O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVASIYALAR VAZIRLIGI

NAMANGAN MUHANDISLIK-QURILISH INSTITUTI

"MEXANIKA"
(I-qism)
fani bo’yicha

O'QUV USLUBIY MAJMUA

Namangan 2023

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVASIYALAR VAZIRLIGI

NAMANGAN MUHANDISLIK-QURILISH INSTITUTI

NamMQI
O'quv-uslubiy boshqarma
№ 197
«23» 08 2023 y.

Ro'yhatga olindi
№ 197
2023 y. "23" 08

"Tasdiqlayman"
O'quv ishlari bo'yicha prorektor

"____" ______________ 2023 y

"MEXANIKA"
(I-qism)
fanidan

O'QUV USLUBIY MAJMUA

Namangan 2023

Mazkur o’quv-uslubiy majmua O'zbekiston respublikasi oliy ta'lim, fan va innovasiyalar vazirligi namangan muhandislik-qurilish instituti O’quv uslubiy birlashmalari faoliyatini Muvofiqlashtiruvchi Kengashining 2023 yil 07.04 dagi 393-son bayonnomasi bilan ma’qullangan va ro’yxatga olingan “Mexanika” fanining o’quv reja va dastur asosida tayyorlandi.

Tuzuvchi: NamMQI katta o’qit.M.Karabayeva

Taqrizchi: SH.S.Yuldashev- NamMQI “Materiallar qarshiligi va mexanika” kafedrasi professori t.f.d.

O’quv -uslubiy majmua NamMQI kengashining 2023 yil __________dagi ___-sonli qarori bilan tasdiqqa tavsiya qilingan.

MUNDARIJA

1. O’quv materiallari

So’z boshi

Fan va texnikaning yangi yutuqlarini muhandis-texnologlarga yetkazishda, ilmiy-texnika taraqqiyotini jadallashtirishda «Mexanika» fanining ahamiyati beqiyosdir. Ilmiy texnikaviy taraqqiyot vazifalari-Respublikada qurilish, mashinasozlik sanoatlarining rivojlanishida «Nazariy mexanika», «Materiallar qarshiligi» fanlaridan iborat «Mexanika» fani yetakchi o’rinlarda turadi.

Fanni o’qitishdan maqsad-nazariy mexanika, materiallar qarshiligi fanlari bo’yicha nazariy bilim berish: Inshoot qurilmalari va mashina detallarini mustahkamlikka, bikirlikka hamda ustvorlikka hisoblash bilan birgalikda mashinalar, asboblar va transport vositalarinning yangi konstuksiyalarini yaratishning eng muhim shartlaridan biri ularning quvvat birligiga to’g’ri keladigan tannarxini kamaytirish, mashinasozlikda kam legirlangan, shakldor va aniq profildagi materiallardan, metal kukunlaridan, kompozitsion materiallardan hamda plastmassalardan foydalanish hisobiga yangi mashina, mexanizm va uskunalarni loyihalashda metaldan foydalanish samaradorligini oshirish hisoblanadi. Bularning hammasi mutahassislardan zamonaviy bino inshootlarni, mashina va jihozlarni yaratish uchun, ularni nazariy, amaliy va tajriba yo’li bilan aniqlash bo’yicha yetarli tayyorgarlikka hamda malakaga ega bo’lishini talab etadi.

Fanning vazifasi - talabalarda inshootlarni loyihalash jarayonida asosiy masalalardan biri hisoblangan loyiha-konstruktorlik hisoblari bo‘yicha boshlang‘ich ko‘nikmalar hosil qilishdan iborat.

Mexanika fizika-matematika fanlari singari umum ilmiy fundamental va amaliy fanlarning biri sifatida o’rganiladi. Oliy matematika, fizika, materiallar qarshiligi, qurilish mexanikasi, gidravlika, mashina va mexanizmlar nazariyasi, elastik va plastik jismlar nazariyasi va boshqa umummuhandislik fanlari, shuningdek, ko’p qavatli baland imoratlar, ko’priklar, yer osti inshootlari, gidrotexnik inshootlar va shunga o’xshash ob`ektlarni loyihalash, qurish hamda ulardan foydalanishni o’rgatuvchi maxsus muhandislik fanlari «Mexanika»ning qonun qoidalari va prinsiplarini o`rgatishdan iborat.

Bo’lajak muhandis va muhandis-quruvchining qurilish mexanikani o’rganishi, uni kelgusi ishlab chiqarish va qurilish faoliyatiga, ilmiy-texnikaviy taraqqiyot jarayonida uchraydigan turlicha masalalar va yangiliklarni mustaqil ravishda hal qilishi uchun asosiy omillardan biri bo’lishi kerak. Shu bilan birga mexanikani o’rganish bo’lajak muhandis-quruvchining dunyoqarashini, uning umumiy madaniyatini, fikrlash qobiliyatini o’stirishdan iborat.

Mexanikani o’rganish jarayonida talaba mexanikaning asosiy tushunchalari va qonunlari hamda shu qonunlardan kelib chiqadigan moddiy nuqta, qattiq jism, mexanik sistemaning muvozanati va harakatini aniqlash usullarini bilishi, olgan bilimini nazariy mexanikaning konkret masalalarini hal qilishga, shuningdek nazariy mexanikaning muhandislik va maxsus fanlarni o’rganishi uchun bo’lgan qonun-qoidalarini tadbiq eta olishi zarur.

Hozirgi kunda hisoblash texnikasi, yadro energetikasi, kosmonavtika va elektronikaning rivojlanishi natijasida mexanikadan turlicha fizik tabiatga xos: elektromagnit, issiqlik, yorug’lik va ximiyaviy xususiyatlariga ega bo’lgan kuchlar ta`siridagi sistemalarning harakatini o’rganishiga oid masalalar qo’yilmoqda.Texnikaning barcha soxalarida ayniqsa, mashinasozlik, asbobsozlik, qurilish, avtomatika, muhandislik kommunikatsiyasi inshootlarini, kibernetika va kosmonavtikaning rivojlanishida mexanika alohida o’rin egallaydi.

1.1.Ma’ruza materiallari

1-mavzu: Nazariy mexanikaga kirish. Kesishuvchi kuchlar tizimi.

Reja:

1. Nazariy mexanika fanining ahamiyati va vazifalari.
2. Statikaning asosiy tushunchalari. Tashqi va ichki kuchlar.
3. Statika aksiomalari.
4. Bog`lanishlar va bog`lanish reaktsiyalari.
5. Kuchlarni qo‘shishning geometrik va analitik usullari.
6. Tizimga teng ta’sir etuvchisi.
7. Kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanati.
8. Uch kuchning muvozanatiga oid teorema.

Tayanch so‘z va iboralar:

Nazariy mexanika, Materiallar qarshiligi, statika, tashqi va ichki kuchlar, aksiomalar, bog`lanishlar va bog`lanish reaktsiyalari, moddiy nuqta, mexanik sistema, qattiq va deformatsiyalanuvchi jism, erkin va erkin bo’lmagan jism, kuch, kuchlar sistemasi, ekvivalent kuchlar, teng ta’sir etuvchi kuch, kesishuvchi kuchlar.

Ma’lumki, fan va texnikaning yangi yutuqlarini muhandislarga yetkazishda, ilmiy-texnika taraqqiyotini jadallashtirishda «Mexanika» fanining ahamiyati beqiyosdir. Ilmiy tehnikaviy taraqqiyot vazifalari-Respublikada qurilish, mashinasozlik sanoatlarining rivojlanishida, «Nazariy mexanika», «Materiallar qarshiligi» fanlarini o’z tarkibiga oluvchi «Mexanika» fani yetakchi o’rinlarda turadi.

Mexanika fizika-matematika fanlari singari umum ilmiy fundamental fanlarning biri sifatida o’rganiladi. Oliy matematika, fizika, materiallar qarshiligi, gidravlika, mashina va mexanizmlar nazariyasi, elastik va plastik jismlar nazariyasi va boshqa umummuhandislik fanlari, shuningdek, ko’p qavatli baland imoratlar, ko’priklar, yer osti inshootlari, gidrotexnik inshootlar va shunga o’xshash ob`ektlarni loyihalash, qurish hamda ulardan foydalanishni o’rgatuvchi maxsus muhandislik fanlari «Mexanika»ning qonun qoidalari va prinsiplarini o`rgatishdan iborat.

Bo’lajak muhandisning amaliy mexanikani o’rganishi, uni kelgusi ishlab chiqarishdagi faoliyatiga, ilmiy-texnikaviy taraqqiyot jarayonida uchraydigan turlicha masalalar va yangiliklarni mustaqil ravishda hal qilishi uchun asosiy omillardan biri bo’lishi kerak. Shu bilan birga amaliy mexanikani o’rganish bo’lajak muhandisning dunyoqarashini, uning umumiy madaniyatini, fikrlash qobiliyatini o’stirishdan iborat.

Mexanikani o’rganish jarayonida talaba mexanikaning asosiy tushunchalari va qonunlari hamda shu qonunlardan kelib chiqadigan moddiy nuqta, qattiq jism, mexanik sistemaning muvozanati va harakatini aniqlash usullarini bilishi, olgan bilimini amaliy mexanikaning aniq masalalarini hal qilishga, shuningdek amaliy mexanikaning muhandislik va maxsus fanlarni o'rganishi uchun bo'lgan qonun-qoidalarini tadbiq eta olishi zarur.

Hozirgi kunda hisoblash texnikasi, yadro energetikasi, kosmonavtika va elektronikaning rivojlanishi natijasida mexanikadan turlicha fizik tabiatga xos: elektromagnit, issiqlik, yorug'lik va ximiyaviy xususiyatlariga ega bo'lgan kuchlar ta`siridagi sistemalarning harakatini o'rganishiga oid masalalar qo'yilmoqda. Texnikaning barcha soxalarida ayniqsa, mashinasozlik, asbobsozlik, qurilish, avtomatika, kibernetika va kosmonavtikaning rivojlanishida amaliy mexanika alohida o'rin egallaydi.

Mexanikani 2 ta qismga ajratib o'rganiladi ya'ni nazariy mexanika va meteriallar qarshiligi.

Tabiatda ro'y beradigan barcha o'zgarishlar va hodisalar harakat deb ataladi. Materiya harakatining eng sodda turi, jism holatining o'zgarishidir, ya'ni moddiy jismlarning vaqt o'tishi bilan fazoda bir-birlariga nisbatan qo'zg'alishlaridir. Harakatning bu turi mexanik harakat deb ataladi. Nazariy mexanika moddiy jismlar harakatining umumiy qonunlari haqidagi fandir. Xususan, agar jismning fazodagi holati vaqt o'tishi bilan o'zgarmasa, bu holda jism muvozanat holatida turadi. Muvozanat mexanik harakatning xususiy holidir. Binobarin, nazariy mexanika muvozanat qonuniyatlarini ham o'rganuvchi fandir. Harakat va muvozanat tushunchalaridan ularning nisbiyligi haqida xulosa chiqarishimiz mumkin. Mexanika fani matematika fani singari qadimiydir. Nazariy mexanikada izlanishning matematik usullari keng tatbiq qilinadi. Jismning holati boshqa qo'zg'almas deb olingan jismga biriktirilgan koordinata o'qlariga nisbatan kuzatiladi. Harakat davomida jismning holati kuzatilayotgan sanoq sistemasiga nisbatan vaqt o'tishi bilan o'zgaradi. Tabiatda harakatsiz jism mavjud emas, binobarin qo'zg'almas sanoq sistemasi ham mavjud emasdir. Odatda, ko'pgina muhandislik masalalarini hal qilishda (kosmik uchishlar masalasi bundan mustasnodir), yerni qo'zg'almas deb qaraladi. Shuning uchun, keyinchalik, agar alohida ta'kidlanmasa, yerga bog'langan sanoq sistemasini qo'zg'almas deb qabul qilamiz. Hozirgi zamon "Nazariy mexanika" fanining asosiy qonunlarini 1687 yilda mashhur donishmand olim Isaak Nyuton o'zining «Tabiiy fanlar falsafasining matematik asoslari» nomli asarida bayon qilib bergan. Shuni ta'kidlab o'tamizki, Nyuton qonunlari Arximed va Galiley singari va boshqa buyuk olimlarning kundalik kuzatishlari va izlanishlarining natijasidir. Nazariy mexanika fanining rivojlanishi davomida, undan ko'pgina muhandislik fanlari mustaqil fan bo'lib ajralib chiqdi. Masalan: materiallar qarshiligi, inshootlar nazariyasi, suyuq va gazsimon jismlar mexanikasi, mashina va mexanizmlar nazariyasi va boshqalar. Bu fanlar nazariy mexanika qonunlariga tayangani holda mustaqil fanlar tarzida shakllandi. Hozirgi zamon mexanikasining tez sur'atlar bilan taraqqiy etishi, texnikani rivojlantirishda ijodiy ishlashga qodir bo'lgan yuqori malakali muhandis xodimlarga muhtojlikni oshiradi. Hozirgi zamon muhandislari o'ta murakkab hisob ishlarini bajarishlari darkor, masalan: inshoot muvozanatlariga oid (imorat, ko'prik va boshqalar), mashina va mexanizmlar harakatiga oid hisob-kitob ishlari. Bunday masalalarni yechishga faqat "Nazariy mexanika" fani qonun-qoidalarini chuqur o'rgangan muhandislargina qodirdirlar.

"Nazariy mexanika" fani uch qismdan iborat: statika, kinematika va dinamika.

Statika moddiy jismlar muvozanatiga oid qonunlarni o'rganadi.

Kinematika jism harakati qonunlarini bu harakatni vujudga keltiruvchi yoki o'zgartiruvchi sababga bog'lamay tekshiradi. Bundan ko'rinadiki, kinematika jism harakatini faqat geometrik nuqtai nazardan tekshiradi, ya'ni bu harakatni vujudga keltiruvchi sababga e'tibor bermaydi. Shuning uchun kinematikani to'rt o'lchovli geometriya deb atasak ham bo'ladi. Bunda uchta fazoviy o'zgaruvchilarga to'rtinchi o'zgaruvchi vaqt ham qo'shiladi.

Dinamika jismlar harakatini bu harakatni vujudga keltiruvchi, o'zgartiruvchi sababga bog'lab tekshiradi.

Hozirgi zamon texnikasi, injenyerlar oldiga echilishi muhim bo'lgan qator masalalarni qo'ymoqda, ular asosan mexanik harakatlar va moddiy jismlarning o'zaro ta'sirlariga bog'liq bo'lib, nazariy mexanika faniga taalluqli hisoblanadi.

Jismga ta'sir etuvchi kuchlar turlari, ular ustida amallar, kuchlarning muvozanat shartlarini o'rganuvchi nazariy mexanikaning bo'limi statika deb ataladi. Statikani o'rganish uchun zarur bo'lgan asosiy tushuncha va ta'riflarni keltiramiz.

1. Moddiy nuqta. Ko'rilayotgan masalada geometrik o'lchamlarining ahamiyati bo'lmagan jism moddiy nuqta deb ataladi.

2. Mexanik sistema. Har birining holati va harakati boshqalarining holati va harakatiga bog'liq bo'lgan moddiy nuqtalar to'plami mexanik sistema deb ataladi. Ta'rifdan ko'rinadiki, mexanik sistema moddiy nuqtalar orasida o'zaro ta'sir mavjud bo'lishini taqozo qiladi.

3. Absolyut (mutlaq) qattiq va deformatsiyalanuvchi jism. Qattiq jismning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofa har qanday holatda ham o'zgarmasdan qolsa, bunday jism absolyut (mutlaq) qattiq jism deb ataladi. Tabiatda mutlaq qattiq jism mavjud emas. Har qanday qattiq jism bo'lmasin, shunday sharoit mavjud qilish mumkinki, uning ikki nuqtasi orasidagi masofa o'zgarishiga olib kelish mumkin. Bu jism shaklining o'zgarishiga olib keladi. Ikki nuqtasi

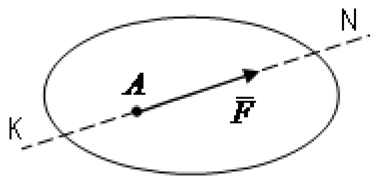
orasidagi masofa o'zgaruvchi bo'lgan qattiq jism deformatsiyalanuvchi jism deb ataladi. Binobarin tabiatda faqat deformatsiyalanuvchi jism mavjuddir.

4. Erkin va erkin bo'lmagan jism. Fazoda ixtiyoriy vaziyatni egallashi mumkin bo'lgan jism erkin jism deb ataladi. Quyosh sistemasining sayyoralari bunga misol bo'la oladi. Agar jismning fazodagi vaziyati yoki harakatiga qandaydir chek qo'yilsa, bunday jism erkin bo'lmagan, ya'ni bog'lanishdagi jism deb ataladi.

5. Kuch. Moddiy jismlarning harakati yoki ichki holatining o'zgarishiga sabab bo'luvchi, o'zaro bir-birlariga ko'rsatgan ta'sirlarning miqdor o'lchovi kuch deb ataladi. Jismlarning o'zaro mexanik ta'siri ularni bir-biriga tegib yoki ma'lum masofada turganida ham mavjud bo'lishi mumkin.

Birinchi toifaga jismlarning o'zaro bir-birlariga bosimi, ikkinchi toifaga har xil tortishish kuchlari : sayyoralar orasidagi o'zaro tortishish, elektr, magnit va boshqalar kiradi. Jismga qo'yilgan kuch: miqdor, yo'nalish va qo'yilish nuqtasi bilan xarakterlanadi, ya'ni kuch vektor kattalikdir. SI xalqaro birliklar sistemasida kuch birligi – Nyuton.

Kuch yo'nalishi deb, tinch holatda turgan erkin moddiy nuqtaning qo'yilgan kuch ta'siridan olgan harakatining yo'nalishiga aytiladi. Kuch yo'nalgan to'g'ri chiziq kuchning ta'sir chizig'i deb ataladi (1-shakl).



1-shakl

Jismning bevosita kuch qo'yilgan nuqtasi kuch qo'yilgan nuqta deb ataladi. Kuch yo'naltirilgan kesma orqali grafik tasvirlanadi. Tanlab olingan masshtabda kesma uzunligi kuch miqdorini ifodalaydi, kesmaning yo'nalishi kuch yo'nalishiga monand, uning boshlanishi yoki oxiri kuch qo'yilgan nuqtaga monand.

1-shaklda $\vec{F}$ kuch A nuqtaga qo'yilgan.

6. Kuchlar sistemasi. Jismga qo'yilgan bir necha kuchlardan iborat bo'lgan $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n)$ to'plam kuchlar sistemasi deb ataladi.

7. Ekvivalent kuchlar sistemasi. Agar jismga qo'yilgan $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n)$ kuchlar sistemasi ta'sirini, uning tinch yoki harakat holatini o'zgartirmay, boshqa kuchlar sistemasi, ya'ni $(\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, ..., \vec{Q}_n)$, bera olsa, unday ikki kuch sistemasi ekvivalent kuchlar sistemasi deyilali. $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n) \Leftrightarrow (\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, ..., \vec{Q}_n)$.

8. Teng ta'sir etuvchi kuch. Berilgan kuchlar sistemasi biror kuchga ekvivalent bo'lsa, bunday kuch teng ta'sir etuvchi kuch deb ataladi. Shuni nazarda tutish kerakki, kuchlar sistemasining jismga bergan ta'sirini yolg'iz bir

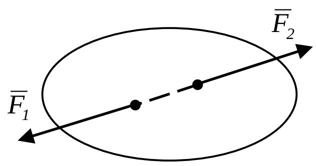
kuch bera olsa, bunday kuch mazkur kuchlar sistemasining teng ta’sir etuvchisidir $\left(\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, ..., \vec{Q}_n\right) \Leftrightarrow \vec{R}$.

9. Muvozanatlashgan kuchlar sistemasi. Erkin jism unga qo’yilgan kuchlar sistemasi ta’sirida tinch holatda qolsa, bunday kuchlar sistemasi muvozanatlashgan kuchlar sistemasi yoki nolga ekvivalent sistema deyiladi. $\left(\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, ..., \vec{Q}_n\right) \Leftrightarrow 0$.

Statikaning asosiy aksiomalari

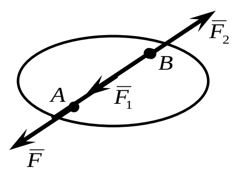
Statikaning asosida isbot talab etilmaydigan, aksioma deb ataluvchi boshlang’ich haqiqatlar to’plami yotadi. Bu aksiomalar tajriba va kuzatishlarning natijasidir. Aksiomalarga asoslanib, statikaning mazmunini tashkil etuvchi teoremalar isbot qilinadi.

1-aksioma. Erkin qattiq jismga qo’yilgan ikki kuch miqdor jihatdan bir-biriga teng $\left|\bar{F}_1 = -\bar{F}_2\right|$ va bir chiziq bo’ylab qarama-qarshi tomonga yo’nalgan bo’lsa, kuchlar sistemasi o’zaro muvozanatlashadi. Bu aksioma oddiy muvozanatlashgan kuchlar sistemasini aniqlaydi.



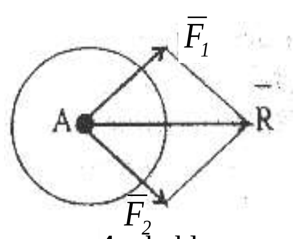
2-aksioma. Agar jismga ta’sir etayotgan kuchlar sistemasi qatoriga, muvozanatlashgan kuchlar sistemasini qo’shsak, yoki undan ayirsak, kuchlar sistemasining jismga ta’siri o’zgarmaydi.

Bu aksiomadan quyidagi natija kelib chiqadi. Kuchning jismga ta’sirini o’zgartirmay, uning qo’yilish nuqtasini ta’sir chizig’i bo’ylab jismning ixtiyoriy nuqtasiga ko’chirishimiz mumkin. Jismning A nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo’yilgan. Uning ta’sir chizig’ining, u bo’ylab ixtiyoriy B nuqtasiga muvozanatlashgan kuchlar sistemasini, ya’ni miqdor jihatidan F ga teng bo’lgan F_1=F_2=F va F ning ta’sir chizig’i bo’ylab yo’nalgan, $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) \Leftrightarrow 0$ qo’yamiz.



Ikkinchi aksiomaga asosan bu kuchlar sistemasining jismga ta’siri o’zgarmaydi. Osonlik bilan ko’rish mumkinki, $\vec{F}$ va $\vec{F}_2$ kuchlar sistemasi muvozanatlashgan kuchlar sistemasini tashkil qiladi. Bu muvozanatlashgan kuchlar sistemasini jismdan olib tashlaymiz. U holda jismning B nuqtasiga qo’yilgan $\vec{F}_1 = \vec{F}$ kuchigina qoladi. Demak, kuch o’zining ta’sir chizig’i bo’ylab jismning ixtiyoriy nuqtasiga qo’yilishi mumkin ekan. O’zining ta’sir chizig’i bo’ylab ixtiyoriy nuqtaga ko’chirish mumkin bo’lgan vektor sirpanuvchi vektor deb ataladi.

3-aksioma. Jismning biror nuqtasiga turli yo’nalishda qo’yilgan ikki kuchning teng ta’sir etuvchisi



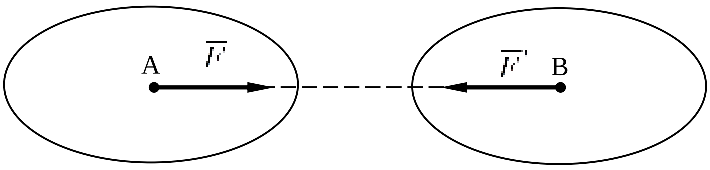
4- shakl

shu nuqtaga qo'yilgan bo'lib, ularning geometrik yig'indisiga teng bo'ladi. Bu aksioma bir nuqtaga qo'yilgan ikki kuchning yig'indisi, shu nuqtaga qo'yilgan ikki vektorni qo'shish qonuniyatiga asoslanadi (4-shakl). $\vec{F_1}$ va $\vec{F_2}$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisini R bilan belgilab, 3-aksiomaga asosan quyidagini yozishimiz mumkin:

$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 .$$

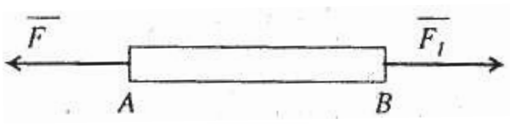
4-aksioma. Ikki jismning bir-biriga ko'rsatgan ta'sir kuchlari o'zaro teng va bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan. Bu aksioma ta'sir aks ta'sir tenglik aksiomasi deyiladi. Aksioma tabiatda bir tomonlama ta'sir mavjud emasligini ko'rsatadi. Birinchi jism ikkinchi jismga qanday kuch bilan ta'sir etsa (ta'sir), ikkinchi jism birinchi jismga shunday kuch bilan ta'sir etadi (aks ta'sir). Ta'sir va aks ta'sir kuchlarini ikkita jismga alohida-alohida qo'yilganligini osonlik bilan ko'rish mumkin. Shuning uchun bu ikki kuchni muvozanatlashgan kuchlar sistemasi deb qarab bo'lmaydi.

Masalan: agar A jism B jismga $\vec{F}$ kuch bilan ta'sir qilsa, u holda bir vaqtning o'zida B jism ham A jismga shunday kuch bilan ta'sir qiladi: $\overline{F'} = -\overline{F}$ (5-shakl).



5-shakl.

5-aksioma. Berilgan kuchlar ta'sirida deformatsiyalangan jism muvozanat holatida absolyut qattiq jismga aylansa, uning muvozanati o'zgarmaydi. Bu aksiomaga qotish prinsipi deyiladi. Aksiomadan ko'rinadiki, absolyut qattiq jismning muvozanat sharti zaruriydir, ammo ko'p hollarda deformatsiyalanuvchi jismning muvozanati uchun yetarli emas, haqiqatan ham, masalan AB sterjenning ikki $\vec{F}$ va $\vec{F_1}$ kuchlar ta'sirida muvozanatini ko'raylik (6-shakl). Bu kuchlar miqdor jihatidan AB to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi yo'nalgan. Agar sterjen absolyut qattiq bo'lsa, u holda $\vec{F}$ va $\vec{F_1}$ kuchlarning har qanday miqdorlarida sterjen muvozanatda bo'ladi.



6-shakl

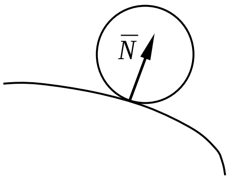
Agar sterjen absolyut qattiq bo'lmasa, kuchlarning miqdori ixtiyoriy bo'lmaydi, chunki sterjenni uzishi mumkin bo'lgan kuchlarning chegaraviy qiymatlari mavjuddir.

Bog'lanish va bog'lanish reaksiya kuchlari

Jismning holati va harakatini cheklovchi sabab bog'lanish deb ataladi. Mexanikada bog'lanishlar qattiq yoki elastik jismlar vositasida bajariladi.

Bog’lanishni jismga bergan ta’sirini ekvivalent kuch bilan almashtirish mumkin, uni bog’lanish reaksiyasi deb aytiladi. Jismning bog’lanishga ta’siri bosim deb aytiladi.

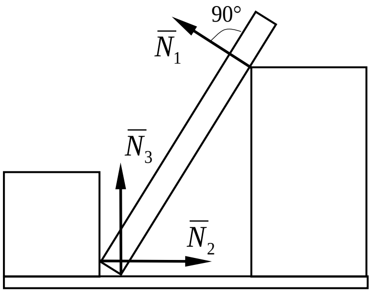
6-aksioma. Har qanday bog’lanishdagi jismni erkin jism deb qarash uchun bog’lanishlarni bog’lanish reaksiya kuchlari bilan almashtirish kerak. Bu aksioma bog’lanishdan qutulish prinsipi deyiladi. By aksiomaga asosan jismga ta’sir etayotgan kuchlar sistemasi qatoriga bog’lanish reaksiya kuchlarini ham qo’shish kerak. Odatda ular noma’lum bo’lib, berilgan kuchlar sistemasining muvozanat shartlaridan topiladi. Bog’lanishdan qutulish uchun bog’lansh reaksiya kuchining yo’nalishini aniqlash ahamiyatlidir. Bog’lanish reaksiya kuchining yo’nalishini aniqlashda quyidagidan foydalanishimiz lozim. Bog’lanishdagi jismlarning harakati qaysi tomonga cheklangan bo’lsa, reaksiya kuchi shu yo’nalishga teskari yo’nalgan bo’ladi. Bog’lanishning turlari va bog’lanish reaksiyalari ishqalanish mavjud bo’lmagan bir necha bog’lanishlarda reaksiyalarning yo’nalishlari qanday bo’lishini ko’ramiz.



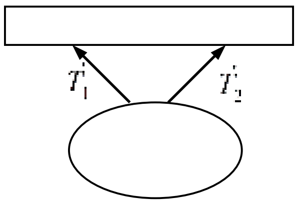
7- shakl.

1. Silliq sirt. Bunday sirt jismga silliq sirt bilan tegib turgan nuqtasidan sirtga o’tkazilgan normal yo’nalishi bo’ylab harakatiga halaqit beradi. Binobarin, reaksiya kuchi $\overline{N}$ silliq sirt bilan jismning tegib turgan nuqtasidan sirtga o’tkazilgan normal bo’ylab yo’nalgan va shu nuqtaga qo’yilgan bo’ladi (7-shakl).

Agar tegib turgan sirtlardan birortasi nuqta bo’lsa, u holda reaksiya kuchi ikkinchi sirtga o’tkazilgan normal bo’ylab yo’nalgan bo’ladi (8-shakl).



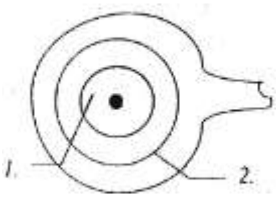
8- shakl



9-shakl

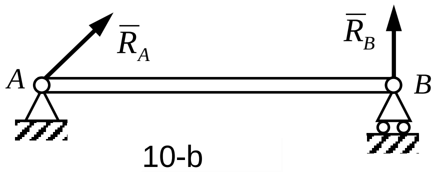
2. Ip (qayish, zanjir, arqon, tros). Agar bog’lanish cho’zil-maydigan ipdan iborat bo’lsa, ip jismning osilish nuqtasidan ip bo’ylab harakatlanishiga chek qo’yadi. Ipning taranglik kuchi ip bo’ylab osilish nuqtasiga tomon yo’naladi (9-shakl).

3. Silindrik sharnir (zoldirli g’ildirak-podshipnik).



10-a shakl.

Bolt 1 va kiygizilgan vtulka 2 dan iborat qo'zg'almas silindrik sharnir jism bilan mahkam biriktirilgan vtulkaning ichki diametri bilan barobar (10a-shakl). Jism shakl tekisligiga perpendikulyar bo'lgan sharnir o'qi atrofida aylanishi mumkin. Ammo sharnir o'qiga perpendikulyar yo'nalish bo'yicha harakatlana olmaydi. Shuning uchun silindrik sharnirda reaksiya kuchi, sharnir o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislikda yotib, sharnir o'qini kesib o'tadi.

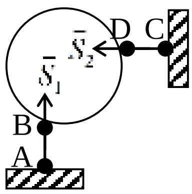


10-b

Ko'pincha texnikada mustahkam va qo'zg'aluvchan sharnirli tayanchlar uchraydi. 10b-shaklda A mustahkam sharnirli tayanchdir. Bu tayanchda R_A reaksiya kuchi sharnir o'qidan o'tib va unga perpendikulyar tekislikda yotib, ixtiyoriy yo'nalishda bo'ladi. B tayanch sharnirli qo'zg'aluvchan tayanchdir. Bunda RB reaksiya kuchi qo'zg'aluvchan tayanch tiralib turgan tekislikning normali bo'ylab yo'nalgan bo'ladi.

4. Sterjen. Bog'lanish uchlari sharnirlar bilan biriktirilgan AB va CD sterjenlar vositasida bajariladi.

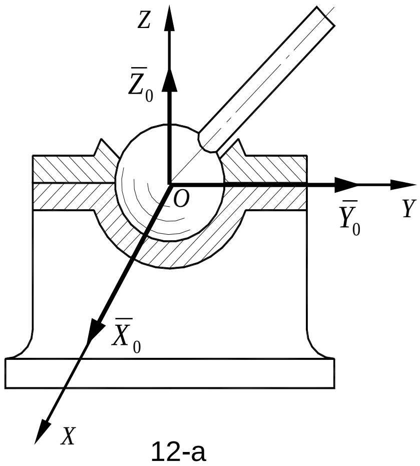
Sterjen og'irliklarini e'tiborga olmay, u sterjenning A va B (C va D) sharnirlariga qo'yilgan ikki kuch ta'sirida muvozanatda bo'ladi. Binobarin reaksiya kuchlari sterjenlarning uchlaridagi, sharnirlardan o'tuvchi o'qlar bo'ylab yo'nalgan bo'ladi (11-shakl).



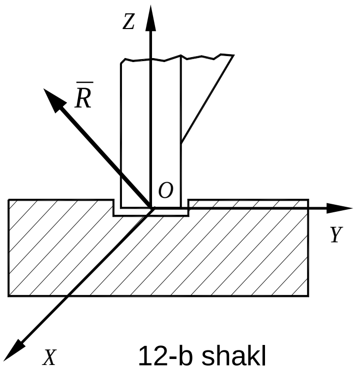
11-shakl

5. Zoldirli sharnir va tagtovon (podpyatnik). Bu holda jism har qanday harakat qilishi mumkin, faqat sferik sharnirning markazi qo'zg'almas bo'lib qoladi (12a-shakl).

Xuddi shunday bog'lanishni siqib tiralib turgan podshipnik (zoldirli g'ildirak) vositasida bajarilganligini ko'rish mumkin, odatda bu tagtovon (podpyatnik) deyiladi (12b-shakl). Fotoapparatlarning shtatividagi zoldirli tutqich, inson va hayvonlarning ko'pgina suyaklarining birlashgan joylari zoldirli sharnirga misol bo'la oladi. Zoldirli (sferik) sharnir va tagtovon (podpyatnik)larda bog'lanish reaksiya kuchlarining yo'nalishi fazoda ixtiyoriy yo'nalishni olishi mumkin.



12-a



12-b shakl

Statika qismida quyidagi ikki masala hal qilinadi:

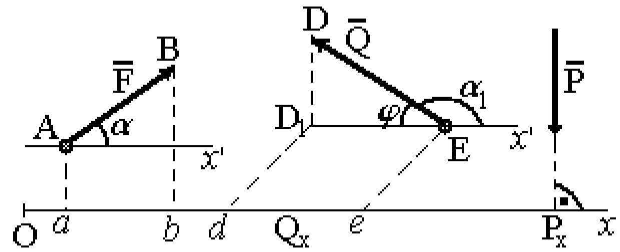
Jismga ta'sir qilayotgan kuchlar sistemasi unga ekvivalent bo'lgan soddaroq kuchlar sistemasi bilan almashtiriladi.

Kuchlar sistemasi ta'siridagi absolyut qattiq jismning muvozanat shartlarining zarur va yetarliligi tekshiriladi. Bog'lanishdagi jism bog'lanishdan xalos qilinganda erkin jism deb qaraladi. Jism unga ta'sir qilayotgan kuchlar sistemasi va reaksiya kuchlari ta'siridan muvozanatda bo'ladi. Muvozanat tenglamalaridan no'malum reaksiya kuchlari aniqlanadi. Keyinchalik jismga har xil kuchlar sistemasi ta'sir etayotganda statikaning ikki asosiy masalasi yechiladi.

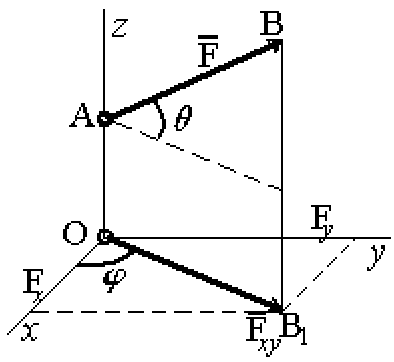
Statika masalalarini analitik usulda yechish, kuchni o'qqa proyektsiyalash tushunchasiga asoslangan. Kuchning (yoki har qanday vektorning) biror o'qqa proyektsiyasi, shu kuchning modulini o'qning musbat yo'nalishi bilan kuch vektori orasidagi burchakning kosinusiga ko'paytmasiga teng bo'lgan algebraik qiymatga aytiladi. Agar shu burchak o'tkir bo'lsa - proyektsiya musbat ishorali bo'ladi, o'tmas bo'lsa - proyektsiya manfiy ishorali bo'ladi. Agar shu kuch o'qqa perpendikulyarl holda yo'nalgan bo'lsa, uning proyektsiyasi nolga teng bo'ladi.

Masalan, shaklda tasvirlangan kuchlarning proyektsiyalari quyidagicha bo'ladi,

$$F_x = F\cos\alpha = ab; \quad Q_x = Q\cdot\cos\alpha = -Q\cos\varphi = -de, \quad P_x = 0.$$

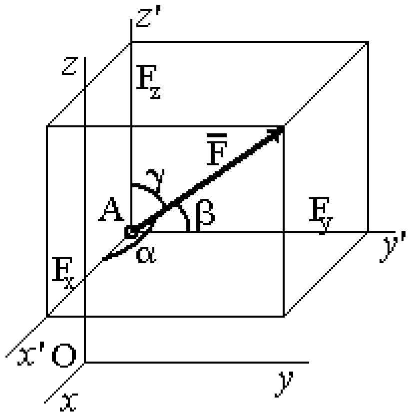


$\bar{F}$ - kuchning Oxy tekislikka proyektsiyasi deb, $\bar{F}$ - vektorining boshi va oxiridan shu tekislikka tushirilgan proyektsiyalarining orasidagi $\bar{F}_{xy} = \overline{OB_1}$ vektorga aytiladi. Shunday qilib, kuchning o'qqa proyektsiyasidan farqli ravishda, kuchning tekislikka proyektsiyasi vektor qiymat ekan, chunki uning son qiymatidan tashqari, shu Oxy tekislikda ma'lum yo'nalishga ega bo'ladi.



Kuchning tekislikdagi proyektsiyasining moduli Fxy=F·cosθ, bu yerda θ - berilgan kuch vektori $\bar{F}$ - bilan, uning Oxy tekislikdagi $\bar{F}_{xy}$ proyektsiyasi orasidagi burchak.

Ayrim hollarda kuchni to'g'ridan-to'g'ri o'qqa proyektsiyalash mumkin bo'lmaydi, shu sababli uni, avvalo, shu o'q yotgan tekislikka proyektsiyalanadi, undan so'ng shu proyektsiya vektorni o'qqa proyektsiyalanadi. Masalan, shaklda ko‘rsatilgan $\overline{F}$ -kuchini to‘g‘ridan to‘g‘ri koordinata o‘qlariga proyektsiyalab bo‘lmaydi, shuning uchun ularni o‘qlardagi proyektsiyalari quyidagicha aniqlanadi,



$$F_x = F_{xy} \cdot \cos\varphi = F \cdot \cos\theta \cdot \cos\varphi;$$

$$F_y = F_{xy} \cdot \sin\varphi = F \cdot \cos\theta \cdot \sin\varphi;$$

Kuchni analitik usulda berilishi. Kuchni analitik usulda berilishi uchun, avvalo, Oxyz, koordinata o‘qlarini tanlab olishimiz lozim, so‘ngra shu o‘qlarga nisbatan kuchning fazodagi yo‘nalishi berilgan bo‘ladi. Mexanika fanida faqat o‘ng koordinata sistemalaridan foydalanish qabul qilingan. Bu sistemaning xususiyati shuki, Oz o‘qining musbat uchidan qaraganda Ox o‘qini soat stryelkasiga teskari yo‘nalishda 90^o ga burganimizda, bu o‘q Oy o‘qi bilan ustma-ust tushadi.

Agarda berilgan F kuchning moduli va uning koordinata o‘qlari bilan hosil qilgan α, β, γ - burchaklari ma’lum bo‘lsa, shu holdagina $\overline{F}$ -kuch vektorini tasvirlash mumkin. Shunday qilib, F va α, β, γ -lar $\overline{F}$ - kuch vektorining tashkil etuvchilari hisoblanadi. Undan tashqari bu $\overline{F}$ -kuchning qo‘yilgan nuqtasining koordinatalari, ya’ni x, y, z -lar ham berilgan bo‘lishlari shart.

Mexanika masalalarini yechishda kuchlarni ularning proyektsiyalari F_x, F_y, F_z - orqali berilishi qulay hisoblanadi. Ushbu proyektsiyalarni bilgan holda, kuchning moduli va koordinata o‘qlari bilan hosil qilgan burchak kosinuslarini quyidagi formulalar orqali aniqlanadi,

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}, \qquad \cos\beta = \frac{F_y}{F}, \qquad \cos\gamma = \frac{F_z}{F},$$

Agar berilgan kuchlarning hammasi bir tekislikda joylashgan bo‘lsa, har bir kuchni ularning Ox va Oy o‘qlardagi proyektsiyalari orqali berilishi mumkin bo‘ladi. U holda yuqoridagi formulalar soddaroq ko‘rinishga keladilar,

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}, \qquad \cos\beta = \frac{F_y}{F},$$

Kuchlarni analitik usulda qo‘shish. Kuchlarning vektor bog‘lanishi bilan ularning proyektsiyalarini bog‘lanishi geometriya fanidagi quyidagi teorema orqali ifodalanadi: yig‘indi vektorning biror o‘qqa proyektsiyasi, yig‘indi vektorni tashkil etuvchi vektorlarning shu o‘qqa proyektsiyalarining yig‘indisiga teng. Ushbu teoremaga asosan, agar $\overline{R}$ - vektori $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$,... $\overline{F}_n$ vektorlarning yig‘indisidan iborat bo‘lsa, ya’ni $\overline{R} = \sum \overline{F}_k$ bo‘lsa, u holda:

$$R_x = \sum F_{kx};\ R_y = \sum F_{ky};\ R_z = \sum F_{kz};$$

shu sababli, R_x, R_y va R_z - larni bilgan holda, yig‘indi vektorning moduli va burchak kosinuslarini aniqlaymiz, ya’ni:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{R_x}{R}, \qquad \cos\beta = \frac{R_y}{R}, \qquad \cos\gamma = \frac{R_z}{R},$$

Yuqoridagi formulalar kuchlarni analitik qo‘shish uchun zarur bo‘lgan formulalarni tashkil etadi.

Berilgan kuchlar bitta tekislikda joylashgan kuchlardan iborat bo‘lsa formulalar ancha soddalashadi,

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{R_x}{R}, \qquad \cos\beta = \frac{R_y}{R},$$

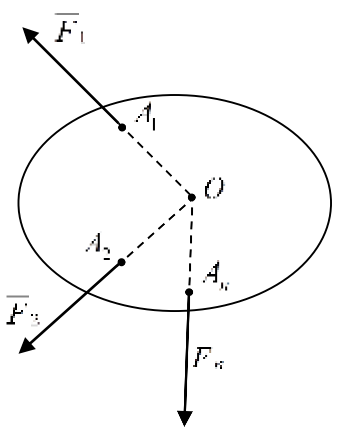
Agar kuchlar, o‘zlarining modullari va burchak kosinuslari bilan berilgan bo‘lsalar, ularni analitik usulda qo‘shish uchun avvalo ularning proyektsiyalarining yig‘indilarini aniqlash lozim bo‘ladi.

Kesishuvchi kuchlar tizimi.

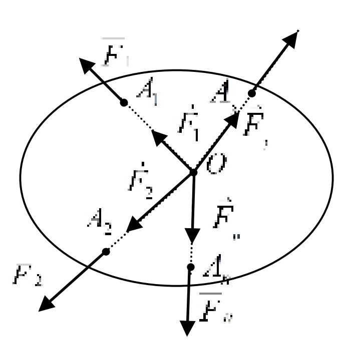
Jismning A_1, A_2, … , A_n nuqtalariga $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$ kuchlar ta’sir etsin va ularning ta’sir chiziqlari O nuqtada kesishsin.

Ta’sir chiziqlari bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi kesishuvchi kuchlar sistemasi deb aytiladi (a shakl).

Kesishuvchi kuchlar sistemasi tekislik (fazo)dagi kesishuvchi kuchlar deyiladi,



a shakl



b shakl

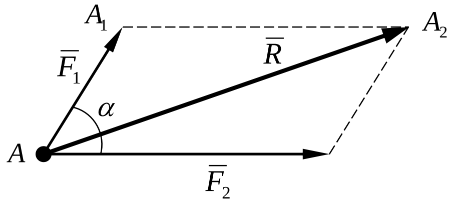
agar ularning ta'sir chiziqlari bir tekislikda joylashgan (joylashmagan) bo'lsa.

Ularni ta'sir chiziqlari bo'ylab O nuqtaga ko'chirish mumkin bo'lganligi tufayli, kesishuvchi kuchlar sistemasini bir nuqtaga qo'yilgan kuchlar sistemasi bilan almashtiramiz (b-shakl).

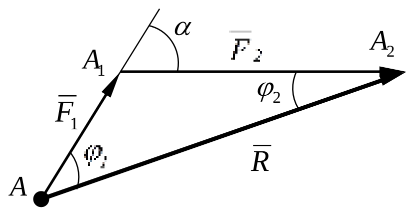
Kesishuvchi kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchisini geometrik usulda aniqlash

Avvalambor shuni ta'kidlaymizki, parallelogramm aksiomasiga asosan, biror A nuqtaga qo'yilgan ikki kuchning teng ta'sir etuvchisi ularga qurilgan parallelogramm diagonaliga yoki parallelogrammning yarmini tashkil etuvchi kuch uchburchagining AA_2 tomoniga teng (b-shakl). Bu holda $\overline{R}$ vektor ikki $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ vektorlarning geometrik yig'indisiga teng, ya'ni $\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$.

Teng ta'sir etuvchi $\overline{R}$ ni $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarning yo'nalishlari bilan tashkil qilgan burchaklari φ_1 va φ_2 larni hamda uning miqdorini sinuslar va kosinuslar teoremalaridan foydalanib ΔAA_1A_2 dan aniqlanadi



a shakl



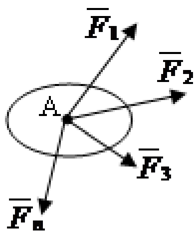
b shakl

$$\frac{F_1}{\sin\varphi_2} = \frac{F_2}{\sin\varphi_1} = \frac{R}{\sin\alpha}$$

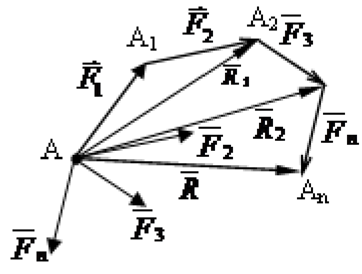
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

bu yerda, α – $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarning yo'nalishlari orasidagi burchak.

Aytaylik, A nuqtada kesishuvchi $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \ldots, \overline{F}_n$ kuchlarning sistemasi berilgan. Birinchi ikki aksiomaning natijasidan foydalanib, bu kuchlar sistemasini A nuqtaga qo'yilgan kuchlar sistemasi bilan almashtiramiz.



a shakl



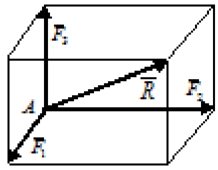
b shakl

Endi quyidagini qurishni bajaramiz $\overline{F}_1$ kuchining oxiri A1 dan $\overline{F}_2$ kuch vektoriga teng bo'lgan $\overline{A}_1\overline{A}_2$ vektorni o'tkazamiz, uning oxiridan vektor $\overline{A}_2\overline{A}_3 =$ $\overline{F}_3$, uning oxiridan vektor $\overline{A}_3\overline{A}_n = \overline{F}_n$ va hokazo. Hamma kuchlarni qo'ygandan keyin, birinchi kuchning boshi A dan oxirgi kuchining oxiri A_n ga $\overline{AA}_n$ kuch vektorini o'tkazamiz. $A_1A_2...A_n$ ko'pburchakni quramiz, u kuch ko'pburchagi deb ataladi. Kuch ko'pburchagida vektorlar oqimiga qarama-qarshi yo'nalishda bo'lgan $\overline{AA_n}$ vektorga kuch ko'pburchagini yopuvchi tomon deyiladi. Kuch ko'pburchagida shtrixlangan vektor yordamida bo'lingan uchburchaklarni qaraymiz (b-shakl). Kuch uchburchagini qurish usuliga asosan $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\overline{R}_1$, $\overline{AA_2}$ vektor vositasida tasvirlanadi, ya'ni $\overline{R}_1=\overline{F}_1+\overline{F}_2$. $\overline{AA_3}$ vektor, $\overline{AA_2}$ va $\overline{F}_3$ kuchlarining teng ta'sir etuvchisi $\overline{R}_2$ ni tasvirlaydi, binobarin, uchta $\overline{F}_1, \overline{F}_2$ va $\overline{F}_3$ kuchlarining teng ta'sir etuvchisidir. Ya'ni, $\overline{R}_2=\overline{F}_1+\overline{F}_2+\overline{F}_3$ va hokazo. Hamma uchburchaklarni ko'rib chiqib, quyidagi xulosaga kelamiz. Kuch ko'pburchagini yopuvchi $\overline{AA_n}$ tomoni n-ta kuchning teng ta'sir etuvchisini tasvirlaydi, ya'ni:

$$\overline{R}=\overline{F}_1+\overline{F}_1+...+\overline{F}_n=\sum\overline{F}_k$$

Shunday qilib kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi, bu kuchlar ustiga qurilgan kuch ko'pburchagining yopuvchi tomoni sifatida geometrik aniqlanar ekan.

Demak, teng ta'sir etuvchi bu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng bo'lar ekan. Teng ta'sir etuvchining ta'sir chizig'i kesishuvchi kuchlar sistemasi ta'sir chiziqlarining kesishgan nuqtasidan o'tadi.



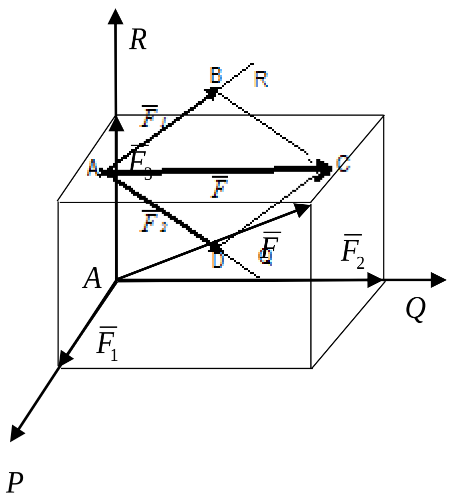
Xususiy holda bir tekislikda yotmagan uchta kesishuvchi kuchlar sistemasini ko'raylik. Bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi, kuchlar ustiga qurilgan parallelepipedning diagonali orqali tasvirlanadi (parallelepiped). Da'voimizning haqligiga kuch ko'pburchagini qurish orqali ishonch hosil qilamiz.

Kuchni tashkil etuvchilarga ajratish

Kuchni kesishuvchi tashkil etuvchi kuchlar sistemasiga ajratish deb, shunday kesishuvchi kuchlar sistemasini topishga aytiladiki, uning teng ta'sir etuvchisi berilgan kuchga teng bo'ladi. Boshqacha qilib aytganda, shunday kuchlar sistemasini topish kerakki, bu kuchlar ustiga qurilgan kuch ko'pburchagining yopuvchi tomoni berilgan kuchga teng bo'ladi. Bir xil yopuvchi tomonga ega bo'lgan har xil kuch ko'pburchaklarini qurish mumkin. Shuning uchun kuchni ta'sir etuvchilarga ajratish masalasini bir qiymatli hal qilish uchun, mumkin bo'lgan tashkil etuvchilar sonini cheklovchi qo'shimcha shartlar berilishi kerak. Tez-tez uchrab turadigan quyidagi ikki holni ko'ramiz:

1. Berilgan $\overline{F}$ kuchni ikkita tashkil etuvchilarga ajratish

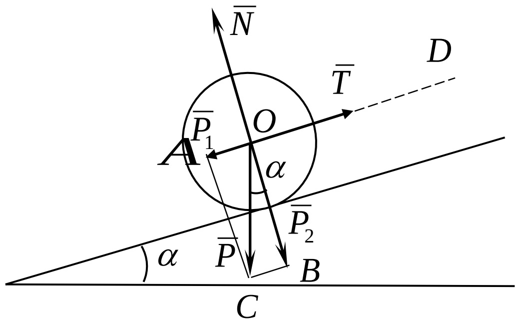
Ularning ta’sir chiziqlarining yo’nalishlari berilgan, AR va AQ $\overline{F}$ kuchi bilan bir tekislikda yotadi (shakl). Buning uchun $\overline{F}$ kuchning oxiridan izlanuvchi kuchlarning ta’sir chiziqlariga parallel qilib to’g’ri chiziqlar o’tkazamiz. Diagonali berilgan $\overline{F}$ kuchi bo’lgan ABCD parallelogramm hosil qilamiz. Uning AB va AD tomonlari izlanuvchi tashkil etuvchi $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlaridir.



2. Berilgan $\overline{F}$ kuchni uchta kesishuvchi tashkil etuvchilarga ajratish

Kuchlarning ta’sir chiziqlarining yo’nalishlari fazoda AP, AQ, AR bo’lgan va $\overline{F}$ kuchi bilan bir tekislikda yotmaydi (shakl). Buning uchun shunday parallelepiped qurish yetarliki, uning qirralari, ta’sir yo’nalishlari berilgan izlanuvchi kuchlardir. Diagonali esa berilgan kuchdir, u holda parallelepiped qonuniga asosan $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$, $\overline{F}_3$ kuchlar parallelepiped qirralariga monand bo’lib, kuchning berilgan uchiga yo’nalish bo’yicha tashkil etuvchilaridir.

1-masala. Gorizont bilan α burchak tashkil qilgan silliq qiya tekislikda og’irligi $\overline{P}$ bo’lgan jism qiya tekislikka parallel bo’lgan OD ip yordamida muvozanatda tortib turibdi. Ipning taranglik $\overline{T}$ kuchi va jismning qiya tekislikka bo’lgan bosimi aniqlansin.



Yechish: Berilgan $\overline{P}$ kuchni qiya tekislikka parallel va unga perpendikulyar bo’lgan yo’nalishlar bo’yicha $\overline{P}_1$ va $\overline{P}_2$ tashkil etuvchilarga ajratamiz. Buning uchun diagonali $\overline{P}$ kuchiga teng bo’lgan, OA va OB tomonlari tanlab olingan yo’nalishlarga parallel bo’lgan OABC parallelogrammni quramiz. To’g’ri burchakli OBC uchburchakdan quyidagilarni aniqlaymiz:

$$P_1 = P\sin\alpha, \quad P_2 = P\cos\alpha$$

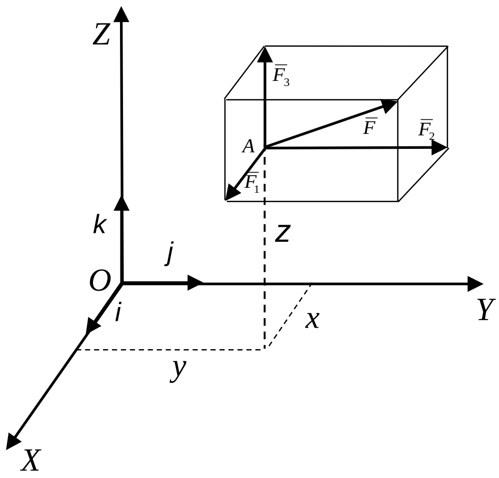
OD ip bo’ylab yo’nalgan $\overline{P}_1$ tashkil etuvchi ip reaksiya kuchi bilan muvozanatlashadi, ya’ni

$$T = P_1 = P\sin\alpha$$

Qiya tekislikka perpendikulyar bo’lgan $\overline{P}_2$ tashkil etuvchi, izlanayotgan shu tekislikka bo’lgan bosimni ifodalaydi. Shuni ta’kidlaymizki, jismga qo’yilgan qiya tekislikning $\overline{N}$ reaksiya kuchi miqdor jihatidan jismning qiya tekisligiga bo’lgan bosimga teng, ya’ni:

$$N = P_2 = P\cos\alpha.$$

Shuning uchun, tayanchga bo'lgan bosimni aniqlasak, unga teng bo'lgan tayanch reaksiya kuchini aniqlagan bo'lamiz.



Kuchning miqdor va yo'nalishini koordinata o'qlardagi proyeksiyalari orqali aniqlash. Agar $\bar F$ kuchning to'g'ri burchakli koordinata o'qlardagi proyeksiyalari berilgan bo'lsa, u holda kuchning miqdori, qirralari kuch proyeksiyalarning absolyut miqdorlariga teng bo'lgan to'g'ri burchakli parallelepipedning diagonali uzunligini hisoblash tariqasida bo'ladi, ya'ni:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

Kuchning yo'nalishi yo'naltiruvchi kosinuslar orqali quyidagicha aniqlanadi.

$$\cos\left(\bar F, \wedge x\right) = \frac{F_x}{F}$$

$$\cos\left(\bar F, \wedge y\right) = \frac{F_y}{F}$$

$$\cos\left(\bar F, \wedge z\right) = \frac{F_z}{F}$$

Ma'lumki F kuchning to'liq berilishi uchun F_x, F_y, $F_z$ning proyeksiyalaridan tashqari uning qo'yilish nuqtasining koordinatalarini bilish kerak. Bunday usulga analitik usul deyiladi. shakldan parallelepiped qoidasini e'tiborga olib, koordinata o'qlarining **i, j, k** birlik vektorlaridan foydalanib, $\bar F$ kuchni quyidagi yig'indi shaklida tasvirlash mumkin.

$$\vec F = F_x \cdot \vec i + F_y \cdot \vec j + F_z \cdot \vec k \quad \text{yoki} \quad \vec F = \vec F_1 + \vec F_2 + \vec F_3$$

$$\bar F_1 = F_x \cdot \bar i,\ \ \bar F_2 = F_y \cdot \bar j,\ \bar F_3 = F_z \cdot \bar k$$

bu yerda F_1, F_2, F_3 – kuchning koordinata o'qlari bo'ylab tashkil etuvchilaridir. Yuqoridagi tenglama kuchning koordinata o'qlari bo'ylab tashkil etuvchilarni tasvirlovchi formuladir.

Teng ta'sir etuvchini analitik usulda aniqlash

Geometriyadan ma'lumki, vektorlar yig'indisining biror o'qdagi proyeksiyasi tashkil etuvchi vektorlarning shu o'qdagi proyeksiyalarining algebraik yig'indisiga teng bo'ladi. Shunga asosan quyidagini topamiz:

$$R_x = \sum_{k=1}^{n} F_{kx} \qquad R_y = \sum_{k=1}^{n} F_{ky} \qquad R_z = \sum_{k=1}^{n} F_{kz}$$

Shunday qilib, kesishuvchi kuchlar sistemasinnpg to'g'ri burchakli koordinata sistemasi o'qlaridagi proyeksiyalari F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} (k=1, 2,…n) berilgan bo'lsa, u holda teng ta'sir etuvchining proyeksiyalari R_x, R_y, R_z aniqlanadi. Keyin teng ta'sir etuvchining miqdori, yo'nalishlari aniqlanadi.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2},$$

$$\cos(\overline{R}, \hat{ox}) = \frac{R_x}{R}$$

$$\cos(\overline{R}, \hat{oy}) = \frac{R_y}{R}$$

$$\cos(\overline{R}, \hat{oz}) = \frac{R_z}{R}$$

Kesishuvchi kuchlar sistemasining geometrik va analitik muvozanat shartlari

Kesishuvchi kuchlar sistemasiga qo'yilgan shart bajarilsa va ularning teng ta'sir etuvchisi R=0 bo'lsa, u holda bu shartga kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanat sharti deyiladi.

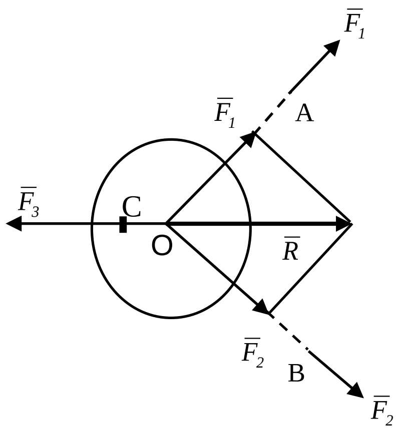
1. Muvozanatning geometrik sharti. Ma'lumki, kesishuvchi kuchlarga qurilgan kuch ko'pburchagi yopiq bo'lganda, faqat shu holdagina $\overline{R}=0$ bo'ladi. Kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun, kuch ko'pburchagining yopiq bo'lishi zarur va yetarlidir.

2. Muvozanatning analitik sharti. Agar R=0 bo'lsa, u holda $R_x=0$, $R_y=0$, $R_z=0$ u holda quyidagini olamiz:

$$\sum_{k=1}^{n} F_{kx} = 0, \quad \sum_{k=1}^{n} F_{ky} = 0, \quad \sum_{k=1}^{n} F_{kz} = 0$$

Teskarisi, agar bu shart bajarilsa, u holda R=0 bo'ladi. Binobarin kesishuvchi kuchlar muvozanatda bo'lishi uchun, ularning uchta koordinata o'qlardagi proyeksiyalarining yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir. Agar kesishuvchi kuchlar sistemasi tekislikda joylashgan bo'lsa, u holda Ox va Oy o'qlarini shu tekislikda olib, quyidagi muvozanat shartini yozamiz.

$$\sum_{k=1}^{n} F_{kx} = 0, \quad \sum_{k=1}^{n} F_{ky} = 0$$



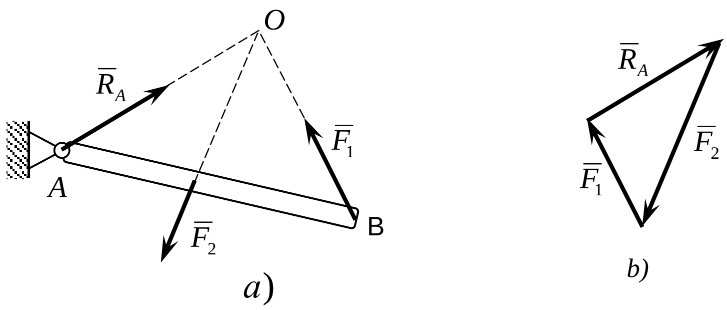
Agar muvozanat shartlarda noma'lum reaksiya kuchlari qatnashsa va ularni aniqlashni taqozo qilsa, u holda bu shartlar muvozanat tengdamalari deb ataladi.

Uch kuch muvozanati haqida teorema

Teorema: Bir tekislikda yotuvchi parallel bo'lmagan uchta kuch ta'siridan jism muvozanatda bo'lsa, bu kuchlarning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi (shakl).

Isbot: Kuchlar sistemasi bir tekislikda yotuvchi parallel bo'lmaganligi uchun, ulardan ixtiyoriy ikkitasining, masalan, $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarning ta'sir chiziqlari biror O nuqtada kesishadi. $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarni ta'sir chiziqlari bo'ylab O nuqtaga ko'chiramiz va parallelogramm qoidasiga asosan bitta O nuqtaga qo'yilgan $\overline{R}$ kuch bilan almashtiramiz. Natijada ikkita o'zaro muvozanatlashuvchi $\overline{F}_3$ va $\overline{R}$ kuchlarni olamiz. Statikaning birinchi aksiomasiga asosan $\overline{F}_3$ va $\overline{R}$ kuchlari bitta umumiy ta'sir chiziqqa ega. Demak, kuchlar bitta nuqtada kesishadi. Teorema isbotlandi.

Odatda isbot qilingan uchta bir tekislikda yotuvchi parallel bo'lmagan kuchlarning muvozanat shartlarining zaruriyligidir, ammo bu shartlar yetarli emas, chunki uchta qandaydir kuchlarning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadigan bo'lsa, ularni muvozanatlashuvchi deb xulosa chiqarib bo'lmaydi. Uch kuch teoremasidan foydalanib, noma'lum reaksiya kuchlarining yo'nalishini avvaldan aniqlash mumkin. Aytaylik, masalan, AB sterjen (shakl) uchta kuch ta'siridan muvozanatda. Yo'nalishi noma'lum bo'lgan $\overline{R}_A$ reaksiya kuchining ta'sir chizig'i uch kuch muvozanati haqidagi teoremaga asosan $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlar ta'sir chiziqlari kesishgan O nuqtadan o'tadi. $\overline{R}_A$ reaksiya kuchining yo'nalishi esa, yopiq kuch uchburchagini qurish natijasida aniqlanadi, ya'ni kuch uchburchagida vektorlar oqimi bir xil yo'nalishda bo'ladi.



Takrorlash uchun savollar

1. Statika nimani o'rgatadi?
2. Satatikaning asosiy tushunchalari nimalardan iborat?
3. Statikaning asosiy aksiyomalari qanday?
4. Bog'lanishlar deb nimaga aytiladi?
5. Bog'lanish reaksiya kuchi deb nimaga aytiladi?
6. Bog'lanishdan bo'shatish aksiyomasida nima deyiladi?
7. Bog'lanishning qanday turlarini bilasiz?
8. Jism silliq sirtga tayanganda reaksiya kuchi qanday yo'naladi?
9. Sharnirlardagi reaksiya kuchlari qanday yo'naladi?

10. Ip, sterjenlardagi reaksiya kuchlari qanday yo'naladi?
11. Bog'lanishdagi jism erkin jism holatiga qanday keltiriladi?
12. Qotish prinsipi deganda nimani tushunasiz?
13. Kesishuvchi kuchlar sistemasi qanday kuchlardan tashkil topgan?
14. Kuch ko'pburchagi deb qanday ko'pburchakka aytiladi?
15. Kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi geomitrik usulda qanday aniqlanadi?
16. Kuchni qanday tashkil etuvchilarga ajratish mumkin?
17. Kuchning o'qdagi proyeksiyasi qanday aniqlanadi?
18. Kuchning tekislikdagi proyeksiyasi qanday hisoblanadi va u qanday kattalik?
19. Teng ta'sir etuvchini analitik usulda qanday aniqlanadi?
20. Kesishuvchi kuchlar sistemasi geometrik muvozanat sharti qanday?
21. Kesishuvchi kuchlar sistemasi analitik muvozanat sharti qanday?
22. Uch kuch muvozanati haqidagi teoremani isbotlang.

2-3-mavzu. Momentlar nazariyasi.
Juft kuchlar. Fazoda va tekislikda Ihtiyoriy joylashgan kuchlar tizimi

.Reja:

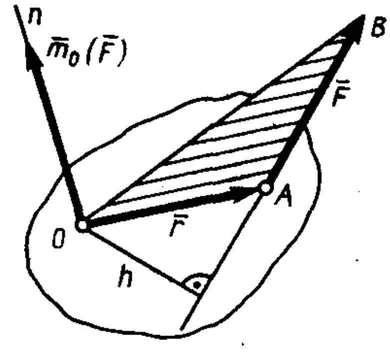
1. Kuch momenti. Kuchning nuqtaga nisbatan algebraik momenti.
2. Juft kuch va uning xossalari. Juftning algebraik momenti. Juftlarning muqobilligi haqida teorema va natijalar.
3. Bir tekislikda joylashgan juftlarni qo'shish. Juftlar tizimining muvozanat shartlari.

Tayanch so'z va iboralar:

Kuch proeksiyasi, kuch momenti, kuch elkasi, momenti markazi, kuch momenti vektori, kuch momentining geometrik ma'nosi, yo'naltiruvchi kosinuslar, juft kuch, juft kuch moment, muvozanat shartlari.

Kuchning markazga (yoki nuqtaga) nisbatan moment.

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti haqidagi muhim tushunchani kiritamiz. Kuchning momenti hisoblanayotgan nuqta moment markazi deb ataladi, kuchning shu nuqtaga nisbatan olingan momenti-markazga nisbatan moment deb ataladi. Agar jism qo'yilgan kuchlar ta'sirida, biror nuqta atrofida aylanma harakat qila olsa, kuchning shu nuqtaga nisbatan momenti jismning aylanma harakatini samaradorligini belgilaydi.



Masalan, A nuqtaga qo‘yilgan $\overline{F}$ -kuchini olib ko‘raylik(shakl). Birorta O markazdan shu $\overline{F}$ kuchning ta’sir chizig‘iga perpendikulyarl chiziq o‘tkazaylik; shu perpendikulyarl chiziqning uzunligi h -ni O markazga nisbatan $\overline{F}$ -kuchning yelkasi deb ataladi. Kuchning O markazga nisbatan momenti: 1) F· h ko‘paytmadan iborat bo‘lgan momentning modulidan; 2) O markaz va $\overline{F}$ kuch vektoridan o‘tuvchi OAB tekisligining joylashishidan; 3) jismning shu tekislik bo‘yicha aylanishining yo‘nalishiga bog‘liq ravishda aniqlanadi.

Analitik geometriya fanidan ma’lumki, har qanday tekislikning fazodagi holati unga o‘tkazilgan normal (perpendikulyarl)ning yo‘nalishi bilan aniqlanadi. Shunday qilib kuchning markazga nisbatan momenti nafaqat uning moduli bilan, balki fazodagi yo‘nalishi bilan ham belgilanadi, ya’ni kuchning momenti vektor qiymatdan iborat ekan.

$\overline{F}$ -kuchning O markazga nisbatan momenti deb, kuchning moduli bo‘yicha F -ni h - yelkaga ko‘paytmasiga teng bo‘lgan, yo‘nalishi bo‘yicha, O markaz va $\overline{F}$ kuch vektori yotgan tekislikka perpendikulyarl bo‘lgan va shu O markazga qo‘yilgan $\overline{m}_{\text{o}}(\overline{F})$ -vektorga aytiladi. Shu $\overline{m}_{\text{o}}(\overline{F})$ vektorning uchidan qaraganimizda $\overline{F}$ kuch vektori O markaz atrofida soat stryelkasiga teskari yo‘nalishda bo‘lishi shart (shakl). Shu qoidaga binoan,

$$\left|\overline{m}_O(\overline{F})\right| = F \cdot h = 2 \cdot S_{OAB}$$

bu yerdagi SOAB - OAB uchburchakning yuzasi. Oxirgi natija shuni belgilaydiki SOAB=AB·h/2=F·h/2ga teng bo‘ladi. Kuchning momenti Nyuton·metr (N·m) larda o‘lchanadi. $\overline{m}_{\text{o}}(\overline{F})$ -vektorning ifodasini aniqlash uchun, $\overline{\text{OA}}$ vektorni $\overline{F}$ -vektorga vektor ko‘paytmasini[1], $\overline{OA}\times\overline{F}$ ko‘paytmani yozib chiqamiz,

$$\left|\overline{OA}\times\overline{F}\right| = 2 \cdot S_{OAB} = \left|\overline{m}_O(F)\right|$$

$\overline{OA}\times\overline{F}$ vektor OAB tekisligiga perpendikulyarl bo‘lib, shu vektorning uchidan qarab $\overline{OA}$ vektorni soat stryelkasining aylanishiga teskari tomonga burilganda 180$^{\text{o}}$ dan kam bo‘lgan burchakda $\overline{\text{F}}$ -vektor bilan ustma-ust tushadi, ya’ni $\overline{m}_{\text{o}}(\overline{F})$ -vektor bilan bir xil ekanligi isbotlandi. Demak $\overline{OA}\times\overline{F}$ va $\overline{m}_{\text{o}}(\overline{F})$

[1] qarab-vektorni soat strelkasiga teskari tomonga 180° -dan kam bo‘lgan burchakka burilganda -vektorni ustiga tushishi lozim.

vektorlar ham yo‘nalishlari bo‘yicha, ham modullari bo‘yicha bir xil vektorlar ekanligi isbotlandi, ya’ni bitta vektor ekanligi ma’lum bo‘ldi. Bunga asosan,

$$\overline{m}_{\text{o}}(\overline{F}) = \overline{OA} \times \overline{F} \quad \text{ёки} \quad \overline{m}_{\text{o}}(\overline{F}) = \overline{r} \times \overline{F},$$

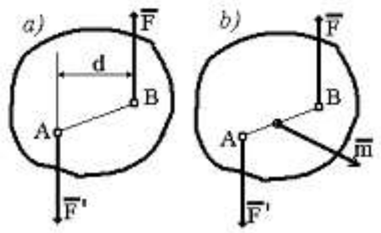
bu yerda $\overline{r} = \overline{OA}$, A nuqtaning O markazdan o‘tkazilgan radius vektori.

Shunday qilib, $\overline{F}$ -kuchning O markazga nisbatan olingan momenti, O markazdan kuch qo‘yilgan nuqtaga o‘tkazilgan radius vektor $\overline{r} = \overline{OA}$ ni kuch vektoriga vektor ko‘paytmasiga teng ekan. Ushbu xulosa, kuchning markazga nisbatan olingan momentining ikkinchi ta’rifi bo‘lib xizmat qilishi mumkin.

Kuchning quyidagi xossalarini aytib o‘tamiz: 1) kuchning qo‘yilgan nuqtasini, uning ta’sir chizig‘i bo‘ylab o‘zgartirganimizda, momentning son qiymati (moduli) o‘zgarmaydi; 2) agar kuchning ta’sir chizig‘i O markazni kesib o‘tsa (kuchning yelkasi nolga teng bo‘ladi), yoki kuchning moduli nolga teng bo‘lgan hollarda kuchning momenti nolga teng bo‘ladi.

Juft kuch. Juftning momenti.

Modullari o‘zaro teng, yo‘nalishlari qarama-qarshi va parallel bo‘lgan vektorlardan tashkil topgan ikkita kuchlardan iborat sistemaga - juft kuch [2] deb, ataladi (a shakl).



Juft kuchlarni tashkil etuvchi $\overline{F}$ va $\overline{F}'$ vektorlardan iborat kuchlar sistemasi hech qachon muvozanat holatda bo‘lmaydi (chunki bu kuchlar bir to‘g‘ri chiziqda yotmaydilar). o‘z navbatida bu kuchlar sistemasining teng ta’sir etuvchisi ham bo‘lmaydi, chunki ixtiyoriy kuchlar sistemasining bosh vektori, ya’ni vektor yig‘indisi $\overline{R}$ bo‘ladi, juft kuchlar uchun u $\overline{R} = \overline{F} + \overline{F}'$=0 ga teng bo‘ladi. Shu sababli juft kuchlar, jismlarning o‘zaro maxsus ta’sirlariga oid bo‘lganligi uchun, alohida o‘rganiladi.

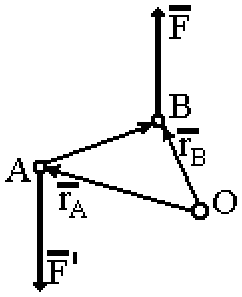
Juft kuchlarning ta’sir chiziqlari joylashgan tekislik, juft kuchlarning tekisligi deb ataladi. Juft kuchlarning ta’sir chiziqlari orasidagi eng qisqa masofa, juftning yelkasi deb ataladi. Juft kuchlarning jismga ta’siri, uning aylanma harakatini belgilaydi va uni belgilovchi qiymat juftning momenti deb ataladi. Juftning momenti: 1) F·d -ko‘paytmadan iborat bo‘lgan juftning moduli; 2) juftning ta’sir kuchi joylashgan tekislik; 3) juftning shu tekislik bo‘yicha aylanishining yo‘nalishi bilan belgilanadi. Shunday qilib, kuchning markazga nisbatan momenti kabi, juftning momenti ham vektor qiymatdan iborat ekan.

[2] Juftlar nazariyasini, buyuk frantsuz olimi- mexanik va geometr L.Puanso (1777-1859y.) yaratgan

Ta’rif: Juft kuchning momenti deb, moduli juftni tashkil qiluvchi kuchlarning birini modulini juftning yelkasiga ko‘paytmasiga teng bo‘lgan, yo‘nalishi esa juft kuchlar yotgan tekislikka perpendikulyarl bo‘lib, jismni soat stryelkasi yo‘nalishiga teskari bo‘lgan yo‘nalishda aylantirishga harakat qiluvchi $\overline{m}$ yoki $\overline{M}$ - harfi bilan belgilanadigan vektorga aytiladi (b shakl).

$\overline{F}$ - kuchning A nuqtaga nisbatan yelkasi d - ga teng bo‘lib, $\overline{F}$ -kuch va A nuqta yotgan tekislik bilan juft kuchlar joylashgan tekislik bir bo‘lganligi uchun,

$$\overline{m} = \overline{m}_A(\overline{F}) = \overline{AB} \times \overline{F}$$



formula o‘rinli bo‘ladi. Lekin, kuchning vektor momenti faqat markazga qo‘yilsa, juft kuchning vektor momenti ixtiyoriy nuqtaga qo‘yilishi mumkin (ya’ni erkin vektor deb ataladi). Juft kuchning momenti ham, kuchning momenti kabi ng‘yuton·metr (N·m) bilan o‘lchanadi.

Juft kuchning momentiga boshqacha ham ta’rif byerish mumkin. Juftning momenti juftni tashkil etuvchi kuchlarning ixtiyoriy O markazga nisbatan olingan momentlarning yig‘indisiga teng, ya’ni

$$\overline{m} = \overline{m}_O(\overline{F}) + \overline{m}_O(\overline{F}'),$$

Ushbu ta’rifni isbotlash uchun, ixtiyoriy O markaz tanlab olamiz (shakl), va bu nuqtadan kuchlar qo‘yilgan nuqtalarga $\bar{r}_A = \overline{OA}$ va $\bar{r}_B = \overline{OB}$ bo‘lgan radius vektorlar o‘tkazamiz. U holda $\overline{F}' = -\overline{F}$ ekanligini e’tiborga olib

$$\overline{m}_O(\overline{F}) = \bar{r}_B \times \overline{F}, \qquad \overline{m}_O(\overline{F}') = \bar{r}_A \times \overline{F} = -\bar{r}_A \times \overline{F}',$$

hosil qilamiz, ularning geometrik yig‘indisi:

$$\overline{m}_O(\overline{F}) + \overline{m}_O(\overline{F}') = (\bar{r}_B - \bar{r}_A) \times \overline{F} = \overline{AB} \times \overline{F},$$

hosil qilamiz. $\overline{AB} \times \overline{F} = \overline{m},$ ekanligini hisobga olsak formula isbotlanganligini ko‘ramiz. Bundan yuqorida ko‘rsatilgan natija kelib chiqadi, ya’ni

$$\overline{m} = \overline{AB} \times \overline{F} = \overline{m}_A(\overline{F}) \quad \text{yoki} \quad \overline{m} = \overline{m}_B(\overline{F}')$$

demak, juftning momenti birorta kuchning ikkinchi kuch qo‘yilgan markazga nisbatan momentiga teng ekan. Juft kuchlar momentining moduli m=F·d formula orqali hisoblanadi.

Agarda, juft kuchlarning qattiq jismga ta’siri (aylantirish samarasi) har bir kuchning ixtiyoriy O nuqtaga nisbatan olingan momentlarning yig‘indisiga teng ekanligini e’tiborga olsak formulaga asosan momentlari teng bo‘lgan ikkita juft kuchlar ekvivalent bo‘lar ekan. Ya’ni ular jismga bir xil ta’sir ko‘rsatar ekanlar.

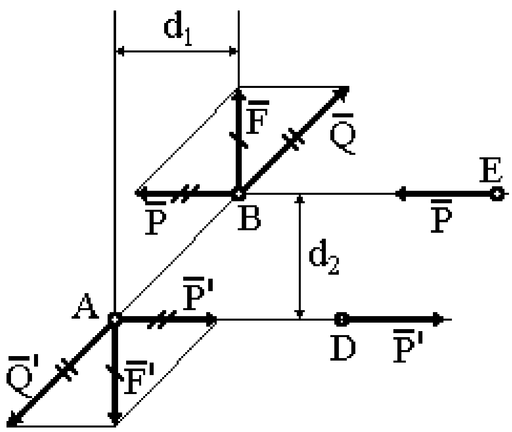
Boshqacha qilib aytganimizda, vektor momentlari $\overline{m}$ - o‘zaro teng bo‘lgan ikkita juft kuchlar, ularni tashkil etuvchi kuchlarning modullari qanday bo‘lishligidan qat’iy nazar va ular bitta tekislikdami yoki parallel tekislikdami joylashganliklaridan qat’iy nazar ekvivalent juftlar ekanlar. Juft kuchlar uchun markaz O nuqtaning ahamiyati bo‘lmaganligi uchun, uning vektor momentini ixtiyoriy nuqtaga joylash mumkin, ya’ni erkin vektor hisoblanadi.

Keyinchalik juft kuchni chizmalarda tasvirlashda uning o‘rniga, uni xaraktyerlovchi vektor moment $\overline{m}$ - ni tasvirlaymiz. U holda m -juftning moduli (son qiymati)ni va $\overline{m}$ - vektor orqali juftning ta’sir etayotgan tekisligi hamda uning aylanish yo‘nalishini aniqlab olinadi.

Agarda jismga bir vaqtning o‘zida moment vektorlari $\overline{m}_2$, $\overline{m}_2$,... $\overline{m}_n$ -ga teng bo‘lgan bir nechta juft kuchlar ta’sir etsa, shu juftlarni ixtiyoriy nuqtaga nisbatan olingan momentlarining yig‘indisi $\overline{m}_1 + \overline{m}_2 + \overline{m}_3 + ...\overline{m}_n$, lardan iborat vektor bo‘lib, uning bosh momenti momenti $\overline{M} = \sum \overline{m}_k$ -ga teng bo‘lgan bitta juft kuchga ekvivalent bo‘ladi. Bu natija juftlarni qo‘shish haqidagi teoremaning ifodasi hisoblanadi.

Juftlarni qo‘shish va ularni ekvivalentligi haqidagi teorema

Jismga $\overline{F}$ va $\overline{F}'$ kuchlardan tashkil etgan juft ta’sir etayotgan bo‘lsin. Shu juft kuchlar joylashgan tekislikda yotuvchi ixtiyoriy olingan D va E nuqtalardan shu tekislikda o‘zaro parallel bo‘lgan ikkita chiziq o‘tkazaylik. Bu chiziqlar $\overline{F}$ va $\overline{F}'$ kuchlarning ta’sir chiziqlarini A va B nuqtalarda kesib o‘tishsin (shakl). So‘ngra shu $\overline{F}$ va $\overline{F}'$ kuchlarni (ular ilgari boshqa nuqtalarga joylashgan bo‘lsalar) ana shu A va B nuqtalarga ko‘chirib qo‘yaylik. Endi $\overline{F}$ - kuchni AB va EB yo‘nalishdagi ikkita $\overline{Q}$ va $\overline{P}$ tashkil etuvchi vektorlarga ajrataylik, o‘z navbatida $\overline{F}'$ - kuchni ham BA va AD yo‘nalishda bo‘lgan ikkita $\overline{Q}'$ va $\overline{P}'$ vektorlarga ajrataylik.

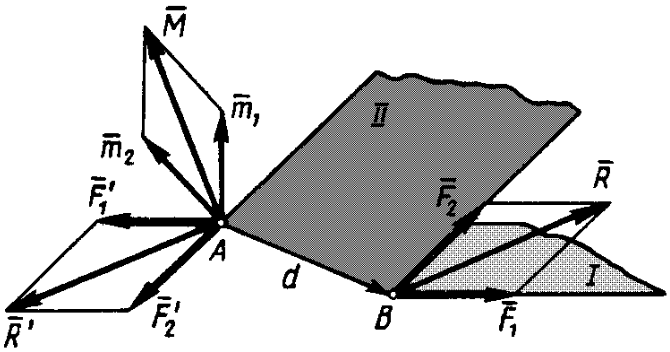


Shaklda tasvirlangandek $\overline{Q}' = -\overline{Q}$ va $\overline{P}' = -\overline{P}$ tenglamalar o‘rinli bo‘ladi. Shu sababli $\overline{Q}'$ va $\overline{Q}$ vektorlarni o‘zaro muvozanatlovchi sistemani tashkil qilganligi sababli jismdan olib tashlaymiz. Natijada berilgan $\overline{F}$ va $\overline{F}'$ juft kuchlar o‘rnida $\overline{P}$ va $\overline{P}'$ kuchlardan tashkil topgan, kuchlarning modullari ham, ularning yelkalari ham boshqa bo‘lgan yangi juft kuchlar paydo bo‘ldi. Yangi hosil bo‘lgan juftni tashkil etuvchi $\overline{P}$ va $\overline{P}'$ kuchlarni D va E nuqtalarga qo‘ysak, ularning ta’sir chiziqlari ham boshqacha ekanligini ko‘rishimiz mumkin. D va E nuqtalarni ixtiyoriy ravishda tanlab olganligimiz va ularni kesib o‘tuvchi AD va BE chiziqlarni ham ixtiyoriy ravishda yo‘naltirganligimizni e’tiborga olsak $\overline{P}$ va $\overline{P}'$ kuchlardan tashkil topgan juftni, tekislikning hohlagan joyida hosil qilishimiz mumkinligining guvohi bo‘ldik. Hosil bo‘lgan $\overline{P}$ va $\overline{P}'$ kuchlardan iborat juftning kuchlarini $\overline{F}$ - kuchning ta’sir chizig‘iga parallel holda ham paydo qilish mumkin, buning uchun yuqoridagi o‘zgartirishlarni yana bir marta qaytarish lozim bo‘ladi.

