0$ ,  $\sigma_2 \geq 0$ ,

$$a^{\frac{\beta_1 + (1-\sigma_1)p_1 - 1}{\sigma_1} + \frac{p_1}{2}} \geq \frac{\left(\frac{n_1}{n_1\sigma_1 + 1} + \frac{1}{2}\right)}{(n_1\sigma_1 + 1)^{\frac{p_1 - 1}{2}}}, \quad \text{va} \quad a^{\frac{\beta_2 + (1-\sigma_2)p_2 - 1}{\sigma_2} + \frac{p_2}{2}} \geq \frac{\left(\frac{n_2}{n_2\sigma_2 + 1} + \frac{1}{2}\right)}{(n_2\sigma_2 + 1)^{\frac{p_2 - 1}{2}}},$$

$$u(t, 0) \leq u_+(t, 0),$$

$$v(t, 0) \leq v_+(t, 0), \quad x \in R$$

bo'lsa,  $u$  holda (7)-(9) masalaning global yechimlari mavjud va ular uchun quyidagi

baho o'rinli:  $u(x, t) \leq u_+(x, t) = (T + t)^{n_1} f_1(\xi)$ ,  $v(x, t) \leq v_+(x, t) = (T + t)^{n_2} f_2(\xi)$ .

2.2 paragrafda o'zaro diffuziya masalalarini ifodalovchi noxiziqli differensial tenglamalar sistemasining yana bir ko'rinishi o'rganildi.

Berilgan  $\Omega = \{(x, t) : -\infty < x < +\infty, 0 < t < T, T < \infty\}$  sohada o'zaro diffuziya jarayonini ifodalovchi quyidagi

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( v^{\sigma_1} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - v^{\beta_1} \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p_1}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( u^{\sigma_2} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - u^{\beta_2} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{p_2}, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} u(x, 0) = u_0(x), \\ v(x, 0) = v_0(x), \quad x \in R, \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} u(0, t) = u_1(t), \quad u(1, t) = u_2(t), \\ v(0, t) = v_1(t), \quad v(1, t) = v_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \end{aligned} \quad (13)$$

modelni qaraymiz.

$$n_1 = \frac{2(p_1 - 2)(p_2 - 1) - (p_2 - 2)(2\beta_1 - p_1\sigma_1)}{4(p_1 - 1)(p_2 - 1) - (2\beta_1 - p_1\sigma_1)(2\beta_2 - p_2\sigma_2)},$$

$$n_2 = \frac{2(p_1 - 1)(p_2 - 2) - (p_1 - 2)(2\beta_2 - p_2\sigma_2)}{4(p_1 - 1)(p_2 - 1) - (2\beta_1 - p_1\sigma_1)(2\beta_2 - p_2\sigma_2)}.$$

$$\gamma_1 = \frac{(2 - p_2)(\delta_1 - \beta_1) + (2 - p_1)(1 - p_2)}{(\delta_1 - \beta_1)(\delta_2 - \beta_2) - (1 - p_1)(1 - p_2)},$$

$$\gamma_2 = \frac{(2 - p_1)(\delta_2 - \beta_2) + (1 - p_1)(2 - p_2)}{(\delta_1 - \beta_1)(\delta_2 - \beta_2) - (1 - p_1)(1 - p_2)}.$$

Parametrlarning topilgan qiymatlari asosida (11-13) sistema uchun quyidagi

$$\begin{aligned} u(x, t) &= (T + t)^{n_1} \cdot f_1(\xi) = (T + t)^{n_1} \cdot (a + \xi)^{\gamma_1}, \\ v(x, t) &= (T + t)^{n_2} \cdot f_2(\xi) = (T + t)^{n_2} \cdot (a + \xi)^{\gamma_2}. \end{aligned} \quad (14)$$

avtomodel yechimlarga ega bo‘lamiz.

Dissertatsiyaning 2 bob 3-paragrafda o‘zaro diffuziya masalalarining nohiziqli differensial tenglamalar sistemasi avtomodel yechimlari asimptotikasi o‘rganildi.

Dissertatsiyaning «**O‘zaro diffuziya masalalari uchun chekli ayirmali sxemalar**» nomli uchinchi bobida parabolik turdagi nohiziqli differensial tenglamalar sistemalari bilan ifodalanuvchi o‘zaro diffuziya masalalari uchun chekli ayirmali sxemalar, chiziqsiz jarayonlarni modellashtirish usullari-ayirmali approksimasiya, haydash usullari haqida ma’lumotlar keltirildi.

Ayirmali sxema quyidagicha qurildi:

(7)-(9) masalani sonli yechishimiz uchun oshkormas sxemadan foydalanamiz. Buning uchun vaqt va fazo bo‘yicha quyidagi to‘rlarni quramiz.

Fazo bo‘yicha  $\bar{\omega}_h$  da  $x$  bo‘yicha  $h = \frac{2b}{n}$  qadamlar bilan:

$\bar{\omega}_h = \{x_i = -b + ih, x_j = -b + jh, i, j = 0, \dots, n\}$  to‘r quramiz. Vaqt bo‘yicha:

$\bar{\omega}_\kappa = \{t_j = j\kappa, \kappa > 0, j = 0, 1, \dots, m, \kappa m = T\}, T > 0$  to‘rdan foydalanamiz.

masalani sonli usulda yechish uchun oshkormas sxemadan foydalanamiz. Bu yerda approksimatsiya xatoligi  $O(h^2 + k)$

$$\begin{cases}
\frac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\kappa} = \frac{1}{h^2} \left[ D_{i+1} y^{j+1} y_{i+1}^{j+1} - y_i^{j+1} - D_i y^j y_i^{j+1} - y_{i-1}^{j+1} \right] + z_i^j \beta_1 \left| \frac{y_i^j - y_{i-1}^j}{h} \right|^{p_1} \\
\frac{z_i^{j+1} - z_i^j}{\kappa} = \frac{1}{h^2} \left[ M_{i+1} z^{j+1} z_{i+1}^{j+1} - z_i^{j+1} - M_i z^j z_i^{j+1} - z_{i-1}^{j+1} \right] + z_i^j \beta_2 \left| \frac{z_i^j - z_{i-1}^j}{h} \right|^{p_2} \\
i = 1, 2, \dots, n-1; j = 0, 1, \dots, m-1, \\
y_i^0 = u_0(x_i), z_i^0 = v_0(x_i), i = 0, 1, \dots, n; \\
y_0^j = \varphi_{11}(t_j), z_0^j = \varphi_{21}(t_j), j = 1, 2, \dots, m; \\
y_n^j = \varphi_{12}(t_j), z_n^j = \varphi_{22}(t_j), j = 1, 2, \dots, m;
\end{cases} \quad (15)$$

Yuqoridagi ayirmali sxemada  $D_i y$ ,  $M_i z$ , funksiyalar quyidagicha aniqlangan.

$$D_i(y) = \frac{\left( (u_{i-1}^j)^{\sigma_1} + (u_i^j)^{\sigma_1} \right)}{2}, \quad M_i(z) = \frac{\left( (v_{i-1}^j)^{\sigma_2} + (v_i^j)^{\sigma_2} \right)}{2}$$

(7)-algebraik tenglamalar sistemasini iteratsiyalar soniga bog'liq ravishda quyidagicha tasvirlab olamiz.

$$\frac{y_i^{r+1} - y_i^r}{\kappa} = \frac{1}{h^2} \left[ D_{i+1} \left( y^{r+1} \right) \left( y_{i+1}^{r+1} - y_i^{r+1} \right) \right] - \frac{1}{h^2} \left[ D_i \left( y^{r+1} \right) \left( y_i^{r+1} - y_{i-1}^{r+1} \right) \right] + (z_i^r)^{\beta_1} \left| \frac{y_i^r - y_{i-1}^r}{h} \right|^{p_1}$$

$$\frac{z_i^{r+1} - z_i^r}{\kappa} = \frac{1}{h^2} \left[ M_{i+1} \left( z^{r+1} \right) \left( z_{i+1}^{r+1} - z_i^{r+1} \right) \right] - \frac{1}{h^2} \left[ M_i \left( z^{r+1} \right) \left( z_i^{r+1} - z_{i-1}^{r+1} \right) \right] + (z_i^r)^{\beta_2} \left| \frac{z_i^r - z_{i-1}^r}{h} \right|^{p_2}$$

Bu yerda  $r = 0, 1, \dots$  iteratsiyalar soni. Iteratsiyalar soni quyidagi shart bajarilgunigacha davom qiladi.

$$\max_{0 \leq i \leq n} \left| y_i^{r+1} - y_i^r \right| < \varepsilon, \quad \max_{0 \leq i \leq n} \left| z_i^{r+1} - z_i^r \right| < \varepsilon$$

Haydash metodidan foydalanish uchun (15) da quyidagi belgilashlarni kiritib olamiz.

$$\begin{aligned}
A_{1i}^r &= \frac{\kappa}{h^2} (y_i^{j+1})^{\alpha_1} D_{i+1} \left( y^{j+1} \right), \quad A_{2i}^r = \frac{\kappa}{h^2} (z_i^{j+1})^{\alpha_2} M_{i+1} \left( z^{j+1} \right), \quad B_{1i}^r = \frac{\kappa}{h^2} (y_i^{j+1})^{\alpha_1} D_i \left( y^{j+1} \right), \\
B_{2i}^r &= \frac{\kappa}{h^2} (z_i^{j+1})^{\alpha_2} M_i \left( z^{j+1} \right)
\end{aligned}$$

$$C_{1i}^r = 1 + A_{1i}^r + B_{1i}^r, \quad C_{2i}^r = 1 + A_{2i}^r + B_{2i}^r, \quad F_{1i}^r = y_i^j + (z_i^j)^{\beta_1} \left| \frac{y_i^j - y_{i-1}^j}{h} \right|^{p_1},$$

$$F_{2i}^r = z_i^j + (z_i^j)^{\beta_2} \left| \frac{z_i^j - z_{i-1}^j}{h} \right|^{p_2}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

$$\begin{aligned}
& {}^r A_{1i} y_{i-1}^{j+1} - {}^r C_{1i} y_i^{j+1} + {}^r B_{1i} y_{i+1}^{j+1} = -{}^r F_{1i} \\
& {}^r A_{2i} z_{i-1}^{j+1} - {}^r C_{2i} z_i^{j+1} + {}^r B_{2i} z_{i+1}^{j+1} = -{}^r F_{2i} \\
& i = 1, 2, \dots, n-1
\end{aligned} \tag{16}$$

Endi esa berilgan nuqtalardan foydalangan holda, qolgan nuqtalarni quyidagi formulalardan foydalangan holda topamiz.

$$y_i^{j+1} = \alpha_{1i} (\beta_{1i} + y_{i+1}^{j+1}), z_i^{j+1} = \alpha_{2i} (\beta_{2i} + y_{i+1}^{j+1})$$

Bu yerda

$$\begin{aligned}
\alpha_{1i} &= \frac{A_{1i}}{C_{1i} - \alpha_{1,i-1} B_{1i}}, \alpha_{2i} = \frac{A_{2i}}{C_{2i} - \alpha_{2,i-1} B_{2i}}, \\
\beta_{1i} &= \frac{B_{1i} \alpha_{1,i-1} \beta_{1,i-1} + F_{1i}}{A_{1i}}, \beta_{2i} = \frac{B_{2i} \alpha_{2,i-1} \beta_{2,i-1} + F_{2i}}{A_{2i}}, i = \overline{2, n}
\end{aligned}$$

$i = 1$  bo'lganda  $\alpha_{11}, \alpha_{21}, \beta_{11}, \beta_{21}$  lar quyidagicha aniqlangan.

$$\begin{cases} \alpha_{11} = \frac{A_{11}}{C_{11}}, \beta_{11} = \frac{B_{11} \phi_{11} + F_{11}}{A_{11}} \\ \alpha_{21} = \frac{A_{21}}{C_{21}}, \beta_{21} = \frac{B_{21} \phi_{21} + F_{21}}{A_{21}} \end{cases}$$

(16) da haydash metodining turg'unlik sharti bajariladi.

$$\begin{cases} A_{1i} \neq 0, B_{1i} \neq 0, |C_{1i}| \geq |A_{1i}| + |B_{1i}| \\ A_{2i} \neq 0, B_{2i} \neq 0, |C_{2i}| \geq |A_{2i}| + |B_{2i}| \end{cases}$$

(7)-(9) masalani masalani ko'p o'lchovli holda sonli sonli yechish uchun o'zgaruvchan yo'nalishli metodlardan biri "bo'ylama-ko'ndalang" ayirmali sxema- "Pismen-Reychford" sxemasidan foydalanilgan. Dissertatsiya 3 bob 4-paragrafida noravshan differensial tenglamalar va ularni sonli yechishga bo'lgan yondashuvlar tadqiq qilindi.

Dissertatsiyaning « **O'zaro diffuziya masalalarini yechish uchun dasturiy majmua yaratish va hisoblash eksperimenti** » nomli to'rtinchi bobida ishlab chiqilgan o'zaro diffuziya masalalarini sonli yechish uchun yaratilgan matematik modellar asosida kompyuterda hisoblash tajribalarini o'tkazish uchun dasturiy majmua ishlab chiqilgan. Ushbu dasturiy majmua muhit va front parametrlariga bog'liq ravishda o'zaro diffuziya masalalari uchun hisoblash tajribalarini o'tkazish imkonini beradi.

Dasturiy majmua zamonaviy Python dasturlash tilining turli muharrirlaridan foydalanilgan bo'lib, dasturiy majmua zamonaviy kutubxonalar va olingan natijalarni vizuallashtirish uchun Matplotlib kutubxonasidan foydalanilgan holda yaratilgan.

Dissertatsiyaning 4 bob 1-paragrafida noravshan funksiyani va noravshan boshlang'ich masalani Runge-Kutta usuli yordamida yechildi.

Noravshan funksiyani va noravshan boshlang'ich masalani  $[0;1]$  oraliqda  $h = 0.1$  qadam bilan Runge-Kutta usuli yordamida yeching.

$$\begin{cases} y' = \{1; 0,1; 0,2\} x + \{2; 0,1; 0,3\} y \\ y(0) = \{1; 0,2; 0,3\} \end{cases}$$

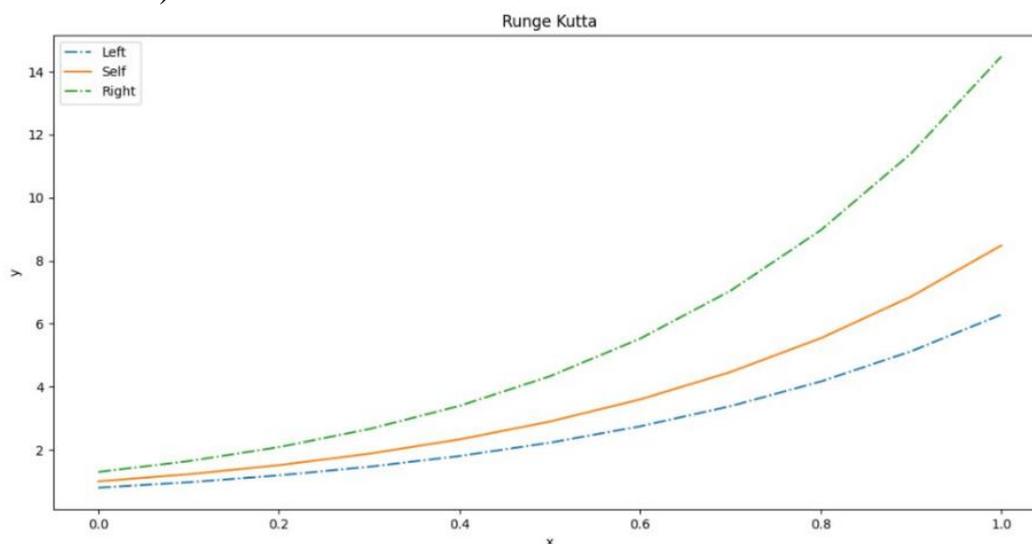
1-jadval.

