

**RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR VA SUN'IY INTELLEKTNI
RIVOJLANTIRISH ILMIY-TADQIQOT INSTITUTI HUZURIDAGI
ILMIY DARAJALAR BERUVCHI PhD.13/30.12.2021.T.142.01 RAQAMLI
ILMIY KENGASH**

**RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR VA SUN'IY INTELLEKTNI
RIVOJLANTIRISH ILMIY-TADQIQOT INSTITUTI**

FAYZULLAYEVA ZARNIGOR INATILLAYEVNA

**PARABOLIK TIPDAGI NOCHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASI
ORQALI TAVSIFLANADIGAN HARAKATLANUVCHI
MUHITLARDAGI DIFFUZIYA JARAYONLARINI SONLI
MODELLASHTIRISH**

05.01.07 – Matematik modellashtirish. Sonli usullar va dasturlar majmui

**TEXNIKA FANLAR BO'YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

**Texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi avtoreferati
mundarijasi**

**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD)
по техническим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD)
on technical sciences**

Fayzullayeva Zarnigor Inatillayevna

Parabolik tipdagi nochiqli tenglamalar sistemasi orqali tavsiflanadigan harakatlanuvchi muhitlardagi diffuziya jarayonlarini sonli modellashtirish.3

Файзуллаева Зарнигор Инатиллаевна

Численное моделирование диффузионных процессов в движущихся средах, описываемых системой нелинейных уравнений параболического типа.21

Fayzullaeva Zarnigor Inatillaevna

Numerical modeling of diffusion processes in convective transfer described by a system of nonlinear parabolic equations.....39

E'lon qilingan ishlar ro'yhati

Список опубликованных работ

List of published works 43

**RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR VA SUN'IY INTELLEKTNI
RIVOJLANTIRISH ILMIY-TADQIQOT INSTITUTI HUZURIDAGI
ILMIY DARAJALAR BERUVCHI PhD.13/30.12.2021.T.142.01 RAQAMLI
ILMIY KENGASH**

**RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR VA SUN'IY INTELLEKTNI
RIVOJLANTIRISH ILMIY-TADQIQOT INSTITUTI**

FAYZULLAYEVA ZARNIGOR INATILLAYEVNA

**PARABOLIK TIPDAGI NOCHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASI
ORQALI TAVSIFLANADIGAN HARAKATLANUVCHI
MUHITLARDAGI DIFFUZIYA JARAYONLARINI SONLI
MODELLASHTIRISH**

05.01.07 – Matematik modellashtirish. Sonli usullar va dasturlar majmui

**TEXNIKA FANLAR BO'YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

Texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi attestatsiya komissiyasida B2022.4. PhD/T3287 raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellektni rivojlantirish ilmiy tadqiqot institutida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz(rezyume)) Ilmiy kengash veb-saytida(www.airi.uz) va «Ziyonet» Axborot ta'lim portalida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:	Sadullayeva Shaxlo Azimboyevna fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent
Rasmiy opponentlar:	Po'latov Asxad Muxamedjanovich fizika-matematika fanlari nomzodi, professor Muradov Farrux Abdulkaxarovich texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori(Phd)
Yetakchi tashkilot:	Qarshi davlat universiteti

Dissertatsiya himoyasi Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellektni rivojlantirish ilmiy tadqiqot instituti huzuridagi Phd.13/30.12.2021.T.142.01 Ilmiy kengashning 2023 yil «12.12» soat 16⁰⁰ dagi majlisida bo'lib o'tadi. (Manzil: 100125, Toshkent shahri, Mirzo Ulug'bek tumani, Buz 2, 17A Tel.: (99871) 263 41 98).

Dissertatsiya ishi bilan Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellektni rivojlantirish ilmiy tadqiqot instituti axborot resurslari markazida tanishish mumkin (registratsiya raqami № 39). (Manzil: 100125, Toshkent sh., Mirzo-Ulug'bek tumani, Buz-2, 17A. Tel.: (99871) 263-41-98).