Endi $\overline{F}$, $\overline{F}'$ va $\overline{P}$, $\overline{P}'$ kuchlardan tashkil topgan juftlarning momentlari o‘zaro teng ekanligini ko‘rsatib o‘taylik. Ularning momentlarini tegishlicha $\overline{m}_1$ va $\overline{m}_2$-lar bilan belgilaylik. Moment vektorini aniqlash formulasiga asosan $\overline{m}_1 = \overline{AB} \times \overline{F}$ va $\overline{m}_2 = \overline{AB} \times \overline{P}$ bo‘ladi. Ammo $\overline{F} = \overline{P} + \overline{Q}$ bo‘lganligi sababli $\overline{AB} \times \overline{F} = \overline{AB} \times \overline{P} + \overline{AB} \times \overline{Q}$, lekin $\overline{AB} \times \overline{Q} = 0$ ekanligi sababli $\overline{m}_1 = \overline{m}_2$ ekanligi isbotlandi. Ushbu isbot qilingan natijaga asosan quyidagi xulosaga kelamiz:

1) juft kuchlarni ular joylashgan tekislikning bir joyidan ixtiyoriy boshqa joyga ko‘chirsak, jismning holati o‘zgarmaydi.

2) juft kuchlar momentining modulini o‘zgartirmagan holda, juftni tashkil etuvchi kuchlarining modullarini va juftning yelkasini tegishli ravishda o‘zgartirsak jismning holati o‘zgarmaydi.



Bulardan tashqari, juft kuchlarning yana bir muhim xossasini isbotsiz keltiriladi.

3) juft kuchni bir tekislikdan o‘ziga parallel bo‘lgan va shu jismga tegishli bo‘lgan har qanday boshqa tekislikka ko‘chirsak, jismning holati o‘zgarmaydi.

Demak, moment vektorlari o‘zaro teng va bir xil yo‘nalgan ikkita juft ekvivalent juftlar ekan (ekvivalent juftlar haqidagi teorema). Bunga asosan, har qanday juftni vektor momentini saqlagan holda, uning tashkil etuvchi kuchlar modullari va yelkalarini o‘zgartirish yoki bir tekislikdan o‘ziga parallel bo‘lgan boshqa tekislikka ko‘chirish yoki bir tekislikning bir joyidan boshqa istalgan joyga ko‘chirish kabi amallarni bajarish mumkin ekanligi isbotlandi.

Endi juftlarni qo‘shish haqidagi teoremani isbot qilaylik. Teorema: qattiq jismga ta’sir etuvchi bir necha juftlar, shunday bitta juftga ekvivalentki, bu ekvivalent juft momentining vektori berilgan juftlar momentlari vektorlarining geometrik yig‘indisiga teng bo‘ladi.

Buni isbotlash uchun I va II tekisliklarda joylashgan va momentlari $\overline{m}_1$ va $\overline{m}_2$ dan iborat ikkita juftni olaylik (shakl). Tekisliklarning kesishgan chizig‘ida yotuvchi AB=d kesmani olaylik va shu kesmada $\overline{F}_1, \overline{F}_1'$ kuchlardan tashkil topgan $\overline{m}_1$ -juftni, hamda $\overline{F}_2, \overline{F}_2'$ kuchlardan tashkil topgan $\overline{m}_2$ -juftni tasvirga tushiraylik (lekin, albatta, F1·d=m1 va F2·d=m2).
A va B nuqtalarga qo‘yilgan kuchlarni geometrik ravishda qo‘shib, shuni aniqlaymizki, $\overline{F}_1, \overline{F}_1'$ va $\overline{F}_2, \overline{F}_2'$ lardan iborat bo‘lgan ikkita juft $\overline{R}$, $\overline{R}'$ -kuchlardan tashkil topgan bitta juftga ekvivalent ekan. Endi shu ekvivalent juftning moment vektorini aniqlaylik. $\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$ bo‘lgani sababli $\overline{AB} \times \overline{R} = \overline{AB} \times \overline{F}_1 + \overline{AB} \times \overline{F}_2$ yoki moment vektorini aniqlash formulasiga asosan $\overline{M} = \overline{m}_1 + \overline{m}_2$ ekanligi isbotlandi.

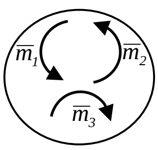
Ushbu teorema ikkita juft uchun isbot qilindi, lekin shuni ta’kidlash lozimki, agar tekisliklar ustma-ust bo‘lsalar (ya’ni I va II tekisliklar bitta tekislikdan iborat bo‘lsa) ham ushbu teorema o‘z kuchini saqlab qoladi.

Agar jismga bir vaqtning o‘zida moment vektorlari $\overline{m}_1, \overline{m}_2, ..., \overline{m}_n$ dan iborat bo‘lgan n -ta juftlar ta’sir etsa, juftlarni yuqorida isbot qilingan teoremaga asosan, birin ketin-qo‘shish orqali ularni yagona ekvivalent juft bilan almashtirish mumkin bo‘lib, hosil bo‘lgan ekvivalent juftning moment vektori

$\overline{M} = \overline{m}_1 + \overline{m}_2 + ... + \overline{m}_n = \sum \overline{m}_k$ formula orqali aniqlanadi.

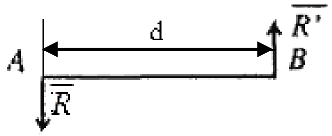
Yuqoridagilarga asosan, bir nechta juft kuchlar ta’siridagi qattiq jismning muvozanat shartini aniqlash oson, ya’ni $\overline{M} = 0$ yoki $\sum \overline{m}_k = 0$ dan iborat bo‘lar ekan.

Tekislikda yotuvchi juftlarni qo’shish



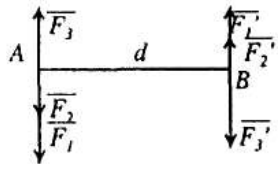
Teorema: Tekislikda ixtiyoriy joylashgan juftlarni, momenti berilgan juftlar momentlarining algebraik yig’indisiga teng bo’lgan bitta juft bilan almashtirish mumkin. Isbot: Tekislikda momentlari m_1, m_2, m_3 bo'lgan 3 ta juft joylashgan.

Juftlarning ta'sir tekisligida ixtiyoriy AB kesmani, berilgan juftlar uchun umumiy yelka uchun tanlab olamiz (shakl) momentlari m_1, m_2, m_3 bo'lgan juftlarni, momentlari berilgan juftlarni momentlariga teng bo'lgan ($\overline{F}, \overline{F}'$),



($\overline{F}_2, \overline{F}_2'$), ($\overline{F}_3, \overline{F}_3'$) juftlar bilan almashtiramiz, ya'ni $m_1 = F_1 \cdot d,\ m_2 = F_2 \cdot d,\ m_3 = F_3 \cdot d.$

A nuqtaga qo'yilgan kuchlarni bitta kuch $\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3$ bilan almashtiramiz. B nuqtaga qo'yilgan kuchlarni bitta kuch $\overline{R}' = \overline{F}_1' + \overline{F}_2' + \overline{F}_3'$ bilan almashtiramiz. Boshqacha aytganda ($\overline{R}, \overline{R}'$) kuchlar sistemasi berilgan juftlarga teng ta'sir etuvchi juftidir (shakl). Teng ta'sir etuvchi juftning momenti quyidagiga teng bo'ladi



$$M = R_1 d = (F_1 + F_2 - F_3)d = F_1 \cdot d + F_2 \cdot d + (-F_3 \cdot d)$$

yoki M=m1+m2+m3, teorema isbotlandi. Xuddi shunday ixtiyoriy sondagi juftlar uchun quyidagini yozish mumkin,

$$M = \sum_{k=1}^{n} m_k$$

Juftlarning muvozanat sharti

Bir tekislikda ixtiyoriy joylashgan juftlar muvozanatda bo'lsin. Hamma juftlarni bitta juft bilan almashtirib, muvozanat mavjud bo'lishi uchun yoki R=0 yoki d=0 bo'lishi kerak degan xulosaga kelamiz. U holda R·d=0, ya'ni juft momenti M=0. Bu yerdan ko'rinadiki $\sum_{k=1}^{n} m_k = 0$.

Demak, bir tekislikda ixtiyoriy joylashgan juftlar sistemasi muvozanatda bo'lsa, ular momentlarining algebraik yig'indisi 0 ga teng bo'ladi. Bu xulosaning teskarisi ham o'rinlidir. Ya'ni bir tekislikda ixtiyoriy joylashgan juftlar momentlarning algebraik yig'indisi nolga teng bo'lsa, bu juftlar sistemasi muvozanatda bo'ladi. Haqiqatan ham agar $\sum m_k = 0$ bo'lsa, u holda M=R·d=0. Bu yerdan R=0 yoki d=0 bo'lishi mumkin. Har ikkala holda ham sistema muvozanatda bo'ladi. Demak tenglik juftlar sistemasi muvozanatining zarur va yetarli shartini ifodalaydi.

Takrorlash uchun savollar

1. Kuchninig nuqtaga nisbatan momenti deb nimaga aytiladi?
2. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti qachon nolga teng bo'ladi?

3. Kuchni ta’sir chizig’i bo’ylab ko’chirilsa kuch momenti o’zgaradimi?
4. Kuchning nuqtaga nisbatan momentining geometrik ma’nosi qanday?
5. Teng ta’sir etuvchi kuchning momenti tashkil etuvchi kuchlar momenti orqali qanday hisoblanadi?
6. Juft kuch deb nimaga aytiladi?
7. Juft kuch momenti qanday hisoblanadi?
8. Qanday juft kuchlar ekvivalent bo’ladi?
9. Tekislikdagi juft kuchlarni qanday qo’shish mumkin?
10. Tekislikdagi juft kuchlarning muvozanat shartlari qanday?

4-mavzu. Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini bir markazga keltirish.

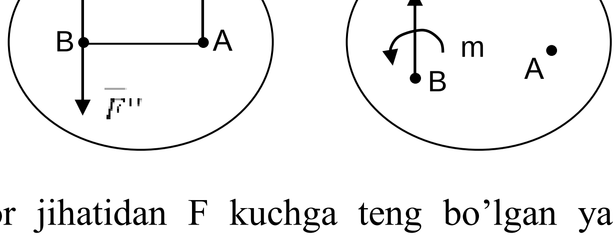
Reja:

1. Tekislikda va fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini bir markazga keltirish.
2. Tekislikdagi va fazodagi ixtiyoriy kuchlar tizimining muvozanati.
3. Tekislikdagi va fazodagi kuchlar tizimi muvozanat shartlarining uch xil ko‘rinishi.
4. Kuchni o’ziga parallel ixtiyoriy nuqtaga ko’chirishga oid teorema.

Tayanch so‘z va iboral:

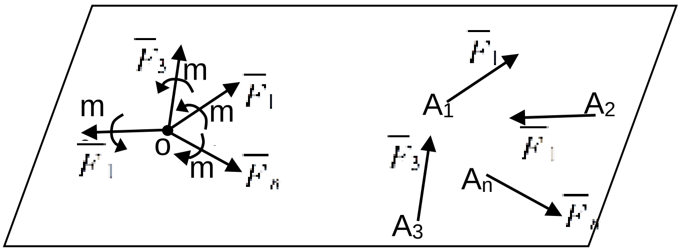
Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar, ixtiyoriy kuchlar tizimining muvozanati, muvozanat shartlarining uch xil ko‘rinishi, kuchni o’ziga parallel ixtiyoriy nuqtaga ko’chirish, teng ta’sir etuvchining momenti.

Teorema: Absolyut qattiq jismning biror nuqtasiga qo’yilgan kuchni jismga ta’sirini o’zgartirmay o’ziga parallel ravishda boshqa ixtiyoriy nuqtaga keltirish, momenti berilgan kuchdan keltirish nuqtasiga nisbatan olingan kuch momentiga teng bo’lgan juft qo’shishni taqozo qiladi.



Isbot: Jismning biror A nuqtasiga F kuch qo’yilgan bo’lsin. Jismning ixtiyoriy B nuqtasiga tashkil etuvchilari F' va F" miqdor jihatidan F kuchga teng bo’lgan ya’ni $F' = F'' = F$ nolli sistemani kuchga parallel ravishda qo’yamiz (shakl). Hosil bo’lgan uchta kuchdan ($\overline{F}, \overline{F}', \overline{F}''$) iborat bo’lgan sistema berilgan F kuchga ekvivalentdir. Bu sistemani F kuch va ($\overline{F}, \overline{F}''$) juftdan tashkil topgan deb qarash mumkin. Binobarin A nuqtaga qo'yilgan F kuchi, B nuqtaga qo'yilgan shunday F' kuchiga va ($\overline{F}, \overline{F}''$) juftga ekvivalentdir. Juft ($\overline{F}, \overline{F}''$) ni qo'shilgan juft deb ataladi. Uning momentini aniqlaymiz $\overline{m}(\overline{F}, \overline{F}'') = F \cdot d = m_B(\overline{F})$.

Binobarin qo'yilgan juftning momenti A nuqtaga qo'yilgan F kuchdan, ko'chirish zarur bo'lgan B nuqtaga nisbatan momentga teng bo'ladi. Bu teoremaning tafsiloti shakllarda tasvirlangan. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini bir markazga keltirish



Bosh vektor va bosh moment. Qattiq jismga tekislikda ixtiyoriy joylashgan $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$ kuchlar sistemasi ta'sir qilsin.

Tekislikda keltirish markazi deb ataluvchi ixtiyoriy O nuqtani olib, momentlari m_1, m_2, m_n bo'lgan qo'shilgan juftlarni qo'shib, hamma kuchlarni shu markazga keltiramiz, (shakl). Demak ($\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$). Kuchlar sistemasi O nuqtaga qo'yilgan $\overline{F}_1', \overline{F}_2', ..., \overline{F}_n'$ kuchlar sistemasiga va bir tekislikda joylashgan momentlari

$$m_1 = m_0(\overline{F}_1),\ m_2 = m_0(\overline{F}_2) ... m_n = m_0(\overline{F}_n)$$

bo'lgan juftlar sistemasiga ekvivalent bo'ladi.

O nuqtaga qo'yilgan kuchlarni qo'shib, ularni bitta kuch bilan almashtiramiz.

$$\overline{R}' = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k$$

Modomiki, $\overline{F}_k' = \overline{F}_k$, u holda $\overline{R}' = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k$ kattalik berilgan kuchlar sistemasining bosh vektori deb ataladi. Binobarin tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini bosh vektori berilgan kuchlarning geometrik yig'indisiga teng ekan. Tekislikda joylashgan qo'shilgan juftlarni jamlab, momenti

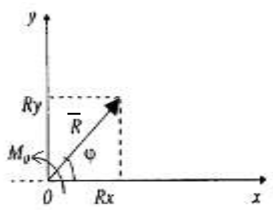
$M_0=m_1+m_2+\ldots+m_n$ bo’lgan bitta juft bilan almashtiramiz. Formulada momentlarni e’tiborga olib, quyidagiga ega bo’lamiz:

$$M_0 = m_0(\bar{F}_1) + m_0(\bar{F}_2) + \ldots + m_0(\bar{F}_n)$$

yoki

$$M_0 = \sum_{k=1}^{n} m_0(\bar{F}_k)$$

Moment M_o berilgan kuchlar sistemasining O keltirish markaziga nisbatan bosh momenti deb ataladi. Demak, tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini biror markazga nisbatan bosh momenti berilgan sistemaning kuchlaridan keltirish markaziga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig’indisiga teng. Olingan natijani quyidagi teorema shaklida keltirish mumkin. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini umumiy holda, sistemaning bosh vektoriga teng bo’lgan va qandaydir O nuqtaga qo’yilgan bitta kuch va shu tekislikda yotuvchi momenti berilgan kuchlar sistemasining shu nuqtaga nisbatan bosh momentiga teng bo’lgan bitta juft bilan almashtirish mumkin (shakl).



Bosh vektor R' ni miqdor va yo’nalishini analitik aniqlash. Koordinata sistemasi boshini keltirish markazi O nuqtada olib (shakl) OX va OY o’qlarini o’tkazib, R' ning miqdorini quyidagi formula yordamida aniqlaymiz.

$$R' = \sqrt{(R'_x)^2 + (R'_y)^2}$$

Bu yerda R'_x va R'_y bosh vektor R' ning koordinata o’qlaridagi proyeksiyalaridir. Tenglikni koordinata o’qlariga proyeksiyalab, quyidagini olamiz:

$$R'_x = \sum_{k=1}^{n} F_{kx}, \; R'_y = \sum_{k=1}^{n} F_{ky}$$

Ya’ni kuchlar sistemasi bosh vektorining koordinata o’qlaridagi proyeksiyalari, kuchlarning shu o’qlardagi proyeksiyalarining algebraik yig’indisiga tengdir. Bu formulaga R'_x, R'_y larning qiymatlarini keltirib qo’yib, quyidagini olamiz

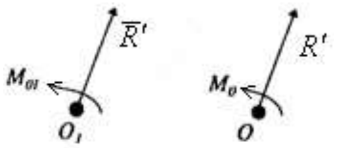
$$R' = \sqrt{(\sum_{k=1}^{n} F_{kx})^2 + (\sum_{k=1}^{n} F_{ky})^2}$$

Bosh vektor R' ning yo'nalishi, uni OX o'qi bilan tashkil qilgan φ burchagi orqali quyidagicha aniqlanadi

$$tg\varphi = \frac{R'_y}{R'_x}$$

Shuni ta'kidlaymizki, bosh vektor R' keltirish markazini o'zgartirish bilan o'zgarmaydi, chunki berilgan kuchlar sistemasining miqdor va yo'nalishlari o'zgarmas qoladi.

Keltirish markazi o'zgarishi bilan bosh momentning o'zgarishi. Berilgan (F_1, F_2,..,F_n) kuchlar sistemasini bir O markazga keltirib, O nuqtaga qo'yilgan R' kuchni va momenti M_o bo'lgan juftni olamiz (shakl).



Keltirish markazi uchun boshqa O_1 nuqtani olamiz va bu nuqtaga nisbatan bosh momentni M_{o1} deb belgilaymiz, R' kuchni O nuqtadan O_1 nuqtaga ko'chirish uchun momenti O_1 nuqtaga qo'yilgan R' kuchdan O_1 nuqtaga nisbatan olingan kuch momentiga teng bo'lgan ya'ni m_{o1}(R') juftni qo'shish kerak. Bu juftni kuchlar sistemasining O ga keltirish natijasida hosil bo'lgan juft bilan qo'shib, momenti quyidagiga teng bo'lgan bitta juft hosil qilamiz

$$M_{01} = M_0 + m_{01}(\overline{R}')$$

bundan

$$M_{01} - M_0 = m_{01}(\overline{R}')$$

Demak, keltirish markazi o'zgarishi bilan bosh momentning o'zgarishi oldingi markazga qo'yilgan bosh vektordan, keyingi markazga nisbatan olingan momentga teng bo'lar ekan. Keltirishning xususiy hollari. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini sodda hollarga keltirish. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini biror O markazga keltirishda quyidagi xususiy hollar mavjud

$$1)\ \overline{R}' = 0,\ \ M_0 \neq 0$$

$$2)\ \overline{R}'\neq 0,\ M_0=0$$

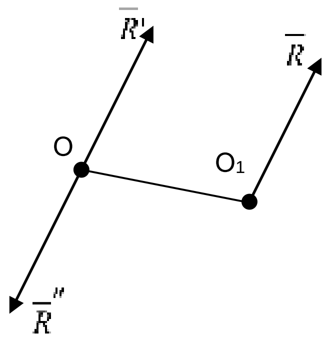
$$3)\ \overline{R}'\neq 0,\ M_0\neq 0$$

$$4)\ \overline{R}'=0,\ M_0=0$$

Kuchlar sistemasini bir juftga keltirish

Agar tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini bosh vektori nolga teng bo'lib, biror markazga nisbatan bosh momenti nolga teng bo'lmasa, u holda bunday sistema bir juftga keladi. Bunday holda bosh momenti keltirish markazining tanlanishiga bog'liq bo'lmaydi, haqiqatan ham, agar R'=0 bo'lsa, u holda $M_{01}=M_0$ ekanligi kelib chiqadi.

Kuchlar sistemasini bir teng ta'sir etuvchiga keltirish. Teng ta'sir etuvchining momenti haqida teorema



Agar kuchlar sistemasining bosh vektori nolga teng bo'lmasa, u holda bunday sistema bitta teng ta'sir etuvchiga keltiriladi (2 va 3 xususiy hollar).

Agar ($\overline{F}_1, \overline{F}_2,..., \overline{F}_n$) kuchlar sistemasini biror O markazga keltirish natijasida bitta kuch $\overline{R}=\sum\overline{F}_k$ va momenti $M_0=\sum m_0(\overline{F}_k)$ bo'lgan bitta juft hosil bo'lsin. Juft tashkil etuvchi kuchlar miqdorini bosh vektorga teng qilib olib, ya'ni, $\overline{R}'=\overline{R}''=\overline{R}$ va juft tashkil etuvchi kuchlardan birini O nuqtaga R' bilan qarama-qarshi yo'nalishda joylashtiramiz (shakl) juft ($\overline{R}_1, \overline{R}''$) ning yelkasi quyidagi formuladan aniqlanadi.

$$d=\frac{M_0}{R} \quad (*)$$

Hosil bo'lgan $\left(\overline{R}', \overline{R}'', \overline{R}\right)$ kuchlar shakl sistemasi bitta R kuchga ekvivalent bo'ladi. Darhaqiqat, $\overline{R}$ berilgan ($\overline{F}_1, \overline{F}_2 ... \overline{F}_n$) kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi bo'ladi.

Teng ta'sir etuvchining momentiga oid Varin'on teoremasi

Teorema: Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchisining shu tekislikda yotuvchi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momenti, berilgan kuchlardan shu nuqtaga nisbatan olingan kuch momentlarining algebraik yig'indisiga teng.

Isbot: shakldan ko'rinadiki, $m_0(\overline{R}) = R \cdot d$. R=R' ekanligi va (*) formulani e'tiborga olib quyidagini yozish mumkin. $m_0(\overline{R}) = M_0 \;\; yoki \;\; m_0(\overline{R}) = \sum_{k=1}^{n} m_0(\overline{F}_k)$

Teorema isbotlandi.

Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat shartlari

Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatlashishi uchun, quyidagi shartning bajarilishi zarur va yetarlidir.

$$\overline{R}' = 0 \quad \text{va} \quad \overline{M}_0 = 0$$

Agar biror shart bajarilmasa, u holda kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchiga yoki juftga keltiriladi, ya'ni muvozanatda bo'lmaydi. Agar $\overline{R}' = 0$ bo'lsa, u holda sistema momenti M_0 bo'lgan juftga keltiriladi, modomiki M_0=0, u holda sistema muvozanatda bo'ladi. Bu shartdan tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar muvozanatining quyidagi analitik shartlari kelib chiqadi:

1. Muvozanat shartining asosiy ko'rinishi

Bosh vektor $\overline{R}'$ va bosh moment M_0 quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi

$$R' = \sqrt{(\sum_{k=1}^{n} F_{kx})^2 + (\sum_{k=1}^{n} F_{ky})^2}, \quad M_0 = \sum_{k=1}^{n} m_0(\overline{F}_k)$$

Agar $R' = 0$ va M_0=0 bo'lsa, u holda

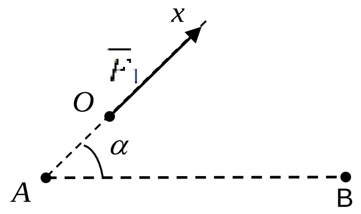
$$\sum_{k=1}^{n} F_{kx} = 0, \; \sum_{k=1}^{n} F_{ky} = 0, \; \sum_{k=1}^{n} m_0(\overline{F}_k) = 0$$

Ya'ni, tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar muvozanatda bo'lishi uchun, kuchlarning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarining yig'indisi, kuchlarning ta'sir tekisligidagi biror nuqtaga nisbatan olingan momentlarning yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir. Bog'lanishdagi jismlarning muvozanatiga oid masalalar yechishda ushbu shartda noma'lum reaksiya kuchlari ishtirok etadi va muvozanat tenglamari deb ataladi. Agar noma'lum reaksiyalar soni ular qatnashgan tenglamalar soniga teng bo'lsa, u holda hamma noma'lumlar shu tenglamalardan aniqlanadi. Bunday masalalar statik aniq masalalar deb ataladi. Agar noma'lum reaksiyalar soni, ular qatnashgan tenglamalar sonidan ko'p bo'lsa, u holda bunday masalalar statik aniqmas masalalar deb ataladi.

2. Muvozanat shartining ikkinchi shakli

Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning ikkita A va B nuqtalarga nisbatan olingan momentlarining yig'indisi, hamda AB kesmaga perpendikulyar bo'lmagan OX o'qiga proyeksiyalarining yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir (shakl).

$$\left.\begin{array}{l} \sum\limits_{k=1}^{n} F_{ix} = 0 \\ \sum m_A(\overline{F}_i) = 0 \\ \sum m_B(\overline{F}_i) = 0 \\ \alpha \neq 90^0 \end{array}\right\}$$

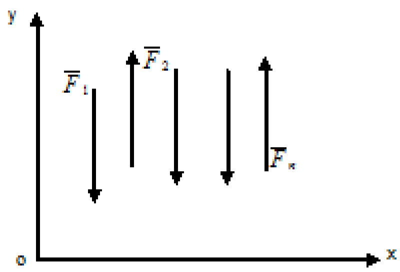


3. Muvozanat shartining uchinchi shakli

Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning bir to'g'ri chiziq ustida yotmagan uchta A, B va C nuqtalarga nisbatan olingan momentlarining yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

$$\sum_{k=1}^{n} m_A(\overline{F}_k) = 0,\ \sum_{k=1}^{n} m_B(\overline{F}_k) = 0,\ \sum_{k=1}^{n} m_C(\overline{F}_k) = 0$$

Tekislikda parallel joylashgan kuchlarning muvozanat shartlari



Agar hamma kuchlar OY o'qiga parallel bo'lsa (shakl), u holda

$$\sum_{k=1}^{n} F_{kx} = 0,$$

modomiki

$$\sum_{k=1}^{n} F_{ky} = \sum_{k=1}^{n} F_k$$

va muvozanat sharti quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\sum_{k=1}^{n} F_k = 0, \qquad \sum_{k=1}^{n} m_0(\overline{F}_k) = 0$$

Demak, tekislikdagi parallel kuchlar muvozanatda bo'lishi uchun, kuchlarning algebraik yig'indisi va shu tekislikdagi biror nuqtaga nisbatan olingan momentlarning yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

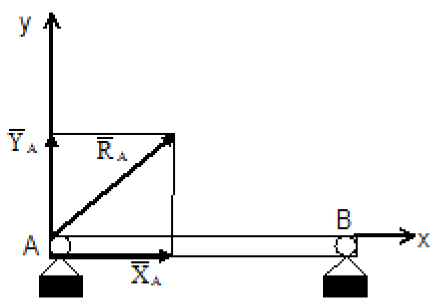
Tekislikda parallel kuchlar muvozanat shartining ikkinchi shakli.

Tekislikda ixtiyoriy joylashgan parallel kuchlar muvozanatda bo'lishi uchun, bu kuchlarga parallel bo'lgan chiziq ustida yotmay turgan ikki A va B nuqtalarga nisbatan olingan kuchlar momentlarining yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir, ya'ni

$$\sum_{k=1}^{n} m_A(\overline{F}_k) = 0, \qquad \sum_{k=1}^{n} m_B(\overline{F}_k) = 0$$

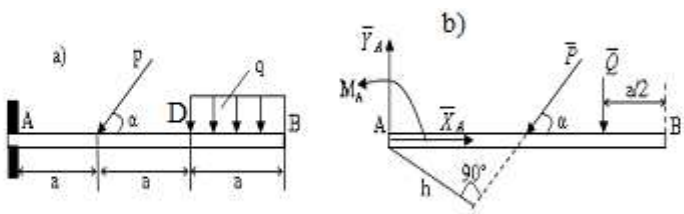
Reaksiya kuchlarini aniqlashga doir qo'shimchalar

Xususan, bog'lanish ishqalanishsiz silindrik sharnir vositasida bajarilgan bo'lsa, sharnir bog'lanish reaksiya kuchi silindrik o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislikda yotishi ko'rsatilgan edi. Reaksiya kuchining yo'nalishi noma'lum bo'lib, jismga ta'sir etuvchi boshqa kuchlarga bog'liq bo'ladi. Jism tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar ta'sirida muvozanatlashishiga oid masala yechiladigan bo'lsa, qo'zg'almas sharnirning reaksiya kuchi RA ning miqdor va yo'nalishi noma'lum (shakl). Shuning uchun uni OX va OY koordinata o'qlari bo'ylab X_A va Y_A tashkil etuvchilar orqali tasvirlab, R_A ning miqdor va yo'nalishi quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi



$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}, \quad tg\alpha = \frac{Y_A}{X_A}$$

Qistirib mahkamlangan bog'lanish (a shakl). Agar jismga tekislikda ixtiyoriy joylashgan



kuchlar ta’sir qilsa, bu kuchlar sistemasini markazga keltirish natijasida, A nuqtaga qo’yilgan R_A kuchi va momenti M_A bo’lgan juft hosil bo’ladi. Noma’lum RA reaksiya kuchini koordinata o’qlari bo’ylab X_A va Y_A tashkil etuvchilari orqali tasvirlaymiz.

Binobarin jismning qistirib mahkamlangan kesmasida reaksiyaning ikkita X_A va Y_A tashkil etuvchilari hamda, momenti M_A bo’lgan reaktiv juft ta’sir qiladi.

Takrorlash uchun savollar

1. Kuchni o’ziga parallel qanday ko’chirish mumkin?
2. Tekislikdagi kuchlarni bir markazga keltirish natijasida nima hosil bo’ladi?
3. Kuchlar sistemasi bir markazga keltirilsa qanday hollar bo’lishi mumkin?
4. Tekislikda ixtiyoriy joylshgan kuchlar sistemasining muvozanat shartlari qanday?
5. Tekislikda parallel joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat shartlari qanday?
6. Jismlar sistemasida reaksiyasi kuchlarini aniqlash masalasi qanday yechiladi?

5-mavzu. Ishqalanish kuchlari. Parallel kuchlar markazi. Qattiq jism og’irlik markazi.

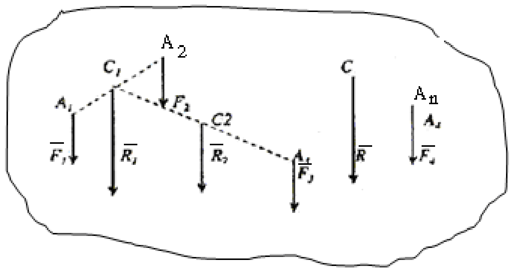
Reja:

1. Parallel kuchlar markazi va uning koordinatalarini aniqlash.
2. Jism og’irlik markazining koordinatalari.
3. Og’irlik markazini aniqlash usullari.

Tayanch so‘z va iboralar:

Parallel kuchlar markazi, og’irlik markazi, og’irlik markazining koordinatalari, bo’laklarga ajratish usuli, manfiy yuzalar usuli, tajriba usuli, integrallash usuli.

Bir tekislikda yotmaydigan $(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3)$ parallel kuchlar sistemasini ko’ramiz (1-shakl)



1-shakl

kuchlarni ketma-ket qo'shamiz $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarni qo'shib, ularga parallel bo'lgan $\overline{R}_1$ teng ta'sir etuvchisini topamiz. Uning miqdori $R_1=F_1+F_2$ ga teng bo'lib, qo'yilish nuqtasi quyidagi proporsiyadan aniqlanadi:

$$\frac{A_1C_1}{A_2C_1} = \frac{F_2}{F_1}$$

Endi $\overline{R}_1$ va $\overline{F}_3$ kuchlarni qo'shamiz ularning teng ta'sir etuvchisi R_2 ning miqdori quyidagiga teng:

$$R_2 = R_1 + F_3 = F_1 + F_2 + F_3$$

qo'yilish nuqtasi esa quyidagi proporsiyadan aniqlanadi:

$$\frac{C_1C_2}{A_3C_2} = \frac{F_3}{R_2}$$

Endi R_2 va F_4 kuchlarning teng ta'sir etuvchisining miqdori

$$R = R_2 + F_4 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$$

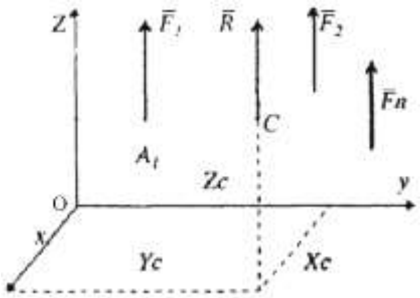
bo'lib, qo'yilish nuqtasi S nuqta quyidagi proporsiyadan aniqlanadi:

$$\frac{A_2C}{A_4C} = \frac{F_4}{R}$$

Yuqoridagi tavsifdan ko'rinadiki, n ta parallel kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi ularning yig'indisiga teng:

$$R = \sum_{k=1}^{n} F_k$$

Qo'yilish nuqtasi esa kuchlarning fazodagi yo'nalishlariga bog'liq bo'lmaydi, haqiqatan ham agar kuchlarning hammasini ularning qo'yilish nuqtalari atrofida teng burchakka bir tomonga bursak, ularning teng ta'sir etuvchisi ham shu burchakka C nuqta atrofida buriladi. Teng ta'sir etuvchi ta'sir chizig'i har doim parallel kuchlarning fazoda har qanday yo'nalishida ham C nuqtadan o'tadi. C nuqta parallel kuchlar markazi deyiladi.



2-shakl

Parallel kuchlar sistemasi markazining koordinatalarini aniqlash uchun koordinata sistemasi OZ o'qini berilgan kuchlar sistemasiga parallel qilib olamiz (2-shakl). Kuchlar qo'yilgan $A_1, A_2, A_3, ...A_n$ nuqtalarning koordinatalarini mos ravishda $x_1, y_1, z_1', x_2, y_2, z_2', ..., x_n, y_n, z_n'$. Parallel kuchlar markazi C nuqtaning kichik x, y, z koordinatalarini Xc, Yc, Zc deb belgilaymiz. Teng ta'sir etuvchining OX o'qiga nisbatan momenti haqidagi teoremani tatbiq qilamiz:

$$m_x(\bar{R}) = \sum_{k=1}^{n} m_x(F_k) \text{ yoki } R \cdot Y_c = F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2 + ... + F_n \cdot y_n$$

$$\text{bundan } y_c = \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2 + ... + F_n \cdot y_n}{R} \text{ yoki } y_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} F_k \cdot y_k}{\sum_{k=1}^{n} F_k}$$

Shu teoremani OY o'qiga nisbatan tatbiq qilib Xc koordinatani aniqlaymiz:

$$x_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} F_k \cdot x_k}{\sum_{k=1}^{n} F_k} \quad (1)$$

Endi koordinatani aniqlash uchun hamma kuchlarni bir tomonga OY o'qiga parallel qilib 90^0 ga buramiz va teng ta'sir etuvchining momenti haqidagi teoremani OX o'qiga nisbatan tatbiq qilamiz. Shunday qilib parallel kuchlar markazi quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi.

$$x_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} F_k \cdot x_k}{\sum_{k=1}^{n} F_k}; \quad y_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} F_k \cdot y_k}{\sum_{k=1}^{n} F_k}; \quad z_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} F_k \cdot z_k}{\sum_{k=1}^{n} F_k} \quad (2)$$

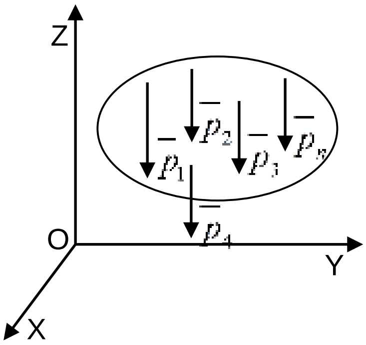
Biror yo'nalishni musbat tanlab olib, (2) formula yordamida nuqta koordinatalari x_C, y_C, z_C larni aniqlanayotganda kuchlarning qiymatlari mos ishoralar bilan olinishi zarur. Jismni elementar bo'lakchalarga bo'lib, har bir bo'lakka ularning og'irlik kuchlarini qo'yamiz. U holda parallel kuchlar sistemasini hosil qilamiz (3-shakl). Parallel og'irlik kuchlar sistemasining markazi, jismning og'irlik markazi bo'ladi. Jismning og'irlik markazining koordinatalari (2) formulaga asosan quyidagicha aniqlanadi:

$$X_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} P_k \cdot x_k}{\sum_{k=1}^{n} P}; \; Y_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} P_k \cdot y_k}{\sum_{k=1}^{n} P}; \; Z_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} P_k \cdot z_k}{\sum_{k=1}^{n} P} \qquad (3)$$

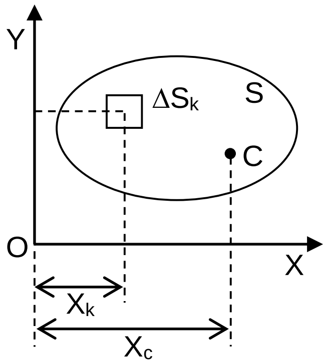
bu yerda R-jism og'irligi. Bir jinsli jism uchun

$$P_k = \gamma \Delta V_k; \; P = \gamma V$$

bu yerda ΔV_k -elementar bo'lakchaning hajmi, V-jism hajmi, γ -birlik hajmining og'irligi.



3-shakl



4-shakl

P_k va P larning qiymatlarini (3) formulalarga qo'yib quyidagilarni olamiz:

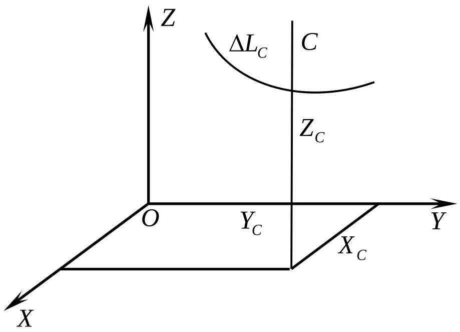
$$X_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} X_k \Delta V_k}{V}; \; Y_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} Y_k \Delta V_k}{V}; \; Z_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} Z_k \Delta V_k}{V}; \quad (4)$$

Agar jism yupqa bir jinsli plastinka bo'lsa, uning og'irlik markazi koordinatalari quyidagi formulalar bilan aniqlanadi (4-shakl):

$$X_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} X_k \Delta \rho_k}{\rho}; \; Y_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} Y_k \Delta \rho_k}{\rho} \quad (5)$$

bu yerda ΔS_k -elementar bo'lakchaning yuzasi S-butun plastinka yuzasi. Agar jism bir jinsli chiziqdan (5-shakl) iborat bo'lsa, uning og'irlik markazining koordinatalari quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi:

$$X_c = \frac{1}{L}\sum_{k=1}^{n} X_k \Delta L_k \; ; \; Y_c = \frac{1}{L}\sum_{k=1}^{n} Y_k \Delta L_k \; ; \; Z_c = \frac{1}{L}\sum_{k=1}^{n} Z_k \Delta L_k \qquad (6)$$



5-shakl

Quyidagi belgilarni kiritamiz:

$$S_k = \sum_{k=1}^{n} Y_k \Delta S_k ; \; S_y = \sum_{k=1}^{n} X_k \Delta S_k \qquad (7)$$

U holda (5) formulalarni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$X_c = \frac{S_y}{S} ; \; Y_c = \frac{S_x}{S} \qquad (8)$$

Bu yerda S_x yuzaning OX o'qiga nisbatan statik momenti deb ataladi, S_y esa Oy o'qiga nisbatan yuzaning statik momenti deb ataladi. Agar yuza og'irlik markazining koordinatalari aniq bo'lsa, uning statik momenti quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi:

$$S_x = S \cdot Y_c ; \; S_y = S \cdot X_c \qquad (9)$$

Og'irlik markazini aniqlash usullari. Simmetrik jismlarning og'irlik markazi

Teorema: Agar bir jinsli jism simmetriya tekisligi o'qi yoki markaziga ega bo'lsa, u holda uning og'irlik markazi mos ravishda shu tekislikda, o'q yoki markazda yotadi.

Isbot: Jism simmetriya tekisligiga ega bo'lsin (6-shakl). U holda teoremaga asosan

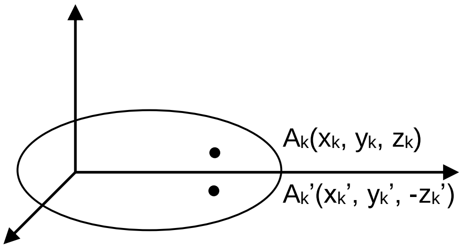
$$Z_c = 0 \text{ yoki } \sum_{k=1}^{n} Z_k \Delta V_k = 0$$

bo'ladi, shunga ko'ra jism elementar $A_1, A_2, \ldots, A_n$ bo'laklarining hajmlarini mos ravishda quyidagicha bo'lgan

$$\Delta V_1, \Delta V_2, ..., \Delta V_n$$

bo'lakchalarga bo'lamiz. Simmetriya o'qiga ega bo'lganligi sababli har qanday X_k, Y_k, Z_k koordinatali A_k bo'lakcha OXY tekisligiga nisbatan simmetrik bo'lgan A'_k nuqtaga mos keladi, uning koordinatalari X_k, Y_k, $-Z_k$ bo'ladi. Quyidagi ko'paytmalarni $Z_k \Delta V_k$ tuzib qo'shsak quyidagini olamiz:

$$\sum_{k=1}^{n} Z_k \Delta V_k = 0$$



6-shakl

u holda $Z_1 = 0$ bo'ladi. Xuddi shunday qolgan hollar ya'ni jism simmetrik o'q yoki markazga ega bo'lgan hollar isbot qilinadi.

Bo'laklarga ajratish (to'ldirish) usuli

Agar bir jinsli qattiq jismni og'irlik markazlari ma'lum bo'lgan chekli sonli geometrik shakllarga ajratish mumkin bo'lsa, u holda uning og'irlik markazining koordinatalari (4), (5), (6) formulalar yordamida aniqlanadi. Agar qattiq jismda teshiklar mavjud bo'lsa, uning og'irlik markazini aniqlashda jismni to'liq deb qaraladi, teshiklar va yetishmovchi yuza yoki hajmga tegishli hadlar manfiy ishoralar bilan olinadi. Bu usulni manfiy yuzalar (hajmlar) usuli deb ataladi.

1-masala. 7-shaklda tasvirlangan bir jinsli yupqa plastinka og'irlik markazining koordinatalari aniqlansin.

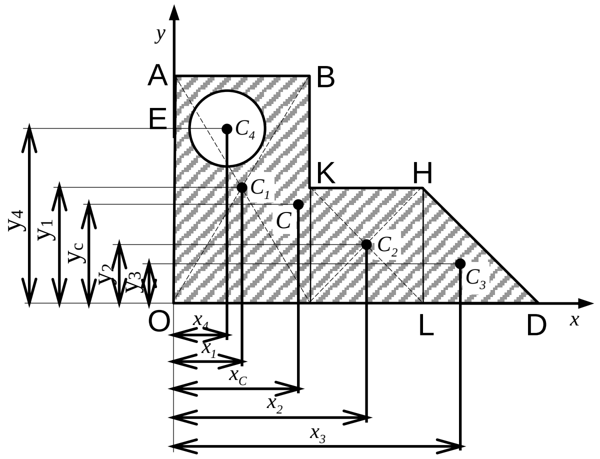
Yechish: Plastinkani to'rtta bo'laklarga ajratamiz. Markazga c_1,(x_1, y_1) nuqta bo'lgan to'rt burchak markazi c_2(x_2,y_2) nuqta bo'lgan to'rtburchak markazi c_3(x_3 y_3) nuqta bo'lgan uchburchak va markazi s_4(x_4,y_4) nuqta bo'lgan doira (teshik) shakldan c_1, c_2, c_3, c_4 nuqtalarining koordinatalari ma'lum o'lchovlari yordamida aniqlanadi. Bo'lakchalarning yuzalarini S_1, S_2, S_3, S_4 lar bilan belgilaymiz va ular osonlikcha aniqlanadi, (5)ga asosan quyidagi formuladan foydalanib, og'irlik markazining koordinatalarini topamiz.

$$\left.\begin{aligned} X_c &= \frac{S_1 \cdot x_1 + S_2 \cdot x_2 + S_3 \cdot x_3 + S_4 \cdot x_4}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4} \\ Y_c &= \frac{S_1 \cdot y_1 + S_2 \cdot y_2 + S_3 \cdot y_3 + S_4 \cdot y_4}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4} \end{aligned}\right\} (10)$$

Agar OA=30 sm, OD=36 sm, OE=24sm, AB=10 sm, BK=20 sm, x_4=5 sm, y_4=24 sm, r=3 sm, x_1=5, x_2=17, y_1=15, y_2=5 bo'lsa

$$x_3 = 28;$$

$$y_3 = \frac{10}{3}.$$



7-shakl

Agar $S_1=300$, $S_2=140$, $S_3=60$, $S_4=9\pi$ bo'lsa, (10) tenglikdan quyidagilarni topamiz:

$$x_c = \frac{300\cdot 5 + 140\cdot 17 + 60\cdot 28 - 9\pi\cdot 5}{300+140+60-9\pi} = \frac{5418{,}7}{471{,}7} \approx 11{,}5\ sm$$

$$y_c = \frac{300\cdot 15 + 140\cdot 5 + 60\cdot \frac{10}{3} - 9\pi\cdot 24}{300+140+60-9\pi} = \frac{4721}{471{,}7} \approx 10\ sm$$

Integrallash usuli

Agar bir jinsli qattiq jismni chekli sondagi sodda geometrik shakllarga ajratishning iloji bo'lmasa, u holda og'irlik markazi koordinatalarni (4), (5), (6) formulalar yordamida aniqlash uchun bu formulalarda bo'lakchalar soni n cheksizlikka intiladi, ularning o'lchovlari nolga intiladi. Bu formulalarda limitga o'tib hajm og'irlik markazining koordinatalari quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi:

$$X_c = \frac{1}{V}\int_{(x)} xdV;\ Y_c = \frac{1}{V}\int_{(x)} ydV;\ Z_c = \frac{1}{V}\int_{(x)} zdV \quad (11)$$

Sirt og'irlik markazining koordinatalari quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi:

$$X_c = \frac{1}{S}\int_{(S)} xdS;\ Y_c = \frac{1}{S}\int_{(S)} ydS;\ Z_c = \frac{1}{S}\int_{(S)} zdS.$$

bu yerda S – sirt yuzasi.

Agar sirt tekis shakl bo'lsa va XOY tekislik shu shakl tekisligida olinsa, yuqoridagi formulalar quyidagicha yoziladi:

$$X_c = \frac{1}{S}\int_{(S)} xdS;\ Y_c = \frac{1}{S}\int_{(S)} ydS;\ Z_c = \frac{1}{S}\int_{(S)} zdS \quad (12)$$

Ko’ndalang qirqim yuzalari o’zgarmas va bir jinsli moddadan iborat chiziqning og’irlik markazining koordinatalari quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi:

$$X_c = \frac{1}{L}\int_{(L)} xdl;\ Y_c = \frac{1}{L}\int_{(L)} ydl;\ Z_c = \frac{1}{L}\int_{(L)} zdl \ (13)$$

2-masala. Aylana qismi (yoyi) og’irlik markazining koordinatalari aniqlansin. Markaziy burchagi 2α bo’lgan R radiusli AB aylana yoyini olamiz (8-shakl). Aylana yoyi simmetriya o’qiga ega OX koordinata o’qidir. Isbot qilingan teoremaga asosan yonning og’irlik markazi uning simmetriya o’qida yotishi kerak, ya’ni $Y_C=0$ koordinata X_C quyidagi formula yordamida aniqlanadi.

$$X_c = \frac{1}{L_1}\int_{(L_1)} xdl \qquad (14)$$

og’irlik markazining abssissasi x bo’lgan yoydan cheksiz kichik elementar dl bo’lakchani ajratib olamiz. U holda

$$dl = R\cdot d\varphi,\ x = R\cdot\cos\varphi,\ L = R\cdot\alpha$$

quyidagi ifodalarni dl x va α (14) formulaga qo’yib, φ bo’yicha integrallab, quyidagini olamiz:

$$X_C = \frac{1}{2R\alpha}\int_{-a}^{a} R^2\cos\alpha d\varphi = \left(\frac{R}{2\alpha}\cdot\sin\varphi\right)\Big|_{-a}^{a} = \frac{R\sin\alpha}{\alpha}$$

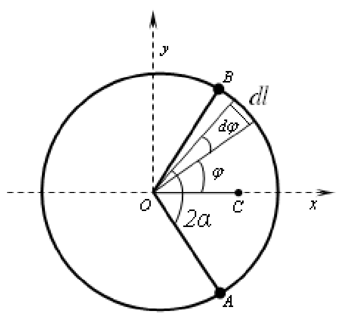
Demak,

$$X_c = \frac{R\sin\alpha}{\alpha} \qquad (15)$$

yarim aylana uchun $\alpha = \frac{\pi}{2}$ bo’lganda

$$X_c = \frac{2R}{\pi} \approx 0{,}63r$$

bo’ladi (8-shakl).



8-shakl

3-masala. Doira shaklli sektor yuzaning og’irlik markazi koordinatlarini aniqlang. Ixtiyorimizda R radiusli va markaziy burchagi 2α bo’lgan doira sektor yuzi mavjud. 9-shakl sektor yuzasining simmetriya o’qini OX koordinata o’qi sifatida qabul qilib va OC=x masofani quyidagi formula yordamida aniqlaymiz:

$$X_c = \frac{1}{S}\int_S x dS \quad (17)$$

markaziy burchagi $d\varphi$ bo’lgan cheksiz kichik Oab sektor yuzachani ajratamiz. Xuddi teng yonli uchburchak deb qaralgan bu elementar bo’lakchaning og’irlik markazi c' nuqtada bo’lib, bu masofa quyidagiga teng $OC' = \frac{2}{3}R$, bu c' markaz nuqtaning koordinatasi quyidagiga teng

$$X = \frac{2}{3}\cdot R\cdot \cos\varphi$$

yuzacha

$$dS = \frac{1}{q}\cdot R^2 d\varphi$$

sektor yuzasi

$$S = \frac{1}{2}\cdot R^2\cdot 2\alpha = R^2\alpha$$

olingan ifodalar S_1,dS larni (17) formulaga qo’yib va φ bo’yicha integrallab, quyidagini olamiz.

$$X_c = \frac{1}{R^2\alpha}\int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{1}{3}R^3\cos\varphi d\varphi = \left(\frac{R}{3\alpha}\cdot\sin\varphi\right)\Big|_{-\alpha}^{\alpha} = \frac{2R\sin\alpha}{3\alpha}$$

demak,

$$X_c = \frac{2}{3}\cdot R\cdot\frac{\sin\alpha}{\alpha} \quad (18)$$

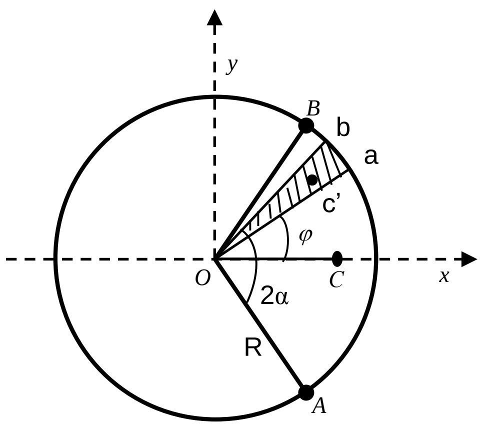
sektor o’rnida yarim doira bo’lsa

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

bo’lib,

$$X = \frac{4R}{3\pi} = 0{,}2124$$

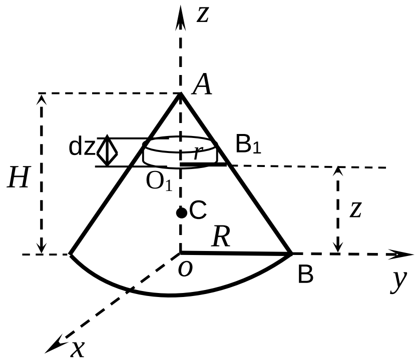
qiymatga ega



9-shakl

4-masala. Balandligi H va asosining radiusi R bo'lgan to'g'ri doiraviy konus og'irlik markazining koordinatalari aniqlansin, konusning simmetriya o'qini OZ koordinata o'qi sifatida olamiz. U holda $X_c = Y_c = 0$, Z_c koordinata quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$Z_c = \frac{1}{V}\int_V Z dv \qquad (20).$$



10-shakl

Konus asosidan Z masofa balandlik dz va radiusi r bo'lgan silindr ko'rinishdagi cheksiz kichik bir element hajmini ajratamiz(10-shakl). Bu element hajmi quyidagiga teng:

$$dV = \pi \cdot r^2 dz$$

radius r ni AOB va O_1AB_1 uchburchaklarning o'xshashligidan aniqlanadi:

$$\frac{r}{R} = \frac{H - z}{H}$$

bundan

$$r = \frac{R}{H}(H - z)$$

u holda

$$dV = \frac{\pi R^2}{H^2}(H - z)^2 dz$$

konusning hajmi quyidagiga teng: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \ H$ bo'lgani uchun (20) ga asosan

$$Z_C = \frac{\int_O^H z \frac{\pi (H - Z)^2 R^2}{H^2} dz}{\frac{1}{3}\pi R^2 H} = \frac{1}{4}\pi \ H \qquad (21)$$

Takrorlash uchun savollar

1. Parallel kuchlar markazi qanday aniqlanadi?
2. Og'irlik markazini aniqlash formulalari qanday?
3. Hajmning og'irlik markazini aniqlash formulasini keltiring?

4. Yuzaning og’irlik markazi qanday aniqlanadi?
5. Chiziqning og’irlik markazi qanday aniqlanadi?
6. Og’irlik markazini aniqlashning qanday usullarini bilasiz?

6-mavzu. Kinematika. Harakat vector usulida koordinatalar usulda, tabiiy usulda berilganda nuqtaning teztigi va tezlanishi. Qattiq jismning ilgarilanma harakati.

Reja:

1. Nuqta kinematikasi haqida tuhuncha.
2. Nuqta harakatining berilish usullari.
3. Harakat qonuni bo’yicha tezlik va tezlanishlarni aniqlash.

Tayanch so‘z va iboralar:

Kinematika, moddiy nuqta, qattiq jism, sanoq sistemasi, harakat qonuni, to’g’ri chiziqli harakat, egri chiziqli harakat, mexanik harakat, traektoriya, tezlik, tezlanish.

Kinematikada–nazariy mexanikaning bir bo’limi bo’lib unda moddiy nuqta va qattiq jismlarning mexanik harakatini, harakatni vujudga keltiruvchi sabablarni e’tiborga olmagan holda harakatni faqat geometrik nuqtai nazardan o’rganadi.

Kinematika bir tomondan dinamikaga kirish hisoblansa, ikkinchi tomondan kinematika metodlari alohida qism sifatida mexanizm harakatlarida, harakatlarni uzatishni o’rganishda katta amaliy ahamiyatga ega.

Harakatlanayotgan jismlarning harakatini o’rganish uchun albatta bittasini harakati ikkinshisiga nisbatan qaraladi. Shuning uchun jism harakatda der ekanmiz qaysi jismga nisbatan harakatlanayotganligini ko’rsatish kerak. Harakati o’rganilayotgan jismga koordinata o’qlari va vaqt bog’lanadi. Koordinata o’qlari bilan vaqt birgalikda sanoq sistemasi deyiladi.

Agar tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan biror funksiya orqali jismning istalgan vaqtdagi holatini aniqlash mumkin o’lsa u holda kinematikada harakat berilgan deyiladi. Biror sanoq sistemaga nisbatan harakatlanayotgan jism, boshqa sanoq sistemaga nisbatan tinch turgan bo’lishi mumkin. Demak "tinch" yoki "harakat" so’zlari nisbiy tushuncha. Shuning uchun harakat tanlangan sanoq sistemasiga juda ham bog’liq.

Harakat o’rganilayotgan ekan, uni biror vaqt oralig’ida qaraladi. harakat boshida ko’pincha t=0 deyiladi. Qattiq jism harakati mobaynida har bir nuqtasi har xil harakat qiladi. Shuning uchun kinematikada nuqtalar harakati va qattiq jism harakati o’rganiladi.

Nuqtaning vaqt o’tishi bilan fazoda qoldirgan izi traektoriya deb aytiladi. Agar traektoriya to’g’ri chiziq bo’lsa, harakat to’gri chiziqli, traektoriya egri chiziqdan iborat bo'lsa egri chiziqli harakat bo'ladi. Nuqta harakatini o'rganishda 2 ta masala: harakat qonunini matematik ifodasini yozish va bu qonunlarga asoslanib kinematik xarakteristikalar traektoriya, tezlik va tezlanishlarni aniqlash masalasi hal qilinadi.

Harakat qonunini berilish usullari. Trayektoriya.

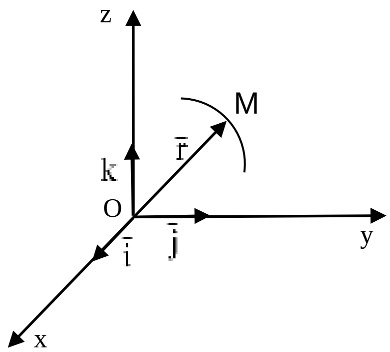
Agar istalgan t vaqt uchun nuqtaning berilgan sanoq sistemasiga nisbatan holati (vaziyati) ma'lum bo'lsa, mazkur sanoq sistemasiga nisbatan nuqtaning harakat qonuni ma'lum bo'ladi. Kinematikada nuqtaning harakat qonuni uchta usulda beriladi:

1. Vektor usuli
2. Koordinata usuli
3. Tabiiy usul

1. Vektor usuli: Bu usulda M nuqtaning holati biror qo'zg'almas markazdan $\bar{r}(t)$ radius vektori bilan aniqlanadi (1-shakl). Vaqtnnng o'tishi bilan M nuqta harakatlanganda uning $\bar{r}$-radius vektori ma'lum qonun asosida o'zgaradi. Ya'ni skalyar argument t ning vektorli funksiyasidan iborat bo'ladi.

$$\bar{r} = \bar{r}(t) \qquad (1)$$

Arap $\bar{r}(t)$ funksiya ma'lum bo'lsa, t vaqtning har bir payti uchun M nuqtaning holati ma'lum bo'ladi.

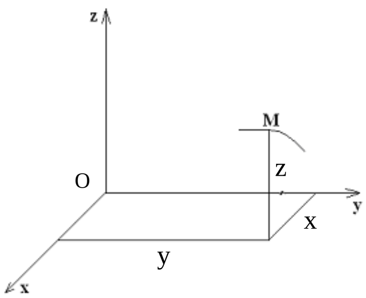


1-shakl

(1)-tenglamani nuqtaning harakat tenglamasi yoki harakat qonuni deyiladi. $\bar{r} = \text{const}$ bo'lsa, nuqta tinch holatda bo'ladi.

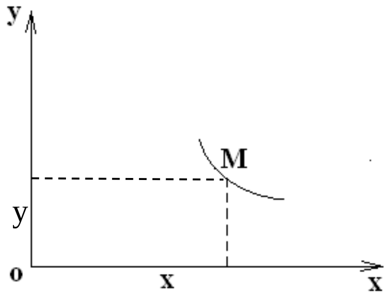
2. Koordinata usuli: Bu usulda harakatlanayotgan M nuqtaning holati uning uchta x, y, z to'g'ri burchakli Dekart koordinatalari orqali aniqlanadi (2-shakl). Nuqta harakatlanganda uning koordinatlari vaqt o'tishi bilan o'zgaradi. Binobarin, M nuqtaning koordinatlari x, y, z vaqtning bir qiymatli va uzluksiz differensiallanadigan funksiyasidan iborat bo'ladi.

$$\left.\begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{array}\right\} \qquad (2)$$



2-shakl

Bu tenglama nuqtaning Dekart koordinatalaridagi harakat tenglamalari deb ataladi. (2) tenglamalardan t vaqtni yo'qotib, nuqta trayektoriyasining tenglamasi aniqlanadi. Agar nuqta tekislikda harakatlansa ikkita harakat tenglamasiga ega bo'lamiz.



3-shakl

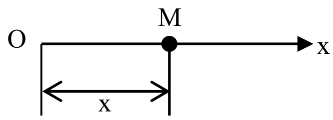
$$\left.\begin{array}{l} x = x(t) \\ y = x(t) \end{array}\right\} \qquad (3)$$

(3) tenglamalarga nuqtaning tekislikdagi harakat tenglamalari deyiladi.

Moddiy nuqta o'zining fazodagi harakati natijasida to'g'ri chiziqli yo'lni o'tsa, bunday harakat to'g'ri chiziqli harakat deyiladi. O nuqtani koordinatalar boshi desak, biror M nuqta harakatlanmasdan oldin O da yoki O dan ma'lum uzoqlikda bo'ladi. (4-shakl) Nuqtaning to'g'ri chiziqli harakati bitta

$$x=x(t) \qquad (4)$$

tenglama bilan aniqlanadi.



4-shakl

Nuqta tezligi

Nuqta tezligi vektor miqdor bo'lib, nuqta harakatining berilgan momentdagi tezligi va bu harakatning yo'nalishini harakterlaydi. Nuqta tezligi harakatning qanday usulda berilishiga qarab aniqlanadi. Agar harakat tenglamasi $\bar{r} = \bar{r}(t)$ - ko'rinishda berilgan bo'lsa uning tezligi radius vektoridan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilasiga teng:

$$\bar{\vartheta} = \frac{d\bar{r}}{dt}$$

Nuqta harakati koordinat usulda berilgan bo'lsin:

$$\left.\begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{array}\right\}$$

U holda tezlik vektorining koordinata o'qlaridagi proyeksiyasi harakatdagi nuqta koordinatasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi hosilaga teng bo'ladi :

$$\vartheta_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad \vartheta_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \quad \vartheta_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$

Vektorning proyeksiyalari ma'lum bo'lsa, uning moduli va yo'nalishini topish mumkin. U proyeksiyalarga qurilgan parallelopiped diagonaliga teng, shunga ko'ra:

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2 + \vartheta_z^2}$$

Tezlik vektorining yo'naltiruvchi kosinuslari quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi:

$$\cos(\widehat{\bar{\vartheta}, \bar{i}}) = \frac{\vartheta_x}{\vartheta}; \ \cos(\widehat{\bar{\vartheta}, \bar{j}}) = \frac{\vartheta_y}{\vartheta}; \ \cos(\widehat{\bar{\vartheta}, \bar{k}}) = \frac{\vartheta_z}{\vartheta}$$

Harakat tekislikda bo'lsa, tezlik moduli va yo'naltiruvchi kosinuslari quyidagicha aniqlanadi:

$$\vartheta_x = \frac{dx}{dt}; \quad \vartheta_y = \frac{dy}{dt}; \quad \vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}$$

$$\cos(\widehat{\bar{\vartheta}, \bar{i}}) = \frac{\vartheta_x}{\vartheta}; \ \cos(\widehat{\bar{\vartheta}, \bar{j}}) = \frac{\vartheta_y}{\vartheta}$$

Harakat qonuni tabiiy usulda S=f(t) berilganda nuqta tezligi $\vartheta = \frac{ds}{dt} = f'(t)$ formula yordamida aniqlanadi.

$\frac{ds}{dt} > 0$ bo'lsa, S o'sib boradi. $\frac{ds}{dt} < 0$ bo'lsa harakat teskari sodir bo'ladi, keyingi holda tezlik moduli uchun ning absolyut qiymati olinadi, ya'ni. Agar $\vartheta = \frac{ds}{dt} = const$ bo'lsa, harakat tekis bo'ladi ya'ni $S = S_0 + \vartheta t$, agar t=0 da S_0=0 bo'lsa, $S = \vartheta t$ bo'ladi.

Nuqta tezlanishi

Nuqtaning tezlanishi vektor kattalik bo'lib, berilgan daqiqadagi nuqta tezlik vektorining vaqtga qarab o'zgarishini xarakterlaydi.

Harakat qonuni vektor usulda berilganda nuqta tezlanishi $\bar{a} = \frac{d\bar{\vartheta}}{dt} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}$

Harakat qonuni koordinata usulda berilganda nuqta tezlanishi quyidagicha aniqlanadi:

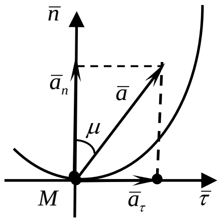
$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{d\vartheta_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \\ a_y &= \frac{d\vartheta_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \\ a_z &= \frac{d\vartheta_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \end{aligned}\right\}$$

Tezlanishning moduli va yo'naltiruvchi kosinuslari quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos(\widehat{\bar{a},\bar{i}}) &= \frac{a_x}{a} \\ \cos(\widehat{\bar{a},\bar{j}}) &= \frac{a_y}{a} \\ \cos(\widehat{\bar{a},\bar{k}}) &= \frac{a_z}{a} \end{aligned}\right\}$$

Harakat qonuni tabiiy usulda berilganda egri chiziqli harakatda nuqta tezlanishini ikkita tashkil etuvchiga ajratiladi ya'ni urinma va normal tezlanishlarga, to'la tezlanish a tashkil etuvchilarni geometrik yig'indisiga teng bo'ladi. Bu tashkil etuvchilar



$$a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt} \qquad yo'ki \qquad a_\tau = \frac{d^2S}{dt^2}, \qquad a_n = \frac{\vartheta^2}{\rho}$$

bu yerda ρ – trayektoriyaning egrilik radiusi.

Tezlanishning bu ikki tashkil etuvchisi o'zaro tik yo'nalganidan to'la tezlanishning moduli quyidagi formuladan topiladi.

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\vartheta^2}{\rho}\right)^2}$$

To'la tezlanishni yo'nalishi $tg\mu = \frac{|a_\tau|}{a_n}$ formuladan topiladi.

7-8-mavzu. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati. Qattiq jismning tekis parallel harakati.

Reja:

1. Qattiq jismning ilgarilanma harakati.

2. Qattiq jismning qo’zg’almas o’q atrofidagi aylanma harakati.
3. Aylanma harakatlarni bir jismdan ikkinchi jismga uzatish

Tayanch so‘z va iboralar:

Ilgarilanma harakat, tekis tezlanuvchan harakat, tekis harakat, tekis sekinlanuvchan harakat, aylanma harakat, aylanish o’qi, buralish burchagi, burchak tezlik, burchak tezlanish, normal tezlanish, orinma tezlanish.

Jismning ilgarilanma va qo’zg’almas o’q atrofidagi aylanma harakatlariga jismning sodda yoki asosiy harakatlari deyiladi. Jismning har qanday murakkab harakatlarini shu ikki harakatdan tashkil topgan deb qaraladi.

Jismda olingan har qanday kesma harakat davomida hamma vaqt o’z-o’ziga parallel qolsa, jismning bunday harakatiga ilgarilanma harakat deyiladi. Ilgarilanma harakatdagi jism nuqtalarining trayektoriyalari istalgan egri chiziq bo’lishi mumkin.

Masalan, to’g’ri chiziqli relsda harakatlanayotgan vagon kuzovining harakati ilgarilanma harakat bo’lib, kuzov nuqtalarining trayektoriyalari to’g’ri chiziqdan iborat bo’ladi.

Ilgarilanma harakatdagi jism nuqtalarining kinematik xarakteristikalari: harakat qonuni, tezlik va tezlanishlari quyidagi teoremaga asoslanadi:

Teorema: Ilgarilanma harakatdagi qattiq jismning hamma nuqtalari bir xil trayektoriya chizadi va har onda jism nuqtalarining tezlik va tezlanishlari bir-biriga teng bo’ladi.

Jismning ilgarilanma harakati uning biror nuqtasining harakati bilan aniqlanishini mumkin. Bunday nuqta uchun ko’pincha jism og’irlik markazi olinadi. C nuqtaning harakat tenglamalari jismning ilgarlanma harakat tenglamalari bo’ladi.

$$\left.\begin{aligned} X_c &= f_1(t) \\ Y_c &= f_2(t) \\ Z_c &= f_3(t) \end{aligned}\right\}$$

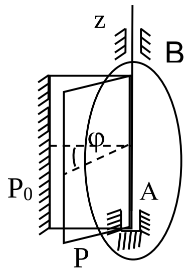
Shuning uchun ilgarilanma harakatdagi jism kinematikasi nuqta kinematikasidan farq qilmaydi.

Ilgarilanma harakatdagi jism nuqtasining $\bar{\vartheta}$ tezligi va $\bar{a}$ tezlanishi jismning hamma nuqtalari uchun bir xilda bo’lgani uchun $\bar{\vartheta}$ tezlikka jismning ilgarilanma harakat tezligi, $\bar{a}$ ga jismning ilgarilanma harakat tezlanishi deyiladi. $\bar{\vartheta}$ va $\bar{a}$ tezlik va tezlanish jismning istalgan nuqtasiga qo’yilgan deb tasvirlanadi. Shuni ta’kidlab o’tamizki, faqat jismning ilgarilanma harakati uchun $\bar{\vartheta}$ va $\bar{a}$ tezlik va tezlanishlar jismning ilgarilanma harakat tezligi va tezlanishi deb ataladi. Ammo jismning boshqa turdagi harakatlarida uning nuqtalari turlicha harakat qiladi. Shuning uchun uning biror nuqtasining harakati bilan aniqlab bo’lmaydi.

Bunday holda jism nuqtasining tezligi, tezlanishini jism tezligi va tezlanishi deb atash mumkin emas.

Qattiq jism harakatlanganda uning ikki nuqtasi doimo harakatsiz qolsa, qattiq jismning bunday harakatiga qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati deyiladi. Shu qo'zg'almas nuqtalardan o'tgan to'g'ri chiziqqa aylanish o'qi deyiladi. Aylanish o'qida joylashgan jism nuqtalari doimo harakatsiz bo'ladi. Aylanish o'qidan tashqarida joylashgan hamma nuqtalari trayektoriyasi aylanish o'qiga tik bo'lgan tekisliklarda joylashgan, markazi aylanish o'qida bo'lgan aylanalardan iborat bo'ladi.

Qattiq jismning aylanma harakatini tekshirish uchun aylanish o'qi orqali ikki tekislik o'tkazamiz. Ulardan biri qo'zg'almas P_0 , ikkinchisi jism bilan birlashtirilgan, u bilan birga harakatlanadigan P tekislik bo'lsin. Aylanish o'qini jismning qo'zg'almas A va B nuqtalari orqali yuqoriga yo'naltiramiz va uni Az deb belgilaymiz. Jismni Az o'qi atrofida harakatlanganda P tekislik P_0 tekislikka nisbatan φ burchakka buriladi. Bu burchak aylanish burchagi deyiladi. Aylanish o'qining musbat yo'nalishidan qaraganimizda jism soat milining aylanishiga teskari tomonga aylanma harakatini musbat yo'nalishda deb qaraymiz. Aks holda harakat manfiy yo'nalishda bo'ladi. Demak, burchak P_0 dan P tekislikka qarab soat milining aylanishiga teskari yo'nalishda kesib boradi.



Aylanish burchagining o'zgarishi P tekislikni P_0 tekislikka nisbatan harakatlanishini ifodalaydi. Shuning uchun aylanish burchagi φ bilan vaqt orasidagi munosabat

$$\varphi = f(t)\,.$$

Bu tenglamaga jism aylanma harakat tenglamasi deyiladi. Agar bu tenglik berilgan bo'lsa, vaqtning har bir paytdagi jismning holati ma'lum bo'ladi. Aylanish burchagi radianda o'lchanadi, u vaqtning bir qiymatli, uzliksiz, differensiallanadigan funksiyasi bo'ladi. Jism qo'zg'almas o'q atrofidagi holati bitta aylanish burchagi bilan aniqlangani uchun aylanma harakatdagi jism bitta erkinlik darajasiga ega bo'ladi.

Aylanma harakat burchak tezligi aylanish burchagidan vaqt bo'yicha olingan birinchi hosilasiga teng:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

Hosilaning ishorasi harakat o'suvchi yoki kamayuvchi ekanini ko'rsatadi. Masalan, agar $\frac{d\varphi}{dt} > 0$ bo'lsa, harakat o'suvchi bo'lib, φ burchagi orta boradi, $\frac{d\varphi}{dt} < 0$ bo'lsa, φ burchagi kamayadi va harakat kamayuvchi bo'ladi. Shunday qilib hosilaning ishorasi harakat yo'nalishini aniqlaydi. Burchak tezligi rad/s bilan yoki 1/s bilan o'lchanadi. Aylanma harakatda burchak tezligi $\overline{\omega}$ - aylanish o'qi bo'ylab yo'nalgan vektor kattalik bilan ifodalanadi. U aylanish o'qining istalgan nuqtasiga qo'yiladi va uning uchidan qaraganimizda jism soat milining yo'nalishiga teskari aylanishini ko'rish kerak.

Agar harakat davomida hamma vaqt ω o'zgarmas bo'lsa, harakat tekis aylanma harakat bo'ladi uning harakat tenglamasi quyidagicha:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t$$

Kinematika masalalarida ko'pincha tekis aylanma harakat burchak tezligini jismning t=l min ichidagi aylanish soni n ifodasidan foydalanishga to'g'ri keladi. Jism bir aylanganda $\varphi = 2\pi$ burchakka aylanadi. Agar t=1 minut 60 s jism n marotaba aylansa, $\varphi=2n\pi$ bo'ladi, u holda $\omega_0 = \frac{\varphi}{t}$ dan ω bilan n orasidagi munosabatni topamiz

$$\omega = \frac{\pi n}{30}$$

Bunda $\omega=\omega_0=$*const* deb hisoblanadi.

Burchak tezlanishi aylanma harakat burchak tezligining vaqt birligi ichida o'zgarishini xarakterlaydi. Burchak tezlanishi burchak tezligidan vaqtga nisbatan birinchi hosila yoki aylanish burchagidan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi hosilaga teng bo'ladi. Burchak tezlanishini ε bilan belgilaymiz

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Burchak tezlanishi rad/s^2 yoki 1/s^2 bilan o'lchanadi. Agar ω bilan ε bir xil ishorali bo'lsa, harakat tezlanuvchan, har xil ishorali bo'lsa, harakat sekinlanuvchan bo'ladi. Harakat davomida ε=const bo'lsa, bunday harakatga tekis o'zgaruvchan aylanma harakat deyiladi. Tekis o'zgaruvchan aylanma harakat tenglamasi quyidagi ko'rinishda aniqlanadi

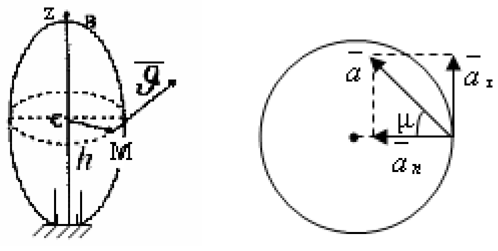
$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \text{ dan } \omega = \omega_0 + \varepsilon t$$

Tekis o'zgaruvchan harakat tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}\,.$$

ε ning ishorasi harakatni tezlanuvchan yoki sekinlanuvchan ekanini ko’rsatadi. Agar t=0 da $\varphi_0 = 0$ bo’lsa, $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ tenglik hosil bo’ladi.

Aylanma harakatdagi jism M nuqtasining tezlik va tezlanishi aniqlaymiz.



a) b)

Harakat egri chiziqli bo’lgani uchun M nuqtaning chiziqli tezligi quyidagi formula bo’yicha topiladi:

$$\vartheta = h\omega$$

Demak, aylanma harakatdagi jism nuqtasining tezligi nuqtadan aylanish o’qigacha bo’lgan masofa h ga proporsional o’zgarar ekan. Tezlik harakat yo’nalishida trayektoriyaga urinma bo’ylab yo’naladi. Endi M nuqtaning tezlanishini topamiz. Harakat egri chiziqli bo’lgani uchun M nuqtaning tezlanishi urinma va normal tezlanishlardan tashkil topadi.

$$a_n = \frac{\vartheta^2}{\rho}; \quad a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt}$$

Bu tengliklarga yuqoridagi ϑ ning qiymatini qo’yamiz:

$$a_n = \frac{d}{dt}(\omega \cdot h) = h \cdot \varepsilon; \quad a_n = \frac{(\omega \cdot h)^2}{h} = \omega^2 \cdot h$$

M nuqtaning to’liq tezlanishining miqdori:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = h \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

va yo’nalishi $tg\mu = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2}$ formulalardan aniqlanadi.

a_n tezlanishi hamma vaqt aylanish markaziga qarab yo’naladi, ammo urinma tezlanish yo’nalishi harakatning tezlanuvchan yoki sekinlanuvchanligiga bog’liq bo’ladi. $\varepsilon > 0$ bo’lsa, harakat tezlanuvchan bo’lib, a_τ bilan ϑ bir yo’nalishda, $\varepsilon < 0$ bo’lsa, harakat sekinlanuvchan bo’lib, a_τ, ϑ ga teskari yo’naladi.

Radiuslari r_1 va r_2 bo‘lgan tishli g‘ildiraklar bir-biri bilan tishlashgan bo‘lsin.

Birinchi g‘ildirakni yetakchi, ikkinchisini esa yetaklanuvchi deb faraz qilaylik. Ikkala g‘ildiraklarning bir-biriga tegib turgan nuqtalarining tezligi miqdor va yo‘nalishi jihatdan bir xildir:

$$V_{1A} = V_{2A} \quad \text{yoki} \quad \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

bundan, $\dfrac{\omega_1}{\omega_2} = \dfrac{r_2}{r_1}$ (1) kelib chiqadi.

(1) munosabat g‘ildiraklar harakati uzatish tasmalari orqali bo‘lganda ham o‘rinlidir.

(1)dan ko‘ramizki, g‘ildiraklar burchak tezliklarining nisbati radiuslarining nisbatiga teskari proporsional ekan.

G‘ildirak tishlari tashqi tomondan tishlashgan bo‘lsa yoki uzatma tasmalari ayqash bo‘lsa, ular har xil tomonga aylanadi. Agar g‘ildiraklar ichki tomondan tishlashgan bo‘lsa yoki uzatma tasmalari ayqash bo‘lmasa, ular bir tomonga aylanadi.

G‘ildiraklar burchak tezliklarining nisbati tishlar soni z_1, z_2 yoki aylanish soni n_1, n_2 orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Yetakchi g‘ildirak burchak tezligining yetaklanuvchi g‘ildirak burchak tezligiga nisbati uzatish soni deb ataladi:

$$i_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Rasmlardagi g‘ildiraklar uchun uzatish soni musbat; g‘ildiraklar uchun uzatish soni manfiy bo‘ladi.

Tishlashgan g‘ildiraklar n (bir necha) juft bo‘lsa, umumiy uzatish soni har bir juft g‘ildirak uzatish sonlarining ko‘paytmasiga teng:

$$i_{1,n} = i_{1,2} \cdot i_{2,3} \cdot \ldots \cdot i_{n-1,n},$$

bundan

$$i_{1,n} = (-1)^m \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Bu erda m- tashqi tomondan tishlashgan juft g‘ildiraklar soni.

9-mavzu. Nuqtaning murakkab harakati.

Reja:

1. Tekislikka parallel harakatning tenglamasi.
2. Tekislikdagi harakatdagi shakl nuqtalarining tezliklarini aniqlash.

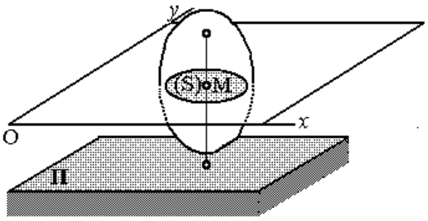
3. Jismning ikki nuqtasi tezligining proektsiyasi haqidagi teorema.
4. Tezliklar oniy markazi.

Tayanch so‘z va iboralar:

Qattiq jism, tekis shakl, tekis parallel harakat, tezlikining proektsiyasi haqidagi teorema, tezliklar oniy markazi, tezlanishlar oniy markazi murakkab harakat.

Tekislikka parallel (yoki tekislikdagi) harakat deb, qattiq jismning shunday harakatiga aytiladiki, shu jismda olingan barcha nuqtalar harakat davomida birorta qo’zg’almas P -tekislikka parallel holda ko’chadilar (1- shakl).

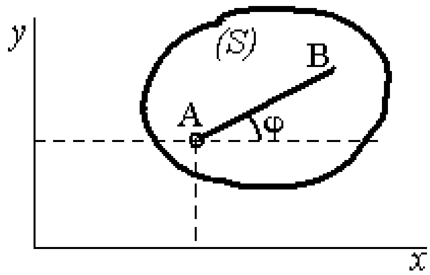
Qattiq jismda qo’zg’almas P -tekislikka parallel bo’lgan birorta S -



1- shakl

yuzadan iborat kesma olaylik (1- shakl). Shu jismning tekislikka parallel harakatida jismning shu S-yuzaga perpendikulyar bo’lgan MM' to’g’ri chiziqdagi barcha nuqtalari aynan bir xil harakat qiladilar.

Demak, qattiq jismning qo’zg’almas *Oxy* o’qlariga nisbatan harakatini o’rganish uchun, shu S-yuzali kesimning harakatini o’rganish kifoya qilar ekan. Shu sababli, quyida qattiq jismning harakatini o’rganish o’rniga, shu S-yuzadan iborat shaklning *Oxy* o’qlaridagi harakatini o’rganish bilan kifoyalanamiz.



S-yuzali shaklning *Oxy*-o’qlardagi holati, shu yuzada ixtiyoriy olingan AB -kesmaning holati orqali batafsil aniqlanishi mumkin (shakl). O’z navbatida AB kesmaning holatini aniqlash uchun, A nuqtaning x_A, y_A koordinatalari va AB kesmaning *x* o’qi bilan hosil qilgan φ-burchakning qiymatlari aniq bo’lishi shart. S-shaklning holatini aniqlash uchun tanlab olingan A nuqtani, kinematikada ***qutb*** *(polyus)* deb ataladi va bundan keyingi satrlarda faqat shunday deb nomlaymiz.

S-shakl harakat qilganda x_A, y_A koordinatalar va j burchagining qiymatlari o’zgarib turadi. Qattiq jismning harakat qonunini aniqlash yoki S-shaklning *Oxy* -o’qlardagi holatini istalgan vaqtda aniqlash uchun, quyidagi ifodalar aniq bo’lishi shart,

$$x_A = f_1(t),\ y_A = f_2(t),\ \varphi = f_3(t) \qquad (1)$$

Jismning harakatini belgilovchi formulalar, *tekislikdagi shaklning harakat tenglamalari* deb ataladi. Hamda ular, *qattiq jismning tekislikka parallel harakatining tenglamalari* deb ataladi. Tenglamalardan birinchi ikkitasi jismning j=const bo'lgandagi harakat qonunidan iborat; ular jismning ilgarilanma harakatini ifodalovchi tenglamalardan iborat bo'lib, jismning barcha nuqtalari qutb bilan bir xil harakatda bo'ladi. Uchinchi tenglama, agar $x_A = const$, $y_A = const$ bo'lgandagi harakatdan iborat bo'lib, ya'ni qutb qo'zg'almas bo'lgandagi harakatdir; bu esa jismni A - qutb atrofidagi aylanma harakatidan iborat bo'ladi. Bulardan quyidagi xulosani chiqaramiz: *tekislikdagi shaklning o'z tekisligidagi harakati, ikkita harakatlarning yig'indisidan iborat bo'lib, ulardan biri barcha nuqtalarning qutb bilan birgalikdagi ilgarilanma harakati, ikkinchisi esa barcha nuqtalarning A-qutb atrofidagi aylanma harakatidan iborat bo'lar ekan*

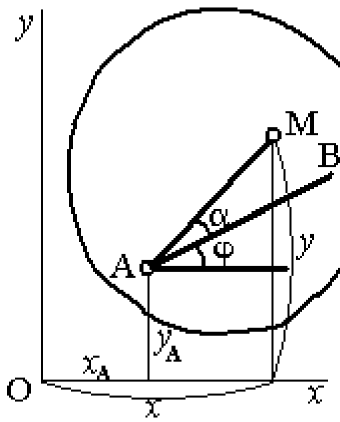
Harakatni o'rganish mobaynida, ixtiyoriy nuqtani qutb deb tanlab olish mumkin.

Qattiq jismning bunday harakatining *asosiy* ***kinematik xarakteristikalari*** qutbning tezlik va tezlanishlari ($\overline{v}_{ilg} = \overline{v}_A$, $\overline{a}_{ilg} = \overline{a}_A$), ya'ni ilgarilanma harakatning tezlik va tezlanishlari, hamda qutb atrofidagi aylanma harakatning burchak tezligi -ω va burchak tezlanishi -ε, lardan iborat bo'ladi. Agar tenglamalar sistemasi ma'lum bo'lsa, ushbu qiymatlarni istalgan vaqt uchun aniqlash mumkin bo'ladi.

Tekislikdagi harakatdagi shakl nuqtalarining traektoriyalarini aniqlash.