Runge Kutta usuli orqali L-R tipidagi noravshan sonlar uchun koeffitsiyentlar.

	x (left)	x (self)	x (right)	y (left)	y (self)	y (right)	f (left)	f (self)	f (right)
0	0	0	0	0,8	1	1,3	1,52	2	2,99
1	0,1	0,1	0,1	0,9722	1,22675	1,64266	1,93717	2,5535	3,89812
2	0,2	0,2	0,2	1,19034	1,51477	2,08742	2,44164	3,22954	5,04107
3	0,3	0,3	0,3	1,46403	1,87763	2,66069	3,05166	4,05527	6,47958
4	0,4	0,4	0,4	1,80491	2,3319	3,39569	3,78933	5,0638	8,29008
5	0,5	0,5	0,5	2,22703	2,89781	4,33425	4,68136	6,29563	10,5688
6	0,6	0,6	0,6	2,74739	3,60009	5,529	5,76004	7,80018	13,4367
7	0,7	0,7	0,7	3,38654	4,46892	7,04621	7,06443	9,63784	17,0463
8	0,8	0,8	0,8	4,16935	5,54118	8,96925	8,64176	11,8824	21,5893
9	0,9	0,9	0,9	5,12587	6,86191	11,4031	10,5491	14,6238	27,3071
10	1	1	1	6,29244	8,48611	14,4798	0	0	0

Bu holda noravshan sonning o'ng va chap atroflariga mos ravishda, funksiyaning ham chap va o'ng chegaradagi qiymatlariga mos grafiklari ham keltirilgan. (1-jadval)

1-rasmda olingan qiymatlarga mos funksiyalar grafiklari keltirilgan. (chap va o'ng chegaralari bilan)



1-rasm. Runge Kutta usuli orqali noravshan sonlarda funksiya grafiklari

4.3 paragrafda Xususiy hosilali differensial tenglamani noravshan to'plamlar yordamida yechish algoritmi keltirildi.

Quyidagi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (17)$$

$$u(x, 0) = \{0, 2; 0, 01; 0, 02\} x(1-x) \sin(\pi x), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (18)$$

$$u(0, y) = 0 \quad u(1, y) = 0 \quad (19)$$

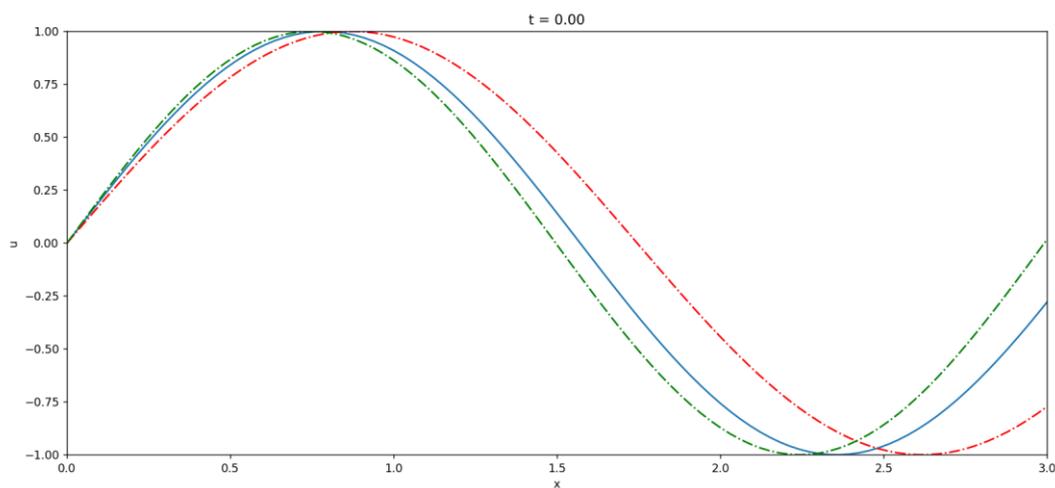
chegaraviy masalani to‘r metodi bilan  $h = l = 0,1$  deb yeching.

2-jadval.

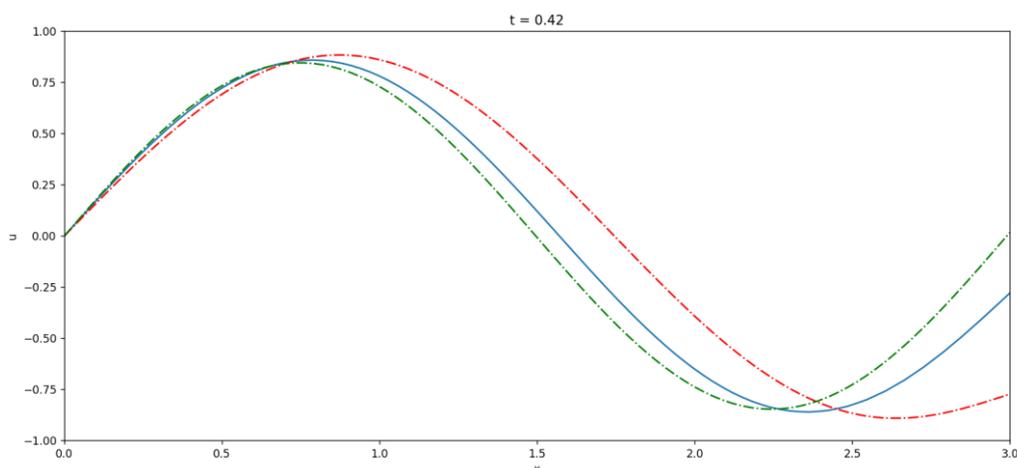
$x_i$  larga mos  $y_i$  lar qiymatlari

$y_j/x_i$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0	0	0,0056	0,0188	0,0340	0,0457	0,0500
L	0	0,0094	0,0198	0,0323	0,0420	0,0457
2l	0	0,0142	0,0229	0,0278	0,0323	0,0340
3l	0	0,0135	0,0222	0,0229	0,0198	0,0189
4l	0	0,0080	0,0135	0,0142	0,0095	0,0056
5l	0	0	0	0,0001	0	0,0001

2-3 rasmlarda ko‘k rangda funksiya asosiy qiymatlariga, qizil rangda noravshan sonning chap chegarasiga, yashil rangda noravshan sonning o‘ng chegarasiga mos grafiklar tasvirlangan.



2-rasm.  $t=0$  holatdagi funksiyalar grafiklari



3-rasm.  $t=0,42$  holdagi funksiyalar grafiklari

Dissertatsiya ishining 4-bob 4-paragrafida hisoblash eksperimentlari o‘tkazilib, natijalar tahlil qilindi.

(7)-(9) sistemaning (10) avtomodel yechimlaridan boshlang‘ich va chegaraviy shartlar sifatida foydalanib, iteratsiya va haydash usullari orqali sonli natijalar olindi. Bu natijalarga mos grafiklar quyida keltirilgan (keltirilgan grafiklarda gorizontaal o‘q-  $x$  o‘zgaruvchining, vertikal o‘q esa  $u$  va  $v$  funksiyalar qiymatlarini o‘zida aks ettirgan).(7)-(9) modelda muhit parametrlari noravshan son bilan ifodalangan holda:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \{1;0,1;0,12\} u^{\sigma_1} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - v^{\beta_1} \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p_1}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \{1;0,12;0,1\} v^{\sigma_2} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - u^{\beta_2} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{p_2}, \end{cases}$$

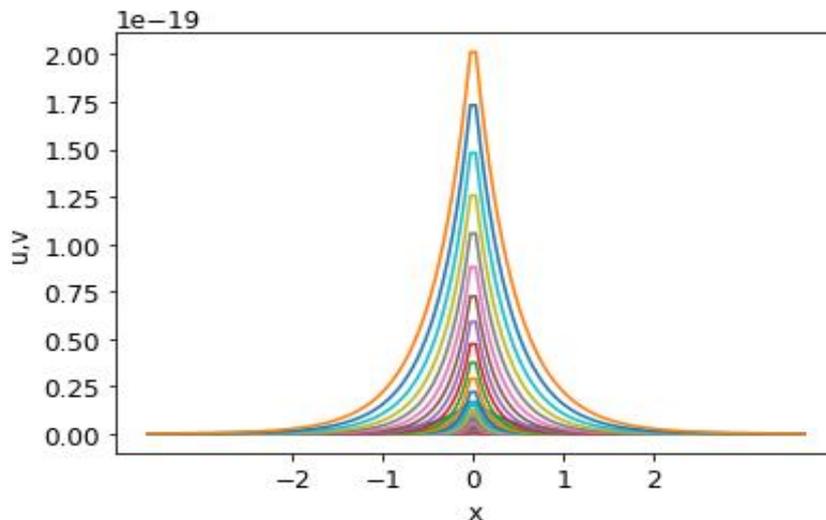
$$\begin{cases} u(x,0) = u_0(x), & u(0,t) = u_1(t), & u(1,t) = u_2(t), \\ v(x,0) = v_0(x), & v(0,t) = v_1(t), & v(1,t) = v_2(t), \end{cases} \quad x \in R, \quad 0 \leq t \leq T,$$

(10) avtomodel yechimlar uchun  $f_1, f_2$  funksiyalar

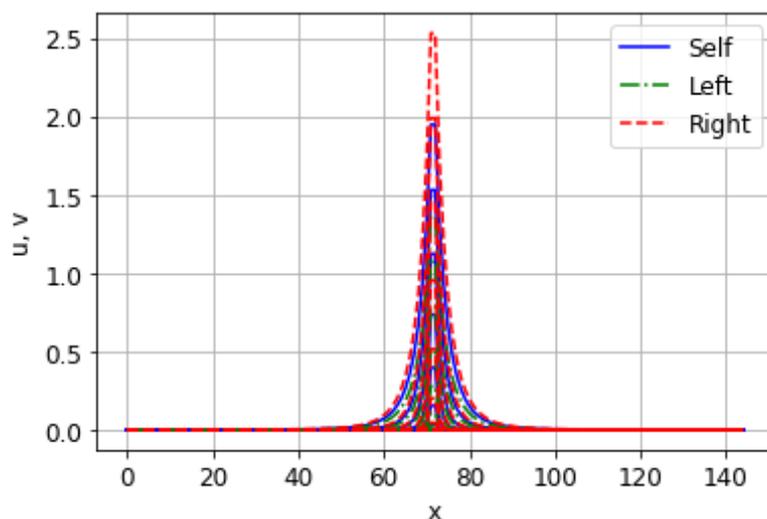
$$f_1 = (a + \xi)^{\gamma_1}, \quad f_2 = (a + \xi)^{\gamma_2}$$

qiymatlarni qabul qilgan hollari uchun, parametrlarni berilgan qiymatlarida quyidagi natijalar olindi. Shu bilan birga yuqorida olingan natijalarda muhit parametrlarini ifodalovchi parametrlar noravshan son holatda olingan chizmalar (self asosiy qiymatlarga, left-chap chegaradagi qiymatlarga, Right- o‘ng chegaradagi qiymatlarga mos nuqtalardan tuzilgan grafiklar)

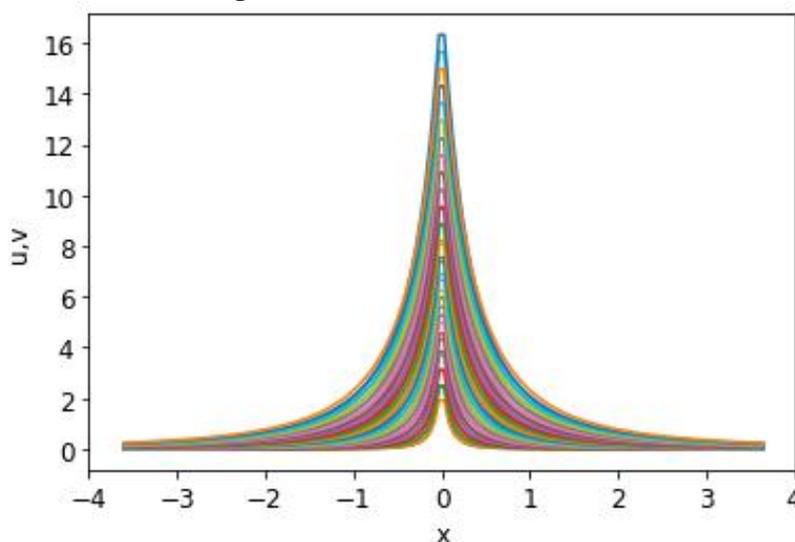
Parametrlarning  $\sigma_1 = 4, \sigma_2 = 5, \beta_1 = 2.2, \beta_2 = 2.1, p_1 = 2.87, p_2 = 3.76, a = 3.5$  qiymatlariga mos grafiklar 4-5 rasmlarda keltirilgan.



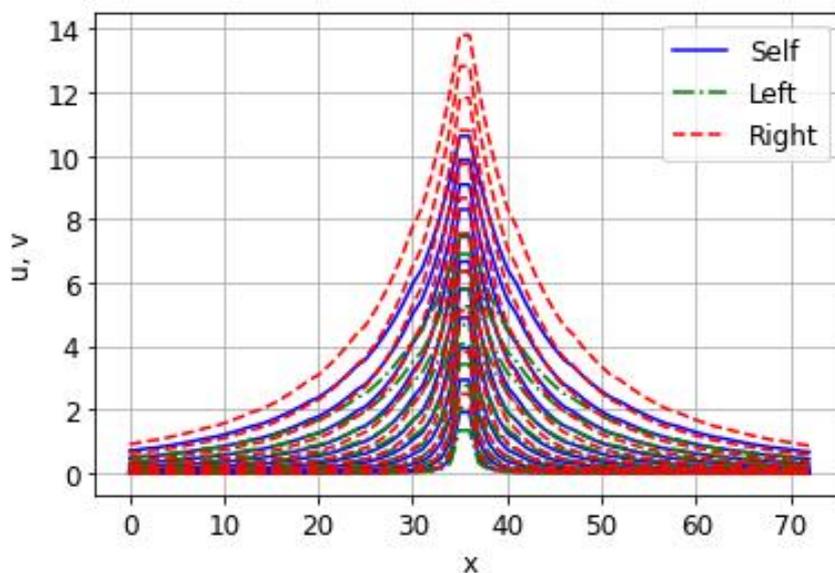
4-rasm.Ravshan diffuziya masalasi yechimlari grafiklari



5-rasm. Noravshan diffuziya masalasi yechimlari grafiklari  
 $\sigma_1 = 4, \sigma_2 = 5, \beta_1 = 1.7, \beta_2 = 2.1, p_1 = 3.1, p_2 = 3.2, a = 0.5$  qiymatlariga mos grafiklar 6-7 rasmlarda keltirilgan.



6-rasm. O'zaro diffuziya masalasi yechimlari grafigi



7-rasm. Noravshan o'zaro diffuziya masalasi yechimlari grafigi

(10) avtomodel yechimlarda

$$f_1 = (a - \xi)^{\gamma_1},$$

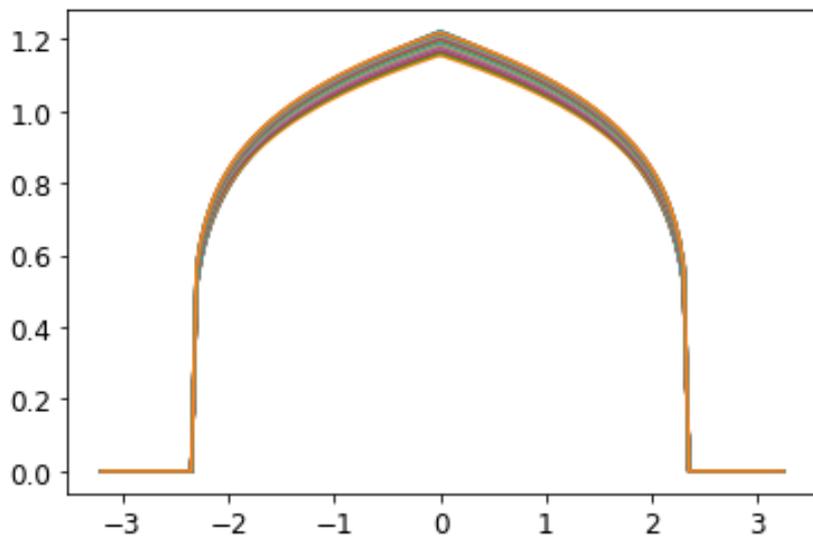
$$f_2 = (a - \xi)^{\gamma_2}$$

bo‘lgan holda,  $n_1, n_2, \gamma_1, \gamma_2$  qiymatlardan foydalanib, (7) tenglamalar sistemasi uchun, quyidagi

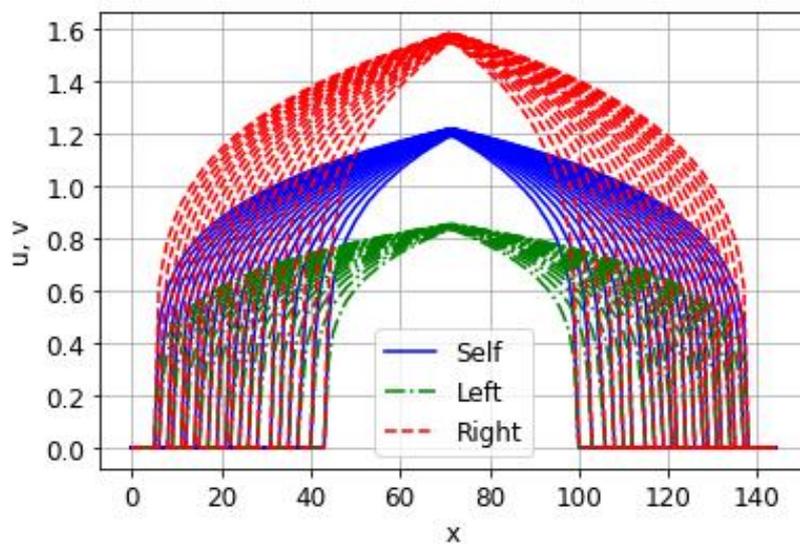
$$\begin{cases} u(x,t) = (T+t)^{n_1} \cdot f_1(\xi) = (T+t)^{n_1} \cdot (a-\xi)^{\gamma_1}, \\ v(x,t) = (T+t)^{n_2} \cdot f_2(\xi) = (T+t)^{n_2} \cdot (a-\xi)^{\gamma_2} \end{cases}$$

avtomodel yechimlar qurilib, natijalar olindi.