Dissertatsiya avtoreferati 2023 yil «30» noyabr kuni tarqatildi.
(2023 yil «17» noyabr dagi 7 raqamli ryestr bayonnomasi).







N.Ravshanov
Ilmiy darajalar beruvchi
ilmiy kengash raisi,
texnika fanlari doktori, professor

F.M.Nuraliyev
Ilmiy darajalar beruvchi
ilmiy kengash ilmiy kotibi,
texnika fanlari doktori, professor

E.Sh.Nazirova
Ilmiy darajalar beruvchi
ilmiy kengash qoshidagi ilmiy seminar raisi,
texnika fanlari doktori, professor

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiya annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Jahonda hozirgi kunda tabiatda uchraydigan ko'pgina jarayonlarni ifodalovchi nochiziqli tenglama va tenglamalar sistemalariga oid tadqiqotlar dolzarb hamda zarur hisoblanib, fan-texnikaning ko'plab sohalariga, xususan, mexanika, fizika, texnologiya, ekologiya, biofizika, biologiya, tibbiyot va boshqa turli sohalariga keng tatbiq etilmoqda. Shu sababli nochiziqli matematik modellarini tadqiq etish, samarali sonli yechish sxemalari va algoritmlarini qurish hamda kompyuter texnologiyalari imkoniyatlaridan keng foydalangan holda ularning dasturiy ta'minotini yaratishga katta e'tibor qaratilmoqda. Elsevier tahliliy markazi bazasi ma'lumotlariga ko'ra nochiziqli reaksiya-diffuziya tenglamasi uchun qo'yiladigan Koshi masalasini chegaraviy shartlarda yechish va natijalarini amaliyotga tatbiq etishda nochiziqli filtratsiya va biologik populyatsiyaga bag'ishlangan dunyo olimlarining ilmiy ishlari soni muntazam ravishda oshib bormoqda. Dunyoning ushbu sohada rivojlangan davlatlar olimlarning jumladan AQSH, Rossiya Federatsiyasi, Yaponiya, Ozarbayjon, Turkiya, Xitoy, Italiya va boshqa mamlakatlarida nochiziqli reaksiya-diffuziya tenglamasi va tenglamalar sistemasi, shuningdek parabolik tipdagi masalalar uchun Koshi masalasi va ushbu tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni o'rganish va tadqiqot natijalarini amaliyotda qo'llash muhim ahamiyat kasb etmoqda.

Jahonda oxirgi yillarda qator fundamental masallar nochiziqli jarayonlarni matematik modellashtirish, vizuallashtirish usullari va vositalarini takomillashtirish, ikki karra nochiziqli diffuziya masalalari yechimlarining muhim natijalarini amaliyotga joriy etish bilan bog'liq bo'lmoqda. Hozirgi vaqtda parabolik tenglamalar sistemalari bilan tavsiflangan nochiziqli matematik modellarni o'rganish va tadqiqot natijalarini amaliyotga qo'llash quyidagi yo'nalishlarda amalga oshirilayotgan muhim vazifalardan biridir: o'zgaruvchan koeffitsiyentli dempirlanish ta'siridagi nochiziqli diffuziya tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasining yechimlarini qurib olish; nochiziqli masalalarni sonli modellashtirish samarali algoritmini ishlab chiqish; nochiziqli modellarni o'rganish natijasida vizuallashtirish usullarini ishlab chiqish; nochiziqli jarayonlarni o'rganishga yordam beruvchi kompleks dasturlar yaratish; hisoblash eksperimentini o'tkazish, vaqt bo'yicha evolutsion jarayonni kuzatish, parametrlarning dinamik o'zgarishida jarayonning borish hodisasini kompyuterda vizual ko'rinishini yaratish muhim vazifalardan biri hisoblanadi.