Endi tekislikka parallel harakat qilayotgan qattiq jism nuqtalarining harakatini o'rganamiz, ya'ni jismning har bir nuqtasini traektoriyasi, tezlik va tezlanishini aniqlaymiz. Hozir traektoriyani aniqlashni ko'rib chiqamiz.

Tekislikdagi shaklning M nuqtasini olib ko'raylik. Uning holati qutbdan shu M nuqtagacha bo'lgan b=AM masofa va BAM=α burchak orqali aniqlanadi



3-shakl

(3-shakl). Agar harakat tenglamalar orqali berilgan bo’lsa, u holda M nuqtaning *Oxy* o’qlardagi *x* va *y* koordinatalari:

$$x = x_A + b\cos(j+a),\ y = y_A + b\sin(j+a) \quad (2)$$

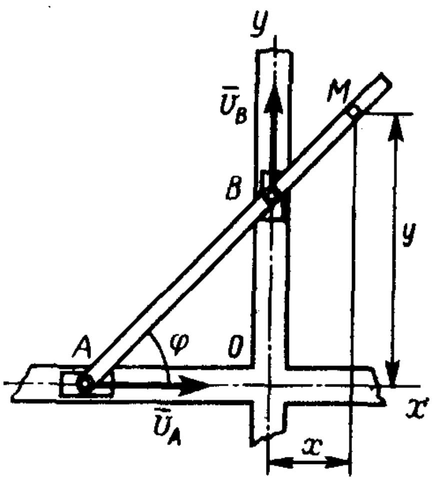
bu erda, x_A, y_A, j -lar tenglamalar orqali aniqlanadigan va vaqt t-ga bog’liq holda o’zgaruvchan qiymatlar.

M nuqtaning *Oxy* tekisligidagi harakat qonuni (2) formula orqali ifodalanadi, hamda M nuqtaning traektoriyasining parametrik tenglamalari deb ataladi. Traektoriyaning oddiy tenglamasini aniqlash uchun, bu (2) tenglamalardan t-vaqtni yo’qotib yuborish lozim bo’ladi.

Agar birorta mexanizm zvenosining harakati o’rganilayotgan bo’lsa, shu zvenodagi ixtiyoriy nuqtaning traektoriyasini aniqlash uchun, nuqtaning koordinatalarini mexanizmning holatini belgilovchi birorta parametr orqali ifodalash kerak, so’ngra shu parametrni tenglamadan chiqarib tashlash lozim.

U holda, tenglamalar bilan ifodalanuvchi harakat qonunini aniqlashning zarurati yo’q.

1-masala. Ellipsograf lineykasiga mahkamlangan A va B polzunlar, o’zaro perpendikulyar bo’lgan yo’naltiruvchilar bo’ylab harakat qilmoqdalar (shakl). AB=l ga teng bo’lsa, lineyka M nuqtasini traektoriyasi aniqlansin.



Yechish. A nuqtani qutb deb tanlab olamiz va M nuqtaning holatini lineykada olingan AM=b kesma orqali aniqlaymiz. Lineykaning holati j-burchak orqali ifodalanadi. U holda M nuqtani qo’zg’almas *Oxy* o’qlardagi *x* va y koordinatalarini aniqlaymiz: x=(b-1)cosj, y=bsinj bo’ladi. Shu ikkala tenglamalardan vaqtga bog’liq o’zgaruvchi j-ni yo’qotib yuborsak, (lineykaning harakat qonuni qanday bo’lishidan qathiy nazar) M nuqtaning traektoriyasi aniqlanadi. M nuqta traektoriyasining tenglamasi,

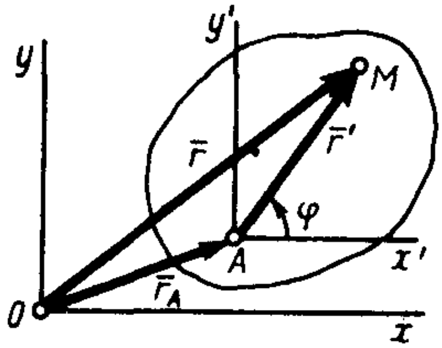
$$\frac{x^2}{(b-1)^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

bo’ladi, bu egri chiziq esa, markazi O nuqtada joylashgan, yarim o’qlari *a*=|b-1| va b - lardan iborat ellips ekan.

Tegishli vintlar yordamida l va b -larni o’zgartirib, lineykaning o’lchamlaridan katta bo’lmagan harqanday yarim o’qlarga ega bo’lgan ellipsni chizish mumkin ekan. Shu sababli bu mexanizmni ***ellipsograf*** *(ellips chizuvchi-tarj)* deb ataladi.

Tekislikdagi harakatdagi shakl nuqtalarining tezliklarini aniqlash.

Ko'rsatib o'tilganidek, tekislikka parallel harakatdagi jismning barcha nuqtalarini A-qutb bilan birgalikdagi $\bar{v}_A$ -tezlik bilan ilgarilanma harakati va qutb atrofidagi aylanma harakatlarning yig'indisidan iborat deb hisoblash mumkin ekan. Shaklning ixtiyoriy M nuqtasining tezligi, yuqorida aytilgan ikkita harakatlardan olinadigan tezliklarning geometrik yig'indisidan iborat bo'lishligini ko'rsatib o'tamiz. Haqiqatdan ham, shaklning ixtiyoriy M nuqtasining qo'zg'almas *Oxy* o'qlardagi holati,



5- shakl

$\bar{r} = \bar{r}_A + \bar{r}'$ -ko'rinishdagi radius vektor bilan aniqlanadi (5- shakl). Bu yerda $\bar{r}_A$ - qutbning radius vektori, $\bar{r}' = \overline{AM}$ -M nuqtaning qutb bilan birgalikda harakatlanuvchi Ax'y' - o'qlarga nisbatan olingan radius vektori. U holda,

$$\bar{v}_M = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d\bar{r}_A}{dt} + \frac{d\bar{r}'}{dt}$$

Bu tenglikdagi $d\bar{r}_A / dt = \bar{v}_A$ - qutb A-ning tezligi; $d\bar{r}' / dt = \bar{v}_{MA}$ - M nuqtaning A qutb atrofidagi aylanishidan oladigan aylanma tezlik, yoki $\bar{r}_A$ =const bo'lgandagi aylanma tezlik. Shunday qilib yuqoridagi tenglikdan,

$$\bar{v}_M = \bar{v}_A + \bar{v}_{MA} \qquad (3)$$

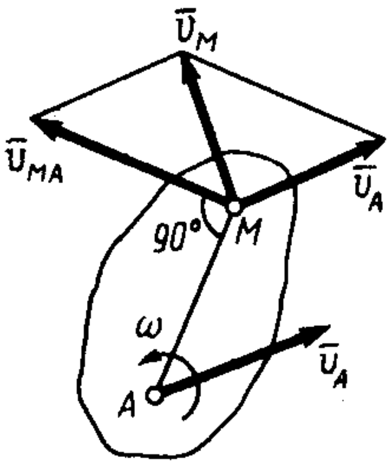
M nuqtaning A-qutb atrofidagi aylanma harakatidan oladigan $\bar{v}_{MA}$ -tezlik vektori,

$$v_{MA} = \omega \times MA \ (\overline{AM} \wedge \bar{v}_{MA}) \qquad (4)$$

bu yerda ω- shaklning burchakli tezligi.

6- shakl

Shunday qilib, *tekislikdagi shaklning ixtiyoriy M nuqtasining tezligi qutb deb qabul qilingan birorta A nuqtaning tezligi va shu M nuqtaning qutb atrofidagi aylanishidan oladigan tezliklarning geometrik yig'indisiga teng ekan*. M nuqtaning tezlik vektori $\bar{v}_M$-ning moduli va yo'nalishi tegishli parallelogrammning dioganali orqali aniqlanadi (6- shakl).

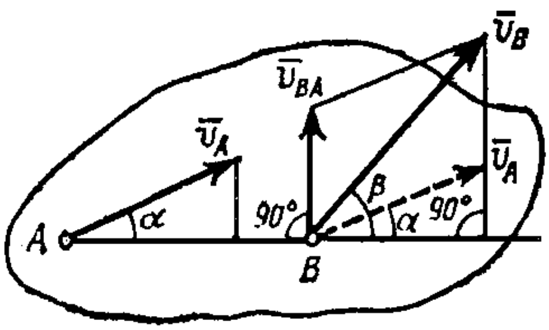


Jismning ikki nuqtasi tezligining proektsiyasi haqidagi teorema.

Tekislikdagi shakl (tekislikka parallel harakatlanuvchi qattiq jism) nuqtalarining tezliklarini (3) formula orqali aniqlash, ancha murakkab hisoblash ishlariga olib keladi. Lekin tekislikka parallel harakatdagi jism nuqtalarining tezliklarini aniqlash uchun, yuqorida olingan natijalardan kelib chiqadigan bir necha sodda va qulay usullar haqida so'z yuritamiz.

Shunday usullardan biri haqida quyidagi teoremadan foydalanamiz. Teorema: *qattiq jismning ixtiyoriy ikki nuqtasining tezligini shu nuqtalardan o'tuvchi o'qqa bo'lgan proektsiyalari o'zaro teng.*

Tekislikdagi shaklning (jismning) ixtiyoriy ikki A va B nuqtasini olib ko'raylik.



7- shakl

A nuqtani qutb deb qabul qilib (7- shakl), B nuqtaning tezligi uchun (3) formula orqali $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$ vektor tenglamani yozamiz. Ushbu vektor tenglamani ikkala tomonini AB o'qqa proektsiyalaymiz. Lekin $\bar{v}_{BA}$-tezlik vektori AB o'qqa perpendikulyar ravishda yo'nalgan bo'lganligi uchun,

$$v_B \times \cos\beta = v_A \times \cos\alpha \qquad (5)$$

bo'ladi va teorema isbotlandi.

Ushbu natijani oddiy mulohaza yuritish orqali ham aniqlash mumkin: agar (5) tenglik qanoatlanmasa, u holda A va B nuqtalar orasidagi masofa o'zgarishi lozim, bu esa absolyut qattiq jism uchun mutloq mumkin emas. Shu sababli (5) tenglik nafaqat tekislikka parallel harakatda, hatto ixtiyoriy harakatda ham o'rinli bo'ladi.

Isbot qilingan ushbu teorema orqali jismning biror nuqtasining tezligi ma'lum bo'lsa, boshqa ixtiyoriy nuqtasining tezligini aniqlashga imkon ochib beradi.

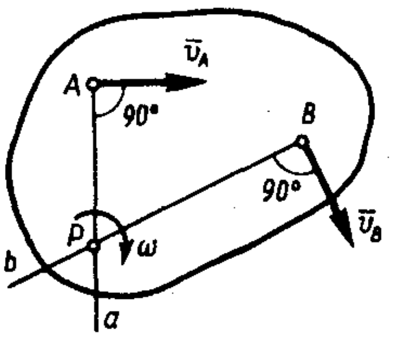
Tekislikdagi harakatdagi shakl nuqtalarining tezliklarini oniy tezliklar markazi orqali aniqlash. Tsentroidalar haqida tushuncha.

Tekis shakl (yoki tekislikdagi harakatdagi jism) nuqtalarining tezliklarini aniqlashning yana bir sodda usuli, oniy tezliklar markazi haqidagi tushunchaga asoslanadi.

Oniy tezliklar markazi deb shunday nuqtaga aytiladiki, uning shu ondagi tezligi nolga teng bo'ladi.

Agar qattiq jism ilgarilanma harakat qilmasa, albatta shunday nuqta topiladiki, u nuqtaning shu t - ondagi tezligi nolga teng bo'ladi, hamda bunday nuqta faqat bitta bo'ladi. Faraz qilaylik, t - onda jismning ixtiyoriy A va B nuqtasining tezlik vektorlari $\overline{v}_A$ va $\overline{v}_B$ bo'lsin, lekin nuqtalarning tezlik vektorlari o'zaro parallel bo'lmasin. Agar shu A va B nuqtalardan ularning tezlik vektorlariga perpendikulyar bo'lgan Aa va Bb chiziqlar o'tkazsak, ularning kesishgan nuqtasi tekislikdagi harakatning oniy tezliklar markazi bo'ladi, chunki $\overline{v}_P = 0$ bo'ladi.

Agar $\overline{v}_P$ =0 bo'lsa, ikki nuqta tezligining proektsiyalari haqidagi teoremaga asosan $\overline{v}_P$ - tezlikning vektori bir vaqtning o'zida ham AR (chunki $\overline{v}_A$ ^AR) ga, ham BR (chunki $\overline{v}_B$ ^BR) ga perpendikulyar bo'lishi shart, bu esa aslo mumkin emas. Ushbu teoremadan ko'rinib turibdiki, hech qanday boshqa nuqtaning shu ondagi tezligi nolga teng emas ekan.



Endi, agar t- vaqt uchun P nuqtani qutb deb tanlab olsak, (3) formula orqali A nuqtaning tezligi quyidagicha aniqlanadi,

$$\overline{v}_A = \overline{v}_P + \overline{v}_{PA} = \overline{v}_{PA}$$

chunki $\overline{v}_P$ =0. Xuddi shunday natijani ixtiyoriy olingan boshqa nuqta uchun ham yozishimiz mumkin. Demak, *jismning tekislikdagi harakatidagi nuqtalarining shu ondagi tezliklarini aniqlash uchun, jismni oniy markaz* *atrofida aylanma harakat qilmoqda deb faraz qilish lozim ekan.* Hamda (4) tenglamaga asosan,

$$v_A = \omega \times RA \ (\bar{v}_A \wedge RA);$$

$$v_B = \omega \times RB \ (\bar{v}_B \wedge RB) \text{ va h.k.} \qquad (6)$$

shu tenglikdan quyidagi proportsiyani yozish mumkin,

$$\omega = \frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB} \qquad (7)$$

ya'ni, *tekislikdagi harakatdagi jism nuqtalarining tezliklari ularning oniy tezliklar markazigacha bo'lgan masofalariga proportsional ekan.*

Yuqorida olingan natijalardan quyidagi xulosalar kelib chiqadi:

1. *Oniy tezliklar markazini aniqlash uchun faqat ixtiyoriy ikkita A va B nuqtalarning* $\bar{v}_A$ *va* $\bar{v}_B$ *tezliklarini yo'nalishlarini (yoki ularning traektoriyalarini) bilish kifoya ekan*; shu nuqtalarning tezliklarini yo'nalishlariga o'tkazilgan perpendikulyar chiziqlarning (yoki ularning traektoriyalariga urinmalarning) kesishgan nuqtasi oniy tezliklar markazi bo'lar ekan.

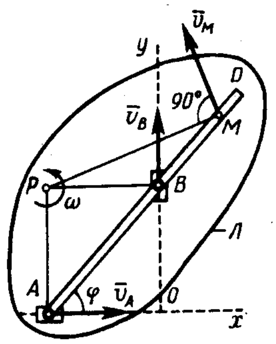
2. *Tekislikdagi harakatdagi jismning ixtiyoriy nuqtasining tezliklarini aniqlash uchun, uning birorta A nuqtasining tezligini son qiymati, yo'nalishi va boshqa ixtiyoriy B nuqtaning tezligini yo'nalishi ma'lum bo'lishi etarli ekan*. U holda A va B nuqtalardan $\bar{v}_A$ va $\bar{v}_B$ tezliklarga perpendikulyar chiziqlar o'tkazsak, ularning kesishgan P nuqtasi oniy tezliklar markazi bo'ladi va $\bar{v}_A$ tezlikning yo'nalishiga qarab jismning aylanish yo'nalishini aniqlab olamiz. So'ngra $\bar{v}_A$ -tezlik orqali (7) formula yordamida ixtiyoriy M nuqtaning v_M -tezligini aniqlaymiz va $\bar{v}_M$ -ni PM chizig'iga perpendikulyar ravishda M nuqtadan jismning aylanish tomoniga yo'naltirib qo'yamiz.

3. *Tekislikdagi harakatdagi jismning burchakli tezligi ixtiyoriy nuqtaning tezligini, shu nuqtaning oniy tezliklar markazi P nuqtagacha bo'lgan masofaga bo'linganiga teng ekan:*

$$\omega = v_B/PB. \qquad (8)$$

Jismning burchakli tezligi ω-ni boshqacha usulda ham aniqlash mumkin ekan, (3), (4) tengliklardan ma'lumki, $v_{BA} = |\bar{v}_B - \bar{v}_A|$ va $v_{BA} = \omega \times AB$ bunga asosan

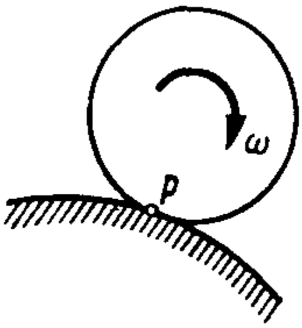
$$\omega = \frac{|\bar{v}_B - \bar{v}_A|}{AB} = \frac{|\bar{v}_B + (-\bar{v}_A)|}{AB} \qquad (9)$$



Agar v_A=0 bo'lsa (u holda A nuqta oniy tezliklar markazi bo'ladi) (9) formula (8) formulaga aylanib qoladi.

(8) va (9) tengliklar bir-xil qiymatni aniqlaydilar, chunki yuqorida isbot qilganimizdek, bir vaqtni o'zida jismda ikkita oniy tezliklar bo'lishi mumkin emas, shu sababli bir vaqtni o'zida ikki xil burchakli tezlik - ω ham bo'lishi mumkin emas.

Misol. Ellipsograf AD lineykasining A va B nuqtalari tezliklarining yo'naltiruvchilari ma'lum. Shu yo'naltiruvchilarga perpendikulyarlar o'tkazib, lineykaning tekislikdagi harakati uchun oniy tezliklar markazi P-ni aniqlaymiz (ellipsografni A va B polzunlarga sharnirlar orqali mahkamlangan fanerdan tayyorlangan bitta list L - deb qaralsin, AD lineykani esa shu listga chizilgan shakl deb hisoblansin. U holda P nuqta listga tegishli bo'lib, uning tezligi v_R=0 bo'ladi).



P nuqtaning o'rni aniqlangandan keyin $v_A/RA=v_B/RB$ proportsiyadan $v_A=v_B(RA/RB)=v_B\times t$ ga. M nuqta uchun ham xuddi shu kabi $v_M=v_B(RM/RB)$. RM -ning uzunligini AB, AM va j - lar orqali hisoblab olish mumkin. $\bar{v}_M$ - vektorning yo'nalishi shaklda ko'rsatilgan ($\bar{v}_M$ ^RM). Lineykaning burchakli tezligini (8) yoki (9) formulalar orqali aniqlash mumkin,

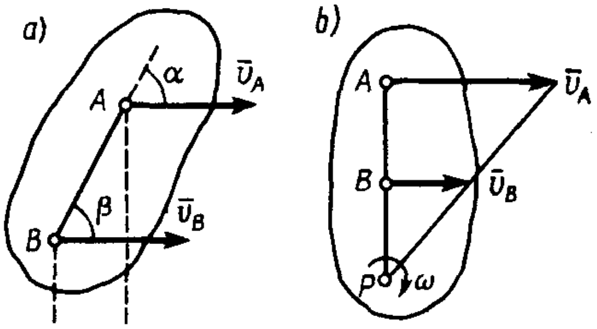
$$\omega = \frac{v_B}{PB} \quad \text{yoki} \quad \omega = \frac{|\bar{v}_B - \bar{v}_A|}{AB}$$

bu ikkala formula ham bir xil natija beradi.

Quyida oniy tezliklar markazini aniqlashning ayrim xususiy hollarini ko'rib o'tamiz:

a) agar bir tsilindrsimon jism boshqa qo'zg'almas jismning sirti bo'ylab sirpanishsiz dumalab tekislikdagi harakat qilayotgan bo'lsa, dumalayotgan jismning qo'zg'almas sirt bilan shu ondagi tutashgan P -nuqtasining tezligi nolga teng bo'ladi (v_R=0), shu sababli bu nuqta oniy tezliklar markazi hisoblanadi. Bunga rels ustidagi vagon g'ildiragining harakati misol bo'lishi mumkin.

b) agar jismning A va B nuqtalari tezlik vektorlari o'zaro parallel bo'lsa va AB kesma $\overline{v}_A$ -vektorga perpendikulyar bo'lmasa, u holda bu jismning oniy tezliklar markazi cheksizlikda yotadi, demak barcha nuqtalarining tezliklari o'zaro teng va $\overline{v}_A$ -ga parallel bo'ladi. Hamda tezlikning proektsiyalari haqidagi teoremaga asosan $v_A cos a = v_B cos b$ bo'ladi, bundan $v_A = v_B$, chunki a=b, qolgan barcha nuqtalarning tezliklari ham shunga teng va bir xil yo'nalgan bo'ladi.



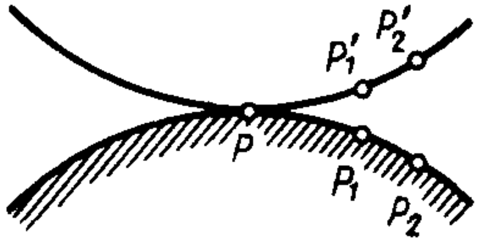
Demak, jismning barcha nuqtalarining tezliklari ham modullari, ham yo'nalishlari bo'yicha o'zaro teng bo'ladi, ya'ni jism *oniy ilgarilanma harakat tezliklar maydoniga ega* (jismning bunday holati *oniy ilgarilanma harakat*) ekanligi aniqlandi. O'z o'zidan ma'lumki jismning (9) formula orqali aniqlanadigan burchakli tezligi -ω nolga teng bo'ladi.

c) agar jismning A va B nuqtalari tezlik vektorlari o'zaro parallel bo'lsa va AB kesma $\overline{v}_A$ -vektorga perpendikulyar bo'lsa, u holda bu jismning oniy tezliklar markazi P nuqta b shaklda tasvirlangan chizma orqali aniqlanadi. Ularning isbotini (6) formula yordami orqali aniqlanadi. Bunday holatda oniy tezliklar markazi P-ning o'rnini aniqlash uchun A va B nuqtalarning tezliklarini yo'nalishlaridan tashqari ularning son qiymatlari v_A va v_B-lar ham berilgan bo'lishi shart.

g) agar ixtiyoriy B nuqtaning tezlik vektori $\overline{v}_B$ va jismning burchakli tezligi - ω ma'lum bo'lsa, u holda bunday harakatning oniy tezliklar markazi $\overline{v}_B$ -ga perpendikulyar bo'lgan chiziqda joylashib, B nuqtadan (8) formula orqali aniqlanadigan $BR = v_B/\omega$ masofada yotadi.

T s e n t r o i d a l a r v a o n i y a y l a n i s h m a r k a z i. Yuqorida ko'rib o'tilgandek, har bir olingan alohida on uchun shaklning tekislikdagi harakati, jismning oniy tezliklar markazi P nuqta atrofidagi aylanishidan iborat deb hisoblash mumkin ekan. Shu sababli, tekislikdagi harakatdagi jismning oniy tezliklar markazi P bilan qo'zg'almas jismning shu markaz bilan ustma-ust tushadigan nuqtasi ham P -harfi bilan belgilanadi va uni *oniy aylanishlar markazi* deb ataladi. Tekislikdagi shaklning aylanish o'qi S-yuzaga perpendikulyar bo'lib, oniy tezliklar markazi P nuqtadan o'tuvchi Rz - o'q *oniy aylanishlar o'qi* deb ataladi.

Qo'zg'almas aylanish o'qi (yoki markazi) bilan oniy o'q (yoki markaz) markazning farqi shundaki, oniy o'q (markaz), har onda o'zining o'rnini o'zgartirib turadi. Jismning tekislikka parallel harakatini ikkita harakatlardan tashkil topgan deb qarash mumkin bo'lib, ulardan biri qutb bilan birgalikdagi ilgarilanma harakat, ikkinchisi qutb atrofidagi aylanma harakatdan iborat bo'ladi, deb aytilgan edi. Olingan natija tekislikdagi harakatning boshqa geometrik ko'rinishini oydinlashtirib beradi, ya'ni: *har qanday tekislikka parallel harakat uzluksiz o'zgaruvchi oniy o'q (markaz)lar atrofidagi elementar aylanishlardan iborat ekan deb hisoblash mumkin ekan.*

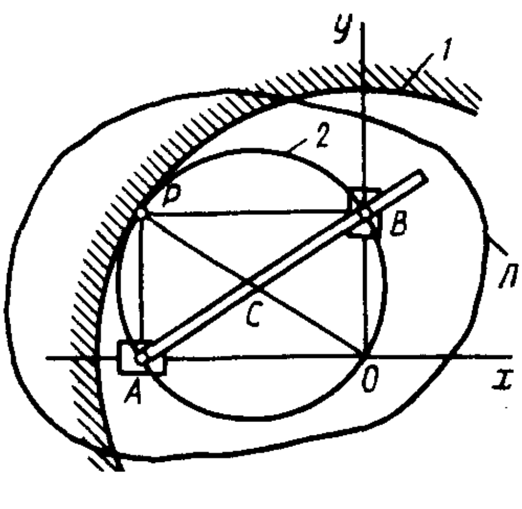


Jismning tekislikdagi harakatida oniy tezliklar markazi ham qo'zg'aluvchi jismdagi, ham qo'zg'almas *Oxy* tekisligidagi o'rni uzluksiz ravishda o'zgarib turar ekan. Qo'zg'almas tekislikdagi oniy aylanishlar markazlarining o'rinlarini qo'zg'almas tsentroidalar deb ataladi. Jism bilan birgalikda harakat qilayotgan qo'zg'aluvchi o'qlardagi oniy tezliklar markazlarining o'rinlarini qo'zg'aluvchi tsentroidalar deb ataladi.

Hozirgi onda qo'zg'aluvchi va qo'zg'almas tsentroidalar oniy aylanish (yoki oniy tezliklar) markazi P nuqtada uchrashib turibdilar; tsentroidalar hech qachon kesishmaydilar, chunki u holda bir vaqtni o'zida bir nechta aylanish o'qi mavjud bo'lishi lozim edi, bu esa mumkin emas.

Keyingi oniy vaqt uchun tsentroidalarning qo'zg'aluvchi oniy tezliklar markazi - P'_1 va qo'zg'almas oniy aylanishlar markazi P_1 -lar ustma-ust tushadilar va hokazo;

Har bir on uchun oniy markazning o'rni uzluksiz o'zgarib turishligi va har-bir yangi markazning tezligi $\overline{v}_P = 0$ nolga teng bo'lganligi uchun, tekislikdagi harakatda qo'zg'aluvchan tsentroidalarning qo'zg'almas tsentroidalar ustidagi dumalanishlaridan iborat ekan deb hisoblash mumkin.



Agar shu tsentroidalarni birorta materialdan yasab qo'zg'almas tsentroida ustida dumalatsak, haqiqiy real harakatni olishimiz mumkin bo'ladi. 130-shakldagi harakatda *Ox* -o'qi qo'zg'almas tsentroidani tashkil qiladi, RDEK -aylana esa qo'zg'aluvchi tsentroidani tashkil etadi. Agar g'ildirak rels ustida sirpanmasdan dumalab harakatlansa, bu qo'zg'aluvchi tsentroidaning qo'zg'almas tsentroida ustidagi dumalanishini tasvirlaydi.

Misol. Ellipsografning AB lineykasi uchun oniy aylanish markazi P nuqtada yotadi. Ixtiyoriy on uchun PO=AB=l bo'lgani sababli P nuqtaning *Oxy* o'qlardagi qo'zg'almas o'rinlari, radiusi l-ga teng bo'lgan va markazi O nuqtada joylashgan aylanadan iborat bo'lar ekan. Hamda shu vaqtning o'zida AB lineykani fanera L-ga chizib qo'yilgan kesma deb faraz qilsak, u holda P nuqtadan lineykaning markazigacha bo'lgan masofa PC=l/2 o'zgarmas bo'lar ekan. Demak, qo'zg'aluvchi P nuqtaning yoki qo'zg'aluvchi tsentroidaning fanera L-dagi o'rinlari markazi C nuqtada bo'lib, radiusi PC=l/2 bo'lgan aylanadan iborat ekan. Ellipsografning harakatida aylana -2 , aylana -1 ustida sirpanmasdan harakat qilar ekan va ularning tutashgan nuqtalari har-bir on uchun oniy aylanishlar markazi bo'lar ekan. Agarda 1 va 2 aylanalarni tishli g'ildiraklardan tayyorlab birini ikkinchisining ustida dumalatilsa, 2 aylananing AB diametri ellipsografning harakatini takrorlab berar ekan.

Tekis shakl nuqtalarining tezlanishlarini aniqlashga "Tekislikka parallel harakat: chiziqli tezlanishlar"

Tekislikka parallel harakatdagi qattiq jismning ixtiyoriy nuqtalarining tezlanishlari (tezliklari kabi), jismning qutb bilan birgalikdagi ilgarilanma harakatdagi va qutb atrofidagi aylanma harakatida oladigan tezlanishlarning vektor yig'indilaridan iborat bo'lishligini ko'rib o'tamiz.

Tekislikdagi harakatdagi jismning M nuqtasini *Oxy* o'qlardagi holati $\bar{r} = \bar{r}_A + \bar{r}'$ radius vektor orqali ifodalanadi. Bu erda $\bar{r}' = \overline{AM}$, u holda M nuqtaning tezlanishi,

$$\bar{a}_M = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \frac{d^2\bar{r}_A}{dt^2} + \frac{d^2\bar{r}'}{dt^2}$$

Ushbu tenglamaning o'ng tarafidagi birinchi yig'indi A nuqta (qutb)ning tezlanishi, ikkinchi yig'indi esa M nuqtaning A qutb atrofidagi aylanishidan oladigan $\bar{a}_{MA}$ tezlanishdan iborat . Demak,

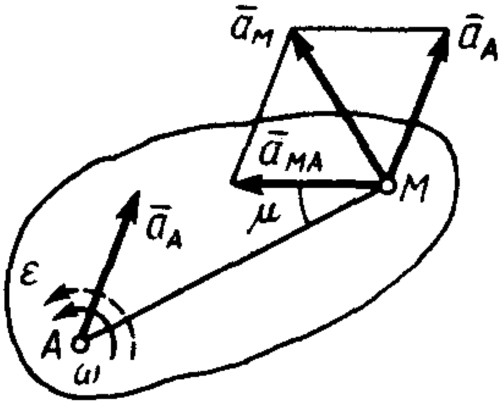
$$\bar{a}_M = \bar{a}_A + \bar{a}_{MA} \tag{1}$$

$\bar{a}_{MA}$-tezlanishning son qiymati, qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakatida oladigan tezlanishidan iborat bo'lib, (13) va (14) formulalar orqali aniqlanadi:

$$a_{MA}=MA\sqrt{\varepsilon^2+\omega^4}\text{ , tgm=e/}\omega^2 \tag{2}$$

bu yerda ω va e - jismning burchakli tezligi va burchakli tezlanishi, m -esa $\overline{a}_{MA}$ vektor bilan MA kesma orasidagi burchak (shakl).

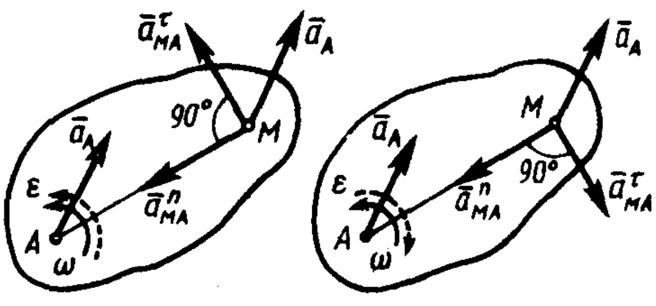
Shunday qilib, *tekislikdagi harakatdagi jismning ixtiyoriy M nuqtasining tezlanishi, qutb deb tanlab olingan birorta A nuqtaning tezlanishi va jismning shu A - qutb atrofidagi aylanishidan hosil bo'ladigan tezlanishlarning geometrik yig'indisidan iborat bo'lar ekan.* $\overline{a}_M$ - vektorning moduli va yo'nalishini tegishli parallelogramm qurish orqali aniqlaniladi (shakl).



Ammo a_M -tezlanishni parallelogramm qurish orqali shakldagi kabi aniqlashda, ancha murakkab amallarni bajarishga olib keladi, masalan, m -burchakni oldindan hisoblash, so'ngra $\overline{a}_A$ va $\overline{a}_{MA}$-vektorlar orasidagi burchakni aniqlash kerak bo'ladi. Shu sababli $\overline{a}_{MA}$-vektorni ikkita tashkil etuvchilarga ajratib yuboriladi, ya'ni $\overline{a}_{MA}^{\tau}$- urinma va $\overline{a}_{MA}^{n}$-normal tezlanishlari, ya'ni (5) tenglik quyidagi ko'rinishga keladi,

$$\overline{a}_M = \overline{a}_A + \overline{a}_{MA}^{\tau} + \overline{a}_{MA}^{n} \tag{3}$$

Vektor $\overline{a}_{MA}^{\tau}$-AM kesmaga perpendikulyar bo'lib, tezlanuvchan harakatda aylanish tomoniga, sekinlanuvchan harakatda esa, aylanishga teskari tomonga



shakl

yo'naladi, $\overline{a}_{MA}^{n}$- vektori har doim M nuqtadan A nuqtaga qarab yo'nalgan bo'ladi (shakl). Ushbu tezlanishlarning modullari esa,

$$\overline{a}_{MA}^{\tau}=AM\times e,\quad \overline{a}_{MA}^{n}=AM\times\omega^2 \qquad (4)$$

Agar qutb A egri chiziqli harakatda bo’lib, uning traektoriyasi ma’lum bo’lsa, u nuqtaning tezlanishini urinma - $\bar{a}_A^{\tau}$ va normal - $\bar{a}_A^{n}$ tashkil etuvchilarga ajratib yuborgan mahqul bo’ladi, u holda

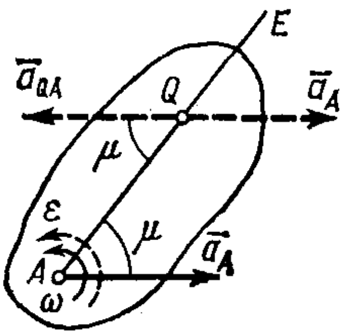
$$\bar{a}_M = \bar{a}_A^{\tau} + \bar{a}_A^{n} + \bar{a}_{MA}^{\tau} + \bar{a}_{MA}^{n} \quad (5)$$

Va nihoyat, agar M nuqta egri chiziq bo’ylab harakatlanib, uning traektoriyasi ma’lum bo’lsa, u holda (3) -(5) tenglamalarning chap tarafdagi $\bar{a}_M$ -vektorni ham ikkita tashkil etuvchi vektorlarning yig’indisi $\bar{a}_M^{\tau} + \bar{a}_M^{n}$ -dan iborat deb hisoblash mumkin bo’ladi. Masalalarni echishda amalda (3)-(5) formulalardan ko’proq foydalaniladi.

Tezlanishlarning oniy markazi.

Ilgarilama bo’lmagan har qanday tekislikdagi harakatdagi jismda, istalgan vaqt uchun shunday Q nuqta topish mumkinki u nuqtaning shu ondagi tezlanishi nolga teng bo’ladi. Ushbu nuqta *oniy tezlanishlar markazi* deb ataladi.

Oniy tezlanishlar markazi Q nuqtaning o’rnini aniqlash uchun, jismning burchakli tezligi -ω va burchakli tezlanishi -e, hamda ixtiyoriy biror A



nuqtasining $\bar{a}_A$ -tezlanishi ma’lum bo’lishi shart. Agarda ular ma’lum bo’lsa Q nuqtaning o’rnini quyidagi tartibda aniqlaniladi:

1) tgm=e/ω^2 formula orqali m - burchakning qiymatini aniqlaymiz;

2) A nuqtadan $\bar{a}_A$ -vektorga m - burchak ostida AE to’g’ri chiziqni o’tkazamiz (shakl); agar jism tezlanuvchan harakatda bo’lsa, bu AE chiziq $\bar{a}_A$ -vektorning aylanish tomonida yotishi shart, agar sekinlanuvchan harakatda bo’lsa jismning aylanishiga teskari tomonida yotishi shart bo’ladi, ya’ni har doim burchakli tezlanish e -tomonga yo’nalgan bo’ladi.

3) AE chiziqdan A nuqtadan boshlab AQ masofada Q -nuqtaning o’rnini belgilaymiz,

$$AQ = a_A / \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \qquad (6)$$

Q -nuqtaning shu o'rni jismning oniy tezlanishlar markazi hisoblanadi. Haqiqatdan ham(1) va (8) formulalar orqali,

$$\bar{a}_Q = \bar{a}_A + \bar{a}_{QA}$$

bu erda, a_{QA}=AQ$\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$. Agarda AQ -ning qiymatini (6) tenglikdan keltirib qo'ysak, a_{QA}=a_A bo'ladi. Hamda $\bar{a}_{QA}$-vektor AQ chizig'i bilan m -burchak tashkil etishi lozim, shu sababli $\bar{a}_{QA}$-vektori $\bar{a}_A$-vektorga parallel ravishda yo'nalgan bo'ladi. Lekin ular qarama-qarshi tomonga yo'naladilar. Demak, $\bar{a}_{QA}$ =-$\bar{a}_A$ va $\bar{a}_Q = 0$ bo'ladi.

Endi Q nuqtani qutb deb tanlab olsak, $\bar{a}_Q = 0$ bo'lganligi uchun, ixtiyoriy M nuqtaning tezlanishi (1) formulaga asosan aniqlanadi

$$\bar{a}_M = \bar{a}_Q + \bar{a}_{MQ} = \bar{a}_{MQ} \qquad (7)$$

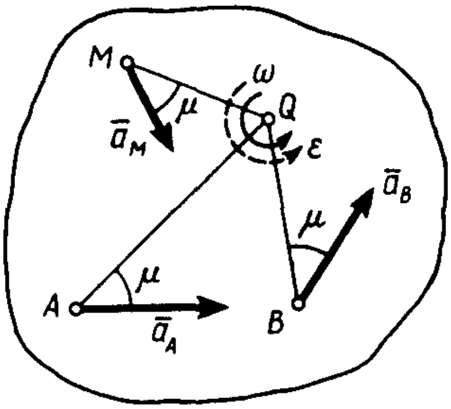
(8) tenglikka asosan, M nuqtaning tezlanishini moduli,

$$a_M = MQ \times \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \qquad (8)$$

Demak, *tekislikdagi harakatdagi shaklning ixtiyoriy nuqtasining shu ondagi tezlanishi, jismni oniy tezlanishlar markazi Q atrofidagi aylanishdan iborat bo'lgandagi kabi aniqlanar ekan*. Hamda,

$$a_M/MQ = a_A/AQ = ... = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \qquad (9)$$

ya'ni, tekislikdagi shakl nuqtalarining tezlanishlari oniy tezlanishlar markazigacha bo'lgan masofaga to'g'ri proportsional ravishda bo'lar ekan (tekislikdagi harakatdagi jism nuqtalarining tezlanishlar maydoni) shaklda bu tezlanishlar vektor ko'rinishda ifodalangan.



Shuni nazarda tutish lozimki, ushbu masalada oniy tezliklar markazi P va oniy tezlanishlar markazi Q bir nuqtada joylashmas ekan. Masalan, to'g'ri chiziqli rels ustida dumalab harakatlanayotgan (shakl) g'ildirakning markazi C nuqtasining tezligi o'zgarmas (B_C=const) bo'lgani uchun g'ildirakning oniy tezlanishlar markazi shu C nuqtada bo'ladi, chunki $a_C=(v_c)'=0$ bo'ladi. Xuddi shu vaqtda g'ildirakning oniy tezliklar markazi P nuqtada bo'ladi (v_R=0). Ya'ni oniy tezliklar markazi P va oniy tezlanishlar markazi Q turli nuqtalarda joylashadilar. Qattiq jism qo’zg’almas o’q atrofida aylanma harakat qilgan holdagina ular bir nuqtada, ya’ni aylanish o’qida joylashadilar.

Ayrim masalalarni echishda oniy tezlanishlar markazidan foydalanish bir qancha qulayliklarga olib keladi.

10-11-mavzu. Dinamikaga kirish. Moddiy nuqtaning harakat differentsial tenglamalari. Moddiy nuqta dinamikasining asosiy teoremalari.

Reja:

1. Asosiy tushunchalar va ifodalar.
2. Dinamika qonunlari. Moddiy nuqta dinamikasining asosiy masalalari.
3. O‘lchov birliklari.
4. Kuchlarning asosiy ko‘rinishlari.
5. Moddiy nuqta harakatining differentsial tenglamalari.
6. Dinamikaning masalasi.

Tayanch so‘z va iboralar:

Dinamika, jismlarning inertligi, jismning massasi, inertsiya qonuni, dinamikaning asosiy qonuni, o‘lchov, o‘lchov sistemasi, o‘zgaruvchan kuchlar, elastiklik kuchi, ishqalanish kuchi.

Kuchlar ta’sirida bo‘lgan jismlarning harakatini o‘rganuvchi qism ***dinamika*** deb ataladi.

Kinematika qismida jismlarning harakatlariga faqat geometrik nuqtai nazardangina qaralgan edi. **Dinamika** qismining kinematikadan farqi shundaki, jismlarning harakatlarini o‘rganishda, ularga ta’sir etayotgan kuchlar sistemasidan tashqari jismlarning **inert**ligi, ya’ni ularning massalari va shu massalarning joylashish tartiblari *(geometrik shakli)* ham e’tiborga olinadi.

Kuch va ularning moddiy jismlarga ko‘rsatadigan mexanik ta’sirlarining o‘lchovi ekanligi haqidagi tushunchalar statika qismida ko‘rib o‘tilgan edi. Lekin, statika qismida jismlarga ta’sir etuvchi kuchlarning vaqt mobaynidagi o‘zgarishlarini hisobga olmagan edik va statika masalalarini yechganimizda barcha kuchlarni o‘zgarmas deb qaragan edik. Amalda esa harakatlanuvchi jismga o‘zgarmas kuchlardan tashqari, moduli va yo‘nalishi bo‘yicha o‘zgaruvchan bo‘lgan kuchlar ham ta’sir etadi. Shu qatorda berilgan (aktiv) kuchlar[3] ham va bog‘lanish rektsiyalari ham o‘zgaruvchan bo‘lishlari mumkin.

Tajribalar orqali aniqlandiki, jismga ta’sir etayotgan kuchlar vaqtga, jismning holatiga (koordinatasiga) va uning tezligiga bog‘liq ravishda o‘zgaruvchan bo‘lar ekan. Masalan, reostatni yoqish va o‘chirish hisobiga elektrovozning tortish kuchi yoki elektromotorning yaxshi markazlashtirilmagan valining aylanishidan hosil bo‘ladigan tebranishlar ta’siridagi kuchlar vaqtga

[3] Muvozanatdagi jismga ta’sir qilib, uni harakatga keltira oluvchi kuchni *aktiv kuch* deb ataladi.

bog‘liq ravishda o‘zgaruvchi kuchlarga misol bo‘lishi mumkin; butun olam tortilish qonuni yoki prujinaning elastiklik kuchi esa jismlarning holatiga (ya’ni koordinatalardagi o‘rniga) bog‘liq ravishda o‘zgaruvchi kuchlarga misol bo‘la olishi mumkin; muhit qarshiligi kuchi tezlikka bog‘liq ravishda o‘zgaradi.

Shuni ta’kidlab o‘tish lozimki, statika qismidagi kuchlar haqidagi tushunchalar va qoidalar to‘lasicha **dinamika** qismida ham o‘rinli hisoblanadi, chunki statika qismidagi qoidalar faqat o‘zgarmas kuchlar uchungina o‘rinli deyilgan emas.

Inertlik tushunchasi shundan iboratki, agar jismga biror tezlik berilsa jism shu tezlikni saqlab qoladi, agar unga kuch ta’sir etilsa, jismning tezligi birdaniga emas balki ma’lum vaqt mobaynida o‘zgaradi. Va bu o‘zgarish davri jismning inertligiga to‘g‘ri proportsional ravishda bo‘ladi. **Moddiy jismlarning inertlik xossasining miqdori fizik qiymat bo‘lib, uni jismning *massasi*[4] deb ataladi.** Klassik mexanikada massa skalyar, faqat musbat ishorali va har-bir jism uchun o‘zgarmas qiymat hisoblanadi.

Jismning harakati uning umumiy massasigagina bog‘liq bo‘lib qolmasdan, shu massaning qanday joylashganligiga ham, ya’ni jismning geometrik shakliga ham uzviy bog‘liq bo‘ladi.

Dinamika qismi ancha murakkab bo‘lganligini hisobga olib, uni o‘rganish nuqta **dinamika**sidan boshlanadi. Bunda, ma’lum massaga ega bo‘lgan *moddiy nuqta* degan abstrakt tushuncha kiritiladi, ya’ni har qanday jismni uning geometrik shakliga (massalarning tarqalishiga) e’tibor bermasdan o‘rganiladi.

Kinematika qismida ko‘rib o‘tganimizdek, har qanday harakat asosan ilgarilanma va aylanma harakatlarning yig‘indisidan iborat bo‘ladi. Agar masalalarning shartlariga ko‘ra aylanma harakatlarni e’tiborga olinmasa bunday jismlarning harakatini o‘rganishda ularni moddiy nuqta deb qabul qilinadi, chunki natijaviy echimda hech qanday xatolik bo‘lmaydi. Masalan, planetalarning Quyosh atrofdagi harakatlarini, artileriya snaryadining qanday masofaga borib tushishini aniqlashda va shunga o‘xshash qator masalalarni echishda, ularni moddiy nuqta deb qaraladi.

Ilgarilanma harakatdagi barcha masalalarni yechishda massasi jismning umumiy massasiga teng bo‘lgan moddiy nuqta deb hisoblanadi. Mexanik sistema yoki qattiq jismlarning **dinamika**siga oid harakatlarni o‘rganishdan oldin, bitta moddiy nuqtaning **dinamika**siga oid masalalarni ko‘rib o‘tish lozim bo‘ladi. Shu sababli **dinamika** qismini moddiy nuqta **dinamika**sidan boshlab o‘rganamiz.

---

[4] Massa, jismning gravitatsion xususiyatining ham o‘lchovi hisoblanadi.

Dinamika qonunlari. Moddiy nuqta dinamikasining masalalari.

Dinamikaning asosida jismlarning harakatlarini o‘rganishga bag‘ishlangan va jamiyatning ijtimoiy-mehnat faoliyatida sinovdan o‘tgan qator tajriba va kuzatishlar natijasida aniqlangan qonuniyatlar yotadi. **Dinamika**ning qonunlarini birinchi bo‘lib I. Nyuton o‘zining 1687 yilda[5] nashr etgan, «Tabiiy falsafaning matematik asoslari» nomli kitobida klassik ko‘rinishda sistemalashtirilgan holda bayon qilgan.

Ushbu qonunlarni quyidagicha ifodalash mumkin:

Birinchi qonun (inertsiya qonuni): *tashqi muhit ta’siridan ihotalangan moddiy nuqtaga qo‘yilgan kuchlar uning holatini o‘zgartirmaguncha, u o‘zining tinch holatini yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakatini davom etdiradi.* Kuchlar ta’sir qilmayotgan *(aniqrog‘i-kuchlarning bosh vektori nolga teng bo‘lgan)* jismning harakatini, *inertsiya* bo‘yicha harakat deb ataladi.

Inertsiya qonuni materiya (borliq) ning asosiy xossalaridan biri, ya’ni uning har doim harakatda ekanligini ko‘rsatib beradi. Ushbu qonun italyan olimi G. Galiley tomonidan (1638 y.) ochilgunga qadar, Aristotel (*Arastu, yunon faylasufi, Iskandar Zulqarnayning ustozi, eramizdan oldingi 384-322y. yashagan*) tomonidan aytilgan fikr,
ya’ni jism faqat kuch ta’siridagina harakat qilishi mumkin degan fikr hukmronlik qilar edi.

Eng muhim narsalardan biri, ushbu inertsiya qonuni qaysi hisob sistemasida o‘rinli ekanligini aniqlashdan iboratdir. Nyutonning fikricha ushbu qonun qandaydir qo‘zg‘almas (absolyut) fazoda joylashgan hisob sistemasidagina o‘rinli hisoblangan. Lekin hozirgi zamondagi tushunchalar bo‘yicha, fazo - bu materiya (borliq)ning yashash formasi bo‘lib, undagi materiyalarning harakatiga bog‘liq bo‘lmagan qandaydir absolyut fazo bo‘lishi mumkin emas ekan.

Ushbu qonun tajribalar orqali aniqlanganligi sababli (Galileyning ko‘rsatmasiga asosan, qiyaligi kamayib borayotgan tekislikning ustidagi sharchaning harakati orqali ham aniqlash mumkin ekan), ma’lum darajadagi xatoliklarga ega bo‘lgan hisob sistemasi, albatta, mavjud bo‘lib, u hisob sistemasida bu qonun o‘rinli bo‘ladi. Shunga asosan ilmiy abstraktsiyaga tayangan holda, mexanikada ushbu **inertsiya qonuni** o‘rinli bo‘lgan hisob sistemasi mavjud ekanligi postulot (hali isbot qilinmagan fikr) tarzida kiritiladi va uni *inertsial hisob sistemasi* deb ataladi.

Rossiyani buyuk davlatlar qatoriga ko‘tarilishda I.Nyutonning hissasi alohida o‘rin tutadi. 11 yanvar 1698 yili 26 yoshli shaxzoda Petr I Londonga

[5] A.N.Krilov tomonidan, nihoyat sifatli tarjima qilingan qo‘lyozmasi mavjud. Akad. A.N.Krilov, tanlangan asarlar, t.VII. M.-L., 1936.

kelib, I.Nyuton bilan uchrashadi. Nyuton o‘sha davrda Angliya davlatining moneta (tanga pul) chiqaruvchi korxonasini rahbari bo‘lgan. Petr I Rossiyani kelajakda buyuk davlatlar qatoriga qo‘shilishining birdan-bir yo‘li mexanika va matematikani rivojlantirish, hamda ular asosida texnikani taraqqiy etdirish lozim ekanligini tushunib, I.Nyutonning tavsiyanomasiga ko‘ra Evropalik bir necha yosh mexanik va matematik olimlarni Rossiyaga olib kelib, ularga Evropa miqyosida eng yaxshi sharoitlar yaratib berdi va 28 yanvar 1724 yil kuni Rossiya Fanlar Akademiyasiga asos solindi.

Amalda foydalanilayotgan real hisob sistemasini **inertsial hisob sistemasi** deb qabul qilish mumkin ekanligi, o‘sha hisob sistemasining inertsial hisob sistemasi deb hisoblab, o‘tkazilgan tajribalardan olingan natijalarni solishtirish orqali aniqlash mumkin. Tajribalar natijasida aniqlandiki, markazi Quyoshda joylashib, o‘qlari qo‘zg‘almas yulduzlar tomonga yo‘naltirilgan o‘qlardan iborat hisob sistemasi bizning Quyosh sistemamiz uchun yuqori aniqlikdagi **inertsial sistema** hisoblanar ekan. Aksariyat masalalarni echishda, erga mahkamlangan hisob sistemasini inertsial sistema deb qabul qilish mumkin ekan va bundagi xatolik sezilarli emas ekan. Bunday fikrning o‘rinli ekanligi keyinchalik asoslanib beriladi.

Ikkinchi qonun (**dinamika**ning asosiy qonuni): moddiy nuqtaga ta’sir etayotgan ixtiyoriy kuchlar, uning tezligini qanday o‘zgartirishi mumkin ekanligini aniqlab beradi, ya’ni: *moddiy nuqtaning massasini unga ta’sir qilayotgan kuchlardan oladigan tezlanishiga ko‘paytmasi, moduli bo‘yicha kuchga teng bo‘lib, moddiy nuqtaning oladigan tezlanishining yo‘nalishi kuchning yo‘nalishi bilan bir xil bo‘lar ekan.*

Ushbu qonunning vektor ko‘rinishdagi matematik ifodasi, quyidagicha yoziladi

$$m\bar{a} = \bar{F} \tag{1}$$

Kuch bilan tezlanishning modullari orasidagi bog‘lanish, quyidagicha bo‘ladi

$$ma=F \tag{1’}$$

Dinamikaning ikkinchi qonuni ham, birinchi qonun kabi faqat inertsial hisob sistemalaridagina o‘rinli bo‘ladi. Ushbu qonundan ko‘rinib turibdiki, jismning massasi uning **inert**lik o‘lchovi bo‘lib hisoblanar ekan. CHunki biror kuchni moddiy nuqtaga ta’siridan oladigan tezlanish nuqtaning massasiga bog‘liq bo‘lib, qanchalik uning massasi oz bo‘lsa, oladigan tezlanishi katta bo‘ladi yoki aksincha.

Agar moddiy nuqtaga bir vaqtning o‘zida bir nechta kuchlar ta’sir etsa, kuchlarning parallelogrammi haqidagi qoidaga asosan, ular shu kuchlarning geometrik yig‘indisiga teng bo‘lgan bitta teng ta’sir etuvchi $\overline{R}$-kuchga ekvivalent bo‘ladilar,

U holda **dinamika**ning asosiy qonuni, quyidagi ko‘rinishga keladi,

$$m\overline{a} = \overline{R} \quad \text{yoki} \quad m\overline{a} = \sum \overline{F}_k \qquad (2)$$

Ushbu natijani boshqa usul bilan ham aniqlash mumkin, ya’ni kuchlarning jismga ta’sirlari
bir birlariga bog‘liq emasligiga asoslanib, har bir kuchdan alohida tezlanish oladi, so‘ngra shu olingan tezlanishlarni geometrik usulda qo‘shilsa, yuqoridagi tenglik kelib chiqadi.

U c h i n c h i q o n u n (t a ’ s i r v a a k s t a ’ s i r q o n u n i): moddiy jismlarning o‘zaro mexanik ta’sirlarini xarakterlab beradi. Ikkita moddiy nuqta uchun quyidagicha ifodalanadi: *ikkita moddiy nuqtaning bir-birlariga ta’sir kuchlari, shu nuqtalarni birlashtiruvchi chiziqda joylashib, modullari teng lekin yo‘nalishlari qarama qarshi bo‘lar ekan.*

Peterburg (1724y)
Fanlar akademiyasi
London (1660y) va
Parij (1666y)dan
keyingi Evropada
ochilgan 3 nchi

Bu qonundan statika kursida foydalangan edik. Bu qonun moddiy nuqtalar sistemasining **dinamika**sida alohida ahamiyatga ega bo‘lib, shu nuqtalarga ta’sir etadigan ichki kuchlarning o‘zaro bog‘likligini aniqlab beradi.

Agar ikkita erkin nuqta bir birlariga kuch bilan ta’sir etsalar, bu nuqtalar **dinamika**ning uchinchi va ikkinchi qonuniga asosan, ularning massalariga teskari proportsional bo‘lgan tezlanishlar bilan harakatlanadilar. D i n a m i k a n i n g m a s a l a l a r i. Erkin moddiy nuqta uchun **dinamika**ning quyidagi masalalari echiladi: 1) moddiy nuqtaning harakat qonuni berilgan bo‘lsa, shu nuqtaga ta’sir etuvchi kuchni aniqlash (***dinamika**ning birinchi masalasi*); nuqtaga ta’sir etayotgan kuchlar ma’lum bo‘lsa, nuqtaning harakat qonunini aniqlash (***dinamika**ning ikkinchi* yoki *asosiy masalasi*).

Agar moddiy nuqta erkin bo‘lmasa, ya’ni unga bog‘lanishlar ta’sir etib u ma’lum tekislik ustida yoki egri chiziq bo‘ylab harakatlansa, **dinamika**ning birinchi masalasida nuqtaning harakat qonuni va unga ta’sir etuvchi aktiv kuchlar berilgan bo‘lsa, bog‘lanishlarning reaktsiyalari aniqlanadi. Erkin bo‘lmagan jismlar uchun **dinamika**ning ikkinchi qonuni yana ikkiga ajraladi, ya’ni nuqtaga ta’sir etuvchi kuchlar ma’lum bo‘lsa a) nuqtaning harakat qonuni, b) unga qo‘yilgan bog‘lanishlarning reatsiyalari aniqlanadi.

O‘lchov birliklari.

Barcha mexanik qiymatlarni o‘lchash uchun bir birlariga bog‘liq bo‘lmagan uchta o‘lchov birliklari etarli ekan. Ulardan ikkitasi uzunlik va vaqt o‘lchovlari. Uchinchisi o‘lchov birligi sifati yoki massani yoki kuchni tanlab olish mumkin. Ular (1) formula orqali bir-birlariga bog‘liq bo‘lganligi uchun, ularni ixtiyoriy ikkita o‘lchov birligi sifatida qabul qilib bo‘lmaydi. Shu sababli mexanikada bir-biridan mutloq farq qiluvchi o‘lchov sistemasi bo‘lishi mumkinligi kelib chiqadi.

Qadimda bizning halqimiz og‘irlik birligi sifatida pud, qadoq va botmondan iborat qiymatlardan foydalanganlar. 1 pud (put) novvosning bitta oyog‘ini og‘irligi, qaadoq pudning 40 dan bir qismi, botmon esa 5 pudga teng bo‘lgan.

Birinchi tip birlik sistemasi. Bu sistemada, asosiy birlik sifatida uzunlik vaqt va massa qabul qilingan, kuchning o‘lchov birligi esa ularning hosilasidan kelib chiqadi.

Bunday sistemaga *fizik qiymatlarning xalqaro o‘lchov sistemasi* (SI) kiradi va unda mexanik qiymatlarning asosiy o‘lchov birliklari sifatida metr (m), kilogramm massa (kg) va sekund (s) qabul qilingan. Kuchning o‘lchov birligi esa hosilaviy qiymat bo‘lib, -1 Nyuton (N) deb belgilangan; 1N - shunday kuchki, uning ta’sirida 1 kg massali jism 1 m/s^2 tezlanish oladi ($1N=1kg \cdot m/s^2$). 1 m, 1 kg va 1 s qanday qiymat ekanligi fizika fanida batafsil ko‘rib chiqilgan.

1961 yilda qabul qilingan halqaro birliklar sistemasi (SI) ancha afzal hisoblanganligi uchun, biz shu o‘lchov sistemasidan foydalanamiz.

I k k i n ch i t i p b i r l i k s i s t e m a s i. Bu sistemada, asosiy birlik sifatida uzunlik vaqt va kuch qabul qilingan, massaning o‘lchov birligi esa ularning tegishli hosilalaridan kelib chiqadi.

Bunday o‘lchov sistemasi texnikada keng tarqalgan MKGSS sistemasi bo‘lib, unda mexanik qiymatlarning asosiy o‘lchov birliklari sifatida metr (m), kilogramm kuch (kG) va sekund (s) qabul qilingan. Massaning o‘lchov birligi esa hosilaviy qiymat bo‘lib, -1 $kG \cdot s^2/m$ deb belgilangan; ya’ni 1 kG kuch ta’sirida 1 m/s^2 tezlanish oladigan massa hisoblangan.

Nemis olimi G.Leybnits (1646-1716) Petr I ning iltmosiga ko‘ra, o‘ta qoloq (hamda qashshoq) Rossiya uchun maorif va mamlakatni boshqarish loyihasini ishlab chiqdi va Petr I o‘sha davrda davlatni jahonga tanilgan Evropa olimlarning maslahatlariga tayangan holda boshqarib, tez yillarda Rossiyani imperiya darajasiga ko‘tardi.

Germaniyaning o‘zida esa Fanlar akademiyasi 24 yanvar 1744 yili ochilgan.

SI o‘lchov sistemasi bilan MKGSS o‘lchov sistemalari orasidagi bog‘lanish quyidagicha: 1kG=9,81N yoki 1N=0,102 kG.

Mexanikada o‘lchov (razmer) va o‘lchovning birligi degan tushunchalar ham bo‘lib, ularni bir-birlari bilan almashtirib yubormaslik lozim. O‘lchov berilgan qiymatning mazmunini bildirib, u faqat tenglamaning ko‘rinishidan aniqlanadi. O‘lchov birligi esa asosiy qiymatlarning tanlab olinishiga bog‘liq bo‘ladi. Masalan, agar uzunlik vaqt va massani tegishlicha L, T va M harflari bilan belgilasak, tezlikning o‘lchovi L/T bo‘ladi, (ya’ni uzunlikni vaqtga nisbati tezlikning o‘lchovi), o‘lchov birligi esa 1 m/c, 1km/soat va h. k. bo‘ladi.

Kuchlarning asosiy ko‘rinishlari.

Muammo: Shu mavzugacha, biz kuchlarni yo‘nalishi va qiymati jihatidan harakat davomida o‘zgarmas qiymat deb hisoblagan edik. Aslida, kuchlar harakat davomida, ham yo‘nalish, ham son qiymati o‘zgaruvchan bo‘lishi mumkin. O‘zgaruvchan kuchlar, vaqtning, tezlikning yoki moddiy nuqtaning koordinatalariga bog‘liq ravishda o‘zgarish qonuniyatlari qanday bo‘lishi mumkin ekanligi o‘rganiladi.

Dinamika masalalarini echishda biz asosan quyidagi o‘zgarmas va o‘zgaruvchan kuchlardan foydalanamiz (qoidaga ko‘ra kuchlarning o‘zgarish qonuniyatlari, tajriba yo‘li bilan aniqlanadi).

Og‘irlik kuchi. Bu erning yaqinidagi fazoda, barcha jism (massa)lariga ta’sir etuvchi o‘zgarmas kuch- $\overline{P}$. Og‘irlik kuchining moduli jismning og‘irligiga teng bo‘ladi.

Og‘irligi 1 N bo‘lgan yukni, bozordagi tarozida tortsangiz, necha garammni ko‘rsatadi?

Tajribalar orqali aniqlandiki, og‘irlik kuchi $\overline{P}$ ta’sirida (uncha katta bo‘lmagan balandlikdan, havosiz bo‘shliqda) Erga erkin tushib kelayotgan har qanday jismning tezlanishi har doim bir xil bo‘lib *erkin tushish tezlanishi*, ba’zida esa *og‘irlik kuchining tezlanishi*[6] deb ataladi va $\overline{g}$-vektori orqali belgilanadi. U holda (1’) tenglamadan

[6] Jismlarning erkin tushishdagi harakat qonuni Galiley tomonidan ochilgan. Erkin tushishdagi tezlanish g-ning son qiymati erning turli joylarida turlicha bo‘ladi; uning qiymati geografik kenglik va dengiz sathidan qancha balandlikda ekanligiga bog‘liq bo‘ladi. Moskvaning (dengiz sathidagi) kengligida g=9,8156 m/s^2.

$$R=mg \quad \text{yoki} \quad m=R/g \qquad (3)$$

Bu tengliklar orqali jismning massasi aniq bo‘lsa, uning og‘irligini (unga ta’sir etayotgan og‘irlik kuchining modulini) yoki og‘irligi ma’lum bo‘lsa, uning massasini aniqlash mumkin ekan. Jismning og‘irligi yoki og‘irlik kuchi, g - qiymat kabi Erning geografik kengligi va dengiz sathidan balandligiga bog‘liq ravishda ma’lum miqdorda farqlanadi; jismning massasi esa o‘zgarmas qiymat hisoblanadi.

I sh q a l a n i sh k u ch i. Sirpanib harakatlanuvchi jismlarning (suyuq yog‘lar ishlatilmagan sirtlar orasidagi) yuzalariga ta’sir etuvchi ishqalanish kuchini qisqacha shunday deb ataladi va u statika qismida (Kulon qonuni) batafsil bayon etilgan edi. Uning moduli quyidagi tenglama orqali aniqlanadi,

$$F=f\cdot N \qquad (4)$$

bu erda f -ishqalanish koeffitsienti bo‘lib, uni o‘zgarmas deb hisoblash qabul qilingan. N -normal reaktsiya.

T o r t i l i sh k u ch i. Bu kuch, Nyuton tomonidan kashf etilgan kuch bo‘lib, butun olam tortilish qonuniga asosan ikkita moddiy jismlarning bir birlarini tortilish kuchlaridan iboratdir. Tortilish kuchi masofaga bog‘liq bo‘lib, oralaridagi masofa r -ga teng bo‘lgan va massalari m_1, m_2 bo‘lgan ikkita moddiy nuqtalarning o‘zaro tortilish kuchi, quyidagi tenglik orqali aniqlanadi,

$$F=fm_1m_2/r^2 \qquad (5)$$

bu erda f -gravitatsion doimiy qiymat (SI sistemasida $f=6{,}673\cdot10^{-11}$ $m^3/kg\cdot s^2$).

E l a s t i k l i k k u ch i. Bu kuch ham masofaga bog‘liq holda o‘zgaradi. Uning miqdori Guk qonuniga binoan aniqlanadi, unga binoan kuchlanish (kuchni yuza birligiga nisbati) deformatsiyaga to‘g‘ri proportsional bo‘ladi. Masalan, prujinaning elastiklik kuchining qiymati, quyidagicha aniqlanadi

$$F=c\cdot\lambda \qquad (6)$$

bu erda λ-prujinaning uzayishi (yoki siqilishi); s - prujinaning qattiqlik koeffitsienti (SI sistemasida N/m bilan o‘lchanadi).

Y’ p i sh q o q i sh q a l i sh k u ch i. Bu kuch jismning tezligiga bog‘liq bo‘lib, yopishqoq suyuq muhitdagi (yoki suyuq

> Qadimda uzunlik birligi sifatida o‘sha yurtning podshohini (Qadimiy Misrda Firavnning) oyoq izini uzunligi tanlab olingan. Masalan Angliyada hozirda ham foydalanilayotgan 1 fut (oyoq izi)ning uzunliti 0,3048 metrga teng, ya’ni taxminan 30 sm ga teng. «Dyuym» so‘zi ham «bosh barmoq» degan ma’noni anglatib, bosh barmoqning eniga teng bo‘lib 0,0254 metrni yoki 2,54 sm ni tashkil qiladi, ya’ni «dyuym» «fut»ning taxminan 1/12 qismini tashkil qiladi

yog‘langan sirtlarda) harakatlarda paydo bo‘ladi va quyidagicha aniqlanishi mumkin

$$R=\mu\cdot v \qquad (7)$$

bu erda v- jismning tezligi, μ-yopishqoq qarshilik koeffitsienti. (7) formulani Nyutonning yopishqoq ishqalish qonuni asosida aniqlash mumkin.

A e r o d i n a m i k (g i d r o d i n a m i k) q a r sh i l i k k u ch i. Bunday kuch ham tezlikka bog‘liq bo‘lib, havoda yoki suv(suyuqlik)da harakatlanayotgan jismlarga ta’sir etadi. Amalda uning qiymatini quyidagi tenglama orqali aniqlanadi,

$$R=0{,}5\cdot c_x\cdot\rho\cdot S\cdot v^2 \qquad (8)$$

bu erda ρ - muhitning zichligi; S - jism shaklining harakat yo‘nalishiga perpendikulyar bo‘lgan tekislikka bo‘lgan proektsiyasining yuzasi (midel yuzasi); s_x-qarshilik koeffitsienti, o‘lchovsiz birlik bo‘lib uning qiymatini jismning shakliga va harakat yo‘nalishiga qarab qanday holatda ekanligiga bog‘liq holda tajribalar orqali aniqlanadi;

I n e r t v a g r a v i t a ts i o n m a s s a l a r. Berilgan jismning massasini eksperimental usulda aniqlash uchun (1) formulaga asoslanish mumkin, bu tenglamada massa inertlik xossasi bo‘yicha ishtirok etmoqda, shuning uchun uni inert massa deb ataladi. Lekin uni (5) formula orqali aniqlasak, bu tenglamada jismning gravitatsion xossasi bo‘yicha ishtirok etadi, shu sababli uni gravitatsion (yoki og‘ir) massa deb ataladi.

Inert va gravitatsion massalar bir narsa deb qabul qilinmagan bo‘lsa ham, ularning qiymatlari bir-birlariga juda yuqori aniqlikda teng ekan (jahon fiziklarining 1971 yilda o‘tkazgan tajribalari natijasida ularning farqi atigi 10^{-12} ekanligi aniqlandi). Ana shu eksperimental tasdiqlangan fakt, ekvivalentlik printsipi deb ataladi. Bu printsipni Eynshteyn[7] o‘zining nisbiylikning umumiy nazariyasiga asos qilib olgan edi (t o r t i l i s h n a z a r i y a s i).

Yuqoridagilarga asoslanib, mexanika fanida massani jismning inertlik o‘lchovi va gravitatsion xossasini aniqlovchi «*massa*» degan yagona termin ishlatiladi.

Moddiy nuqta harakatining differentsial tenglamalari.

Muammo: Yuqorida biz ko‘rib o‘tgan mavzular faqat, harakatni qanday qonuniyatlar orqali aniqlanishi haqida gapirilgan edi. Faraz qilaylik biz texnikada uchrab turadigan aniq bir masala berilgan bo‘lsin. Shu masalani echishni nimadan boshlash lozimligi, qanday hisob sistemalaridan foydalanish maqul ekanligini ko‘rib o‘tamiz.

[7] Albert Eynshteyn (1879-1955y.) -buyuk fizik-olim, nisbiylik (relyativistik mexanika)ning maxsus nazariyasini va umumiy nisbiylik nazariyasining asoschisi.

Moddiy nuqta dinamikasi masalalarini echish uchun quyidagi ikkita tenglamalar sistemalarining biridan foydalanamiz.

D e k a r t k o o r d i n a t a l a r i d a g i t e n g l a m a l a r. Kinematika qismidan ma’lumki nuqtaning to‘g‘ri burchakli dekart koordinatalaridagi harakati quyidagi tenglamalar orqali beriladi:

$$x=f_1(t), \quad y=f_2(t), \quad z=f_3(t) \qquad (9)$$

Dinamikaning asosiy masalalari shundan iboratki, nuqtaning harakatini bilgan holda, ya’ni (9) formula aniq bo‘lsa, shu nuqtaga ta’sir etuvchi kuch aniqlanadi. Yo’ki teskarisi, ya’ni nuqtaga ta’sir etayotgan kuchlar ma’lum bo‘lsa uning harakat qonuni, aniqrog‘i (9) tenglamalar aniqlanadi. Shu sababli, nuqta dinamikasi masalalarini echish uchun shu nuqtaning *x, y, z* -koordinatalari bilan unga ta’sir etuvchi kuch (kuchlar)ni bog‘lovchi tenglamalar kerak bo‘ladi. Bunday tenglamalarni dinamikaning ikkinchi (asosiy) qonuni orqali olinadi.

O*xyz* inertsial hisob sistemasida joylashgan moddiy nuqtaning $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3$,..., $\overline{F}_n$ kuchlar ta’siridagi harakatini ko‘rib o‘taylik. (2) tenglamaning, ya’ni m $\bar{a} = \sum \overline{F}_k$ - ning ikkala tomonini *x, y, z* -koordinata o‘qlariga proektsiyalaymiz va $a_x=d^2x/dt^2$, $a_y=d^2y/dt^2$, $a_z=d^2z/dt^2$ ekanligini e’tiborga olsak,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}, \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}, \quad m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz} \qquad (10)$$

yoki vaqt bo‘yicha olingan ikkinchi tartibli hosilalarni ikkita nuqta orqali belgilasak,

$$mx'' = \sum F_{kx}, \quad my'' = \sum F_{ky}, \quad mz'' = \sum F_{kz} \qquad (10')$$

Mana shular bizga kerak bo‘lgan tenglamalar sistemasidan iborat bo‘lib, *ularni nuqtaning to‘g‘ri burchakli dekart koordinatalaridagi harakatining differentsial tenglamalari* deb ataladi. Nuqtaga ta’sir etuvchi kuchlar vaqt t-ga, nuqtaning o‘rni, ya’ni uning *x, y, z* koordinatalariga va tezligiga, ya’ni $v_x = x'$, $v_y = y'$, $v_z = z'$ larga bog‘liq holda o‘zgarishi mumkin ekanligi sababli, (10) tenglamalar sistemasidagi har bir tenglamaning o‘ng tomonlari shunday o‘zgaruvchilarning funktsiyalaridan iborat bo‘lishi mumkin, ya’ni t, *x, y, z,* x', y', z'-lar birgalikda ishtirok etishlari mumkin.

U c h y o q l i t a b i i y o ‘ q l a r g a p r o e k t s i y a l a r d a n i b o r a t t e n g l a m a l a r. Bunday tenglamalarni hosil qilish uchun $m\bar{a} = \sum \overline{F}_k$ -tenglikni ikkala tomonini Mτ*nb*-o‘qlarga proektsiyalaymiz, ya’ni nuqtaning traektoriyasiga urinma - Mτ o‘qqa, bosh normal - M*n* o‘qqa va binormal - M*b* o‘qqa (O*xyz*-o‘qlar, traektoriyalarga nisbatan harakat qilmoqda) proektsiyalaymiz. U holda a_τ=dv/dt, $a_n=v^2/\rho$, a_b=0 ekanligiga asoslanib, quyidagilarni yozamiz,

$$m\frac{dv}{dt}=\sum F_{k\tau}\,,\qquad m\frac{v^2}{\rho}=\sum F_{kn}\,,\qquad 0=\sum F_{kz} \tag{11}$$

bu erdagi v=ds/dt, (11) tenglamalar sistemasi *moddiy nuqta harakatining differentsial tenglamasining uch yoqli tabiiy o'qlardagi proektsiyalari* hisoblanadi.

Dinamikaning birinchi masalasini yechish (harakat qonuniga binoan kuchlarni aniqlash).

Agar moddiy nuqtaning tezlanishi berilgan bo'lsa, unga ta'sir qilayotgan kuch yoki bog'lanish reaktsiyasi (1) va (2) formulalar orqali darhol aniqlanadi. Lekin bog'lanishlar reaktsiyalarini aniqlash uchun qo'shimcha ravishda aktiv kuchlar ma'lum bo'lishi kerak. Agarda tezlanish bevosita berilmagan, lekin nuqtaning harakat qonuni ma'lum bo'lsa, u holda kuchni aniqlash uchun (10) va (11) formulalardan foydalanish mumkin.

1-masala. Og'irligi R bo'lgan havo shari *a* tezlanish bilan pastga tushmoqda. Havo sharini xuddi shunday tezlanish bilan yuqoriga ko'tarilishi uchun qanday miqdordagi Q yuk (ballast)ni tashlab yuborish kerakligi aniqlansin.

Yechish. Pastga tushayotgan havo shariga og'irlik kuchi $\overline{F}$ va ko'tarish kuchi $\overline{F}$ ta'sir etadi (19.1,a-shakl). (19.2) tenglamani vertikal o'qqa proektsiyalab, quyidagini yozamiz,

$$(R/g)a=R-F$$

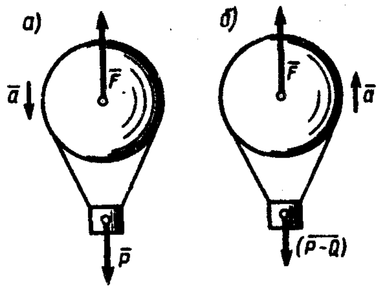
Ballast tashlab yuborilgandan keyin (1, b shakl) sharning og'irligi R-Q ga teng bo'ladi, lekin ko'tarish kuchi avvalligicha saqlanib qoladi. U holda shar yuqoriga qarab harakatlanmoqda deb hisoblab, quyidagi tenglamani yozamiz,

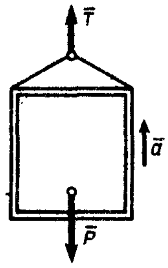
$$(R-Q)\cdot a/g= F-(R-Q)$$

Ushbu tenglamalardan noma'lum ko'taruvchi kuch F-ni yo'qotib yuborsak, Q kuchining qiymatini aniqlaymiz, ya'ni

$$Q=2R/(1+g/a).$$

2-masala. Og‘irligi R bo‘lgan lift (2 shakl) *a* tezlanish bilan yuqoriga





1 shakl 2 shakl

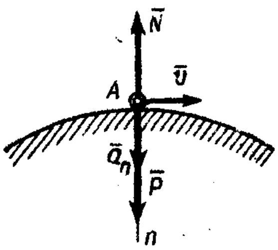
ko‘tarilmoqda. Trosning tortilish kuchi aniqlansin.

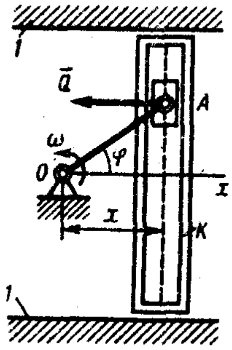
Ye ch i sh. Liftga og‘irlik kuchi $\overline{F}$ va trosning reaktsiya kuchi $\overline{T}$ ta’sir etmoqda. (2) tenglamaning vertikal o‘qqa proektsiyasidan iborat tenglama tuzamiz, $(R/g)\cdot a=T-R$, bundan

$$T=R(1+a/g)$$

Agar lift shunday tezlanish bilan pastga tushib kelayotgan bo‘lsa, u holda trosning tortilish kuchi $T_1=R(1-a/g)$ ga teng bo‘ladi.

3-masala. Do‘ng ko‘prikning A nuqtasidagi radiusi R (3 shakl) ga teng. Massasi m -ga teng bo‘lgan va v - tezlik bilan ketayotgan avtomobil ko‘prikning A nuqtasida unga qanday kuch bilan bosadi.





3 shakl 4 shakl

YE ch i sh. Ko‘prikning A nuqtasida avtomobilning normal tezlanishi $a_n=v^2/R$ bo‘ladi. Ko‘prikka undan tashqari avtomobilning og‘irlik kuchi $p=m\overline{g}$ va A nuqtaning reaktsiya kuchi $\overline{N}$ ta’sir etadi. U holda (2) tenglamaning normal o‘qdagi proektsiyasi, yoki (11) tenglamaning ikkinchi formulasini qo‘llash natijasida,

$$mv^2/R=mg-N \quad \text{bundan} \quad N=m(g-v^2/R)$$

Avtomobilning ko‘prikka bosim kuchi moduli bo‘yicha N ga teng bo‘lib, pastga qarab yo‘naladi.

4-masala. Uzunligi l bo‘lgan OA krivoship o‘zgarmas ω_1 burchakli tezlik bilan O nuqta atrofida aylanishi natijasida K kulisani 1,1 yo‘naltiruvchilar bo‘yicha surmoqda. (4-shakl). Ishqalanish kuchini e’tiborga olmasdan A polzunning kulisaga ta’sir kuchi Q aniqlansin. Kulisaning og‘irligi R ga teng.

Yech i sh. *Ox* koordinata o‘qlarini o‘tkazamiz. U holda kulisaning holati $x=l\cdot\cos\varphi$ koordinata orqali aniqlanadi, $\varphi=\omega t$ bo‘lgani uchun $x=l\cdot\cos\omega t$ bo‘ladi. Kulisaning ushbu harakat qonunini bilgan holda (10’) tenglamalarning birinchisidan foydalanamiz. Ushbu koordinata *x* -dan vaqt bo‘yicha ikki marta hosila olamiz,

$$x'' = -\omega^2 \cdot l \cdot \cos\omega t = -\omega^2 \cdot x$$

$Q_x=-Q$ bo‘lgani uchun,

$$-(R/g)\cdot\omega^2\cdot x=-Q \qquad Q=(R/g)\cdot\omega^2\cdot x$$

bo‘ladi. Demak, polzunning kulisaga ko‘rsatadigan bosim kuchi, kulisaning O markazigacha bo‘lgan *x* masofasiga proportsional ravishda o‘zgarar ekan.

Ushbu mavzudagi muammolarni bartaraf etishga qaratilgan uslubiy ko‘rsatmalar:

Bizni o‘rab turgan koinot inertsial sitemadan iborat ekan.

1. Shu inertsial sistemada joylashgan ixtiyoriy qattiq jismlar, ularga ta’sir etayotgan kuchlarning bosh vektori nolga teng bo‘lsa, ularning tezlik vektorlari o‘zgarmas bo‘lib, cheksiz vaqt mobaynida o‘shanday tezlik bilan harakatlarini davom etaverar ekanlar. Masalan, Quyosh sistemasi, o‘zining 9 ta planetasi va bir qancha osmon jismlari bilan birgalikda, o‘zining o‘zgarmas tezligi bilan qilayotgan harakatini cheksiz davom etdiraverar ekan.
2. Aristotel (Arastu) tomonidan aytilgan fikr, ya’ni har qanday harakatlanayotgan jism, o‘z harakatini davom etdirishi uchun, uni harakatlantiruvchi kuch albatta zarur ekanligi haqidagi noto‘g‘ri fikr G.Galiley tomonidan inkor etildi.
3. Ushbu fikr, ya’ni agar biror jismga tashqaridan ta’sir qilayotgan kuchlarning vektor yig‘indisi nolga teng bo‘lsa, u jism o‘zining to‘g‘ri chiziqli o‘zgarmas tezlik bilan qilayotgan harakati cheksiz davom etaverishligi, dinamikaning birinchi qonuni - inertsiya qonuni deb qabul qilindi.
4. Agarda inertsial sistemada (masalan bizning quyosh sistemamizda) joylashgan ixtiyoriy jismga tashqaridan ta’sir etayotgan kuchlarning bosh vektori (yig‘indisi) nolga teng bo‘lmasa, ushbu jism o‘sha bosh vektor-kuch yo‘nalishi bo‘yicha tezlanish olib, o‘z harakatini tegishli ravishda o‘zgartirishi aniqlandi
5. Bizning koinotimizda harakatlanayotgan qattiq jismlarning harakatlari, dinamikaning ikkinchi qonuni, ya’ni Nyutonning qonuni bilan sodir

bo‘lishi tasdiqlandi. Dinamikaning ikkinchi qonuni, dinamikaning asosiy qonuni leb atala boshlandi.

6. Dinamikaning asosiy qonuni, harakatning differentsial tenglamasi ekanligi aniqlandi, ya’ni har qanday jismning harakati faqat differentsial tenglamalar orqaligina ifodalanishi mumkin ekanligi isbotlandi.
7. Agarda birorta jismning harakat qonuni bizga ma’lum bo‘lsa, unga ixtiyoriy vaqtda ta’sir etayotgan kuchning moduli va yo‘nalishini aniq hisoblashimiz mumkin ekanligi isbotlandi.
8. Yuqoridagilarga asosan, shu narsa isbot bo‘ldiki, har qanday jismning (masalan, uchayotgan o‘rdakka otilgan o‘qning, parvoz qilayotgan samolyotga otilgan raketaning, uzilib tushayotgan olmaning, osmondan tushayotgan meteorit, qor va yomg‘irning, yulduzlarning, planetalarning (ularning tabiiy va sun’iy yo‘ldoshlarining) harakat qonunlarini oldindan va juda yuqori aniqdikda hisoblashimiz mumkin ekan.
9. Demak, har qanday jismlarning mexanik harakatlarining qonuniyatlarini, insonlar tomonidan oldindan hisoblash mumkin ekan.

Takrorlash uchun savollar:

1. Dinamika qismi nimani o‘rganadi?
2. Dinamikaning birinchi qonuni nimadan iborat?
3. Havosiz bo‘shliqda jism harakatlana olishi mumkinmi?
4. Dinamikaning asosiy qonunini ta’riflab bering?
5. Dinamikaning uchinchi qonunini ta’riflab bering?
6. Inertsial hisob sistemasi nimadan iborat?
7. SI halqaro o‘lchov sistemasi nima?
8. MKGSS o‘lchov sistemasi nima?
9. Kuchlarning asosiy ko‘rinishlari qaysilardan iborat?
10. Harakatning differentsal tenglamasini Dekart o‘qlardagi ko‘rinishini yozib bering?
11. Harakatning differentsal tenglamasini tabiiy uch yoqli o‘qlardagi ko‘rinishini yozib bering?
12. Dinamikaning asosiy masalasi nimadan iborat?

12-mavzu. Moddiy nuqtaning erkin, so‘nuvchi va majburiy tebranma harakatlari.

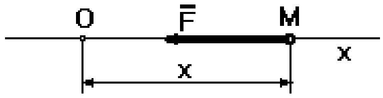
1. Moddiy nuqtaning to‘g‘ri chiziqli tebranma harakati. Muhit qarshilisiz erkin tebranma harakat.

2. Yopishqoq muhit qarshiligidagi erkin tebranma harakat (so‘nuvchi tebranishlar).

Tayanch so‘z va iboralar:

Tebranma harakat, tebranma harakat tenglamasi, moddiy nuqta, tebranish davri, tebranish chastotasi, tebranish amplitudasi, logarifmik decrement, qarshilik kuchi.

Tebranish nazariyasi fizika va texnikaning qator ilmiy asoslarini tashkil etadi. Fan va texnikaning turli bo‘limlariga tegishli bo‘lgan tebranishlar bir-birlaridan, masalan, mexanikadagi, radiotexnikadagi, akustikadagi va b., o‘zlarining fizik mohiyati bilan tubdan farq qilsalar ham lekin tebranma harakatning asosiy qonuniyatlari hamma vaqt bir xilligicha qolar ekan.