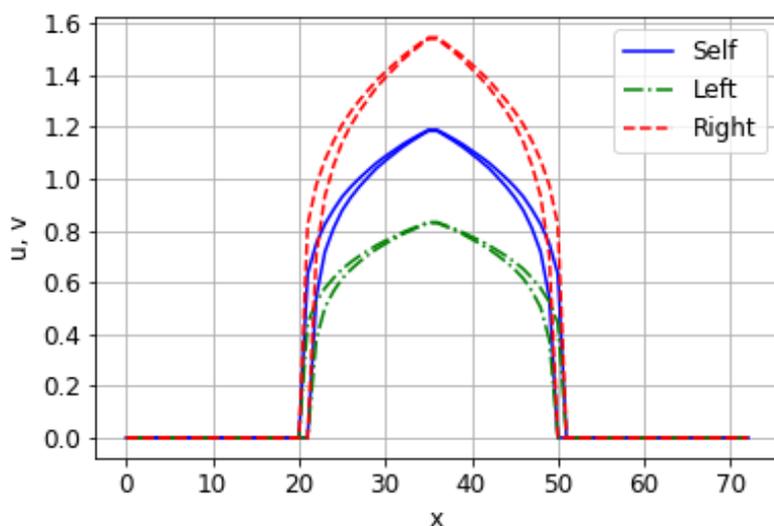
Parametrlarning  $\sigma_1 = 2.25, \sigma_2 = 1.1, \beta_1 = 1.4, \beta_2 = 1.19, p_1 = 2, p_2 = 2.3, a = 2.35$  ga mos qiymatlarida olingan natijalar 8-10 rasmlarda keltirilgan.



8-rasm. O‘zaro diffuziya masalasining haqiqiy yechimlari grafigi

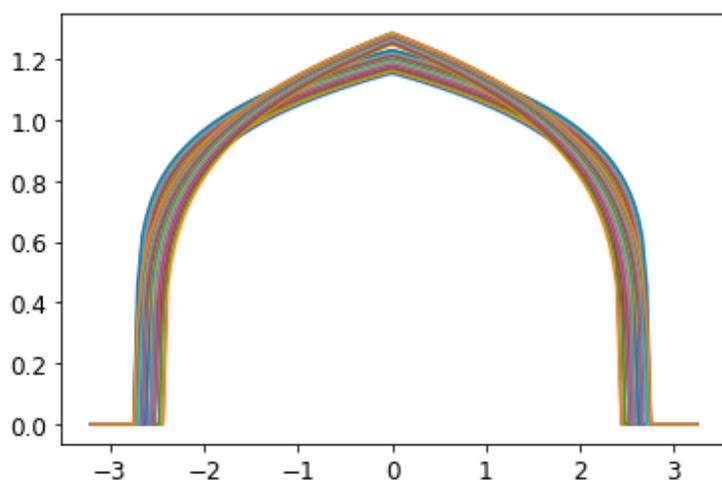


9-rasm. Noravshan koeffitsiyent orqali olingan yechimlar

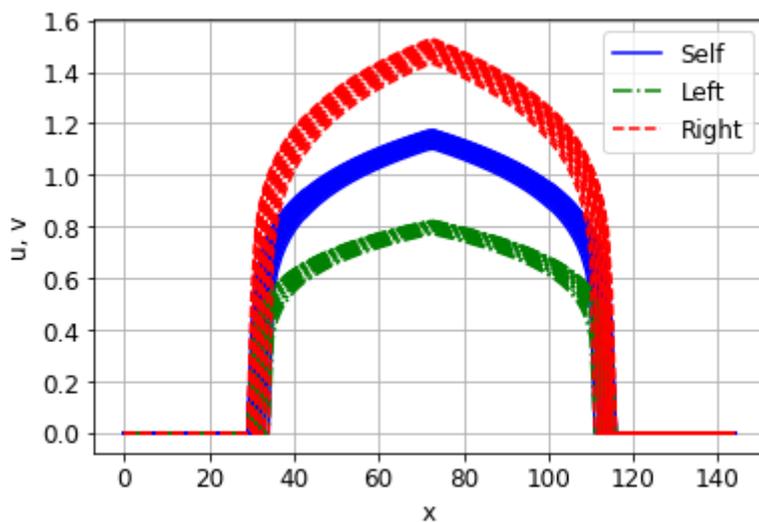


10-rasm. Diffuziya jarayonlarining chap, o'ng, va haqiqiy ifodasi. (chekli qadamda)

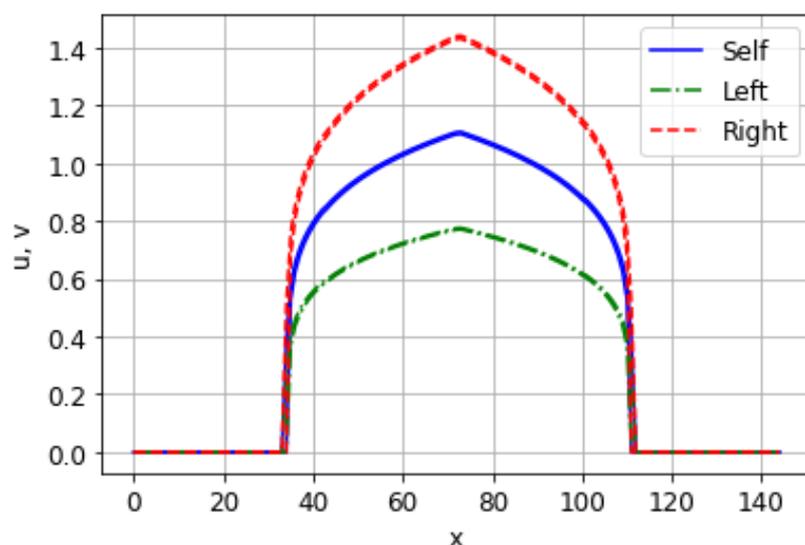
$\sigma_1 = 4, \sigma_2 = 2, \beta_1 = 3, \beta_2 = 2, p_1 = 2.25, p_2 = 2.15, a = 2.57$  qiymatlar uchun olingan natijalar 11-13 rasmlarda keltirilgan.



11-rasm. O'zaro diffuziya masalasi yechimlari grafigi



12-rasm. Noravshan diffuziya masalasi yechimlari grafigi



13-rasm. Noravshan diffuziya masalasi yechimlari grafigi

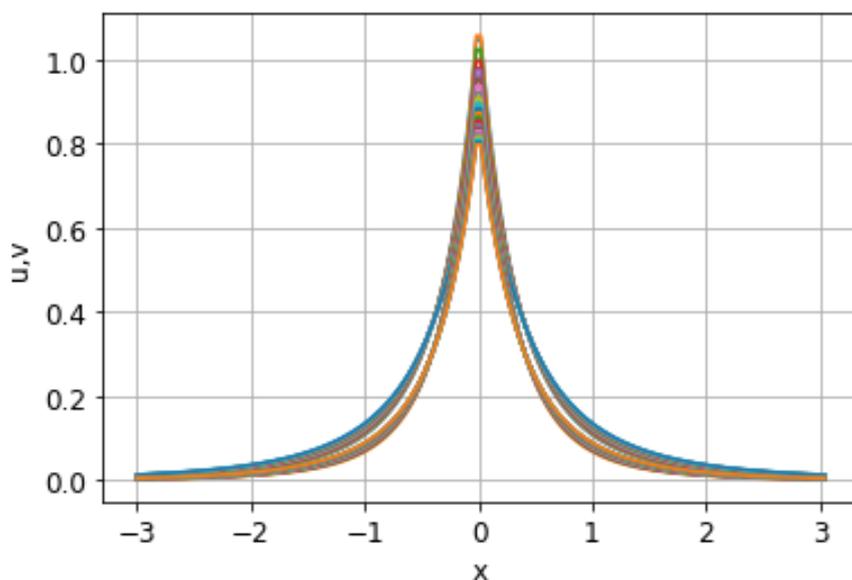
(11)-(13) tenglamalar sistemasi uchun (14) avtomodel yechimlardan boshlang'ich, chegaraviy shartlar sifatida foydalanib, iteratsiya va haydash usullarini qo'llagan holda quyidagi natijalar olindi.

Parametrlarning quyidagi

$$\gamma_1 = \frac{(2-p_1)(1-p_2) - (2-p_2)(\delta_1 - \beta_1)}{(1-p_1)(1-p_2) - (\delta_1 - \beta_1)(\delta_2 - \beta_2)} > 0, \gamma_2 = \frac{(1-p_1)(2-p_2) - (2-p_1)(\delta_2 - \beta_2)}{(1-p_1)(1-p_2) - (\delta_1 - \beta_1)(\delta_2 - \beta_2)} > 0$$

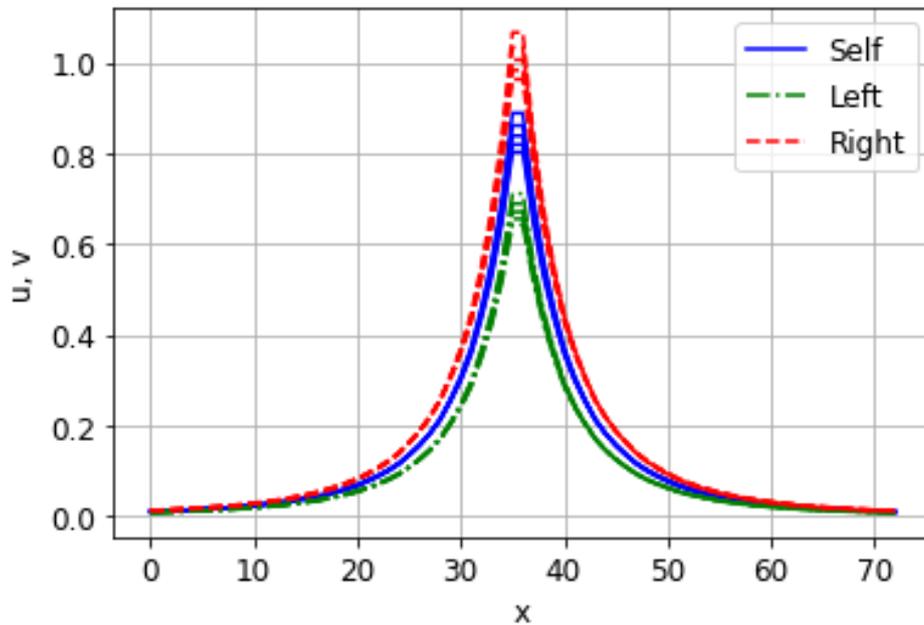
va  $(1-p_1)(1-p_2) - (\delta_1 - \beta_1)(\delta_2 - \beta_2) < 0$  qiymatlarida tez diffuziya jarayoni sodir bo'lishi aniqlandi.

Parametrlarning  $\sigma_1 = 5, \sigma_2 = 6, \beta_1 = 2.25, \beta_2 = 2.19, p_1 = 3.88, p_2 = 3.81, a = 1$  qiymatlariga mos grafik 14-rasmda keltirilgan. Noravshan muhit uchun olingan natijalar esa 15-rasmda keltirilgan.



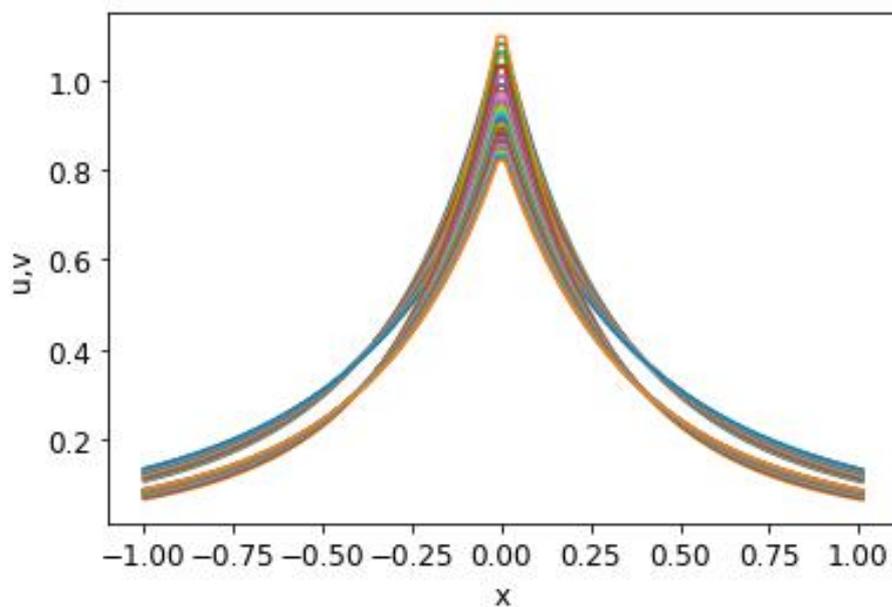
14-rasm. Ravshan diffuziya masalasi yechimlari grafigi

Kross-diffuziya jarayonlarini ifodalovchi (11) sistemada tez diffuziya holatida parametrlarning tanlangan qiymatlarida namlik va tuz (chang) harakatini kichik vaqt oralig'ida deyarli bir xil ravishda o'zgarishini va cheksiz kichik miqdorga yaqinlashishini kuzatish mumkin. (14-rasm)



15-rasm. Noravshan diffuziya masalasi yechimlari grafigi

Tez diffuziya holatida parametrlarning  $\sigma_1 = 6.21$ ,  $\sigma_2 = 6.61$ ,  $\beta_1 = 3.51$ ,  $\beta_2 = 3.39$ ,  $p_1 = 2.72$ ,  $p_2 = 2.61$ ,  $a = 0.93$  bo'lgan qiymatlarida namlik va tuz (chang) harakati (tarqalishi) ma'lum vaqt oralig'ida nisbatan farqli ravishda o'zgarishini, ya'ni namlik o'zgarishi tuz (yoki chang) ko'chishiga nisbatan tezroq cheksiz kichiq miqdorga yaqinlashishini kuzatish mumkin. (16- rasm.)



17-rasm. Tez diffuziya masalasi yechimlari

## XULOSA

“Noravshan muhitda o‘zaro diffuziya masalalarini sonli modellashtirish ” mavzusidagi dissertatsiya ishi bo‘yicha olib borilgan tadqiqotlar asosida quyidagi asosiy natijalar olingan:

1. Hududlarda namlik va tuz-chang tarqalishi jarayonini matematik modellashtirish muammolari holatini tahlildan o‘tkazish va ularning yechish yo‘llarini izlash, namlik o‘zgarishini hisobga olgan holda tuz-chang ko‘chishi va diffuziyasi jarayoniga ta’sir etuvchi asosiy omillarni tadqiq qilindi;

2. Namlikni hisobga olgan holda tuz (yoki chang) ko‘chishi va diffuziyasi jarayonini o‘rganish uchun muhit va front parametrlarini hisobga oluvchi chiziqsiz matematik model ishlab chiqildi. Ishlab chiqilgan model namlikni hisobga olgan holda tuz-chang ko‘chishi va diffuziyasining uch o‘lchovli masalalarini yechish uchun vaqt va fazoviy o‘zgaruvchilar bo‘yicha oshkormas chekli-ayirmalar sxemasiga asoslangan ikkinchi tartibli approksimasiyani qo‘llagan holda o‘zaro diffuziya masalalarini yechish uchun sonli algoritm ishlab chiqishga asos bo‘ladi.

3. O‘zaro diffuziya masalalarini ifodalovchi parabolik turdagi noxiziqli differensial tenglamalar sistemasi uchun avtomodel yechimlar qurildi. Bu yechimlar asosida namlik va tuz-chang ko‘chishi diffuziyasi jarayonini ifodalovchi chiziqsiz matematik modelning boshlang‘ich yechimlari topildi.