1 shakl

Shu sababli, mexanik tebranishlarning qonuniyatlarini o‘rganish o‘ta muhim bo‘lib, uning natijalari nafaqat texnikada, undan tashqari tebranishga bog‘liq bo‘lgan juda ko‘p boshqa sohalarda ham dolzarb (aktual) hisoblanadi. Avvaliga muhit qarshiligini hisobga olmagan holdagi erkin tebranishlarni ko‘rib o‘tamiz. To‘g‘ri chiziq bo‘ylab harakatlanuvchi M nuqtaga, faqat bitta-*muvozanatlovchi* $\overline{F}$ kuch qo‘yilgan bo‘lib, yo‘nalishi har doim O markazga qaraydi, moduli esa shu markazgacha bo‘lgan masofaga to‘g‘ri proportsional bo‘lsin (1-shakl). Shu to‘g‘ri chiziqli traektoriya bo‘ylab o‘tkazilgan koordinata o‘qiga $\overline{F}$-kuchning proektsiyasi quyidagicha bo‘ladi,

$$F_x=-cx \qquad (1)$$

Shakldan ko‘rinib turganidek $\overline{F}$-kuchi nuqtani O markazdagi muvozanat holatga keltirishga harakat qiladi, chunki shu O nuqtada F=0 ga teng bo‘ladi; shu sababli uni «muvozanatlovchi» kuch deb ataladi. Bunday kuchga elastiklik kuchi misol bo‘la oladi.

M nuqtaning harakat qonunini aniqlaymiz. Harakatning differentsial tenglamasini Ox o‘qidagi proektsiyasini yozamiz:

$$m\,x''=F_x \quad \text{yoki} \quad m\,x''=-sx. \qquad (2)$$

Tenglikning ikkala tomonini m-ga bo‘lib yuborib va $c/m=k^2$ belgilash kiritib, yuqoridagi tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$x''+k^2x=0 \qquad (3)$$

(3) tenglama, *muhit qarshiligisiz erkin tebranma harakatning differentsial tenglamasi* deb ataladi. Ushbu chiziqli, ikkinchi darajali bir jinsli differentsial

tenglamaning echimini $x=e^{nt}$ ko‘rinishda izlanadi. (3) tenglamadagi x-ni $x=e^{nt}$ orqali ifodalab, noma’lum n- ni aniqlash uchun quyidagi kvadrat tenglamadan iborat bo‘lgan xarakteristik tenglamani hosil qilamiz $n^2+k^2=0$. Ushbu tenglamaning ildizlari faqat mavhum ($n_{1,2}=\pm ik$) qiymatlar bo‘lgani sababli, differentsial tenglamalarning nazariyasiga asosan, (3) tenglamaning umumiy echimi, quyidagicha bo‘ladi

$$x=C_1 \sin kt+C_2 \cos kt, \tag{4}$$

bu yerdagi S_1 va S_2-lar integral doimiylari. Agar, S_1 va S_2- o‘zgarmas qiymatlarning o‘rniga A va α -dan tashkil topgan boshqacha, ya’ni $S_1=A\cos\alpha$, $S_2=A\sin\alpha$ larni kiritsak, u holda (4) tenglamaning ko‘rinishi $x=A(\sin kt\cdot\cos\alpha+\cos kt\cdot\sin\alpha)$ yoki

$$x=A\sin(kt+\alpha), \tag{5}$$

bo‘ladi. Bu (3) tenglamaning boshqacha echimi bo‘lib, integral doimiylari sifatida A va α -lar ishtirok etmoqda. Ular orqali harakatni tadqiq qilish ancha qulay hisoblanadi.

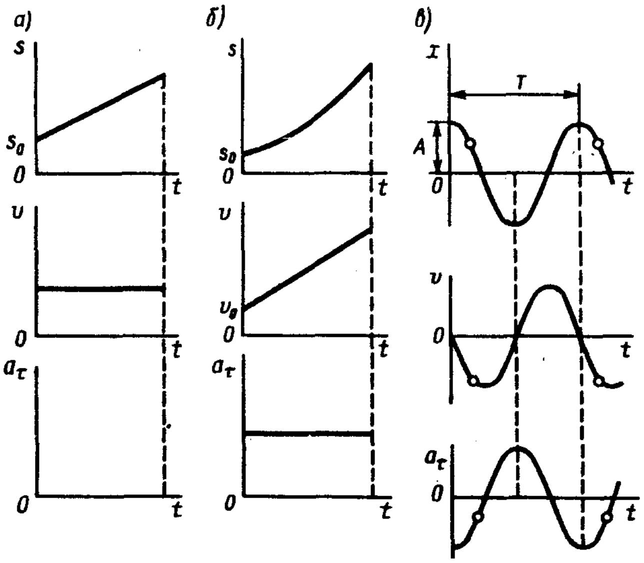
Tebranma harakatdagi nuqtaning tezligi

$$v_x = x' = Ak\cos(kt+\alpha), \tag{6}$$

(5) qonuniyat bilan tebranuvchi nuqtaning harakati *garmonik tebranma harakat* deb ataladi. Bunday harakatning $\alpha=90°$ dagi grafigi v-shaklda tasvirlangan.

Bunday harakatning barcha xarakteristikalariga tasviriy kinematik tafsilotlar berish mumkin. Radiusi A ga teng bo‘lgan aylana bo‘ylab tekis harakatlanayotgan V nuqtaning harakatini ko‘rib chiqaylik. Nuqtaning harakati V_0 -holatdan boshlanib, $DOB_0=\alpha$ burchak orqali aniqlanadi. OV radiusning burchakli tezligi-k o‘zgarmas qiymat bo‘lsin. U holda, ixtiyoriy t vaqtda burchak $\varphi=\angle DOB=\alpha+kt$ bo‘lsin, V nuqtaning (Ox o‘qiga) DE -ga perpendikulyar bo‘lgan diametrga proektsiyasi M, $x=A\sin(kt+\alpha)$, qonuniyat bilan harakat qiladi, bu erda x=OM, ya’ni garmonik tebranma harakat qilmoqda.

M nuqtaning tebranish markazi O nuqtadan eng katta uzoqlashgan qiymati A, *tebranish amplitudasi* deb ataladi. $\varphi=kt+\alpha$ *tebranish fazasi* deb ataladi.



a,b,v shakl.

Tebranish fazasi- φ, nuqtaning koordinatasi x-dan farqli ravishda, berilgan vaqtdagi nuqtaning holatini aniqlabgina qolmasdan, keyingi harakatning yo‘nalishini ham belgilab beradi; masalan, fazasi φ bo‘lgan M holatdan, nuqta o‘ng tomonga qarab harakatlanadi, fazasi (π-φ) bo‘lganda esa chap tomonga qarab harakatlanadi. Bir-biridan 2π fazaga farqlanuvchi tebranma harakatlar bir xil hisoblanadilar (v- shaklda o‘rtasi oq nuqtalar bilan bir xil fazalar belgilab qo‘yilgan).

Tebranishning boshlang‘ich fazasini α-qiymat orqali aniqlanadi. Masalan, $\alpha=0$ bo‘lganda tebranma harakat sinusoida bo‘yicha sodir bo‘ladi (harakat O nuqtadan boshlanib, tezlik o‘ng tomonga yo‘naladi). $\varphi=\pi/2$ - bo‘lganda kosinusoida (harakat x=A holatdan va v_0 -tezlik bilan boshlanadi), OV radiusning burchakli tezligi bilan bir xil bo‘lgan k- qiymat *tebranishning davriy chastotasi* deb ataladi (shakl).

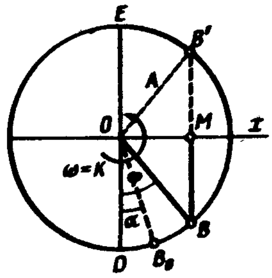
Nuqtaning to‘la bir marta tebranishi uchun sarflangan vaqt oralig‘i T (yoki τ), *tebranish davri* deb ataladi. Davr o‘tishi bilan faza 2π-ga o‘zgaradi. Shu sababli $kT=2\pi$ bo‘lishi shart, bundan tebranish davri aniqlanadi

$$T=2\pi/k \qquad (7)$$

Tebranish davriga teskari nisbatda bo‘lgan

$$\nu=1/T=k/2\pi \qquad (8)$$

qiymat, tebranish chastotasi deb ataladi va u 1 s vaqt ichidagi tebranishlar sonini ifodalaydi.



3 shakl

Bundan ko‘rinib turibdiki, k - qiymat ν-dan faqat 2π ko‘paytmasi bilan farqlanar ekan. Keyinchalik, qisqaroq gapirish uchun k-ni ham chastota degan so‘z bilan atayveramiz.

Endi A va α integral doimiylarining son qiymatlarini aniqlaymiz.

A va α-ni boshlang‘ich shartlarga asosan aniqlash. Odatdagidek, t=0 da $x=x_0$, $v_x=v_0$ ekanligidan foydalanib, (5) va (6) formulalar orqali $x_0=A\sin\alpha$, $v_0/k=A\cos\alpha$-ni aniqlaymiz. Bu tengliklarni kvadratga ko‘tarib, ularni hadma-had qo‘shsak, so‘ngra ularning birini ikinchisiga nisbatini olsak, A va α larning qiymatlarini aniqlaymiz

$$A=\sqrt{x_0^2+v_0^2/k^2}\,,\quad \mathrm{tg}\alpha=kx_0/v_0 \qquad (9)$$

A va α -larni nuqtaning chegaraviy shartlari orqali aniqlash. Boshlang‘ich shartlarning o‘rniga quyidagi chegaraviy shartlar berilgan bo‘lsin: t=0 da $x=x_0$, $t=t_1$ da x=l bo‘lsin. U holda, (5) formula orqali $0=\sin\alpha$, $l=A\cdot\sin(kt+\alpha)$ -ni yozamiz, bundan $\alpha=0$, $A=l/\sin kt$ bo‘ladi va (3) tenglamaning yechimi (agar faqat $t_1\neq\pi/2=T/2$ bo‘lsa) $x=(l/\sin kt_1)\sin kt$ bo‘ladi, agar $t_1=\pi/2$ (yoki $2\pi/k$ va h.) bo‘lsa, u holda A -ni aniqlash uchun $l=A\sin\pi$ tenglama tuzamiz, lekin $l\neq0$ bo‘lganda u tenglamani qoniqtirmaydi, natijada masala echimga ega bo‘lmaydi. Agar l=0 va $t_1=\pi/2$ bo‘lsa, A -ni aniqlash uchun $0=A\sin\pi$ tenglama hosil qilamiz, ya’ni A-ning ixtiyoriy qiymatlarida ham tenglamani qoniqtiradi. Demak (3) tenglamaning echimi $x=A\sin kt$ ko‘p bo‘lishi mumkin, A-ixtiyoriy son.

Shunday qilib, boshlang‘ich shartlarsiz, ya’ni chegaraviy shartlar berilgan masalalar bir necha yechimga yoki, umuman, echimga ega bo‘lmasliklari mumkin ekan. Ko‘rilgan xususiy holda, agar masalaning sharti bo‘yicha t=0 da $x=x_0$ bo‘lsa, u holda yarim davrdan keyin ham, ya’ni $t_1=\pi/k$ bo‘lganda ham x=0 bo‘lishi kerak. Shuning uchun, $t_1=\pi/k$ bo‘lganda $x=l\neq0$ bo‘lishi mumkin emas va $t_1=\pi/k$ bo‘lganda x=l=0 bo‘lishi doimo bajariladi, ya’ni ixtiyoriy A amplituda bilan.

Erkin tebranishlarning xossalari. Mavzuning so‘nggida erkin tebranishlarning muhim xossalari bilan tanishtirib o‘tamiz: 1) amplituda va boshlang‘ich faza, boshlang‘ich (yoki chegaraviy) shartlarga *bog‘liq* bo‘ladi; 2) chastota k va o‘z navbatida davr T boshlang‘ich (yoki chegaraviy) shartlarga *bog‘liq bo‘lmaydi* [ular (2) va (7) tengliklar orqali aniqlanadi] va tebranuvchi sistemaning o‘zgarmas xarakteristikasi hisoblanadi. (*Xuddi mana shu ikkinchi xossasiga asosan soat mexanizmlari ixtiro etilgan*).

Bundan xulosa qilib shuni aniqlash mumkin ekanki; agar masalada faqat davr (yoki chastota)ni aniqlash talab etilsa, u holda harakatning differentsial tenglamasini tuzib, uni (3) ko‘rinishga keltirish kerak ekan. So‘ngra undan T (yoki k) ning qiymatini integrallamasdan turib (7) formula orqali aniqlash mumkin ekan.

Yuqorida ko‘rib o‘tilgan tebranma harakat *chiziqli* deb ataladi, chunki ularning differentsial tenglamalari chiziqli funktsiyalardan tashkil topgan. Ushbu tebranma harakatlarning davri boshlang‘ich (yoki chegaraviy) shartlarga va amplitudaga bog‘liq emasligi chiziqli tebranma harakatlarning eng asosiy xossalaridan biri hisoblanadi. Harakati chiziqsiz differentsial tenglamalar orqali tuzilgan tebranma harakatlar, *chiziqsiz* deb ataladi; ular yuqoridagi xossalarga ega emaslar.

Nuqtaning erkin tebranma harakatiga o‘zgarmas kuchning ta’siri. Faraz qilaylik, moddiy M nuqtaga, O markazga intilgan muvozanatlovchi $\overline{F}$ (son qiymati F=c·OM) kuchdan tashqari, moduli va yo‘nalishi o‘zgarmas bo‘lgan $\overline{P}$ -kuch ham ta’sir qilsin (shakl). Bunday holatda, M nuqtaning muvozanat holati O markazda bo‘lmay qoladi va u yangi O_1 nuqtada bo‘ladi. CHunki shu O_1 nuqtada $\overline{P}$ kuchi bilan $\overline{F}$ kuchi o‘zaro muvozanatlashadi va bu $OO_1=\lambda_{st}$ masofa $s\lambda_{st}=R$ formula orqali aniqlanadi, ya’ni

$$\lambda_{st}=R/c \qquad (10)$$

λ_{cn} -qiymat, *statik og‘ish* deb ataladi.

O_1-nuqtani koordinata boshi deb tanlab olaylik va O_1x o‘qni $\overline{P}$ kuchning yo‘nalishi bo‘yicha yo‘naltiraylik. U holda $F_x=-c(x+\lambda_{ct})$ va $R_x=R$ bo‘ladi. Natijada (1) tenglama (10) formulaga asosan $s\lambda_{st}=R$ ekanligini hisobga olib, nuqta harakatining differentsial tenglamasini tuzamiz, ya’ni $m\ddot{x}=-cx$ yoki $x''+k^2x=0$ bo‘ladi..

Ushbu tenglama, [bu erdagi k- (2) formula orqali aniqlanadi] (3) tenglama bilan bir xil bo‘ladi. Bunga asosan xulosa qilib, shuni aytish mumkinki: *o‘zgarmas kuch, tebranma harakatning xarakteristikasini hech qanday o‘zgartirmas ekan, faqat tebranish markazini kuchning yo‘nalishi tomonga qarab statik og‘ish λ_{st} -ga teng bo‘lgan (OO_1) masofaga surar ekan xolos.*

Tebranish davrini λ_{st}-orqali ifodalaymiz. (10) va (2) formulalar orqali $k^2=R/m\lambda_{st}$-ni aniqlaymiz. U holda (7) tenglikdan,

$$T=2\pi\sqrt{m\lambda_{ст}/P} \tag{11}$$

Shunday qilib, tebranish davri statik og‘ish λ_{st}-ning kvadrat ildiziga to‘g‘ri proportsional ekan.

Xususiy holda, agar $\overline{P}$ kuchning o‘rnida og‘irlik kuchi qatnashsa, u holda R=mg bo‘ladi va (11) formula quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$T=2\pi\sqrt{\lambda_{ст}/g} \tag{11'}$$

1-masala. AV vertikal prujinaning V uchiga yuk osib qo‘yiladi va boshlang‘ich tezliksiz qo‘yib yuboriladi. Agar yuk muvozanat holatda prujinani λ_{st} (prujinaning statik uzayishi) qiymatga uzaytiriladigan bo‘lsa, shu yukning harakat qonuni aniqlansin.

Yechish. Koordinata boshi O nuqtani prujinaning statik muvozanat holatga joylashtiramiz va Ox o‘qini vertikal pastga yo‘naltiramiz (shakl). Elastiklik kuchi $F=c\lambda$. Ushbu masalada $\lambda=\lambda_{st}+x$ bo‘ladi. Shu sababli, $F_x=-c(\lambda_{st}+x)$.

Harakatning differentsial tenglamasini tuzamiz,

$$m\ddot{x}=-c(\lambda_{st}+x)+R$$

Lekin, masalaning shartiga ko‘ra $R=mg=c\lambda_{st}$ (muvozanat holatda og‘irlik kuchi R bilan elastiklik kuchi $c\lambda_{st}$ o‘zaro muvozanatlashadilar); Natijada $c/m=g/\lambda_{st}=k^2$,belgilash kiritib, quyidagini yozamiz,

$$x'' + k^2x=0$$

Bu tenglamani echmasdanoq, (11’) formula orqali tebranish davrini aniqlaymiz, $T=2\pi/k=2\pi\sqrt{\lambda_{ст}/g}$

Yuqorida ko‘rib o‘tganimizdek, ushbu differentsial tenglamaning echimi [(4) formula], quyidagicha bo‘ladi,

$$x=C_1\sin kt+C_2\cos kt,$$

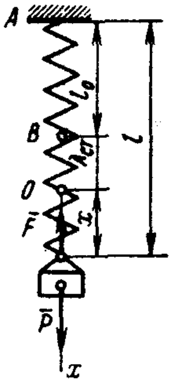
Boshlang‘ich shartlarga asosan, t=0 da $x=-\lambda_{st}$, $v_x=0$. Hamda

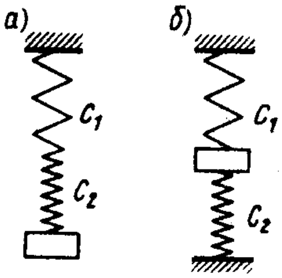
$$v_x=\dot{x}=kS_1\cos kt- kS_2\sin kt,$$

bu tenglamalardan integral doimiylarini aniqlaymiz, ya’ni $S_2=-\lambda_{st}$, $S_1=0$.

Demak, nuqta $x=-\lambda_{st}\cos kt$ qonuniyat bilan tebranma harakat qilar ekan (bu erdagi λ_{st}-tebranish amplitudasi).

2-masala. Qattiqlik koeffitsientlari s_1 va s_2 bo‘lgan ikkita ketma ket





1-shakl 2-shakl

ulangan prujinalarga osib qo‘yilgan R yuk (2a-shakl)ning tebranish davri aniqlansin.

Yechish. Har bir prujina statik holatda R kuch bilan tortilmoqda. Demak, prujinalarning statik uzayishlari $\lambda_{st1}=R/s_1$, va $\lambda_{st2}=R/s_2$. U holda prujinalarning umumiy uzayishi

$$\lambda_{st}=\lambda_{st1}+\lambda_{st2}=R\left(\frac{1}{c_1}+\frac{1}{c_2}\right)=R\frac{c_1+c_2}{c_1c_2}$$ ga teng bo‘laadi.

$R=s_{ekv}\lambda_{st}$ bo‘lganligi sababli, yuqoridagi formuladan,

$$s_{ekv}=\frac{c_1+c_2}{c_1c_2}$$

bu yerdagi s_{ekv}-ekvivalent prujinaning qattiqlik koeffitsienti, ya’ni shu ikkita prujinaning o‘rnini bosuvchi yagona prujinaning qattiqligi. Xususiy xolda, agar $s_1=s_2=s$ bo‘lsa, $s_{ekv}=s/2$ bo‘ladi.

Tebranish davri (11’) formula orqali aniqlanadi,

$$T=2\pi\sqrt{\lambda_{ст}/g}=2\pi\sqrt{\frac{P}{g}\frac{c_1+c_2}{c_1c_2}}$$

3-masala. Oldingi masalani, yuk prujinalarga 2b-shakldagidek osilgandagi holati uchun echilsin.

Yechish. Ushbu holatda, ikkala prujinaning statik uzayishi (siqilishi) o‘zaro teng bo‘ladi. Hamda og‘irlik kuchi R, $\lambda_{st1}=R/s_1$, va $\lambda_{st2}=R/s_2$ lardan iborat elastik kuchlari bilan muvozanatlashadi, ya’ni $R=(s_1+s_2)\lambda_{st2}$. Bundan $s_{ekv}=(s_1+s_2)$ bo‘ladi. Natijada tebranish davri

$$T=2\pi\sqrt{\lambda_{ст}/g}=2\pi\sqrt{\frac{P}{g(c_1+c_2)}}$$

4-masala. Agar muvozanatlovchi kuch $\overline{F}$ ning moduli O markazgacha bo‘lgan masofaning kubiga proportsional ravishda o‘zgarsa, massasi m -ga teng bo‘lgan nuqtaning tebranish davri aniqlansin (1 shakl). $F=-c_1x^3$, bu erdagi s_1 - berilgan koeffitsient. Harakatni kuzatish boshlanganda, ya’ni t=0 da $x=x_0$, $v_0=0$.

Yechish. Nuqtaning differentsial tenglamasini (14) ko‘rinishda tuzamiz; Natijada quyidagi chiziqli bo‘lmagan differentsial tenglama hosil bo‘ladi,

$$mv_x \frac{dv_x}{dt} = -cx^3 \quad \text{yoki} \quad \frac{d(v_x^2)}{dx} = -n^2x^3; \quad \text{bu erda} \quad n^2 = \frac{c_1}{m}$$

Oxirgi tenglamani ikkala tomonini dx -ga ko‘paytirib yuboramiz va (boshlang‘ich shartlarga muvofiq bo‘lgan) tegishlicha (o‘ng tomonini x_0 dan x-gacha, chap tomonini 0 dan v_x gacha) chegaralarda aniq integral olamiz,

$$v_x^2/2= n^2(x_0^4-x^4)/4 \qquad \text{(a)}$$

Lekin t=0 da $v_x=0$ bo‘lgani sababli, nuqta $\overline{F}$ kuch ta’sirida chap tomonga qarab siljiy boshlaydi, natijada $v_x<0$ bo‘ladi. (a) tenglamadan ko‘rinib turganidek, $x=-x_0$ bo‘lganida $v_x=0$ bo‘ladi va nuqta $\overline{F}$-kuchi ta’sirida ($x<0$ va $c_1x^2<0$ hamda $F_x>0$ bo‘lganda) o‘ng tomonga qarab harakatlanib, $x=x_0$ holatga keladi va yana $v_x=0$ bo‘ladi va h.k. Shunday qilib, nuqta x_0-ga teng amplituda bilan tebranma harakat qiladi.

Masalani echishni davom etdirish uchun (a) formulaga $dx/dt=v_x$ ni qo‘yamiz; $v_x<0$ ekanligini hisobga olsak,

$$\frac{dx}{dt}=-\frac{n}{\sqrt{2}}\sqrt{x_0^4+x^4} \quad \text{va} \quad dt=-\frac{\sqrt{2}}{n}\frac{dx}{\sqrt{x_0^4-x^4}}$$

Yuqoridagi mulohazalarga asosan nuqta $x=x_0$ holatdan $x=0$ (O nuqtagacha) holatga davrning to‘rtdan bir qismida ko‘chadi. Shu sababli,

$$\frac{T}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{n}\int_{x_0}^{0}\frac{dx}{\sqrt{x_0^4-x^4}}$$

$x=x_0z$-belgilash kiritamiz, (z- o‘zgaruvchan bo‘lgan yangi qiymat) va x=0 da z=0, hamda $x=x_0$ da z=1 bo‘lishini e’tiborga olib,

$$T=\frac{4\sqrt{2}}{nx_0}\int_0^1\frac{dz}{\sqrt{1-z^4}} \text{ ni yozamiz.}$$

Tenglamaning o‘ng tomonidagi aniq integralning (bu, elliptik integralning xususiy ko‘rinishi) echimi tegishli jadvaldan aniqlanadi; u taqriban olganda 1,31 ga teng bo‘ladi, natijada

$$T\approx 7,4/nx_0$$

Ko‘rinib turganidek, chiziqli bo‘lmagan bunday tebranma (chiziqli tebranma harakatga nisbatan) harakatda tebranish davri x_0-ga bog‘liq bo‘lar ekan va x_0 ortgan sari tebranish davri kamayib borar ekan.

Yopishqoq muhitlarning qarshiligi ta’siridagi erkin tebranma harakatni tekshirib ko‘ramiz. Yopishqoq muhitlar (turli yog‘lar, suv va boshqa suyuqliklar) ning qarshiliklari nuqtaning tezligiga to‘g‘ri proportsional ravishda o‘zgaruvchan funktsiyadan iborat bo‘ladi, masalan $\overline{R}=-\mu\overline{v}$ (manfiy ishora,

kuchni tezlikka teskari yo‘nalishda ekanligini ko‘rsatib turibdi).

Nuqtaning harakatida muvozanatlovchi $\overline{F}$ kuch va muhit qarshiligi kuchi $\overline{R}$, ta’sir etsin (shakl). U holda $F_x=-cx$, $R_x=-\mu v_x=-\mu x'$ bo‘lganligi uchun, shu nuqtaning harakat differentsial tenglamasi quyidagicha yoziladi

$$m x''=-cx-\mu x'$$

Tenglamaning ikkala tomonini m-ga bo‘lib yuborib, tegishli belgilashlar kiritsak,

$$x''+2b x'+k^2x=0 \qquad (12)$$

bu erdagi

$$k^2=c/m; \quad 2b=\mu/m \qquad (13)$$

k va b -qiymatlarning o‘lchov birliklari bir xil (1/vaqt); shu sababli ularni o‘zaro solishtirish mumkin.

(12) tenglama *tezlikka proportsional bo‘lgan qarshilik ta’siridagi erkin tebranma harakatning differentsial tenglamasi* deb ataladi. Uning echimini (3) tenglamadagi kabi $x=e^{nt}$ ko‘rinishda axtariladi. Ushbu x-ning qiymatini (12) ga qo‘ysak, xarakteristik tenglama kelib chiqadi, uning ildizlari

$$n_{1,2}=-b\pm\sqrt{b^2-k^2} \qquad (14)$$

1. Agar, k>b bo‘lsa, ya’ni muvozanatlovchi kuchga nisbatan qarshilik kuchi kichkina bo‘lsa, quyidagi belgilash kiritilgandan so‘ng

$$k_1=\sqrt{k^2-b^2} \qquad (15)$$

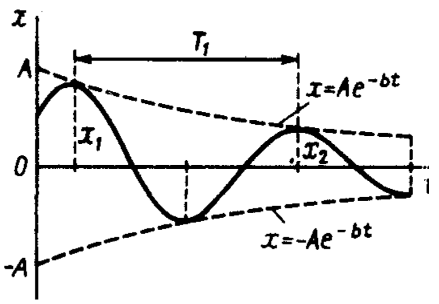
(14) ifoda $n_{1,2}=-b\pm ik_1$ ko‘rinishga keladi, ya’ni **xarakteristik tenglama**ning ildizlari kompleks sonlardan iborat bo‘lar ekan. U holda (12) tenglamaning umumiy echimi, (3) tenglamaning echimidan faqat e^{-bt}-ko‘paytmaga farq qilar ekan xolos, ya’ni

$$x=e^{-bt}(C_1\sin k_1t+C_2\cos k_1t) \qquad (16)$$

yoki (5) formula kabi o‘zgartirilsa,

$$x=A e^{-bt}\sin(k_1t+\alpha) \text{ bo‘ladi,} \qquad (17)$$

(17) formuladagi A va α -lar integral doimiylari hisoblanadi va ularning son



shakl.

qiymatlari boshlang‘ich shartlar yordamida aniqlanadi.

(17) tenglama bo‘yicha sodir bo‘ladigan harakat, so‘nuvchi harakat bo‘ladi, chunki tenglamada e^{-bt} dan iborat ko‘paytma bo‘lganligi sababli, x=OM (shakl) qiymat vaqt o‘tishi bilan kamayib borib nolga intiladi.

Ushbu tebranma harakatning grafigi shaklda tasvirlangan (grafik ikki tarafdan $x=A\,e^{-bt}$ va $x=-A\,e^{-bt}$ punktir egri chiziqlar ichiga olingan, chunki $\sin(kt+\alpha)$ ning son qiymati 1-dan oshmaydi).

T_1 vaqt oralig‘ini so‘nuvchi tebranishlar davri deb ataladi va u $\sin(kt+\alpha)$ ning davriga teng bo‘lib, uning qiymati

$$T_1=\frac{2\pi}{k_1}=\frac{2\pi}{\sqrt{k^2-b^2}} \qquad (18)$$

Bir davr ichida, nuqta to‘la bir marta tebranadi, ya’ni x=0 holatdan (shakl) o‘ng tomonga qarab harakat boshlasa, bir davr o‘tgandan so‘ng yana shu nuqtadan yana o‘ng tomonga harakat boshlaydi. Agar (7) tenglikni e’tiborga olsak (18) formula quyidagi ko‘rinishga keladi,

$$T_1=\frac{2\pi}{k\sqrt{1-b^2/k^2}}=\frac{T}{\sqrt{1-b^2/k^2}}\approx T\left(1+\frac{1}{2}\frac{b^2}{k^2}\right) \qquad (18')$$

Bundan ko‘rinib turibdiki, $T_1>T$, ya’ni muhit qarshiligi ta’sirida tebranish davri ortar ekan, lekin qarshilik kuchi juda oz miqdorda bo‘lsa (ya’ni $b\ll k$), u holda b^2/k^2 nolga yaqin son bo‘lib, natijada $T_1\approx T$ bo‘ladi. Demak, kichkina qarshilik kuchi tebranish davriga ta’sir etmas ekan.

Tebranayotgan nuqtaning ketma ket o‘ng (yoki chap) tomonga ikkita maksimum og‘ishiga ketgan vaqt ham T_1[8] -ga teng bo‘lar ekan. Demak, agar birinchi maksimal og‘ishi x_1, t_1 -vaqtga to‘g‘ri kelsa, undan keyingi maksimal og‘ish vaqti $t_2=t_1+T_1$ ga to‘g‘ri keladi va h.k. U holda (17) formula orqali, $k_1T_1=2\pi$ ekanligini hisobga olsak,

[8] x -ning maksimum va minimum qiymatlaridagi vaqtlar, $dx/dt=Ae^{-bt}[k_1\,\mathrm{sos}(k_1t+\alpha)-b\sin(k_1t+\alpha)]=0$ tenglama orqali aniqlanadi. Agar qandaydir $t=t_1$ vaqtda kvadrat qavs nolga teng bo‘lsa, u t_1+T_1, t_1+2T_1 - va h.k. vaqtlarda ham nolga teng bo‘ladi, chunki $k_1T_1=2\pi$.

$$x_1=A\,e^{-bt_1}\sin(k_1t_1+\alpha)$$

$$x_2=A\,e^{-b(t_1+T_1)}\sin(k_1t_1+k_1T_1+\alpha)=x_1\,e^{-bT_1}$$

Xuddi shunday ifodani har qanday ketma ket x_{n+1} ikkita og‘ish uchun $x_{n+1}=x_n\,e^{-bT_1}$ yozishimiz mumkin, Shunday qilib, tebranishning qulochi (razmaxi) geometrik progressiya bo‘yicha sekin asta kamayib borar ekan. Ushbu progressiya’ning mahraji e^{-bT_1}-ni *tebranish dekrementi* deb ataladi va uning logarifm modulini, ya’ni bT_1-ni *logarifmik dekrement* deb ataladi.

Yuqorida olingan natijalardan shuni aniqlash mumkin ekanki, kichkina qarshilik kuchi tebranishning davriga katta ta’sir ko‘rsatmas ekan, lekin har-bir tebranishda asta sekin tebranish qulochi (razmax) geometrik progressiya bo‘yicha kamayib borar ekan.

2. b>k bo‘lsin, ya’ni qarshilik kuchi muvozanatlovchi kuchdan katta bo‘lsin. Quyidagi b^2-k^2=r^2 belgilash kiritamiz va (14) xarakteristik tenglamaning ildizlari $n_{1,2}$=-b±r dan iborat bo‘lib, ikkala ildizi ham haqiqiy va manfiy (chunki r<b) sonlardan iborat bo‘lar ekan. Demak, b>k bo‘lgandagi nuqta harakatining (12) differentsial tenglamasining echimi,

$$x=C_1\,e^{-(b+r)t}+C_2\,e^{-(b-r)t}$$

e^{-at}-funktsiya (a>0) vaqt mobaynida monoton (muntazam) kamayib borib, nolga intilganligi uchun, bunday harakat tebranma harakat bo‘lmaydi va muvozanatlovchi kuch ta’sirida asta sekin (asimptotik ravishda) muvozanat x=0 holatga keladi. Agar t=0 da $x=x_0>0$ va $v_x=v_{x0}$ bo‘lsa, bunday harakatning grafigi v_{x0} bog‘liq ravishda shakldagi egri chiziqlardan biri ko‘rinishida bo‘ladi; (1-$v_{x0}>0$ bo‘lganda; 2- $v_{x0}<0$ bo‘lganda va $|v_{x0}|$ kichkina bo‘lganda; 3- $v_{x0}<0$ bo‘lganda va $|v_{x0}|$ katta bo‘lganda; ushbu natijalarning sifat ko‘rsatkichlari fizik mulohazalar orqali aniqlanadi). Agar $x_0<0$ bo‘lsa, grafiklarning ko‘rinishi aslo o‘zgarmaydi,(faqat Ot o‘q atrofida 180° ga aylanib qoladi, ya’ni ko‘zgudagi teskari tasvirga aylanib qoladi); va nihoyat $x_0>0$ va $v_{x0}=0$ bo‘lsa (1-egri chiziq) t=0 vaqtda o‘zining maksimal V holatida bo‘ladi.

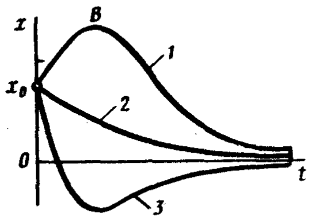
3. Mavzuning so‘ngida b=k bo‘lgan holatni ko‘rib o‘tamiz. Bu holda (14) xarakteristik tenglamaning ildizlari $n_{1,2}$=±b bo‘ladi. ya’ni son qiymatlari bir xil, lekin ishoralari qarama-qarshi bo‘ladi va (12) tenglamaning umumiy echimi, quyidagi ko‘rinishga keladi,

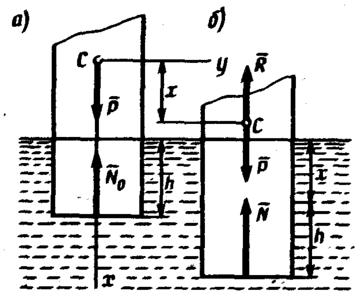
$$x=e^{-bt}(C_1+C_2t)$$

Bu holda ham nuqta tebranma harakatda bo‘lmaydi va vaqt o‘tishi bilan tebranmagan holda egri chiziqli harakat qilib asta-sekin (asimptotik ravishda) muvozanat, ya’ni x=0 holatga yaqinlasha boradi{Lopital qoidasiga ko‘ra, agar

$t\to\infty$ intilsa $\lim(t/e^{bt})= \lim(1/be^{bt})=0$] va shaklning 3-grafigi bo‘yicha harakat qiladi.

Masala. Solishtirma og‘irligi -γ bo‘lgan suyuqlikka qisman cho‘ktirilgan (massasi -m, ko‘ndalang kesim yuzasi-S bo‘lgan) tsilindrni muvozanat holatdan





chiqarib yuboriladi, natijada tsilindr tebranma harakat qila boshlaydi. Agar tsilindrning tebranma harakatiga suyuqlik (muhit) tomonidan ko‘rsatiladigan qarshilik kuchi $\overline{R}=-\mu\overline{v}$-dan iborat bo‘lsa, shu tsilindrning so‘nuvchi tebranma harakati aniqlansin

Yechish. Muvozanat holatda (a shakl) tsilindrga og‘irlik kuchi $\overline{P}$ va tsilindr tomonidan siqib chiqarilgan suyuqlikning og‘irligiiga teng bo‘lgan arximed kuchi $\overline{N}_0$, ya’ni $N_0=\gamma Sh$ (h-tsilindrning suvga cho‘kib turgan qismining muvozanat holatdagi balandligi) ta’sir etadi.

Tsilindrning og‘irlik markazi joylashgan S nuqtadan vertikal pastga qaratib Ox o‘qini o‘tkazamiz va tsilindrning S markazini boshlang‘ich holatidan ixtiyoriy *x* masofada pastroqda tasvirlaymiz (b shakl). Tsilindrning ushbu holatida, unga: og‘irlik kuchi $\overline{P}$, arximed qarshilik kuchi $\overline{N}_0$ va suyuqlikning qarshilik kuchi $\overline{R}$-(bu kuchning yo‘nalishi, har doim tsilindrning tezligiga teskari yo‘nalishda bo‘ladi)lar ta’sir etadi; $\overline{P}$ va $\overline{R}$ kuchlarni S nuqtaga vektor shaklida qo‘yamiz. Silindrning cho‘kishi qo‘shimcha ravishda *x* masofaga ortganligini e’tiborga olsak, arximed kuchining moduli $N=\gamma S(h+x)$ bo‘ladi (bundan ko‘rinib turibdiki, arximed kuchi *x* masofaga proportsional ravishda muvozanatlovchi kuch bo‘lib xizmat qilmoqda).

Silindrning ilgarilanma harakatining differentsial tenglamasini S_x o‘qidagi proektsiyasini yozamiz:

$$m\,x''=R_x+N_x+R_x \quad \text{yoki} \quad m\,x''=R-(N_0+\gamma Sx)-\mu v_x.$$

Silindrning muvozanat holatida $R=N_0$ bo‘lishini va quyidagi belgilashlarni kiritsak,

$$\gamma S/m=k^2,\ \ \mu/m=2b \qquad \text{(a)}$$

yuqoridagi differentsial tenglama (12) formuladagi ko‘rinishga keladi, ya’ni

$$x'' + 2b\,x' + k^2x = 0$$

U holda (a) belgilashlarni e’tiborga olib (18) formuladan so‘nuvchi tebranma harakatning davrini aniqlasak, u quyidagicha bo‘ladi:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\gamma S / m - \mu^2 / 4m^2}}\ .$$

Takrorlash uchun savollar:

1. Moddiy nuqtaning erkin tebranishlari deb qanday harakatga aytiladi?
2. Erkin tebranma harakat sodir bo‘lishi uchun qaysi shartlar bajarilishi shart.
3. Tebranish chastotasi deb qanday qiymatga aytiladi?
4. Tebranish davri nima?
5. Tebranish amplitudasi nima?
6. Muhit qarshiligi ta’siridagi so‘nuvchi tebranishlar deb qanday harakatlarga aytiladi?
7. Muhit qarshiligi qanday bo‘lganda so‘nuvchi tebranishlar sodir bo‘ladi?
8. So‘nish dekrementi deyilganda nimani tushunish lozim?
9. Logarifmik so‘nish dekrementi qanday aniqlanadi?
10. Erkin tebranishlar chastotasi bilan so‘nuvchi tebranishlar chastotasi orasidagi matematik bog‘lanishni yozib bering?
11. Tebranish amplitudalari nimalarga bog‘liq bo‘ladi?
12. CHiziqsiz tebranishlar deb qanday tebranishlarga aytiladi?
13. Kichik tebranishlarda tebranish amplitudasi, tebranish chastotasiga bog‘liq bo‘ladimi?

Mexanik tizim. Qattiq jismning inersiya momentlari.

13-14-mavzu. Mexanik tizim. Qattiq jismning inersiya momentlari. Mexanik tizim umumiy teoremalari.

Reja:

1. Mexanik sistema. Ichki va tashqi kuchlar
2. Massalar markazi.
3. Moddiy nuqta va mexanik sistema harakat miqdorini o’zgarishi haqidagi teorema.

Tayanch so‘z va iboralar:

Mexanik sistema, ichki va tashqi kuchlar, massalar markazi, radius vektor, statik moment, inertsiya moment, harakat miqdori, harakat miqdor moment.

Harakatlari o`zaro bir-biriga bog`liq moddiy nuqtalar sistemasi mexanik sistema deyiladi. Mexanik sistema erkin va bog`langan holatda bo`lishi mumkin.

Mexanik sistema nuqtalarining harakati hech qanday sabab bilan chegaralanmagan ya'ni nuqtalar orasidagi bog`lanishlar o`zaro ta'sir kuchidan iborat bo`lsa, mazkur sistema erkin bo`ladi.

Mexanik sistema nuqtalarining harakati biror sabab bilan chegaralangan ya'ni mazkur sistema nuqtalariga bog`lanishlar qo`yilgan bo`lsa u bog`lanishdagi sistema deb ataladi.

Erkin mexanik sistemaga misol qilib Quyosh sistemasini olish mumkin, chunki Quyosh va planetalar o`zaro butun olam tortilish kuchi ta'sirida bo`ladi.

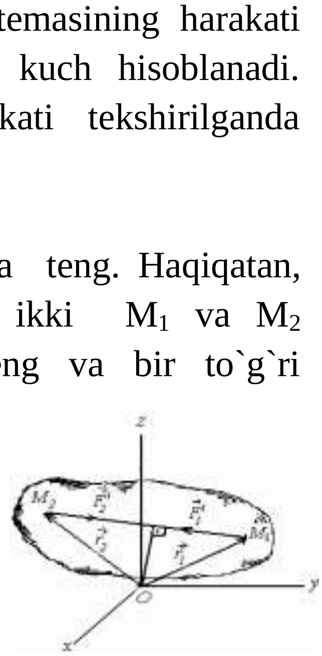
Bog`lanishdagi mexanik sistemaga har qanday mashina mexanizmlarini misol keltirish mumkin. Chunki mashina mexanizmlarining qismlari bir-birlari bilan sharnirlar, sterjenlar, qayishlar yoki tishli q'ildiraklar vositasida bog`langan bo`ladi.

Sistemaning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofa o`zgarmay qolsa, u o`zgarmas sistema deb ataladi. Bunday sistemaga qattiq jism misol bo`la oladi. Mexanik sistemaga ta'sir qiluvchi kuchlar shartli ravishda ichki va tashqi kuchlarga ajratiladi. Mexanik sistemani tashkil etuvchi nuqtalarning o`zaro ta'siri ichki kuchlar deyiladi. Mexanik sistema tarkibiga kirmaydigan jism (nuqta)lar tomonidan qo`yilgan kuchlar tashqi kuchlar deb ataladi.

Ichki kuchlar F^i, tashqi kuchlar F^e , shuningdek, ichki kuchlar bosh vektori R^i , tashqi kuchlar bosh vektori R^e bilan belgilanadi. Biror sistema uchun tashqi deb hisoblanadigan kuch ikkinchi sistemaga nisbatan ichki kuch bo`lishi ham mumkin. Masalan, butun Quyosh sistemasining harakati tekshirilganda planetalarning o`zaro tortish kuchi ichki kuch hisoblanadi. Yerning o`z orbitasi bo`ylab Quyosh atrofidagi harakati tekshirilganda tortish kuchi tashqi kuch bo`ladi.

Ichki kuchlar xossalarini ko`rib chiqamiz.

1.Sistema ichki kuchlarining bosh vektori nolga teng. Haqiqatan, Nyutonning III qonuniga ko`ra sistema ixtiyoriy ikki $M_1$ va $M_2$ nuqtalarining o`zaro ta'sir kuchlari miqdor jihatdan teng va bir to`g`ri chiziq bo`ylab qarama-qarshi tomonga yo`nalgan $\vec{F}^i_{12} = -\vec{F}^i_{21}$. Binobarin, $\vec{F}^i_{12} + \vec{F}^i_{21} = 0$.



Bu xulosani sistemaning barcha nuqtalari uchun tatbiq etish mumkin. Shunday qilib,

$$\vec{R}^i = \sum \vec{F}^i_\nu = 0$$

buni Dekart koordinata o`qlariga proyeksiyalasak,

$$R^i_x = \sum F^i_{\nu x} = 0,$$

$$R^i_y = \sum F^i_{\nu y} = 0, \qquad R^i_z = \sum F^i_{\nu z} = 0$$

hosil bo`ladi.

4. Ichki kuchlarning biror markazga nisbatan bosh momenti nolga teng.

$$\vec{M}_0^i = \sum \vec{m}_0 (\vec{F}_\nu^i) = 0$$

Bu xossaning o`rinli bo`lishi ham Nyutonning uchinchi qonunidan foydalanib ko`rsatiladi. Buni Dekart koordinata o`qlariga proyeksiyalasak,

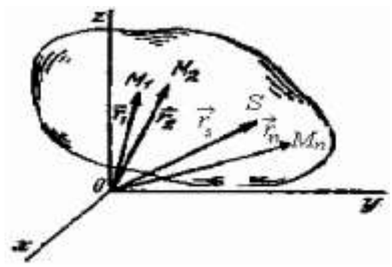
$$M_x^i = \sum m_x (\vec{F}_\nu^i) = 0, \quad M_y^i = \sum m_y (\vec{F}_\nu^i) = 0, \quad M_z^i = \sum m_z (\vec{F}_\nu^i) = 0$$

kelib chiqadi.

Ichki kuchlarning bu xossalaridan ichki kuchlar o`zaro muvozanatlashadi degan natija kelib chiqmaydi, chunki bu kuchlar sistemaning turli nuqtalariga qo`yilgan. Shuning uchun ichki kuchlar sistema nuqtalarining o`zaro ko`chishiga ta’sir qiladi. Absolyut qattiq jism o`rganilayotganda ichki kuchlar muvozanatlashuvchi kuchlar sistemasini tashkil etadi.

Mexanik sistemaning harakati faqat ta’sir kuchlarigagina bog`liq bo`lmay, balki massaning taqsimlanishiga bog`liq. Bunday kattaliklar haqidagi ta’limot massalar geometriyasi deb ataladi.

Mexanik sistema $M_1, M_2, \cdots, M_n$ moddiy nuqtalardan tashkil topgan bo`lib, ularning massalari mos ravishda $m_1, m_2, \cdots, m_n$ bo`lsin.



Sistema nuqtalari massalarining arifmetik yig`indisiga sistemaning massasi deyiladi va u quyidagicha yoziladi:

$$M = \sum m_\nu$$

Radius-vektori

$$\vec{r}_S = \frac{\sum m_\nu \vec{r}_\nu}{\sum m_\nu}$$

formula yordamida aniqlanadigan geometrik nuqta –S sistemaning inersiya (massa) markazi deb ataladi. Buni Dekart koordinata o`qlariga proyeksiyalasak,

$$x_S = \frac{\sum m_\nu x_\nu}{\sum m_\nu}, \quad y_S = \frac{\sum m_\nu y_\nu}{\sum m_\nu}, \quad z_S = \frac{\sum m_\nu z_\nu}{\sum m_\nu}$$

kelib chiqadi.

Yuqoridan mos ravishda

$$M \vec{r}_S = \sum m_\nu \vec{r}_\nu$$

va

$$M x_S = \sum m_\nu x_\nu$$
$$M y_S = \sum m_\nu y_\nu$$
$$M z_S = \sum m_\nu z_\nu$$

kelib chiqadi.

Birinchi sistemaning qutbga nisbatan statik momenti, ikkinchisi esa sistemaning Oyz, Oxz, Oxy tekisliklarga nisbatan statik momenti deb ataladi.

Sistema inersiya markazini qutb deb olsak, shu markazga nisbatan sistemaning statik momenti nolga teng bo`ladi:

$$\sum m_v \rho_v = M \rho_S = 0$$

Bunda ρ_v bilan M_v nuqtaning inersiya markaziga nisbatan radius-vektori, ρ_S bilan inersiya markazini radius-vektori belgilangan.

Sistemaning inersiya markazidan o`tuvchi ixtiyoriy tekislikka nisbatan statik momenti ham nolga teng bo`ladi.

Sistemaning o`qqa, nuqtaga va tekislikka nisbatan inersiya momentlari tushunchalari bilan tanishib chiqamiz. Ixtiyoriy O nuqtadan uchta o`zaro perpendikulyar o`qlarni , shuningdek, koordinata tekisliklarini o`tkazamiz.

Sistemaning biror o`qqa nisbatan inersiya momenti deb sistema har bir zarrachasi massasini shu zarrachadan mazkur o`qqacha bo`lgan masofa kvadratiga ko`paytmasining butun sistema zarrachalari bo`yicha olingan yig`indisiga aytiladi.

Sistemaning Oz o`qqa nisbatan inersiya momentini I_z bilan belgilasak, ta'rifga muvofiq

$$I_z = \sum m_v h_v^2$$

bunda M_v nuqtadan Oz o`qqacha bo`lgan masofa h_v deb olingan.

Inersiya momentining SI sistemadagi o`lchov birligi $kgm^2$, texnik sistemada esa $kgms^2$ bo`ladi.

O`qqa nisbatan inersiya momentini hisoblaganda sistema zarrachalaridan o`qqacha bo`lgan masofani shu zarrachalar koordinatalari orqali ifodalash mumkin. $M_v$ moddiy nuqta koordinatalarini $x_v$, $y_v$, $z_v$ desak, sistemaning Ox, Oy , Oz o`qlariga nisbatan inersiya momentlari quyidagicha yoziladi:

$$I_x = \sum m_v (y_v^2 + z_v^2),$$
$$I_y = \sum m_v (x_v^2 + z_v^2),$$
$$I_z = \sum m_v (x_v^2 + y_v^2).$$

Sistemaning koordinatalar boshiga nisbatan inersiya moment

$$I_0 = \sum m_v r_v^2 = \sum m_v (x_v^2 + y_v^2 + z_v^2)$$

bo`ladi.

Yuqoridagi ifodalarni hadlab qo`shib, oxirgi ifoda bilan taqqoslasak, sistemaning koordinata boshiga nisbatan inersiya momenti bilan koordinata o`qlariga nisbatan inersiya momentlari orasidagi quyidagi bog`lanishni hosil qilamiz:

$$2I_0 = I_x + I_y + I_z$$

Sistemaning yOz, xOz, va xOy tekisliklarga nisbatan inersiya momentlari:

$$I_{yOz} = \sum m_\nu \, x_\nu^2 ,$$
$$I_{xOz} = \sum m_\nu \, y_\nu^2 ,$$
$$I_{xOy} = \sum m_\nu \, z_\nu^2$$

formulalardan foydalanib topiladi.

Bir jinsli jismning biror o`qqa nisbatan inersiya momentini uning shu o`qqa nisbatan inersiya radiusi deb ataluvchi chiziqli kattalik ρ_z dan foydalanib ham aniqlash mumkin: $I_z = M \rho_z^2$

Bir jinsli jismning o`qqa nisbatan inersiya radiusi tajribalar vositasida aniqlanib, jadvallarda berilgan bo`ladi.

Agar jismning biror o`qqa nisbatan inersiya momenti aniq bo`lsa, uning shu o`qqa nisbatan inersiya radiusini

$$\rho_z = \sqrt{\frac{I_z}{M}}$$

formuladan aniqlash mumkin.

Qattiq jismning markazdan qochma inersiya momentlari quyidagich topiladi:

$$I_{yz} = \sum m_\nu \, y_\nu \, z_\nu \quad , \quad I_{zx} = \sum m_\nu \, z_\nu \, x_\nu \quad , \quad I_{xy} = \sum m_\nu \, x_\nu \, y_\nu$$

Mexanik sistema $M_1, M_2, ..., M_n$ nuqtalardan tashkil topgan bo`lib,sistema nuqtalariga tashqi va ichki kuchlar ta'sir etadi.Bu sistemaning har bir M_ν nuqtasi uchun dinamikaning asosiy tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$m_\nu \vec{a}_\nu = \vec{F}_\nu^e + \vec{F}_\nu^i$$

M_ν nuqta radius-vektorini $\vec{r}_\nu$,tezligini $\vec{V}_\nu$ desak,uning tezlanishi:

$$\vec{a}_\nu = \frac{d\vec{V}_\nu}{dt} = \frac{d^2\vec{r}_\nu}{dt^2}$$

Shuning uchun

$$m_\nu \frac{d\vec{V}_\nu}{dt} = \vec{F}_\nu^e + \vec{F}_\nu^i$$

yoki

$$m_\nu \frac{d^2\vec{r}_\nu}{dt^2} = \vec{F}_\nu^e + \vec{F}_\nu^i$$

ν ga 1 dan n gacha bo`lgan ketma-ket qiymatlarni qo`yib mexanik sistema harakati differensial tenglamalarining vektor usulda ifodalanishini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} m_1 \dfrac{d\vec{V}_1}{dt} = \vec{F}_1^e + \vec{F}_1^i, \\ m_2 \dfrac{d\vec{V}_2}{dt} = \vec{F}_2^e + \vec{F}_2^i, \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ m_n \dfrac{d\vec{V}_n}{dt} = \vec{F}_n^e + \vec{F}_n^i \end{cases}$$

yoki

$$\begin{cases} m_1 \dfrac{d^2\vec{r}_1}{dt^2} = \vec{F}_1^e + \vec{F}_1^i \\ m_2 \dfrac{d^2\vec{r}_2}{dt^2} = \vec{F}_2^e + \vec{F}_2^i \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ m_n \dfrac{d^2\vec{r}_n}{dt^2} = \vec{F}_n^e + \vec{F}_n^i \end{cases}$$

ni Dekart koordinata o`qlariga proyeksiyalasak,mexanik sistema harakati differensial tenglamalarining koordinata usulidagi ifodalari hosil bo`ladi.Bu differensial tenglamalar soni $3n$ ta bo`ladi.

Sistema inersiya (massa) markazining unga qo`yilgan tashqi va ichki kuchlar ta'siridagi harakatini aniqlash uchun sistema harakatining differensial tenglamalaridan foydalanamiz. U quyidagicha ifodalanadi:

$$M\frac{d^2\bar{r}_S}{dt^2}=\bar{R}^e$$

ifodani moddiy nuqta harakatining differensial tenglamasi bilan taqqoslab,massa markazining harakati haqidagi teoremani hosil qilamiz:sistema massasi inersiya markazida joylashgan deb qabul qilinsa,u markaz tashqi kuchlar bosh vektori ta'sirida xuddi moddiy nuqta kabi harakatlanadi.

koordinata o`qlariga proyeksiyalasak:

$$M\frac{d^2x_S}{dt^2}=R_x^e,\qquad M\frac{d^2y_S}{dt^2}=R_y^e,\qquad M\frac{d^2z_S}{dt^2}=R_z^e$$

sistema massa markazi harakati differensial tenglamalarining koordinata usulidagi ifodalari kelib chiqadi.

Kinematikadan ma'lumki,ilgarilama harakatdagi jismning holati mazkur jism bitta nuqtasining holati bilan aniqlanar edi.Shuning uchun tenglamalarni jismning ilgarilama harakati differensial tenglamalari deb atash mumkin.

tabiiy koordinata o`qlariga proyeksiyalasak, tabiiy usuldagi massa markazi harakatining differensial tenglamasi kelib chiqadi:

$$M\frac{dV_S}{dt}=R_\tau^e\ ,\ M\frac{V_S^2}{\rho}=R_n^e$$

Inersiya markazining harakati haqidagi teoremadan quyidagi natijalar kelib chiqadi.

1.Sistemaga ta'sir qiluvchi tashqi kuchlar bosh vektori nolga teng bo`lsin,ya'ni $\vec{R}^e=0$. Bu holda (78.3) dan $\vec{V}_S=\overrightarrow{const}$ kelib chiqadi.

Demak, *sistemaga ta'sir qiluvchi tashqi kuchlar bosh vektori nolga teng bo`lsa,inersiya markazi to`g`ri chiziqli teng o`lchovli harakat qiladi.* Agar boshlang`ich paytda massa markazi tinch holatda bo`lsa, $\vec{V}_S=0$ dan $\vec{r}_S=\overrightarrow{const}$ hosil bo`ladi; ya'ni inersiya markazi berilgan koordinata sistemasiga nisbatan o`z holatini o`zgartirmaydi.

2. Sistemaga ta'sir etuvchi tashqi kuchlar bosh vektorining biror o`qdagi proyeksiyasi, masalan $R_x^e$ nolga teng bo`lsin. U holda (78.4) ning birinchisidan $a_{Sx}=0$ yoki $V_{Sx}=\dot{x}_S=const$ hosil bo`ladi.

Demak, *sistemaga ta'sir qiluvchi kuchlar bosh vektorining biror o`qdagi proyeksiyasi nolga teng bo`lsa, inersiya markazi tezligining shu o`qdagi proyeksiyasi o`zgarmas ekan.*Xususiy holda $\dot{x}_S=0$ bo`lsa , inersiya markazining $Ox$ o`q bo`yicha koordinatasi o`zgarmay qoladi: $x_S=const.$

Bu natijalar *sistema inersiya markazi harakatining saqlanish qonuni* deyiladi.

M moddiy nuqta $\vec{F}$ kuch ta'sirida bo`lsin.

Kuchning elementar vaqt oralig`dagi elementar impulsi deb kuch vektori bilan shu vaqtning ko`paytmasiga aytiladi va u quyidagicha yoziladi:

$$d\vec{S} = \vec{F}dt$$

Kuchning biror $(0,t)$ vaqt oralig`idagi impulsini aniqlash uchun ni shu vaqt oralig`ida integrallaymiz:

$$\vec{S} = \int_0^t \vec{F}dt$$

Dekart koordinata o`qlariga proyeksiyalasak, kuch impulsi vektorining koordinata o`qlaridagi proyeksiyalari kelib chiqadi:

$$S_x = \int_0^t F_x dt \ , \ S_y = \int_0^t F_y dt \ , \ S_z = \int_0^t F_z dt$$

Agar S_x, S_y, S_z ma'lum bo`lsa, kuch to`la impulsining moduli

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}$$

formuladan,yo`nalishi esa yo`naltiruvchi kosinuslari:

$$\cos(\vec{S},\wedge\vec{i}) = \frac{S_x}{S}, \cos(\vec{S},\wedge\vec{j}) = \frac{S_y}{S}, \cos(\vec{S},\wedge\vec{k})$$

bilan aniqlanadi.

Kuch impulsining birligi SI da *Ns (kgm/s)* dan iborat.

Kuch impulsi moddiy nuqtaga tashqaridan ta'sir qiluvchi jismlarning biror vaqt oralig`da nuqtaga bergan mexanik harakatini xarakterlaydi.

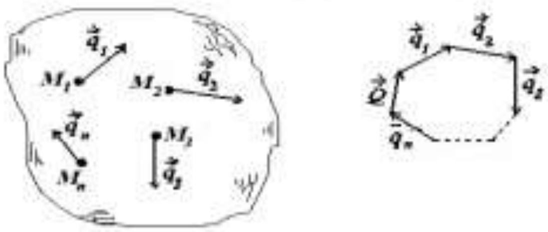
Moddiy nuqta massasi bilan tezlik vektorining ko`paytmasiga moddiy nuqtaning harakat miqdori deyiladi:

$$\vec{q} = m\vec{V}$$

tenglamadan ko'rinib turibdiki, moddiy nuqtaning harakat muqdori vektor kattalik bo`lib, u tezlik vektori bo'ylab yo`naladi. Harakat miqdorining o`lchov birligi SI da *kgm/s* dan iborat.

Mexanik sistemaning harakat miqdori deb sistemani tashkil etuvchi nuqtalar harakat muqdorlarining geometrik yig`indisiga aytiladi (rasm).

$$\vec{Q}=\sum \vec{q}_\nu=\sum m_\nu \vec{V}_\nu$$



$$m_\nu = const\ ,\ \vec{V}_\nu=\frac{d\vec{r}_\nu}{dt}$$

bo`lgani uchun

$$\vec{Q}=\frac{d}{dt}\sum m_\nu \vec{r}_\nu$$

rasm

$$\sum m_\nu \vec{r}_\nu = M\vec{r}_S$$

Natija ni quyidagi ko`rinishda yozish mumkin:

$$\vec{Q}=\frac{d}{dt}(M\vec{r}_S)=M\frac{d\vec{r}_S}{dt}$$

yoki
$$\vec{Q}=M\vec{V}_S$$

Demak, *mexanik sistemaning harakat miqdori sistema massasi bilan inersiya markazi tezligi vektorining ko`paytmasiga teng.*

harakat miqdorining o`zgarishi haqidagi teorema

$$\frac{d\vec{Q}}{dt}=\vec{R}^e$$

ifoda sistema harakat miqdorining o`zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: *mexanik sistema harakat miqdorining vaqt bo`yicha birinchi hosilasi mazkur sistemaga ta'sir qiluvchi tashqi kuchlar bosh vektoriga teng.*

ikki tomonini dt ga ko`paytirsak:

$$d\vec{Q}=\vec{R}^e\,dt$$

yoki
$$d\vec{Q}=d\vec{S}^e$$

Demak, *sistema harakat miqdorining differensiali unga ta'sir qiluvchi tashqi kuchlar bosh vektorining elementar impulsiga teng.*

Dekart koordinata o`qlaridagi proyeksiyalari quyidagicha bo`ladi:

$$\frac{dQ_x}{dt}=R_x^e\quad,\quad\frac{dQ_y}{dt}=R_y^e\quad,\quad\frac{dQ_z}{dt}=R_z^e$$

sistema harakat miqdorining biror o`qdagi proyeksiyasidan vaqt bo`yicha olingan birinchi tartibli hosila unga ta'sir qiluvchi tashqi kuchlar bosh vektorining mazkur o`qdagi proyeksiyasiga teng.

ni ma'lum vaqt oralig`ida integrallasak, sistema harakat miqdorining chekli vaqt oralig`ida o`zgarishi haqidagi teoremani yoki impulslar teoremasini hosil qilamiz:

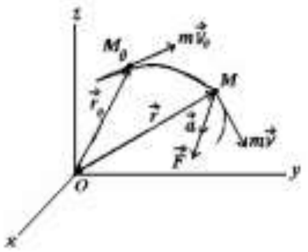
$$\vec{Q}-\vec{Q}_0=\int_0^t \vec{R}\,dt=\vec{S}^e$$

Demak,*sistema harakat miqdorining ma'lum vaqt oralig`ida o`zgarishi unga ta'sir qiluvchi tashqi kuchlar bosh vektorining shu vaqt oralig`idagi impulsiga teng.*

Dekart koordinata o`qlariga proyeksiyalasak,impulslar teoremasining skalyar ko`rinishi kelib chiqadi

$$Q_x - Q_{0x} = S_x^e$$
$$Q_y - Q_{0y} = S_y^e$$
$$Q_z - Q_{0z} = S_z^e$$

moddiy nuqta harakat miqdorining o`zgarishi haqidagi teorema quyidagi ko`rinishlarda yoziladi



$$d(m\vec{V}) = \vec{F}\,dt = d\vec{S}$$

$$m\vec{V} - m\vec{V}_0 = \int_0^t \vec{F}\,dt = \vec{S}$$

moddiy nuqta harakat miqdorining differensiali mazkur nuqtaga ta'sir qiluvchi kuchning elementar impulsiga teng.

ifodani quyidagicha o`qish mumkin: *moddiy nuqta harakat miqdorining ma'lum vaqt oralig`ida o`zgarishi nuqtaga ta'sir qiluvchi kuchning shu vaqt oralig`idagi impulsiga teng.*

Dekart koordinata o`qlariga proyeksiyalab,quyidagi ckalyar ifodalarga ega bo`lamiz:

$$mV_x - mV_{0x} = S_x\ ,$$
$$mV_y - mV_{0y} = S_y\ ,$$
$$mV_z - mV_{0z} = S_z\ .$$

Harakat miqdorining saqlanish qonuni harakat miqdori o`zgarishi haqidagi teoremaning xususiy holidan iborat. Bu xususiy hollar quyidagicha:

Agar sistemaga ta'sir qiluvchi tashqi kuchlar bosh vektori nolga teng bo`lsa, sistema harakat miqdori o`zgarmay qoladi,ya'ni:

$$\vec{R}^e = 0 \quad \text{da} \quad \vec{Q} = const$$

integrallash bilan o`rinli bo`lishini ko`ramiz.

Agar sistemaga ta'sir qiluvchi tashqi kuchlar bosh vektorining biror o`qdagi proyeksiyasi nolga teng bo`lsa, sistema harakat miqdorining shu o`qdagi proyeksiyasi o`zgarmaydi. Masalan,

$$R_x = 0 \quad \text{da} \quad Q_x = const$$

ifoda *mexanik sistema harakat miqdorining saqlanish qonunini* ifodalaydi.

Moddiy nuqta harakat miqdorining saqlanish qonuni quyidagicha bo`ladi:

$$a)\quad \vec{F} = 0 \quad da \quad \vec{q} = m\vec{V} = const\ ,$$
$$b)\quad F_x = 0 \quad da \quad mV_x = m\dot{x} = const$$

15-mavzu. Qattiq jism harakati differensial tenglamalari. Mexanik tizimning mumkin bo'lgan ko'chishlari. Lagranj 2-tur tenglamalari

Reja:

1. Dinamikaning umumiy tenglamasi.
2. Umumlashgan koordinatalar va umumlashgan tezliklar.
3. Umumlashgan kuchlar,
4. Mexanik sistemaning umumlashgan koordinatalardagi muvozanatlik sharti,
5. Lagranjning tenglamasi.

Ideal bog'lanishlar qo'yilgan moddiy nuqtalar sistemasini olib ko'raylik. Agar, sistemaning har bir nuqtasiga ularga ta'sir etayotgan aktiv kuchlar va bog'lanishlarning reaktsiya $_k$ kuchlaridan tashqari inertsiya, ya'ni =-m$_{kk}$ kuchlarini ham qo'shsak, u holda hosil bo'lgan kuchlar sistemasi Dalamber printsipiga asosan muvozanatda bo'ladi. Shu sababli, ushbu kuchlar sistemasiga mumkin bo'lgan ko'chishlar printsipini qo'llab,

$$\sum\delta+\sum\delta+\sum\delta=0$$

Lekin, (33.1) shartga ko'ra oxirgi yig'indi nolga teng bo'ladi va bunday sistema uchun mumkin bo'lgan ko'chishlar printsipi

$$\sum\delta+\sum\delta=0. \qquad (34.1)$$

Olingan natijadan quyidagi Dalamber-Lagranj printsipi kelib chiqadi: *ideal bog'lanishlar qo'yilgan mexanik sistemaning harakatida, ixtiyoriy olingan vaqt uchun unga ta'sir etuvchi aktiv kuchlarning va inertsiya kuchlarining mumkin bo'lgan ko'chishlaridagi bajargan ishlarining yig'indisi nolga teng bo'lar ekan.*

Ushbu printsipni ifodalovchi (34.1) tenglamani dinamikaning umumiy tenglamasi deb ataladi. Ushbu (34.1)tenglamaning analitik ifodasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\sum[(F_{kx}^{a}+F_{kx}^{и})\delta x_k+(F_{ky}^{a}+F_{ky}^{и})\delta y_k+(F_{kz}^{a}+F_{kz}^{и})\delta z_k]=0 \qquad (34.2)$$

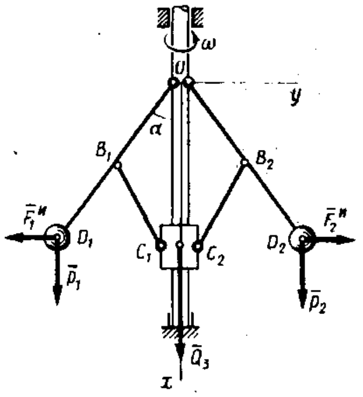
(34.1) yoki (34.2) tenglamalar yordamida, mexanik sistema harakatining differentsial tenglamasini tuzish mumkin bo'ladi.

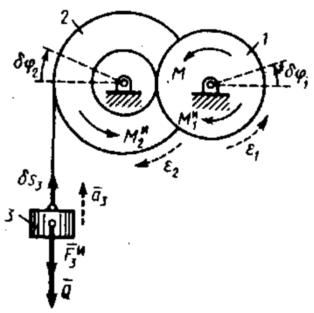
Agar, mexanik sistema bir nechta qattiq jismlardan tashkil topgan bo'lsa, har bir jismga ta'sir etayotgan aktiv kuchlar qatoriga ixtiyoriy markazga qo'yilgan inertsiya kuchlarining bosh vektoriga teng bo'lgan kuchni va momenti inertsiya kuchlarning shu nuqtaga nisbatan olingan momentlarining yig'indisiga teng bo'lgan juftni (yoki ulardan bittasini) qo'shish kerak, undan so'ng mumkin bo'lgan ko'chishlar printsipini qo'llash lozim bo'ladi.

1-masala. Vertikal o'q atrofida o'zgarmas ω burchakli tezlik bilan aylanma harakat qilayotgan markazdan qochma regulyatorning (1-shakl) har bir

D_1 va D_2 sharlarning og‘irligi r -ga teng; S_1S_2 muftaning og‘irligi Q; Agar, $OD_1=OD_2=l$, $OB_1=OB_2=B_1C_1=B_2C_2=b$ bo‘lsa, sterjenlarning og‘irligini hisobga olmasdan, α burchakning qiymati aniqlansin.

Yechish. aktiv kuchlar qatoriga, sharlarning markazdan qochma inertsiya va (muftaning inertsiya kuchi nolga teng) kuchlarni qo‘shamiz va (2) ko‘rinishdagi dinamikaning umumiy tenglamasini tuzamiz.





1-shakl 2-shakl

U holda, barcha kuchlarning koordinata o‘qlaridagi proektsiyalarini hisoblab chiqsak

$$r_1\delta x_1+ r_2\delta x_2-\delta u_1+\delta u_2+Q_3\delta x_3=0 \qquad \text{(a)}$$

Hamda, $Q_3=Q$, $r_1=r_2=r$, $==(r/g)a_D=(r/g)\omega^2 l\sin\alpha$ bo‘ladi.

Kuchlar qo‘yilgan nuqtalarning koordinatalari:

$$x_1=x_2=l\cos\alpha,\ \ y_2=-y_1=l\sin\alpha,\ \ \ x_3=2b\cos\alpha.$$

Bularni differentsiallaymiz:

$$\delta x_1=\delta x_2=-l\sin\alpha\cdot\delta\alpha,\quad \delta y_2=-\delta y_1=l\cos\alpha\cdot\delta\alpha,\quad \delta x_3=-2b\sin\alpha\cdot\delta\alpha,$$

Aniqlangan qiymatlarni (a) tenglamaga qo‘ysak,

$$[-2rl\sin\alpha+2(r/g)\omega^2 l^2\sin\alpha\cos\alpha-2Qb\sin\alpha]\delta\alpha=0,$$

ushbu tenglamani α ga nisbatan echsak, masalaning javobi aniqlanadi:

$$\text{sos}\alpha=\frac{(pl+Qb)g}{pl^2\omega^2}.$$

$\text{sos}\alpha\leq 1$ bo‘lganligi uchun, sharlar $\omega^2\geq(rl+Qb)g/rl^2$ bo‘lgandagina og‘a boshlaydilar. ω ortgan sari α ham ortib boradi va $\alpha=90°$ bo‘lganda $\omega\to\infty$.

2-masala. 2-shaklda tasvirlangan ko‘targich (podemnik) dagi og‘irligi R_1, aylanish o‘qiga nisbatan inertsiya radiusi ρ_1 bo‘lgan shesternya 1 ga burovchi M moment qo‘yilgan.

O‘qlardagi ishqalanish kuchlarini va arqonning og‘irligini hisobga olmasdan, yuqoriga ko‘tarilayotgan og‘irligi Qga teng bo‘lgan yukning tezlanishi aniqlansin. Arqon o‘ralayotgan baraban, boshqa shesternya bilan mahkam tishlashib turibdi; ularning umumiy og‘irliklari R_2 va aylanish o‘qiga nisbatan inertsiya radiusi ρ_2.. Shesternyalarning radiuslari tegishlicha r_1 va r_2, barabanning radiusi.

Yechish. Sistemaga ta'sir etayotgan aktiv kuchni (kuchlar ish bajarmaydilar) va burovchi momentni shaklda tasvirlaymiz; ular qatoriga yukning inertsiya kuchi va aylanuvchi jismlarning inertsiya kuchlarining bosh momentlari va bo'lgan juftlarni qo'shamiz. Ushbu vektorlarning modullarini aniqlaymiz:

$$F_3^и = (Q/g)a_3. \ \ ||=(R_1/g)\varepsilon_1, \ \ ||=(R_2/g)\varepsilon_2,$$

Barcha kattaliklarning yo'nalishlari shaklda ko'rsatilgan. Sistemaga mumkin bo'lgan ko'chish beramiz va (1) formulaga asosan tenglama tuzamiz:

$$-(Q+)\delta s_3+(M-)\delta\varphi_1-\delta\varphi_2=0.$$

Barcha elementar ko'chishlarni $\delta\varphi_2$ orqali ifodalaymiz:

$$\delta s_3=r\delta\varphi_2, \quad \frac{\delta\varphi_1}{\delta\varphi_2}=\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{r_2}{r_1} \quad \text{va} \ \ \delta\varphi_1=\delta\varphi_2.$$

Sistemaning harakat tenglamasini oxirgi ko'rinishini yozamiz,

$$Q(1+)r+\varepsilon_2+\varepsilon_1-M=0.$$

Ushbu tenglamalardagi ε_1 va ε_2 larni a_3 orqali ifodalab olamiz. Hamda ε_1 va ε_2 lar o'zaro ω_1 va ω_2 lar kabi bog'langan ekanligini hisobga olsak,

$$\varepsilon_2=a_3/r \ \ \varepsilon_1=r_2\varepsilon_2/r_1= r_2a_3/rr_1.$$

Natijada masalaning javobini olamiz

$$a_3=\frac{(r_2r/r_1)\cdot M-r^2Q}{r^2Q+\rho_2^2P_2+(\rho_1^2r_2^2/r_1^2)P_1}g.$$

Ushbu masalani kinetik energiyaning o'zgarishi teoremasi orqali ham echish mumkin edi.

Umumlashgan koordinatalar va umumlashgan tezliklar.

Mexanik sistemaning holatini aniqlovchi koordinata (parametr)lar soni, sistemani tashkil etuvchi nuqta(jism)larning va bog'lanishlarning soniga hamda shu sistemaga qo'yilgan bog'lanishlarning xarakteri (xossalari)ga bog'liq ravishda bo'ladi. Biz faqat geometrik (aniqrog'i, golonom) bog'lanishlar qo'yilgan mexanik sistemalarni o'rganamiz xolos. Sistemaning holatini aniqlab beruvchi erkin koordinatalar soni, sistemaning erkinlik darajasiga teng bo'ladi. Shunday koordinatalar sifatida, ixtiyoriy o'lchovli va ixtiyoriy geometrik (yoki fizik) mazmunga ega bo'lgan parametrlarni tanlab olish mumkin, masalan, to'g'ri yoki egri chiziqli kesmani, burchakni, yuzani va h.

Ixtiyoriy o'lchovli, o'zaro bog'liq bo'lmagan va mexanik sistemaning holatini bir qiymatli ifodalovchi parametrlarni *umumlashgan koordinatalar* deb ataladi va ularning soni sistemaning erkinlik darajasiga teng bo'ladi.

Umumlashgan koordinatalarni lotincha q bilan belgilash qabul qilingan. U holda, erkinlik darajasi s -ga teng bo‘lgan mexanik sistemaning holati, s -ta umumlashgan koordinatalar orqali aniqlanadi

$$q_1, q_2,...,q_s. \qquad (34.3)$$

Umumlashgan koordinatalar erkin (o‘zaro bog‘lanmagan) bo‘lganliklari sababli, ularning elementar orttirmalari

$$\delta q_1, \delta q_2,..., \delta q_s. \qquad (34.4)$$

ham erkin bo‘ladi. Hamda (34.4) dagi *har bir qiymat, boshqalariga bog‘liq bo‘lmagan holda, sistemaga mumkin bo‘lgan ko‘chish beradi*.

Har qanday bir koordinatalar sistemasidan boshqasiga o‘tilgandagi kabi, mexanik sistemaning ixtiyoriy nuqtasining dekart koordinatalari x_k, y_k, z_k -ni ham, umumlashgan koordinatalar orqali ifodalab olamiz: $x_k=x_k(q_1,q_2,..,q_s)$ va h. Shu sababli, k nuqtaning radius-vektori uchun = x_k+y_k+z_k ham tegishlicha[9]

$$=(q_1, q_2,..,q_s). \qquad (34.5)$$

1 Misol. Yassi matematik mayatnik bitta erkinlik darajasiga ega (s=1); shu sababli, uning holati bitta umumlashgan koordinata q orqali aniqlanadi. Shunday koordinata sifatida, φ burchakni, yoki AM yoyning uzunligi S -ni, yoki(harakat bitta tekislikda sodir bo‘lganligi sababli) OAM sektorning yuzasi σ -ni tanlab olish mumkin, hamda har bir umumlashgan koordinatalarning musbat va manfiy ishoralarining yo‘nalishlari belgilab qo‘yilishi shart. Ushbu misolda, umumlashgan koordinata sifatida, M nuqtaning abstsissasi x ni tanlash noqulay bo‘ladi, chunki bu koordinata nuqtaning holatini bir qiymatli qilib aniqlay olmaydi (x-ning bir xil qiymatida, mayatnik vertikalning o‘ng yoki chap tomonida bo‘lishi mumkin).

Agar, umumlashgan koordinata sifatida φ burchak tanlab olinsa, u holda burchakka δφ orttirma berib, uning mumkin bo‘lgan ko‘chishini aniqlashimiz mumkin. M nuqtaning x va u Dekart koordinatalarini φ orqali x=lsosφ, y=lsinφ ko‘rinishda ifodalab olish mumkin, bu erdagi l=OM. U holda, (34.5) tenglikka binoan, =(φ) bo‘ladi.

2 Misol. Ikkilangan yassi mayatnik (34.3 shakl) ikkita erkinlik darajasiga ega. Umumlashgan koordinatlar sifatida φ va ψ (q_1=φ, q_2=ψ) burchaklarni tanlab olishimiz mumkin. Ular o‘zaro bog‘langan emaslar, ya’ni ψ o‘zgarmas holda saqlab, φ ni o‘zgartirish mumkin yoki aksincha. O‘zaro bog‘liq bo‘lmagan δψ va δφ qiymatlar, ikkita mumkin bo‘lgan erkin ko‘chishlarni belgilab beradi. A va V nuqtalarning dekart koordinatalarini umumlashgan koordinatalar orqali:

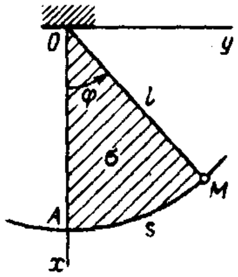
[9] Y’zuv ishlarni kamaytirish maqsadida qo’yilgan bog’lanishlarni statsionar deb hisoblaymiz (aks holda, $\bar{r}_k$ -t argumentga ham bog’liq bo’ladi). Oxirgi tenglamalarning ko’rinishi bunday cheklanishga bog’liq bo’lmaydi va nostatsionar bog’lanishlar uchun ham o’rinli hisoblanadi.

x_A=$l_1$sosφ, x_B= $l_1$sosφ+ $l_2$sos(φ+ψ) va h. ko‘rinishda ifodalab olamiz, bu erdagi l_1=OA, l_2=AV. Shu sababli (34.5) tenglikka binoan, $_A$=$_A$(φ), $_V$=$_V$(φ+ψ) bo‘ladi.

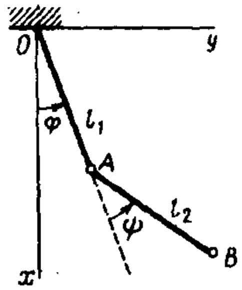
Sistemaning harakatida, uning umumlashgan koordinatalari vaqt mobaynida muntazam o‘zgarib turadi va bunday harakatning qonuni quyidagi tenglama orqali aniqlanadi:

$$q_1=f_1(t),\ q_2=f_2(t),....,\ q_s=f_s(t) \qquad (34.6)$$

(34.6) tenglamalar, *sistema harakatining umumlashgan koordinatalardagi kinematik tenglamalari* deb ataladi.



34.3 shakl



34.4 shakl

Umumlashgan koordinatalardan vaqt bo‘yicha olingan birinchi hosila, sistemaning *umumlashgan tezliklari* deb ataladi. Umumlashgan tezliklarni

$_{1,2,....,s}$

orqali belgilash qabul qilingan, bu erdagi $_1$=dq/dt va h.. Umumlashgan tezlikning o‘lchov birligi tegishli umumlashgan koordinatalarning o‘lchov birligiga bog‘liq bo‘ladi. Agar, q-ning o‘lchovi uzunlik bo‘lsa, q-ning o‘lchovi chiziqli tezlik bo‘ladi; q-ning o‘lchovi burchak bo‘lsa, q-ning o‘lchovi burchakli tezlik bo‘ladi; q- ning o‘lchovi yuza bo‘lsa, q-ning o‘lchovi vektor tezlik bo‘ladi va h.. Ko‘rinib turganidek, umumlashgan tezliklar tushunchasi, ilgari biz kinematika qismida tezlik to‘g‘risida ko‘rib o‘tgan barcha tushunchalarni qamrab olar ekan.

Umumlashgan kuchlar.

Kuchlar ta’siridagi n-ta moddiy nuqtalardan iborat bo‘lgan mexanik sistemani olib ko‘raylik. Sistemaning erkinlik darajasi s-ga teng bo‘lsin va uning holati (34.3) ko‘rinishdagi umumlashgan koordinatalar orqali aniqlansin. Sistemaga mumkin bo‘lgan shunday ko‘chish beraylikki, unda faqat q_1 koordinatagina δq_1 orttirma olsin, qolgan barcha δq_i umumlashgan koordinatalar o‘zgarmasdan qolsin. U holda, sistemaning har bir nuqtasining radius-vektorlari lar ham tegishlicha $(\delta)_1$[10] elementar orttirma oladi. (34.5) formulaga asosan =(q_1, q_2,..,q_s) bo‘lganligi uchun va hozirgi ko‘chishda faqatgina q_1 o‘zgarayotganligi

[10] $(\delta\bar{r}_k)_1$ -belgi, faqat koordinata q_1 o’zgarganda radius-vektor $\bar{r}_k$ -ni δq_1 -elementar qiymatga ortishini ko’rsatib turadi.

(qolganlari o‘zgarmasligicha qoladilar) uchun, $(\delta)_1$ ni xususiy differentsial olish kabi aniqlanadi, shu sababli

$$(\delta)_1=\delta q_1.$$

Ushbu tenglikdan foydalanib 21.5§ dagi (21.14) formula orqali sistemaga ta’sir etuvchi kuchlarning sistemaning shu ko‘chishida bajargan elementar ishlarini aniqlaymiz va ularni δA_1 deb belgilaymiz. Natijada:

$$\delta A_1=\cdot(\delta q_1)_1+\cdot(\delta q_2)_1+...+\cdot(\delta q_n)_1=\cdot\delta q_1+\cdot\delta q_1+....+\cdot\delta q_1.$$

Umumiy ko‘paytma bo‘lgan δq_1 ni qavsdan tashqariga chiqarsak,

$$\delta A_1=Q_1\delta q_1, \tag{34.7}$$

bu erdagi

$$Q_1=\sum_k\cdot. \tag{34.8}$$

kuchning bajargan ishi $\delta A=F_\tau\delta s$ tenglik orqali aniqlangani kabi, ushbu ifodani (34.7) bilan solishtirsak, Q_1 qiymat, umumlashgan koordinata q_1 ga tegishli bo‘lgan *umumlashgan kuch* deb ataladi.

Sistemaga ikkinchi q_2 umumlashgan koordinataga mumkin bo‘lgan ko‘chish berish orqali, sistemaga ta’sir etuvchi barcha kuchlarning shu ko‘chishdagi bajargan ishlarini aniqlaymiz,

$$\delta A_2=Q_2\delta q_2, \tag{34.9}$$

bu erdagi

$$Q_2=\sum_k\cdot. \tag{34.10}$$

Q_2 qiymat umumlashgan koordinata q_2 ga tegishli bo‘lgan *umumlashgan kuch* deb ataladi va h..

Agar sistemaning barcha umumlashgan koordinatalariga, tegishlicha mumkin bo‘lgan ko‘chishlar berib chiqib, sistemaga ta’sir etuvchi kuchlarning har bir ko‘chishdagi elementar bajargan ishlarini yig‘ib chiqsak, quyidagi tenglik hosil bo‘ladi:

$$\sum\delta A_k=Q_1\delta q_1+Q_2\delta q_2+...+Q_s\delta q_s. \tag{34.11}$$

(34.11) formula *sistemaga ta’sir etayotgan barcha kuchlarning bajargan to‘liq elementar ishlarining umumlashgan koordinatalardagi ifodasi* hisoblanadi. Undan ko‘rinib turibdiki, *umumlashgan kuchlar, bu sistemaga ta’sir etayotgan barcha kuchlarning bajargan to‘liq elementar ishlarining ifodasidagi umumlashgan koordinatalarning orttirmalari oldidagi koeffitsientdan iborat bo‘lgan qiymat ekan.*

Agar sistemaga faqat ideal bog‘lanishlar qo‘yilgan bo‘lsa, u holda mumkin bo‘lgan ko‘chishlardagi barcha ishlarni faqat aktiv kuchlargina bajaradilar xolos, shu sababli Q_1, Q_2,...,Q_s qiymatlarni sistemaning *umumlashgan aktiv kuchlar* deb ataladi.