4. O‘zaro diffuziya masalalarining yechimlari uchun muhit parametrlari, fazoning o‘lchamlariga ko‘ra baholashlar olindi. Ikkinchi tartibli noxiziqli tenglamaga mos keladigan yechim uchun baholash taklif qilingan va asoslangan. Bu natijalar masalani sonli yechishda dastlabki yaqinlashtirish masalasini iteratsion hal qilish imkonini beradi.

5. Noravshan muhitdagi o‘zaro diffuziya masalalarining yechimlari uchun muhit parametrlari, fazoning o‘lchamlariga ko‘ra baholashlar olindi. O‘zgaruvchilarning qiymatlariga nisbatan o‘zaro diffuziya masalalarini ifodalovchi noxiziqli differentsial tenglamalar sistemasining avtomodel yechimlarini qurilib, o‘zgaruvchan koeffitsientli tenglama uchun Koshi masalasi yechishga imkon berdi.

6. Namlik o‘zgarishini hisobga olgan holda tuz-chang ko‘chishi va diffuziyasi jarayonini jarayonini tahlil qilish va bashoratlash masalalari bo‘yicha dasturiy majmuani ishlab chiqildi va kompyuterda hisoblash tajribalarini o‘tkazildi. Ishlab chiqilgan dasturiy majmua namlik o‘zgarishini hisobga olgan holda sho‘rlanish bilan bog‘liq bo‘lgan amaliy muammolarni hal qilishda ishlatilishi mumkin. Dasturiy majmua yordamida muhit va front parametrlariga bog‘liq ravishda hududlarda namlik va sho‘rlanish ta’sirini baholash imkonini beradi.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/31.03.2022.T/FM.10.04 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ  
УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ИНСТИТУТЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ И  
ПРИКЛАДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, «ТИИМСХ» НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

---

**УРГЕНЧСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**МУМИНОВ СОХИБЖАН ЮНУСОВИЧ**

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ ВЗАИМНОЙ ДИФФУЗИИ  
В НЕЧЁТКОЙ СРЕДЕ**

**05.01.07 – Математическое моделирование. Численные методы и программные  
комплексы**

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО  
ТЕХНИЧЕСКИМ НАУКАМ**

**Ташкент– 2023**

**Тема диссертации доктора философии (PhD) по техническим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан под номером B2022.4.PhD/T3286.**

Диссертация выполнена в Ургенчском государственном университете. Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский(резюме)) размещен на веб-странице Научного совета ([www.ifar.uz](http://www.ifar.uz)) и Информационно-образовательном портале «Ziyonet» ([www.ziyonet.uz](http://www.ziyonet.uz)).

**Научные руководитель**

**Мухамедиева Дилдора Кабиловна**  
доктор технических наук, доцент

**Официальные оппоненты**

**Раджабов Собиржон Саттарович**  
доктор технических наук.

**Болтибаев Шухратжон Комилжанович**  
Доктор философии (PhD) по техническим наукам

**Ведущая организация:**  
университет

Ташкентский государственный транспортный

Защита диссертации состоится « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 года в \_\_\_\_ часов на заседании Научного Совета DSc.03/31.03.2022.T/FM.10.04 при Институте фундаментальных и прикладных исследований Национального Исследовательского университета “ТИИИМСХ” (Адрес: 100000, г. Ташкент, улица Кори Ниязова 39, Тел.: 71 237-09-61; email: [info@ifar.uz](mailto:info@ifar.uz).)

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института фундаментальных и прикладных исследований Национального Исследовательского университета “ТИИИМСХ” (зарегистрирована за № \_\_\_\_ ) (Адрес: 100000, г. Ташкент, улица Кори Ниязова 39, Тел.: 71 237-09-61; Тел.: 71 237-09-61).

Автореферат диссертации разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.  
(протокол рассылки № \_\_ от \_\_ \_\_\_\_\_ 2023 г.).

**Б.Ж. Ахмедов**  
Председатель Научного  
совета по присуждению ученых  
степеней, д.ф.-м.н., профессор

**Э. Х. Каримбаев**  
Ученый секретарь Научного совета  
по присуждению ученых степеней  
доктор философии (PhD) ф.-м.н.

**А.Р. Хаётов**  
Председатель научного семинара  
при научном совете по присуждению  
ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

## **ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (phD))**

**Актуальность и востребованность темы диссертации.** В мире особое внимание уделяется разработке и развитию математических моделей, эффективных алгоритмов и программных комплексов направленных на поддержку принятия решения по изменению влажности и солености окружающей среды. Задачи оценки и прогнозирования распространения концентрации соли, пыли и влажности в атмосферном воздухе с учётом климатических и погодных условий и орографических характеристик, перемещение соли и пыли в атмосферах различных регионов имеет важную теоретическую практическую значимость.

По этой причине мониторинг и прогнозирование процессов перемещения солей и частиц пыли, изменения влажности и диффузии в атмосфере стали важными задачами в развитых странах, таких как США, Германия, Франция, Китай, Индия, Российская Федерация, а также в других государствах. Исследования ведущих научных учреждений мира в области перемещения солей и частиц в атмосфере и процессов диффузии позволяют разрабатывать математические модели и алгоритмы для анализа закономерностей этих процессов. В рамках этих исследований изучается влияние основных факторов на процессы, таких как скорость ветра, окружающая температура, физико-механические свойства частиц, скорости их перемещения при учете влияния атмосферного воздуха, а также воздействие ветра на эрозию почвы и климатические условия.

В современном мире особенно остро стоит проблема глобального экологического характера, связанная с ухудшением состояния Аральского моря как глобальной экологической проблемой, что влечет за собой выявление существенных экологических вопросов в регионе Аральского моря. В Республике Узбекистан предпринимаются масштабные меры по предотвращению деградации экосистем и нарушения экологического равновесия вследствие уменьшения влажности в атмосфере и усиления процесса перемещения солей и пыли. В период с 2018 по 2021 годы под руководством Президента Шавката Мирзиёева была разработана Государственная программа по развитию региона Аральского моря, которая направлена на улучшение социально-экономического положения, реализацию инвестиционных проектов по смягчению экологических последствий и их своевременную и эффективную реализацию.

Особенно стоит отметить, что в Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан в 2017-2021 годах уделяется значительное внимание защите окружающей среды и экологии. В этой стратегии установлены задачи по обеспечению жизни людей в экологически безопасной среде, предотвращению экологических проблем, которые оказывают влияние на природную среду, здоровье населения и генофонд, а также созданию эффективных механизмов для решения возникающих экологических проблем на территории.

Для выполнения вышеупомянутых задач на сегодняшний день недостаточно представить автоматизированные системы, ориентированные на принятие управленческих решений, которые направлены на сохранение окружающей среды, создание адекватных математических моделей, учитывающих различные факторы, влияющие на распространение вредных веществ в окружающей среде, эффективные алгоритмы оценки экологической нагрузки и прогнозирования, а также принятие управленческих решений, направленных на сохранение окружающей среды.

В частности, в Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан в 2017-2021 годах уделяется большое внимание обеспечению жизни людей в экологически безопасной среде, преодолению экологических проблем, которые оказывают негативное воздействие на природное окружение, здоровье населения и генофонд, а также созданию эффективных механизмов для решения появившихся экологических проблем в регионах. Это свидетельствует о том, что на государственном уровне уделяется существенное внимание охране окружающей среды и экологии.<sup>2</sup>

В настоящее время для выполнения указанных задач недостаточно предоставления автоматизированных систем, направленных на разработку управленческих решений, которые способствуют сохранению окружающей среды. Для успешного выполнения поставленных задач необходимо использование адекватных математических моделей, учитывающих различные факторы, влияющие на распространение вредных веществ в окружающей среде, а также эффективные алгоритмы оценки экологической нагрузки и прогнозирования. Кроме того, необходимо принятие управленческих решений, направленных на охрану окружающей среды, путем создания автоматизированных систем, которые помогут реализовать утвержденные меры по ее сохранению.

Данное исследование проводится в соответствии с Постановлением Кабинета Министров Республики Узбекистан от 26 ноября 2018 года № 958 "О мерах по дальнейшему развитию научно-исследовательской базы в области охраны экологии и окружающей среды", Постановлением Кабинета Министров Республики Узбекистан от 30 ноября 2022 года № 686 "О мерах по реализации проекта "Сохранение и управление зонами болот, водоемов и влажных мест в пониженных местах ландшафта Аральского моря" в рамках Программы развития ООН и Глобальной экологической коалиции, Постановлением Президента Республики Узбекистан от 27 сентября 2022 года № PQ-381 "О реализации проекта "Управление водными ресурсами в бассейне Аральского моря в условиях изменения климата" при участии Азиатского банка развития, Постановлением Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 января 2022 года № 31 "О дополнительных мерах по охране и восстановлению биологического разнообразия в водоемах Аральского моря и на прибрежных территориях" и другими актами, включая Постановление

---

<sup>2</sup> Указ Президента Республики Узбекистан, от 07.02.2017 г. № УП-4947

Президента Республики Узбекистан от 12 января 2022 года № PQ-745 "О гидрометеорологической деятельности".

А также в соответствии с Постановлением Кабинета Министров Республики Узбекистан от 29 апреля 2023 года № 170 "О совершенствовании системы предоставления государственных услуг в сфере сельского хозяйства, мелиорации и использования дорожно-строительной техники", Постановлением Президента Республики Узбекистан от 29 марта 2023 года № PQ-103 "О дополнительных мерах по стимулированию обеспечения сельского хозяйства современной техникой" и другими соответствующими правовыми актами, которые указывают на цели и задачи, предусмотренные указанными исследованиями, а также поддержку внедрения современных сельскохозяйственных технологий.

Соответствие исследования важнейшим направлениям развития науки и технологий в республике. Данное исследование было проведено в соответствии с четвёртым приоритетным направлением развития науки и технологий "Развитие информационных и информационно-коммуникационных технологий" в Республике.

**Степень изученности проблемы.** Многие практические вопросы рассматриваются в контексте системы алгебраических дифференциальных уравнений или систем уравнений, имеющих специфическое особенное решение под определенными ограничениями. В некоторых случаях аналитическое решение подобных задач возможно при условии значительных ограничений на масштаб. В этой связи становится необходимым использование численных методов приближенного решения. Применение численных методов позволяет не только решать задачу с использованием приближенного решения, но также анализировать полученное решение, визуализировать процесс, касающийся анализа решения, и достичь более глубокого понимания процесса, что обеспечивает более полное понимание решения и соответствующего процесса.

Исследование ограниченных задач на примере аналитических решений с использованием натуральных чисел подчеркивает дополнительное значение и важность данной работы. Фундаментальные аспекты методологии математического моделирования процессов, связанных с дифференциальными уравнениями, а также их системами, основанные на дискретных дифференциальных уравнениях и их методологии, были освещены в трудах исследователей зарубежных ученых, таких как А.А. Самарский, В.А. Галактионов, А.С. Калашников, Л.К. Мартинсон, Р. Кершнер, Г.И. Баренблатт, Б.Ф. Кнерр, Чен Хинфу, Й.В.Ки, Ж.Ш.Гуо, И.Комбе, Т.Кусано, Т.Танигава, С.Н.Димов.

В Узбекистане проблемы разработки математических моделей и конечных алгоритмов для решения задач диффузии с использованием дискретных уравнений и их систем, связанных с биологическими популяциями, были исследованы в работах таких ученых, как М. М. Арипов,

Н. Равшанов, А. Т. Хайдаров, А. С. Матякубов, Ш. А. Садуллаева, З. Р. Рахмонов, Д. К. Мухамедиева и других.

Анализ математических моделей, разработанных на протяжении многих лет, исследованиями ученых показывает, что в настоящее время остаются недостаточно изученными вопросы, связанные с разработкой эффективных алгоритмов для решения задач диффузии и динамики биологических популяций. Существующие математические модели, охватывающие диффузию и перемещение влаги и солей (или частиц), включая их физико-механические характеристики, изменение их скоростей относительно времени, воздействие факторов окружающей среды и климата на региональные и климатические условия, параметры фронтов, а также высокодетерминированные приближения относительно времени и фазовых переменных, остаются в некоторой степени недостаточно разработанными.

**Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ научно-исследовательского учреждения, где выполнена диссертация.** Диссертационное исследование проведено в рамках научных исследований Ургенчского государственного университета.

**Цель исследования** заключается в изучении безграничных математических моделей взаимной диффузии, использующих системы дифференциальных уравнений с параболическими характеристиками. Работа направлена на разработку численных и аналитических моделей, решающих проблемы взаимной диффузии, а также разработку математических моделей, алгоритмов и программного обеспечения для мониторинга и прогнозирования процессов перемещения влаги и солей (или частиц) в регионах с учетом разнообразных факторов.

**Задачи исследования:**

Анализ состояния процесса математического моделирования процесса перемещения влаги и солей (или частиц) в регионах с учетом разнообразных факторов, определение путей их решения;

Создание аналитических математических моделей, описывающих процесс перемещения влаги и солей (или частиц) с учетом влияния процессов диффузии и транспортировки;

Разработка автоматических методов решения для систем дифференциальных уравнений параболического типа, описывающих взаимную диффузию;

Оценка параметров окружающей среды и измерение фазовых переменных для оценки решений взаимных диффузионных задач; Оценка параметров окружающей среды и измерение фазовых переменных для оценки решений взаимных диффузионных задач в идеальной среде;

Разработка программного комплекса и проведение компьютерных экспериментов для анализа и прогнозирования процессов перемещения влаги и солей (или частиц) с учетом влияния изменений влажности на процесс транспортировки и диффузии.

**Объект исследования** - процессы диффузии солей (или частиц) в условиях, учитывающих изменения влажности.

**Предмет исследования** формируется математическими моделями, алгоритмами вычислений и программными комплексами для проведения ограниченных численных расчетов на компьютере.

**Методы исследования.** В ходе диссертационного исследования были использованы методы дифференциальных уравнений и математической физики, вычислительной математики, математического моделирования и численных экспериментов. Также использованы современные технологии программирования, направленные на разработку программных комплексов для объекта исследования.

**Научная новизна исследования заключается в следующем:**

Разработана аналитическая математическая модель, описывающая процесс диффузии влаги и солей (или частиц).

Созданы автоматические методы решения для систем дифференциальных уравнений параболического типа, описывающих взаимную диффузию.

Оценены параметры окружающей среды и измерены фазовые переменные для решений задач взаимной диффузии в идеальных условиях. Оценены параметры окружающей среды и измерены фазовые переменные для решений задач взаимной диффузии в нормальных условиях в устойчивой среде.

**Практические результаты исследования заключаются в следующем:**

Разработан математический аппарат и программный комплекс для изучения, мониторинга и прогнозирования процессов перемещения солей (или частиц) в условиях изменений влажности.

Достоверность результатов исследования. Результаты исследования подтверждаются строгими доказательствами и теоретическими утверждениями.

**Достоверность результатов исследования.** Надежность результатов исследования подчеркивается строгим соблюдением законов сохранения системы уравнений диффузии в случае, когда учитывается влияние перемещения солей (или частиц) в условиях изменений влажности. Применение конечно-разностных методов обеспечивает достаточную точность аппроксимации и близость процесса вычислений к реальности, при этом результаты численных вычислений не противоречат естественным законам.

**Научная и практическая значимость результатов исследования.**

Научная значимость результатов исследования заключается в разработке новых математических моделей процессов перемещения солей (или частиц) в условиях изменений влажности, с учетом воздействия климатических факторов, параметров окружающей среды, фронтовых параметров, состояния регионов с учетом физических и механических

характеристик влаги и солей (или частиц) при переменной скорости. При этом были разработаны эффективные численные алгоритмы, которые учитывают изменения времени и фазовых переменных с учетом физических факторов.

Практическая значимость диссертационного исследования проявляется в анализе и прогнозировании процессов перемещения солей (или частиц) в условиях изменений влажности, а также в выявлении влияния естественных и искусственных источников на окружающую среду. Для поддержки принятия управленческих решений по снижению экологических рисков, связанных с уровнем влажности и перемещением солей (или частиц), был разработан программный комплекс.

#### **Внедрение результатов исследования.**

На основе математических моделей, вычислительных алгоритмов и программного комплекса численного моделирования -мониторинга и прогнозирования задач взаимной диффузии:

Численные результаты созданного программного обеспечения, построенных автомодельных решений и их свойств для нелинейных дифференциальных уравнений описывающие задачи мониторинга и прогнозирования процессов взаимной диффузии с учетом параметров среды, изменения влаги с учётом перемещения соли и пыли были использованы в рамках проекта № РФФИ 20-01-00293 в институте Математики, информационных технологий и физики Удмуртского государственного университета Российской Федерации (Сведение №7873-3981/32 от 21-апреля 2024 года Удмуртского Государственного Университета)

На основе автомодельных решений, построенных для системы нелинейных дифференциальных уравнений параболического типа, представляющих задачи взаимной диффузии, из исходных решений нелинейной математической модели, представляющей диффузионный процесс миграции влаги и соли и пыли, предложено решение, соответствующее нелинейному уравнению второго порядка задач взаимной диффузии на основе методов оценки, алгоритмов итерационного решения задачи начального приближения при численном решении задачи, который использовался в практическом проекте № BV-Atex-2018(399+487) по теме «Создание трехмерной модели гидрологических процессов и пакета предложений для численного моделирования диффузионных процессов в двухкомпонентных средах» выполненный в 2017-2020 гг. (Сведение № 01-338/23 от 29 августа 2023 г. Белорусско-Узбекистанского института практических технических квалификаций).