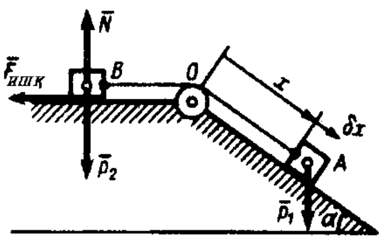
Umumlashgan kuchlarning o‘lchov birliklari tegishli umumlashgan koordinatalarning o‘lchov birliklariga bog‘liq holda bo‘ladi. Ish $Q \cdot q$ ko‘paytmadan iborat bo‘lgani uchun, u holda Q_q ning o‘lchov birligi ishning o‘lchov birligidan iborat bo‘ladi ya’ni, *umumlashgan kuchning o‘lchov birligi, ishning o‘lchov birligini tegishli bo‘lgan umumlashgan koordinataning o‘lchov birligiga bo‘lgan nisbatiga teng bo‘ladi.* Bundan ko‘rinib turibdiki, agar q - masofa orqali o‘lchansa, u holda Q ning o‘lchov birligi kuchning o‘lchov birligidan iborat bo‘ladi (SI sistemasida nyutonlarda o‘lchanadi); agar q - burchak (o‘lchovsiz) orqali o‘lchansa, u holda Q ning o‘lchov birligi $N \cdot m$, ya’ni momentning o‘lchov birligidan iborat bo‘ladi; agar q-hajm (masalan, porshenning tsilindr ichidagi holatini, porshenning orqasidagi hajm orqali o‘lchanadi), orqali o‘lchansa, u holda Q ning o‘lchov birligi N/m^3, ya’ni bosimning o‘lchov birligidan iborat bo‘ladi va h.. Ko‘rinib turganidek, umumlashgan tezlikning analogi sifatida, umumlashgan kuchlar tushunchasi, moddiy jismlarning o‘zaro ta’sirlaridan iborat bo‘lgan barcha o‘lchovlarni qamrab olar ekan (kuch, kuchning momenti, bosim).

Umumlashgan kuchlarni hisoblash. Ularni (34.7) va (34.9)[11] formulalar yordamida hisoblanadi, ya’ni mumkin bo‘lgan elementar ishni aniqlashdan boshlanadi. Avvalo sistemaning erkinlik darajasi aniqlanadi, umumlashgan koordinatalar tanlab olinadi va sistemaga qo‘yilgan barcha aktiv kuchlar va ishqalanish (agar ular ish bajarasalar) kuchlar shakldа tasvirlanadi.

So‘ngra Q_1 ni aniqlash uchun sistemaga shunday ko‘chish beramizki, unda faqat q_1 koordinata o‘zgaradi xolos, uning musbat ishorali orttirmasini aniqlab, sistemaga qo‘yilgan barcha kuchlarning shu ko‘chishda bajargan elementar ishlarini (33.4) formula orqali hisoblab chiqamiz va ularni (34.7) ko‘rinishda ifodalaymiz. U holda, δq_1 ning oldida turgan koeffitsient biz axtarayotgan Q_1 dan iborat bo‘ladi. Xuddi shunday amallarni bajarish orqali Q_2, Q_3,..... lar aniqlanadi.

[11] Q_i-ning qiymatini x_k, y_k, z_k -larni q_1, q_2,... q_n - lar orqali ifodalab va $\bar{F}_k \cdot \frac{\partial \bar{r}}{\partial q_1} = F_{kx}\frac{\partial x_k}{\partial q_1} + F_{ky}\frac{\partial y_k}{\partial q_1} + F_{kz}\frac{\partial z_k}{\partial q_1}$ va h.k., ekanligini e’tiborga olib (34.8), (34.10) formulalar orqali ham bevosita aniqlash mumkin. Q_i -ni undan tashqari barcha kuchlarning bajargan elementar ishlarini hisoblab, ularni (34.11) ko’rinishga keltiramiz. So’ngra δq_i -ning oldidagi koeffitsient sifatida ham aniqlash mumkin. Lekin, bunday usul orqali hisoblash qulaylik keltirmaydi, balki undan ham murakkabroq holatga keltirishi mumkin.

1-Misol. 5-shaklda tasvirlangan sistema uchun, umumlashgan kuchning ifodasi aniqlansin. Og‘irligi R_1 bo‘lgan A yuk, silliq qiya tekislik ustida sirpanib harakatlanmoqda, og‘irligi R_2 bo‘lgan V yuk esa, g‘adir-budur gorizontal



5-shakl

tekislik ustida harakatlanmoqda, ishqalanish koeffitsienti f ga teng. Yuklar blok ustidan o‘tkazilgan ip orqali o‘zaro bog‘langanlar. Ipning va blokning massasini hisobga olmaymiz. Sistema bitta erkinlik darajasiga ega va uning holati $q_1=x$ (x -ning musbat yo‘nalishi shaklda strelka orqali ko‘rsatilgan) koordinata orqali aniqlanadi. Q_1 ni aniqlash uchun, sistemaga mumkin bo‘lgan δx ko‘chish beramiz, lekin $\delta x>0$ bo‘lishi kerak.

So‘ngra, kuchlarning bajargan elementar ishlarini hisoblaymiz, boshqa kuchlar ish bajarmaydi. $F_{ishq}=fN=fR_2$ bo‘lganligi uchun

$$\delta A=(R_1\sin\alpha-fR_2)\delta x \text{ bo‘ladi.}$$

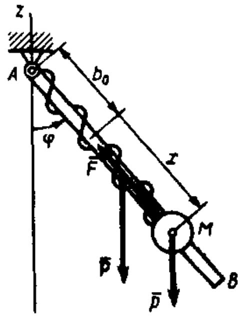
Demak,

$$Q_1=R_1\sin\alpha-fR_2.$$

2-Misol. Ishqalanish kuchini hisobga olmasdan, 6-shaklda tasvirlangan sistemaning umumlashgan kuchlari aniqlansin. Bir jinsli AV sterjenning uzunligi l, og‘irligi R ga teng bo‘lib, A nuqta atrofida vertikal tekislikda aylanma harakat qilishi mumkin. Shu sterjenga kiydirilgan M sharchaning og‘irligi r. AM prujinaning erkin uzunligi b_0, uning qattiqligi - **s.**

Sistema ikkita erkinlik darajasiga ega (sharchaning sterjen bo‘ylab harakati va sterjenning A nuqta atrofidagi aylanma harakati). Umumlashgan koordinatalar sifatida, burchak φ va prujinaning erkin holatidagi uchining koordinatasi x-ni ($q_1=\varphi$, $q_2=x$) tanlab olamiz; koordinatalarning musbat yo‘nalishlari shaklda strelkalar orqali ko‘rsatilgan.

Avvalo φ bo‘yicha mumkin bo‘lgan $\delta\varphi$ ($\delta\varphi>0$) ko‘chish beramiz, lekin x=sonst bo‘ladi. Ushbu ko‘chishda va lar ish bajaradilar. (33.4) ning ikkinchi



6-shakl

tenglamasidan (bu erdagi manfiy ishoraning sababi shuki, momentning yo‘nalishi $\delta\varphi$ ga teskari)

$$\delta A_1=[-(Rl/2)\sin\varphi-r(b_0+x)\sin\varphi]\delta\varphi.$$

Demak,

$$Q_1=-[(Rl/2)+r(b_0+x)]\sin\varphi.$$

Endi, x koordinata bo‘yicha mumkin bo‘lgan $\delta x(\delta x>0)$ ko‘chish beramiz, lekin burchak φ=sonst bo‘ladi. Bunday ko‘chishda og‘irlik kuchi va moduli F=cx ga teng bo‘lgan prujinaning elastiklik kuchi ish bajaradi. U holda

$$\delta A_2=(r\text{sos}\varphi-sx)\delta x$$

va

$$Q_2= r\text{sos}\varphi-sx.$$

Umumlashgan Q_1 kuchning o‘lchov birligi kuchning momenti orqali ifodalanadi, chunki $q_1=\varphi$, Q_2 kuchning o‘lchov birligi oddiy kuchning o‘lchovi bilan ifodalanadi.

Potentsial kuch maydondagi sistema. Agar sistemaga ta’sir etuvchi kuchlarning barchasi potentsial kuchlardan iborat bo‘lsa, u holda bizga ma’lumki sistema uchun x_k, y_k, z_k, koordinatalarga bog‘liq bo‘lgan shunday bir U kuch funktsiyasi mavjudki, uning to‘liq differentsiali, sistemaga ta’sir etuvchi kuchlarning elementar bajargan ishlarining yig‘indisiga teng bo‘ladi, ya’ni $\sum\delta A_k=\delta U$ [30.1§ dagi (30.9) formula]. Lekin, umumlashgan q_1, q_2,..,q_s koordinatalarga o‘tishda barcha x_k, y_k, z_k, lar, umumlashgan koordinatalar orqali ifodalangan bo‘lishlari kerak, ya’ni $U=U(q_1, q_2,....,q_s)$. Shu sababli, δU-ni $U(q_1, q_2,...,q_s)$ funktsiyaning to‘liq differentsiali kabi aniqlanadi, natijada

$$\sum\delta A_k=\delta U=\delta q_1+\delta q_2+.....+\delta q_s,$$

Ushbu ifodani (34.11) tenglik bilan solishtirib, quyidagini aniqlaymiz

$$Q_1=,\ Q_2=,...,Q_s=, \qquad (34.13)$$

yoki, potentsial energiya P=-U bo‘lganligi uchun

$$Q_1=-,\ =-,\ ..,\ Q_s=- \qquad (34.14)$$

Demak, *sistemaga ta’sir etuvchi barcha kuchlar potentsial kuchlardan iborat bo‘lsa, umumlashgan kuchlar kuch funktsiyasidan (yoki potentsial energiyasidan manfiy ishora bilan)tegishli umumlashgan koordinatalar bo‘yicha olingan xususiy hosilalarga teng ekan.*

3-Misol. 6-shaklda tasvirlangan sistemaga ta’sir etuvchi barcha kuchlar potentsial kuchlardan iborat. Agar, Az koordinata o‘qini vertikal yuqoriga qarab yo‘naltirsak, u holda (30.11), (34.11’) formulalar orqali butun sistemaning potentsial energiyasini aniqlaymiz

$$P=-(Rl/2)\text{sos}\varphi-r(b_0+x)\text{sos}\varphi+cx^2/2,$$

bu erdagi umumlashgan koordinatalar $q_1=\varphi$, $q_2=x$. U holda,

$$Q_1=-=-[Rl/2+ r(b_0+x)]\sin\varphi, \quad Q_2=-= r\text{sos}\varphi-cx.$$

Ya’ni, 2-misolda olingan natija bilan bir xil javob olindi.

Sistemaning umumlashgan koordinatalaridagi muvozanat shartlari.

Mumkin bo‘lgan printsipga binoan, har qanday mexanik sistema muvozanatining zaruriy va etarli sharti shundan iborat ediki, sistemaning ixtiyoriy mumkin bo‘lgan ko‘chishida, unga ta’sir etuvchi aktiv (agar ish bajarsalar, ishqalanish kuchlarining ham) kuchlarning bajargan elementar ishlarining yig‘indisi nolga teng bo‘lishi kerak, ya’ni $\sum\delta A_k=0$. (34.11) tenglikka asosan, ushbu muvozanatlik sharti quyidagicha bo‘ladi:

$$Q_1\delta q_1+ Q_2\delta q_2+....+ Q_s\delta q_s=0, \qquad (34.15)$$

δq_1, $\delta q_2,...,\delta q_s$ qiymatlar o‘zaro bog‘lanmaganligi sababli (34.15) tenglama qanoatlanishi uchun, faqatgina har δq_1, $\delta q_2,...,\delta q_s$ larning oldilaridagi koeffitsientlar, alohida-alohida nolga teng bo‘lishlari shart, ya’ni

$$Q_1=0,\ Q_2=0,....,\ Q_s=0, \qquad (34.16)$$

Haqiqatdan ham, birortasi aytaylik Q_1 nolga teng bo‘lmasin deb hisoblasak, sistemaga har doim shunday $\delta q_1\neq0$ va $\delta q_2=\delta q_3=....=\delta q_s=0$ bo‘lgan ko‘chish berish mumkinki, u holda (34.15) shart bajarilmay qoladi.

Shunday qilib, *mexanik sistema muvozanatda bo‘lishining zaruriy va etarli sharti shundan iborat ekanki, sistema uchun tanlab olingan barcha umumlashgan koordinatalarga mos bo‘lgan umumlashgan kuchlarning har biri nolga teng bo‘lishi shart ekan.* (34.16) dagi muvozanat *tenglamalarning soni, sistemaning erkinlik darajasiga teng* ekan.

Umumlashgan kuchlarni hisoblash (34.3§ ga q.)dagi va masalalarni echishda 33.4§ dagi usullarni solishtirish natijasida shu narsa tasdiqlandiki, mumkin bo‘lgan ko‘chishlar printsipi orqali masalalarni echishda tegishli bo‘lgan umumlashgan kuchlarni aniqlab, so‘ngra ularni nolga tenglagan ekanligimiz ayon bo‘ldi.

Yana ikkita misolni ko‘rib o‘tamiz.

1. 5-shaklda tasvirlangan sistema $Q_1=0$ yoki $R_1=fR_2/\sin\alpha$ bo‘lgandagina muvozanatda bo‘ladi. Lekin Q_1 ni hisoblashda $F_{ishq}=fN=F_{cheg}$, bo‘lsa, $Q_1=0$ bo‘lishligi, sistemaning muvozanatda bo‘lishi uchun, ya’ni A yukning pastga harakatlanmasligi zarur bo‘lgan R_1 kuchining eng katta bo‘lgan chegaraviy qiymatini belgilab beradi. Sistema $R_1<fR_2/\sin\alpha$ da ham muvozanatda bo‘ladi.

2. 6-shaklda tasvirlangan sistemaning muvozanati uchun $Q_1=0$ va $Q_2=0$ shartlardan quyidagini aniqlaymiz: muvozanat holatida $\varphi=0$, $x=r/c=\lambda_{st.}$

P o t e n ts i a l m a y d o n d a g i s i s t e m a. Bunday holda, agar (34.13) va (34.14) tengliklarni e’tiborga olsak (34.16) muvozanatlik sharti quyidagicha bo‘ladi:

$$=0,\ \ =0, ...=0, \tag{34.17}$$

yoki, potentsial energiya P=-U bo‘lganligi uchun,

$$=0,\ \ =0,\ ...\ =0 \tag{34.17’}$$

shu sababli, sistemaning muvozanat holatida kuch funktsiyasining yoki potentsial funktsiyaning to‘liq differentsiali nolga teng bo‘ladi, ya’ni

$$dU(q_1, q_2,....,q_s)=0, \quad \text{yoki} \quad dP(q_1, q_2,...,q_s)=0. \tag{34.18}$$

(34.17) yoki (34.18) tenglama, bir nechta o‘zgaruvchilar funktsiyasining ekstremumini ifodalaydi. Shu sababli potentsial kuchlar ta’siridagi sistema, kuch funktsiyasi yoki sistemaning potentsial energiyasi ekstremumga (xususiy holda, maksimum yoki minimumga) erishgan holatda muvozanatda bo‘ladi. Lekin bunday muvozanat holatning turg‘unligi haqidagi masalalar 34.7§ da ko‘rib o‘tiladi.

Lagranj tenglamasi.

Mexanik sistemaning umumlashgan koordinatalaridagi harakat tenglamalarini aniqlash uchun dinamikaning umumiy tenglamasi (34.1) ga murojaat qilamiz

$$\sum\delta A_k+\sum\delta=0. \tag{34.19}$$

Har turli sistemalarni qamrab olish maqsadida sistemaga qo‘yilgan bog‘lanishlarni ideal deb hisoblamaymiz. Shu sababli, birinchi yig‘indiga aktiv kuchlarning bajargan ishlaridan tashqari, ishqalanish kuchlarning ham bajargan ishlarini (agar ular mavjud bo‘lsa) qo‘shamiz.

Faraz qilaylik, sistema s -ta erkinlik darajasiga ega bo‘lsin va uning holati (34.3) dagi umumlashgan koordinatalar orqali aniqlansin. U holda (34.11) formuladan

$$\sum\delta A_k=Q_1\delta q_1+ Q_2\delta q_2+...+ Q_s\delta q_s. \tag{34.20}$$

34.3§ da $_k$ aktiv kuchlar uchun bajarilgani kabi, inertsiya kuchlarining bajargan elementar ishlarini ham umumlashgan koordinatalar orqali ifodalaymiz. U holda,

$$\sum\delta= \delta q_1+\delta q_2+...+\delta q_s. \tag{34.20’}$$

bu erdagi ,,..., lar, *umumlashgan inertsiya kuchlari* va ular (34.8), (34.10) formulalarga ko‘ra:

$$Q_1^{и}=\sum\cdot, \quad Q_2^{и}=\sum \overline{F}_k^{\mathrm{i}}\cdot\frac{\partial \overline{r}_k}{\partial q_2}.... \tag{34.21}$$

(34.20’) qiymatlarni (120 ga qo‘ysak,

$$(Q_1+)\delta q_1+(Q_2+)\delta q_2+,....,+(Q_s+)\delta q_s=0$$

δq_1, δq_2,,..,δq_s o‘zaro bog‘lanmaganliklari sababli, ushbu tenglama qanoatlanishi uchun faqat va faqat har bir δq_1, δq_2,...,δq_s larning oldilaridagi koeffitsientlar alohida-alohida nolga teng bo‘lishlari shart, bunday kabi shartlar (34.16) tenglamalarni keltirib chiqarishda ham bajarilmagan edi. Shu sababli

$$(Q_1+)=0, \quad (Q_2+)=0,..., (Q_s+)=0 \qquad (34.22)$$

Ushbu tenglamalar sistemasini dinamika masalalarini echishda bevosita qo‘llash mumkin. Lekin shu tenglamalardagi umumlashgan inertsiya kuchlarini sistemaning kinetik energiyasi orqali ifodalab olinsa, bunday tenglamalarni tuzish juda ham soddalashadi.

$$-Q_1^{\mathrm{i}} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}_1}\left(\sum \frac{m_k v_k^2}{2}\right)\right] - \frac{\partial}{\partial q_1}\left(\sum \frac{m_k v_k^2}{2}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial q},$$

bu yerdagi T=∑m_k/2 -sistemaning kinetik energiyasi.

Shunday amallarni bajarib, umumlashgan inertsiya kuchlarning har biri uchun tegishli bo‘lgan ifodalarni olishimiz mumkin. Natijada (34.22) tenglikning oxirgi ko‘rinishini yozamiz

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} = Q_{1,} \\ &\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_2} = Q_{2,} \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_{s.} \end{aligned}\right\} \qquad (34.26)$$

(34.26) formula, *sistema harakatining umumlashgan koordinatalardagi differentsial tenglamalarini yoki Lagranjning*[12] *tenglamalarini matematik ko‘rinishini ifodalaydi.* Tenglamalarning soni sistemaning erkinlik darajasiga teng bo‘ladi. Lagranj tenglamalari dinamika masalalarini bir xil hamda sodda bo‘lgan echimini yaratishga imkon berdi. Eng muhim tomonlaridan yana biri shuki, tenglamalarning ko‘rinishi va ularning soni, mexanik sistemani tashkil etuvchi jism (nuqta)larning soniga va ularning qanday harakatda ekanligiga bog‘liq bo‘lmas ekan; Lagranj tenglamalari sistemasining soni faqat uning erkinlik darajasiga bog‘liq ekan.

Agar sistemaga qo‘yilgan bog‘lanishlar ideal bo‘lsa, (34.26) tenglamaning o‘ng tomonidagi qiymatlar faqat umumlashgan aktiv kuchlar ekanligi sababli, bog‘lanishlarning noma’lum bo‘lgan reaktsiya kuchlarini tenglamalardan chiqarib yuborishga imkon beradi.

Dinamikaning umumlashgan koordinatalardagi asosiy vazifasi shundan iboratki, umumlashgan Q_1, Q_2,..., Q_s kuchlarni va boshlang‘ich shartlari ma’lum

---

[12] Lagranj tenglamasidan golonom (aniqrog’i golonomli) bog’lanishli ixtiyoriy mexanik sistemaning harakatini o’rganishda foydalanish mumkin. Nogolonom sistemalarning harakatlarini o’rganishda (33.1§ ga q.) boshqa tenglamalardan foydalaniladi, lekin biz unday masalalarni bu qismda ko’rib o’tmaymiz, ular maxsus mavzularda ko’rib o’tiladi.

bo‘lsa, sistemaning (34.6) ko‘rinishdagi harakat qonunini aniqlash mumkin ekan, ya’ni umumlashgan q_1, q_2,....,q_s koordinatalarining vaqt t -ga bog‘liq bo‘lgan funtsiyalarini aniqlash mumkin ekan.

Kinetik energiya umumlashgan tezliklar $_i$ -ga bog‘liq bo‘lganligi uchun, (34.26) tenglamalardan vaqt t -bo‘yicha bir marta hosila olinishligi sababli, tenglamalarning o‘ng tomonlarida axtarilayotgan umumlashgan koordinatalarning ikkinchi tartibli$_i$ hosilalari paydo bo‘ladi. Shu sababli, Lagranj tenglamalari umumlashgan q_1, q_2,..,q_s koordinatalarning ikkinchi tartibli oddiy differentsial tenglamalaridan iborat bo‘lar ekan.

Potentsial kuch maydondagi sistema. Agar sistemaga ta’sir etuvchi kuchlar potentsial kuchlardan tashkil topgan bo‘lsa, u holda (34.14) formuladan foydalanib (34.26) tenglamalarning birinchisini quyidagicha yozib olishimiz mumkin bo‘ladi:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_1}+\frac{\partial \Pi}{\partial q_1}=0 \quad \text{yoki} \quad \frac{d}{dt}\left[\frac{\partial (T-\Pi)}{\partial \dot{q}_1}\right]-\frac{\partial (T-\Pi)}{\partial q_1}=0$$

Oxirgi tenglik o‘rinli bo‘ladi, chunki potentsial energiya P faqat umumlashgan q_1, q_2,...,q_s koordinatalarga bog‘liq bo‘ladi xolos, umumlashgan tezliklarga bog‘liq bo‘lmaydi, shu sababli bo‘ladi.

(34.26)ning qolgan tenglamalarini ham shu tarzda o‘zgartiriladi. Quyidagi

$$L=T-P \tag{34.27}$$

funktsiyani kiritamiz. Sistemaning kinetik va potentsial energiyasining ayirmasidan iborat bo‘lgan hamda umumlashgan koordinatalarga va umumlashgan tezliklarga bog‘liq bo‘lgan L funktsiyani *Lagranj funktsiyasi* yoki *kinetik potentsial* deb ataladi. U holda, potentsial kuchlardan iborat bo‘lgan sistema uchun, Lagranjning tenglamalari quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_1}=0\\&\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_2}=0\\&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\&\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_s}=0\end{aligned}\right\} \tag{34.28}$$

Olingan natijalardan ko‘rinib turibdiki, potentsial kuchlar ta’siridagi mexanik sistemaning holati faqat bitta Lagranj funktsiyasi orqali berilar ekan xolos, shu sababli ushbu funktsiya ma’lum bo‘lsa sistemaning differentsial tenglamasini tuzish mumkin ekan.

Ushbu tushunchalarni tegishlicha umumlashtirsak, Lagranjning funktsiyasiga o‘xshash bo‘lgan funktsiyalar turli fizik sistemalarning holatlarini ifodalab beradi(uzluksiz muhitni, gravitatsion yoki elektr maydonini va h.k.). Shu sababli, (34.28) ko‘rinishdagi Lagranj tenglamalari fizikaning qator sohalarida muhim ahamiyat kasb etadi.

Masalalar yechish.

Yuqorida ta’kidlab o‘tilganidek, geometrik yoki geometrik ko‘rinishga keltirish mumkin bo‘lgan (golonom) bog‘lanishlar qo‘yilgan mexanik sistemalarning, nechta jism(nuqta) dan iborat bo‘lishligi va qanday harakat qilishligidan (nisbiymi, absolyutmi) qat’iy nazar, shu sistemalarning harakatini o‘rganishda Lagranj tenglamalaridan keng foydalanish mumkin ekan.

Berilgan mexanik sistema uchun Lagranjning tenglamasini tuzishda: 1) sistemaning erkinlik darajasini aniqlash va umumlashgan koordinatalarni (34.2§ ga q.) tanlab olish kerak. 2) sistemani ixtiyoriy holatda tasvirlash lozim va barcha ta’sir etuvchi kuchlarni shaklda tasvirlash kerak (ideal bog‘lanishlar qo‘yilgan sistema uchun faqat aktiv kuchlar tasviralnadi); 3) 34.3§ da ko‘rsatilgan yo‘l bilan umumlashgan kuchlar aniqlanadi, ularni aniqlashda har bir mumkin bo‘lgan ko‘chishning yo‘nalishi faqat musbat ishora tomonga bo‘lishi shart; 4) sistemaning absolyut harakatidagi kinetik energiyasini aniqlab, uni umumlashgan koordinata q_i -lar va umumlashgan tezlik -lar orqali ifodalash lozim; 5) T dan q_i va lar bo‘yicha xususiy hosilalar olish kerak va ularni (34.26) tenglamaga keltirib qo‘yish lozim.

Lagranjning tenglamasini tuzishda mexanik sistema hoh absolyut (inertsial hisob sistemasiga nisbatan) harakatda, xoh nisbiy harakatda bo‘lishidan qat’iy nazar yuqorida aytilgan ko‘rsatmalar bir xil bajarilishi kerak. Oxirgi holatda, ya’ni nisbiy harakatda boshqacha yo‘l tutish mumkin, kinetik energiya nisbiy harakat uchun aniqlanadi, lekin umumlashgan kuchlarni aniqlashda aktiv kuchlar qatoriga ko‘chirma inertsiya kuchlarini qo‘shish (absolyut harakatda bunday qilinmaydi)lozim bo‘ladi.

Agar ta’sir etuvchi kuchlar va boshlang‘ich shartlar ma’lum bo‘lsa, hosil bo‘lgan tenglamalarni integrallash orqali, sistemaning (34.6) ko‘rinishdagi harakat qonuni aniqlanadi. Agar harakat qonuni ma’lum bo‘lsa, tenglamalar yordamida sistemaga ta’sir etuvchi kuchlar aniqlanadi.

Agar sistemaga ta’sir etuvchi kuchlar potentsial kuchlardan iborat bo‘lsa, Lagranj tenglamasi (34.28) ko‘rinishda tuziladi. Hamda, umumlashgan kuchlarni hisoblash o‘rniga, sistemaning umumlashgan koordinatalar orqali ifodalangan potentsial energiyasi aniqlanadi, so‘ngra uning kinetik energiyasi ham aniqlanib, umumlashgan koordinatalar orqali ifodalaniladi va (34.27) ko‘rinishdagi Lagranj tenglamalari tuziladi.

Lagranj tenglamalarini tuzishning qoidalarini tushunib olishga yordam beruvchi oddiy masalalarni ko‘rib o‘tamiz.

3-masala. Lagranj usuli yordamida, fizik mayatnikning differentsial tenglamasi tuzilsin (30.4§ ga q.).

Ye ch i sh. Mayatnikning erkinlik darajasi birga teng va uning holati φ burchak orqali aniqlanadi (31.4 shakl). Shu sababli, $q_1=\varphi$. Umumlashgan koordinata φ -ga, uning musbat yo‘nalishida bo‘lgan δφ -orttirma beramiz. Bunday ko‘chishda faqat og‘irlik kuchi R ish bajaradi va uning bajargan elementar ishi $\delta A_1=(-Ra\sin\varphi)\delta\varphi$ bo‘ladi, bu erdagi a=OS. Shu sababli $Q_1=-Ra\sin\varphi$. Mayatnikning kinetik energiyasi $T=J_O\omega^2/2$ yoki $T=J_O{}^2/2$ (chunki T, albatta umumlashgan tezlik orqali ifodalanishi lozim, ya’ni ω=). U holda, $q_1=\varphi$ ekanligini hisobga olsak,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}\right)-\frac{\partial T}{\partial \varphi}=Q_1 \qquad \text{(a)}$$

T burchak φ -ga bog‘liq emasligi sababli,

=0 , = J_O va =J_O.

Aniqlangan qiymatlarni (a) tenglamaga keltirib qo‘ysak,

J_O=-Rasinφ,

ya’ni, 31.2§ da olingan natija olindi.

Og‘irlik kuchi potentsial kuch hisoblanganligi uchun, Lagranj tenglamasini (34.28) formuladagi ko‘rinishda yozish mumkin. Oz o‘qini vertikal pastga yo‘naltiramiz va potentsial energiyani aniqlaymiz, P=-Rz=--Rasinφ. U holda (34.27) formuladan

L= $J_O{}^2/2$+Rasosφ va =J_O, =-Rasinφ,

Bularni (34.28) tenglamaga qo‘ysak, natijada J_O+Rasinφ=0, bo‘ladi.

4-masala. Lagranj tenglamasi yordamida (28.7§dagi) 28.5 masala echilsin.

Yechish. Mexanizmning erkinlik darajasi birga teng va uning holati φ burchak orqali aniqlanadi (28.7 shakl). Shu sababli, $q_1=\varphi$. Umumlashgan koordinata φ-ga, uning musbat yo‘nalishida bo‘lgan δφ-orttirma beramiz. Bunday ko‘chishda bajarilgan elementar ish δA_1 ning ifodasi, 28.5 masaladagi δA^i ning ifodasi bilan bir xil bo‘ladi, lekin u erdagi dφ -ni δφ bilan almashtirish lozim bo‘ladi. Shu sababli,

$Q_1=-c\varphi(l-r)^2/r^2$.

T-ning qiymati ham ilgari aniqlangan edi [28.5 masaladagi (b) formula]. ω_{cheg}= ekanligini hisobga olsak,

$T=(9R+2Q)l^{22}/12g$,

bundan,

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi}=0\ ,\quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}=(9R+2Q)l^2/6g.$$

Bularni Lagranj tenglamasiga qo‘ysak,

$$\cdot\ l^2\ddot{\varphi}=-s\varphi \qquad \text{yoki} \quad \ddot{\varphi}+k^2\varphi=0.$$

Ya’ni, 28.5 masaladagi javob olindi.

E’tiboringizni shunga qaratmoqchimizki, erkinlik darajasi bitta bo‘lgan mexanik sistemaga Lagranj usuli orqali differentsial tenglamalarni tuzish, kinetik energiyaning o‘zgarish teoremasi yordamida tuzilgan usulga o‘xshab ketar ekan.

5-masala. Massasi m bo‘lgan sharchaning gorizontal tekislikda o‘zgarmas ω burchak tezlik bilan aylanayotgan OA trubkaning ichida qilayotgan harakatining qonuni aniqlansin (34.7 shakl). Sharcha boshlang‘ich paytda aylanish o‘qi O dan x_0 masofada joylashgan bo‘lib, trubka ichidagi boshlang‘ich tezligi nolga teng. Hamda trubkaga ta’sir etayotgan burovchi moment M_{bur} aniqlansin.

Ye ch i sh. Sistema ikkita erkinlik darajasiga ega. Umumlashgan koordinatalar sifatida nuqtaning nisbiy harakatini aniqlovchi x -ni va trubkaning burilish burchagi φ -ni tanlab olamiz,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_1 \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}\right)-\frac{\partial T}{\partial \varphi}=Q_2 \tag{a}$$

Avvalo, Q_1 va Q_2 larni aniqlaymiz. Sharchaning nisbiy harakatdagi mumkin bo‘lgan δx ko‘chishida, unga ta’sir qilayotgan kuchlardan birortasi ish bajarmaydi (chunki trubka gorizontal tekislikda harakat qilmoqda); shu sababli $\delta A_1=0$. Trubkaning gorizontal tekislikdagi aylanma harakat yo‘nalishidagi mumkin bo‘lgan δφ ko‘chishda bajarilgan elementar ish $\delta A_2=M_{bur}\cdot\delta\varphi$. Shularga asosan:

$$Q_1=0,\ \ Q_2=M_{bur}. \tag{b}$$

Sistemaning to‘liq kinetik energiyasi sharchaning T_1 va trubkaning T_2 energiyalarning yig‘indisidan iborat bo‘ladi. T_1 ni sharchaning absolyut harakatidan aniqlaymiz. U holda T_1=m/2, bu erdagi v_B -sharchaning absolyut tezligi, uning vektor ifodasi $V=_{nis}+_{ko‘ch}$. Ushbu masalada, v_{nis}=, $v_{ko‘ch}=OV\cdot\omega=x$ va $_{nis}\perp_{ko‘ch}$ bo‘lganligi sababli

$$T_1=m(^2+x^{22})/2$$

$T_2=J_O\omega^2/2$, bu erdagi J_O - trubkaning inertsiya momenti. U holda sistemaning to‘liq kinetik energiyasi

$$T=m(^2+x^{22})/2+J_O\omega^2/2.$$

Bundan

$=m$, $=mx^2$; $=mx^2+J_O$; $=0$,

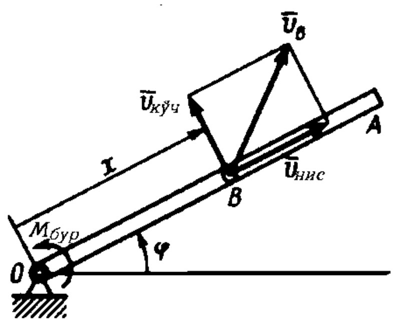
Ushbu qiymatlarni va (b) dagi Q_1, Q_2 larni (a) ga qo‘yamiz hamda masalaning shartiga ko‘ra ω=sonst ekanligini e’tiborga olsak

$$+k^2x=0, \qquad 2m\omega x=M_{bur}. \qquad \text{(v)}$$

Ushbu tenglamalarning birinchisini integrallab va integral doimiylarini boshlang‘ich (t=0 da $x=x_0$ va $=0$) shartlarga ko‘ra aniqlasak, sharchaning trubka ichidagi harakat qonunini aniqlaymiz:

$$x=x_0(e^{\omega t}+e^{-\omega t})/2 \quad \text{yoki} \quad x=x_0 ch\omega t. \qquad \text{(g)}$$

Endi (v) tenglamalarning ikkinchisi axtarilayotgan momentni bildiradi (ko‘rinib turgandek, u koriolis inertsiya kuchining momentiga teng). Agar (g)tenglama yordamida -ni x - orqali ifodalab olsak, burovchi moment M_{bur} ning x koordinatasiga bog‘liq bo‘lgan ifodasini aniqlaymiz:



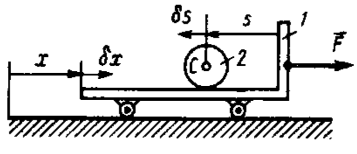
34.7 shakl.

$$M_{bur}.=2m\omega^2x. \qquad \text{(d)}$$

Shunga e’tiborni qaratish lozimki, ushbu masalada sharcha uchun dinamikaning asosiy ikkinchi masalasi echildi (berilgan kuchlar bo‘yicha harakat qonuni aniqlandi), hamda uning nisbiy harakati o‘rganildi xolos, lekin kinetik energiya T, sistemaning absolyut harakati uchun aniqlandi, shu sababli inertsiya kuchlarining hojati bo‘lmadi; trubka uchun esa, aksincha, uning harakati asosida unga ta’sir etayotgan kuchlarning bosh momenti (yoki juft kuchlar) aniqlandi.

6-masala. Aravacha 1 ning massasi m_1, uning ustida joylashgan tsilindrsimon yaxlit katokning massasi m_2. Agar aravachaning ustidagi katok sof dumalab aylanma harakat qilayotgan bo‘lsa, aravachaning unga qo‘yilgan F kuchi ta’siridagi tezlanishi aniqlansin (8-shakl). Aravacha g‘ildiraklarining massalari hisobga olinmasin.

Yechish. Sistema ikkita erkinlik darajasiga ega (aravachaning ustidagi katokning dumalashi va aravachaning harakati). Umumlashgan koordinatalar sifatida, aravachaning x o‘qi bo‘yicha



8-shakl.

harakati va katok massa markazining aravachaga nisbatan bosib o‘tgan s masofasini tanlab olamiz. U holda, shu sistemaning harakati uchun Lagranj tenglamalari quyidagicha ko‘rinishda bo‘ladi

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_1 \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{s}}\right)-\frac{\partial T}{\partial s}=Q_2 \qquad \text{(a)}$$

Aravachaning kinetik energiyasi $T_1=m_1{}^2/2$, katokning kinetik energiyasi $T_2=m_2/2+J_C\omega^2/2$, bu erdagi v_C -katokning massa markazi S nuqtaning absolyut tezligi, uning son qiymati v_C=-. Yaxlit tsilindr uchun $J_C=m_2r^2/2$, sirpanmasdan dumalashdagi ω=/r, bu erdagi -aravachaga nisbatan katok markazi S nuqtaning nisbiy tezligi ($\omega=v_C/r$ deb hisoblash noto‘g‘ri bo‘ladi), u holda sistemaning to‘liq kinetik energiyasi

$$T=T_1+T_2=m_1{}^2/2+m_2(-)^2/2+m_2{}^2/4. \qquad \text{(b)}$$

U holda,

$$m_1+ m_2(-), \quad m_2(-)+m_2, =0 \qquad \text{(v)}$$

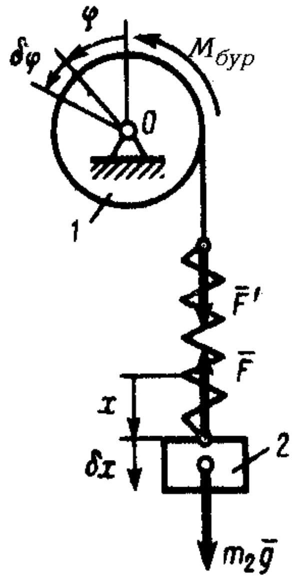
Umumlashgan kuchlarni aniqlash uchun, avvalo, x bo‘yicha sistemaga mumkin bo‘lgan $\delta x>0$ ko‘chish beramiz. Ushbu ko‘chishdagi bajarilgan elementar ish $\delta A_1=F\delta x$. So‘ngra s bo‘yicha katokning markaziga mumkin bo‘lgan $\delta s>0$ ko‘chish beramiz. Ushbu ko‘chishdagi bajarilgan elementar ish $\delta A_2=0$, natijada

$$Q_1=F, \quad Q_2=0$$

Q_1 va Q_2larning qiymatlarini hamda (v)dagi xususiy hosilalarning ifodalarini (a) tenglikka keltirib qo‘ysak, sistemaning quyidagi ko‘rinishdagi differentsial tenglamasi kelib chiqadi:

$$(m_1+m_2)-m_2=F, \qquad 3-2=0 \qquad \text{(g)}$$

Oxirgi tenglikdan, =2/3 bo‘ladi, (g)dagi birinchi tenglama orqali aravachaning a_1 tezlanishini aniqlaymiz



9-shakl

a_1==3F/(3m_1+m_2).

Agar katok aravachaga harakatlanmaydigan qilib mahkamlanganda, aravachaning tezlanishi a_1==F/(m_1+m_2) bo‘lar edi.

Yana bir natijani eslatib o‘tamiz. Faraz qilaylik, katok bilan aravachaning orasidagi ishqalanish kuchi nolga teng bo‘lsin. U holda, katok aravachaning ustida ilgarilama harakat qilib sirpanadi, natijada

T_2= m_2/2=m_2(-)^2/2

bo‘lar edi. Shu sababli

T=m_1/2+ m_2(-)^2/2.

U holda, (g) -ning birinchi tenglamasi o‘zgarmaydi, ikkinchisi esa = m_2(-) bo‘lgani uchun -=0 ko‘rinishda bo‘ladi. Natijada (g)-ning birinchi tenglamasidan aravachaning tezlanishi a_1==F/m_1 ekanligini aniqlaymiz.

Buning sababi shuki, agar ishqalanish kuchi bo‘lmasa, aravacha katokni o‘zi bilan olib ketolmaydi, ya’ni katok o‘z joyida qoladi va aravacha uning ustida katok yo‘qdek harakat qilar ekan.

7-masala. Massasi m_1 gardishi bo‘ylab tarqalgan, R radiusli baraban 1 - ga, tros o‘ralib, trosning uchiga qattiqligi s bo‘lgan prujina orqali, m_2 massali yuk osilgan (9-shakl; bunday prujinani qo‘shish orqali trosning elastikligini modellash mumkin bo‘ladi). Barabanga momenti M_{bur} bo‘lgan juft qo‘yilgan. Shu sistema uchun Lagranj tenglamasi tuzilsin va yukning harakatidagi tebranishlarning chastotasi aniqlansin.

Yechish. Sistema ikkita erkinlik darajasiga ega. Umumlashgan koordinatalar sifatida, barabanning burilish burchagi φ va prujinaning uzayishi *x* ni tanlab olamiz (q_1=φ, q_2=x). U holda Lagranj tenglamalari

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_1 \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_2 \qquad (a)$$

Sistemaga ta’sir etuvchi kuchlarni shaklda tasvirlaymiz (prujinaning elastiklik kuchlari; son qiymatlari F=F’=cx), avvalo Q_1 va Q_2 larni aniqlaymiz. Sistemaga δφ>0 mumkin bo‘lgan ko‘chish beramiz va x=sonst deb hisoblaymiz, bunday ko‘chishda va kuchlarning bajargan ishlari nolga teng bo‘ladi, shu sababli bunday ko‘chishdagi elementar bajarilgan ish $\delta A_1=(M_{bur}-m_2gR)\delta\varphi$. Erkin o‘zgaruvchi ikkinchi umumlashgan koordinata (δx>0, φ=sonst)ning o‘zgarishidagi $\delta A_2=(m_2g-sx)\delta x$ bo‘ladi. Shu sababli,

$$Q_1=M_{bur}-m_2gR, \qquad Q_2= m_2g-sx. \qquad (b)$$

Sistemaning kinetik energiyasi, $T=T_1+T_2$, bu erdagi $T_1=J_1{}^2/2$, $T_2=m_2/2$. Ushbu masalada $J_1=m_1R^2$, $_2={}_{nis}+{}_{ko‘ch}$ va $v_2=-R$. U holda,

$$T= m_1R^{22}/2+m_2(-R)^2/2.$$

$$= m_1R^2-m_2R(-R); \quad = m_2(-R), \quad ==0 \qquad (v)$$

(v) va (b) larni (a) ga qo‘ysak:

$$(m_1+m_2)R-m_2=M_{bur}/R-m_2g, \qquad (g)$$

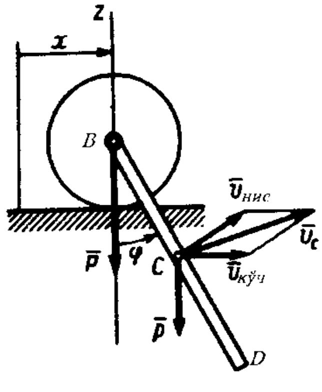
$$-m_2R+m_2=m_2g-cx. \qquad (d)$$

Izlanayotgan tenglamalar shulardan iborat. Oxirgi ikkita tenglamani hadma-had qo‘shsak, $m_1R=M_{bur}/R-sx$, ushbu tenglikdan va (d) tenglamadan R ni chiqarib tashlasak, yukning nisbiy tebranma harakatining differentsial tenglamasini olamiz, uning tebranish chastotasi k -ga teng bo‘ladi

$$+k^2x=+g, \qquad k=\sqrt{c\frac{m_1+m_2}{m_1m_2}}.$$

Yukning absolyut harakati s=x-Rφ qonuniyat bo‘yicha sodir bo‘ladi. Ushbu harakat ham, k -chastotali tebranish bilan sodir bo‘ladi. Barabanning aylanma harakati ham shunday tebranishlar bilan sodir bo‘ladi.

8-masala. Gorizontal tekislikda sirpanmasdan aylanishi mumkin bo‘lgan,



10-shakl

og‘irligi R bo‘lgan bir jinsli katokning o‘qiga, uzunligi l, og‘irligi r bo‘lgan BD sterjen sharnir orqali biriktirilgan (10-shakl). Agar boshlang‘ich holatda sterjenni φ_0 burchakka og‘dirib, boshlang‘ich tezliksiz qo‘yib yuborilsa, shu sistemaning keyingi harakatini differentsial tenglamasi tuzilsin va uning kichik tebranishlarining qonuni aniqlansin.

Yechish. Sistema ikkita erkinlik darajasiga ega bo‘ladi. Umumlashgan koordinatalar sifatida, tsilindrning markazini boshlang‘ich holatdan nuqtagacha bo‘lgan masofasi *x* ni va sterjenning vertikaldan og‘ish burchagi φ ni tanlab olamiz (q_1=x, q_2=φ).

Sistemaga ta’sir etuvchi kuchlar (og‘irlik kuchi) potentsial bo‘lganligi sababli, Lagranj tenglamasini (34.28) ko‘rinishda yozamiz

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial L}{\partial x}=0;\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right)-\frac{\partial L}{\partial \varphi}=0 \qquad \text{(a)}$$

bu erdagi L=T-P Lagranjning funktsiyasi.

Sistemaning potentsial energiyasi

P=-r(l/2)sosφ.

Sistemaning kinetik energiyasi T=T_{tsil}+T_{st}. T_{tsil} -ning qiymati 29.1 masalada hisoblangan, sterjen uchun J_C=Ml^2/12 ekanligini va (29.4) formulani hisobga olsak

T_{tsil}=, $\qquad$ T_{st}=+^{2}.

Bu yerdagi v_B= va V=$_{nis}$+$_{ko‘ch}$ ning son qiymatlari v_{nis}=0,5l, $v_{ko‘ch}$=v_B= bo‘ladi, shu sababli (10-shakl),

=l^{22}/4+^{2}+lsosφ.

Lagranj funktsiyasining oxirgi ko‘rinishini yozamiz

$$L=^2+\frac{p}{2g}\left(\dot{x}^2+l\dot{x}\dot{\varphi}\cos\varphi+\frac{l^2}{3}\dot{\varphi}^2\right)+r\text{sos}\varphi,$$

bundan,

Ushbu qiymatlarni (a) ga qo‘ysak, tegishli o‘zgartirishlardan so‘ng, sistemaning harakat differentsial tenglamalari sistemasini olamiz.

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d}{dt}[(3P+2p)\dot{x}+pl\dot{\varphi}\cos\varphi]=0,\\&\frac{d}{dt}\left(\dot{x}\cos\varphi+\frac{2}{3}l\dot{\varphi}\right)+\dot{x}\dot{\varphi}\sin\varphi+g\sin\varphi=0\end{aligned}\right\} \qquad \text{(b)}$$

Endi sistemaning kichkina tebranishlarining harakat qonunini aniqlaymiz. Masalada φ burchak va x siljishlarni birinchi tartibli kichkina qiymatlar, ya’ni φ=$\varepsilon f_1(t)$, x=ε $f_2(t)$ deb hisoblaymiz. Bu erdagi ε-juda kichkina qiymat va $f_1(t)$, $f_2(t)$ - lar esa vaqtning birorta funktsiyalaridan iborat (ularning o‘zlari va hosilalari ham cheklangan) bo‘lgan tebranish qonunlari. Shu sababli =εf’$_1$(t), =ε f’$_2$(t) ularning hosilalari ham ε ga teng bo‘lgan tartibda bo‘ladilar.

Sistemaning kichkina tebranishlari differentsial tengalamalarini tuzish uchun (b) tenglamalardagi qiymatlarning faqat ε-ga yaqin bo‘lgan tartibdagilarini saqlab qolamiz xolos. Buning uchun (b) sistemaning birinchisidagi rlsosφ yig‘indidagi cosφ=1 deb, ikkinchisidagi sinφ=φ, cosφ=1 deb hisoblaymiz va sinφ-ni ε^2 tartibli juda kichkina qiymat bo‘lganligi uchun tashlab yuboramiz. Natijada (b) tenglamalarning ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\frac{d}{dt}[(3P+2p)\dot{x}+pl\dot{\varphi}]=0, \qquad \frac{d}{dt}\left(\dot{x}+\frac{2}{3}l\dot{\varphi}\right)+g\varphi=0$$

Bu tenglamalardagi hosilalarni olib, berilgan sistemaning kikina tebranma harakatining differentsial tenglamasini tuzamiz

$$(3P+2p)\ddot{x}+pl\ddot{\varphi}=0, \qquad \ddot{x}+\frac{2}{3}l\ddot{\varphi}+g\varphi=0 \qquad \text{(v)}$$

Birinchi tenglamadan qiymatini aniqlab ikkinchisiga qo‘ysak,

$$+k^2\varphi=0$$

bu erdagi

$$k^2=\frac{3(3P+2p)}{6P+p}\cdot\frac{g}{l} \qquad \text{(d)}$$

(g) tenglamani integrallab va boshlang‘ich (t=0 da, $\varphi=\varphi_0$ va =0) shartlarga ko‘ra integral doimiylarni aniqlab, quyidagi echimni olamiz

$$\varphi=\varphi_0\cos kt \qquad \text{(e)}$$

Endi (v) tenglamalarning birinchisini integrallaymiz va t=0 da, x=0, =0, $\varphi=\varphi_0$, =0 ekanligini e’tiborga olsak

$$(3P+2p)x+pl(\varphi-\varphi_0)=0,$$

(e) tenglikdagi φ ning qiymatini olib kelib qo‘ysak,

$$x=l\varphi_0(1-\cos kt). \qquad \text{(j)}$$

Yuqoridagi (e) va (j) tenglamalar, sistemaning kichik tebranishlarining qonunini belgilab beradi. Bunday tebranishlarning chastotasi k (d) tenglik orqali aniqlanadi.

Shunday osongina natijalarni olishimizning asosiy sababi Q_1=0 ekanligi xolos. Umuman olganda, ikkita erkinlik darajasiga ega bo‘lgan sistemaning tebranishlari ancha murakkab bo‘lib, asosan ikkita k_1 va k_2 chastotali tebranishlarning yig‘indisidan iborat bo‘ladi.

Amaliy mashg’ulot materiallari

Mavzu: Kesishuvchi kuchlar sistemasining geometrik va analitik muvozanat shartiga oid masalalar.

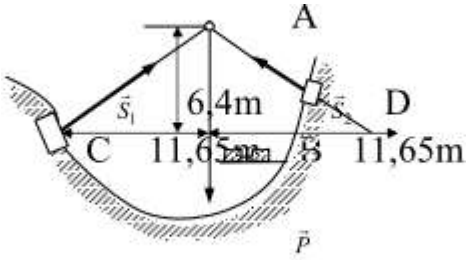
Tekislikda kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanatiga oid masalalarni quyidagi tartibda yechish tavsiya etiladi.

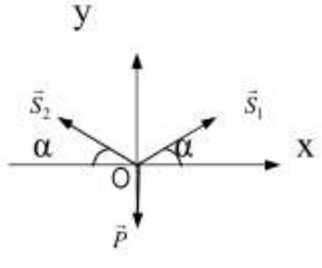
1. Muvozanati tekshirilayotgan qattiq jismni ajratib, unga ta’sir etuvchi aktiv kuchlar shaklda tasvirlab olinishi kerak.
2. Qaralayotgan qattiq jism erkin bo‘lmasa bog‘lanish aksiomasidan foydalanib, unga qo‘yilgan bog‘lanish reaksiyalarini ham tasvirlab olish zarur (albatta, bog‘lanish turiga e’tibor berish talab etiladi).
3. Masalani geometrik usulda yechish uchun qattiq jismga ta’sir etuvchi kuchlar sistemasiga mos kuch ko‘pburchagi yasali keyin bu ko‘pburchakdan no‘malum miqdor topiladi.
4. Masalani analitik usulda yechish uchun mos koordinatalar sistemasini tanlash kerak (ko‘p hollarda koordinatalar sistemasining boshi sifatida kuch markazi olinadi).
5. Tanlangan koordinatalar sistemasiga nisbatan muvozanat tenglamalar sistemasi tuziladi.
6. Tuzilgan tenglamalar sistemasi birgalikda yechilib, izlanayotgan no‘malum miqdorlar topiladi.

Ushbu uslubiy tavsiyalar asosida quyida mavzu doir ayrim masalalarni yechib ko‘rsatamiz.

1-masala. Tog‘larda qurilgan temir yo‘lda, yo‘lning dara ichidagi bir qismi shaklda ko‘rsatilgandek osilgan. AB osmaga P=500kN kuch ta’sir qiladi, deb hisoblab, AC va AD sterjenlardagi zo‘riqishlar aniqlansin.

Yechish. Masalani avval analitik usul bilan yechamiz. Buning uchun tegishli koordinatalar sistemasini tanlaymiz. Koordinatalar sistemasining boshi sifatida A nuqtani olamiz.





Muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum_{i=1}^{3} F_{ix} = S_1\cos\alpha - S_2\cos\alpha = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{3} F_{iy} = S_1\sin\alpha + S_2\sin\alpha - P = 0.$$

sinα va cosα larni topamiz

$$tg\alpha = \frac{6,4}{11,65} \approx 0,549; \quad \sin\alpha = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} = 0,47,$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} \approx 0,88.$$

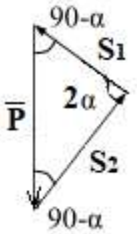
Topilganlarni (a) tenglamalarga qo’yamiz

$$\begin{cases} S_1 = S_2, \\ 0,48S_1 + 0,48S_1 = P. \end{cases}$$

Bulardan

$$S_1 = S_2 = 532kN.$$

Javob: AC va AD sterjenlarning har biri 532kNga teng kuch bilan siqilar ekan. Endi masalani kuch uchburchagidan foydalanib yechaylik. Kuchlarning o‘z-o‘ziga parallel ko‘chirib uchburchak yasaymiz



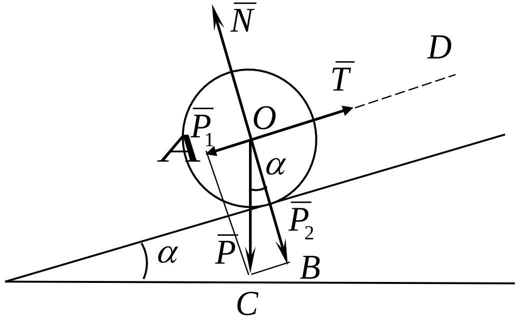
Sinuslar teoremasiga asosan

$$\frac{P}{\sin 2\alpha} = \frac{S_1}{\cos\alpha} = \frac{S_2}{\cos\alpha}.$$

Bundan

$$S_1 = S_2 = \frac{P}{\sin\alpha} \approx 532kN.$$

2-masala. Gorizont bilan α burchak tashkil qilgan silliq qiya tekislikda og’irligi **P** bo’lgan jism qiya tekislikka parallel bo’lgan OD ip yordamida muvozanatda tortib turibdi. Ipning taranglik **T** kuchi va jismning qiya tekislikka bo’lgan bosimi aniqlansin.



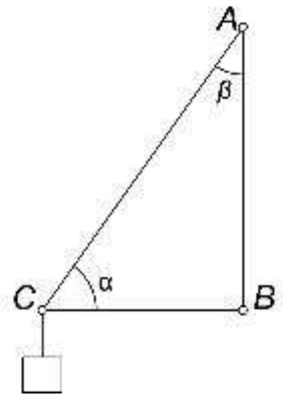
Yechish: Berilgan **P** kuchni qiya tekislikka parallel va unga perpendikulyar bo’lgan yo’nalishlar bo’yicha **P₁** va **P₂** tashkil etuvchilarga ajratamiz. Buning uchun diagonali **P** kuchiga teng bo’lgan, OA va OB tomonlari tanlab olingan yo’nalishlarga parallel bo’lgan OABC parallelogrammni quramiz. To’g’ri burchakli OBC uchburchakdan quyidagilarni aniqlaymiz:

$$P_1 = P\sin\alpha, \quad P_2 = P\cos\alpha$$

OD ip bo’ylab yo’nalgan **P₁** tashkil etuvchi ip reaksiya kuchi bilan muvozanatlashadi, ya’ni

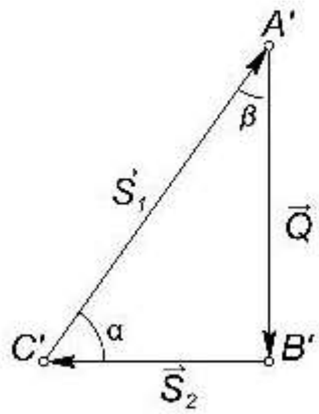
$$T = P_1 = P\sin\alpha$$

Shuning uchun, tayanchga bo’lgan bosimni aniqlasak, unga teng bo’lgan tayanch reaksiya kuchini aniqlagan bo’lamiz.



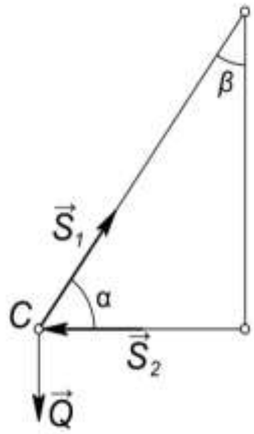
3-masala. Og‘irliklari e’tiborga olinmaydigan AC va BC sterjenlar bir-biri va vertikal devor bilan sharnirlar vositasida biriktirilgan. Sharnirli C boltga Q=1000 N yuk osilgan, α=60°, β=30°. Sterjenlardagi zo‘riqishlar aniqlansin.

Yechish: *C* sharnirni moddiy nuqta deb qarab, uning muvozanatini o‘rganamiz. *C* nuqtaga *Q=1000N* bo‘lgan vertikal pastga yo‘nalgan kuch qo‘yilgan. Masalada *C* nuqta uchun *AC* va *BC* sterjenlar bog‘lanishlar hisoblanadi. Ularning reaksiya kuchlari sterjenlar bo‘ylab yo‘naladi va zo‘riqishlar deyiladi. *AC* sterjendagi zo‘riqishni $\vec{S}_1$, *BC* sterjendagi zo‘riqishni esa $\vec{S}_2$ orqali belgilaymiz. Natijada $\vec{Q}, \vec{S}_1, \vec{S}_2$ kuchlar *C* nuqtaga qo‘yilgan kesishuvchi kuchlar sistemasini tashkil etadi.



$\vec{S}_1$ va $\vec{S}_2$ larni aniqlash uchun kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatining geometrik shartidan foydalanamiz. $\vec{Q}, \vec{S}_1, \vec{S}_2$ kuchlar ta’sirida bo‘lgan *C* nuqta muvozanatda bo‘lishi uchun, ularning geometrik yig‘indisi nolga teng bo‘lishi kerak: $\vec{Q} + \vec{s}1 + \vec{S}_2 = 0,$

ya’ni $\vec{Q}, \vec{S}_1, \vec{S}_2$ kuchlardan chizilgan kuchlar uchburchagi yopiq bo‘lishi lozim. Kuchlar uchburchagini chizish uchun masshtab tanlab, yo‘nalishi va miqdori ma’lum bo‘lgan $\vec{Q}$ kuchni *A'* nuqtaga o‘ziga parallel ravishda ko‘chiramiz.



$\vec{Q}$ kuchning boshi *A'* va uchi *B'* nuqtalardan *AC* va *BC* sterjenlarga parallel chiziqlar o‘tkazamiz. Bu chiziqlarning kesishgan nuqtasini *C'* bilan belgilasak, hosil bo‘lgan *A'B'C'* uchburchak izlanayotgan yopiq kuchlar uchburchagini ifodalaydi. Bunda $\vec{A'}\vec{C'}$ *va* $\vec{B}'\vec{C}'$ vektorlar $\vec{S}_1$ va $\vec{S}_2$ reaksiya kuchlarini ifodalaydi. Reaksiya kuchlarining modullarini trigonometrik yo‘l yo‘l bilan aniqlash mumkin. Bunda hosil bo‘lgan kuchlar uchburchagining burchaklarini bilgan holda, reaksiya kuchlarining modullarini trigonometrik formulalar asosida aniqlash mumkin.

ABC va *A'B'C'* uchburchaklarda *AB//A'B'*, *AC//A'C'* bo‘lgani uchun $\angle C' A' B' = \beta = 30^0$, $\angle B' C' A' = \alpha = 60^0$. $A' B' C'$ to‘g‘ri burchakli uchburchakdan:

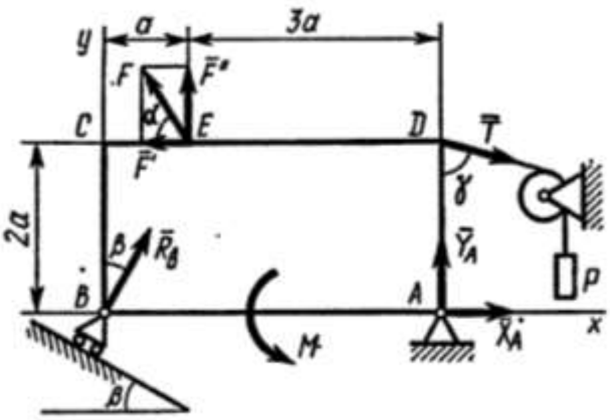
$\frac{Q}{S_1} = \sin\alpha$; bundan $S_1 = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{1000n}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ =1154 N.

$\frac{S_2}{Q} = tg\beta$; bundan $S_2 = Q\ tg\beta$ = 1000N $\cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$ = 577 N.

Aniqlangan reaksiya kuchlarini *C* nuqtaga qo‘ysak, quyilgan kuchlar ta’sirida *AC* sterjenni cho‘zilishi, *BC* sterjenni esa siqilishi ma’lum bo‘ladi.

Mavzu: Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanatiga oid masalalar

1-Masala. ABCD o’zgarmas plastinka *A* nuqtada qo’zg’almas sharnirli tayanchga, *B* nuqtada esa g’ildirakli sharnir tayanchga mahkamlangan. Unga ta’sir etayotgan barcha kuchlar hamda masofalar shaklda ko’rsatilgan.



Berilgan: $F = 25\ kN, \alpha = 60°$, $P = 18kN,\ \gamma = 75°,\ M = 50kN \cdot m,\ \beta = 30°,\ a = 0{,}5m$

Qo’yilgan kuchlar ta’siri natijada *A* va *B* nuqtalardagi tayanchlarda hosil bo’lgan reaksiya kuchlari aniqlansin.

Yechish: 1. Plastinkaning muvozanat holatini tekshiramiz. Koordinata o’qlarini o’tkazamiz va plastinkaga ta’sir etayotgan $\vec{F}$ kuchni, momenti *M* bo’lgan juft kuchni, sim arqonning taranglik kuchi $\vec{T}$ni (miqdor jihatidan *T=P*) va $\overrightarrow{X_A}, \overrightarrow{Y_A}, \overrightarrow{R_B}$ tayanch reaksiya kuchlarini (*A*-qo’zg’almas sharnirli tayanchning reaksiya kuchini ikkita tashkil etuvchiga ajratdik, qo’zg’aluvchan sharnirli B tayanch reaksiya kuchi tayanch turgan tekislikka perpendikulyar yo’nalgan) shaklda tasvirlaymiz.

2. Hosil bo’lgan tekislikda ihtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi uchun uchta muvozanat tenglamasini tuzamiz. $\vec{F}$ kuchni *A* nuqtaga nisbatan momentini hisoblashda uni $\overrightarrow{F'}$ va $\overrightarrow{F''}$ tashkil etuvchilarga ajratib,

$$(F' = F\cos\alpha,\quad F'' = F\sin\alpha)\quad m_A(\vec{F}) = m_A(\overrightarrow{F'}) + m_A\left(\overrightarrow{F''}\right)$$

ifodadan foydalanamiz. Quyidagini hosil qilamiz:

$$\sum F_{kx} = 0, \qquad X_A + R_B Sin\beta - Fcos\alpha + Tsin\,\gamma = 0; \qquad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \qquad Y_A + R_B cos\beta + Fsin\alpha - Tcos\,\gamma = 0; \qquad (2)$$

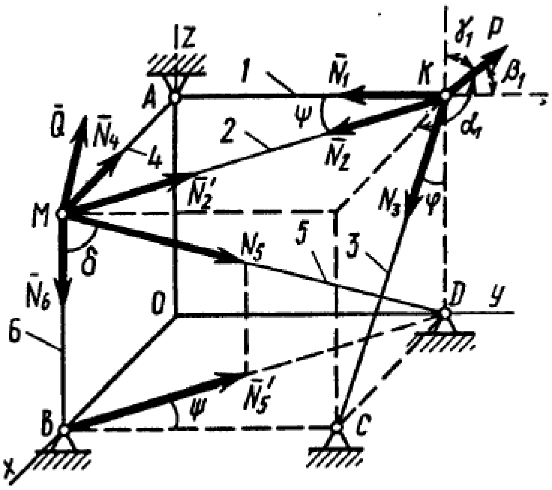
$$\sum m_A(\overrightarrow{F_k}) = 0, \qquad M - R_B cos\beta \cdot 4\,a + Fcos\,\alpha \cdot 2\,a -$$
$$-Fsin\,\alpha \cdot 3\,a - Tsin\,\gamma \cdot 2\,a = 0 \qquad (3)$$

Tuzilgan tenglamalar sistemasiga berilgan kattaliklarning miqdorlarini qo'yib, hosil bo'lgan tenglamalardan noma'lum tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.

Javob: $X_A = -8{,}5\ kN$; $\quad Y_A = -23{,}3\ kN$; $\quad R_B = 7{,}3\ kN$;

X_A, Y_A ifodalar oldidagi minus ishora $\overrightarrow{X_A}$, $\overrightarrow{Y_A}$ kuchlarning haqiqiy yo'nalishi S1 shaklda ko'rsatilganiga qarama-qarshi yo'nalganligini bildiradi.

2-Masala. Og'irliklari hisobga olinmaydigan 1, 2, ... 6 sterjenlar bir - birlari bilan *K* va *M* tugunlarda va qo'zg'almas *A,B,C,D* tayanchlarda sharnirlar yordamida biriktirilgan. *K* va *M* tugunlarga $\vec{P}$ va $\vec{Q}$ kuchlar qo'yilgan bo'lib, ular *x,y,z* koordinata o'qlari bilan mos ravishda $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ va $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ burchaklar hosil qiladi (shaklda faqat $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ burchaklar ko'rsatilgan).



Berilgan: $P = 100\ N, \quad \alpha_1 = 60°, \ \beta_1 = 60°, \quad \gamma_1 = 45°, \quad Q = 50\ N,$

$$\alpha_2 = 45°, \ \beta_2 = 60°, \quad \gamma_2 = 60°, \ \psi = 30°, \quad \delta = 74°.$$

Masaladagi 1-6 sterjenlardagi zo'riqish kuchlari aniqlansin.

Yechish: Masaladagi 1, 2, 3 sterjenlar kesishgan *K* tugun muvozanatini tekshiramiz. Bu tugunga $\vec{P}$ kuch ta'sir etadi va sterjenlarni cho'zilgan deb olsak, u holda ularning zo'riqishini tugundan yo'naltirilgan $\overrightarrow{N_1}$, $\overrightarrow{N_2}$, $\overrightarrow{N_3}$ kuchlar bilan almashtiramiz. Hosil bo'lgan fazoviy kesishuvchi kuchlar sistemasi uchun uchta muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum F_{kx} = 0, \qquad P\,cos\,\alpha_1 + N_2 \sin\psi + N_3 \sin\varphi = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \qquad P\,cos\,\beta_1 - N_1 - N_2 \cos\psi = 0 \qquad (2)$$

$$\sum F_{kz} = 0, \qquad P\,cos\,\gamma_1 - N_3 \cos\varphi = 0 \qquad (3)$$

$\vec{P}$ kuch miqdori va burchaklar qiymatlarini (1), (2), (3) tenglamalarga qo'yib noma'lum zo'riqishlarni topamiz: $N_1 = 349\,N,\ \ N_2 = -345\,N,\ \ N_3 = 141\,N.$

1. Endi M tugunga qo'yilgan kuchlar sistemasi muvozanatini tekshiramiz. Bu tugunga $\vec{Q}$ kuch va sterjenlarning $\overrightarrow{N_2}',\ \overrightarrow{N_4},\ \overrightarrow{N_5},\ \overrightarrow{N_6}$ zo'riqish kuchlari ta'sir qiladi. Ta'sirga aks ta'sir qonuniga ko'ra $\overrightarrow{N_2}'$ kuch $\overrightarrow{N_2}$ kuchga qarama-qarshi yo'nalgan, miqdorlari esa o'zaro teng: $\vec{N}_2' = -\vec{N}_2,\quad N_2' = N_2$

Muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum F_{kx} = 0, \qquad Q\,cos\,\alpha_2 - N_2 \sin\psi - N_4 - N_5 \sin\delta \sin\psi = 0 \tag{4}$$

$$\sum F_{ky} = 0, \qquad Q \cos\beta_2 + N_2 \cos\psi + N_5 \sin\delta \cos\psi = 0 \tag{5}$$

$$\sum F_{kz} = 0, \qquad Q \cos\gamma_2 - N_5 \cos\delta - N_6 = 0 \tag{6}$$

(4) va (5) tenglamalarda qatnashayotgan $\overrightarrow{N_5}$ kuchning x va y o'qlaridagi proyeksiyalarini hisoblashda, avvalo uni *xOy* tekisligiga proyeksiyalab (miqdori $N_5' = N_5 \sin\delta$) so'ngra bu proyeksiyani x va y o'qlariga proyeksiyasini olish qulayroq bo'ladi. (4) va (5), (6) tenglamalar sistemasini $N_2' = N_2 = -345N$ ekanligini hisobga olgan holda yechib, $N_4,\ N_5,\ N_6$ zo'riqishlarni aniqlaymiz.

Javob: $N_1 = 349\,N,\ N_2 = -345\,N,\ \ N_3 = 141\,N,\ \ N_4 = 50\,N,$
$N_5 = 329\,N,\ N_6 = -66\,N.$ Ishoralardan ma'lum bo'ladiki 2 va 6 sterjenlar siqilgan, boshqalari esa cho'zilishga ishlayapti.

Mavzu: Parallel kuchlar va fazodagi kuchlar sistemasining muvozanat shartiga oid masalalar. Murakkab konstruksiyaning muvozanatiga oid masalalar.

Muvozanatdagi har qanday kuchlar sistemasining zaruriy va yetarlishartlari $\overline{R}$ =0; va $\overline{M}_O$ =0 dan iborat bo'ladi (13§ ga q.). Lekin $\overline{R}$ va $\overline{M}_O$ -vektorlari nolga teng bo'lishi uchun albatta $R_x=R_y=R_z=0$ va $M_x=M_y=M_z=0$ bo'lishi shart, ya'ni jismga ta'sir etuvchi kuchlar sistemasi (49) va (50) tenglamalar sistemasini qanoatlantirishi shart:

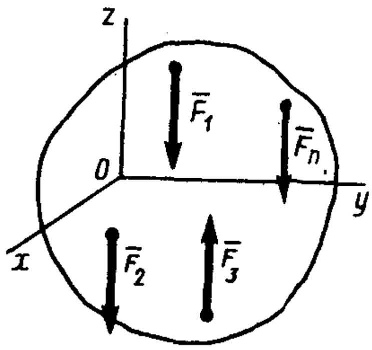
$$\sum F_{kx} = 0; \qquad \sum F_{ky} = 0; \qquad \sum F_{kz} = 0;$$
$$\sum m_x(\overline{F}_k) = 0; \qquad \sum m_y(\overline{F}_k) = 0; \quad \sum m_z(\overline{F}_k) = 0 \tag{51}$$

Shunday qilib, *fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun, berilgan kuchlarning uchta koordinata o'qlarining har biridagi proyektsiyalarining yig'indisi va shu kuchlarning har bir o'qqa nisbatan* *olingan momentlarining yig'indilari nolga teng*[13] *bo'lishi zaruriy va yetarlishart ekan.*

O'z navbatida (51) tenglamalar sistemasi, fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi ta'siridagi qattiq jismning muvozanatlik shartlari tenglamalaridan iboratdir.

Agar qattiq jismga kuchlardan tashqari, momenti $\overline{m}$ -ga teng bo'lgan juft qo'yilgan bo'lsa, (51) tenglamalar sistemasining birinchi uchtasi o'zgarmaydi (chunki juft kuchlarning ixtiyoriy o'qqa nisbatan momentlarining yig'indilari nolga teng bo'ladi), keyingi uchtasi quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\sum m_x(\overline{F}_k) + m_x = 0; \quad \sum m_y(\overline{F}_k) + m_y = 0; \quad \sum m_z(\overline{F}_k) + m_z = 0 \tag{52}$$



96 shakl.

K u c h l a r n i n g p a r a l l e l l i k h o l a t i. Agar jismga ta'sir etuvchi kuchlar o'zaro parallel holda joylashgan bo'lsa, birorta koordinata o'qni, masalan, z - o'qni shu kuchlarga parallel qilib yo'naltiramiz (96 shakl). U holda har bir kuchning *x* va *y* o'qlaridagi proyektsiyalari va barcha kuchlarning *z* - o'qiga nisbatan momentlari nolga teng bo'ladi. Shu sababli yuqoridagi oltita tenglamalardan iborat bo'lgan (51) sistema quyidagi uchta tenglamalar sitemasiga aylanib qoladi:

$$\sum F_{kz} = 0; \quad \sum m_x(\overline{F}_k) = 0; \quad \sum m_y(\overline{F}_k) = 0; \tag{53}$$

Qolgan tenglamalar 0=0 dan iborat bo'lgan ayniyatlarga aylanib qoladi.

Demak, *fazoda joylashgan parallel kuchlar sistemasining muvozanatda bo'lishi uchun, barcha kuchlarni ularga parallel bo'lgan o'qlarga proyektsiyalarining yig'indisi va barcha kuchlarni ularga perpendikulyarl joylashgan ixtiyoriy ikkita o'qlarga nisbatan olingan momentlarining yig'indilari nolga teng bo'lishi zaruriy va yetarlishart ekan.*

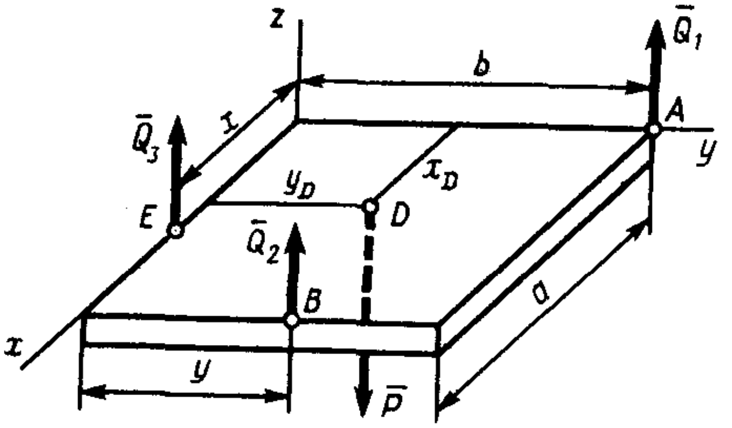
M a s a l a l a r y e c h i s h. Bunday masalalarning yechish tartibi, xuddi tekislikda joylashgan kuchlar sistemasidagiga o'xshaydi. Birorta jismni muvozanat holatini aniqlab, unga ta'sir etayotgan barcha tashqi kuchlarni (berilgan va noma'lum reaktsiya kuchlarini) vektor shaklida ifodalaymiz va muvozanat shartlaridan kelib chiqadigan tenglamalar sistemasini tuzamiz. Hosil bo'lgan tenglamalar sistemasidan noma'lumlarning qiymatlarini aniqlaymiz.

Tenglamalar sistemasini soddaroq holda tuzish uchun, o'qlarni shunday qilib yo'naltirish kerakki, iloji boricha ko'proq kuchlarni kesib o'tsin yoki ularga perpendikulyarl holda joylashgan bo'lsin (shunday qilinsa hisoblash ishlari osonlashadi va momentlarni aniqlash ham soddalashadi).

Tekislikda joylashgan kuchlar sistemasidan farqli joyi shundaki, bu yerda qo'shimcha ravishda o'qlarga nisbatan momentlarni hisoblashga to'g'ri keladi.

Agar birorta kuchning qaysidir o'qqa nisbatan momentlarini aniqlash murakkab bo'lsa, qo'shimcha ravishda shu o'qlarga nisbatan perpendikulyarl tekislikka kuchlarning proyektsiyalarini tushirib, hisoblash ishlarini oydinlashtirish lozim bo‘ladi.

Agar kuchlarning momentlarini aniqlash ishlarida, kuchlarning tekislikka bo‘lgan proyektsiyalarini yoki ularning yelkalarini aniqlash qiyinlashsa, ularni ikkita o‘zaro perpendikulyarl bo‘lgan tashkil etuvchilarga ajratib olib (ulardan birini albatta birorta koordinata o‘qiga parallel holda tanlash lozim), so‘ngra Varin’on teoremasidan foydalanish tavsiya qilinadi. Kerak bo‘lgan hollarda (47) formula orqali analitik usuldan foydalanish ham masalani yechishni soddalashtiradi, masalan, 37 masalaga qarang.



97 shakl

1-masala. Tomonlari *a* va *b* lardan iborat bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakli plitaga yuk qo‘yilgan. Yuk bilan plitaning og‘irlik markazi koordinatalari x_D va y_D bo‘lgan D nuqtada joylashgan (97 shakl). Plitani uchta ishchi ko‘tarib turmoqda, ulardan bir kishi plitaning A nuqtasidan ko‘tarib turibdi. Hamma ishchilarga bir xil og‘irlik kuchi ta’sir qilishi uchun, boshqa ikkita ishchilar plitaning qaysi B va E nuqtalaridan ko‘tarishlari lozim ekanligi aniqlansin.

Yechish. Plita to‘rtta $\overline{Q}_1$, $\overline{Q}_2$, $\overline{Q}_3$ va $\overline{P}$ dan iborat o‘zaro parallel bo‘lgan kuchlar ta’sirida muvozanat holatni saqlab turibdi. Plitani gorizontal holatda deb hisoblab, berilgan kuchlar sistemasi uchun (53) formulaga asosan muvozanatlik shartlari tenglamalar sistemasini tuzamiz 97 shakl:

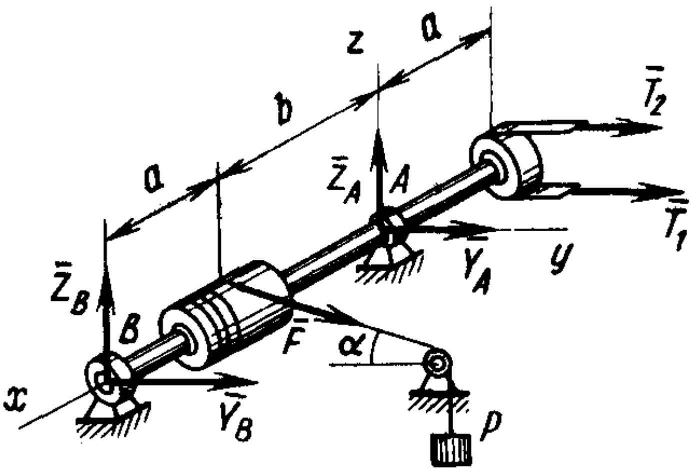
$$Q_1b+Q_2y-Ry_D=0 \qquad -Q_2a-Q_3x+Rx_D=0 \quad Q_1+Q_2+Q_3-R=0$$

Masalaning shartiga ko‘ra $Q_1=Q_2=Q_3=Q$. Shunga asosan oxirgi tenglamadan R=3Q bo‘ladi. Aniqlangan R -ning qiymatini birinchi va ikkinchi tenglamalarga qo‘yib, noma’lumlarni aniqlaymiz, $x=3x_D-a$, $y=3y_D-b$.

Masala faqat $a/3 \le x_D \le 2a/3$, $b/3 \le y_D \le 2b/3$ bo‘lgandagina yechimga ega bo‘ladi. Agar $x_D=a/3$, $y_D=b/3$ bo‘lsa $x=y=0$, agar $x_D=2a/3$, $y_D=2b/3$ bo‘lsa $x=a$, $y=b$ bo‘ladi. Agar D nuqta plitaning markazida bo‘lsa, $x=a/2$, $y=b/2$ bo‘ladi.

2-masala. A va B podshipniklarga o‘rnatilgan gorizontal valning o‘qiga perpendikulyarl holda radiusi r_1=20 sm -li shkiv va radiusi r_2=15 sm-li baraban o‘rnatilgan. Val shkivga o‘ralgan tasma orqali aylanma harakatga keltiriladi; barabanga o‘ralgan arqon orqali o‘zgarmas tezlik bilan R=540 N og‘irlikdagi yuk yuqoriga ko‘tarilmoqda. Valning, barabanning va shkivning xususiy og‘irligini e’tiborga olmagan holda, A va B podshipniklarning reaktsiya kuchlarini, hamda etaklovchi tasmaning tortilish kuchini aniqlang. Yetaklovchi tasmaning yetaklovchi tortilish kuchi T_1, yetaklanuvchi tortilish kuchi T_2 - dan ikki marta katta deb hisoblansin. Bu yerda a=40 sm, b=60 sm va α=30°.

$\overline{F}_k$	$\overline{F}$	$\overline{T}_1$	$\overline{T}_2$	$\overline{R}_A$	$\overline{R}_B$
F_{kx}	0	0	0	0	0
F_{ky}	$F\cos\alpha$	T_1	T_2	Y_A	Y_B
F_{kz}	$-F\sin\alpha$	0	0	Z_A	Z_B
$m_x(\overline{F}_k)$	$-Fr_2$	T_1r_1	$-T_2r_1$	0	0
$m_y(\overline{F}_k)$	$F\cdot b\cdot\sin\alpha$	0	0	0	$-Z_B(a+b)$
$m_z(\overline{F}_k)$	$F\cdot b\cdot\cos\alpha$	_$-T_1a$	$-T_2a$	0	$Y_B(a+b)$



98 shakl

Yechish. o‘zgarmas tezlik bilan harakatlanayotgan valga ta’sir qilayotgan kuchlar sistemasi uchun (51) formuladagi muvozanatlik shartlaridagi tenglamalar sistemasini qo‘llash mumkin ekanligi 136§-da isbot qilingan.

Koordinata o‘qlarini o‘tkazamiz (98 shakl) va valga ta’sir qilayotgan kuchlarni vektor shaklda tasvirlaymiz: arqonning tortilish kuchi $\overline{F}$ moduli bo‘yicha R -ga teng, tasmaning tortilish kuchi $\overline{T}_1$ va $\overline{T}_2$; va podshipniklarning reaktsiyalari $\overline{Z}_A, \overline{Y}_A$ va $\overline{Z}_B$, $\overline{Y}_B$ dan iborat kuchlar ta’sir qilmoqda.

(51) formulaga asosan muvozanat tenglamalar sistemasini tuzish uchun, berilgan kuchlarning proyektsiyalari va momentlarini[14] maxsus jadvalga yozib chiqamiz:

Jadvaldagi qiymatlardan foydalanib, (51) muvozanat tenglamalar sistemasini yozib chiqamiz,

$$R\cos\alpha+T_1+T_2+Y_A+Y_B=0, \qquad (I)$$

$$-R\sin\alpha+Z_A+Z_B=0 \qquad (II)$$
$$-r_2R+r_1T_1-r_2T_2=0 \qquad (III)$$
$$bR\sin\alpha-(a+b)Z_B=0 \qquad (IV)$$
$$bR\cos\alpha-aT_1-aT_2+(a+b)Y_B=0 \qquad (V)$$

$T_1=2T_2$ ekanligini hisobga olib (III) va (IV) tenglamalar orqali,

$$T_2=r_2R/r_1=405\ H, \qquad Z_B=(bR\sin\alpha)/(a+b)=162H$$

So‘ngra (B) tenglamadan,

$$Y_B=(3aT_2-bR\cos\alpha)/(a+b)\approx 205H.$$

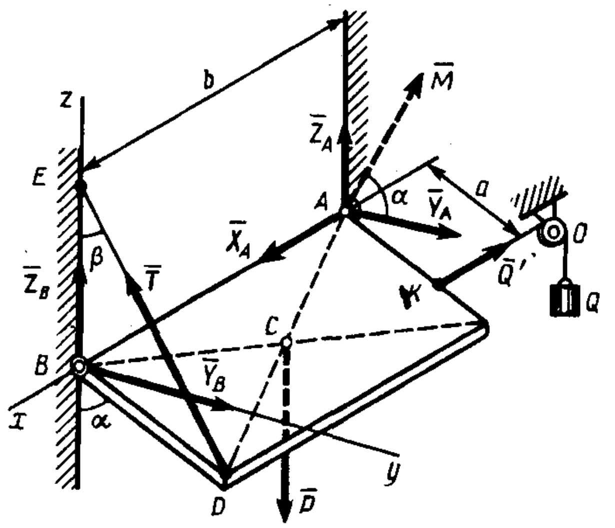
Aniqlangan qiymatlarni qolgan tenglamlarga qo‘yib,

$$Y_A=-R\cos\alpha-3T_2-Y_B\approx-1890H. \qquad Z_A=R\sin\alpha-Z_B=108H.$$

larni aniqlaymiz. Nihoyat:

$$T_1=810H,\ \ Y_A=-1890H,\ \ Z_A=108H,\ \ Y_B=205H,\ \ Z_B=162H.$$

3-masala. Og‘irligi R=120N bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakli plita,



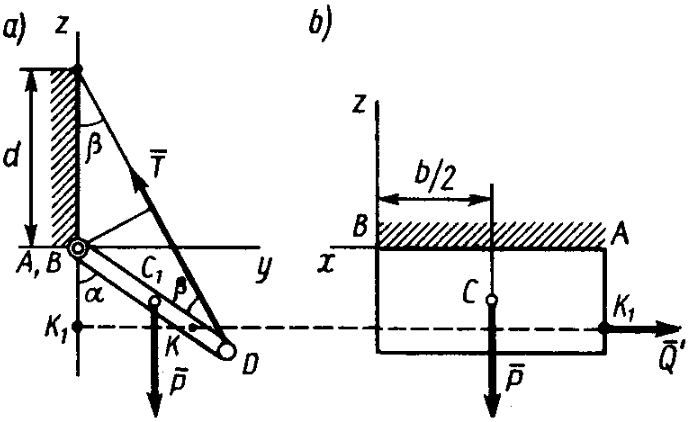
99 shakl.

vertikalbilan α=60° burchak tashkil qilgan holda gorizontal holdagi AB o‘qqa mahkamlangan. A nuqtada tovonsimon podshipnikka, B nuqtada esa tsilindrik podshipnikka mahkamlangan (99 shakl). Qopqoq DE arqon bilan devorga tortib qo‘yilgan va O blokning ustidan oshirib tashlangan ip orqali og‘irligi Q=200N yuk bilan tortib qo‘yilgan. (KO chiziq AB ga parallel). BD=BE, AK=a=0,4m AB=b=1m. A va B podshipniklarning reaktsiya kuchlari va DE arqonning tortilish kuchi aniqlansin.