**Апробация результатов исследования.** Результаты данной диссертационной работы обсуждались на 5 международных и 3 республиканских научно-практических конференциях.

**Публикация результатов исследования.** Результаты исследования были опубликованы в 17 научных работах, включая 8 статей, опубликованных в журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов

докторских диссертаций. Среди этих статей 6 были опубликованы в зарубежных журналах, а 2 - в республиканских журналах. Кроме того, были получены 2 свидетельства об официальной регистрации программы для ЭВМ.

**Структура и объем диссертации.** Структура диссертации включает введение, три главы, заключение, список использованной литературы и приложения. Общий объем диссертации составляет 120 страницы.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

**Во введении** обосновываются актуальность и востребованность темы диссертации в соответствии с приоритетными направлениями развития науки и технологий Республики Узбекистан, формулируются цель и задачи, а также объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, обоснована достоверность полученных результатов, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, приведены перечень внедрений в практику результатов исследования, сведения об опубликованных работах и структура диссертации.

Первая глава диссертации под названием "Физические процессы, описываемые системами параболического типа" содержит собранные и изученные сведения о физических процессах, описываемых параболическими дифференциальными уравнениями и их системами. Рассмотрены задачи диффузионного типа, изучены их математическая формулировка и задачи моделирования. В рамках задач диффузии рассмотрены ограничения и типы условий, а также изучены принципы Фурье для ограничительных условий и описаны этапы построения автомодельных решений.

Далее в диссертации представлена взаимно кросс-диффузионная система с конвективным переносом, и для данной системы представлена теорема, описывающая этапы построения автомодельных систем.

Во время конвективного переноса  $u_i(t, x)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) в случае  $n$  ной компоненты локальная система уравнений баланса массы может быть записана в виде (1). Для

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \nabla(u_{3-i}^{s_{3-i}} \nabla u_i) - \text{div}(v_i(t)u_i) + \varepsilon u_i^{p_i} u_{3-i}^{q_i}, \quad (1)$$

$$t > 0, \quad x \in R^N, \quad i = (1-2)$$

Автомодельные решения системы уравнений имеют вид

$$\frac{1}{2} \varphi_i \xi \frac{df_i}{d\xi} + \xi^{1-N} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^{N-1} f_{3-i}^{s_{3-i}} \frac{df_i}{d\xi} \right) + \psi_i (f_i^{p_i} f_{3-i}^{q_i} - f_i) = 0, \quad (2)$$

$$f_i(\xi) = \overline{f}_i(\xi) y_i(\eta), \quad \eta = -\ln(a - \xi^2), \quad \overline{f}_i(\xi) = A_i (a - \xi^2)^{\frac{1}{s_i}}, \quad (3)$$

Из (1) следует

$$\begin{aligned} & \left[ y_i' + a_{i1} y_i \right]' + \left[ a_{i2} + a_{i6} y_{3-i}^{-s_{3-i}} + a_{i3} a_{3-i,1} + a_{i3} y_{3-i}^{-1} y_{3-i}' \right] \cdot \left[ y_i' + a_{i1} y_i \right] + \\ & + a_{i4} y_i y_{3-i}^{-s_{3-i}} + a_{i5} y_i^{p_i} y_{3-i}^{q_i - s_{3-i}} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

**Теорема 1.** Для существования решения системы уравнения (1.4) найдены решения нелинейной алгебраической системы в форме

$$y_i(\eta) = y_i^0 + o(1), \quad \eta \rightarrow +\infty, \quad i = 1, 2, \quad 0 < y_i^0 < +\infty \quad (5)$$

В соответствии с числами  $y_i^0$  ( $i=1,2$ ):

$$\begin{aligned} 1. & l_i = 0, \quad b_{i1} + b_{i2} z_{3-i}^{-s_{3-i}} + b_{i3} z_i^{p_i-1} z_{3-i}^{q_i - s_{3-i}} = 0, \\ 2. & l_1 = 0, l_2 > 0, \quad b_{11} + b_{12} z_2^{-s_2} + b_{13} z_1^{p_1-1} z_1^{q_1 - s_2} = 0, \quad b_{21} + b_{22} z_1^{-s_1} = 0, \\ 3. & l_1 > 0, l_2 = 0, \quad b_{11} + b_{12} z_2^{-s_2} = 0, \quad b_{21} + b_{22} z_1^{-s_1} + b_{23} z_1^{q_2 - s_1} z_2^{p_2 - 1} = 0, \\ 4. & l_i > 0, \quad b_{i1} + b_{i2} z_{3-i}^{-s_{3-i}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Вместе с этим даны сведения о нечёткой функции и нечётких числах, их способов задания, показан алгоритм дифференцирования нечёткой функции.

Во второй главе диссертации названной «Численное моделирование задач взаимной диффузии» изучена следующая задача отображающая задачу взаимной диффузии в заданной области:

$$\Omega = \{(x, t) : -\infty < x < +\infty, 0 < t < T, T < \infty\} :$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_1 u^{\sigma_1} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - v^{\beta_1} \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p_1}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_2 v^{\sigma_2} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - u^{\beta_2} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{p_2}, \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} u(x, 0) = u_0(x), \\ v(x, 0) = v_0(x), \quad x \in R, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} u(0, t) = u_1(t), \quad u(1, t) = u_2(t), \\ v(0, t) = v_1(t), \quad v(1, t) = v_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $\sigma_1, \sigma_2, \beta_1, \beta_2, p_1, p_2$  - заданные действительные числа (параметры пространства и параметров). А  $D_1 u^{\sigma_1}$ ,  $D_2 v^{\sigma_2}$  коэффициенты проводимости пыли (или соли) и влаги и функции изменения пыли (или соли) и влаги первой и второй среды. В (7)-(9)  $D_1, D_2$  действительные числа, в случае нечёткой среды  $\tilde{D}_1 = \{d_1, L_1, R_1\}$  va  $\tilde{D}_2 = \{d_2, L_2, R_2\}$ .

Первое уравнение системы (7) отображает перемещение соли (или пыли) с учётом влаги, а второе уравнение изменение влаги с учётом соли и влагопереноса.

Для систем уравнений (7)-(9) построены следующие автомодельные решения в заданном виде:

$$\begin{aligned} u(x,t) &= (T+t)^{n_1} \cdot f_1(\xi) = (T+t)^{n_1} \cdot (a+\xi)^{\gamma_1}, \\ v(x,t) &= (T+t)^{n_2} \cdot f_2(\xi) = (T+t)^{n_2} \cdot (a+\xi)^{\gamma_2}. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{(p_1-2)(2p_2-p_2\sigma_2-2)-2\beta_1(p_2-2)}{(2p_1-p_1\sigma_1-2)(2p_2-p_2\sigma_2-2)-4\beta_1\beta_2}, \\ n_2 &= \frac{(p_2-2)(2p_1-p_1\sigma_1-2)-2\beta_2(p_1-2)}{(2p_1-p_1\sigma_1-2)(2p_2-p_2\sigma_2-2)-4\beta_1\beta_2}, \\ \gamma_1 &= \frac{(\delta_2-p_2+1)(2-p_1)+\beta_1(2-p_2)}{(\delta_1-p_1+1)(\delta_2-p_2+1)-\beta_1\beta_2}, \\ \gamma_2 &= \frac{(\delta_1-p_1+1)(2-p_2)+\beta_2(2-p_1)}{(\delta_1-p_1+1)(\delta_2-p_2+1)-\beta_1\beta_2}. \end{aligned}$$

Для верхней оценки полученных решений доказана следующая теорема.

**Теорема 2.**

Если  $\sigma_1 \geq 0$ ,  $\sigma_2 \geq 0$ ,

$$a^{\frac{\beta_1+(1-\sigma_1)p_1-1+p_1}{\sigma_2} \geq \frac{\left(\frac{n_1}{n_1\sigma_1+1} + \frac{1}{2}\right)}{(n_1\sigma_1+1)^{\frac{p_1-1}{2}}}, \quad u \quad a^{\frac{\beta_2+(1-\sigma_2)p_2-1+p_2}{\sigma_1} \geq \frac{\left(\frac{n_2}{n_2\sigma_2+1} + \frac{1}{2}\right)}{(n_2\sigma_2+1)^{\frac{p_2-1}{2}}},$$

$$u(t,0) \leq u_+(t,0),$$

$$v(t,0) \leq v_+(t,0), \quad x \in R$$

то существуют глобальные решения задачи (7)-(9) и для них уместна следующая оценка:

$$u(x,t) \leq u_+(x,t) = (T+t)^{n_1} f_1(\xi),$$

$$v(x,t) \leq v_+(x,t) = (T+t)^{n_2} f_2(\xi).$$

В параграфе 2.2 изучен еще один вид нелинейных систем дифференциальных уравнений отображающих задачи взаимной диффузии.

Рассмотрим следующую модель описывающую процесс взаимной диффузии в заданной области  $\Omega = \{(x,t) : -\infty < x < +\infty, 0 < t < T, T < \infty\}$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_1 v^{\sigma_1} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - v^{\beta_1} \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p_1}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_2 u^{\sigma_2} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - u^{\beta_2} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{p_2}, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} u(x,0) = u_0(x), \\ v(x,0) = v_0(x), \end{cases} x \in R, \quad (12)$$

$$\begin{cases} u(0,t) = u_1(t), & u(1,t) = u_2(t), \\ v(0,t) = v_1(t), & v(1,t) = v_2(t), \end{cases} 0 \leq t \leq T, \quad (13)$$

$$n_1 = \frac{2(p_1 - 2)(p_2 - 1) - (p_2 - 2)(2\beta_1 - p_1\sigma_1)}{4(p_1 - 1)(p_2 - 1) - (2\beta_1 - p_1\sigma_1)(2\beta_2 - p_2\sigma_2)},$$

$$n_2 = \frac{2(p_1 - 1)(p_2 - 2) - (p_1 - 2)(2\beta_2 - p_2\sigma_2)}{4(p_1 - 1)(p_2 - 1) - (2\beta_1 - p_1\sigma_1)(2\beta_2 - p_2\sigma_2)}.$$

$$\gamma_1 = \frac{(2 - p_2)(\delta_1 - \beta_1) + (2 - p_1)(1 - p_2)}{(\delta_1 - \beta_1)(\delta_2 - \beta_2) - (1 - p_1)(1 - p_2)},$$

$$\gamma_2 = \frac{(2 - p_1)(\delta_2 - \beta_2) + (1 - p_1)(2 - p_2)}{(\delta_1 - \beta_1)(\delta_2 - \beta_2) - (1 - p_1)(1 - p_2)}.$$

На основе найденных параметров для системы (11-13) получим следующие автомодельные решения

$$\begin{aligned} u(x,t) &= (T+t)^{n_1} \cdot f_1(\xi) = (T+t)^{n_1} \cdot (a+\xi)^{\gamma_1}, \\ v(x,t) &= (T+t)^{n_2} \cdot f_2(\xi) = (T+t)^{n_2} \cdot (a+\xi)^{\gamma_2}. \end{aligned} \quad (14)$$

В 3 ем параграфе 2-главы изучена асимптотика автомодельных решений систем нелинейных дифференциальных уравнений задач взаимной диффузии.

В третьей главе диссертации названной “Разностные схемы для задач взаимной диффузии” приведены сведения о конечно разностных схемах для задач взаимной диффузии описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями, методах моделирования нелинейных процессов- разностных схемах, методах прогонки.

Разностная схема строиться следующим образом:

Для численного решения задачи (7)-(9) воспользуемся неявной схемой. Для этого построим следующую сетку по времени и пространству.

По пространству на  $\bar{\omega}_h$  по  $x$  с шагом  $h = \frac{2b}{n}$  :

построим сетку  $\bar{\omega}_h = \{x_i = -b + ih, x_j = -b + jh, i, j = 0, \dots, n\}$  . По времени воспользуемся сеткой:

$$\bar{\omega}_\kappa = \{t_j = j\kappa, \kappa > 0, j = 0, 1, \dots, m, \kappa m = T\}, T > 0 .$$

Для решения задачи воспользуемся неявной схемой. Здесь погрешность аппроксимации равна  $O(h^2 + k)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\kappa} = \frac{1}{h^2} \left[ D_{i+1} y^{j+1} \quad y_{i+1}^{j+1} - y_i^{j+1} \quad - D_i y^j \quad y_i^{j+1} - y_{i-1}^{j+1} \right] + z_i^j \beta_1 \left| \frac{y_i^j - y_{i-1}^j}{h} \right|^{p_1} \\ \frac{z_i^{j+1} - z_i^j}{\kappa} = \frac{1}{h^2} \left[ M_{i+1} z^{j+1} \quad z_{i+1}^{j+1} - z_i^{j+1} \quad - M_i z^j \quad z_i^{j+1} - z_{i-1}^{j+1} \right] + z_i^j \beta_2 \left| \frac{z_i^j - z_{i-1}^j}{h} \right|^{p_2} \\ i = 1, 2, \dots, n-1; \quad j = 0, 1, \dots, m-1, \\ y_i^0 = u_0(x_i), \quad z_i^0 = v_0(x_i), \quad i = 0, 1, \dots, n; \\ y_0^j = \varphi_{11}(t_j), \quad z_0^j = \varphi_{21}(t_j), \quad j = 1, 2, \dots, m; \\ y_n^j = \varphi_{12}(t_j), \quad z_n^j = \varphi_{22}(t_j), \quad j = 1, 2, \dots, m; \end{array} \right. \quad (15)$$

Из вышеприведенной разностной схемы функции  $D_i$   $y$ ,  $M_i$   $z$  определяются следующим образом.

$$D_i(y) = \frac{\left( (u_{i-1}^j)^{\sigma_1} + (u_i^j)^{\sigma_1} \right)}{2} \quad M_i(z) = \frac{\left( (v_{i-1}^j)^{\sigma_2} + (v_i^j)^{\sigma_2} \right)}{2}$$

Алгебраическую систему (15) изобразим следующим образом в зависимости от количества итераций.

$$\frac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\kappa} = \frac{1}{h^2} \left[ D_{i+1} \left( y^{j+1} \right) \left( y_{i+1}^{j+1} - y_i^{j+1} \right) \right] - \frac{1}{h^2} \left[ D_i \left( y^{j+1} \right) \left( y_i^{j+1} - y_{i-1}^{j+1} \right) \right] + (z_i^j)^{\beta_1} \left| \frac{y_i^j - y_{i-1}^j}{h} \right|^{p_1}$$

$$\frac{z_i^{j+1} - z_i^j}{\kappa} = \frac{1}{h^2} \left[ M_{i+1} \left( z^{j+1} \right) \left( z_{i+1}^{j+1} - z_i^{j+1} \right) \right] - \frac{1}{h^2} \left[ M_i \left( z^{j+1} \right) \left( z_i^{j+1} - z_{i-1}^{j+1} \right) \right] + (z_i^j)^{\beta_2} \left| \frac{z_i^j - z_{i-1}^j}{h} \right|^{p_2}$$

Здесь количество итераций. Количество итераций продолжается до тех пор, пока выполняется следующее условие.

$$\max_{0 \leq i \leq n} \left| y_i^{r+1} - y_i^r \right| < \varepsilon, \quad \max_{0 \leq i \leq n} \left| z_i^{r+1} - z_i^r \right| < \varepsilon$$

Для использования метода прогонки в (15) введем следующие обозначения.

$$A_{1i}^r = \frac{\kappa}{h^2} (y_i^{j+1})^{\alpha_1} D_{i+1} \left( y^{j+1} \right), \quad A_{2i}^r = \frac{\kappa}{h^2} (z_i^{j+1})^{\alpha_2} M_{i+1} \left( z^{j+1} \right), \quad B_{1i}^r = \frac{\kappa}{h^2} (y_i^{j+1})^{\alpha_1} D_i \left( y^{j+1} \right),$$

$$B_{2i}^r = \frac{\kappa}{h^2} (z_i^{j+1})^{\alpha_2} M_i \left( z^{j+1} \right)$$

$$C_{1i}^r = 1 + A_{1i}^r + B_{1i}^r, C_{2i}^r = 1 + A_{2i}^r + B_{2i}^r, F_{1i}^r = y_i^j + (z_i^j)^{\beta_1} \left| \frac{y_i^j - y_{i-1}^j}{h} \right|^{p_1},$$

$$F_{2i}^r = z_i^j + (z_i^j)^{\beta_2} \left| \frac{z_i^j - z_{i-1}^j}{h} \right|^{p_2}, i = 1, 2, \dots, n \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

$$A_{1i}^r y_{i-1}^{j+1} - C_{1i}^r y_i^{j+1} + B_{1i}^r y_{i+1}^{j+1} = -F_{1i}^r$$

$$A_{2i}^r z_{i-1}^{j+1} - C_{2i}^r z_i^{j+1} + B_{2i}^r z_{i+1}^{j+1} = -F_{2i}^r$$