Yechish. Qopqoqning muvozanatini tekshiramiz. B nuqtani koordinata boshi deb tanlab olib koordinata o‘qlarini o‘tkazamiz (arqonning tortilish kuchi, z va y o‘qlarni kesib o‘tadi, natijada uning shu o‘qlarga nisbatan momentlari nolga teng bo‘ladi va tenglama soddalashadi). So‘ngra qopqoqqa ta’sir etuvchi barcha aktiv va reaktsiya kuchlarni vektor shaklida ifodalab chizmaga qo‘yib chiqamiz; qopqoqning markaziga qo‘yilgan og‘irlik kuchi $\overline{P}$; moduli Q-ga teng bo‘lgan $\overline{Q}'$ kuchi; arqonning tortilish kuchi $\overline{T}$; va podshipniklarning reaktsiya kuchlari $\overline{X}_A, \overline{Y}_A, \overline{Z}_A$ va $\overline{Y}_B$, $\overline{Z}_B$ (99 shakl). Punktir bilan chizilgan $\overline{M}$ vektor ushbu masalaga taalluqli emas). Muvozanat tenglamalarini tuzish uchun β -

burchak (shaklga qarang)ni kirgizamiz va BD=BE=d deb belgilaymiz. Momentlarni hisoblash uchun 100, *a*, *b* shakldagi qo‘shimcha chizmalar tasvirlangan.

100, a shaklda jismni *x* o‘qining musbat tomonidan qaralgandagi B*yz* tekislikdagi proyektsiyasi tasvirlangan. Ushbu chizma yordamida $\overline{P}$ va $\overline{T}$ kuchlarning *x* o‘qiga nisbatan momentlarini hisoblash ishlari oydinlashadi. Bu shakldan ko‘rinib turibdiki, $\overline{P}$ va $\overline{T}$ kuchlarning *yz* tekislikdagi proyektsiyalari (tekislik *x* o‘qiga perpendikulyarl) shu kuchlarning o‘zlariga teng bo‘ladi; R kuchining B nuqtaga nisbatan yelkasi esa $BC_1 \cdot \sin\alpha = (d/2)\sin\alpha$; $\overline{T}$ kuchining



100 shakl.

shu nuqtaga nisbatan yelkasi $BD \cdot \sin\beta = d\sin\beta$.

100, *b* shaklda jismning B*xz* tekislikdagi proyektsiyasi, ya’ni *y* o‘qining musbat uchidan qaralgandagi ko‘rinishi tasvirlangan. Ushbu chizma (100, *a* shakl bilan birgalikda) $\overline{P}$ va $\overline{Q}'$ kuchlarining *y* o‘qiga nisbatan momentlarini hisoblash ishlarini soddalashtiradi.

Ko‘rinib turibdiki, $\overline{P}$ va $\overline{Q}'$ kuchlarning *xz* tekisligiga bo‘lgan proyektsiyalari o‘z qiymatlariga teng ekan. $\overline{P}$ kuchining B nuqtaga nisbatan yelkasi AB/2=b/2; (100, *a* shakl) $\overline{Q}'$ kuchining shu nuqtaga nisbatan yelkasi - AK_1, ya’ni $AK \cdot \cos\alpha$ yoki $a \cdot \cos\alpha$.

Q’=Q ekanligini e’tiborga olib, (51) formulaga asosan muvozanat tenglamalarni tuzamiz:

$$\sum F_{kx} = -Q + X_A = 0, \qquad \text{(I)}$$

$$\sum F_{ky} = -T\sin\beta + Y_A + Y_B = 0, \qquad \text{(II)}$$

$$\sum F_{kz} = -R - T\cos\beta + Z_A + Z_B = 0, \qquad \text{(III)}$$

$$\sum m_x = -(Rd/2)\sin\alpha + Td\sin\beta = 0, \qquad \text{(IV)}$$

$$\sum m_y = -Rb/2 + Qa\cos\alpha + Z_A b = 0, \qquad \text{(B)}$$

$$\sum m_z = Qa\sin\alpha - Y_A b = 0, \qquad \text{(VI)}$$

$\beta = \alpha/2 = 30^\circ$ ekanligini e’tiborga olib, (I), (IV), (V) , (VI) lardan:

$$X_A = Q = 200H, \quad T = (R\sin\alpha)/2\sin\beta \approx 104H.$$

$$Z_A = R/2 - (Qa\cos\alpha)/b = 20H, \quad Y_A = (Qa\sin\alpha)/b \approx 69H.$$

Ushbu qiymatlarni (II) va (III) tenglamalarga qo‘yib,

$$Y_B = T\sin\beta - Y_A = -17H, \quad Z_B = R - T\cos\beta - Z_A = 10H$$

Nihoyat,

$$T \approx 104H, \quad X_A = 200H, \quad Y_A \approx 69H, \quad Z_A = 20H,$$
$$Y_B = -17H, \; Z_B = 10H,$$

larni aniqlaymiz.

4-masala. Yuqoridagi 3-masalada qopqoqqa qo‘shimcha ravishda momenti M=120N·m bo‘lgan va qopqoqning tekisligida ta’sir etuvchi juft kuch qo‘yilgan bo‘lsin; juftning yo‘nalishi (qopqoqning ustidan qaralganda) soat stryelkasiga teskari yo‘nalishda bo‘lgan (99 shakl) holda, masala yechilsin.

Yechish. Qopqoqqa qo‘shimcha ravishda, uning tekisligiga perpendikulyarl bo‘lgan $\overline{M}$ vektor qo‘yamiz, bu vektor erkin bo‘lganligi uchun, uni qopqoqning ixtiyoriy nuqtasiga qo‘yishimiz mumkin, masalan, A nuqtasiga. Ushbu momentning koordinata o‘qlaridagi proyektsiyalari: $M_x=0$, $M_y=M\cos\alpha$, $M_z=M\sin\alpha$ bo‘ladi. Endi (52) formulaga asosan muvozanat tenglamasini tuzamiz. Yuqoridagi (I)-(IV) tenglamalar o‘zgarishsiz qoladi, oxirgi ikkita tenglama quyidagicha o‘zgaradi,

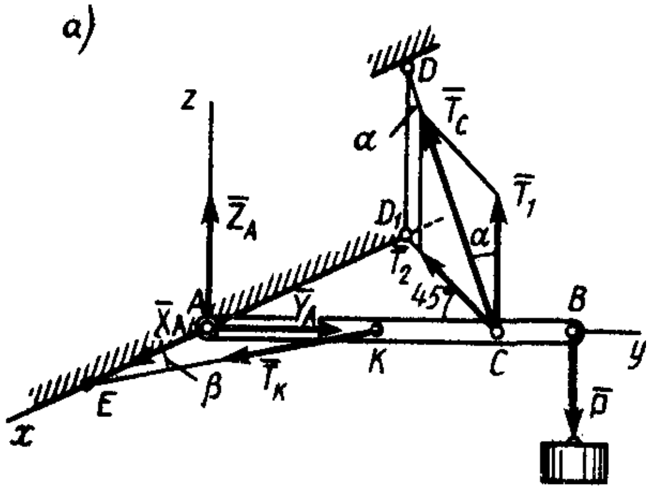
$$-Rb/2 + Z_A b + Qa\cos\alpha + M\cos\alpha = 0 \qquad \text{(Va)}$$
$$-Y_A b + Qa\sin\alpha + M\sin\alpha = 0 \qquad \text{(VIa)}$$

Shuni ta’kidlash lozimki, ushbu natijani (52) formulasiz ham aniqlash mumkin, masalan, qo‘shilgan juftni AB va KO chiziqlari bo‘yicha yo‘nalgan ikkita kuch bilan almashtirib (kuchlarning modullari M/a -ga teng bo‘lishi lozim), so‘ngra oddiy muvozanat tenglamasini tuzish orqali yechish mumkin.

Hosil bo‘lgan (I)-(IV), (Va), (VIa) tenglamalar sistemasini yechib,noma’lumlarni aniqlaymiz. Bu yerda 41 masaladan farqi shundaki barcha formulalardagi Q·a -ni o‘rniga Qa+M qiymatni qo‘yishimiz lozim bo‘ladi. Natijada

$$T \approx 104\text{ N}, \quad X_A = 200\text{ N}, \quad Y_A \approx 173\text{ N}, \quad Z_A = -40\text{ N}, \quad Y_B = -121\text{N}, \quad Z_B = 70\text{N}.$$

5-masala. AB gorizontal sterjen, A nuqtada sfyerik sharnir orqali



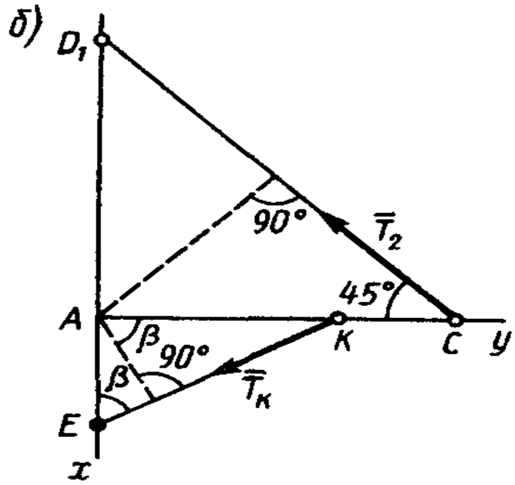
101 *a* shakl

bog‘lanib, KE va CD arqonlar yordamida devorga perpendikulyarl holatda mahkamlab qo‘yilgan (101, a shakl). Sterjenning B uchiga og‘irligi R=36N bo‘lgan yuk osib qo‘yilgan. Agar AB=a=0,8 m, AC=AD_1=b=0,6 m, AK=a/2, α=30°, β=60° bo‘lsa, A sharnirning va arqonlarning reaktsiya kuchlari aniqlansin.

Yechish. Sterjenning muvozanat holatini tekshiramiz. Unga yukning og‘irlik kuchi $\overline{P}$, arqonlarning tortilish kuchlari $\overline{T}_k$, $\overline{T}_C$ va A sharnirdagi reaktsiya kuchlari $\overline{X}_A, \overline{Y}_A, \overline{Z}_A$ ta’sir etmoqda. Koordinata o‘qlarini o‘tkazamiz va (51) formula yordamida muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

$\overline{T}_C$ -kuchning proyektsiyalari va momentlarini aniqlash uchun, uni ikkita $\overline{T}_1$ va $\overline{T}_2$ ($T_1=T_S \cdot \cos\alpha$, $T_2=T_S \cdot \sin\alpha$) lardan iborat bo‘lgan tashkil etuvchilarga ajratib yuboramiz. Varin’on[15] teoremasidan $m_x(\overline{T}_C)=m_x(\overline{T}_1)$ bo‘ladi, chunki $m_x(\overline{T}_2)=0$, hamda $m_z(\overline{T}_C)=m_z(\overline{T}_2)$, chunki $m_z(\overline{T}_1)=0$. Kuchlarning momentlarini hisoblash ishlarini oydinlashtirish uchun qo‘shimcha (101, *b*) shakl chizamiz, unda konstruktsiyani *Axy* tekislikdagi proyektsiyasi tasvirlangan.

Endi (51) formulaga asosan muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Shuni ta’kidlash lozimki, barcha kuchlar *y* -o‘qini kesib o‘tadi, shu sababli ularni shu o‘qqa nisbatan momentlari nolga teng bo‘ladi, natijada tenglamalar soni 5 -



101 *b* shakl

tadan iborat bo‘ladi xolos:

$$\sum F_{kx}=T_K\cos\beta-T_2\sin45°+X_A=0,$$
$$\sum F_{ky}=-T_K\sin\beta-T_2\cos45°+Y_A=0,$$
$$\sum F_{kz}=T_1+Z_A-R=0, \quad \sum m_x(\overline{F}_k)=T_1 b-Ra=0,$$
$$\sum m_z(\overline{F}_k)=-(T_k a/2)\cos\beta+T_2 b\sin45°=0,$$

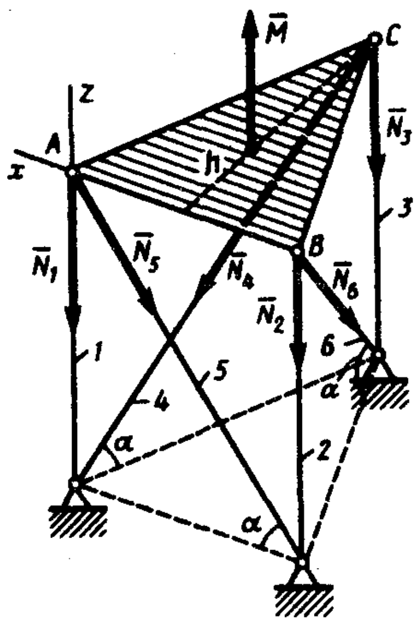
T_1 va T_2 larni ularning qiymatlari bilan almashtirsak,

$$T_K\cos\beta-T_C\sin\alpha\cdot\sin45°+X_A=0,$$

$$-T_K\sin\beta - T_C\sin\alpha\cdot\cos45° + Y_A = 0,$$
$$-R + T_C\cos\alpha + Z_A = 0, \quad -Ra + T_C b\cos\alpha = 0,$$
$$-(T_K a/2)\cos\beta + T_C b\sin\alpha\cdot\sin45° = 0,$$

Hosil bo‘lgan tenglamalar sistemasini yechib,noma’lumlarning qiymatlarini aniqlaymiz. $T_C \approx 55{,}4$ N, $T_K \approx 58{,}8$ N, $X_A \approx -9{,}8$ N, $Y_A \approx 70{,}5$ N, $Z_A = -12$ N. $\overline{X}_A$ va $\overline{Z}_A$ larning yo‘nalishlari shaklda ko‘rsatilganga teskari ekan.

6-masala. Tomonlari *a*-ga teng bo‘lgan teng tomonli gorizontal ABC plita, 102 shaklda tasvirlangandek oltita sterjen yordamida mahkamlangan, har bir sterjen gorizontal tekislik bilan 30° tashkil etadi. Plitaga uning tekisligida yotgan va momenti M bo‘lgan juft kuch qo‘yilgan. Plitaning og‘irligini hisobga olmagan holda sterjenlardagi zo‘riqishlar aniqlansin.



102 shakl.

Yechish. Plitaning muvozanat holatini tekshiramiz. Juftning moment vektori $\overline{M}$ -ni va sterjenlarning reaktsiyalari $\overline{N}_1, \overline{N}_2, \overline{N}_3, ..., \overline{N}_6$ -larni vektor shaklida ifodalaymiz; ushbu reaktsiyalarning yo‘nalishi ularni cho‘zilayotgandek qilib tasvirlangan(plita sterjenlardan ozod bo‘layotgandek hisoblandi). Muvozanat holatda barcha kuchlarning va juftlarning barcha o‘qlarga nisbatan olingan momentlari [(52) formulaga qarang] nolga teng bo‘lishi kerak.

z - o‘qini 1 sterjen bo‘ylab yo‘naltiramiz va unga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz, M_z=M bo‘lsa,

$$(N_6\cdot\cos\alpha)h + M = 0$$

bu yerda $h = a\sqrt{3}/2$, uchburchakning balandligi. Bu tenglamadan,

$$N_6 = -2M/(a\sqrt{3}\cos\alpha)$$

2 va 3 sterjenlar bo‘yicha yo‘nalgan o‘qlar o‘tkazib, ularga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz va ular orqali N_4 va N_5 larni aniqlaymiz.

Endi uchburchakning AB tomoni bo‘yicha yo‘nalgan *x* o‘qiga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz. $M_x=0$ bo‘lgani sababli,

$$N_3h+(N_4\sin\alpha)h=0$$

$N_4=N_6$ ekanligini e’tiborga olsak,

$$N_3=-N_4\sin\alpha=(2M/a\sqrt{3})\mathrm{tg}\alpha$$

AC va BC o‘qlarga nisbatan momentlar tenglamasini tuzish orqali, N_1 va N_2 larning qiymatlarini aniqlaymiz, $\alpha=30°$ bo‘lgani uchun,

$$N_1=N_2=N_3=2M/3a, \qquad N_4=N_5=N_6=-4M/3a$$

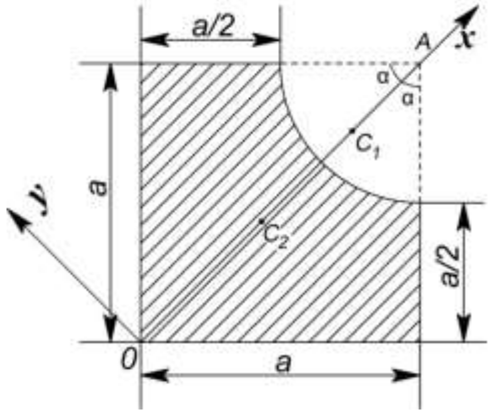
Aniqlangan natijalar shuni ko‘rsatib turibdiki, qo‘yilgan juft ta’sirida vertikalsterjenlar cho‘zilmoqdalar, og‘ma sterjenlar esa siqilmoqdalar.

Yuqoridagi misollardan aniqlandiki, masalalarni yechishda (51) formuladagi muvozanatlik shartlardan foydalanish shart emas ekan. Tekislikda joylashgan kuchlar sistemasi kabi fazoviy kuchlar sistemasi uchun ham bir necha xil muvozanat tenglamalar sistemasi tuzish mumkin ekan, (51) formula esa ularning ko‘rinishlaridan biri ekan.

Fazoviy kuchlar sistemasining muvozanatlik sharti uchun, uchburchak prizmaning qirralaridan o‘tuvchi oltita o‘qlarga nisbatan momentlarning yig‘indilari nolga teng bo‘lgan tenglamalar sistemasi qanoatlansa, uning muvozanati uchun zaruriy va yetarli hisoblanadi.

Mavzu: Parallel kuchlar markazi, og’irlik markazini aniqlashga oid masalalar.

1-masala. Rasmda tasvirlangan jism yuzasining og‘irlik markazining koordinatalari topilsin.



Yechish. Masalada jism yuzasining bir qismi qirqib tashlangan. Bunday jism yuzasining og‘irlik markazi manfiy yuzani qo‘shish usuli bilan aniqlanadi. Jismni qirqilmagan to‘g‘ri burchakli to‘rtburchak va undan qirqib olingan doira sektoridan iborat deb qarash lozim. Bunda qirqilgan bo‘lak yuzasi shartli ravishda manfiy ishora bilan olinadi. Buni e’tiborga olsak

$$x_1 = OA - x_{c1} = a\sqrt{2} - \frac{2}{3}R\frac{\sin\alpha}{\alpha} = a\sqrt{2}(1-\frac{2}{3\pi}).$$

Bu ifodada: *R*-doiraviy sektor radiusi, 2α-markaziy burchak, $\alpha=\pi/4=45^0$.

To‘g‘ri burchakli to‘rtburchak og‘irlik markazining koordinatasi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$x_{c2}=\frac{OA}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2};$$

Ox o‘qi doiraviy sektor va to‘g‘ri burchakli to‘rtburchak simmetriya o‘qi bo‘lganligi uchun $y_1= 0$, $y_2=0$.

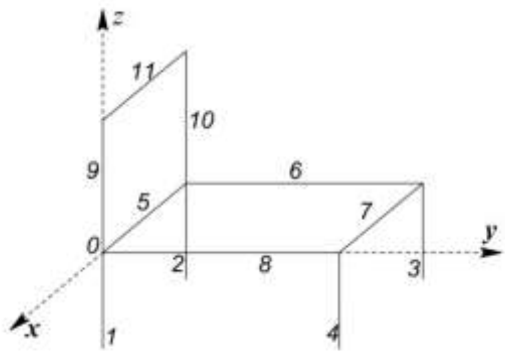
Shuning uchun jism yuzasi og‘irlik markazining koordinatasi quyidagi formula asosida aniqlanadi.

$$x_2=\frac{s_2x_2-s_1x_1}{s_2-s_1}.$$

Agar $S_2=a^2$, $S_1=\frac{\pi a^2}{16}$ ekanligini e’tiborga olsak,

$$x_c=\frac{a^3\sqrt{2}-\pi a^3\sqrt{2}\left(1-\frac{2}{3\pi}\right)\Big/16}{-\pi a^2\big/16+a^2}=0{,}61a.$$

2-masala. Stul ko‘rinishidagi jism og‘irlik markazining koordinatalari topilsin. Bu jism bir xil uzunlik va bir xil og‘irlikdagi sterjenlardan tuzilgan. Sterjenlarning uzunligi 44 sm.



Yechish. Agar $\ell_1=\ell_2=...\quad \ell_{11}=\ell$ ekanligini e’tiborga olsak, stul ko‘rinishidagi jism og‘irlik markazining koordinatalari quyidagi formulalar asosida topiladi:

$$x_C=\frac{\sum \ell_i\cdot x_i}{\sum \ell_i}=\frac{\ell\sum x_i}{11\cdot\ell}=\frac{1}{11}\sum x_i\ ,\qquad (1)$$

$$y_C=\frac{\sum \ell_i\cdot y_i}{\sum \ell_i}=\frac{\ell\sum y_i}{11\cdot\ell}=\frac{1}{11}\sum y_i\ ,\qquad (2)$$

$$z_C=\frac{\sum \ell_i\cdot z_i}{\sum \ell_i}=\frac{\ell\sum z_i}{11\cdot\ell}=\frac{1}{11}\sum z_i\ .\qquad (3)$$

Bu ifodalarda x_i, y_i, z_i– lar i sterjen og‘irlik markazining koordinatalari.

Koordinata o‘qlarini rasmdagidek o‘tkazib, sterjenlar og‘irlik markazining koordinatalarini aniqlaymiz va quyidagi jadvalni to‘ldiramiz:

T.r.	Sterjenlarning uzunligi, $\ell_i(sm)$	Sterjenlar og‘irlik markazi koordinatalari *(sm)*		
1	44	$x_1 = 0$	$y_1 = 0$	z_1 =-22
2	44	x_2 = -44	$y_2 = 0$	z_2 = -22
3	44	x_3 = -44	y_3 = 44	z_3 = -22
4	44	x_4 = 0	y_4 = 44	z_4 = -22

5	44	x_5 = -22	y_5 = 0	z_5 = 0
6	44	x_6 = -44	y_6 = 22	z_6 = 0
7	44	x_7 = -22	y_7 = 44	z_7 = 0
8	44	x_8 = 0	y_8 = 22	z_8 = 0
9	44	x_9 = 0	y_9 = 0	z_9 = 22
10	44	x_{10} = -44	y_{10} = 0	z_{10} = 22
11	44	x_{11} = -22	y_{11} = 0	z_{11} = 44
Ja'mi		-242	176	0

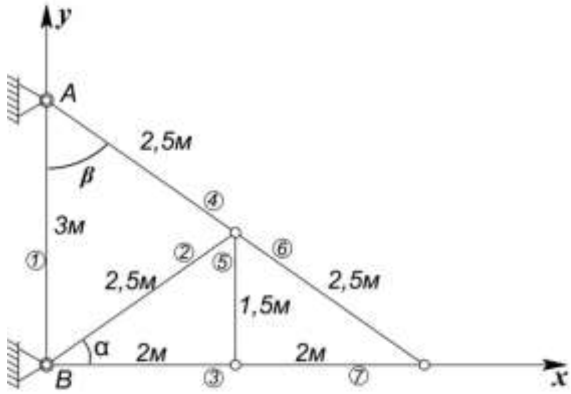
Jadval va (1), (2), (3) formulalardan foydalanib, stul ko'rinishidagi jism og'irlik markazining koordinatalarini aniqlaymiz:

$$x_c = \frac{1}{11}\sum x_i = \frac{-242}{11} = -22\ sm,$$

$$y_c = \frac{1}{11}\sum y_i = \frac{176}{11} = 16\ sm,$$

$$z_c = \frac{1}{11}\sum z_i = \frac{0}{10} = 0.$$

3-masala. Tekis ferma og'irlik markazining koordinatalari topilsin: ferma ettita sterjendan tuzilgan bo'lib, ularning uzunliklari rasmda ko'rsatilgan. Hamma sterjenlar har bir metrining og'irligi bir xil.



Yechish. Tekis ferma og'irlik markazining koordinatalari quyidagi formulalar asosida aniqlanadi:

$$x_C = \frac{\sum \ell_i \cdot x_i}{\sum \ell_i}; \quad (1)$$

$$y_C = \frac{\sum \ell_i \cdot y_i}{\sum \ell_i}; \quad (2)$$

bunda ℓ_i ferma *i* sterjenining uzunligi, x_i, y_i lar esa uning og'irlik markazining koordinatalari.

Koordinata o'qlarini rasmdagidek o'tkazib, ferma sterjenlarining og'irlik markazining koordinatalarini aniqlaymiz va quyidagi jadvalni to'ldiramiz:

T.r.	Sterjenlar uzunligi ℓ_i (m)	x_i (m)	y_i(m)	$\ell_i x_i$	$\ell_i y_i$
1	3,0	0	1,5	0	4,5
2	2,5	1,25·cosα = 1	1,25·sinα = 0,75	2,5	18,8

3	2,0	1	0	2,0	0
4	2,5	1,25·sinβ = 1	3-1,25cosβ=2,25	2,5	5,63
5	1,5	2,0	0,75	3	1,13
6	2,5	4-1,25 cosα = 3	1,25·sinα = 0,75	7,5	1,88
7	2,0	3	0	6	0
	16			23,5	15,02

Jadvaldan foydalanib tekis ferma og‘irlik markazining koordinatalarini aniqlaymiz:

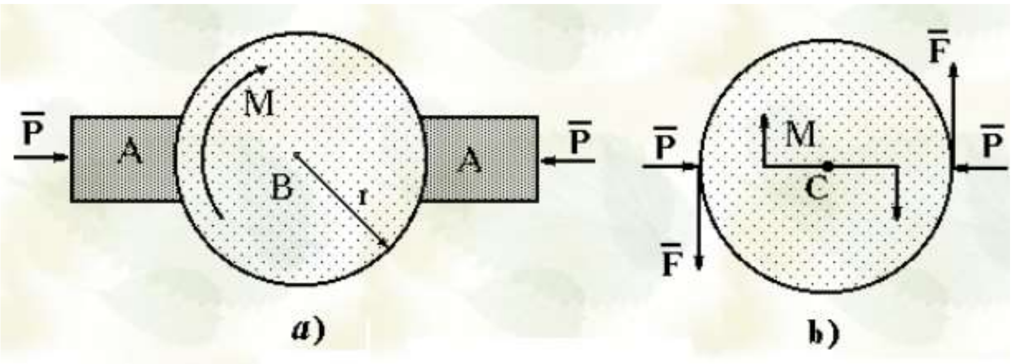
$$x_c = \frac{\sum \ell_i \cdot x_i}{\sum \ell_i} = \frac{23{,}5}{16} = 1{,}47\,м,$$

$$y_c = \frac{\sum \ell_i \cdot y_i}{\sum \ell_i} = \frac{15{,}02}{16} = 0{,}94\,м.$$

Mavzu: Ishqalanish kuchini hisobga olganda kuchlar muvozanatiga oid masalalar.

Masala: 1 *a*) shaklda $M = 1250\,kN \cdot m$ burovchi moment bilan harakatlanuvchi elektr lebyodkaning ishchi organi tasvirlangan. Lebyodkani to`xtatish uchun ikkita tormozlovchi A - kolodkalar o`rnatilgan bo`lib, tormozlangan paytda ular disk B - ni P - kuch bilan siqadilar.

Diskning radiusi $r = 600mm$ bo`lsa tormozlovchi kuchning miqdorini aniqlang. Disk bilan tormozlovchi kolodkalar orasidagi ishqalanish koeffitsienti $f = 0{,}5$ deb qabul qilinsin.



1.-shakl

Yechish: Diskni bog`lanishlardan ajratib olib, ularning o`rniga tegishli reaksiyalarini qo`yamiz, ular tormozlash paytida diskka har biri F - ga teng ishqalish kuchlaridan tashkil topgan juft bilan ta`sir etadilar. Juftning yelkasi diskning radiusi r - ga teng.

Kulon qonuni bo`yicha ishqalish kuchining qiymati,

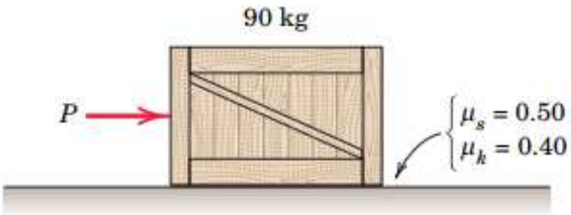
$$F = f \cdot N = f \cdot P \qquad (a)$$

Ushbu mexanizm muvozanatda bo`lishi uchun, diskka ta`sir etuvchii barcha momentlarning yig`indisi nolga teng bo`lishi shart. Ya`ni 5.8 b) shakldan, diskning markazi C nuqtaga nisbatan momentlarning yig`indisi nolga teng bo`lishi shart,

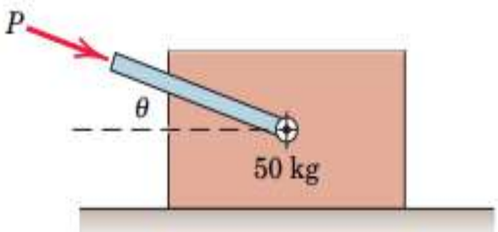
$$\sum m_C(F_k) = 0 \qquad F \cdot 2 \cdot r - M = 0 \quad \text{yoki} \quad f \cdot P \cdot 2 \cdot r - M = 0$$

Bundan, demak diskni tormozlash zarur bo`lsa, kolodkalarni P=200 kN kuch bilan siqish zarur ekanligini aniqladik.

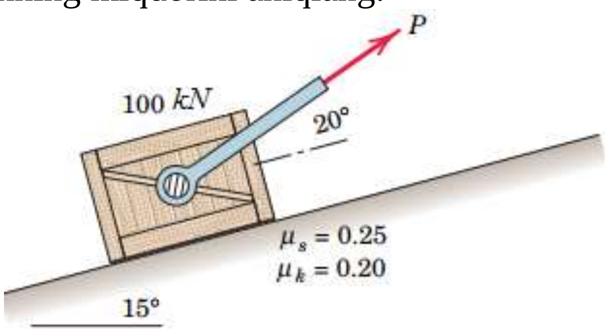
1. masala Rasmda keltirilgan holatlar uchun, yashik o`rnidan siljishi uchun ta`sir etayotgan kuchning miqdorini aniqlang.



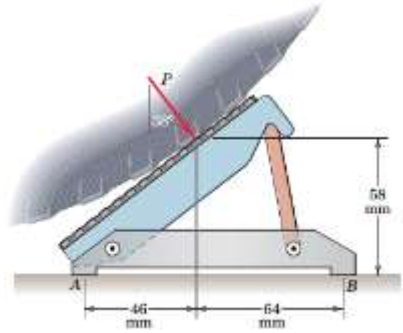
2. masala Rasmda keltirilgan holat uchun, yashik o`rnidan siljishi uchun ta`sir etayotgan kuchning miqdorini aniqlang(burchak 30 gradus).



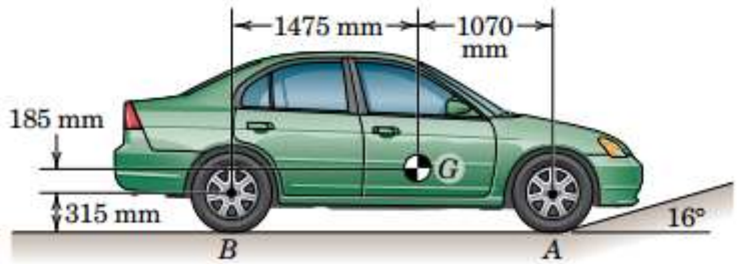
3. masala Rasmda keltirilgan holat uchun, yashik o`rnidan siljishi uchun ta`sir etayotgan kuchning miqdorini aniqlang.



4. masala. Rasmda keltirilgan holat uchun, ishqalanish koeffitsentini miqdorini aniqlang.



5. masala. Rasmda keltirilgan holat uchun, mashina qiyalikka bulsovat qilmay arakatlanishi uchun, uning yer bilan hosil qiladigan ishqalanish koeffitsenti miqdorini aniqlang(G=14000N)



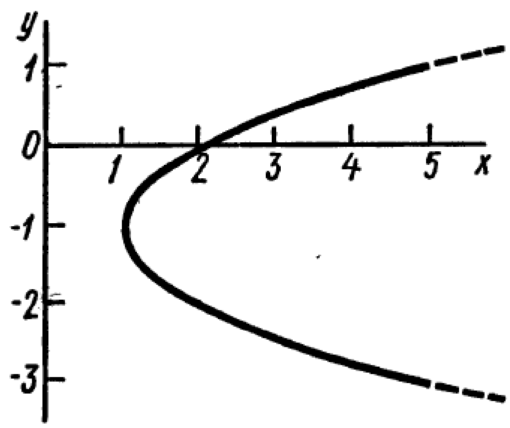
Mavzu: Berilgan harakat tenglamalari bo'yicha nuqtaning trayektoriyasi, tezlik va tezlanishini topish.

1-masala. Nuqtaning tekislikdagi harakat qonuni berilgan:

$$x = -2\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) + 3, \qquad y = 2\sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) - 1$$

(x va $y -$ santimetrlarda, $t -$ sekundda berilgan). Nuqtaning trayektoriya tenglamasini, $t_1=1s$ vaqtdagi tezligi va tezlanishini, hamda urinma va normal tezlanishlarini, trayektoriyaning egrilik radiusi aniqlansin.

Yechish: 1. Nuqta trayektoriyasining tenglamasini aniqlash uchun berilgan harakat tenglamalaridan t vaqtni chiqaramiz. Misolimizda t trigonometrik funksiya argumentiga kirganligi va bir argument ikkinchisiga nisbatan ikki barobar ortiq bo'lgani uchun quyidagi formuladan foydalanamiz:



$$cos\,2\,\alpha = 1 - 2sin^2\alpha \quad \text{yoki} \quad cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = 1 - 2\,sin^2\left(\frac{\pi}{8}t\right) \qquad (1)$$

Harakat tenglamasidan mos ifodalarni topib (1) tenglikka qo'yamiz.

$cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = \frac{3-x}{2}$, $\quad sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) = \frac{y+1}{2}$ demak, $\quad \frac{3-x}{2} = 1 - 2\frac{(y+1)^2}{4}$

Bu yerdan nuqtaning trayektoriya tenglamasini hosil qilamiz (parabola, *KI a* shakl).

$$x = (y+1)^2 + 1 \qquad (2)$$

2. Nuqta tezligini uning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari orqali topamiz:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right);$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi}{8}t\right); \qquad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \qquad t_1 = 1\,s \quad \text{vaqtda}$$

$$v_{1x} = 1{,}11\,sm/s, \quad v_{1y} = 0{,}73\,sm/s, \quad v = 1{,}33\,sm/s, \qquad (3)$$

3. Huddi shu usulda nuqta tezlanishini topiladi:

$$a_x = \frac{d\,v_x}{dt} = \frac{\pi^2}{8}\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right);$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{\pi^2}{32}sin\left(\frac{\pi}{8}t\right); \qquad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \qquad t = 1\,s \quad \text{vaqtda}$$

$$a_{1x} = 0{,}87\,sm/s^2, \quad a_{1y} = -0{,}12\,sm/s^2, \quad a_1 = 0{,}88\,sm/s^2 \qquad (4)$$

4. Urinma tezlanish $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ tenglikni differensiallab topiladi:

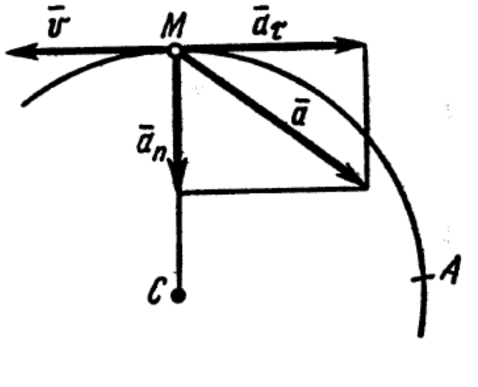
$$2v\frac{dv}{dt} = 2\,v_x\frac{dv_x}{dt} + 2v_y\frac{dv_y}{dt} \quad \text{yoki} \quad a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{v_x\;a_x + v_y\,a_y}{v} \qquad (5)$$

(5) tenglikning o'ng tomoniga kiruvchi barcha kattaliklar (3) va (4) tengliklardan topiladi.

Natijada $t_1 = 1\,s$ da $\qquad a_{1\tau} = 0{,}66\;sm/s^2$

5. Nuqtaning normal tezlanishini $a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}$ formuladan topiladi. Bu yerga a_1 va $a_{1\tau}$ larning qiymatlarini qo'yib $a_{1n} = 0{,}58\;sm/s^2$ ni aniqlaymiz.

6. Nuqtaning egrilik radiusi $\rho = \frac{v^2}{a_n}$. Bu tenglikka v_1 va $a_{1\,n}$ larning miqdorlarini qo'ysak, *t=1 s* vaqt uchun $\rho_1 = 3{,}05\,sm$ bo'ladi.



Javob: $v_1 = 1{,}33\;sm/s$, $\quad a_1 = 0{,}88\;sm/s^2 \quad a_{1\tau} = 0{,}66\;sm/s^2$

$a_{1n} = 0{,}58\;sm/s^2 \qquad \rho_1 = 3{,}05\,sm.$

2-masala. Nuqta radiusi $R = 2\,m$ bo'lgan aylana yoyi bo'ylab $s = 2\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ qonun bo'yicha harakatlanmoqda (s - metrda, t - sekundda), bu yerda $s = \breve{BM}$. Nuqtaning $t_1 = 1s$ vaqtdagi tezligi va tezlanishini toping.

Yechish: Nuqta tezligini topamiz:

$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right);$ $t_1 = 1s$ vaqtda $v_1 = \pi\sqrt{2/4} = 1{,}11\ m/s;$

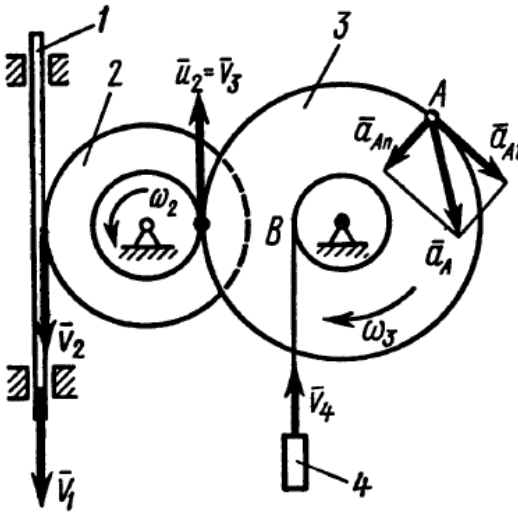
Tezlanishni uning urinma va normal tashkil etuvchilari orqali topamiz:

$a_\tau = \frac{dv}{dt} = -\frac{\pi^2}{8}sin\left(\frac{\pi}{4}t\right),$ $a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{v^2}{R}$ $t_1 = 1s$ va $R = 2m$ ekanini hisobga olsak,

$a_{1\tau} = -\pi^2\sqrt{2}/16 = 0{,}87\ m/s^2,$ $a_n = v_1^2/2 = \pi^2/16 = 0{,}62\ m/s^2$ u holda nuqtaning $t_1 = 1s$ vaqtdagi tezlanishi $a_1 = \sqrt{a_{1\tau}^2 + a_{1n}^2} = \pi^2\sqrt{3}/16 = 1{,}07\,m/s^2$ ga teng bo'ladi. Shaklda nuqta B nuqtadan harakatini boshlanishini hisobga olib, $\vec{v}_1$ va $\vec{a}_1$ tezlanishlarni ishorasiga qarab qo'yamiz.

Mavzu: Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrifida aylanishi va aylanma harakatdagi jism nuqtasining tezlik va tezlanishini topishga oid masalalar.

1-masala. 1-tishli reyka, radiuslari r_2 va R_2 bo'lgan 2-pog'onali g'ildirak, radiusi r_3 bo'lgan val bilan qo'zg'almas qilib biriktirilgan radiusi R_3 bo'lgan g'ildiraklar bir-birlari bilan tishlashgan. Valga o'ralgan ipga 4 - yuk osilgan. Tishli reyka $s_1 = f(t)$ qonun bo'yicha harakat qiladi.



Berilgan: $R_2 = 6\,sm,$ $r_2 = 4\,sm,$ $R_3 = 8\,sm,$ $r_3 = 3\,sm,$ $s_1 = 3t^3$ (s-santimetrlarda, t-sekundda), $t_1 = 3\ s,$ A nuqta 3-g'ildirak to'g'inida joylashgan.

Topish kerak: $\omega_3,$ $v_4,$ $\varepsilon_3,$ a_2 kattaliklarning $t = t_1$ vaqtdagi qiymatini.

Yechish: G'ildiraklarning tashqi pog'onalarining to'g'inidagi (radiusi R_i) nuqtalarning tezligini v_i ichki pog'onalarning to'g'inidagi (radiusi r_i) nuqtalarning tezligini u_i bilan belgilaymiz.

1. Barcha g'ildiraklarning burchak tezliklarini t vaqtning funksiyasi sifatida aniqlaymiz, 1 reykaning harakat qonuni berilgani uchun, uning tezligini topamiz:

$$v_1 = \frac{ds_1}{dt} = 9t^2 \qquad (1)$$

Reyka bilan 2-g'ildirak tishlashgani uchun $v_2 = v_1$ yoki $v_1 = \omega_2 R_2$ Ikkinchi tomondan 2 va 3-g'ildiraklar ham tishlashganligi uchun $u_2 = v_3$ yoki $\omega_2 r_2 = \omega_3 R_3$. Bu tengliklardan quyidagilarni topamiz:

$\omega_2 = \frac{v_1}{R_2} = \frac{3}{2}t^2$, $\omega_3 = \frac{r_2}{R_3}\omega_2 = \frac{3}{4}t^2$ (2) $t_1 = 3s$ vaqt uchun $\omega_3 = 6{,}75\ s^{-1}$ hosil qilamiz.

2. v_4 ni aniqlaymiz. $v_4 = v_B = \omega_3 r_3$ bo'lgani uchun $t = 3\ s$ da $v_4 = 20{,}25\ \frac{m}{s}$.

3. ε_3 ni aniqlaymiz. (2) tenglamadan foydalanib ε_3 ni topamiz:

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = 1{,}5t, \quad t_1 = 3s\ da \quad \varepsilon_3 = 4{,}5\ s^{-2}.$$

4. a_A ni aniqlash. *A* nuqta aylanma harakatda bo'lgani uchun

$\vec{a}_A = \vec{a}_{A\tau} + \vec{a}_{An}$ bu yerda $a_{A\tau} = R_3\varepsilon_3$, $a_{An} = R_3\omega_3^2$ u holda $t = 3\ s$ vaqt uchun:

$a_{A\tau} = 36\ sm/s^2$; $a_{An} = 364{,}5\ sm/s^2$; $a_A = \sqrt{a_{A\tau}^2 + a_{An}^2} = 366{,}3\ sm/s^2$

Shaklda barcha nuqtalarning tezlik va tezlanishlari hamda g'ildiraklarning burchak tezliklarining yo'nalishi ko'rsatilgan.

Javob: $\omega_3 = 6{,}75\ s^{-1}$; $v_4 = 20{,}25\ sm/s$; $\varepsilon_3 = 4{,}5\ s^{-2}$; $a_A = 366{,}3\ sm/s^2$;

2-masala. Tekis aylanma harakatda bo'lgan shkivning burchak tezligi $n = 1200$ayl/min, uning radiusi $R = 0{,}3m$. Shkivning burchak tezligi ω va gardishida yotgan M nuqtasining tezligi va tezlanishi aniqlansin.

Yechish: Tekis aylanma harakat burchak tezligi n va jismning burchak tezligi ω lar quyidagi formula orqali o'zaro bog'langan

$$\omega = \frac{\pi n}{30}. \qquad (2.1)$$

Shuning uchun, $\omega = \frac{3{,}14 \cdot 1200}{30} = 125{,}6$ rad/s.

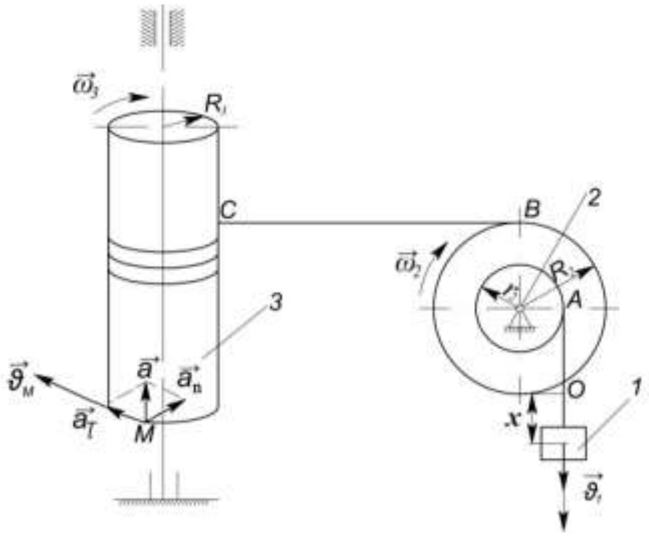
Shkiv gardishidagi M nuqtaning chiziqli tezligi quyidagi formula asosida aniqlanadi:

$$\vartheta = R \cdot \omega = 0{,}3 \cdot 125{,}6 = 37{,}7 \text{ m/s}. \qquad (2.2)$$

Tekis aylanma harakatda jism nuqtasining urinma tezlanishi $a_\tau = 0$ bo'lgani uchun, nuqtaning to'la tezlanishi quyidagiga teng bo'ladi:

$a = a_n = R \cdot \omega^2 = 0{,}3 \cdot (125{,}6)^2 = 4732{,}6$ m/s^2.

3-Masala. 1-jismning harakat tenglamasi $x = 10 + 30t^2$ ga ko'ra, uning vertikal o'q bo'ylab, $s = 0{,}3$m yo'lni o'tgan vaqt momentida, 3 jism M nuqtasining tezligi, urinma, normal va to'la tezlanishi topilsin.



Shkiv va tsilindr o'lchamlari quyidagicha: $R_2 = 30\ sm,$ $r_2 = 20$ sm, $R_3 = 30\ sm.$

Yechish: Birinchi jismning $s = 0{,}3m = 30\ sm$ yo'lni o'tish vaqti τ ni topamiz:

$s = x_{t=\tau} - x_{t=0} = 10 + 30\tau^2 - -10 = 30\tau^2.$ (2.3)

Bundan,

$$\tau = \sqrt{s/30} = \sqrt{s/30} = 1\ s.$$

Birinchi jism tezligini aniqlash uchun uning harakat tenglamasidan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila hisoblaymiz:

$$\vartheta_1 = \frac{dx}{dt} = (10 + 30t^2)' = 60t.$$

Agar birinchi jism osilgan, hamda 2- va 3- jismlarni biriktiruvchi tasmalarni cho'zilmaydi deb olsak, $\vec{\vartheta}_A = \vec{\vartheta}_1$ bo'ladi. U vaqtda
2- jismning burchak tezligi

$$\omega_2 = \frac{\vartheta_A}{r_2} = \frac{\vartheta_1}{r_2} = \frac{60t}{20} = 3t \text{ bo'ladi.} \qquad (2.4)$$

Bu jism B nuqtasining tezligi:

$$\vartheta_B = \omega_2 \cdot R_2 = 3t \cdot 30 = 90t.$$

BC tasmani ham cho'zilmaydi, deb olsak,

$$\vartheta_B = \vartheta_c = 90\ t \text{ bo'ladi.}$$

Bu holatda 3-jismning burchak tezligi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\omega_3 = \frac{\vartheta_c}{R_3} = \frac{90t}{30} = 3t\,\frac{1}{s} \quad . \qquad (2.5)$$

3-jismning burchak tezlanishi esa uning burchak tezligidan vaqt bo'yicha hisoblangan birinchi tartibli hosilaga teng:

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{at} = (3t)' = 3\,\frac{1}{c^2} \qquad (2.6)$$

M va C nuqtalar tsilindrning sirtida, ya'ni aylanish o'qidan bir xil masofada yotganligi uchun, ularning tezliklari, urinma, normal va to'la tezlanishlari o'zaro teng bo'ladi. Shuning uchun:

$$\vartheta_M = \vartheta_c = \omega_3 \cdot R_3 = 3t \cdot 30 = 90t,$$

$$a_\tau = \varepsilon_3 R_3 = 3 \cdot 30 = 90,$$

$$\vartheta_n = \omega_3^2 \cdot R_3 = 9t^2 \cdot 30 = 270t^2,$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{90^2 + (270t^2)^2} = \sqrt{8100 + 72900t^4}.$$

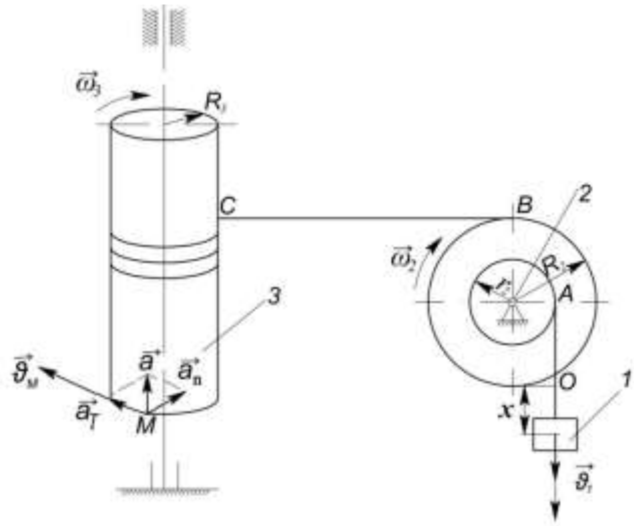
$t = \tau = 1$sekundda:

$$\vartheta_M = 90 \cdot 1 = 90\text{sm/s},$$

$$a_\tau = 90 \text{ sm/s}^2,$$

$$a_n = 270 \cdot 1 = 270\text{sm/s},$$

$$a = \sqrt{8100 + 72900} = 284{,}6 \text{ sm/s}^2.$$

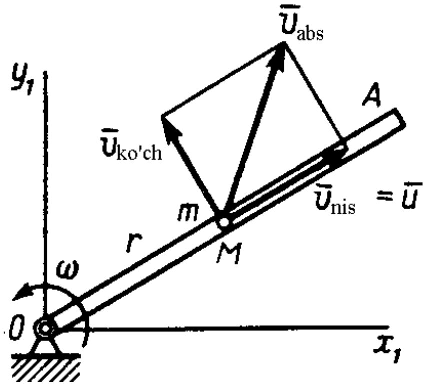


Mnuqtaning tezligi, urinma, normal va to'la tezlanishi (rasmda ko'rsatilgan).

Mavzu: Nuqtaning murakkab harakatida ko'chirma harakat ilgarilanma va aylanma bo'lganda tezlik va tezlanishni topishga oid masalalar.

1-masala. M nuqta OA to'g'ri chiziq bo'ylab $\bar{u}$-tezlik bilan harakatlanmoqda (153- shakl). OA to'g'ri chiziqning o'zi esa O markaz atrofida w burchakli tezlik bilan aylanma harakat qilmoqda. M nuqtaning Ox_1y_1 o'qlardagi harakat tezligini OM=r masofaga bog'lagan holda aniqlansin.

Echish. M nuqtaning harakati OA to'g'ri chiziq bo'ylab qilayotgan nisbiy



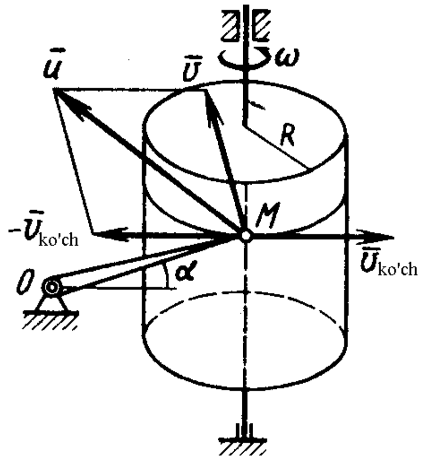
153- shakl

va OA chiziq bilan birgalikdagi ko'chirma harakatlardan iborat bo'lgan murakkab harakat bo'ladi. U holda OA bo'ylab yo'nalgan $\bar{u}$ -tezlik nuqtaning nisbiy tezligi hisoblanadi. OA chizig'ining O markaz atrofidagi aylanma harakati M nuqta uchun ko'chirma harakat hisoblanadi va OA chiziqning M nuqta egallagan joyidagi m -nuqtasining tezligi ko'chirma tezlik - $\bar{v}_{ko'ch}$ hisoblanadi.

Ushbu m - nuqta Om=r radiusli aylana bo'ylab harakatlanayotganligi uchun, uning tezligi moduli $v_{ko'ch}=w \times r$ -ga teng bo'lib, Om -chiziqqa perpendikulyar yo'nalgan bo'ladi. Shu sababli $\bar{u}$ va $\bar{v}_{ko'ch}$ vektorlardan iborat bo'lgan parallelogramm qurib, M nuqtaning Ox_1y_1 o'qlardagi absolyut tezligi $\bar{v}_{abs}$-ni anqlaymiz. $\bar{u}$ va $\bar{v}_{ko'ch}$ vektorlar o'zaro perpendikulyar bo'lganligi uchun (16.2) formulaga asosan,

$$v_{abs}=\sqrt{u^2+\omega^2 r^2}$$

2-masala. O'zi yozar priborning OM richagining shu ondagi gorizont bilan tashkil qilgan bo'rchagi a -dan iborat bo'lib, uning perosi -M, OM -ga



154- shakl

perpendikulyar bo'lgan $\bar{v}$-tezlik bilan harakatlanmoqda (154- shakl). Qog'oz o'ralgan baraban esa, vertikal o'q atrofida w -burchakli tezlik bilan harakat qilmoqda. Agar barabanning radiusi R -ga teng bo'lsa, peroning qog'oz ustidagi $\bar{u}$ -tezligi aniqlansin.

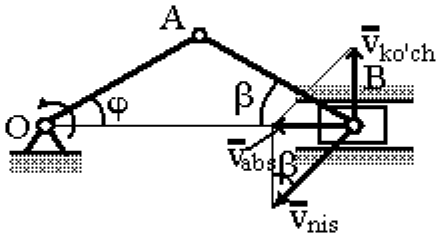
Yechish. Peroning absolyut tezligi ma'lum, ya'ni $\bar{v}_{abs}=\bar{v}$-ga teng. $\bar{v}$-tezlikni peroning qog'oz ustidagi nisbiy tezligi -$\bar{u}$ va qog'ozning pero joylashgan nuqtasining tezligidan iborat bo'lgan ko'chirma - $\bar{v}_{ko'ch}$ tezliklarning geometrik yig'indisidan iborat deb hisoblash mumkin. Ko'chirma tezlikning moduli $v_{ko'ch}=w \times R$.

Tezliklarni qo'shishga oid teoremaga asosan $\bar{v}=\bar{u}+\bar{v}_{ko'ch}$, bundan $\bar{u}=\bar{v}+(-\bar{v}_{ko'ch})$. Ushbu $\bar{v}$ va $(-\bar{v}_{ko'ch})$ vektorlardan iborat bo'lgan parallelogramm quramiz va izlanayotgan $\bar{u}$-tezlikni aniqlaymiz. $\bar{v}$ va $(-\bar{v}_{ko'ch})$ vektorlar orasidagi burchak 90°-a -ni tashkil etgani uchun, peroning qog'oz ustidagi tezligining moduli,

$$u = \sqrt{v^2 + \omega^2 R^2 + 2v\omega R \sin\alpha}$$

Sinuslar teoremasi orqali $\bar{u}$ va $\bar{v}_{ko'ch}$ vektorlar orasidagi burchakni hisoblab topish mumkin.

3- masala. Krivoship - polzunli mexanizmning uzunligi r-ga teng bo'lgan OA krivoshipi w -burchakli tezlik bilan aylanma harakat qilmoqda (155-shakl). AB shatunning uzunligi l -ga teng. Berilgan j -burchakli holat uchun polzunning OA krivoshipga nisbatan tezligi aniqlansin.



155-shakl

Yechish. Polzun ilgarilama harakat qilmoqda va uning tezligi AB shatunga ham tegishli bo'lgan B nuqtaning tezligidan iborat. Demak, masalani echish shatunning B nuqtasining tezligini aniqlashdan iborat ekan.

AB shatunning OA krivoshipga niisbatan harakati A nuqtadagi sharnir atrofidagi aylanma harakatdan iborat. Bunday harakatda B nuqta AB radiusli aylana bo'ylab harakat qiladi; demak, B nuqtaning AB shatunga nisbatan harakatidagi tezligi- $\bar{v}_{nis}$ AB -ga perpendikulyar ravishda yo'naladi. Hamda B nuqtaning absolyut tezligi - $\bar{v}_{abs}$, BO to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgan bo'ladi.

B nuqta uchun ko'chirma harakat OA krivoshipning harakatidan iborat bo'ladi. Buning uchun krivoshipni OAB uchburchak bilan mahkam bog'langan holda O nuqta atrofida w - burchakli tezlik bilan harakatlanadi deb faraz qilamiz . U holda OAB uchburchak B nuqtasining tezligi, shatunning shu ondagi B nuqtasining tezligi bilan ustma-ust tushadigan tezlik vektori, shatunning B nuqtasining ko'chirma - $\bar{v}_{ko'ch}$ tezligi hisoblanadi. OAB uchburchakning B nuqtasi O nuqta atrofida OB radiusli aylana bo'ylab harakatlanadi. Demak, $\bar{v}_{ko'ch}$ - tezlik OB-ga perpendikulyar ravishda yo'nalgan bo'lib, uning son qiymati $v_{ko'ch}$=w×AB. AB=l×cosb+r×cosj bo'lgani uchun $v_{ko'ch}$ =w×(l×cosb+r×cosj).

Tomonlari $\bar{v}_{nis}$, $\bar{v}_{ko'ch}$ va diagonali $\bar{v}_{abs}$- vektorlardan tashkil topgan parallelogramm quramiz, Bundan ko'rinib turibdiki,

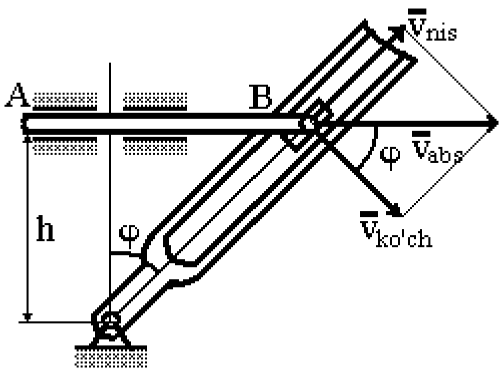
$\bar{v}_{nis} = \bar{v}_{ko'ch}$ / cosb $\bar{v}_{nis}$ =w×(l+r×cosj/ cosb).

Bu tenglamalar sistemasidan b - burchakni yo'qotamiz. OAB uchburchakdan l×sinb=r×sinj bo'ladi. U holda $\cos\beta = \sqrt{1-(r^2/1^2)\sin^2\varphi}$ va nihoyat B nuqtaning izlanayotgan nisbiy tezligining modulini aniqlaymiz,

$$\bar{v}_{nis} = \omega \cdot l\left(1 + \frac{r\cos\varphi}{\sqrt{l^2 - r^2\sin^2\varphi}}\right) \quad (a)$$

B nuqtaning absolyut tezligi $\bar{v}_{abs}$-ni aniqlash uchun, yana o'sha parallelogrammdan foydalanamiz. Undan v_{abs}=v_{nis}×sinb. Lekin sinb=(r×sinj)/l bo'lgani uchun, (a) tenglikdan v_{abs} uchun 63 masalada boshqa usul bilan aniqlangan qiymatni topamiz (57§-ga q.) va uni v_B -bilan belgilaymiz.
Xususiy holda, ya'ni r=l bo'lganda v_{nis}=2w×l, v_{abs}=2w×l×sinj.

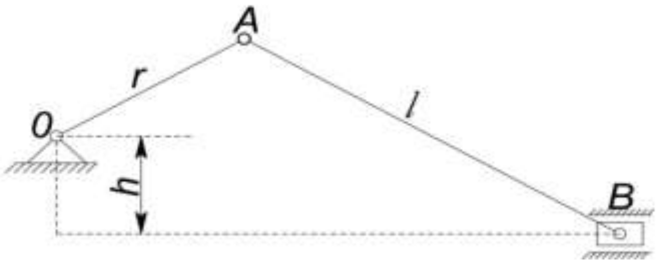
4-masala. AB gorizontal sterjenning B uchi sharnir orqali polzun bilan bog'langan.



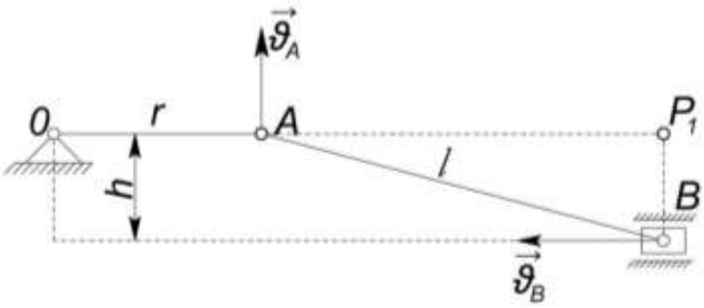
156- shakl

Polzun esa OC kulisaning yo'naltiruvchi-tirqishi bo'ylab sirpanma harakat qiladi, buning natijasida kulisa O o'q atrofida aylanma harakat qiladi (156-shakl). AB sterjen bilan O o'q orasidagi masofa h -ga teng. AB sterjenning v -tezligi va j burchakka bog'liq ravishda kulisaning burchakli tezligi anqlansin.
Echish. Bizga, polzunning absolyut tezligi ma'lum bo'lib, u sterjenning tezligi v-dan iborat bo'ladi. Polzunning shu tezligini, polzunni kulisaning yo'naltiruvchi -tirqishi bo'ylab qilgan harkatidagi nisbiy $\bar{v}_{nis}$-tezlik va kulisaning polzun bilan bir joydagi nuqtasining tezligi, ya'ni $\bar{v}_{ko'ch}$-ko'chirma tezliklarning vektor yig'indisidan iborat deb hisoblashimiz mumkin. Ushbu vektorlarning yo'nalishlari bizga ma'lum: nisbiy $\bar{v}_{nis}$-tezlik vektor OB chiziq bo'ylab yo'naladi; $\bar{v}_{ko'ch}$-ko'chirma tezlik vektori OB -ga perpendikulyar holda yo'naladi. U holda $\bar{v}$-tezlikni $\bar{v}_{ko'ch}$ va $\bar{v}_{nis}$ lardan iborat ikkita tashkil etuvchilarga ajratamiz. Parallelogrammdan ko'rinib turibdiki, ko'chirma tezlikning moduli $v_{ko'ch}$=v×cosj.
Lekin ikkinchi tomondan ko'chirma tezlik $v_{ko'ch}$=w×OB=w×h/cosj. Bu erda w -kulisaning burchakli tezligi. Oxirgi ikki tenglikning o'ng tomonlarini tenglashtirib, kulisaning burchakli tezligining qiymatini aniqlaymiz w=(v/h) $\cos^2$j.

Mavzu: Tekis parallel harakatdagi jism nuqtalari tezligi va tezlanishi



1-masala. *O* val atrofida *ω=1,5 rad/s* burchak tezlik bilan aylanuvchi krivoshipning ikkita gorizontal va ikkita vertikal holatida, markaziy bo'lmagan krivoship mexanizmi *B* polzuni tezligining qancha bo'lishi topilsin; *OA=40 sm, AB=200 sm*

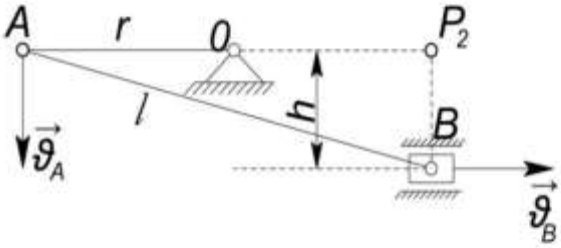


Yechish: 1. Krivoshipning birinchi gorizontal holatida *B* polzunning tezligini qancha bo'lishini aniqlaymiz. Krivoship A nuqtasining tezligi:

$$\vartheta_A = \omega \cdot OA = 1{,}5 \cdot 40 = 60\ sm/s$$

B polzun tezligini aniqlash uchun, *AB* shatun nuqtalari tezliklarining oniy markazini aniqlaymiz. Buning uchun $\vec{\vartheta}_A$ va $\vec{\vartheta}_B$ yo'nalishlariga perpendikulyar chiziqlar o'tkazib, ularning kesishish nuqtasi P_1 ni topamiz. P_1 nuqta *AB* shatun nuqtalari tezliklarining oniy markazini ifodalaydi. P_1 nuqta qutb sifatida qabul qilinsa, krivoship *A* nuqtasining tezligi quyidagicha yoziladi:

$$v_A = \omega_{AB} \cdot AP_1 \ .$$



Bundan,

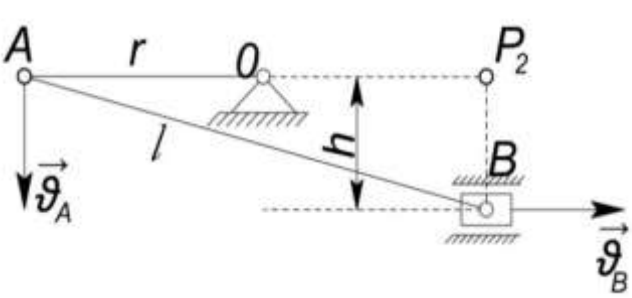
$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AP_1} .$$

Bunday holda,

$$v_B = \omega_{AB} \cdot BP_1 \ .$$

Agar $BP_1=h$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$v_{B_1} = \frac{v_A}{AP_1} \cdot h = \frac{60}{\sqrt{\ell^2 - n^2}} \cdot h = 6{,}0$$



2. Xuddi shunday mulohazalar asosida, krivoshipning ikkinchi gorizontal holatida *B* polzunning tezligini aniqlaymiz. Rasmdan ko'rinib turibdiki, krivoshipning ikkinchi gorizontal holatida ham *B* polzun tezligining miqdori 1 gorizontal holatidagi tezligiga teng bo'lar ekan:

$$\vartheta_{B_2} = \vartheta_{B_1} = 6{,}03\ sm/s .$$

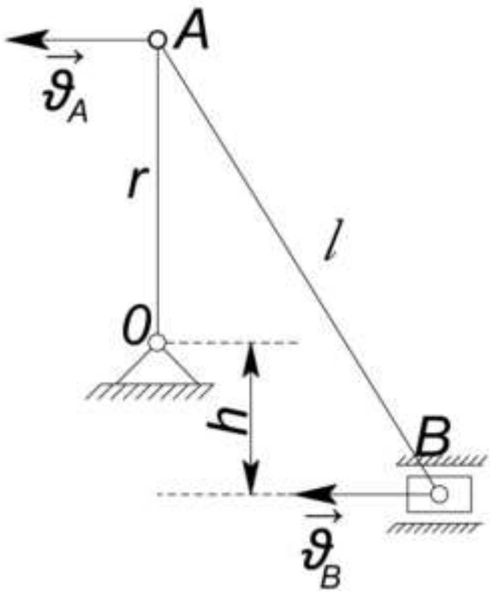
3. Yuqorida keltirilgan mulohazalar asosida, krivoshipning birinchi vertikal holatida B polzun tezligining miqdorini aniqlaymiz.

Krivoshipning bunday vertikal holatida B polzun tezligining miqdori krivoship A nuqtasining tezligiga teng bo’ladi:

$$\vec{\vartheta}_{B_3} = \vec{\vartheta}_A = 60sm/s.$$

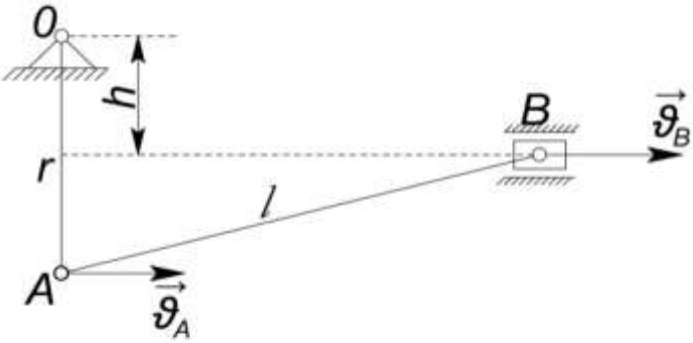
Chunki krivoshipning bunday holatida AB polzun oniy ilgarilanma harakatda bo’ladi:

$$AP_3 = \infty\,, \quad \omega_{AB} = \frac{v_A}{AP_3} = 0\,.$$



1. Xuddi shunday hol krivoshipning ikkinchi vertikal holatida ham yuzaga keladi.

Shuning uchun bu holatda ham:



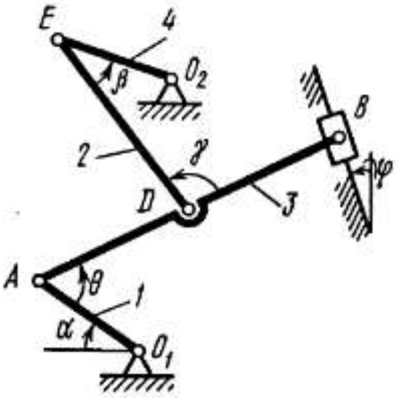
$$AP_3 = \infty\,, \quad \omega_{AB} = 0\,,\ \vartheta_{B4} = \vartheta_{B3}\,.$$

2-masala. Mexanizm (a shakl) 1,2,3,4-sterjenlardan va B polzundan iborat bo’lib, ular bir-birlari va qo’zg’almas O_1 va O_2 tayanchlar bilan sharnirlar yordamida tutashtirilgan.

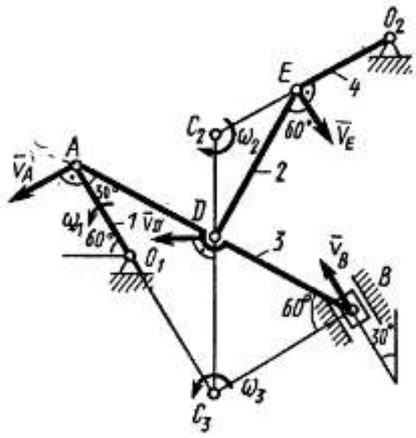
Berilgan: $\alpha = 60°$, $\beta = 150°$, $\gamma = 90°$, $\varphi = 30°$, $\theta = 30°$,
$AD = DB$, $l_1 = 0{,}4\,m$, $l_2 = 1{,}2\,m$, $l_3 = 1{,}4\,m$, $\omega_1 = 2\,s^{-1}$, $\varepsilon_1 = 7\,s^{-2}$.

(ω_1 va ε_1 yo’nalishi soat strelkasiga teskari yo’nalishda)

Topish kerak: v_B, v_E, ω_2, a_B, ε_3



a shakl



b shakl

Yechish: Mexanizm holatini berilgan burchaklar asosida quramiz (*b* shakl, shu shaklda barcha tezlik vektorlarini tasvirlaymiz).

1. v_B ni aniqlash. *B* nuqta *AB* sterjenga tegishli. *B* nuqtaning v_B tezligini topish uchun sterjen biror nuqtasining tezligi va $\vec{v}_B$ ning yo'nalishini bilishimiz kerak. Masala shartlariga ko'ra, ω_1 yo'nalishini hisobga olgan holda $\vec{v}_A$ ning miqdori va yo'nalishini topish mumkin:

$$v_A = \omega_1 l_1 = 0{,}8\ m/s \quad \vec{v}_A \perp O_1A \qquad (1)$$

$\vec{v}_B$ tezlik yo'nalishini *B* nuqta bir paytni o'zida ilgarilanma harakat qiluvchi polzunga ham tegishli ekanini hisobga olib topamiz.

$\vec{v}_A$ va $\vec{v}_B$ tezliklarning yo'nalishini topib, endi ikki nuqta tezliklarini (*AB* sterjen) shu nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziqqa (*AB* chiziqqa) proyeksiyalarining tengligi haqidagi teoremani qo'llaymiz. Oldin bu teoremadan foydalanib $\vec{v}_B$ tezlik yo'nalishini topamiz. (tezliklarning proyeksiyalari bir xil ishoraga ega bo'lishi kerak). So'ngra bu proyeksiyalarni hisoblasak:

$$v_B \cos 30° = v_A \cos 60° \ \text{ va } \ v_B = 0{,}46\ m/s \qquad (2)$$

2. $\vec{v}_E$ ni aniqlash. *E* nuqta *DE* sterjenga tegishli. Demak, oldingiga o'xshash, $\vec{v}_E$ ni aniqlash uchun oldin ham AB sterjenga, ham *DE* sterjenga tegishli *D* nuqta tezligini topishimiz kerak. Buning uchun $\vec{v}_A$ va $\vec{v}_B$ ni bilgan holda *A*B sterjenning tezliklar oniy markazi C_3 ni aniqlaymiz, bu nuqta $\vec{v}_A$ va $\vec{v}_B$ tezliklarga o'tkazilgan perpendikulyarlar kesishgan nuqtadir. Tezlik vektorining yo'nalishiga ko'ra *AB* sterjenning C_3 tezliklari oniy markazi atrofida aylanish yo'nalishini topamiz. $\vec{v}_D$ vektor C_3 va D nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lib, sterjen aylanishi tomonga yo'nalgan, miqdorini quyidagi mutanosiblikdan aniqlaymiz:

$$\frac{v_D}{C_3D} = \frac{v_B}{C_3B} \qquad (3)$$

C_3D va C_3B masofalarni topish uchun $\Delta\, AC_3\, B$–to'g'ri burchakli uchburchakdan foydalanamiz:

$C_3B = AB\sin 30° = 0{,}5\,AB = BD$ u holda $\Delta\, BC_3\, D$ teng tomonli uchburchak bo'ladi va $C_3B \;=\; C_3D$. Natijada (3) tenglikdan

$$v_D = v_B = 0{,}46\ m/s, \quad \vec{v}_D\ \perp\ C_3D \qquad (4)$$

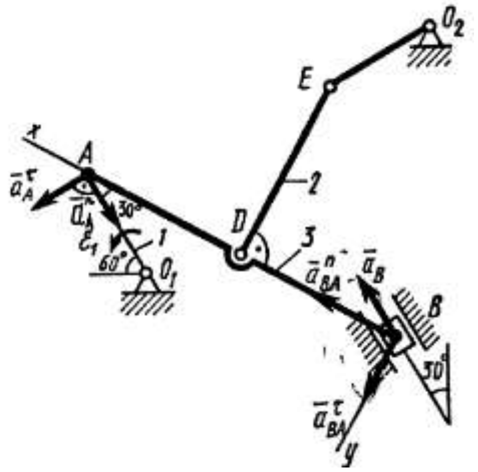
hosil bo'ladi.

E nuqta bir paytning o'zida O_2 nuqta atrofida aylanuvchi $O_2\,E$ sterjenga tegishli bo'lgani uchun $\vec{v}_E\ \perp O_2E$. U holda *D* va *E* nuqtalardan $\vec{v}_D$ va $\vec{v}_E$ tezlik vektorlariga perpendikulyarlar o'tkazib, *DE* sterjenning C_2 tezliklar oniy markazini topamiz. $\vec{v}_D$ tezlik yo'nalishiga ko'ra *DE* sterjenning S_2 markaz atrofida aylanish yo'nalishini aniqlaymiz. $\vec{v}_E$ vektor shu sterjen aylanish yo'nalishida bo'ladi. *K3b* shakldan $\measuredangle C_2ED = \measuredangle C_2DE = 30°$, bu yerda $C_2E = C_2D$. Yana proporsiya tuzib, v_E ni topamiz.

$$\frac{v_E}{C_2E} = \frac{v_D}{C_2D}, \qquad v_E = v_D = 0{,}46\ m/s \qquad (5)$$

3. ω_2 ni aniqlash. A sterjenning tezliklar oniy markazi C_2 nuqtaning ma'lumligidan va $C_2D = l_2/(2\cos 30°) = 0{,}69\,m$ bo'lgani uchun,

$$\omega_2 = \frac{v_D}{C_2D} = 0{,}67\ s^{-1} \qquad (6)$$



c shakl

4. $\vec{a}_B$ ni aniqlash. (*c* shakl, bu shaklda barcha tezlanish vektorlarini tasvirlaymiz). *B* nuqta *AB* sterjenga tegishli. $\vec{a}_B$ ni topish uchun *AB* sterjen biror nuqtasining tezlanishini va *B* nuqta tezlanishi yo'nalishini bilishimiz kerak. Masala shartiga ko'ra $\vec{a}_A$ ni topa olamiz:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^{\tau} + \vec{a}_A^{n};$$

bu yerda miqdor jihatidan

$$a_A^{\tau} = \varepsilon_1 l_1 = 2{,}8\ m/s^2; \qquad a_A^{n} = \omega_1^2 l_1 = 1{,}6\ m/s^2; \qquad (7)$$

$\vec{a}_A^{n}$ vektor AO_1 bo'ylab, $\vec{a}_A^{\tau}$ esa AO_1 ga perpendikulyar yo'nalgan, bu vektorlarni shaklda ko'rsatamiz (*c* shakl). *B* nuqta bir paytning o'zida polzunga ham tegishli bo'lgani uchun, $\vec{a}_B$ vektor yo'nalishi shu polzun harakati yo'nalishida bo'ladi. $\vec{a}_B$ vektorni shaklda $\vec{v}_B$ yo'nalishida deb faraz qilib yo'naltiramiz. $\vec{a}_B$ ni aniqlash uchun quyidagi vektor tenglikdan foydalanamiz:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A^{\tau} + \vec{a}_A^{n} + \vec{a}_{BA}^{\tau} + \vec{a}_{BA}^{n} \qquad (8)$$

Shaklda $\vec{a}_{BA}^{n}$ (*B* dan *A* ga qarab *BA* bo'ylab yo'nalgan) va $\vec{a}_{BA}^{\tau}$ (*BA* ga perpendikulyar qilib ixtiyoriy tomonga) vektorlarni tasvirlaymiz. Miqdor hatidan $a_{BA}^{n} = \omega_3^2 l_3$ ga teng. 3 sterjen tezliklar oniy markazi C_3 orqali uning ω_3 burchak tezligini topamiz:

$$\omega_3 = \frac{v_A}{C_3A} = \frac{v_A}{l_3 \cos 30°} = 0{,}66\ s^{-1} \quad \text{va} \quad a_{BA}^{n} = 0{,}61\ m/s^2 \qquad (9)$$

Shunday qilib, (8) vektor tenglikka kirgan kattaliklardan faqat a_B va a_{BA}^{τ} nigina miqdori noaniq qoldi, ularning miqdorini (8) tenglikni ikkita o'qqa proyeksiyalab topish mumkin.

a_B ni topish uchun (8) tenglikni ikkita tomoni noma'lum $\vec{a}_{BA}^{\tau}$ vektor yo'nalishiga perpendikulyar bo'lgan *BA* yo'nalishga (*x* o'qiga) proyeksiyalaymiz:

$$a_B \cos 30° = a_A^{\tau} \cos 60° - a_A^{n} \cos 30° + a_{BA}^{n} \qquad (10)$$

Bu tenglikka ma'lum miqdorlarni qo'yib, a_B ni aniqlaymiz:

$$a_B = 0{,}72\ m/s^2 \qquad (11)$$

Bizda $a_B > 0$ bo'lgani uchun, *c* shaklda ko'rsatilgan $\vec{a}_B$ vektor yo'nalishi haqiqiy yo'nalish ekan.

5. ε_3 ni aniqlash. ε_3 ni aniqlash uchun a_{BA}^{τ} ni topamiz. Buning uchun (8) vektor tenglikni *AB* yo'nalishga perpendikulyar yo'nalishiga (*y* o'qqa proyeksiyalaymiz):

$$-a_B \sin 30° = a_A^{\tau} \sin 60° + a_A^{n} \sin 30° + a_{BA}^{\tau} \qquad (12)$$

(12) tenglikka ma'lum miqdorlarni qo'yib a_{BA}^{τ} ni topamiz: $a_{BA}^{\tau} = -3{,}58\ m/s^2$. Minus ishora $\vec{a}_{BA}^{\tau}$ vektor *K3c* shaklda ko'rsatilganiga qarama-qarshi yo'nalishini bildiriladi.

Endi $a_{BA}^{\tau} = \varepsilon_3\, l_3$ tenglikdan $\varepsilon_3 = \frac{|a_{BA}^{\tau}|}{l_3} = 2{,}56\ s^{-2}$

Javob: $v_B = 0{,}46\ m/s$; $v_E = 0{,}46\ m/s$;

$$\omega_2 = 0{,}67\ s^{-1}; \quad a_B = 0{,}72\ m/s^2; \quad \varepsilon_3 = 2{,}56\ s^{-2};$$

Eslatma: Agar, tezlanishi topilishi kerak bo'lgan *B* nuqta to'g'ri chiziqli harakat qilmayotgan bo'lsa (masalan *K3.0* - *K3.4* shakllarda *B* nuqta O_2B radiusli aylana bo'ylab harakatlanadi), u holda $\vec{a}_B$ vektorning yo'nalishi oldindan noma'lum bo'ladi. Bu holda $\vec{a}_B$ vector ikkita tashkil etuvchiga ajratiladi. ($\vec{a}_B = \vec{a}_B^{\tau} + \vec{a}_B^{n}$) va (8) vektor tenglik quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\vec{a}_B^{\tau} + \vec{a}_B^{n} = \vec{a}_A^{\tau} + \vec{a}_A^{n} + \vec{a}_{BA}^{\tau} + \vec{a}_{BA}^{n} \qquad (13)$$

$\vec{a}_B^n$ vektor BO_2 bo'ylab yo'nalgan, $\vec{a}_B^\tau$ vektor esa BO_2 ga perpendikulyar (ixtiyoriy tomonga) yo'nalgan bo'ladi. a_A^τ, a_A^τ, a_{BA}^n kattaliklarning miqdorlari keltirilgan misoldagi kabi aniqlanadi (xususiy holda agar A nuqta ilgarilanma harakat qilayotgan bo'lsa, masala shartiga ko'ra $a_A^\tau = 0$ yoki $a_A^n = 0$ bo'lishi mumkin).

a_B^n miqdori $a_B^n = v_B^2/\rho = v_B^2/l$ ga teng bo'lib, bu yerda $l - O_2B$ aylananing radiusi. Shundan keyin (13) tenglikda faqat a_B^τ va a_{BA}^τ noma'lumlar qoladi holos. Ular keltirilgan misoldagi kabi (13) vektor tenglikni ikkita o'qqa proyeksiyalab topiladi. a_B^τ ni topib, $a_B = \sqrt{(a_B^\tau)^2 + (a_B^n)^2}$ formuladan a_B miqdorni aniqlash mumkin. a_{BA}^τ miqdor ε_{AB} ni topish uchun ishlaydi (keltirilgan misoldagi kabi).

Mavzu: Dinamikaning birinchi va ikkinchi masalasiga oid masalalar.

1-masala. Erkin m massali moddiy nuqta F kuch ta'sirida harakatlanadi. Boshlang'ich tezlik v_0 ga teng bo'lib kuchning yo'nalishi bilan bir xil yo'nalgan. Nuqtaning harakat qonunini aniqlang.