(16)

$$i = 1, 2, \dots, n - 1$$

А теперь, используя заданные точки, найдем остальные точки с использованием следующей формулы.

$$y_i^{j+1} = \alpha_{1i} (\beta_{1i} + y_{i+1}^{j+1}), z_i^{j+1} = \alpha_{2i} (\beta_{2i} + y_{i+1}^{j+1})$$

Здесь

$$\alpha_{1i} = \frac{A_{1i}}{C_{1i} - \alpha_{1,i-1} B_{1i}}, \alpha_{2i} = \frac{A_{2i}}{C_{2i} - \alpha_{2,i-1} B_{2i}},$$

$$\beta_{1i} = \frac{B_{1i} \alpha_{1,i-1} \beta_{1,i-1} + F_{1i}}{A_{1i}}, \beta_{2i} = \frac{B_{2i} \alpha_{2,i-1} \beta_{2,i-1} + F_{2i}}{A_{2i}}, i = 2, n$$

В случае когда  $i = 1$   $\alpha_{11}, \alpha_{21}, \beta_{11}, \beta_{21}$  определены следующим образом.

$$\begin{cases} \alpha_{11} = \frac{A_{11}}{C_{11}}, \beta_{11} = \frac{B_{11} \phi_{11} + F_{11}}{A_{11}} \\ \alpha_{21} = \frac{A_{21}}{C_{21}}, \beta_{21} = \frac{B_{21} \phi_{21} + F_{21}}{A_{21}} \end{cases}$$

В (16) выполняется условие устойчивости метода прогонки.

$$\begin{cases} A_{1i} \neq 0, B_{1i} \neq 0, |C_{1i}| \geq |A_{1i}| + |B_{1i}| \\ A_{2i} \neq 0, B_{2i} \neq 0, |C_{2i}| \geq |A_{2i}| + |B_{2i}| \end{cases}$$

Для решения задачи (7) - (9) в многомерном случае использован один из методов переменных направлений, «продольно-поперечная» разностная схема- схема «Писмена-Рейчфорда». В 4-параграфе 3-главы диссертации применены численные подходы решения нечётких дифференциальных уравнений.

В четвертой главе диссертации «Создание программного комплекса для регения задач взаимной диффузии и вычислительный эксперимент» разработан программный комплекс для проведения вычислительного эксперимента на компьютере на основе созданных математических моделей численного решения задач взаимной диффузия задач взаимной диффузии и зависимости от параметров среды и фронта.

Программный комплекс использует различные редакторы современного программного языка Python, для визуализации полученных результатов и современных библиотек программного комплекса используется библиотека Matplotlib.

В 1-параграфе 4-главы диссертации нечёткая функция и нечёткая начальная задача:

$$\begin{cases} y' = \{1; 0,1; 0,2\} x + \{2; 0,1; 0,3\} y \\ y(0) = \{1; 0,2; 0,3\} \end{cases}$$

решена с помощью метода Рунге-Кутта.

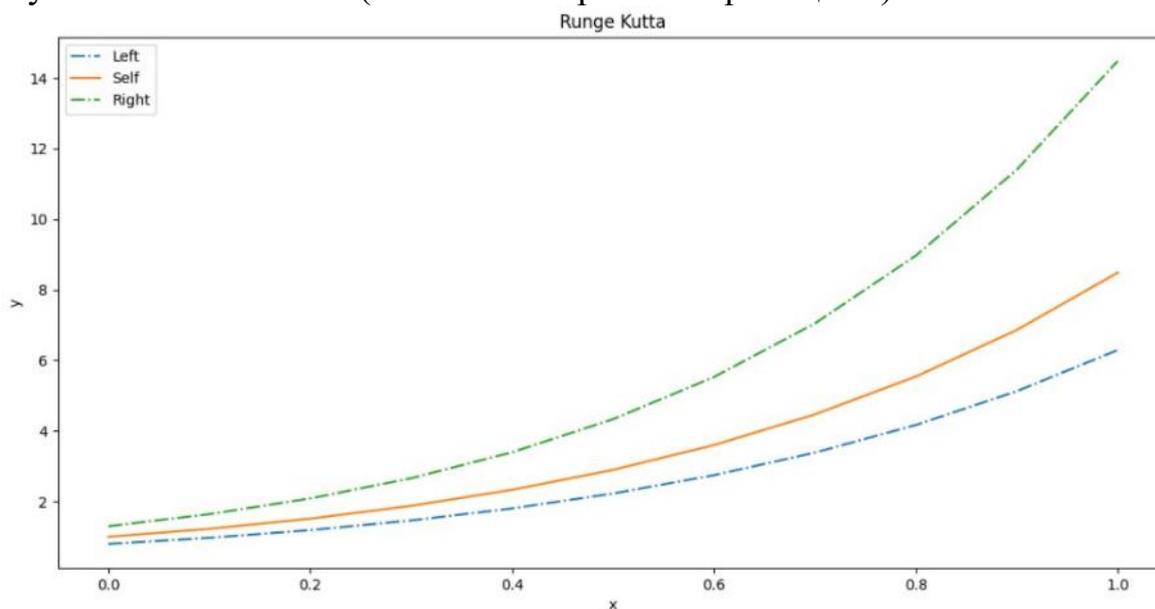
1-таблица.

Коэффициенты нечётких чисел L-R типа методом Рунге Кутта.

	x (left)	x (self)	x (right)	y (left)	y (self)	y (right)	f (left)	f (self)	f (right)
0	0	0	0	0,8	1	1,3	1,52	2	2,99
1	0,1	0,1	0,1	0,9722	1,22675	1,64266	1,93717	2,5535	3,89812
2	0,2	0,2	0,2	1,19034	1,51477	2,08742	2,44164	3,22954	5,04107
3	0,3	0,3	0,3	1,46403	1,87763	2,66069	3,05166	4,05527	6,47958
4	0,4	0,4	0,4	1,80491	2,3319	3,39569	3,78933	5,0638	8,29008
5	0,5	0,5	0,5	2,22703	2,89781	4,33425	4,68136	6,29563	10,5688
6	0,6	0,6	0,6	2,74739	3,60009	5,529	5,76004	7,80018	13,4367
7	0,7	0,7	0,7	3,38654	4,46892	7,04621	7,06443	9,63784	17,0463
8	0,8	0,8	0,8	4,16935	5,54118	8,96925	8,64176	11,8824	21,5893
9	0,9	0,9	0,9	5,12587	6,86191	11,4031	10,5491	14,6238	27,3071
10	1	1	1	6,29244	8,48611	14,4798	0	0	0

Таким образом, для нечёткого числа также были построены соответствующие графики на правой и левой сторонах, отображая значения функции как на левых, так и на правых концах. (Таблица 1)

На рисунке 1 приведены графики функций соответствующих полученным значениям (с левыми и правыми границами)



1-рисунок. Графики функций в нечётких числах методом Рунге Кутта

В параграфе 4.3 приведен алгоритм решения дифференциального уравнения в частных производных с использованием нечётких множеств.

Решим краевую задачу

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (17)$$

$$u(x, 0) = \{0, 2; 0, 01; 0, 02\} x(1-x) \sin(\pi x), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (18)$$

$$u(0, y) = 0 \quad u(1, y) = 0 \quad (19)$$

методом сетки полагая что  $h = l = 0,1$ .

Таблица 2.

Значение  $y_i$  соответствующее  $x_i$

$y_i/x_i$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0	0	0,0056	0,0188	0,0340	0,0457	0,0500
L	0	0,0094	0,0198	0,0323	0,0420	0,0457
2l	0	0,0142	0,0229	0,0278	0,0323	0,0340
3l	0	0,0135	0,0222	0,0229	0,0198	0,0189
4l	0	0,0080	0,0135	0,0142	0,0095	0,0056
5l	0	0	0	0,0001	0	0,0001

На рисунках 2-3 синим цветом изображены графики соответствующие основным значениям функции, красным цветом левой границе, зеленым цветом правой границе нечёткого числа.

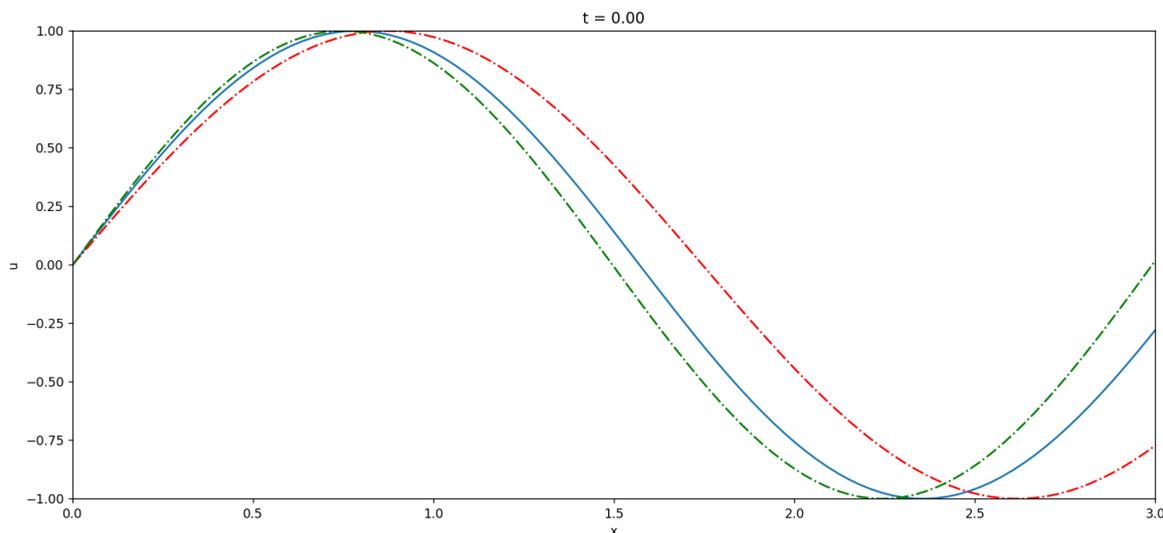


Рисунок 2. Графики функций в случае  $t=0$

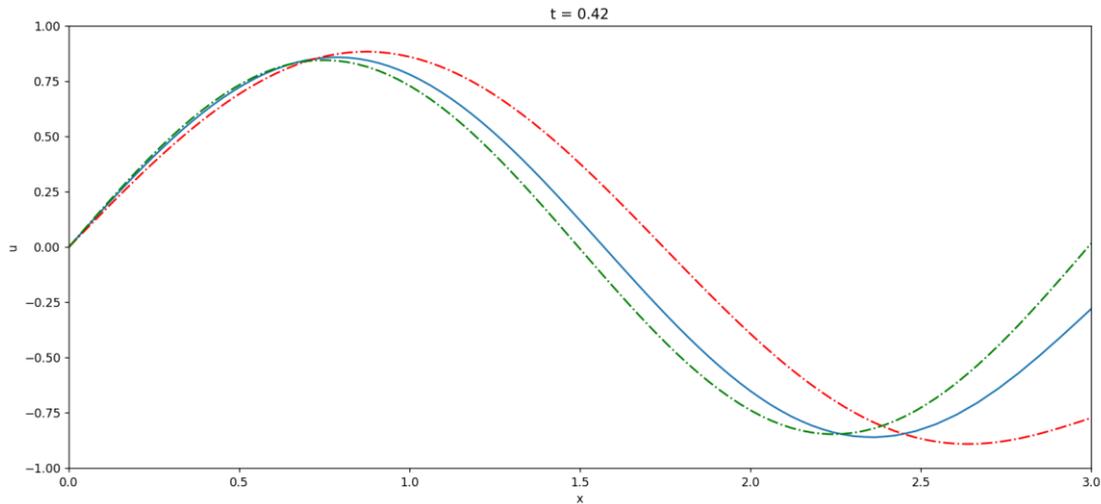


Рисунок 3. Графики функций в случае  $t=0,42$

В 4-параграфе 4-главы диссертационной работы проведены вычислительные эксперименты и проанализированы результаты.

Используя (10) автомодельные решения системы (7)-(9) в качестве начальных и граничных условий, методом итерации и прогонки получены численные результаты. Ниже приведены графики соответствующие этим результатам (в приведенных графиках горизонтальная ось отображает значение переменной  $x$ , а вертикальная ось значения функций  $u$  и  $v$ ). В модели (7) -(9) параметры окружающей среды представлены нечеткими числами:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \{1; 0, 1; 0, 12\} u^{\sigma_1} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - v^{\beta_1} \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p_1}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \{1; 0, 12; 0, 1\} v^{\sigma_2} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - u^{\beta_2} \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{p_2}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} u(x, 0) = u_0(x), & u(0, t) = u_1(t), & u(1, t) = u_2(t), \\ v(x, 0) = v_0(x), & v(0, t) = v_1(t), & v(1, t) = v_2(t), \end{cases} \quad x \in R, \quad 0 \leq t \leq T,$$

Для автомодельных решений (10) относительно значений функций  $f_1, f_2$

$$\begin{aligned} f_1 &= (a + \xi)^{\gamma_1}, \\ f_2 &= (a + \xi)^{\gamma_2} \end{aligned}$$

получены следующие результаты при заданных значениях параметров. Вместе с этим иллюстрированы схемы полученные в случае нечёткого числа отображающие нечёткую среду (графики построены на точках соответствующие значениям основных параметров self, значениям на левой границе left, Right- значениям на правой границе)

Графики соответствующие значениям параметров  $\sigma_1 = 4, \sigma_2 = 5, \beta_1 = 2.2, \beta_2 = 2.1, p_1 = 2.87, p_2 = 3.76, a = 3.5$  приведены на рисунке 4-5.

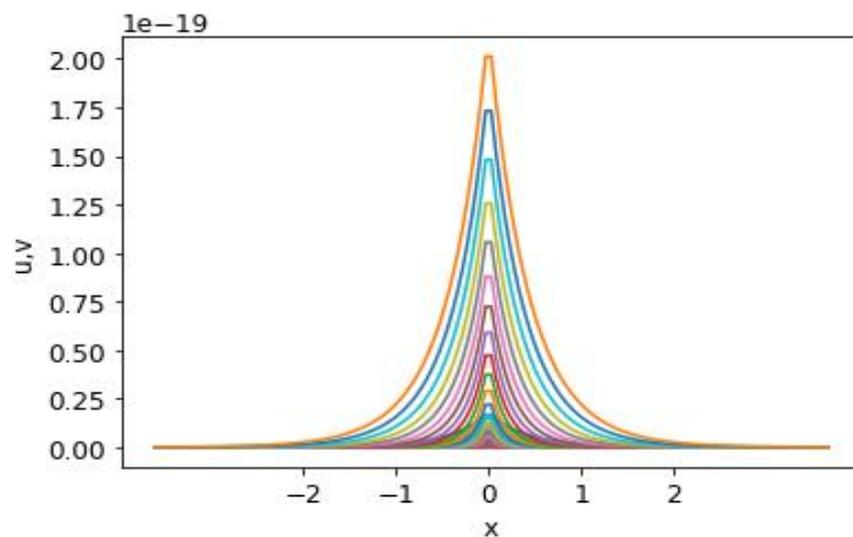


Рисунок 4. Графики решений задачи чёткой диффузии

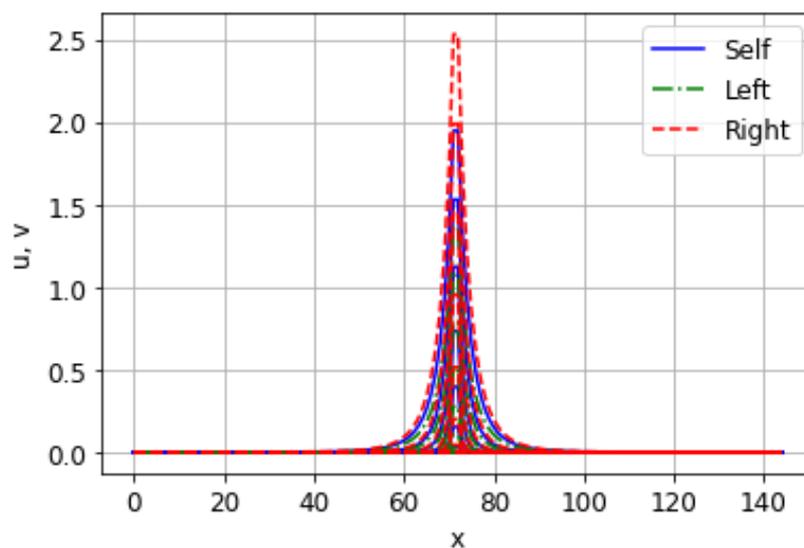


Рисунок 5. Графики решений задачи нечёткой диффузии

Графики значений  $\sigma_1 = 4$ ,  $\sigma_2 = 5$ ,  $\beta_1 = 1.7$ ,  $\beta_2 = 2.1$ ,  $p_1 = 3.1$ ,  $p_2 = 3.2$ ,  $a = 0.5$  соответствуют рисунку 5-6.