Yechish: 1. Harakatning differensial tenglamasini tuzamiz:

2. Dekart koordinata sistemasini tanlaymiz va dinamikaning asosiy tenglamasini OX o'qiga proeksiyalaymiz: $m\bar{a} = \sum \bar{F}_i = \bar{F} = \overline{const}.$

yoki $ma_x = F_x = F.$

3. Hosilani tartibini pasaytiramiz: $m\dfrac{dv_x}{dt} = F.$

4. O'zgaruvchilarni ajratamiz: $dv_x = \dfrac{F}{m}dt.$

5. Bu tenglikni har ikala tomonidan integral olamiz:

$$\int dv_x = \int \frac{F}{m}dt. \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_x = \frac{F}{m}t + C_1.}$$

6. Tezlik proeksiyasini koordinatadan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosila orqali ifodalaymiz:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{F}{m}t + C_1.$$

7. O'zgaruvchilarga ajratamiz:

$$dx = (\frac{F}{m}t + C_1)dt.$$

8. Har ikala tomonini integrallaymiz:

$$\int dx = \int (\frac{F}{m}t + C_1)dt. \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = \frac{F}{m}\frac{t^2}{2} + C_1 t + C_2.}$$

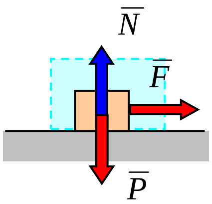
9. C_1 va C_2 koeffitsientlarni hisoblashda boshlang'ich shartlardan foydalanamiz $t = 0$, $v_x = v_0$, $x = x_0$:

$$x\big|_{t=0} = \frac{F}{m}\frac{0^2}{2} + C_1 \cdot 0 + C_2 = x_0. \quad v_x\big|_{t=0} = \frac{F}{m}\cdot 0 + C_1 = v_0. \quad \Rightarrow \quad \boxed{C_1 = v_0; \quad C_2 = x_0.}$$

Natijada tekis o‘zgaruvchili harakatning harakat qonunini hosil qilamiz:

$$\boxed{x = \frac{F}{m}\frac{t^2}{2} + v_0 t + x_0.}$$

2-Masala. Kuch $F = kt$. ko’rinishda vaqtga bog‘liq. Og‘irligi P bo‘lgan jism tekis silliq tekislik ustida F kuch ta’sirida harakat qiladi. t vaqt ichida jismni bosib o‘tgan masofasini aniqlang.



1. Sanoq sistemasini tanlaymiz:
2. Qaralayotgan jismni moddiy nuqta deb qaraymiz:
3. Dinamikaning asosiy tenglamasini tuzamiz:

$$m\overline{a} = \sum \overline{F_i} = \overline{F} + \overline{P} + \overline{N}.$$

4. Dinamikaning asosiy tenglamasini OX o‘qiga proeksiyalaymiz (harakat bir o’lchamli): yoki

$$(x):\ ma_x = F = kt$$

5. Hosilani tartibini pasaytiramiz:

$$m\frac{dv_x}{dt} = kt.$$

6. O‘zgaruvchilarga ajratamiz:

$$dv_x = \frac{k}{m}tdt.$$

7. Ikkala tomonini integrallaymiz:

$$\Rightarrow \int dv_x = \int \frac{k}{m}tdt. \Rightarrow \boxed{v_x = \frac{k}{m}\frac{t^2}{2} + C_1.}$$

8. Integral doimiysi C_1 ni boshlang‘ich shartdan aniqlaymiz:

$t = 0$, $v_x = v_0 = 0$ $\Rightarrow$ $v_x\big|_{t=0} = \frac{k}{m}\cdot\frac{0^2}{2} + C_1 = v_0 = 0.$ $\Rightarrow$ $\boxed{C_1 = 0.}$

9. Tezlikni proeksiyasini x koordinatadan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosila ko‘rinishida ifodalaymiz:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{k}{m}\frac{t^2}{2}.$$

10. O‘zgaruvchilarni ajratamiz:

11. Integrallaymiz:

$$\int dx = \int \frac{k}{m}\frac{t^2}{2}dt. \qquad \boxed{x = \frac{k}{m}\frac{t^3}{6} + C_2.}$$

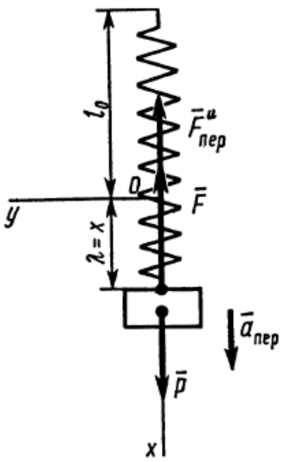
12. $t = 0$, $x = x_0 = 0$ boshlang‘ich shartdan integral doimisi C_2 ni aniqlaymiz:

$$x\big|_{t=0} = \frac{F}{m}\frac{0^3}{6} + C_2 = x_0 = 0. \Rightarrow \boxed{C_2 = 0.}$$

Natijada harakat qonuni aniqlanadi.

$$\boxed{x = S = \frac{k}{m}\frac{t^3}{6} = \frac{kg}{P}\frac{t^3}{6}.}$$

Mavzu: Nuqtaning erkin va so’nuvchi tebranma harakatiga oid masalalar.



Masala. Vertikal tebranishlarini o’lchovchi asbobda (shakl) bikrlik koeffitsiyenti c bo’lgan prujinaga massasi m bo’lgan yuk osilgan prujinaning ikkinchi uchi $z = Asin\,(\omega\, t)$ (z qo’zg’almas o’q vertikal pastga yo'nalgan) qonun bo'yicha harakatlanuvchi asbob qobig'iga ulangan. Prujinaning boshlang'ich cho'zilishi λ_0 ga, yukning asbobga nisbatan boshlang'ich tezligi (vertikal pastga yo'nalgan) v_o ga teng.

Berilgan:

m=0,4 $kg, c =$

$40\ N/m,\ \lambda_o = 0{,}05\,m,\ v_0 = 0{,}5\ m/s,\ A = 0{,}03\,m,\ \omega = 20\ \frac{1}{s}$

Yukning asbob qobig'iga nisbatan harakat qonuni $x = f\ (t)$ ni toping.

Yechish: 1. Asbob qobig'i bilan qo'zg'aluvchi sanoq sistemasini bog'laymiz. O sanoq boshini cho'zilmagan prujina oxiridan boshlaymiz (uning l_0 uzunligi shaklda ko'rsatilgan), x o'qini esa prujinaning cho'zilish tomoniga yo'naltiramiz (shakl). Yukni prujina cho'zilgan holatida tasvirlaymiz. Unga og'irlik kuchi $\vec{P}$ va elastiklik kuchi $\vec{F}$ ta'sir qiladi. Nisbiy harakat tenglamasini tuzish uchun bu kuchlar qatoriga $\vec{F}^u_{ko'ch} = -m\vec{a}_{ko'ch}$ kuchni- ko'chirma inersiya kuchini qo'shamiz, bu yerda ko'chirma harakat ilgarilanma harakatdan iborat bo'lgani uchun harakat tenglamasining vektor ko'rinishini yozamiz:

$$m\vec{a}_{nis} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{F}^u_{ko'ch}$$

Tenglamaning ikkala tomonini x o'qiga proyeksiyalaymiz.

$$m\ddot{x} = P_x + F_x + F^u_{ko'chx} \qquad (1)$$

Bu yerda $\mathrm{P_x = P}$, $\mathrm{F_x} = -\mathrm{c}\lambda = -cx$ (bu yerda $\lambda = x$ prujinaning cho'zilishi).

$$F^u_{ko'chx} = -ma_{ko'chx}$$

x va z o'qlari bir xil yo'nalganligini e'tiborga olsak,

$$a_{ko'chx} = a_{ko'chz} = \ddot{z} = -A\omega^2\sin(\omega t) \qquad F^u_{ko'chx} = mA\omega^2\sin(\omega t)$$

Barcha kuchlarning topilgan proyeksiyalarini (1) tenglamaga qo'ysak,

$$m\ddot{x} = P - cx + mA\omega^2\sin(\omega t) \quad (2)$$

Endi (2) differensial tenglamani quyidagicha yozamiz:

$$\ddot{x} + \kappa^2 x = b_1 + b_2\sin(\omega t) \quad (3)$$

Bu yerda $\kappa^2 = \frac{c}{m} = 100\,s^{-2}$, $b_1 = g = 10\ \frac{m}{s^2}$, $b_2 = A\omega^2 = 12\ \frac{m}{s^2}$ (4)

2. Yukning harakat tenglamasini topish uchun (3) tenglamani integrallash kerak. Uning umumiy yechimi differensial tenglamalar nazariyasidan:

$x = x_1 + x_2$ (5) ga teng bo'ladi.

Bu yerda x_1, $\ddot{x} + k^2x = 0$ bir jinsli tenglamaning yechimi, ya'ni

$$x_1 = c_1\sin(kt) + c_2\cos(kt) \quad (6)$$

x_2 esa (3) tenglamaning xususiy yechimi. Tenglamaning chap va o'ng qismida turgan ifodalarlarini e'tiborga olib x_2 yechimini

$$x_2 = B + D\sin\,(\omega t) \quad (7)$$

ko'rinishda izlaymiz.

B va D o'zgarmaslarni topish uchun $\ddot{x}_2 = -D\omega^2 sin(\omega t)$ni topib, (3) tenglamaga $\ddot{x}_2$ va x_2 larni qo'yamiz, so'ngra tenglamaning ikkala tomonida erkin hadlar va $\sin(\omega t)$ oldidagi ifodalarni tenglaymiz, natijada (4) ni hisobga olib quyidagini hosil qolamiz:

$$B = \frac{b_1}{k^2} = 0{,}1\, m, \qquad D = \frac{b_2}{k^2 - \omega^2} = -0{,}04\, m$$

U holda, (5)-(7) tengliklarni va $\kappa = 10\, s^{-1}$, $\omega = 20\, s^{-1}$ ekanini hisobga olib (3) tenglamaning umumiy yechimini aniqlaymiz:

$$x = c_1 Sin\,(10\,t) + c_2\cos(10\,t) - 0{,}04\sin(20\,t) + 0{,}1 \qquad (8)$$

Integral o'zgarmaslari c_1 va c_2 ni topish uchun $v_x = \dot{x}$ ni aniqlaymiz.

$$v_x = 10c_1\cos(10\,t) - 10c_2\sin(10\,t) - 0{,}8\cos(20\,t) \qquad (9)$$

Masala shartiga ko'ra $t = 0$ da $v_x = v_o = 0{,}5\ m/s$; $x_o = \lambda_o = 0{,}05\, m$

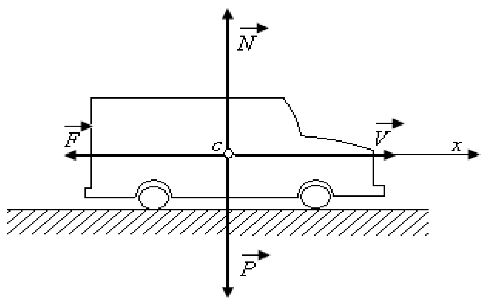
Bu boshlang'ich shartlarni (8) va (9) tenglamalarga qo'yib ulardan $c_1 = 0{,}13$, $c_2 = -0{,}05$ ni topamiz. Natijada (8) tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$x = 0{,}13\sin(10\,t) - 0{,}05\cos(10\,t) - 0{,}04\sin(20\,t) + 0{,}1 \qquad (10)$$

Bu tenglama yukning nisbiy harakat qonuni, ya'ni tebranma harakat tenglamasidan iborat.

Mavzu. Moddiy nuqta harakat miqdori va kinetik energiyasi o'zgarishi haqida teoremalarga oid masalalar.

1-масала. Оғирлиги P бўлган автомобилни $t\,c$ вақт ичида тезлигини υ_0 дан υ м/с гача камайтириш учун қандай куч билан тормозлаш керак?



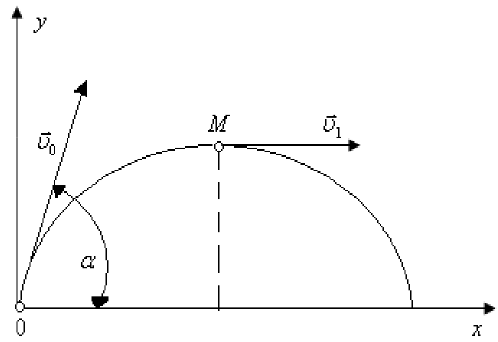
Ечиш. Автомобиль тўғри чизиқли ҳаракатда деб қараймиз. Автомобилга унинг оғирлик кучи $\vec{P}$, нормал реакция кучи $\vec{N}$, тормозлаш кучи $\vec{F}$ қўйилган бўлиб, барча кучлар йўналиш ва миқдор жиҳатдан ўзгармасдир.

Ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақидаги теоремани x ўққа ($m\upsilon_x - m\upsilon_{ox} = S_x$) нисбатан қуйидагича ёзиш мумкин:

$$m(\upsilon - \upsilon_0) = -F \cdot t$$

$$F = \frac{P}{g}\frac{\upsilon_0 - \upsilon}{t} H.$$

2-масала. e электр зарядига эга бўлган m массали заррача $E = A\sin kt$ кучланишли (Aва $k-$ ўзгармас миқдорлар) бир жинсли электр майдонида ҳаракат қилади Агар электр майдонида заррачага $\vec{E}$ кучланиш томонига йўналган $\vec{F} = e\vec{E}$ куч та’сир қилиши ма’лум бўлса, заррачанинг t вақтдан кейинги ҳаракат тезлиги аниқлансин. Оғирлик кучининг та’сири ҳисобга олинмасин. Заррачанинг бошланғич тезлиги нолга тенг.

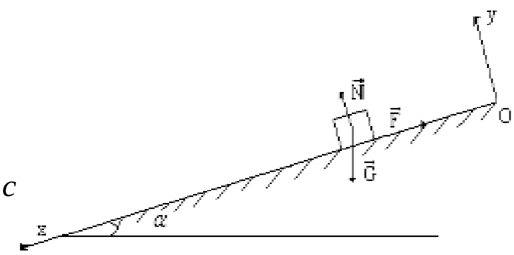


Ечиш. Агар Ox ўқни $\vec{r}$ кучланиш бўйича йўналтирсак, заррачага вақтнинг функциясидан иборат ва x ўқ ($m\upsilon_x - m\upsilon_{ox} = S_x$) бўйича йўналган куч $F = eE = eA\sin kt$ та’сир этади. $\upsilon_0 = 0$ эканлигини э’тиборга олиб, керакли тезликни топамиз:

$$\upsilon = \upsilon_x = \frac{1}{m}\int_0^t F dt = \frac{eA}{m}\int_0^t \sin kt\, dt = -\frac{eA}{km}(\cos kt - 1)$$

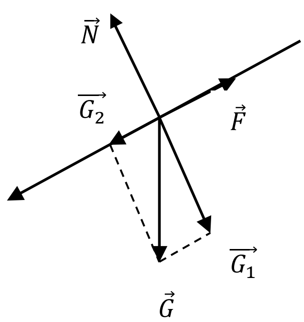
3-масала. Снаряд бошланғич O ҳолатдан энг баланд M ҳолатга ўтганга қадар кетган вақт ичида унга та’сир қиладиган барча кучлар тенг та’сир этувчисининг импульси топилсин. Берилган: $\upsilon_0 = 500$ м/с, $\alpha_1 = 60^0$, $\upsilon = 200$ м/с снаряднинг массаси $m = 100\,кг$

Ечиш. $m\upsilon_x - m\upsilon_{ox} = S_x,\ m\upsilon_y - m\upsilon_{oy} = S_y$ дан фойдаланиб, барча кучлар тенг та’сир этувчи импульсининг координата ўқларидаги проекцияларини аниқлаймиз;



$$S_x = m(\upsilon_x - \upsilon_{ox}) = 100(200 - 500\cos 60^0) = -5000\, H \cdot c$$
$$S_y = m(\upsilon_y - \upsilon_{oy}) = 100(-500\sin 60^0) = -43300\, H \cdot c.$$

4-Masala. Gorizont bilan 30^0 burchak hosil qilgan qiya tekislikda og’ir jism boshlang’ich tezliksiz pastga tushmoqda. Ishqalanish koeffisienti 0,1 ga teng. Harakat boshlangandan keyin jism L=2 м yo’l o’tgach, qanday tezlikka ega bo’ladi ?



Berilgan: $\alpha = 30^0$, $f = 0{,}1$, $v_0 = 0$, $l = 2\ м$

Topish kerak: v=?

Yechish: Moddiy nuqta kinetik energiyasining o’zgarishi haqidagi teoremadan foydalanamiz.

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \sum A_i$$

$v_0 = 0$ bo’lgani uchun: $\frac{mv^2}{2} = G \cdot \sin\alpha \cdot l - F \cdot l$, $F = f \cdot N = FG\cos\alpha = fmg\cos\alpha$

$$\frac{mv^2}{2} = mgl\sin\alpha - fmgl\cos\alpha$$

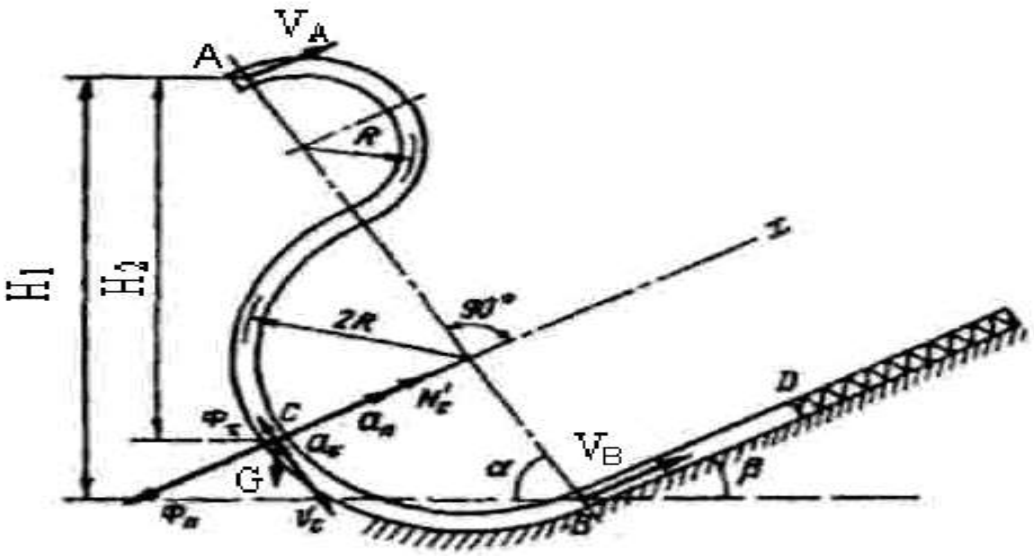
$$\frac{mv^2}{2} = mgl(\sin\alpha - f\cos\alpha)$$

$$v^2 = 2gl(\sin\alpha - f\cos\alpha)$$

$$v = \sqrt{2gl(\sin\alpha - f\cos\alpha)} = \sqrt{2\cdot 9.8\cdot 2(0.5 - 0.1\cdot 0.866)} = 4.02\ м/с$$

Javob : v=4.02 $м/с$

5-masala.



Berilgan:

m=0,5 кг $v_A = 8\ м/с$ $\tau = 0{,}1\ c$; (BD qismda harakatlanish vaqti)

$R = 0.2м$ $f = 0.1$ $\alpha = 60^0$ $\beta = 30^0$ $h_0 = 0$ $c = 1000\ N/см$

Topish kerak: V_B, V_C, N_C, N_D, h

Yechish:

V_B va V_C aniqlash uchun moddiy nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremani qo'llaymiz. Sharchani traektoriyaning AC va AB qismlaridagi harakati og'irlik kuchi G ta'siri ostida ro'y beradi (egri chiziqli qismlardagi ishqalanish kuchini hisobga olmaymiz)

$$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = \sum A_i = GH_i = mgAB\sin\alpha = 6mgR\sin\alpha,$$

$$v_B^2 - v_A^2 = 12gR\sin\alpha,$$

$$v_B = 4{,}59 \ \text{м}/c$$

$$\frac{mv_c^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = \sum A_i = GH_2 = mg(4R\sin\alpha + 2R\cos\alpha,)$$

$$v_C = \sqrt{v_A^2 + 4gR(2\sin\alpha + \cos\alpha)}$$

yoki $v_C = 4{,}26 \ \text{м}/c$

Sharchaning kanal devoriga bosimini uning C vaziyatda aniqlaymiz. Moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipiga asosan nuqtaga qo'yilgan kuchlarning va bu nuqta inersiya kuchining geometrik yig'indisi nolga teng:

$$\vec{G} + \vec{N}'_c + \vec{\Phi} = 0$$

Moddiy nuqtaning inersiya kuchini normal va urinma tashkil etuvchilarga ajratish mumkin:

$$\vec{\Phi} = \vec{\Phi}_n + \vec{\Phi}_\tau$$

$\vec{G}, \vec{N}'_C$ va $\vec{\Phi}$ kuchlarning x o'qiga proeksiyalarining yig'indisi nolga teng bo'lishi kerak:

$$N'_C - G\cos 60^0 - \Phi_n = 0$$

Bu yerdan

$$N'_C = G\cos 60^0 + \Phi_n = mg\cos 60^0 + \frac{mv_c^2}{2R}$$

Yoki

$$N'_C = 25{,}2 \ N$$

N'_C reaksiyani shuningdek tabiiy harakat tenglamalari yordamida ham aniqlash mumkin:

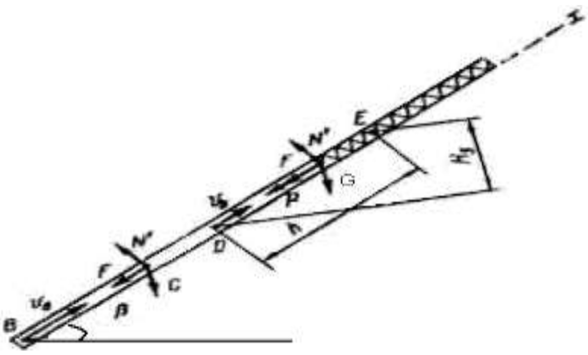
$$\frac{mv_c^2}{2R} = \sum P_i \cos(\vec{P}_{i,} \hat{\ } \vec{n}) = N'_C - G\cos 60^0$$

Bu yerdan

$$N_c^I = G\cos 60^0 + \frac{mv_c^2}{2R}$$

Sharchaning naycha devoriga bosimi N_c con qiymati jihatdan topilgan. N_c^I reaksiyaga teng va qarama-qarshi tomonga yo`nalgan.

Sharchaning D vaziyatdagi tezligini moddiy nuqta harakat miqdorini o`zgarishi haqidagi teoremani BD qismi uchun tadbiq etib topamiz.



$$mv_{Dx} - mv_B = \sum S_x$$

Nuqtaga og`irlik kuchi G, naycha devorining reaksiyasi N va ishqalanish kuchi A qo`yilgan.

$$F = fN = fG\cos\beta$$

$$v_{Dx} = v_D$$

$$v_{Bx} = v_B$$

$$\sum S_x = -G\sin\beta t - Ft = -mg\sin\beta t - fmg\cos\beta t$$

bo`lgani uchun

$$mv_{Dx} - mv_B = -mg\sin\beta t - fmg\cos\beta t$$

Bu yerdan $V_B = 4.01 m/c$

Prujinaning maksimal siqilishi h ni topish uchun DE qismda moddiy nuqta kinetik energiyasining o`zgarishi haqidagi teoremadan foydalananamiz.

$$\frac{mv_E^2}{2} + \frac{mv_D^2}{2} = \sum A_i = \frac{-ch^2}{2} - GH_3 - Fh$$

$v_E = 0$ va $H_3 = h\sin\beta$ ekanligini hisobga olib, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{-ch^2}{2} + G(\sin\beta + f\cos\beta)h - \frac{mv_D^2}{2} = 0$$

yoki

$$h^2 + 2Gh(\sin\beta + f\cos\beta)/c - \frac{mv_D^2}{c} = 0$$

Olingan kvadrat tenglamani h ga nisbatan yechamiz:

$h = 0{,}003 \pm 0{,}090 = 0{,}087m$

Mustaqil ta'lim mashg'ulotlari

Mexanika fanidan talabalar quyidagi mavzular bo'yicha mustaqil ta'lim oladilar:

1. Tekislikda joylashgan kuchlar tizimining muvozanati;
2. Qattiq jismning reaksiya kuchlarini aniqlash;
3. Fazoda joylashgan kuchlar tizimining muvozanati;
4. Nuqta kinematikasi;
5. Nuqtaning murakkab harakati;
6. Qattiq jismning tekis-parallel harakati;
7. Moddiy nuqta dinamikasi;
8. Qattiq jism dinamikasi;
9. Mexanik tizim harakati;
10. Analitik mexanika;

Mexanikada masalalar yecha olish katta ahamiyatga ega. Ayrim mavzularni chuqur oʻrganish va masala yechishning asosiy yoʻli darslik va oʻquv qoʻllanmalar bilan mustaqil ishlay olishdir. Kitob bilan mustaqil ishlay bilish nafaqat muhandis tayyorlash, balki uning hamma faoliyatining asosi hisoblanadi. Undan tashqari, talabalarga oʻtilgan mavzularni mustaqil oʻzlashtirishlari uchun ma'ruza matnlaridan foydalanish ham tavsiya etiladi. Talabalarning mavzularni mustaqil oʻzlashtirishi alohida baholanmaydi, ular joriy, oraliq va yakuniy baholashda oʻz aksini topadi.

Mustaqil ta'lim talabalar uchun majburiy oʻquv mashgʻuloti hisoblanadi va u rejaviy xarakterga ega. Mustaqil ish mavzulari mustaqil oʻzlashtirish uchun rejalashtirilgan ma'ruza va amaliy mashgʻulotlar mavzularidan iboratdir. Mustaqil ta'lim talabalarning nazariy bilimlarini mustahkamlaydi va mavzularni yaxshi oʻzlashtirishga yordam beradi.

Mustaqil oʻzlashtiriladigan mavzular boʻyicha talabalar tomonidan konspekt qilish, prezentatsiya tayyorlash, referatlar tayyorlash va uni taqdimot qilish tavsiya etiladi.

Keyslar banki

1-Mavzu:

Kirish

Keys stadi №1

<u>Muammoning qoʻyilishi:</u> Hisob sxemasi tanlashda inshoot elementlarining keraksiz qismlarini tashlab yuboriladi va qalinliklar etiborga olinmaydi. Buni boisi nimada?

“Muammoli vaziyat” jadvalini to’ldiring

Vaziyatagi muammo turi	Muammoli vaziyatning kelib chiqish sabablari	Vaziyatdan chiqib ketish harakatlari
1.Hisob sxemasi tanlashda inshoot elementlarining keraksiz qismlarini tashlab yuboriladi va qalinliklar etiborga olinmaydi. Buni boisi nimada?		

<u>Vazifa:</u>Yuqoridagi muammolarni oddiy so‘zlar bilan ifodalab bering.Fikringizni ilmiy asoslang.

2-Mavzu: Kirish (davomi)

Keys stadi №2

<u>Muammoning qo‘yilishi:</u> Konstruktsiya elementlari yuzalaridagi hosil bo’ladigan kuchlanishlarning miqdori tashqi kuchlarga bog’liq. Sizningcha bu miqdor yana nimalarga bog’liq bo’lishi mumkin?

“Muammoli vaziyat” jadvalini to’ldiring

Vaziyatagi muammo turi	Muammoli vaziyatning kelib chiqish sabablari	Vaziyatdan chiqib ketish harakatlari
1.Konstruktsiya elementlari yuzalaridagi hosil bo’ladigan kuchlanishlarning miqdori tashqi kuchlarga bog’liq. 2.Sizningcha bu miqdor yana nimalarga bog’liq bo’lishi mumkin?		

<u>Vazifa:</u> Yuqoridagi muammolarni oddiy so‘zlar bilan ifodalab bering. Fikringizni ilmiy asoslang.

Oddiy deformatsiyalarda IKF ni aniqlash va ularning epyuralarini qurish

Keys stadi №3

<u>Muammoning qo‘yilishi:</u> 3.1 shaklda ko’rsatilgan brus materiali 2 xil variantda po’lat va cho’yandan tayorlangan bo’lsa qaysi birida (3.1 d- shakl) zo’riqishning qiymati katta bo’ladi

3.2 ichki kuch faktorlari epyuralarini qurishdan maqsad nima?

“Muammoli vaziyat” jadvalini to’ldiring

Vaziyatagi muammo turi	Muammoli vaziyatning kelib chiqish sabablari	Vaziyatdan chiqib ketish harakatlari
1. Shaklda ko'rsatilgan brus materiali 2 xil variantda po'lat va cho'yandan tayorlangan bo'lsa qaysi birida (3.1 d- shakl) zo'riqishning qiymati katta bo'ladi 2. Ichki kuch faktorlari e'yuralarini qurishdan maqsad nima?		

<u>Vazifa:</u>Yuqoridagi muammolarni oddiy so'zlar bilan ifodalab bering. Fikringizni ilmiy asoslang.

Mustaqil ta'lim mavzulari

Talaba mustaqil ishni tayyorlashda muayyan fanning xususiyalarini hisobga olgan holda quyidagi shakllardan foydalanish tavsiya etiladi:

- darslik va o'quv qo'llanmalar bo'yicha fan boblari va mavzularini o'rganish;
- tarqatma materiallar bo'yicha maruzalar qismini o'zlashtirish;
- maxsus adabiyotlar bo'yicha fan bo'limlari va mavzulari ustida ishlash;
- faol va muammoli o'qitish usulidan foydalaniladigan o'quv mashg'ulotlari;
- masofaviy ta'lim

Ta'lim yo'nalishi uchun juda zarur bo'lgan mavzularga tegishli masalalar o'qituvchi rahbarligida o'quv xonasida bajariladigan mustaqil ishlar tarkibiga kiritilishi tavsiya etiladi. Bunda mustaqil ishlar mavzusi tahsilgoh taklifiga ko'ra belgilanadi va mutaxassis tayyorlovchi maxsus tahsilgoh tomonidan tasdiqlanadi.

Tavsiya etilayotgan mustaqil ishlarining mavzulari

1. Qo'shma konstruktsiyaning tayanch reaktsiyalarini aniqlash.
2. Jism og'irlik markazini aniqlash.
3. Tekis mexanizmning kinematik tahlili.
4. Moddiy nuqtaning tebranma harakatini o'rganish.
5. Moddiy nuqta dinamikasining asosiy teoremalari

Eslatma: *Mavzu bo'yicha konspekt qilish, test savollari tuzish va prezentatsiyalar tayyorlash*

Ushbu o'quv fani bo'yicha talabaning mustaqil ishi ma'ruzalar matni va tavsiya etilgan adabiyotlar bilan ishlashni, laboratoriya ishlarini o'tashga tayyorgarlik ko'rishni, hisob-grafik ishini, kurs loyihasini mustaqil bajarishni o'z ichiga oladi.

O'quv rejasida har bir yo'nalishlar bo'yicha «Mexanika» faniga ajratilgan soatlarning ma'lum bir qismini mustaqil ish tashkil etadi. Talabalar bilimlarini inustahkamlash uchun mustaqil ishlar asosiy rol o'ynaydi. Chunki o'tilgan mavzular va amaliy mashg'ulotlardan olgan bilimlarini adabiyotlar, internet tarmog'idan olgan ma'lumotlar bo'yicha mustahkamlaydilar. Talabalar ko'pincha ma'ruza matnlaridan foydalanish bilan chegaralanadilar. Talaba bu bilan fanni to'liq o'zlashtira olmaydi. Bu esa fan haqida ma'lumot doirasini chegaralaydi. Fanning afzalligini to'liq o'zlashtirish va uning qo'llanish sohalarini chuqur o'rganish uchun mustaqil ish bajariladi. Talaba mustaqil ishlarni bajarishda darslik, o'quv qo'llanmalar, tarqatma materiallar, elektron adabiyotlardan foydalanadi. Har bir mutaxassislik uchun mustaqil ishlar mavzulari kafedra tomonidan belgilanadi.

3. GLOSSARIY
ASOSIY SHARTLI BELGILAR

E -	Elastik moduli.
G -	Siljish moduli.
μ -	kesimning shakliga bog'liq bo'lgan, ko'ndalang kesimda urinma kuchlanishlarni notekis taqsimlanish koeffitsenti.
ℓ -	prolyot uzunligi.
h -	ko'ndalang kesim balandligi.
b -	ko'ndalang kesim eni.
A yoki F-	ko'ndalang kesim maydoni, tashqi kuchlarning mumkin bo'lgan ishi.
A_b -	vertikal sterjenining ko'ndalang kesim maydoni.
A_r -	gorizontal (osma) sterjenning ko'ndalang kesim maydoni.
A_{ur}-	ichki kuchlardan mumkin bo'lgan ish.
I -	ko'ndalang kesimning inertsiya momenti.
I_B -	vertikal sterjen' ko'ndalang kesimining inertsiya momenti.
I_R -	gorizontal (osma)sterjen' ko'ndalang kesimining inertsiya momenti.
V_A,V_B,V_C ... -	A,B,C .... tayanchlarda paydo bo'ladigan reaksiyalarning, vertikal tashkil etuvchilari. Yuqoriga yo'nalgan reaksiyalar, musbat qabul qilinadi.
N_A,N_B,N_C ... -	A,B,C... tayanchlarda paydo bo'ladigan reaksiyalarning gorizontal tashkil etuvchilari. O'ng tomonga yo'nalgan reaksiyalar musbat qabul qilinadi.
N, (N_t) -	keruvchi reaksiya (tortqidagi zo'riqish). CHo'zuvchi zo'riqish musbat qabul qilinadi.
U -	potensial energiya.
Ω -	epyuralar maydoni.
ω -	ta'sir chiziqlari maydoni
R -	aylana radiusi.
f -	arkaning ko'tarilish balandligi.
M^0_k ,Q^0_k -	arka prolyotiga teng, oddiy balka K kesimidagi eguvchi moment va kesuvchi kuch.
$\overline{P}=1-$	birlik yuk.
F_k yoki P_k-	kritik yuk (kritik kuch).
q_{ekv}-	chiziqli tekis taralgan ekvivalent yuk.
X_k (X_k) -	K nuqtaning gorizontal ko'chishi. O'ng tomonga ko'chish

	musbat qabul qilinadi.
y_k (y_k) -	k nuqtaning vertikal ko'chish. Yuqoriga ko'chish musbat qabul qilinadi.
Δ_k -	K nuqtaning to'liq ko'chishi, quydagi formuladan to'iladi. $\Delta_k = \sqrt{X_k^2 + Y_k^2}$
φ_k -	k nutada kesimning buralish burchagi. Kesimining soat strelkasi bo'yicha buralishi musbat qabul qilinadi.
X_{KN} (X_{KN}) -	K va N nuqtalari o'zaro gorizontal yaqinlashishi (musbat) yoki uzoqlashishi (manfiy).
y_{KN} (y_{KN}) -	K va N nuqtalarini o'zaro vertikal yaqinlashishi (musbat) yoki uzoqlashishi (manfiy).
Δ_{KN} -	KN to'g'ri chizig'i bo'ylab o'zaro yaqinlashishi (musbat) yoki o'zaro uzoqlashishi (manfiy).
φ_{KN} -	K va N nuqtalarida kesimning o'zaro buralish burchagi.

Asosiy tushunchalar.

Moddiy nuqta -Harakati yoki muvozanatini tekshirishda o'lchamlari va shaklining axamiyati bo'lmagan, massasi bir nuqtaga joylashgan jism

Kuch -Jismlarning bir-biriga ko'rsatgan o'zaro tahsirlarining miqdor va yohnalishi jixatdan belgilovchi kattalikka aytiladi.

Juft kuchlar -Miqdorlari teng, yo'nalishi qarama qarshi, ta'sir chiziqlari bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan va parallel ikki kuch

Kuchning tahsir chizighi -Kuch vektori yotgan to'g'ri chiziq

Juft kuchning momenti- Juftni tashkil etuvchilaridan birini juft yelkasiga ko'paytmasi juft kuchning momenti deyiladi.

Absolyut qattiq jism –Tashqi kuch ta'sirida jism ikki nuqtasi orasidagi masofa o'zgarmay qolsa

Bog'lanish -Jism harakatini cheklovchi sabab

Bog'lanishning reaktsiya kuchi-Harakatni cheklovchi sababni ta'sirini beruvchi kuch

Ekvivalent kuchlar sistemasi -Jismga qo'yilgan biror kuchlar sistemasi ta'sirini boshqa kuchlar sistemasi bera olsa

Mexanik harakat -Vaqt o'tishi bilan moddiy jismlarning bir-birlariga nisbatan fazoda ko'chishi

Teng tahsir etuvchi kuch -Kuchlar sistemasining jismga ta'sirini yolg'iz bir kuch bersa

Kuchning o'qdagi proeksiyasi -Kuchning o'qdagi 'roeksiyasi skalyar miqdor bo'lib, kuchning moduli xamda kuchning shu o'q musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchagi kosinusining ko'paytmasiga teng

Erkin jism -Jism fazoda ixtiyoriy tomonga harakatlana olsa

Qattiq jismning ilgarilanma harakati-Qattiq jismda olingan ixtiyoriy kesma harakat davomida o'zi parallel qolsa

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti-Kuchning nuqtaga nisbatan momenti deb, kuch modulini uning yelkasiga ko''aytmasiga teng.

Moment markazi- Kuch momenti qaysi nuqtaga nisbatan olinsa, shu nuqtaga ataladi.

Kuchning yelkasi- Moment markazidan kuchning tahsir chizig'igacha bo'lgan eng qisqa oraliq masofa

Bir nuqtada kesuvchi kuchlar sistemasining muvozanati sharti-Kuchlar sistemasiga qurilgan kuch kop burchagining yo'iqligi.

Qattiq jismning qanday harakatiga sferik harakat - Agar jismning harakati davomida bitta nuqtasi qo'zg'almay qolsa.

Kuchning jismga tahsiri - Qo'yilish nuqtasi, yo'nalishi, miqdori.

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektori-Moment markaziga ko'yilgan bo'lib, bu markaz va kuchning tahsir chizig'i orqali o'tgan tekislikka perpendikulyar yo'naladi va uning uchidan qaraganda kuch jismni soat strelkasining aylanishiga teskari yo'nalishida aylantirishga intiladi.

Moddiy nuqtaning nisbiy harakati - Nuqtaning qo'zg'aluvchan koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatiga.

Mexanik sistema harakat miqdorining saqlanish qonuni qachon o'rinli- Agar tashqi kuchlar bosh vektori nolga teng bo'lsa.

Mexanik sistemaga tahsir Etuvchi kuchlar-Tashki va ichki kuchlar

parallelogram aksiomasi-Absolyut qattiq jismning bir nuqtasiga qo'yilgan ikki kuch teng tahsir etuvchisining kattaligi shu kuchlarga qurilgan parallelogramning diagonaliga teng bo'lib, diagonal bo'ylab yo'naladi.

Sistemaning erkinlik darajasi - Bo'shatmaydigan golonom bog'lanishlar qo'yilgan mexanik sistema harakatini aniqlovchi bir-biriga bog'liq bo'lmagan umumlashgan koordinatalarga

Teng tahsir etuvchi kuch - Kuchlar sistemasining jismga tahsirini yolg'iz bir kuch bersa

Umumlashlashgan koordinatalar - Sistemaning fazodagi xolatini bir qiymatli aniqlaydigan bir-biriga bog'liq bo'lmagan koordinatalar

Uch kuch haqidagi teorema - Bir tekislikda yotuvchi va o'zaro parallel bo'lmagan uch kuch muvozanatlashsa, ularning tahsir chiziqlari bir nuqtada kesishadi

Ekvivalent kuchlar sistemasi - Jismga qo'yilgan biror kuchlar sistemasi tahsirini boshqa kuchlar sistemasi bera olsa

Tashqi kuchlar- Sistema tarkibiga kirmaydigan jismlarning berilgan sistemaga tahsir kuchlariga

Ichki kuchlar - Sistema tarkibiga kiruvchi jismlarning bir-biriga o'zaro tahsir kuchlariga

Ferma- Sharnirlar vositasida geometrik o'zgarmas qilib tutashtirilgan sterjenlardan xosil bo'lgan konstruktsiya

Kuchlar sistemasi- Agar jismga bir nechta kuchlar tahsir etsa bu kuchlar to''lami

Kuchning yo'nalishi- Tinch xolatda turgan erkin jismning mazkur kuch tahsiridan olgan harakat yo'nalishi

Sirpanishdagi ishqalanish - Bir jismni ikkinchi jism ustida sirpanishi natijasida xosil bo'ladigan ishqalanishga

Taranglik kuchlari- Iplarda xosil bo'ladigan reaktsiya kuchlariga

Tezliklar oniy markazi- Tekis shaklning xar onda tezligi nolga teng bo'lgan nuqtasi

Moddiy nuqta inertsiya kuchining miqdori - Moddiy nuqta massasi bilan tezlanishning kopaytmasiga

Harakat qonuni- Harakat tenglamasining vaqtning funktsiyasi sifatida berilishi

Sanoq sistemalari- Inertsial sanoq sistemasi

Traektoriya-Vaqt o'tishi bilan nuqtaning fazoda qoldirgan iziga

Plastinka, plita va qobiqlardan tashkil to'gan inshootlar – bir o'lchami qolgan ikki o'lchamiga nisbatan ancha kichik bo'lgan inshootlar plita yoki plastina deyiladi. O'rta tekisligi egri sirtdan iborat plastina qobiq deb ataladi.

Tugun-bir necha stejenlarni birikkan nuqtasi tushiniladi.

Tashqi yuklar qo'yilishiga ko'ra **to'plangan va yoyilgan** yuklarga bo'linadi. Inshootning o'z o'lchamlariga nisbatan juda kichik sirtiga ta'sir qiluvchi kuchlar **to'plangan yuklar** deb ataladi. To'plangan yuklar birliklar tizimini SI sistemasi buyicha N (Nyuton)da o'lchanadi. 1kgs=9.81 N$\approx$10N. Inshoot sirtining biror qismiga yoki uzunligi buyicha ta'sir qilgan kuchlar **yoyilgan yuklar** deb ataladi. Yoyilgan yuklar intensivlik bilan o'lchanadi. Intensivlik deganda inshootning 1 m^2 yuzasi yoki 1 m uzunligiga to'g'ri kelgan yuk miqdori tushuniladi. Uzunlik buylab yoyilgan yuk N/m bilan, sirt buylab yoyilgan yuk esa N/m^2 bilan o'lchanadi.

Inshootga ta'sir etuvchi barcha yuklar tabiati (harakteri)ga ko'ra tashqi yuklar **statik va dinamik** yuklarga bo'linadi. Agar yuk inshootga asta-sekin qo'yilib, o'z qiymatiga yetkazilsa u **statik yuk** deyiladi. **Dinamik yuk** ta'siridan inshootda tezlanishlar hosil bo'ladi va natijada inertsiya kuchlari vujudga keladi. Inertsiya kuchlari vaqtning hosilasi hisoblanadi. Statik yuk ta'siridan inshootda hech qanday inertsiya kuchi hosil bo'lmaydi.

Birlik kuch *_*– chiziqli ko'chishni to'ishda ko'chish yo'nalishida kesimga qo'yilgan moduli birga teng bo'lgan o'lchamsiz P=1 kuch.

Birlik moment – Burchakli ko'chishni topishda shu ko'chish yo'nalishida kesimga qo'yilgan o'lchamsiz M=1 moment.

Birlik epyura – Birlik kuchdan yoki birlik momentdan qurilgan M_i eguvchi moment epyurasi.

Bikrlik – konstruksiyalar (qurilmalar)ning deformasiyaga qarshilik qila olish tushuniladi

Bo'ylama kuch – cho'zilgan (siqilgan) sterjinning ko'ndalang kesimlarida (ichki kuch)-N_x – bo'ylama kuch hosil bo'ladi. Bo'ylama kuch ko'ndalang kesimdan bir tomonda qolgan tashqi kuchlarning algebraik yig'indisiga teng.

$$N_x = \sum (F_i) X .$$

Agar kuch kesimdan tashqari tomonga qarab yo'nalsa, unda (musbat) cho'zuvchi, agar kesimga tomon qarab yo'nalsa (manfiy) siquvchi bo'ladi.

Deformasiya **-** tashqi kuchlar ta'sirida jism o'lchamlari va shaklining o'zgarishi deformasiya deb ataladi. Deformasiyalar chizikli va burchakli bo'ladi.

Dinamik kuchlar – amalda foydalanish sharoitida qurilmalarning Ko'p qismlariga dinamik kuchlar ta'sir qiladi. Bularga inertsiya kuchlari, oniy va zarbiy kuchlar kiradi.

Doimiy kuchlar - konstruksiyaga doimiy ta'sir qiluvchi kuchlar, masalan konstruksiyani o'z og'irligi.

4. Ilovalar

4.1. Fan dasturi

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

NAMANGAN MUHANDISLIK QURILISH INSTITUTI

"TASDIQLAYMAN"
NamMQI rektori

_____________ Sh. T. Ergashev

Ro’xatga olindi: № 393

2023 yil "4" 07

2023 yil "4" avgust

MEXANIKA
FANINING O’QUV DASTURI

Bilim sohasi: **700000**– Muhandislik, ishlov berish va qurilish sohalari

Ta’lim sohasi: **710000**– Muhandislik ishi
720000–Ishlab chiqarish va ishlov berish sohalari

Ta’lim yo’nalishlari:
60720300 – Metrologiya, standartlashtirish va maxsulot sifat menejmenti (tarmoqlar bo‘yicha)
60712400 –Avtomobilsozlik va traktorsozlik
60712500 – Transport vositalari muhandisligi
60720600 – Materialshunoslik va yangi materiallar texnologiyasi (tarmoqlar bo‘yicha)
60720800 – Mashinasozlik texnologiyasi, mashinasozlik ishlab chiqarishini avtomatlashtirish

NAMANGAN-2023

1

Fan/modul kodi	O'quv yili	Semestrlar	ECTS - Kreditlar
Mex 13(4,5,6)20	2023-2024	3,4	3s-4; 4s-4

Fan/modul turi	Ta'lim tili	Haftadagi dars soatlari
Majburiy	O'zbek/rus	3s-4; 4s-4;

	Fanning nomi	Auditoriya mashg'ulotlari (soat)	Mustaqil ta'lim (soat)	Jami yuklama (soat
1.	Nazariy mexanika Materiallar qarshiligi	30/30 30/14/16	60 60	120 120

2.

I. Fanning mazmuni

Fanni o'qitishdan maqsad - mexanik harakat orqali borliqning eng sodda harakat shakllarini, atrof-muhitda sodir bo'layotgan hamma o'zgarishlarni chuqur tushunib yetishga o'rgatishdan iboratdir. Texnikaning barcha sohalarida, ayniqsa, umumiy mashinasozlik, asbobsozlik, qurilish, avtomatika, mikrorobotlar texnikasida, meditsinada, hisoblash texnikasida, hamda maxsus texnika va kosmos rivojlanishida va ularning mexanizmlarini yaratishda talabalarning «Nazariy mexanika va materiallar qarshiligi» qismidan olgan bilimlari asosiy o'rinni egallaydi hamda talabalarni mantiqiy fikrlashini mukammallashtirishga katta ta'sir etadi.

Bu fanning maqsadi konstruksiya elementlarining muvozanati, jismlar harakati, tashqi kuchlar ta'sirida hosil bo'ladigan zo'riqishlar va deformatsiyalarni aniqlash usullarini hamda mustahkamlikka, bikrlikka va ustivorlikka mazkur konstruktsiya elementlarini hisoblash usullari bo'yicha mos bilim, ko'nikma va malakani shakllantirishda bu fanning ahamiyati kattadir.

II. Asosiy nazariy qism (ma'ruza mashg'ulotlari)

II.I. Fan tarkibiga quyidagi mavzular kiradi:

(Nazariy mexanika)

1-mavzu. Nazariy mexanikaga kirish. Kesishuvchi kuchlar tizimi.

Statika. Statikaning asosiy tushunchalari va aksiomalari.Qattiq jism statikasi. Statika predmeti. Statikaning asosiy tushunchalari: mutloq /absolyut/ qattiq jism, kush, muqobil /ekvivalent/ va muvozanatlashgan kuchlar tizimlari, teng ta'sir etuvchi. Bog'lanishlarning asosiy turlari va ularning reaksiya kuchlari.

Kuchlarni qo'shishning geometrik va analitik usullari. Bir nuqtaga qo'yilgan va kesishuvchi kuchlar tizimi. Kesishuvchi kushlarni geometrik usulda qo'shish. Kesishuvchi kuchlar tizimi teng ta'sir etuvchisini analitik usulda aniqlash. Kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanati shartlarining geometrik va analitik usulda ifodalanishi. Ush kuchning muvozanatiga oid teorema.

2-mavzu. Momentlar nazariyasi.

Kuch momenti. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti va uning xossalari. Kuchning nuqta nisbatan momenti vektori. Kuchning o'qqa nisbatan momenti va uning xossalari. Kuchning o'qqa nisbatan momenti bilan shu o'qdagi nuqtaga nisbatan momenti orasidagi munosabat.

3-mavzu. Juft kuchlar nazariyasi.

Juft kuchlar nazariyasi. Juft kuchning algebraik momenti. Juft kuch moment vektori. Juft kuch momenti haqidagi teorema. Juft kuchlarning muqobilligi haqida teorema va natijalar. Juft kuchni o'zining ta'sir tekisligiga parallel tekislikka ko'chirish haqidagi teorema. Bir tekislikda joylashgan juft kuchlarni qo‘shish. Kesishuvchi tekislikdagi juft kuchlarni qo‘shish. Juft kuchlar tizimining muvozanat shartlari.

4-mavzu. Fazoda va tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar tizimi.

Ixtiyoriy kuchlar tizimini bir markazga keltirish. Puanso lemmasi. Ixtiyoriy kuchlar tizimining bosh vektori va bosh momentining analitik ifodalari. Ixtiyoriy kuchlar tizimi muvozanat shartlarining geometrik va analitik usulda ifodalanishi. Xususiy hollarda muvozanat shartlari. Statik aniq va statik noaniq masalalar. Tekislikda va fazoda ixtiyoriy kuchlar tizimi muvozanat shartlarining geometrik va analitik usulda ifodalanishi.

5-mavzu. Ishqalanish kuchlari. Parallel kuchlar markazi. Qattiq jism og’irlik markazi

Ishqalanish, sirpanib ishqalanish. Sirpanib ishqalanish qonuni, ishqalanish koeffitsienti, ishqalanish burchagi, ishqalanish konusi. Dumalab ishqalanish, dumalab ishqalanish koeffitsienti, dumalab ishqalanish koeffitsientining olchov birligi.

Bir tomonga yo’nalgan ikkita parallel kuchni qo’shish. Qattiq jism og’irlik markazi koordinatalarini aniqlash formulalari. Jismlarning og’irlik markazini aniqlash usullari

6-mavzu. Kinematikaga kirish. Harakati vektor usulida, koordinatalar usulida, tabiiy usulda berilganda nuqtaning tezligi va tezlanishi. Qattiq jismning ilgarilanma harakati.

Kinematikaning asosiy tushunchalari. Klassik mexanikada vaqt va fazo tushunchalari. Mexanik harakatning nisbiyligi. Sanoq tizimi. Nuqta harakatning berilish usullari: vektor usuli, koordinatalar usuli, tabiiy usul.

Nuqta kinematikasi. Nuqtaning (harakat izi) traektoriyasi. Nuqtaning tezligi. Nuqtaning tezlik vektorlari. Tezlik godografi. Nuqtaning tezligini uning koordinata o‘qlaridagi proeksiyalari orqali aniqlash. Nuqta tezlanishini aniqlash usullari.

Ilgarilanma harakatdagi jism nuqtalarining harakat izlari, tezliklari va tezlanishlari haqidagi teorema.

7-mavzu. Qattiq jismning qo’zg’almas o’q atrofidagi aylanma harakati.

Qattiq jismning qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanma harakati. Aylanma harakat tenglamasi. Jismning burchak tezligi va burchak tezlanishi, hamda ularni vektor tarzda tasvirlash.

Qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanuvchi jism nuqtasining tezlik va tezlanishi. Qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanuvshi jism nuqtasining urinma va normal tezlanishlarini vektor ko‘paytma orqali ifodalash.

8-mavzu. Qattiq jismning tekis parallel harakati.

Qattiq jismning tekis harakati va uni tekis shaklining o‘z tekisligidagi harakatga keltirish. Tekis-parallel harakat tenglamalari. Tekis shakl harakatini qutb bilan birgalikda oniy ilgarilanma va qutb atrofida oniy aylanma harakatlarga ajratish. Burchak tezlik va burchak tezlanishning qutb tanlanishiga bog’liq emasligi. Tekis shakl nuqtasining tezligini qutb usulida aniqlash. Tekis shakl ikkita nuqtasi tezliklarining proektsiyalari haqidagi teorema. Tezliklar oniy markazi va undan foydalanib tekis shakl nuqtasining tezligini aniqlash.

Tekis shakl nuqtasining tezlanishini qutb usulida aniqlash. Tezlanishlar oniy markazi va undan foydalanib tekis shakl nuqtasining tezlanishini aniqlash.

9-mavzu. Nuqtaning murakkab harakati.

Nuqtaning nisbiy, ko‘chirma va absoluut harakatlari. Tezliklarni qo’shish teoremasi. Murakkab harakatdagi nuqtaning tezlanishini toppish. Koriolis tezlanishi. Ko‘chirma harakat, ilgarilanma yoki qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanma harakat bo’lgan hollarda tezlanishlarni qo'shish haqidagi teoremalar.

10-mavzu. Dinamikaga kirish. Moddiy nuqtaning harakat differensial tenglamalari

Dinamikaning asosiy tushunchalari: massa, moddiy nuqta, faol (aktiv) va passiv kuchlar; o‘zgarmas va o‘zgaruvchi kuchlar. Klassik mexanika Galiley-Nyuton qonunlari inersion va noinersion hisob tizimlari. Moddiy nuqta harakati differensial tenglamalari. Moddiy nuqta harakati differensial tenglamalarining vektor usulda, Dekart koordinatalari va tabiiy koordinatalarda ifodalanishi. Moddiy nuqta dinamikasining ikki asosiy masalasi. Dinamikaning birinchi va ikkinchi asosiy masalalarini yechish; integrallash o‘zgarmaslari va ularni boshlangich shartlarga ko‘ra aniqlash.

Moddiy nuqtaning to‘g‘ri chiziqli harakat differensial tenglamasini sodda hollarda yechish. Moddiy nuqta dinamikasining ikki asosiy masalasi. Dinamikaning birinchi va ikkinchi asosiy masalalarini yechish; integrallash o‘zgarmaslari va ularni boshlang’ich shartlarga ko‘ra aniqlash. Moddiy nuqtaning to‘g‘ri chiziqli harakat differensial tenglamasini sodda hollarda yechish.

11-mavzu. Moddiy nuqta dinamikasining asosiy teoremalari

Moddiy nuqta harakat miqdori va kuch impulsi. Moddiy nuqta harakat miqdorininig o’zgarishi haqidagi teorema. Moddiy nuqta harakat miqdorini saqlanish qonuni. Kuchning bajargan ishi. Quvvat. Moddiy nuqta kinetic energiyasini o’zgarishi haqidagi teorema. Moddiy nuqta harakat miqdori momentining o’zgarishi haqidagi teorema. Moddiy nuqta uchun Dalamber prinsipi

12-mavzu. Moddiy nuqtaning erkin, so‘nuvchi va majburiy tebranma harakatlari.

Moddiy nuqtaning to‘g‘ri chiziqli erkin bir maromdagi garmonik tebranma harakati; tebranish amplitudasi, tebranish fazasi, tebranish davri va tebranish takrorligi (chatsotasi). Moddiy nuqtaning tezlikni birinchi darajasiga mutanosib qarshilik kuchi ta'siridagi so‘nuvchi tebranma harakati; so‘nish dekrementi, logarifmik dekrement; nodavriy so‘nuvchi harakatlar.

Moddiy nuqtaning majburiy tebranma harakati; tepkili tebranishlar; rezonans. Moddiy nuqtaning majburiy tebranishiga qarshilik kuchining ta'siri. (Nuqtaning tebranma harakati kafedra qarori bilan erkinlik darajasi birga teng mexanik tizim tebranma harakatining xususiy holi sifatida o‘tilishi ham mumkin).

13-mavzu. Mexanik tizim. Qattiq jismning inersiya momentlari.

Mexanik tizim. Ichki va tashqi kuchlar. Mexanik sistema massalar markazining harakati haqidagi teorema. Massalar markazi harakatining saqlanish qonuni. Qattiq jismning qutbga, o‘qqa va tekislikka nisbatan inersiya momentlari . Inersiya radiusi. Jismning o‘zaro parallel o‘qlarga nisbatan inersiya momentlari haqida teoremasi. Ba'zi bir jinsli jismlar sterjen, halqa, silindr, disk, to‘g‘ri to‘rtburchak, sharning o‘qqa nisbatan inersiya momentlari. (Berilgan nuqtadan o‘tuvchi ihtiyoriy yo‘nalishdagi o‘qqa nisbatan inersiya momenti. Markazdan qochma inersiya momentlari. Inersiya ellipsoidi. Inersiya bosh o‘qlari va bosh momentlari hamda ularning xossalari).

Mexanik tizim harakat miqdorining o‘zgarishi haqidagi teoremaning differensial va integral ko‘rinishlari. Harakat miqdorining saqlanish qonuni.

14-mavzu. Mexanik tizim umumiy teoremalari.

Mexanik tizim harakat miqdorining markazga yoki o‘qqa nisbatan bosh momenti kinetik momenti. Qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanuvchi jismning aylanish o‘qiga nisbatan kinetik momenti. Moddiy nuqta va mexanik tizim kinetik momentining o‘zgarishi haqidagi teorema. Kinetik momentning saqlanish qonuni. Mexanik tizimning massalar markaziga nisbatan kinetik momentning o‘zgarishi haqida teorema.

Qattiq jismning ilgarilanma, aylanma va tekis parallel harakatlarida kinetik energiyasini hisoblash formulalari.Mexanik tizim kinetik energiyasini o’zgarishi haqidagi teorema.

Mexanik tizim uchun Dalamber prinsipi. Inersiya kuchlarining bosh vektori va bosh momenti. Qattiq jism inersiya kuchlarini bir markazga keltirish va uning xususiy hollari.

15-mavzu. Qattiq jism harakati differensial tenglamalari. Mexanik tizimning mumkin bo’lgan ko’chishlari. Lagranj 2-tur tenglamalari

Qattiq jism ilgarilanma harakati differensial tenglamalari. Qattiq jism qo’zg’almas o’q atrofidagi aylanma harakati differensial tenglamalari. Qattiq jismning tekis parallel harakati differensial tenglamalari.

Tizimning erkinlik darajasi. Ideal bog’lanishlar. Umumlashgan koordinatalar va umumlashgan tezliklar. Umumlashgan kuchlar va ularni hisoblash (kuch potensialiga ega bo’lgan hol). Mumkin bo’lgan ko‘chish tamoyili. Mumkin bo’lgan ko‘chish tamoyili bog’lanish reaksiyalarini aniqlashga tatbiqi. Mexanik tizim muvozanat shartlarini umumlashgan koordinatalarda ifodalash. Potensialli kuchlar holi. Dalamber-Lagranj tamoyili. Dinamikaning umumiy tenglamasi. Mexanik tizim harakati differensial tenglamalarining umumlashgan koordinatalarda ifodalanishi. Umumlashgan kuch. Lagranjning 2-tur tenglamalari.

	(Materiallar qarshiligi) **16-mavzu. Kirish. Asosiy tushunchalar. Gipotezalar.** Fanga kirish. Fanning umumta’lim, umummuhandislik va maxsus fanlar bilan bog'liqligi. Brus, plastina, qobiq, massivlarga ta'rif. Burchakli va chiziqli ko'chishlar. Elastiklik va plastiklik. Izotropiya va anizotropiya haqida tushunchalar. Sen-Venan prinsipi. Kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipi. **17-mavzu. Kesish usuli. Ichki kuchlar.** Kesish usuli. Ichki kuchlar epyuralari. Tashqi kuchlar klassifikatsiyasi. Ichki kuchlar. Kesish usuli. Bo’ylama kuch epyurasi. Balkalar va ularning tasir reaksiyalari. M va Q epyuralari. Egilishda differensial bog’lanishlar. **18-mavzu. Cho’zilish va siqilish. Materiallar mexanik xossalari.** Cho’zilish va siqilishda kuchlanish va deformatsiyalar. Mustahkamlik va bikrlikka hisoblash. Mustahkamlik va bikrlik shartlari. Diagrammalar. Boshqa turdagi mexanik sinovlar. Turli omillarning material mexanik xossalariga ta’siri. Ruxsat etilgan kuchlanish. **19-mavzu. Kuchlanganlik va deformatsiyalanganlik holatlari nazariyalari asoslari.** Nuqtadagi kuchlanish. Bosh maydonlar va bosh kuchlanishlar. Chiziqli kuchlanish holati. Tekis kuchlanish holatida to’g’ri va teskari masala. Umumlashgan Guk qonuni. Mustahkamlik nazariyasining vazifalari. Klassik nazariyalar. **20-mavzu. Tekis shakllarning geometrik xarakteristikalari.** Shaklning statik momentlari. Yuzaning o'qqa nisbatan, qutb va markazdan qochma inersiya momentlari. O'qlar parallel ko’chirilganda inersiya momentlarining o'zgarishi. Bosh o'qlar va bosh inersiya momentlari. Turli shakllar uchun bosh o'qlarning holatini aniqlash va bosh inersiya momentlarini hisoblash. **21-mavzu. Siljish.** Sof siljish. To'g'ri sterjenning buralishi. Sof siljishda bosh kuchlanishlar. Siljish uchun Guk qonuni. Siljish moduli. Izotrop jism uchun uchta doimiylar orasidagi bog'lanish. Siljishda hajmning o'zgarmasligi. Siljishda deformatsiyaning potensial energiyasi. **22-mavzu. Buralish** Buralishda urinma kuchlanishlar. Buralish burchagi. Nisbiy buralish burchagi. Buralishda bikrlik. Mustahkamlik va bikrlik shartlari. Buralishda statik noaniq masalalar. **23-mavzu. Egilish.** Tekis egilish. Egilishda balka ko'ndalang kesim yuzalarida paydo bo'ladigan ichki kuchlar (ko'ndalang kuch va eguvchi moment). Eguvchi moment, ko'ndalang kuch va yoyilgan kuch intensivligi orasidagi differensial bog'lanishlar. Sof va ko'ndalang egilishlar. **24-mavzu. Egilishda mustahkamlik va bikrlik.** Sof egilishda eguvchi moment hamda egilgan o'q egriligi orasidagi bog'lanish. Egilishda bikrlik. Egilishda normal kuchlanishlar. Mustahkamlik shartlari. Egilishda urinma kuchlanishlar. Egilishda mustahkamlik va bikrlik shartlari. **25-mavzu. Murakkab qarshilik.** Qiya egilish, normal kuchlanishlarni hisoblash, neytral o'q tenglamasi, mustahkamlik shartlari. Qiyshiq va murakkab egilish. Markaziy bo'lmagan cho'zilish yoki siqilish, normal kuchlanishlarni hisoblash, neytral o'q tenglamasi, mustahkamlik shartlari. **26-mavzu. Egilishda deformasiyalar.** Ko'chishlarni hisoblashning energetik usullari. Kastilyano teoremasi. Mor integrallari. Vereshchagin usuli. Bajarilgan ishlar bilan ko'chishlarning o'zaro bog'liqligi haqidagi teoremalar. **27-mavzu. Statik noaniq sistemalar. Ularni yechish usullari.** Sistemaning kinematik qo'zg'almas, geometrik o'zgarmas bo'lish sharti. Sistemaning statik noaniqlik darajasi. Kuch usuli. **28-mavzu. Kuch usuli.** Kuch usulining kanonik tenglamalari. Simmetriya xossalaridan foydalanish.

29-mavzu. Ustivorlik. Kritik kuch va kuchlanishlarni aniqlash.

Ustivorlik. Muvozanatning ustivor va noustivor shakllari haqida tushuncha. Kritik kuch. Siqilgan sterjenlarning ustivorligi. Eyler formulasi va undan foydalanish chegarasi. Kritik kuchlanish. Egiluvchanlik.

30-mavzu. Ustivorlikka hisoblash.

Yasinskiy formulasi. Proporsionallik chegarasidan keyin ustivorlikni yoʻqolishi. Ustivorlikka hisoblash usuli.

III. Amaliy mashg’ulotlar bo’yicha ko’rsatma va tavsiyalar.

Amaliy mashg'ulotlarda fanning asosiy mavzulari bo'yicha turli konstruksiyalarni, detallarini, mashina va mexanizmlarni mustahkamlikka hisoblash, loyihalash va tekshiruv hisoblarini bajarishga doir misol va masalalarni yechish ko'rib chiqiladi.

Amaliy mashg'ulotlarni tashkil etish bo'yicha kafedra professor-o'qituvchilari tomonidan uslubiy ko'rsatmalar va tavsiyalar ishlab chiqiladi. Unda talabalar ma'ruza mavzulari bo'yicha olgan bilimlarini amaliy masalalar yechish orqali ko'nikmalarga aylantiradilar. Amaliy mashg'ulotlar mavzusi bo'yicha yechilishi kerak bo'lgan masalalarga doir bo'lgan o'quv qo'llanmalarni elektron variantini talabalarga tavsiya qilish lozim.

(Nazariy mexanika)

1. Kesishuvchi kuchlar sistemasining geometrik va analitik muvozanat shartiga oid masalalar.
2. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanatiga oid masalalar.
3. Parallel kuchlar va fazodagi kuchlar sistemasining muvozanat shartiga oid masalalar.
4. Murakkab konstruksiyaning muvozanatiga oid masalalar.
5. Ishqalanish kuchini hisobga olganda kuchlar muvozanatiga oid masalalar.
6. Parallel kuchlar markazi, og’irlik markazini aniqlashga oid masalalar.
7. Berilgan harakat tenglamalari bo’yicha nuqtaning trayektoriyasi, tezlik va tezlanishini topish.
8. Qattiq jismning ilgarilanma va qo’zg’almas o’q atrofida aylanma harakatdagi jism nuqtasining tezlik va tezlanishini topishga oid masalalar.
9. Nuqtaning murakkab harakatida ko’chirma harakat ilgarilanma va aylanma bo’lganda tezlik va tezlanishni topishga oid masalalar.
10. Qattiq jismning tekis parallel harakatiga oid masalalar. Tekis parallel harakatdagi jism nuqtalarining tezlik va tezlanishlarini topishga oid masalalar.
11. Dinamikaning birinchi va ikkinchi masalasiga oid masalalar.
12. Nuqtaning erkin va so’nuvchi hamda majburiy tebranma tebranma harakatiga oid masalalar.
13. Moddiy nuqta harakat miqdori va kinetik energiyasi o’zgarishi haqida teoremalarga oid masalalar.
14. Moddiy sistema harakat miqdori va harakat miqdori bosh momentining o’zgarishi haqidagi teoremaga doir masalalar.
15. Qattiq jismning ilgarilanma va qo’zg’almas o’q atrofida aylanma harakatiga oid masalalar.

(Materiallar qarshiligi)

1. Cho’zilish va siqilishda statik aniq va noaniq masalalar. Kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash.
2. Tekis kesimlarning geometrik xarakteristikalari
3. Buralish.
4. Balka va rama uchun ichki kuch faktorlarining epyuralarini qurish
5. To’g’ri egilishda balkalardagi ko’chishlarini aniqlash
6. Eng oddiy statik aniqmas sistemalarni hisoblash.
7. Sterjenlarni ustivorlikka hisoblash.

<table>
<tr><td></td><td>

Laboratoriya ishlarini tashkil etish bo’yicha ko’rsatmalar

Laboratoriya ishlari talabalarda konstruksiya va uning qismlarini turli kuchlar ta'sirida hosil bo'ladigan deformasiyalarini aniqlash, turli mashina va mexanizmlar detallarining asosiy o’lcham va parametrlarini o'rganish hamda eksperiment yordamida ulaming turli xarakteristikalarini aniqlash bo'yicha ko'nikma va malaka hosil qilishga qaratilgan.

Laboratoriya ishlarini o'tkazish uchun uslubiy qo'llanmalar ishlab chiqish zarur. Laboratoriya ishini o'tkazishdagi bajarilishi kerak bo'lgan ishlarning ketma-ketligini ifodalovchi yuriqnomani ishlab chiqish tavsiya etiladi. Talabalar bilan laboratoriya ishini bajarishdan oldin mavzuga ta'lluqli bo'lgan nazariy ma'lumotlami takrorlash tavsiya etiladi. Har bir talaba tomonidan tajriba yo'li bilan olingan ma'lumotlarni umumlashtirish tavsiya etiladi. Tajriba yoli bilan olingan ma'lumotlarni, nazariy yo'l bilan olingan ma'lumotlarga taqqoslash tavsiya etiladi.

1. Po'latlarni cho'zishga sinash bilan cho'zilish diagrammasini qurish. Po'lat uchun elastiklik moduli va ko'ndalang deformastiya koefflstientini aniqlash;
2. Po'lat, cho'yan, plastmassa va yog'ochni siqilishga sinash;
3. Po'lat namunalarini buralishga sinash. Buralish diagrammasini qurish; Siljish modulini aniqlash;
4. Alyumin materialini buralishga sinash;
5. Po’latning qattiqligini aniqlash;
6. Ikkita tayanchda erkin yotuvchi balkani egilishga sinash;
7. Qiyshiq egilish hodisasini tajriba yo'li bilan tekshirish;
8. Po’lat materialini ustivorlikka sinash.

</td></tr>
<tr><td>**3**</td><td>

I. Fanning mazmuni

Fanni o‘qitishdan maqsad - mexanik harakat orqali borliqning eng sodda harakat shakllarini, atrof-muhitda sodir bo‘layotgan hamma o‘zgarishlarni chuqur tushunib yetishga o‘rgatishdan iboratdir. Texnikaning barcha sohalarida, ayniqsa, umumiy mashinasozlik, asbobsozlik, qurilish, avtomatika, mikrorobotlar texnikasida, meditsinada, hisoblash texnikasida, hamda maxsus texnika va kosmos rivojlanishida va ularning mexanizmlarini yaratishda talabalarning «Nazariy mexanika va materiallar qarshiligi» qismidan olgan bilimlari asosiy o‘rinni egallaydi hamda talabalarni mantiqiy fikrlashini mukammallashtirishga katta ta’sir etadi.

Talabalarga inshoot elementlarida, konstruktsiyalarida hosil bo‘ladigan zo‘riqishlar va deformatsiyalarni aniqlash usullarini, hamda mustahkamlikka, bikrlikka va ustivorlikka mazkur konstruktsiyalarni hisoblash usullari bo‘yicha mos bilim, ko‘nikma va malakani shakllantirishdir.

Fanning vazifasi – talabalarda inshootlarni loyihalash jarayonida asosiy masalalardan biri hisoblangan loyiha-konstruktorlik hisoblari bo‘yicha boshlang‘ich ko‘nikmalar hosil qilishdan iborat.

Fanning maqsadi- mashinalar, asboblar va transport vositalarining yangi konstrukstiyalarini yaratishning eng muhim shartlaridan biri ularning quvvat birligiga to‘g‘ri keladigan tannarxini kamaytirish, mashinasozlikda kam legirlangan po‘lat prokatlaridan, bukilgan, shakldor va aniq profildagi materiallardan, metall kukunlaridan, kompozistion materiallardan hamda plastmassadan foydalanish hisobiga yangi mashina, mexanizm va uskunalarni loyihalashda metalldan foydalanish samaradorligini oshirish, talabalarda zamonaviy konstruksiyalarning eng keng tarqalgan uzatmalari, birikmalari va detallarini hisoblash va loyihalash asoslarini o‘rgatish;

Fanning vazifasi- ham statik, ham dinamik kuchlar ta’sirida bo‘ladigan konstrukstiyalarni,

</td></tr>
</table>

	mustahkamlik, bikrlik va ustivorlikka hisoblash masalasini to‘g‘ri yechish, mexanizmlar va mashinalar tuzilishi, ularning analizi (tahlili) va sintezi haqida, ko‘nikmalarini hosil qilish; - mashinalardagi umumiy vazifali detal va uzellarning tuzilishi, ish tarzi, yemirilish turlarini bilish; mashina detallarining asosiy ishchanlik qobiliyati mezonlari bo‘yicha (mustahkamlik, bikirlik, ishqalanishga chidamlilik, issiqbardoshlik va shu kabilar) hisoblash, loyihalashni o‘rganish va amalda qo‘llash bo‘yicha ko‘nikma hosil qilish; mashina detallarining zamonaviy fan va texnika yutuqlari asosida qo‘llaniladigan materiallari, konstruksiyalari va hisoblash usullari (zamonaviy axborot texnologiyalari asosida) bilan tanishtirish va hisoblash asoslarini o‘rgatish;
	IV. Mustaqil ta’lim Kredit modul tizimida talaba mustaqil ta’limi alohida o’rin egallaydi. Mustaqil ta’lim-o’qituvchi rahbarligidagi talabaning mustaqil ishi (O’RTMI) va talaba mustaqil ishi (TMI) dan iborat. **O’qituvchi rahbarligidagi talabaning mustaqil ishlari (O’RTMI-Office hours).** Bu auditoriyada o’tkaziladigan kredit ta’lim tizimidagi o’quv ishlari shakllaridan biri sanaladi. O’RTMI ikkita- maslahat va nazorat vazifalarini bajarib u o’qituvchi va talabaning birgalikdagi ishi hisoblanadi. O’RTMIning ananviy turlari-hisob-chizma ishlari, kurs ishi (loyihasi) va o’quv keyslardir. Bu ishlar mukammal uslubiy ta’minotga ega bo’lishi va kasbiy faoliyat hamda hayotiy vaziyatlar bilan bog’langan bo’lishi zarur. O’RTMIni tashkil etishda ta’lim yo’nalishi va fanning hususiyatidan kelib chiqish maqsadga muvofiq bo’ladi. Nazariy mexanika fanidan semestr uchun 3-ta, Materiallar qarshiligsemestr uchun 3-ta hisob grafik ishlari beriladi va har bir talabaga maslahat va nazorat uchun 1-soatdan ajratiladi. Kredit ta’lim tizimi TMIni yanada yuqori sifatda tashkil qilishni va nazorat qilishni talab qiladi. TMI ijodiy ishlar, keys, krossvord, masala ishlash, referat (ilmiy-o’quv adabiyotlar, ilmiy asarlarning tahliliy hulosalari) kabi uy topshiriqlarini bajarishni o’z ichiga oladi. TMIning samaradorligi talabalarning ijodiy fikrlashga yo’naltirilganligi, uning uslubiy taminlanganligiga, internet resurslariga va h.k.larga bog’liq. O’qituvchi rahbarligidagi talabaning mustaqil ishi va talaba mustaqil ishlari topshiriqlarni talaba bajarish orqali *joriy va oraliq nazoratlarda* baholanib boradi. **Mustaqil ta’lim uchun tavsiya etilayotgan mavzular:** **O’qituvchi rahbarligidagi talabaning mustaqil ishi (O’RTMI) uchun tavsiya etilgan mavzular:** **"Nazariy mexanika" moduli bo'yicha tavsiya etilayotgan mustaqil ishlarining mavzulari:** 1. Tekislikda joylashgan kuchlar tizimining muvozanati(O.E.Kepe. 16-18 betlar 1.2.10-1.2.30 gacha masalalar); 2. Qattiq jismning reaksiya kuchlarini aniqlash(O.E.Kepe. 27-30 betlar 2.3.5-2.3.25gacha masalalar); 3. Fazoda joylashgan kuchlar tizimining muvozanati(O.E.Kepe. 70-73 betlar 2.7.5-2.7.25 gacha masalalar); 4. Nuqta kinematikasi(O.E.Kepe. 80-83 betlar 7.2.5-7.2.25gacha masalalar); 5. Nuqtaning murakkab harakati(O.E.Kepe. 1.22-125 betlar 10.2.5-1.2.25gacha masalalar); 6. Qattiq jismning tekis-parallel harakati(O.E.Kepe. 109-112 betlar 9.4.5-9.4.25 gacha masalalar); 7. Moddiy nuqta dinamikasi(O.E.Kepe. 145-148 betlar 13.1.1-13.1.20gacha masalalar); 8. Qattiq jism dinamikasi(O.E.Kepe. 197-200 betlar 15.4.1-15.4.20gacha masalalar); 9. Mexanik tizim harakati(O.E.Kepe. 168-171betlar 14.1.2.-14.1.22gacha masalalar) ; 10. Analitik mexanika(O.E.Kepe. 238-241 betlar 18.2.1-18.2.20gacha masalalar);

Talaba mustaqil ishi (TMI) Nazariy mexanika va materiallar qarshiligifanining hususiyatidan kelib chiqib keys topshiriq va masala yechishga qaratilishi lozim. Masala yechish uchun beriladigan topshiriqlarni tuzishda [1,2,3,4,5,6,7], 8,9,10,11,12] adabiyotlardan, internet ma'lumotlaridan foydalanish tavsiya etiladi.

11. Darslik va o'quv qo'llanmalar bo'yicha fan boblari va mavzularini o'rganish;
12. Ma'ruza matnlari va tarqatma materiallar bo'yicha ma'ruzalar qismini o'zlashtirih;
13. Avtomatlashtirilgan o'rgatuvchi va nazorat qiluvchi tizimlar bilan ishlash;
14. Maxsus adabiyotlar bo'yicha bo'limlar yoki mavzular ustida ishlash;
15. Talabaning o'quv-ilmiy-tadqiqot ishlarini bajarish bilan bog'liq bo'lgan bo'limlar va mavzularni chuqur o'rganishi;
16. Faol va muammoli o'qitish uslubidan foydalaniladigan o'quv mashg'ulotlarni tashkil etish;

1-HGI. Qattiq jism tayanch reaksiyalarini aniqlash.
2-HGI. Moddiy nuqtaning tezlik va tezlanishini aniqlash.
3-HGI. Moddiy nuqtaning harakat differensial tenglamalarini integrallash mavzusiga oid masalalar yechish.

"Materiallar qarshiligi" moduli bo'yicha tavsiya etilayotgan mustaqil ishlarining mavzulari:

17. Fanning Ozbekiston mashinasozligida tutgan o'rni va rivojlanish tarixi fanning bakalavrlai tayyorlashdagi o'rni va ahamiyati
18. Cho'zilish va siqilishga hisoblash(Sh.Isaboyev-Mexanika o`quv qo`llanmasidan-1.1,1.2, 1.3, 1.22, 1.29 -misollar)
19. Sterjen ko'ndalang kesim yuzasining geometrik xarakteristikalarini tadqiqot qilish(Sh.Isaboyev-Mexanika o`quv qo`llanmasidan- 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5-misollar).
20. Buralishga hisoblash(Sh.Isaboyev-Mexanika o`quv qo`llanmasidan-5.7, 5.8, 5.9, 5.10-misollar)..
21. Statik aniq balkani egilishga hisoblash (epyuralar qurish, profil tanlash va ko'chishni topish) (Sh.Isaboyev-Mexanika o`quv qo`llanmasidan-6.1 a,b,v,g,d-misollar)...
22. Brusni qiya (qiyshiq) egilishga va markaziy qo'yilmagan bo'ylama egilishga hisoblash(Sh.Isaboyev-Mexanika o`quv qo`llanmasidan-8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5-misollar)..
23. Tekis va fazoviy bruslarga umumiy tarzda kuchlar ta'sir qilganda ularni hisoblash (egilish-buralish, egilish-buralish-cho'zilish yoki siqilish) (Sh.Isaboyev-Mexanika o`quv qo`llanmasidan-7.1, 7.2, 7.3, 8.1, 8.2-misollar).
24. Statik noaniq sistemalar hisobi(N.M.Belyayev-Materiallar qarshiligi o`quv qo`llanmasidan-9.21, a,b,v,g,d,e-misollar)..
25. Doiraviy plastinalar hisobi(N.M.Belyayev-Materiallar qarshiligi o`quv qo`llanmasidan-10.112, 10.113, 10.114, 10.115, 10.116-misollar).
26. Qalin devorli trubalar hisobi(N.M.Belyayev-Materiallar qarshiligi o`quv qo`llanmasidan-10.106, 10.107, 10.108, 10.109, 10.110-misollar).
27. Ustuvoriikka hisoblash(N.M.Belyayev-Materiallar qarshiligi o`quv qo`llanmasidan-11.1, 11.2, 11.3, 11.4, 11.5-misollar)..
28. Vaqt bo'yicha siklik o'zgaradigan kuchlanishlarda mustahkamlikka hisoblash(B.A.Obodoviskiy, S.E.Xanin-Materiallar qarshiligi masalalar to`plami o`quv qo`llanmasidan-16.1, 16.2, 16.3-misollar)..
29. Zarbiy yuklanishda ko'chish va kuchlanishiarni topish(N.M.Belyayev-Materiallar qarshiligi o`quv qo`llanmasidan-12.1, 12.2, 12.3, 12.4, 12.5, 12.6-misollar).
30. Elastiklik chegarasidan keyingi hisoblar(B.A.Obodoviskiy, S.E.Xanin-Materiallar qarshiligi masalalar to`plami o`quv qo`llanmasidan-14.5, 14.6, 14.7, 14.8-misollar).

1-HGI. Chozilish va siqilishga ishlaydigan bruslarni mustahkamlik va bikrlik shartiga muvofiq tekshirish.