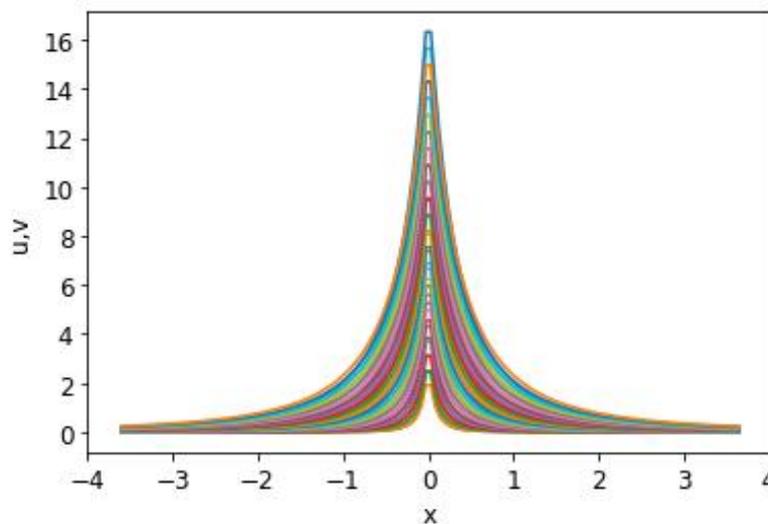


Рисунок 6. Графики решений задачи взаимной диффузии

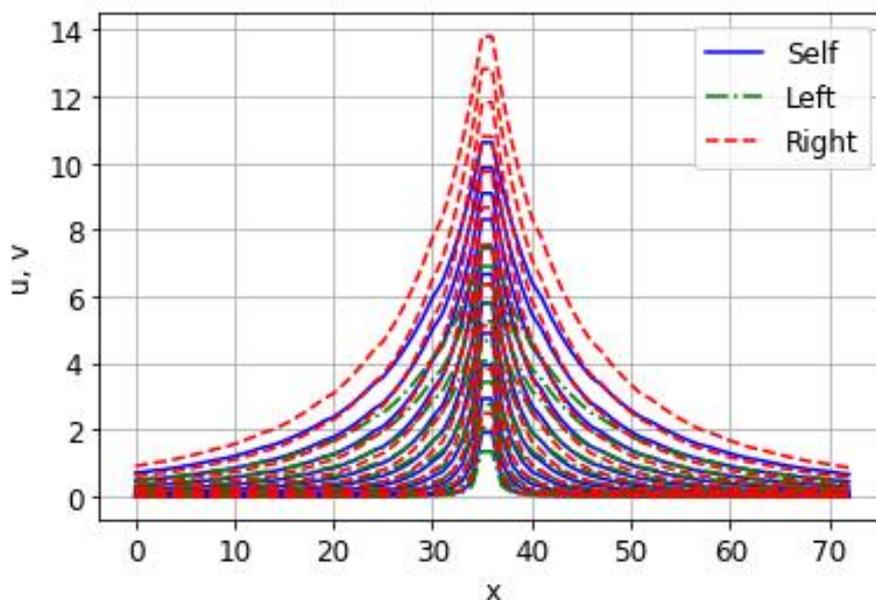


Рисунок 7. Графики решений задачи нечёткой взаимной диффузии

В автомодельных решениях (10) в случае

$$f_1 = (a - \xi)^{\gamma_1},$$

$$f_2 = (a - \xi)^{\gamma_2}$$

Используя значения  $n_1, n_2, \gamma_1, \gamma_2$ , для систем уравнений (7) построены следующие автомодельные решения

$$\begin{cases} u(x, t) = (T + t)^{n_1} \cdot f_1(\xi) = (T + t)^{n_1} \cdot (a - \xi)^{\gamma_1}, \\ v(x, t) = (T + t)^{n_2} \cdot f_2(\xi) = (T + t)^{n_2} \cdot (a - \xi)^{\gamma_2} \end{cases}$$

и получены результаты.

Результаты соответствующие значениям параметров  $\sigma_1 = 2.25, \sigma_2 = 1.1, \beta_1 = 1.4, \beta_2 = 1.19, p_1 = 2, p_2 = 2.3, a = 2.35$  приведены на рисунке 8-10.

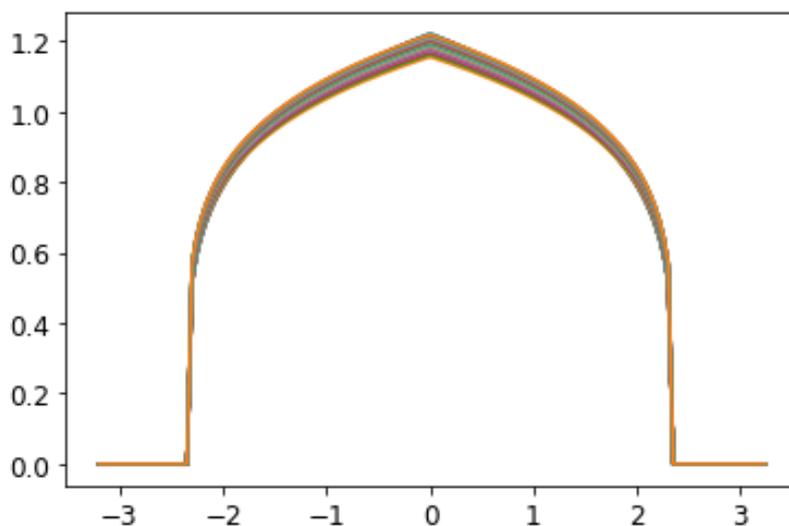


Рисунок 8. Графики действительных решений задачи взаимной диффузии

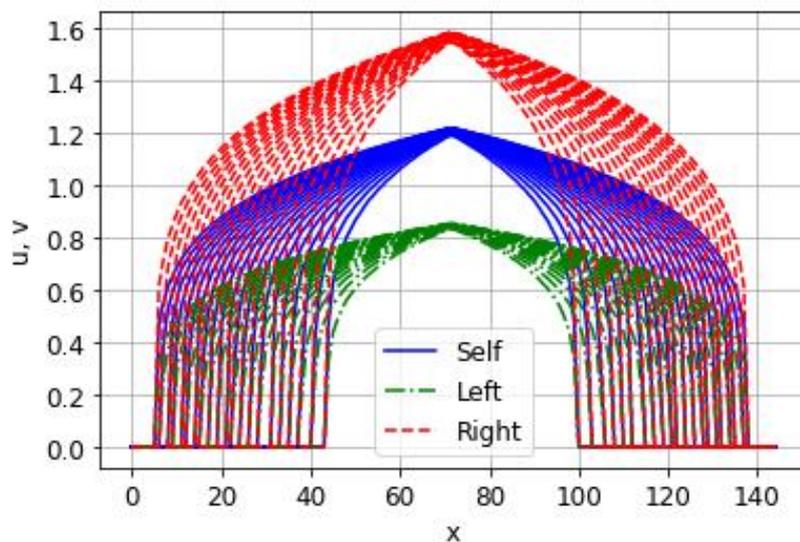


Рисунок 9. Решения полученные через нечёткий коэффициент

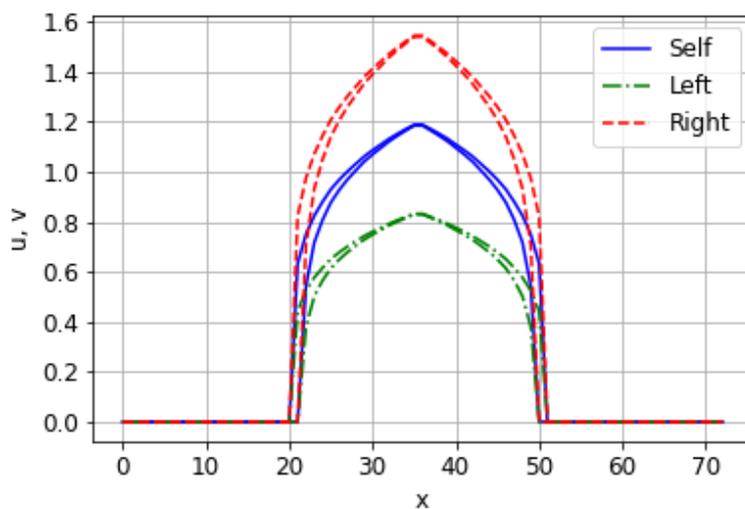


Рисунок 10. Левые, правые и действительные значения процессов диффузии (с конечным шагом)

Результаты полученные для значений  $\sigma_1 = 4, \sigma_2 = 2, \beta_1 = 3, \beta_2 = 2, p_1 = 2.25, p_2 = 2.15, a = 2.57$  приведены на рисунке 11-13.

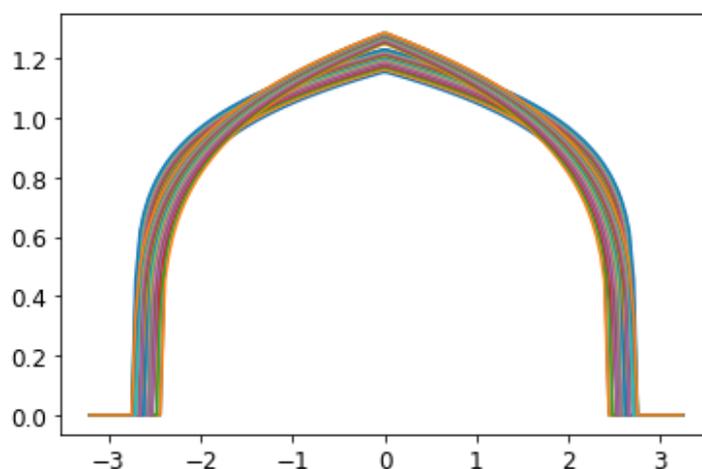


Рисунок 11. Графики решений задачи взаимной диффузии

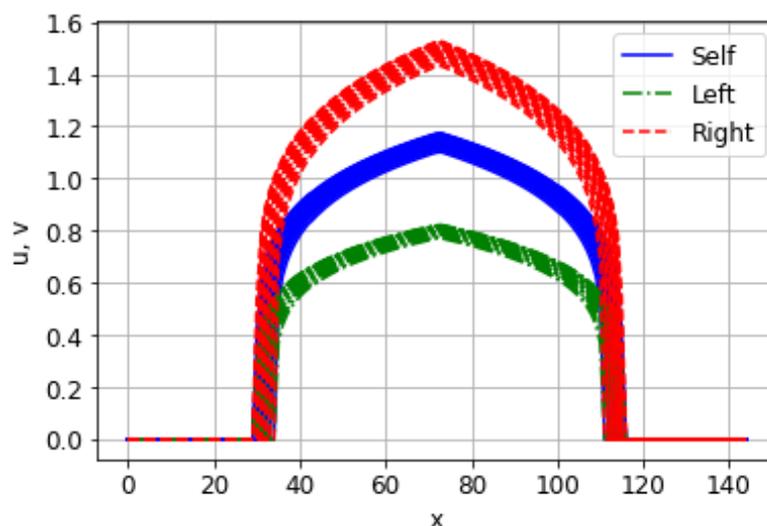


Рисунок 12. Графики решений задачи нечёткой диффузии

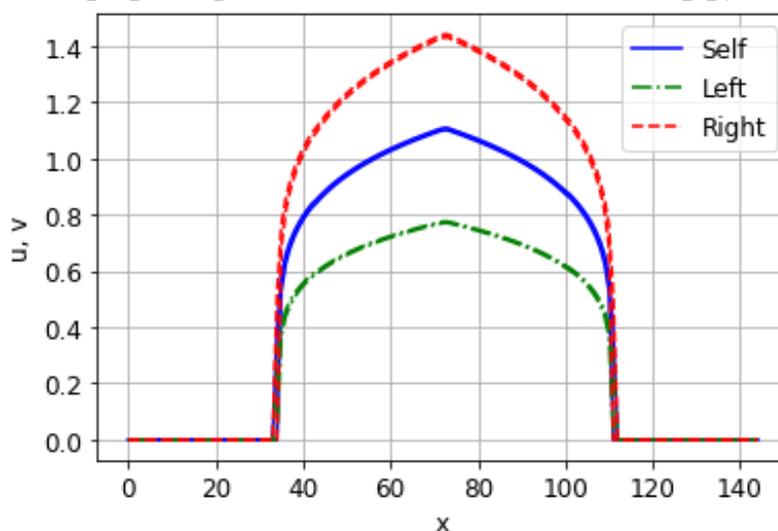


Рисунок 13. Графики решений задачи нечёткой диффузии

Для систем уравнений (11)-(13) автомодельных решения (14) использовались в качестве начальных, краевых условий, получены следующие результаты с применением метода итерации и прогонки.

Обнаружено возникновение процесса быстрой диффузии при следующих значениях параметров

$$\gamma_1 = \frac{(2-p_1)(1-p_2) - (2-p_2)(\delta_1 - \beta_1)}{(1-p_1)(1-p_2) - (\delta_1 - \beta_1)(\delta_2 - \beta_2)} > 0, \quad \gamma_2 = \frac{(1-p_1)(2-p_2) - (2-p_1)(\delta_2 - \beta_2)}{(1-p_1)(1-p_2) - (\delta_1 - \beta_1)(\delta_2 - \beta_2)} > 0 \text{ и}$$

$$(1-p_1)(1-p_2) - (\delta_1 - \beta_1)(\delta_2 - \beta_2) < 0.$$

График соответствующий значениям параметров  $\sigma_1 = 5, \sigma_2 = 6, \beta_1 = 2.25, \beta_2 = 2.19, p_1 = 3.88, p_2 = 3.81, a = 1$  приведен на рисунке 14. А результаты полученные на основе нечётких параметров приведены на рисунке 15.

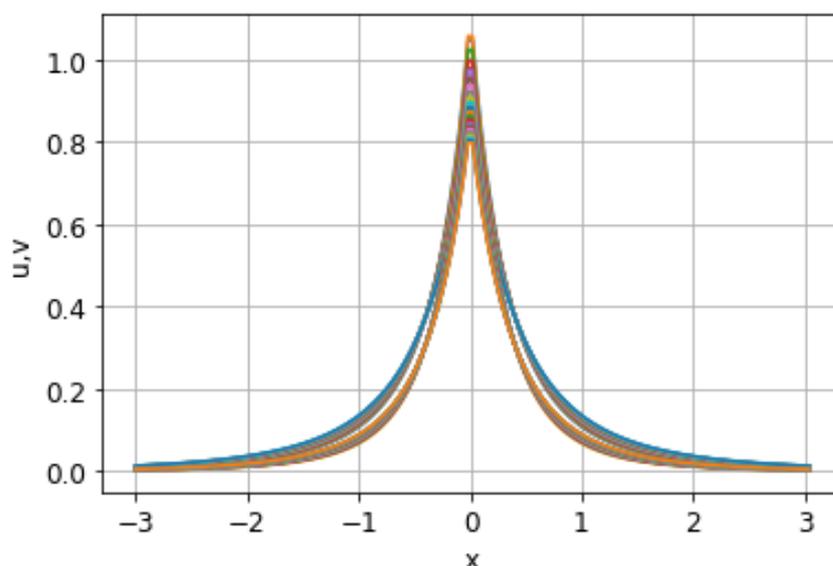


Рисунок 14. Графики решений задачи чёткой диффузии

В системе (11) описывающая процессы кросс-диффузии можно наблюдать одинаковое изменение в малом промежутке времени движения влаги и соли (пыли) и приближение к бесконечно малой величине. (Рисунок 14)

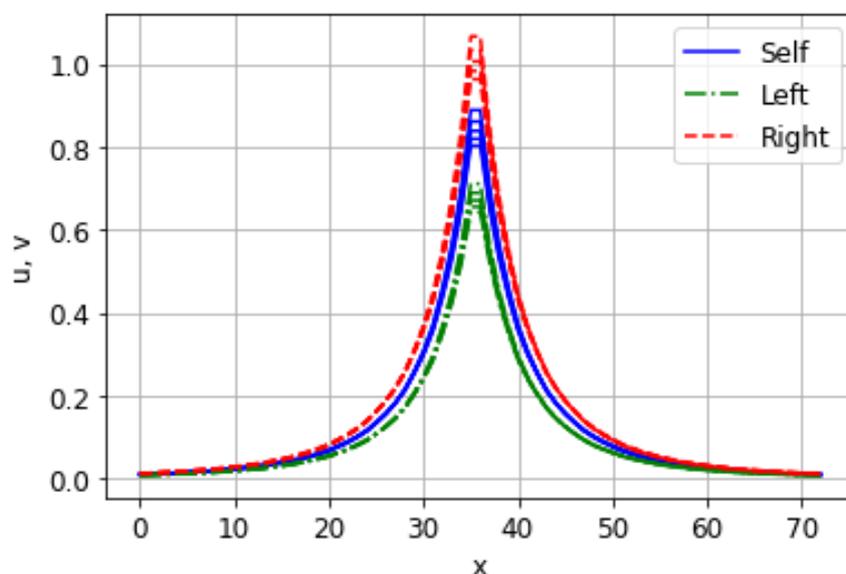


Рисунок 15. График решений задачи нечёткой диффузии

В случае быстрой диффузии при значениях параметров можно наблюдать относительно малое изменение движения(распространения) соли (пыли) и влаги, т.е. относительно быстрое приближение к бесконечно малой величине относительно соли (влаги) переноса при значениях  $\sigma_1 = 6.21$ ,  $\sigma_2 = 6.61$ ,  $\beta_1 = 3.51$ ,  $\beta_2 = 3.39$ ,  $p_1 = 2.72$ ,  $p_2 = 2.61$ ,  $a = 0.93$ . (Рис-16)

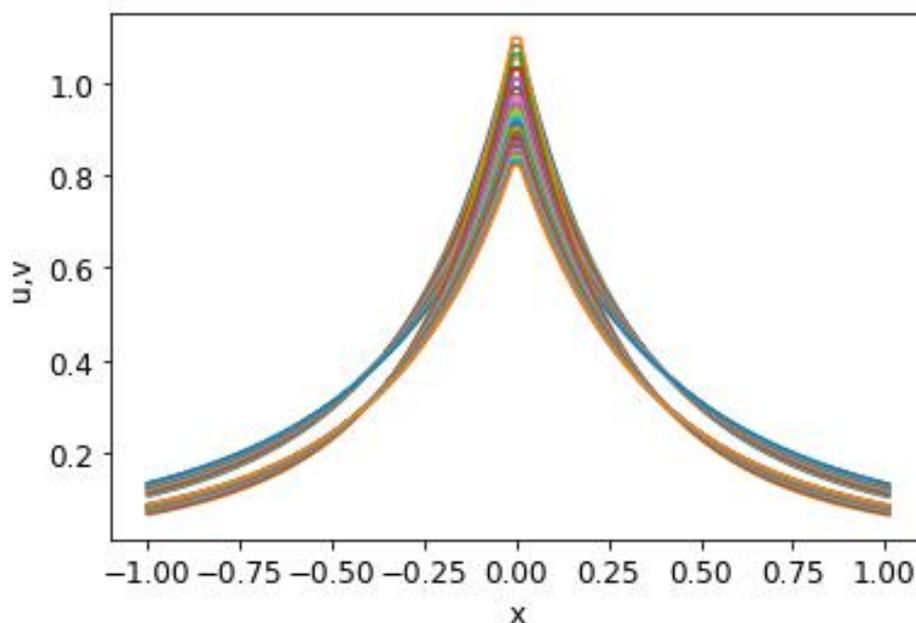


Рисунок 16. Решения задачи быстрой диффузии

### Заключение

На основе исследований, выполненных по теме «Численное моделирование задач взаимной диффузии в нечёткой среде», были получены следующие основные результаты:

1. Проанализированы состояния проблем математического моделирования процесса диффузии влаги и соли-пыли в регионах и поиск путей их решения, были изучены основные факторы, влияющие на процесс соляно-пылевой миграции и диффузии с учетом изменения влажности;

2. Для исследования процесса миграции и диффузии соли (или пыли) с учетом влажности была разработана нелинейная математическая модель, учитывающая параметры среды и фронта. Разработанная модель используется для решения трехмерных задач соляно-пылевой миграции и диффузии с учетом влажности, решения задач кросс-диффузии с использованием приближения второго порядка на основе неявной конечно-разностной схемы по времени и пространству является основой для разработки численного алгоритма.

3. Построены автомодельные решения системы нелинейных дифференциальных уравнений параболического типа, представляющих задачи взаимной диффузии. На основе этих решений были найдены исходные решения нелинейной математической модели, представляющей процесс диффузии влаги и соляно-пылевой миграции.

4. Получены оценки решения задач взаимной диффузии по параметрам среды и размерам пространства. Предложена и обоснована оценка решения, соответствующего нелинейному уравнению второго порядка. Эти результаты

позволяют итерационно решать задачу начального приближения при численном решении задачи.

5. Получены оценки решения задач взаимной диффузии в неоднозначной среде по параметрам среды и размерам пространства. Построены автомоделные решения системы нелинейных дифференциальных уравнений, представляющих задачи взаимной диффузии по значениям переменных, которые позволили решить задачу Коши для уравнения с переменными коэффициентами.

6. Разработан программный комплекс для анализа и прогнозирования процесса соляно-пылевой миграции и диффузии с учетом изменения влажности и проведены компьютерные эксперименты. Разработанный программный комплекс может быть использован для решения практических задач, связанных с соленостью, с учетом изменения влажности. С помощью программного комплекса можно оценить влияние влажности и солености в регионах в зависимости от параметров среды и фронта.

**SCIENTIFIC COUNCIL DSc.03/31.03.2022.T/FM.10.04 ON AWARD OF  
SCIENTIFIC DEGREE AT INSTITUTE OF FUNDAMENTAL AND  
APPLIED RESEARCH “TIHAME” NATIONAL RESEARCH UNIVERSITY**

---

**URGENCH STATE UNIVERSITY**

**MUMINOV SOKHIBJAN YUNUSOVICH**

**NUMERICAL MODELING OF MUTUAL-DIFFUSION TASKS IN A  
FUZZY ENVIRONMENT**

05.01.07 – Mathematical modeling. Numerical methods and software complexes

**DISSERTATION OF THE THE DOCTOR OF PHILOSOPHY(PhD)  
ON TECHNICAL SCIENCES**

**Tashkent-2023**

**The theme of the doctor of philosophy (PhD) on technical science was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2022.4.PhD/T3286.**

Dissertation has been prepared at the Urgench State University.

The abstract of dissertation was posted in three languages (Uzbek, Russian, English (summary)) on the website (www.ifar.uz) and on the information and education portal at "ZiyoNet" (www.ziynet.uz).

**Scientific supervisor:** **Muhamediyeva Dildora Kabilovna**  
Doctor of technical sciences, docent

**Official opponents** **Radjabov Sobirjon Sattorovich**  
Doctor of technical sciences.  
**Boltibayev Shukhratjon Komiljanovich**  
Doctor of philosophy (PhD) technical sciences

**Leading organization:** **Tashkent State Transport University**

The defense will take place “\_\_” \_\_\_\_\_ 2023 at \_\_\_\_ in the meeting of the Scientific Council No. DSc.03/31.03.2022 T/FM.10.4 at the Institute of Fundamental and Applied Research under the National Research University "TIAME" (Address: 100000, Tashkent city, Qori Niyazov Street 39, Institute of Fundamental and Applied Research, Hall 108; tel.: 71 237-09-61.; e-mail: info@ifar.uz)

The dissertation can be looked through at the Information Resource Center of the Institute of Fundamental and Applied Research under the National Research University "TIAME" (registered under № \_\_\_\_). (Address: 100000, Tashkent city, 39 Qori Niyazov str., Institute of Fundamental and Applied Research, hall 205; ph.: 71 237-09-61

Abstract of dissertation was distributed on “\_\_” \_\_\_\_\_, 2023.

(Registry record № \_\_\_\_ dated “\_\_” \_\_\_\_\_, 2023)

**B.J.Ahmedov**  
Chairman of the Scientific Council  
on Award of Scientific Degrees,  
D. Ph.-M.S., Professor

**E. Kh. Karimbayev**  
Scientific Secretary of Scientific Council  
on Award of Scientific Degrees  
PhD in Ph.-M.S.

**A. R. Hayotov**  
Chairman of Scientific seminar under  
Scientific Council on award of scientific degrees  
D. Ph.-M.S., Professor

## INTRODUCTION (abstract of PhD dissertation)

**The aim of the research** is to study limitless mathematical models of mutual diffusion using systems of differential equations with parabolic characteristics. The work is aimed at the development of numerical and analytical models that solve the problems of mutual diffusion, as well as the development of mathematical models, algorithms and software for monitoring and predicting the processes of movement of moisture and salts (or particles) in the regions, taking into account various factors.

**The object of research** is the processes of diffusion of salts (or particles) under conditions that take into account changes in humidity.

The subject of the research is mathematical models, calculation algorithms and software systems for performing limited numerical calculations on a computer.

**The scientific novelty of the research is as follows:**

An analytical mathematical model has been developed that describes the process of diffusion of moisture and salts (or particles).

Automatic methods for solving parabolic systems of differential equations describing mutual diffusion have been created.

The parameters of the environment are estimated and phase variables are measured for solving problems of mutual diffusion under ideal conditions.

Environmental parameters are estimated and phase variables are measured for solving problems of mutual diffusion under normal conditions in a stable environment.

**Implementation of the research results.** Numerical modeling, monitoring, and prediction of mutual diffusion problems have been carried out using mathematical models, computation algorithms, and software complexes: Based on specified environmental parameters, the monitoring and prediction of mutual diffusion processes are conducted, particularly the movement of salts (or particles) under changing humidity conditions, as well as changes in humidity conditions during the movement of salts (or particles). This is achieved using developed mathematical models, computation algorithms, and software complexes based on automatic methods for systems of parabolic differential equations describing mutual diffusion, along with their characteristics derived from numerical results. These efforts are supported by the grant from the Russian Foundation for Basic Research (RFBR) under project number 20-01-00293, within the framework of the project of Udmurt State University named after the Udmurt Republic (Russia), Institute of Mathematics, Information Technologies, and Physics (Udmurt State University, Information Technologies and Physics, April 21, 2023, document number 7873-3981/32).

Based on self-similar solutions constructed for a system of nonlinear differential equations of parabolic type, representing problems of mutual diffusion, from the initial solutions of a nonlinear mathematical model representing the diffusion process of moisture, salt and dust migration, a solution is proposed that

corresponds to a nonlinear equation of the second order of problems of mutual diffusion based on methods estimation, algorithms for the iterative solution of the initial approximation problem in the numerical solution of the problem, which was used in the practical project No. BV-Atex-2018 (399 + 487) on the topic "Creating a three-dimensional model of hydrological processes and a package of applications for numerical modeling of diffusion processes in two-component media" performed in 2017-2020 (Information No. 01-338 / 23 of August 29, 2023 of the Belarusian-Uzbek Institute of Practical Technical Qualifications).

**The structure and scope of the dissertation.** The dissertation consists of an introduction, three chapters, a conclusion, a list of references and appendices. The volume of the dissertation is 120 pages.

**E'LON QILINGAN ISHLAR RO'YXATI**  
**СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ**  
**LIST OF PUBLISHED WORKS**

**I bo'lim (I часть; I part)**

1. Muhamediyeva D. Nurumova A. Muminov S. Cauchy Problem and Boundary-Value Problems for Multicomponent Cross-Diffusion Systems. International Conference on Information Science and Communications Technologies. Tashkent-2021. (№3; Scopus CiteScore 1.0).

2. Muhamediyeva D. K., Nurumova A. Y., Muminov S. Y. Study Of Multicomponent Cross-Diffusion Systems Of Biological Population With Convective Transfer. Annals of the Romanian Society for Cell Biology, 2021, pp 6144-6155.

3. Muhamediyeva D. K., Nurumova A. Yu., Muminov S.Y, Numerical modeling of cross-diffusion processes. E3S Web of Conferences 401, 05060 (2023) CONMECHYDRO-2023. (№3;Scopus CiteScore 1.0)

4. D. K. Muhamediyeva, S. Y. Muminov, M. E. Shaazizova, Ch. Hidirova, Yu. Bahromova. Limited different schemes for mutual diffusion problems. E3S Web of Conferences 401, 05060 (2023) CONMECHYDRO-2023. (№3;Scopus CiteScore 1.0)

5. Muhamediyeva D. K., Nurumova A. Y., Muminov S. Y. Fuzzy evaluation of cotton varieties in the natural climatic. IOP Conference Series: Earth and Environmental science. Tashkent-2022 (№3;Scopus CiteScore 0.8)

6. Муминов С. Ю. Автомодельные решение системы нелинейных дифференциальных уравнений кросс-диффузии. Проблемы вычислительной и прикладной математики. № 4(51). Ташкент-2023. (05.00.00; №23)

7. Муминов С. Ю. Автомодельные решения нелинейных дифференциальных уравнений параболического типа для моделирования диффузионных процессов. Вестник аграрной науки Узбекистана. № 4(10). Ташкент-2023. (05.00.00; №18)

**II bo'lim (II часть; II part)**

8. Mo'minov S. Y. O'zaro diffuziya masalalarini sonli modellashtirish. O'zMU 95-yilligiga bag'ishlab "Zamonaviy ilm fan rivojida yosh tadqiqotchilarning o'rni" ilmiy-amaliy konferensiya. Toshkent-2013.

9. Mo'minov S. Y., Nazirova M. X. O'zaro diffuziya masalalarini sonli modellashtirish. O'zMU 96-yilligiga bag'ishlab "Zamonaviy ilm fan rivojida yosh tadqiqotchilarning o'rni" ilmiy-amaliy konferensiya. Toshkent-2014.

10. Muhamediyeva D. K., Muminov S. Y. System of quasilinear equations of parabolic type. Scientific community: Interdisciplinary research Hamburg, Germany.2021. pp 689-693.

11. Muhamediyeva D. K., Muminov S. Y. Invariance properties of solutions of task for a quasilinear equation. InterConf, 2021 Ottawa, Canada. pp 715-718.

12. Sokhibjan Muminov. Numerical modeling of nonlinear diffusion processes. Modern problems of applied mathematics and information technologies al-Khwarizmi. Fergana 2021. p 55.

13. Muminov S. Y., Abduraxmanov A. A., Jumanazarov B. J. Solving Fuzzy Differential Equations Using the Third Order Runge-Kutta Method for a Three-Step Antiharmonic Mean. 5th International Scientific and Practical Conference recent scientific investigation Oslo, Norway. 2022. pp 476-478.

14. Muminov S. Y., Yusupova M. T. On the global existence of solutions to fuzzy differential equations. Fan, ta'lim, innovatsiyalar: dolzarb muammolar va zamonaviy yo'nalishlar mavzusida respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi. Xiva-2023. 81-83 bb.

15. Muminov S. Y. Construction of self-similar solutions of the system of nonlinear differential equations of cross-diffusion. II International scientific conference Beijing. China. 18-19.07.2023. pp 57-60.

16. Mo'minov S. Diffusion-1. Muhit parametrlari berilgan holda o'zaro diffuziya jarayonlarini, hususan namlikni hisobga olgan holda tuz va chang ko'chishini, tuz va chang ko'chishini hisobga olgan holda namlik o'zgarishini tadqiq qilish. № DGU 20816-02.12.2022. Intellektual mulk agentligi, dastur guvohnomasi.

17. Mo'minov S. O'zaro diffuziya masalalarini sonli modellashtirish. № DGU 25586-20.06.2023. Elektron hisoblash mashinalari uchun yaratilgan dasturning rasmiy ro'yxatdan o'tkazilganligi to'g'risidagi O'z. R. Adliya vazirligi guvohnomasi.

Avtoreferat “Fan va innovatsiyalar” xalqaro ilmiy jurnali tahririyatida tahrirdan o‘kazildi hamda o‘zbek, rus va ingliz tillaridagi matnlarining o‘zaro mosligi tekshirildi.

---

№ 1400



Bosishga ruxsat etildi: 20.10.2023  
Bichimi: 60x84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub> «Times New Roman»  
Garniturada raqamli bosma usulda bosildi.  
Shartli bosma tabog‘i 3,5 Adadi 100. Buyurtma: № 99/6  
«INNOVATSION RIVOJLANISH NASHRIYOT-MATBAA UYI»  
bosmaxonasida chop etildi.  
100174, Toshkent sh, Olmazor tumani,  
Ziyo MFY, Talabalar ko'chasi, 96-1-uy