	2-HGI. Statik aniq balkalarda ichki kuchlarni aniqlash va epyuralarini qurish 3-HGI. Sterjenlarni ustuvorlikka hisoblash.. Fan bo'yicha masalalar yecha olish katta ahamiyatga ega. Ayrim mavzularni chuqur o'rganish va masala yechishning asosiy yo'li darslik va o'quv qo'llanmalar bilan mustaqil ishlay olishdir. Kitob bilan mustaqil ishlay bilish nafaqat muhandis tayyorlash, balki uning hamma faoliyatining asosi hisoblanadi. Undan tashqari, talabalarga o'tilgan mavzularni mustaqil o'zlashtirishlari uchun ma`ruza matnlaridan foydalanish ham tavsiya etiladi. Talabalarning mavzularni mustaqil o'zlashtirishi alohida baholanmaydi, ular joriy, oraliq va yakuniy baholashda o'z aksini topadi. Mustaqil ta`lim talabalar uchun majburiy o'quv mashg'uloti hisoblanadi va u rejaviy xarakterga ega. Mustaqil ish mavzulari mustaqil o'zlashtirish uchun rejalashtirilgan ma`ruza va amaliy mashg'ulotlar mavzularidan iboratdir. Mustaqil ta`lim talabalarning nazariy bilimlarini mustahkamlaydi va mavzularni yaxshi o'zlashtirishga yordam beradi. Mustaqil o'zlashtiriladigan mavzular bo'yicha talabalar tomonidan konspekt qilish, prezentatsiya tayyorlash, referatlar tayyorlash va uni taqdimot qilish tavsiya etiladi.
4.	**V. Fan o'qitilishining natijalari (shakllanadigan kompetensiyalar)** Fanni o'zlashtirish natijasida talaba: - turli xil, tekislikda va fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemalari ta`siridagi qattiq jismning muvozanat shartlari, qattiq jismning og'irlik markazini topish usullari; mexanik harakatdagi qattiq jismning harakat shakllari, atrof-muhitda sodir bo'layotgan o'zgarishlarni hisobga olgan holda mexanik harakatning qonuniyatlari; dinamikaning asosiy qonun va tamoyillari, mexanik sistemalarni harakatining differensial tenglamalari, qattiq jism dinamikasining umumiy teoremalari; inshoot elementlarida vujudga keladigan ichki kuchlar, oddiy deformatsiya turlarida vujudga keladigan kuchlanish va deformatsiyalar, bino va inshootlarning hisoblash sxemasi va ularning kinematik analizi; ta'sir chiziqlar nazariyasi, elastik sistemalarda vujudga keladigan ko'chishlar, statik aniq va noaniq sistemalarni hisoblash usullari *tasavvur va bilimga ega bo'lishi*; - fanning nazariy asoslari va amaliy masalalarni yechishda fanning hisoblash formulalarini; inshoot konstruktsiyalarining hisobiy modellarini to'g'ritanlash; inshoot elementlarida ichkikuchlar va deformatsiyalarni aniqlash; bino va inshootlarning hisoblash sxemasini tanlash va ularning kinematik analizi; ta`sir chiziqlar nazariyasi; statik aniq va noaniq sistemalarni qo'zg'almas va harakatlanuvchi yuklar ta`siriga hisoblash *ko'nikmalariga ega bo'lishi*;
5.	**VII. Kreditlarni olish uchun talablar:** Oraliq nazorat, mustaqil ish, hisob-grafik ishi shakllarida berilgan vazifa va topshiriqlarni bajarish, yakuniy nazorat bo‘yicha yozma ishni muvoffaqiyatli topshirishi kerak bo‘ladi. Fandan talabalarni baholash O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta'lim vazirining 2018-yil 9-avgustdagi 19-2018-son buyrug‘ibilan tasdiqlangan "Oliy ta'lim muassasalarida talabalar bilimini nazorat qilish va baholash tizimi to‘g‘risida"gi NIZOM asosida amalga oshiriladi. Fan doirasida har bir semestrda 2 ta oraliq nazorat (ON) va yakuniy nazorat (YaN) o‘tkaziladi. Xususan: **(3-4-semestrda nazariy mexanika va materiallar qarshiligi moduli bo‘yicha)** 1-ON uchun talabaga: a) 1-7 mavzular bo‘yicha og‘zaki savol-javob tarzida olgan bahosi; b) 1-7 amaliy mashg‘ulotlarda ishtiroki, HGI bajarishi va topshrishi; c) 1-10 mustaqil ish mavzulari asosida bajargan ishlaridan olgan bahosi. o‘rtachalaridan hisoblangan baho qo‘yiladi, ya'ni: 1-ON = (a+b+c) /3 . 1-ON bo‘yicha a, b, c punktlarning birortasini bajarilmasligi, **talabaning 1-ON dan**

	o‘tmaganligini anglatadi va 2-ON ga ruxsat berilmaydi. 1-ON ni topshirishni oxirgi muddati 2-ON ning boshlanish sanasigacha. 1-ON dan kamida qoniqarli baho olingan taqdirda 2-ON ga ruxsat beriladi. 2-ON uchun talabaga: d) 8-15 mavzular bo‘yicha tuzilgan testda olgan bahosi; e) 8-15 amaliy mashg‘ulotlarda ishtiroki, HGI bajarishi va topshrishi; f) 11-17 mustaqil ish mavzulari asosida bajargan ishlaridan olgan bahosi o‘rtachalaridan hisoblangan baho qo‘yiladi, ya’ni: 2-ON = (a+b+c) / 3. 2-ON bo‘yicha a, b, c punktlarning birortasini bajarilmasligi **talabaning 2-ON dan o‘tmaganligini anglatadi va YaN ga ruxsat berilmaydi.** 2-ON ni topshirishning oxirgi muddati YaN ning boshlanish sanasigacha. 2-ON dan kamida qoniqarli baho olingan taqdirda YaN ga ruxsat beriladi. **Auditoriya darslarining 25 foizidan ko‘p dars qoldirgan talabalar YaN ga qo‘yilmaydi.** YaN da talabaga barcha o‘tilgan mavzular doirasida tuzilgan savollar bo‘yicha yozgan yozma ish yoki test uchun baho qo‘yiladi. YaNdan kamida qoniqarli baho olingan taqdirda talaba fanni o‘zlashtirgan hisoblanadi va 4 kreditga ega bo‘ladi.
6.	**Asosiy adabiyotlar** 1. Sh.Jumaboyeva. Nazatiy mexanika. Toshkent 2023 y 2. Sh.Isaboyev. Qurilish mexanikasi(materiallar qarshiligi) 1-qism. Toshkent Lesson print. 2023 y 598 bet 3. Sh.Isaboyev. Mexanika(materiallar qarshiligi) fanidan misol masalalar to`plami. Toshkent Lesson print. 2023 y 374 bet 4. Никитин.Н.Н. Курс теоретической механики. Учебник. Издательство ЛаньР”, 2020. -720 с. 5. V.I. Szolga, “Theortical mechanics”, Berlin, part-1, 2013 y., -204 p. 6. V.I. Szolga, “Theortical mechanics”, Berlin, part-1, 2013 y., -261 p. 7. Shoobidov sh. A., Habibullayeva X.N., Fayzullayeva F.D. Nazariy mexanika. O‘quv qo‘llanma. –T.: Yangi asr avlodi, 2008.-238 b. 8. Mirsaidov M.M., Boymurodova L.I., Giyosova N.T. Nazariy mexanika. O‘quv qo‘llanma.-T.: O‘zbekiston, 2008.-246 b. 9. Мещерский И.В. Назарий механикадан масалалар тўплами. Ўқув қўлланма –Т.: 1990. -448 б. 10. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. Учебное пособие. Санкт Петербург.: Лань, 2005.-448с. 11. Шохайдарова П., Ш.Шозиётов, Ж.Зоиров. Назарий механика. Ўқув қўлланма. Тошкент 1991й. 407 б. 12. Т.Р. Рашидов Ш. Шозиятов, Қ. Мўминов. Назарий механика асослари. Дарслик. Тошкент 1990 й. 13. Бутенин Н.В., Лунц.Я.Л., Меркин Д.р, Курс теоретической механики. 1-2 часть: Учебник. Москва: Наука. 2008- 736с. 14. Яблонский А. А. Назарий механикадан курс ишлари учун топшириқлар тўплами. Тошкент 2002 й. 15. U. Mustafaev, A. T. Quldashev. Nazariy mexanika. Oliy o‘quv yurtlari uchun darslik. Toshkent, Mashhur-Press, 2017. -384 b. 16. Usmonkulov A.Q., Ismayilov K., Odilov O.K., Yaxshiboev Sh. R. Materiallar qarshiligi, O‘quv qo‘llanma. I,II -qism. Toshkent ”Mashhurpress”, 2019. –320 b. 17. JukovV.G. Mexanika. Soprotivlenie materialov. Uchebnoe posobie.Izd-vo “Lan-P”, 2020. -416 s. 18. Ergashev M. “Materiallar qarshiligidan hisoblash loyihalash ishlari” – T.: “Moliya”, 2000-y. – 196 b. 19. Mansurov K.M. “Materiallar qarshiligi kursi” – T.:”O‘qituvchi”, tuzatilgan, to‘ldirilgan 2-

nashri 1983-y. – 504b.
20. Nabiyev A.N., Xusanov S.M. “Materiallar qarshiligi” – T.: “Fan va texnologiya”, 2005-y. -419 b.
21. Samirov A.F. “Materiallar qarshiligi” – T.: ”O‘qituvchi”, qayta ishlangan va to‘ldirilgan uchinchi nashirdan dots. E.V. Ergashev tarjimasi, 1988-y. – 464 b.
22. Дарков А. В. и др. “Сопративление материалов ” – М.:”Высшая школа”, 4-е издание, переработанное, 1975-г.- 654 с.
23. Писаренко Г.С. и др. “Сопративление материалов” – К.:”Высшая школа”, 5-е издание, переработанное и дополненное, 1986-г.- 775 с.
24. Фролов К.В. ва б. " Машина ва механизмлар назарияси. Дарслик. - Т.: «Ўқитувчи» ,1990 г.
25. Джураев А. ва б. Механизм ва машиналар назарияси. Дарслик. - Т.: Ўқтувчи, 2004
26. Abduvaliyev U.A., Karimov R.I. “Amaliy mexanika” fanining “Mashina va mexanizmlar nazaryasi” bo‘limidan kurs ishini bajarish bo‘yicha o‘quv qo‘llanma. – T.:ToshDTU 2008.
27. J.Muxamedov, V.Turdaliyev, A.Qosimov “Mashina va mexanizmlar nazariyasi” o‘quv qo‘llanma “Namangan” 2020 yil. - 235-bet
28. J.Muxamedov, V.Turdaliyev, A.Qosimov “Mashina va mexanizmlar nazariyasi” fanidan masalalar to‘plami. Namangan – 2019 yil. - 167-bet.
29. Shoobidov Sh.A. Mashina detallari: Texnika oliy o‘quv yurtlari uchun darslik. - Toshkent: “O‘zbekiston ensiklopediyasi”, 2014. - 444 b.
30. Kurganbekov M.M., Moydinov A. Mashina detallari: O‘quv qo‘llanma. I va II qismlar. –Toshkent: “O‘zbekiston ensiklopediyasi”, 2014. - 384 b.
31. Шообидов Ш.А. Машина деталлари. Ўқув қўлланма.Тошкент: 2004-120.

Qo‘shimcha adabiyotlar

32. Mirziyoev SH. M. Buyuk kelajagimizni mard va oilyjanob xalqimiz bilan birga quramiz. – Toshkent: “O‘zbekiston”, 2017. – 488 b.
33. Strelkov S. P. Mexanika. Uchebnik. 6-izd. Izd-vo “Lanь”, 2019. - 560s.
34. Z.S.SHadmanova. Materiallar qarshiligi. O‘quvqo‘llanma.T.:2018 169
35. K. Ismayilov, S. K. Toshev, O. I. Eshniyazov, S. S. Amanov. Materiallar qarshiligi. O‘quv qo‘llanma. Toshkent, Mashhur-Press, 2017. -272 b.
36. Kenjayev K. “Moddiy nuqtaning tebranma harakati”. (Nazariy mexanikadan masalalar yechish uchun uslubiy qo‘llanma). TAQI, 2015.
37. Kenjayev K. Moddiy nuqta dinamikasining umumiy teoremalari va Dalamber prinsipining nuqta harakatini o‘rganishga tatbiqi. TAQI, 2015.
38. Усмонхожаев Х.Х. "Механизм ва машиналар назарияси". Т.: «Ўқитувчи»,1981 й.
39. Иззатов З.Х. "Механизм ва машиналар назариясидан курсавий лойиҳалаш". Т. : «Ўқитувчи», 1979 й.
40. Иззатов З.Х. "Механизм ва машиналар назариясидан лабаратория ишлари". Т. : «Ўқитувчи», 1982 й.
41. Zaynutdinov N.Z. va b. “Mashina va mexanizmlar nazariyasi” fanidan laboratoriya ishlarini bajarish bo‘yicha uslubiy ko‘rsatma. – T.: TDTU, 2010.
42. Каримов Р.И., Тураев Ф.Т. Кинематический анализ плоских механизмов с использованием ЭВМ. Учеби. пособ. – Т.: ТашГТУ, 2004.
43. Kurganbekov M.M., Musayev S.O‘., Mirzayev Q.Q. «Mashina detallari» kursi bo‘yicha laboratoriya ishlari. O‘quv-uslubiy qo‘llanma. ToshDTU, 2011. -89
44. Moydinov A., Kurganbekov M.M. Reduktorlarning konstruktsiyasini yaratish. O‘quv

	qo‘llanma. Toshkent: «Fan va texnologiyalar», 2011. -64 b. 45. Иванов М.Н. Детали машин. Учебник для машиностроительных специальностей вузов/М.Н.Иванов, В.А.Финогенов.-М.: Высшая школа, 2005.- 408 с.: ил. 43. J. L.M e r i a m, L.G. K r a i g e, J. N. B o lt o n . Engineering mechanics statics. AQSH. Verjiniya shtati.2018 44.Jemis.M.Gere Mechanicks of materials.AQSH. Verjiniya shtati.2004 Axborot manbalari 1. http://ziyonet.uz/ 2.http://www.intuit.ru/ 3.http://window.edu.ru/window/library 4. http://www.intuit.ru/department/pl/ccpp/ 5. http://www.intuit.ru/department/se/pwinviscpp2005/
7.	Namangan muhandislik – qurilish instituti tomonidan ishlab chiqilgan va tasdiqlangan.
8.	**Fan/modul uchun ma’sullar:** Yuldashev Sh.S. – NamMQI, “Materiallar qarshiligi va mexanika” kafedrasi, t.f.d., prof. M. B.Boytemirov, “Materiallar qarshiligi va mexanikasi” kafedrasi mudiri, (PhD) Najmiddinov I. B. – NamMQI, “Materiallar qarshiligi va mexanika” kafedrasi, katta o‘qituvchi. Isaboyev Sh.M. – NamMQI, “Materiallar qarshiligi va mexanika” kafedrasi, katta o‘qituvchi.
9	**Taqrizchilar:** Daminov J.A.– NamMQI, “Materiallar qarshiligi va mexanikasi” kafedrasi, t.f.n., dotsent Karimov A.K. – NamMTI, “Umumtexnika” kafedrasi, t.f.n., dotsent (turdosh OTM)

4.2. Ishchi fan dasturi

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

NAMANGAN MUHANDISLIK-QURILISH INSTITUTI

"TASDIQLAYMAN"
O'quv ishlari bo'yicha prorektor
O.Inoyatov

____

2023 yil "____" ________

MEXANIKA FANI BO'YICHA

SILLABUS

Kunduzgi bo'lim uchun

Bilim sohasi:	700 000 – Muhandislik, ishlov berish va qurilish sohalari
Ta'lim sohasi:	710 000 – Muhandislik ishi
Ta'lim yo'nalishi:	**60712500** - Transport vositalari muhandisligi(AT) **60712400**-Avtomobilsozlik va traktorsozlik **61040400**-Avtomobil servisi **60720300** – Metrologiya, standartlashtirish va maxsulot sifat menejmenti (tarmoqlar bo'yicha) **60720600** – Materialshunoslik va yangi materiallar texnologiyasi (tarmoqlar bo'yicha)

Namangan – 2023

Modul/ FAN SILLABUSI

60712500 - Transport vositalari muhandisligi (AT)
60712400-Avtomobilsozlik va traktorsozlik
61040400-Avtomobil servisi

Fan nomi:	Mexanika
Fan turi:	Majburiy fanlar
Fan kodi:	Mex 13(4,5,6) 20
Kurs:	2
Semestr:	3,4
Ta'lim shakli:	Kunduzgi
Mashg'ulotlar shakli va semestrga ajratilgan soatlar:	240
Ma'ruza	60
Amaliy mashg'ulotlar	44
Laboratoriya mashg'ulotlari	16
Kurs loyihasi	-
Mustaqil ta'lim	120
Kredit miqdori:	3-semestr–4; 4-semestr–4;
Baholash shakli:	Imtixon (test)
Fan tili:	O'zbek

Fan maqsadi (FM)	
FM1	Fanini o'qitishdan maqsad-talabalarni mantiqiy fikrlashini mukammallashtirishga hamda mexanik harakat orqali borliqning eng sodda harakat shakllarini, atrof-muhitda sodir bo'layotgan hamma o'zgarishlarni chuqur tushunib yetishga o'rgatishdan iboratdir. Texnikaning barcha sohalarida, ayniqsa, umumiy mashinasozlik, asbobsozlik, qurilish, avtomatika, mikrorobotlar texnikasida, meditsinada, hisoblash texnikasida, hamda maxsus texnika va kosmos rivojlanishida va ularning mexanizmlarini yaratishda talabalarning «Nazariy mexanika va materiallar qarshili» qismidan olgan bilimlari asosiy o'rinni egallaydi. Talabalarga inshoot elementlarida, konstruksiyalarida hosil bo'ladigan zo'riqishlar va deformatsiyalarni aniqlash usullarini, hamda mustahkamlikka, bikrlikka va ustivorlikka mazkur konstruksiyalarni hisoblash usullari bo'yicha mos bilim, ko'nikma va malaka shakllantirishdir-qurilish amaliyotida binova inshootlar qurilish konstruksiyalarini iqtisodiy jihatdan samarali variantini topa olishni o'rgatishdan iborat.

Fanni o'zlashtirish uchun zarur boshlang'ich bilimlar	
1	Matematika
2	Fizika
3	Qurilish materiallar iva buyumlari
4	Chizm ageometriya
Ta'lim natijalari (TN)	
	Bilimlar jihatidan:
TN1	O'z ta'lim maqsadlarini mustaqil ravishda belgilash, o'quv va bilish (kognitiv) faoliyatida o'z oldiga yangi vazifalarni qo'yish va shakllantirish, o'z bilim faoliyatining motivlari va manfaatlarini rivojlantirish qobiliyati;
TN2	O'z maqsadlariga erishish yo'llarini, shuningdek bu maqsadlarga erishishning alternativ - boshqa yo'llarini mustaqil ravishda rejalashtirish, ta'lim va bilish muammolarini hal qilishning eng samarali usullarini ongli ravishda tanlash qobiliyati;
TN3	O'z faoliyatini rejalashtirilgan natijalar bilan bog'lash, maqsadiga erishish jarayonida o'z faoliyatini nazorat qila olishi, taklif qilingan shartlar va talablar doirasida harakat yo'nalishini belgilash, vaziyat o'zgarganda mos ravishda o'z faoliyatini shu vaziyatga moslashtirish qobiliyatiga ega bo'lish;
TN4	Kasbiy vazifalarni samarali bajarish, o'zini kasbiy va shu kasbga mos shaxs sifatida rivojlantirish uchun zarur bo'lgan ma'lumotlarni izlash va ulardan foydalanish;

	Ko'nikmalar jihatidan:
TN5	O'quv vazifasini bajarishning to'g'riligini, bu vazifalarni yechishda o'z qobiliyatlarini baholash qobiliyati;
TN6	O'zini-o'zi nazorat qilish, o'zini-o'zi baholash, qarorlar qabul qilish va o'quv va bilish faoliyatida ongli ravishda tanlash asoslariga ega bo'lish;
TN7	O'qituvchi va tengdoshlar bilan ta'lim sohasidagi hamkorlikni va birgalikdagi faoliyatni tashkil etish,o'zi yolg'iz va guruh ichida bo'lganda, turli fikrlarni muvofiqlashtirish va manfaatlarni hisobga olish asosida umumiy yechim topish va nizolarni hal qilish,o'z fikrlarini bayon etish, asoslash va o'z fikrida qat'iy turish qobiliyati;
TN8	Axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanishda o'z kompetensiyasini shakllantirish va rivojlantirib borish.

Fan mazmuni		
Mashg'ulotlar shakli: ma'ruza (M)		**Soat**
3-semestr		
M1	Nazariy mexanikaga kirish. Kesishuvchi kuchlar tizimi.	2
M2	Momentlar nazariyasi.	2
M3	Juft kuchlar. Fazoda va tekislikda Ihtiyoriy joylashgan kuchlar tizimi.	2
M4	Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini bir markazga keltirish.	2
M5	Ishqalanish kuchlari. Parallel kuchla rmarkazi. Qattiq jism og'irlik markazi.	2
M6	Kinematika. Harakat vector usulida koordinatalar usulda, tabiiy usulda berilganda nuqtaning teztigi va tezlanishi. Qattiq jismning ilgarilanma harakati.	2
M7	Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati.	2
M8	Qattiq jismning tekis parallel harakati.	2
M9	Nuqtaning murakkab harakati.	2
M10	Dinamikaga kirish. Moddiy nuqtaning harakat differensial tenglamalari	2
M11	Moddiy nuqta dinamikasining asosiy teoremalari.	2
M12	Moddiy nuqtaning erkin, so'nuvchi va majburiy tebranma harakatlari.	2
M13	Mexanik tizim. Qattiq jismning inersiya momentlari.	2
M14	Mexanik tizim umumiy teoremalari.	2
M15	Qattiq jism harakati differensial tenglamalari.Mexanik tizimning mumkin bo'lgan ko'chishlari. Lagranj 2-tur tenglamalari	
	4-semestr	
M16	Kirish. Asosiy tushunchalar. Gipotezalar.	2
M17	Kesish usuli. Ichki kuchlar.	2
M18	Cho'zilish va siqilish. Materiallar mexanik xossalari.	2
M19	Kuchlanganlik va deformatsiyalanganlik holatlari nazariyalari asoslari.	2
M20	Tekis shakllarning geometrik xarakteristikalari.	2
M21	Siljish.	2
M22	Buralish	2
M23	Egilish.	2
M24	Egilishdamustahkamlikvabikrlik.	2
M25	Murakkabqarshilik.	2

M26	Egilishdadeformasiyalar.	2
M27	Statik noaniq sistemalar. Ularni yechish usullari.	2
M28	Kuch usuli.	2
M29	Ustivorlik. Kritik kuch va kuchlanishlarni aniqlash.	2
M30	Ustivorlikka hisoblash.	2
Mashg‘ulotlar shakli: amaliy mashg‘ulot (A)		
3-semestr		
A1	Kesishuvchi kuchlar sistemasining geometrik va analitik muvozanat shartiga oid masalalar.	2
A2	Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining muvozanatiga oid masalalar.	2
A3	Parallel kuchlar va fazodagi kuchlar sistemasining muvozanat shartiga oid masalalar.	2
A4	Murakkab konstruksiyaning muvozanatiga oid masalalar.	2
A5	Ishqalanish kuchini hisobga olganda kuchlar muvozanatiga oid masalalar.	2
A6	Parallel kuchlar markazi, og’irlik markazini aniqlashga oid masalalar.	2
A7	Berilgan harakat tenglamalari bo’yicha nuqtaning trayektoriyasi, tezlik va tezlanishini topish.	
A8	Qattiq jismning ilgarilanma va qo’zg’almas o’q atrofida aylanma harakatdagi jism nuqtasining tezlik va tezlanishini topishga oid masalalar.	2
A9	Nuqtaning murakkab harakatida ko’chirma harakat ilgarilanma va aylanma bo’lganda tezlik va tezlanishni topishga oid masalalar.	2
A10	Qattiq jismning tekis parallel harakatiga oid masalalar. Tekis parallel harakatdagi jism nuqtalarining tezlik va tezlanishlarini topishga oid masalalar.	2
A11	Dinamikaning birinchi va ikkinchi masalasiga oid masalalar.	2
A12	Nuqtaning erkin va so’nuvchi hamda majburiy tebranma harakatiga oid masalalar.	2
A13	Moddiy nuqta harakat miqdori va kinetik energiyasi o’zgarishi haqida teoremalarga oid masalalar.	2
A14	Moddiy sistema harakat miqdori va harakat miqdori bosh momentining o’zgarishi haqidagi teoremaga doir masalalar.	2
A15	Qattiq jismning ilgarilanma va qo’zg’almas o’q atrofida aylanma harakatiga oid masalalar.	2
	4-semestr	
A16	Cho’zilish va siqilishda static aniq va noaniq masalalar. Kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash.	2
A17	Tekis kesimlarning geometrik xarakteristikalari.	2
A18	Buralish.	2
A19	Balka va rama uchun ichki kuch faktorlarining epyuralarini qurish.	2
A20	To’g’ri egilishda balkalardagi ko’chishlarini aniqlash.	2
A21	Eng oddiy statik aniqmas sistemalarni hisoblash.	2
A22	Sterjenlarni ustivorlikka hisoblash.	2
Mashg‘ulotlar shakli: laboratoriya mashg‘uloti (L)		
L1	Po'latlarni cho'zishga sinash bilan cho'zilish diagrammasini qurish. Po'lat uchun elastiklik moduli va ko'ndalang deformastiya koefflstientini aniqlash;	2

L2	Po'lat, cho'yan, plastmassa va yog'ochni siqilishga sinash;	2
L3	Po'lat namunalarini buralishga sinash. Buralish diagrammasini qurish; Siljish modulini aniqlash;	2
L4	Alyumin materialini buralishga sinash;	2
L5	Po’latning qattiqligini aniqlash;	2
L6	Ikkita tayanchda erkin yotuvchi balkani egilishga sinash;	2
L7	Qiyshiq egilish hodisasini tajriba yo'li bilan tekshirish;	2
L8	Po’lat materialini ustivorlikka sinash.	

Mustaqil ta’lim (MT)		
1	Mustaqil ta’lim topshiriqlarini bajarish	**150**
	Taqdimot tayyorlash (grafik organayzerlardan foydalanib)	25
	Mustaqil ta`lim mavzulariga oid kazuslar tayyorlash	25
	Fanga oid masala va misollarni bajarish	100

Asosiy adabiyotlar	
1	Shirin Jumaboyeva – Nazariy mexanika. Toshkent 2023y.
2	Sh.Isaboyev. Qurilish mexanikasi (materiallar qarshiligi) 1-qism. Toshkent Lesson print. 2023 y.598 bet
3	Sh.Isaboyev. Mexanika (materiallar qarshiligi) fanidan misol masalalar to`plami. Toshkent Lesson print. 2023 y 374 bet
4	Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. Учебное пособие. Санкт Петербург.: Лань, 2005.-448с.
5	SHoxaydarova P., SH.SHoziyotov, J.Zoirov. Nazariy mexanika. O’quv qo’llanma. Toshkent 1991y. 407 b.
6	Yablonskiy A.A. Nazariy mexanikadan kurslari uchun topshiriqlar to’plami. Toshkent 2002 y.
7	Ergashev M. “Materiallar qarshiligidan hisoblash loyihalashishlari” – T.: “Moliya”, 2000- y. – 196 b.
8	Mansurov K.M. “Materiallar qarshiligi kursi” – T.:”O’qituvchi”, tuzatilgan, to’ldirilgan 2-nashri 1983-y. – 504 b.
9	Q.S.Abdurashidov, B.A. Hobilov, N.J. To’ychiev, A.I. Rahimov “Qurilish mexanikasi” darslik, Tashkent, O’zbekiston nashriyoti, 1999 yil
10	X.SH. To’raev, M.H.Ismatov, F.X.Yo’ldashev, B.K.Javliev “Qurilish mexanikasi” nazariy asoslar va amaliy masalalar o’quv qo’llanma. Toshkent. Moliya nashriyoti 2002 yil 458 b.
Qo‘shimcha adabiyotlar	
1	М.И.Бать, Г.Ю.Джанелидзе, А.С.Кельзон «Теоретическая механика в примерах и задачах» том1,2: “Наука”1992 год
2	Яблонский А.А. Сборник задах для курсовых работ по теоретической механике. Москва. 2000-240с.
3	Anorqulov T, Xusanov Q, Komiljonov A. “Nazariy mexanikadan kurs ishlari uchun topshiriqlar to’plami ”. T: - Ziyo-Nashr. 2002y.
4	Strelkov S.P. Mexanika. Uchebnik. 6-izd. Izd-vo “Lan”, 2019. - 560s.
5	Z.S.Shadmanova. Materiallar qarshiligi. O’quv qo’llanma.T.:2018.- 169 b.
6	K.Ismayilov, S.K.Toshev, O.I.Eshniyazov, S.S.Amanov. Materiallar

	qarshiligi. O’quv qo’llanma. Toshkent, Mashhur-Press, 2017. -272 b.
7	Hobilov B.A., Nazarova M.K., Umarova Z.S. Qurilish mexanikasidan misol va masalalar. O’quv qo’llanma. 1,2-qismlar. T.: TAQI - 2016. -148 b.

Kreditlarni olish uchun talablar:

Fanga oid nazariy va uslubiy tushunchalarni to‘la o‘zlashtirish, tahlil natijalarini to‘g‘ri aks ettira olish, o‘rganilayotgan jarayonlar haqida mustaqil mushohada yuritish hamda kafedra tomonidan tuzilgan komissiya oldida himoya qilish, joriy, oraliq nazorat shakllarida berilgan vazifa va topshiriqlarni bajarish, yakuniy nazorat bo‘yicha test topshirish.

Oraliq nazorat, yakuniy nazorat va mustaqil ish shakllarida berilgan vazifa va topshiriqlarni bajarish va topshirishi kerak bo‘ladi.

Fandan talabalarni baholash O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirining 2018-yil 9-avgustdagi 19-2018-son buyrug‘i bilan tasdiqlangan “Oliy ta’lim muassasalarida talabalar bilimini nazorat qilish va baholash tizimi to‘g‘risida”gi NIZOM asosida amalga oshiriladi.

3-semestr (nazariy mexanika)

Fan doirasida har bir semestrda 2 ta oraliq nazorat (ON) va yakuniy nazorat (YaN) olinadi. Xususan:

1-ON uchun talabaga:

a) 1-7 mavzular bo‘yicha og‘zaki savol-javob tarzida olgan bahosi;
b) 1-7 amaliy mashg‘ulotlarda ishtiroki, HGI bajarishi va topshrishi;
c) 1-5 mustaqil ish mavzulari asosida bajargan ishlaridan olgan bahosi.

o‘rtachalaridan hisoblangan baho qo‘yiladi, ya’ni: 1-ON = (a+b+c) / 3 .

1-ON bo‘yicha a, b, d, c punktlarning birortasini bajarilmasligi, talabaning 1-ON dan o‘tmaganligini anglatadi va 2-ON ga ruxsat berilmaydi. 1-ON ni topshirishni oxirgi muddati 2-ON ning boshlanish sanasigacha. 1-ON dan kamida qoniqarli baho olingan taqdirda 2-ON ga ruxsat beriladi.

2-ON uchun talabaga:

a) 8-15 mavzular bo‘yicha tuzilgan testda olgan bahosi;
b) 8-15 amaliy mashg‘ulotlarda ishtiroki, HGI bajarishi va topshrishi;
c) 6-10 mustaqil ish mavzulari asosida bajargan ishlaridan olgan bahosi

o‘rtachalaridan hisoblangan baho qo‘yiladi, ya’ni: 2-ON = (a+b+c) / 3.

2-ON bo‘yicha a, b, d, c punktlarning birortasini bajarilmasligi talabaning 2-ON dan o‘tmaganligini anglatadi va YaN ga ruxsat berilmaydi. 2-ONni topshirishning oxirgi muddati YaN ning boshlanish sanasigacha. 2-ONdan kamida qoniqarli baho olingan taqdirda YaN ga ruxsat beriladi.

YaN da talabaga barcha o‘tilgan mavzular doirasida tuzilgan savollar bo‘yicha yozgan yozma ish yoki test uchun baho qo‘yiladi. YaNdan kamida qoniqarli baho olingan taqdirda talaba fanni o‘zlashtirgan hisoblanadi va ko‘rsatigan kreditga ega bo‘ladi.

4-semestr (Materiallar qarshiligi)

Fan doirasida har bir semestrda 2 ta oraliq nazorat (ON) va yakuniy nazorat (YaN) olinadi. Xususan:

1-ON uchun talabaga:

a) 16-23 mavzular bo‘yicha og‘zaki savol-javob tarzida olgan bahosi;
b) 1-4 amaliy mashg‘ulotlarda ishtiroki, HGI bajarishi va topshrishi;
c) 1-4 tajriba mashg‘ulotlarda ishtirokiva topshrishi
d) mustaqil ish mavzulari asosida bajargan ishlaridan olgan bahosi.

o‘rtachalaridan hisoblangan baho qo‘yiladi, ya’ni: 1-ON = (a+b+d+c) / 4 .

1-ON bo‘yicha a, b, d, c punktlarning birortasini bajarilmasligi, talabaning 1-ON dan o‘tmaganligini anglatadi va 2-ON ga ruxsat berilmaydi. 1-ON ni topshirishni oxirgi muddati 2-ON ning boshlanish sanasigacha. 1-ON dan kamida qoniqarli baho olingan taqdirda 2-ON ga ruxsat beriladi.

2-ON uchun talabaga:

a) 24-30 mavzular bo‘yicha tuzilgan testda olgan bahosi;
d) 5-7 amaliy mashg‘ulotlarda ishtiroki, HGI bajarishi va topshrishi;
e) 5-8 tajriba mashg‘ulotlarda ishtirokiva topshrishi
f) mustaqil ish mavzulari asosida bajargan ishlaridan olgan bahosi

o‘rtachalaridan hisoblangan baho qo‘yiladi, ya’ni: 2-ON = (a+b+d+c) / 4.

2-ON bo‘yicha a, b, d, c punktlarning birortasini bajarilmasligi talabaning 2-ON dan o‘tmaganligini anglatadi va YaN ga ruxsat berilmaydi. 2-ON ni topshirishning oxirgi muddati YaN ning boshlanish sanasigacha. 2-ON dan kamida qoniqarli baho olingan taqdirda YaN ga ruxsat beriladi.

YaN da talabaga barcha o‘tilgan mavzular doirasida tuzilgan savollar bo‘yicha yozgan yozma ish yoki test uchun baho qo‘yiladi. YaNdan kamida qoniqarli baho olingan taqdirda talaba fanni o‘zlashtirgan xisoblanadi va ko‘rsatigan kreditga ega bo‘ladi.

- Fanga semestrlar bo‘yicha ajratilgan auditoriya soatining **25 foizini** va undan ortiq soatni sababsiz qoldirgan talaba ushbu fandan chetlashtirilib, **yakuniy nazoratga kiritilmaydi** hamda mazkur fan bo‘yicha tegishli kreditlarni o‘zlashtirmagan hisoblanadi.

Talabaning fan bo‘yicha o‘zlashtirish ko‘rsatkichini nazorat qilishda quyidagi mezonlar tavsiya etiladi:

a) 5 baho olish uchun talabaning bilim darajasi quyidagilarga javob berishi lozim:

- fanning mohiyati va mazmunini to‘liq yorita olsa;
- fandagi mavzularni bayon qilishda ilmiylik va mantiqiylik saqlanib, ilmiy xatolik va chalkashliklarga yo‘l qo‘ymasa;
- fan bo‘yicha mavzu materiallarining nazariy yoki amaliy ahamiyati haqida aniq tasavvurga ega bo‘lsa;
- fan doirasida mustaqil erkin fikrlash qobiliyatini namoyon eta olsa;
- berilgan savollarga aniq va lo‘nda javob bera olsa;
- konspektga puxta tayyorlangan bo‘lsa;
- mustaqil topshiriqlarni to‘liq va aniq bajargan bo‘lsa;
- fanga tegishli qonunlar va boshqa me’yoriy-huquqiy hujjatlarni to‘liq o‘zlashtirgan bo‘lsa;
- fanga tegishli mavzulardan biri bo‘yicha ilmiy maqola chop ettirgan bo‘lsa;
- tarixiy jarayonlarni sharhlay bilsa;

b) 4 baho olish uchun talabaning bilim darajasi quyidagilarga javob berishi lozim:

- fanning mohiyati va mazmunini tushungan, fandagi mavzularni bayon qilishda ilmiy va mantiqiy chalkashliklarga yo‘l qo‘ymasa;

- fanning mazmunini amaliy ahamiyatini tushungan bo‘lsa;
- fan bo‘yicha berilgan vazifa va topshiriqlarni o‘quv dasturi doirasida bajarsa;
- fan bo‘yicha berilgan savollarga to‘g‘ri javob bera olsa;
- fan bo‘yicha konspektini puxta shakllantirgan bo‘lsa;
- fan bo‘yicha mustaqil topshiriqlarni to‘liq bajargan bo‘lsa;
- fanga tegishli qonunlar va boshqa me’yoriy hujjatlarni o‘zlashtirgan bo‘lsa.

v) 3 baho olish uchun talabaning bilim darajasi quyidagilarga javob berishi lozim:

- fan haqida umumiy tushunchaga ega bo‘lsa;
- fandagi mavzularni tor doirada yoritib, bayon qilishda ayrim chalkashliklarga yo‘l qo‘yilsa;
- bayon qilish ravon bo‘lmasa;
- fan bo‘yicha savollarga mujmal va chalkash javoblar olinsa;
- fan bo‘yicha matn puxta shakllantirilmagan bo‘lsa.

g) quyidagi hollarda talabaning bilim darajasi qoniqarsiz 2 baho bilan baholanishi mumkin:

- fan bo‘yicha mashg‘ulotlarga tayyorgarlik ko‘rilmagan bo‘lsa;
- fan bo‘yicha mashg‘ulotlarga doir hech qanday tasavvurga ega bo‘lmasa;
- fan bo‘yicha matnlarni boshqalardan ko‘chirib olganligi sezilib tursa;
- fan bo‘yicha matnda jiddiy xato va chalkashliklarga yo‘l qo‘yilgan bo‘lsa;
- fanga doir berilgan savollarga javob olinmasa;
- fanni bilmasa.

Fan o‘qituvchisi to‘g‘risida ma’lumot

Muallif(lar):	1.Sh.S.Yuldashev, kafedra professori,t.f.d. 2.A.A.Raximov, kafedra katta o`qituvchisi, 3. Sh.M.Isaboyev, kafedra katta o`qituvchisi
E-mail:	1.shyuldashev1953@gmail.com 2. shisaboyev1982@gmail.com 3araximov1960@gmail.com
Tashkilot:	1. Namangan muhandislik-qurilish instituti, “Materiallar qarshiligi va mexanika” kafedrasi
Taqrizchilar	TillaboyevYo.K-NamMQI, “Materiallar qarshiligi va mexanika” kafedrasi, t.f.n., dotsent Karimov A.K. – NamMTI, “Umumtexnika” kafedrasi, t.f.n., dotsent (turdosh OTM)

Mazkur sillabus institute Kengashining 2023 yil___ avgustdagi__-sonli yig‘ilish bayoni bilan tasdiqlangan.

Mazkur sillabus “Materiallar qarshiligi va mexanika” kafedrasining 2023 yil 28 avgustdagi 1-sonli yig‘ilish bayoni bilan ma’qullangan.

O‘quv-uslubiy boshqarma boshlig‘i: T.Jo‘rayev
Fakul`teti dekani: A.Qahharov
Kafedra mudiri: M.Boytemirov
Tuzuvchilar: Sh.Yuldashev
Sh.Isaboyev
A.Raximov
Q. A‘zamov.

Modulni o'qitishda foydalaniladigan interfaol ta'lim metodlari

Mexanikasi fanini o'qitishda yangi pedagogik texnologiyalarni qo'llash natijasida talabalarni o'z ustida mustaqil ishlashini yanada kuchaytirish va takomillashtirishdan iborat. Darsni tashkil etishda semestr boshlanishida har bir talabaga mavzular, o'quv moduli birliklari, aniqlashtirilgan o'quv maqsadlari, tayanch so'z va iboralar, testlar, muammoli (situatsion) masalalar hamda baxolash mezonlari oldindan berib, yangi pedagogik texnologiyalarga (O'qitishning interfaol metodlariga) asoslangan mashg'ulotlar o'tkazishga aloxida e'tibor berish lozim.

"Mexanikasi" kursini loyihalashtirishda quyidagi asosiy kontseptual yondoshuvlardan foydalaniladi:

SHaxsga yo'naltirilgan ta'lim. Bu ta'lim o'z mohiyatiga ko'ra ta'lim jarayonining barcha ishtirokchilarini to'laqonli rivojlanishlarini ko'zda tutadi. Bu esa ta'limni loyihalashtirilayotganda, albatta, ma'lum bir ta'lim oluvchining shaxsini emas, avvalo, kelgusidagi mutaxassislik faoliyati bilan bog'liq o'qish maqsadlaridan kelib chiqqan holda yondoshilishni nazarda tutadi.

Tizimli yondoshuv. Ta'lim texnologiyasi tizimning barcha belgilarini o'zida mujassam etmog'i lozim: jarayonning mantiqiyligi, uning barcha bo'g'inlarini o'zaro bog'langanligi, yaxlitligi.

Faoliyatga yo'naltirilgan yondoshuv. SHaxsning jarayonli sifatlarini shakllantirishga, ta'lim oluvchining faoliyatni aktivlashtirish va intensivlashtirish, o'quv jarayonida uning barcha qobiliyati va imkoniyatlari, tashabbuskorligini oshishiga yo'naltirilgan ta'limni ifodalaydi.

Dialogik yondoshuv. Bu yondoshuv o'quv munosabatlarini yaratish zaruriyatini bildiradi. Uning natijasida shaxsning o'z-o'zini faollashtirishi va o'z-o'zini ko'rsata olishi kabi ijodiy faoliyati kuchayadi.

Hamkorlikdagi ta'limni tashkil etish. Demokratik, tenglik, ta'lim beruvchi va ta'lim oluvchi faoliyat mazmunini shakllantirishda va erishilgan natijalarni baholashda birgalikda ishlashni joriy etishga e'tiborni qaratish zarurligini bildiradi.

Muammoli ta'lim. Ta'lim mazmunini muammoli tarzda taqdim qilish orqali ta'lim oluvchi faoliyatini aktivlashtirish usullaridan biri. Bunda ilmiy bilimni ob'ektiv qarama-qarshiligi va uni hal etish usullarini, dialektik mushohadani shakllantirish va rivojlantirishni, amaliy faoliyatga ularni ijodiy tarzda qo'llashni mustaqil ijodiy faoliyati ta'minlanadi.

Axborotni taqdim qilishning zamonaviy vositalari va usullarini qo'llash - yangi kompyuter va axborot texnologiyalarini o'quv jarayoniga qo'llash.

O'qitishning usullari va texnikasi. Ma'ruza (kirish, mavzuga oid, vizuallash), muammoli ta'lim, keys-stadi, pinbord, paradoks va loyihalash usullari, amaliy ishlar.

O’qitishni tashkil etish shakllari: dialog, polilog, muloqot hamkorlik va o’zaro o’rganishga asoslangan frontal, kollektiv va guruh.

O’qitish vositalari: o’qitishning an’anaviy shakllari (darslik, ma’ruza matni) bilan bir qatorda - kompyuter va axborot texnologiyalari.

Kommunikatsiya usullari: tinglovchilar bilan operativ teskari aloqaga asoslangan bevosita o’zaro munosabatlar.

Teskari aloqa usullari va vositalari: kuzatish, blits-so’rov, oraliq va joriy va yakunlovchi nazorat natijalarini tahlili asosida o’qitish diagnostikasi.

Boshqarish usullari va vositalari: o’quv mashg’uloti bosqichlarini belgilab beruvchi texnologik karta ko’rinishidagi o’quv mashg’ulotlarini rejalashtirish, qo’yilgan maqsadga erishishda o’qituvchi va tinglovchining birgalikdagi harakati, nafaqat auditoriya mashg’ulotlari, balki auditoriyadan tashqari mustaqil ishlarning nazorati.

Monitoring va baholash: o’quv mashg’ulotida ham butun kurs davomida ham o’qitishning natijalarini rejali tarzda kuzatib borish. Kurs oxirida test topshiriqlari yoki yozma ish variantlari yordamida talabalarning bilimlari baholanadi.

Ayrim mavzular bo’yicha talabalar bilimini baholash test asosida va kompyuter yordamida bajariladi. “Internet” tarmog’idagi ma’lumotlardan foydalaniladi, tarqatma materiallar tayyorlanadi, test tizimi hamda tayanch so’z va iboralar asosida oraliq va yakuniy nazoratlar o’tkaziladi.

Ayrim metodlarni quyida keltirib o’tamiz:

“Insert” metodi

Metodning maqsadi: Mazkur metod talabalarda yangi axborotlar tizimini qabul qilish va bilimlarni o’zlashtirilishini yengillashtirish maqsadida qo’llaniladi, shuningdek, bu metod talabalar uchun xotira mashqi vazifasini ham o’taydi.

Metodni amalga oshirish tartibi:

- o’qituvchi mashg’ulotga qadar mavzuning asosiy tushunchalari mazmuni yoritilgan input-matnni tarqatma yoki taqdimot ko’rinishida tayyorlaydi;

- yangi mavzu mohiyatini yorituvchi matn ta’lim oluvchilarga tarqatiladi yoki taqdimot ko’rinishida namoyish etiladi;

- ta’lim oluvchilar individual tarzda matn bilan tanishib chiqib, o’z shaxsiy qarashlarini maxsus belgilar orqali ifodalaydilar. Matn bilan ishlashda talabalarga quyidagi maxsus belgilardan foydalanish tavsiya etiladi:

«V» - tanish ma’lumot, «?» - mazkur ma’lumotni tushunmadim, izoh kerak, «+» bu ma’lumot men uchun yangilik, «– » bu fikr yoki mazkur ma’lumotga qarshiman?. Belgilangan vaqt yakunlangach, ta’lim oluvchilar uchun notanish va tushunarsiz bo'lgan ma'lumotlar o'qituvchi tomonidan tahlil qilinib, izohlanadi va ularning mohiyati to'liq yoritiladi. Savollarga javob berilib mashg'ulot yakunlanadi.

"Xulosalash" (Rezyume, Veer) metodi

Metodning maqsadi: Bu metod murakkab, ko'p tarmoqli, mumkin qadar, muammoli xarakteridagi mavzularni o'rganishga qaratilgan. Metodning mohiyati shundan iboratki, bunda mavzuning turli tarmoqlari bo'yicha bir xil axborot beriladi va ayni paytda, ularning har biri alohida aspektlarda muhokama etiladi. Masalan, muammo ijobiy va salbiy tomonlari, afzallik, fazilat va kamchiliklari, foyda va zararlari bo'yicha o'rganiladi. Bu interfaol metod tanqidiy, tahliliy, aniq mantiqiy fikrlashni muvaffaqiyatli rivojlantirishga hamda o'quvchilarning mustaqil g'oyalari, fikrlarini yozma va og'zaki shaklda tizimli bayon etish, himoya qilishga imkoniyat yaratadi. «Xulosalash» metodidan ma'ruza mashg'ulotlarida individual va juftliklardagi ish shaklida, amaliy va seminar mashg'ulotlarida kichik guruhlardagi ish shaklida mavzu yuzasidan bilimlarni mustahkamlash, tahlili qilish va taqqoslash maqsadida foydalanish mumkin.

"Keys-stadi" metodi

«Keys-stadi» - inglizcha so'z bo'lib, («case» - aniq vaziyat, hodisa, «stadi» - o'rganmoq, tahlil qilmoq) aniq vaziyatlarni o'rganish, tahlil qilish asosida o'qitishni amalga oshirishga qaratilgan metod hisoblanadi. Mazkur metod dastlab 1921 yil Garvard universitetida amaliy vaziyatlardan iqtisodiy boshqaruv fanlarini o'rganishda foydalanish tartibida qo'llanilgan. Keysda ochiq axborotlardan yoki aniq voqea-hodisadan vaziyat sifatida tahlil uchun foydalanish mumkin. Keys harakatlari o'z ichiga quyidagilarni qamrab oladi: Kim (Who), Qachon (When), Qaerda (Where), Nima uchun (Why), Qanday, Qanaqa (How), Nima-natija (What).

Venn Diagrammasi metodi

Metodning maqsadi: Bu metod grafik tasvir orqali o'qitishni tashkil etish shakli bo'lib, u ikkita o'zaro kesishgan aylana tasviri orqali ifodalanadi. Mazkur metod turli tushunchalar, asoslar, tasavvurlarning analiz va sintezini ikki aspekt orqali ko'rib chiqish, ularning umumiy va farqlovchi jihatlarini aniqlash, taqqoslash imkonini beradi.

Metodni amalga oshirish tartibi:

•ishtirokchilar ikki kishidan iborat juftliklarga birlashtiriladilar va ularga ko'rib chiqilayotgan tushuncha yoki asosning o'ziga xos, farqli jihatlarini (yoki aksi) doiralar ichiga yozib chiqish taklif etiladi;

•navbatdagi bosqichda ishtirokchilar to'rt kishidan iborat kichik guruhlarga birlashtiriladi va har bir juftlik o'z tahlili bilan guruh a'zolarini tanishtiradilar;

• juftliklarning tahlili eshitilgach, ular birgalashib, ko'rib chiqilayotgan muammo yohud tushunchalarning umumiy jihatlarini (yoki farqli) izlab topadilar, umumlashtiradilar va doirachalarning kesishgan qismiga yozadilar.

"Blits-o'yin" metodi

Metodning maqsadi: tinglovchilarda tezlik, olgan bilimlar tizimini tahlil qilish, rejalashtirish, prognozlash ko'nikmalarini shakllantirishdan iborat. Mazkur metodni baholash va mustahkamlash maqsadida qo'llash samarali natijalarni beradi.

Metodni amalga oshirish bosqichlari:

1. Dastlab ishtirokchilarga belgilangan mavzu yuzasidan tayyorlangan topshiriq, ya'ni tarqatma materiallarni alohida-alohida beriladi va ulardan materialni sinchiklab o'rganish talab etiladi. SHundan so'ng, ishtirokchilarga to'g'ri javoblar tarqatmadagi «yakka baho» kolonkasiga belgilash kerakligi tushuntiriladi. Bu bosqichda vazifa yakka tartibda bajariladi.

2. Navbatdagi bosqichda trener-o'qituvchi ishtirokchilarga uch kishidan iborat kichik guruhlarga birlashtiradi va guruh a'zolarini o'z fikrlari bilan guruhdoshlarini tanishtirib, bahslashib, bir-biriga ta'sir o'tkazib, o'z fikrlariga ishontirish, kelishgan holda bir to'xtamga kelib, javoblarini «guruh bahosi» bo'limiga raqamlar bilan belgilab chiqishni topshiradi. Bu vazifa uchun 15 daqiqa vaqt beriladi.

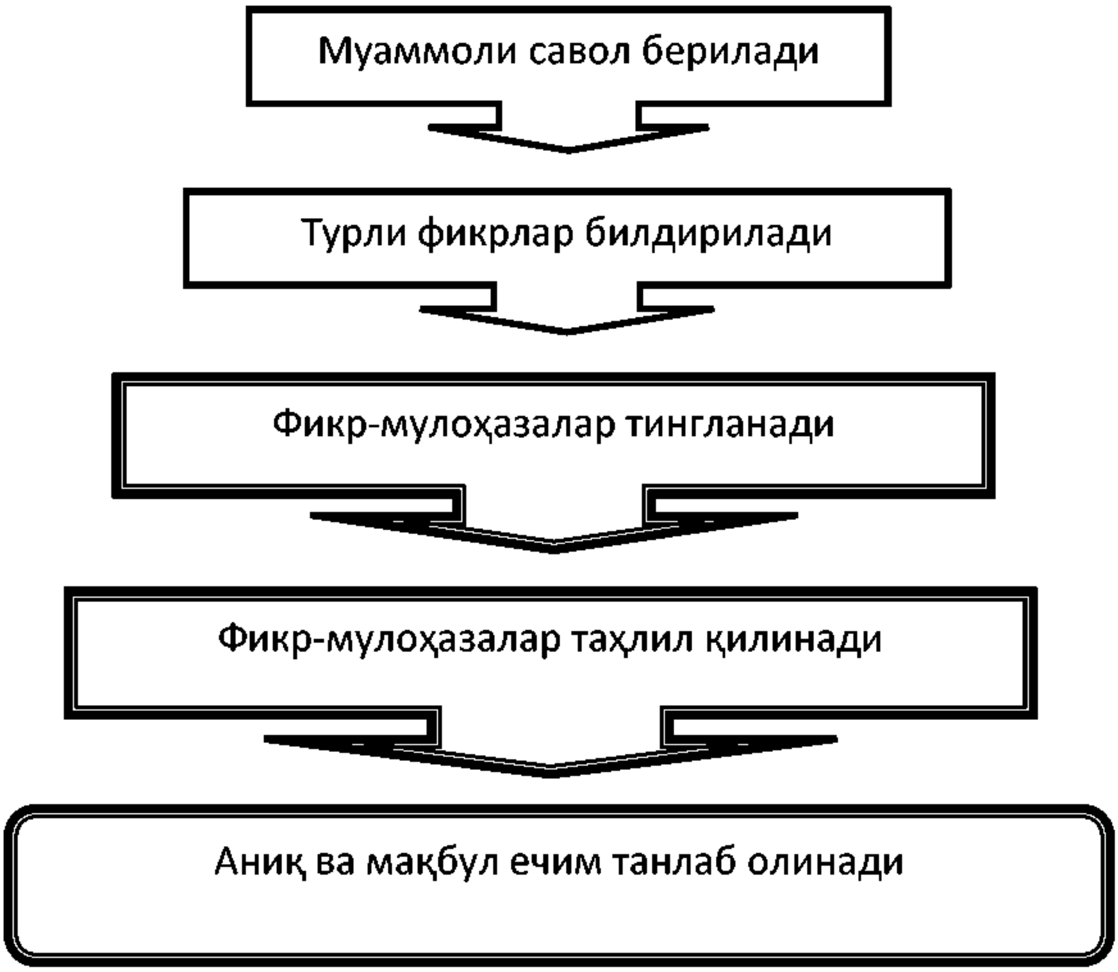
3. Barcha kichik guruhlar o'z ishlarini tugatgach, to'g'ri harakatlar ketma-ketligi trener-o'qituvchi tomonidan o'qib eshittiriladi, va o'quvchilardan bu javoblarni «to'g'ri javob» bo'limiga yozish so'raladi.

4.«To'g'ri javob» bo'limida berilgan raqamlardan «yakka baho» bo'limida berilgan raqamlar taqqoslanib, farq bulsa «0», mos kelsa «1» ball qo'yish so'raladi. SHundan so'ng «yakka xato» bo'limidagi farqlar yuqoridan pastga qarab qo'shib chiqilib, umumiy yig'indi hisoblanadi.

5. Xuddi shu tartibda «to'g'ri javob» va «guruh bahosi» o'rtasidagi farq chiqariladi va ballar «guruh xatosi» bo'limiga yozib, yuqoridan pastga qarab qo'shiladi va umumiy yig'indi keltirib chiqariladi.
6. Trener-o'qituvchi yakka va guruh xatolarini to'plangan umumiy yig'indi bo'yicha alohida-alohida sharhlab beradi.

7. Ishtirokchilarga olgan baqolariga qarab, ularning mavzu bo'yicha o'zlashtirish darajalari aniqlanadi.

«BAHS-MUNOZARA» metodining tuzilmasi



“Tushunchalar tahlili” metodi

Metodning maqsadi: mazkur metod talabalar yoki qatnashchilarni mavzu buyicha tayanch tushunchalarni o’zlashtirish darajasini aniqlash, o’z bilimlarini mustaqil ravishda tekshirish, baholash, shuningdek, yangi mavzu buyicha dastlabki bilimlar darajasini tashhis qilish maqsadida qo’llaniladi. Metodni amalga oshirish tartibi:

- ishtirokchilar mashg’ulot qoidalari bilan tanishtiriladi;
- o’quvchilarga mavzuga yoki bobga tegishli bo’lgan so’zlar, tushunchalar nomi tushirilgan tarqatmalar beriladi (individual yoki guruhli tartibda);
- o’quvchilar mazkur tushunchalar qanday ma’no anglatishi, qachon, qanday holatlarda qo’llanilishi haqida yozma ma’lumot beradilar;
- belgilangan vaqt yakuniga yetgach o’qituvchi berilgan tushunchalarning tugri va tuliq izohini uqib eshittiradi yoki slayd orqali namoyish etadi;

- har bir ishtirokchi berilgan tugri javoblar bilan uzining shaxsiy munosabatini taqqoslaydi, farqlarini aniqlaydi va o'z bilim darajasini tekshirib, baholaydi.

Guruh bilan ishlash qoidalari

Guruh a'zolarining har biri:

- o'z sheriklarining fikrlarini hurmat qilishlari lozim ;
- berilgan topshiriqlar bo'yicha faol, hamkorlikda va ma'suliyat bilan ishlashlari lozim ;
- o'zlariga yordam kerak bo'lganda so'rashlari mumkin ;
- yordam so'raganlarga ko'mak berishlari lozim;
- guruhni baholash jarayonida ishtirok etishlari lozim;
- <u>"Biz bir kemadamiz , birga cho'kamiz yoki birga qutilamiz" qoidasini yaxshi bilishlari lozim.</u>

"Insert usuli"

Insert – samarali o'qish va fikrlash uchun belgilash ning interfaol tizimi hisoblanib,mustaqil o'qib-o'rganishda yordam beradi .Bunda ma'ruza mavzulari,kitob va boshqa materiallar oldindan talabaga vazifa qilib beriladi . Uni o'qib chiqib , «V; +; -; ?» belgilar orqali o'z fikrini ifodalaydi.

Matnni belgilash tizimi:

(v) – men bilgan narsani tasdiqlaydi .

(+) – yangi ma'lumot.

(-) – men bilgan narsaga zid.

(?) – meni o'ylantirdi. Bu borada menga qo'dhimcha ma'lumot zarur.

Insert jadvali

Tushunchalar	**V**	**+**	**-**	**?**
Nisbiylik				
Nisbiylik printsipi				
Nisbiy muvozanat holati				
Inertsia				
Inertsial sanoq sistemasi				
Koriolis tezlanishi				
Koriolis inertsia kuchi				
Vertikal pastga tushayotgan jismga Er aylanishining ta'siri				

Muammoli vaziyat

1. Muhit qarshiligisiz erkin tebranma harakat

Muammo:. Moddiy nuqtaning eng ko‘p uchraydigan harakatlaridan biri, uning to‘g‘ri chiziq bo‘ylab tebranma harakati hisoblanadi. Lekin shu tebranma harakatlarning asosiy parametrlari, ya’ni tebranish chastotasi, tebranish amplitudasi, tebranish davri kabilar nimalarga bog‘liq ravishda o‘zgarishi, kerak bo‘lgan hollarda tegishli chastota va amplitudaga ega bo‘lgan tebranishlarni yaratish mumkinmi degan muhim savollarga quyida aniq javoblar olamiz.

“Muammoli vaziyat” jadvalini to’ldiring

Vaziyatagi muammo turi	Muammoli vaziyatning kelib chiqish sabablari	Vaziyatdan chiqib ketish harakatlari
1.Tebranma harakat deganda nimani tushunasiz ? **2.Tebranma harakat texnikada qaerlarda ishlatiladi ?** **3.Nima uchun biz tebranma harakatni o’rganamiz ?**		

TEBRANMA HARAKAT TURLARI

ERKIN YOKI GARMONIK TEBRANMA HARAKAT DEB, FAQAT MUVOZANATLOVCHI KUCH TA’SIRIDA HOSIL BO’LGAN TEBRANMA HARAKATLARGA AYTILADI	**SO’NUVCHI** TEBRANMA HARAKAT DEB, YOPISHQOQ MUHIT QARSHILIGI TA’SIRIDA HOSIL BO’LGAN TEBRANMA HARAKATLARGA AYTILADI	**MAJBURIY** TEBRANMA HARAKAT DEB, DAVRIY RAVISHDA UYG’OTUVCHI KUCH TA’SIRIDA QAYTA TIKLANIB TURADIGAN TEBRANMA HARAKATLARGA AYTILADI

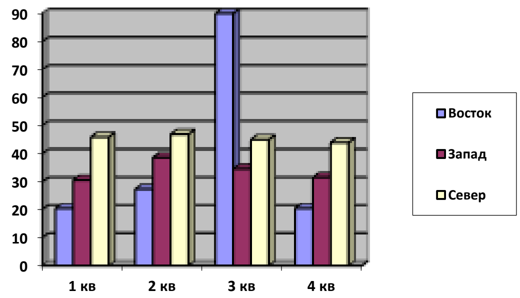
Muammoli vaziyat

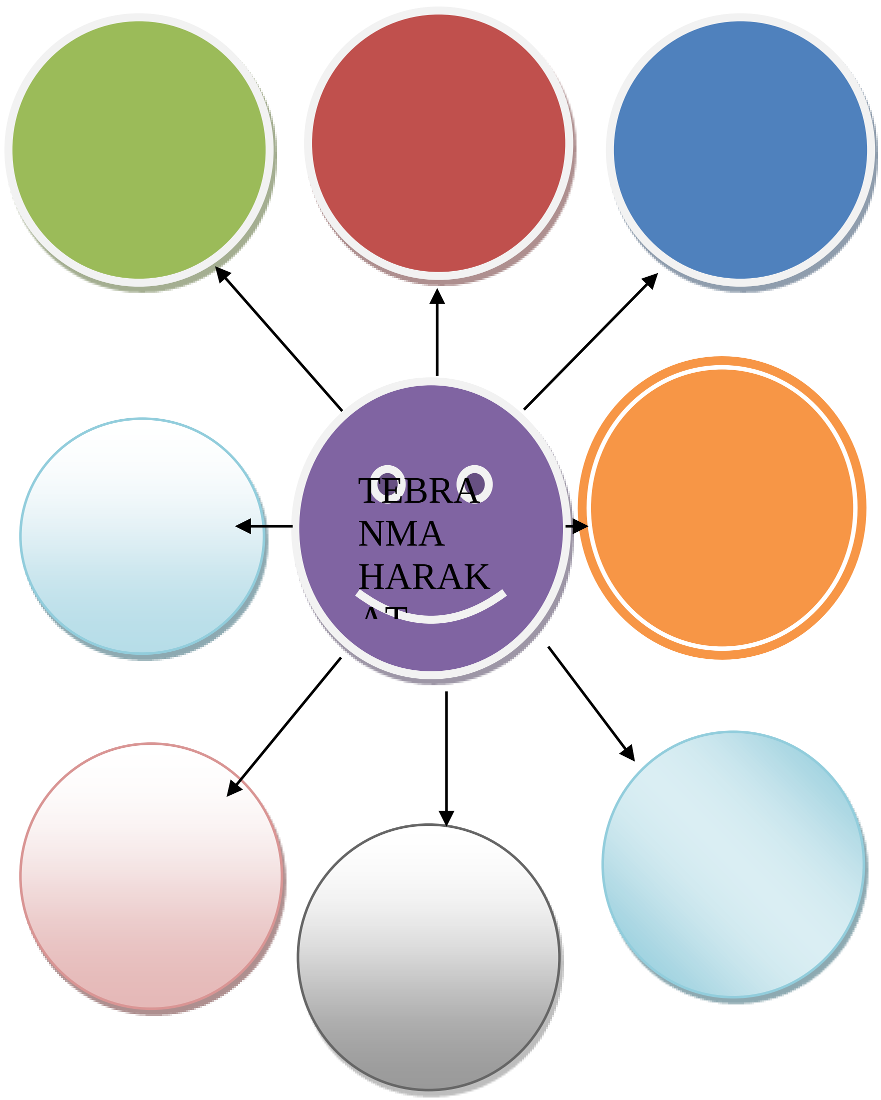
“Muammoli vaziyat” jadvalini to’ldiring

Vaziyatagi muammo turi	Muammoli vaziyatning kelib chiqish sabablari	Vaziyatdan chiqib ketish harakatlari
1. Qanday yopishqoq muhitlarni bilasiz va ular harakatga qanday ta’sir qiladi ? **2. Tebranishlarni yoki silkinishlarni qaytaruvch qanday moslamalarni bilasiz?**		

Muammo: Yuqorida ko‘rib o‘tilgan tebranishlarda muhitning qarshiligi e’tiborga olinmagan edi, shu sababli bunday tebranishlar tabiatda deyarli uchramaydi. Lekin shunga qaramasdan ularni o‘rganishning ahamiyati katta. Biz quyida, tabiatda juda ko‘p uchraydigan tebranishlar, ya’n muhit qarshiligi ta’siridagi real holatdagi erkin tebranishlarning dinamikasi bilan tanishib o‘tamiz.

Moddiy nuqta tebranma harakatining sabablariga klaster.
1-topshiriq: Tebranma harakat (vibrasia-silkinish) hodisalarining sabablariga klaster tuzing.





4.3.Tarqatma materiallar

1. Statikaning asosiy tushunchalari.
2. Statika aksiomalari.
3. Bog‘lanishlar va bog‘lanish reaksiya kuchlari.
4. Kesishuvchi kuchlar sistemasi teng ta’sir etuvchisini geometrik va analitik usulda aniqlash.
5. Kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanati shartlarining geometrik usuli.
6. Kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanati shartlarining analitik usuli.
7. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti.
8. Kuchning nuqtaga nisbatan momentining xossalari.

9. Juft kuch va juft kuch momenti.
10. Juft kuch va juft kuch momentining xossalari
11. Bir tekislikda joylashgan juftlarni qo‘shish.
12. Juftlar sistemasining muvozanat shartlari.

1. Kuchni o‘ziga parallel ko‘chirish masalasi.
2. Tekislikdagi kuchlar sistemasini bir markazga keltirish (qo‘shish).
3. Tekislikdagi kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momenti.
4. Tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanat shartlari.

1. Kuchning nuqtaga nisbatan moment vektori.
2. Kuchning o‘qqa nisbatan moment.
3. Fazoviy kuchlar sistemasini bir markazga keltirish.
4. Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanat shartlari.

1. Parallel kuchlar markazi va uning radius vektori
2. Parallel kuchlar markazining kordinatalarini aniqlash.
3. Qattiq jismning og‘irlik markazi.
4. Jismning og‘irlik markazi holatini aniqlash usullari.

1. Kinematikaning asosiy tushunchalari.
2. Moddiy nuqta harakatining berilish usullari.
3. Harakati vektor usulida berilgan nuqtaning tezlik va tezlanishi.
4. Harakati koordinatalar usulida berilgan nuqtaning tezlik va tezlanishi

1. Qattiq jismning ilgarilama harakati.

2. Qattiq jismning qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanma harakati.
3. Jismning burchak tezligi va burchak tezlanishi.
4. Burchak tezligi va burchak tezlanishini vektor tarzida ifodalash.

1. Qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanuvchi jism nuqtasining tezligi.
2. Qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanuvchi jism nuqtasining tezlanishi.
3. Qattiq jismning tekis parallel harakati.
4. Tekis parallel harakat tenglamasi.

1. Tezliklar oniy markazi.
2. Tezliklar oniy markazidan foydalanib tekish shakl nuqtasining tezligini aniqlash.
3. Tekis shakl nuqtasining tezlanishi.
4. Tezlanishlar oniy markazi.

1. Nuqtaning murakkab harakati.
2. Nuqtaning nisbiy, ko‘chirma va absoyut harakatlari haqida tushuncha.
3. Nuqtaning murakkab harakatida tezliklarni qo‘shish teoremasi.
4. Murakkab harakatdagi nuqtaning tezlanishlarini qo’shish teoremasi.

1. Nuqtaning murakkab harakatida Koriolis tezlanishini moduli.
2. Nuqtaning murakkab harakatida Koriolis tezlanishini yo’nalishi.
3. Dinamikaning asosiy qonunlari.
4. Moddiy nuqta harakatining differensial tenglamalari.

1. Moddiy nuqta dinamikasining to’g’ri masalasi.
2. Moddiy nuqta dinamikasining teskari masalasi.
3. Moddiy nuqtaning erkin tebranma harakati.
4. Moddiy nuqtaning so’nuvchi tebranma harakati.

1. Moddiy nuqtaning majburiy tebranma harakati.
2. Rezonans hodisasi.
3. Moddiy nuqta harakat miqdori.
4. Moddiy nuqta harakat

1. Moddiy nuqta harakat miqdorining moment.
2. Moddiy nuqta harakat miqdor momentining o‘zgarishi haqida teorema.
3. Kuchning ishi.
4. Quvvat.

1. Moddiy nuqta kinetik energiyasi.
2. Moddiy nuqta kinetik energiyasi o‘zgarishi haqida teorema.
3. Mexanik sistema.
4. Mexanik sistemaga ta’sir etuvchi kuchlar va uning xosalari.

1. Mexanik sistemaning massalar markazi va uning koordinatalari.
2. Mexanik sistema inersiya momentlari.
3. Sterjenni inersiya momenti.
4. Doirani inersiya momenti.

1. Mexanik sistema massalar markazining harakati haqida teorema.
2. Sistema massalar markazi harakatining saqlanish qonuni.
3. Mexanik sistema harakat miqdorining o‘zgarishi haqidagi teorema.
4. Mexanik sistema kinetik energiyasini o‘zgarishi haqidagi teorema.

1. Materiallar qarshiligi faniga kirish.
2. Fanning rivojlanish tarixi va boshqa fanlar bilan uzviy bog‘liqligi.
3. Fanning maqsad va vazifalari.
4. Fan tekshiradigan masalalar.

1.4. Testlar

№	Саволлар	A	B	C	D
1	**Nazariy mexanika fani nimani o‘rgatadi?**	Mexanik harakatning umumiy qonunlari,qattiq jism va mexanik sistema harakatini	Moddiy jismlarning bir-biriga ko‘rsatadigan ta’siri, muvozanati va mexanik harakatning umumiy qonunlarini	Moddiy jismlarning bir biriga ko‘rsatadigan ta’sirini	Moddiy jismlarning muvozanati, ularga qo‘yilgan kuchlarni qo‘shish, ayirishni
2	**Nazariy mexanikaning statika bo‘limida nimalar tekshiriladi**	Moddiy jismlarning muvozanati, ularga qo‘yilgan kuchlarni qo‘shish, ayirish va kuchlarni ekvivalent kuchlar sistemasi bilan almashtirish	Moddiy jismlarning muvozanati,mexanik harakatning umumiy qonunlari,qattiq jism va mexanik sistema harakati	Vaqt o‘tishi bilan moddiy jismlarning bir-biriga nisbatan ko‘chishi	Mexanik harakatning umumiy qonunlari, moddiy jismlarning bir biriga ko‘rsatadigan ta’siri
3	**Moddiy nuqta deb nimaga aytiladi?**	Harakati yoki muvozanatini tekshirishda o‘lchamlari va shaklining ahamiyati bo‘lmagan, massasi bir nuqtaga joylashgan jism	Kuch ta’sirida jismning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofa o‘zgarmasa	Jism fazoda ixtiyoriy tomonga harakatlana olsa, vaqt o‘tishi bilan moddiy jismlarning bir-biriga nisbatan ko‘chishi	Harakati yoki muvozanatini tekshirishda o‘lchamlari va shaklining ahamiyati bo‘lgan, massasi bir nuqtaga joylashgan jism
4	**Kuch deb nimaga aytiladi?**	Jismlarning shaklini va kinematik holatini o‘zgarishi	Jismlarning bir-biriga o‘zaro ta’sirlarini miqdor va yo‘nalishi jihatdan belgilovchi kattalik	Vaqt o‘tishi bilan moddiy jismlarning bir-biriga nisbatan ko‘chishi	Miqdor va yo‘nalishga ega bo‘lgan vektor kattalik

5	**Kuchning jismga ta’siri nima bilan aniqlanadi?**	Qo‘yilish nuqtasi, miqdori	Qo‘yilish nuqtasi, yo‘nalishi	Yo‘nalishi, miqdori	Qo‘yilish nuqtasi, yo‘nalishi, miqdori
6	**Teng ta’sir etuvchi kuch nima?**	Kuchlar sistemasining jismga ta’sirini yolg‘iz bir kuch bersa	Jismga qo‘yilgan kuchlar sistemasining ko‘rsatadigan ta’sirlarini boshqa kuchlar sistemasi bersa	Jismlarning shaklini va kinematik holatini o‘zgarishi	Tinch turgan jism unga qo‘yilgan kuchlar sistemasi ta’sirida ham tinch holatda qolsa
7	**Mexanik harakat deb nimaga aytiladi**	Moddiy jismlarning muvozanatini o‘zgarishi	Moddiy jismlarning kuch ta’siridagi harakati	Vaqt o‘tishi bilan moddiy jismlarning bir-birlariga nisbatan fazoda ko‘chishi	Harakatni vujudga keltiruvchi kuch ta’siri
8	**Ekvivalent kuchlar sistemasi deb nimaga aytiladi?**	Tinch turgan jismga boshqa kuchlar sistemasi qo‘yilishi	Qarama-qarshi yo‘nalgan ikki kuch	Jismga qo‘yilgan biror kuchlar sistemasi ta’sirini boshqa kuchlar sistemasi bera olsa	Bir to‘g‘ri chiziq bo‘ylab yo‘nalgan ikki kuch
9	**Bir nuqtada kesuvchi kuchlar sistemasining muvozanati sharti nima?**	Kuchlarning miqdorlari bir biriga teng bo‘lib, qarama-qarshi yo‘nalganligi	Kuchlar sistemasiga qurilgan kuch ko‘p burchagining yopiqligi	Kuchlar sistemasining teng ta’sir etuvchisi noldan farqliligi	Kuchlarning biror o‘qdagi proeksiyasi 0 ga teng bo‘lishi
10	**Kuchning o‘qdagi proeksiyasi qanday ta’riflanadi?**	Kuchning o‘qdagi proeksiyasi skalyar miqdor bo‘lib, kuch moduli hamda kuchning shu o‘q manfiy yo‘nalishi bilan tashkil qilgan burchagi kosinusining ko‘paytmasiga teng	Kuchning o‘qdagi proeksiyasi skalyar miqdor bo‘lib, kuchning moduli hamda kuchning shu o‘q musbat yo‘nalishi bilan tashkil qilgan burchagi kosinusining ko‘paytmasiga teng	Kuchning o‘qdagi proeksiyasi skalyar miqdor bo‘lib, kuchning shu o‘q musbat yo‘nalishi bilan tashkil qilgan burchagi kosinusining ko‘paytmasiga	Kuchning o‘qdagi proeksiyasi skalyar miqdori bo‘ylab, kuch moduli hamda kuchning shu o‘q musbat yo‘nalishi bilan tashkil qilgan burchagi sinusining ko‘paytmasiga teng
11	**Uch kuch haqidagi teorema**	Bir tekislikda yotuvchi va o‘zaro parallel bo‘lmagan uch kuch muvozanatlashsa, ularning ta’sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi	Bir tekislikda yotuvchi va o‘zaro parallel bo‘lmagan uch kuch muvozanatlashsa, ularning ta’sir chiziqlari bir nuqtada kesishmaydi	Bir tekislikda yotmagan va o‘zaro parallel bo‘lmagan uch kuch muvozanatlashsa, ularning ta’sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi	Bir tekislikda yotmagan va o‘zaro parallel bo‘lmagan uch kuch muvozanatlashsa, ularning ta’sir chiziqlari bir nuqtada kesishmaydi
12	**Qanday kuchlar juft kuchlar deyiladi?**	Miqdorlari teng, ta’sir chiziqlari bir to‘g‘ri chiziqda yotmaydigan va parallel ikki kuch	Miqdorlari teng, ta’sir chiziqlari bir to‘g‘ri chiziqda yotmaydigan, parallel va qarama-qarshi yo‘nalgan ikki kuch	Ta’sir chiziqlari bir to‘g‘ri chiziqda yotadigan, parallel va qarama-qarshi yo‘nalgan ikki kuch	Ta’sir chiziqlari bir to‘g‘ri chiziqda yotmaydigan, parallel va bir tomonga yo‘nalgan ikki kuch
13	**Kuchning ta’sir chizig‘i nima?**	Kuch yo‘nalishiga tik chiziq	Kuch vektori yotgan chiziq	Kuchning moduli va yo‘nalishi	Kuchning miqdori
14	**Kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektori**	Moment markaziga qo‘yilgan bo‘lib, bu markaz va kuchning ta’sir chizig‘i orqali o‘tgan tekislikka perpendikulyar yo‘naladi	Moment markaziga qo‘yilgan bo‘lib, bu markaz va kuchning ta’sir chizig‘i orqali o‘tgan tekislikka perpendikulyar yo‘naladi va uning uchidan qaraganda kuch jismni soat strelkasining aylanishiga teskari yo‘nalishida aylantirishga intiladi	Kuchning o‘qdagi proeksiyasi skalyar miqdor bo‘lib, kuchning shu o‘q musbat yo‘nalishi bilan tashkil qilgan burchagi kosinusining ko‘paytmasiga teng	Kuch vektori yotgan chiziq, miqdorlari teng, ta’sir chiziqlari bir to‘g‘ri chiziqda yotmaydigan, parallel va qarama-qarshi yo‘nalgan ikki kuch
15	**Erkin jism deb nimaga aytiladi?**	Jism fazoda ixtiyoriy tomonga	Jismga bog‘lanishlar	Jismga ta’sir etuvchi kuchlar	Jism fazoda ixtiyoriy tomonga harakatlana

		harakatlana olmasa	qo‘yilgan bo‘lsa	o‘zaro muvozanatlashsa	olsa
16	$\vec{r} = \vec{r}(t)$ **tenglama bilan ifodalanadigan nuqta harakati qanday usulda berilgan?**	Jadval	Koordinatalar	Tabiiy	Vektor
17	$S = f(t)$ **munosabat bilan ifodalangan nuqta harakati qanday usulda berilgan?**	Geometrik	Vektor	Tabiiy	Analitik
18	**Nuqtaning urinma tezlanishi qachon nolga teng bo‘ladi?**	Aylanma harakatda	Tekis sekinlanuvchan harakatida	Tekis tezlanuvchan harakatida	Nuqtaning tekis harakatida
19	**Qattiq jismning ilgarilanma harakati deb qanday harakatga aytiladi?**	Barcha nuqtalari har xil tezlik bilan harakatlanuvchi qattiq jism harakatiga	Normal tezlanish nolga teng bo‘lsa	Qattiq jism nuqtalarining urinma tezlanishi nolga teng bo‘lsa	Qattiq jismda olingan ixtiyoriy kesma harakat davomida o‘ziga o‘zi parallel qolsa
20	**Tekis shakl ikki nuqtasi tezliklarining proeksiyalariga oid teorema**	Tekis shakl ikki nuqtasi tezliklarining shu nuqtalardan o‘tuvchi o‘qdagi proeksiyalari yig‘indisi nolga teng	Tekis shakl ikki nuqtasi tezliklarining shu nuqtalardan o‘tuvchi o‘qdagi proeksiyalari o‘zaro teng bo‘ladi	Koordinata o‘qlaridagi proeksiyalari o‘zaro teng	Tezliklari o‘zaro perpendikulyar
21	**Dinamika qaysi qismlarga bo‘lib o‘rganiladi?**	Moddiy nuqta dinamikasi, mexanik sistema va qattiq jism dinamikasi	Moddiy nuqta dinamikasi, mexanik sistema dinamikasi	Mexanik sistema va qattiq jism dinamikasi	Moddiy nuqta dinamikasi, qattiq jism dinamikasi
22	**Mexanik sistemaga ta’sir etuvchi kuchlar qaysi turlarga ajratiladi?**	Ichki kuchlar	Tashqi va ichki kuchlar	Aktiv kuchlar	Tashqi kuchlar
23	**Mexanik sistema harakat miqdorining saqlanish qonuni qachon o‘rinli bo‘ladi?**	Agar tashqi kuchlar bosh vektori nolga teng bo‘lsa	Agar tashqi kuchlar bosh vektori nolga teng bo‘lmasa	Agar tashqi kuchlar bosh momenti nolga teng bo‘lsa	Agar tashqi kuchlar bosh momenti nolga teng bo‘lmasa
24	**Massalar geometriyasi deb nimaga aytiladi?**	Mexanik sistemaning differansial tenglamalari	Sistema nuqtalari massalarining taqsimlanishini ifodalovchi kattalik	Butun sistemaning massasi	Sistemaning massalar markazi
25	**Mustahkamlik nima?**	konstruktsiya elementlarining deformatsiyaga qarshilik ko’rsata olish qobiliyati	kuchlar ta’sirining mustaqillik printsipi	tashqi kuchlarga qarshilik ko’rsata olish qobiliyati	Boshlang’ich shaklini saqlash qobiliyati
26	**Ustivorlik nima?**	deformatsiyaga qarshilik ko’rsata olish qobiliyati	materiallarning proportsionallik chegarasi	tashqi kuchlarga qarshilik ko’rsata olish qobiliyati	muvozanatni saqlash qobiliyati
27	**Bikrlik nima?**	ruxsat etilgan kuchlanish	deformatsiyaga qarshilik ko’rsata olish qobiliyati	Puasson koeffitsienti	boshlang’ich shaklini saqlash qobiliyati
28	**Zo’riqish (ichki) kuchlar nima?**	kuchlar ta’sirining mustaqillik printsipi	kuchning yuzaga nisbati	jismlarning zarrachalari orasidagi o’zaro ta’sir kuchlari	yuza birligiga to’g’ri keladigan kuch miqdori

29	**Statik kuch qanday kuch?**	kuch tasodifan qo'yilgan bo'lsa	o'zining eng katta qiymatiga asta sekin erishsa	o'zining eng katta qiymatiga qisqa vaqt ichida erishsa.	kuch nolga teng bo'lsa
30	**Keltirilgan ta'riflar orasida oqish chegarasining ta'rifini ko'rsating.**	Kuch doimiy qolib, deformatsiya ortayotgan vaqtdagi kuchlanish	Guk qonunini kanoatlantiradigan eng katta kuchlanish	Kuch va deformatsiya orasida to'g'ri chiziqli boglanish bo'lgan xoldagi kuchlanish	Namunaga kuyilgan eng katta kuchga mos kelgan kuchlanish
31	**Dinamik kuch qanday?**	o'zining eng katta qiymatiga asta sekin erishsa	kuch o'zgarmas bo'lsa	o'zining eng katta qiymatiga qisqa vaqt ichida erishsa	tezlik o'zgarmas bo'lsa
32	**Guk qonuni materiallarning qaysi chegarasida qo'llaniladi?**	proportsionallik chegarasida	istagan chegarasida	mustahkamlik chegarasida	oquvchanlik chegarasida
33	**Sterjen nisbiy deformatsiyasi qanday birlik bilan ulchanadi?**	Sm	O'lchovsiz kattalik	M	Gradus
34	**" EF " nimani ifodalaydi?**	Puasson koeffitsentini	cho'zilish va siqilishdagi bikrlik	mustahkamlik chegarasini	proportsionallik chegarasini
35	**" Δl " bilan " EF " orasida qanday bog'lanish bor?**	differentsial bog'lanish	to'g'ri proportsional	teskari proportsional	bog'lanish yo'q
36	**Deformatsiya deb nimaga aytiladi?**	tashqi kuchlarga karshilik ko'rsata olish qobiliyati	tashqi kuchlar ta'sirida jism shaklining o'zgarishi	normal kuchlanish nolga teng bo'lsa	tashqi kuchlar ta'sirida jismning yemirilish chegarasi
37	**Kesimning og'irlik markazi deb nimaga aytiladi?**	markaziy o'qlarning kesishish nuqtasiga	ixtiyoriy o'qlarning kesishish nuqtasiga	normal kuchlanish nolga teng bo'lsa	urinma kuchlanish nolga teng bo'lsa
38	**Qanday deformatsiya elastik deformatsiya deyiladi?**	agar jismlarda tashqi kuch ta'sirida hosil bo'lgan deformatsiya jismdan kuch olinganda yo'qolmasa	agar jismlarda tashqi kuch ta'sirida hosil bo'lgan deformatsiya jismdan kuch olinganda yo'qolib ketsa	bo'ylama o'lchamlarning o'zgarishi	uzunlik birligiga to'g'ri kelgan deformatsiya
39	**Qanday deformatsiya plastik deformatsiya deyiladi?**	agar jismlarda tashqi kuch ta'sirida hosil bo'lgan deformatsiya jismdan kuch olinganda yo'qolib ketsa	bo'ylama o'lchamlarning o'zgarishi	agar jismlarda tashqi kuch ta'sirida hosil bo'lgan deformatsiya jismdan kuch olinganda yo'qolmasa	uzunlik birligiga to'g'ri kelgan deformatsiya
40	**Qanday deformatsiya bo'ylama absolyut deformatsiya deyiladi?**	uzunlik birligiga to'g'ri kelgan deformatsiya	agar jismlarda tashqi kuch ta'sirida hosil bo'lgan deformatsiya jismdan kuch olinganda yo'qolib ketsa	agar jismlarda tashqi kuch ta'sirida hosil bo'lgan deformatsiya jismdan kuch olinganda yo'qolmasa	bo'ylama o'lchamlarning o'zgarishi
41	**Qanday deformatsiya nisbiy bo'ylama deformatsiya deyiladi?**	agar jismlarda tashqi kuch ta'sirida hosil bo'lgan deformatsiya jismdan kuch olinganda yo'qolib ketsa	bo'ylama o'lchamlarning o'zgarishi	uzunlik birligiga to'g'ri kelgan deformatsiya	agar jismlarda tashqi kuch ta'sirida hosil bo'lgan deformatsiya jismdan kuch olinganda yo'qolmasa
42	**Brus deb nimaga aytiladi?**	qalinligi kolgan o'lchamlariga nisbatan sezilarli darajada kichik bo'lgan elementga	ko'ndalang kesim o'lchamlari uzunligi o'lchamlariga qaraganda juda kichik bo'lgan	uch o'lchovi bir xil tartibda bo'lgan elementga	o'rta kesimi egri bo'lgan elementga

			elementga		
43	**Plita deb nimaga aytiladi?**	o'rta kesimi egri bo'lgan elementga?	uch o'lchovi bir xil tartibda bo'lgan elementga	qalinligi qolgan o'lchamlariga nisbatan sezilarli darajada kichik bo'lgan elementga	ko'ndalang kesim o'lchamlari uzunligi o'lchamlariga karaganda juda kichik bo'lgan elementga
44	**Massiv deb nimaga aytiladi?**	uch o'lchovi bir xil tartibda bo'lgan elementga	qalinligi qolgan o'lchamlariga nisbatan sezilarli darajada kichik bo'lgan elementga	ko'ndalang kesim o'lchamlari uzunligi o'lchamlariga karaganda juda kichik bo'lgan elementga	o'rta kesimi egri bo'lgan elementga?
45	**To'plangan kuch deb qanday kuchga aytiladi?**	bir jismga qo'shni ikkinchi jismdan o'tadigan kuch	juda kichik sirtga ta'sir qilgan kuchga	jism sirtidagi yuzaga yoki chiziq bo'ylab ta'sir qiluvchi kuchga	jismning barcha ichki nuqtalariga ta'sir qilgan kuch
46	**Tashqi kuch deb qanday kuchga aytiladi?**	jismning barcha ichki nuqtalariga ta'sir qilgan kuch	jism sirtidagi yuzaga yoki chiziq bo'ylab ta'sir qiluvchi kuchga	juda kichik sirtga ta'sir qilgan kuchga	bir jismga qo'shni ikkinchi jismdan o'tadigan kuch
47	**Taqsimlangan kuch deb qanday kuchga aytiladi?**	juda kichik sirtga ta'sir qilgan kuchga	jismning barcha ichki nuqtalariga ta'sir qilgan kuch	jicm sirtidagi yuzaga yoki chiziq bo'ylab ta'sir qiluvchi kuchga	bir jismga qo'shni ikkinchi jismdan o'tadigan kuch
49	**Hajmiy kuch deb qanday kuchga aytiladi?**	bir jismga qo'shni ikkinchi jismdan o'tadigan kuch	jismning barcha ichki nuqtalariga ta'sir kilgan kuch	juda kichik sirtga ta'sir kilgan kuchga	jism sirtidagi yuzaga yoki chiziq bo'ylab ta'sir qiluvchi kuchga
50	**Balka tayanchlari qanday xillarga bo'linadi?**	sharnirli qo'zg'aluvchan, qistirib mahkamlangan	sharnirli qo'zg'aluvchan, sharnirli qo'zg'almas va qistirib mahkamlangan	sharnirli qo'zg'aluvchan va qo'zg'almas	qistirib mahkamlangan va sharnirli qo'zg'almas