Respublikamizda nochiziqli jarayonlarni matematik va sonli modellashtirish, dasturiy majmuini ishlab chiqish, kompyuterda vizuallashtirish uchun samarali algoritmlar ishlab chiqish, ikki komponentali muhitda nochiziqli parabolik tenglamalar sistemasi orqali ifodalanuvchi diffuziya jarayonlarini tadqiqot natijalarini amaliyotga joriy etish, asosiy ko'rsatkichlarni hisoblash va ularni baholash uchun avtomatlashtirilgan dasturiy ta'minotlarni yaratish uchun keng qamrovli chora tadbirlar olib borilmoqda. O'zbekiston Respublikasi Suv xo'jaligini rivojlantirishning 2020-2030 yillarga mo'ljallangan konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risida farmonda, jumladan «sug'orish suvini yetkazish xarajatlarining bir

qismini bosqichma-bosqich suv iste'molchilari tomonidan qoplash tizimini joriy qilish, tushgan mablag'larni suv xo'jaligi obyektlarini o'z vaqtida sifatli ta'mirlashtirishga, raqamli texnologiyalarni joriy qilish hamda samarali boshqarishga yo'naltirish...»¹. Mazkur vazifalarni amalga oshirishda zamonaviy axborot texnologiyalar asosida tadqiq qilinayotgan jarayonga ta'sir qiluvchi turli xil omillarni hisobga olgan holda diffuziya jarayonlarining matematik modellari, samarali hisoblash algoritmlarini ishlab chiqish va avtomatlashtirilgan tizimlar yaratish muhim masalalardan hisoblanadi.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 7-fevraldagi PF-4947-son «O'zbekiston Respublikasini rivojlantirish bo'yicha harakatlar strategiyasi to'g'risida»gi Farmoni, Ozbekiston Respublikasi Prezidentining 2018-yil 27-apreldagi PQ-3682-son «Innovation g'oyalar, texnologiyalar va loyihalarni amaliy joriy qilish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida»gi, 2020-yil 7-maydagi PQ-4708-son «Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida»gi va 2020-yil 6-oktyabrdagi PQ-4851-son «Axborot texnologiyalari sohasida ta'lim tizimini yanada takomillashtirish, ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirish va ularni IT-industriya bilan integratsiya qilish chora-tadbirlari to'g'risida»gi, 2021-yil 10-fevraldagi PQ-4986-son «Axborot texnologiyalari va kommunikasiyalarini yanada rivojlantirishga investitsiyalarni jalb qilish chora-tadbirlari to'g'risida»gi, qarorlari hamda mazkur faoliyatga tegishli boshqa normativ-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishda ushbu dissertatsiya tadqiqoti muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalar rivojlanishining ustuvor yo'nalishlariga mosligi. Mazkur tadqiqot respublika fan va texnologiyalar rivojlanishining IV.«Axborotlashtirish va axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini rivojlantirish» ustuvor yo'nalishi doirasida bajarilgan.

Muammoning o'rganilganlik darajasi. Ikki komponentali muhitlarda parabolik tipdagi nochiziqli tenglamalar sistemasi orqali tasvirlanuvchi issiqlik tarqalish, diffuziya jarayonlarini matematik modellashtirish, sonli yechish, yechimlarning fazoviy lokallasishi, erkin chegara bahosi, nochiziqli masalalarni sonli yechishga yo'naltirilgan ilmiy tadqiqodlar dunyoda ko'pgina olimlar tomonidan zo'r qiziqish bilan o'rganilmoqda. Ularning so'nggi yillarda Springer, Emerald, Ebsco Information Services, Web of Science, Wiley, Elsevier, asosan Web of Science va Scopus ma'lumotlar bazalaridagi ilmiy jurnallarga nashr etilgan ilmiy izlanishlari natijalari ko'rish mumkin. H.A.Levine, H.Fujita, H.Matano, M.Mimura, X.Y.Chen, M.Chunlai, W.Du, J.Yin, Y.Wang, M.X.Wang, Z.Xiang, X.F.Song, M.Sugimoto, C.V.Pao, G.Grillo, M.Muratori, W.H.Ruan, Y.Naito, L.A.Caffarelli, A.Friedman, B.Mcleod, Michael Winkler, A.P. Mixaylov, S.N.Dimova, M.S.Kosteshiev, M.J.Koleva, V.A.Galaktionov, Ye.Kurkina va boshqa shu kabi olimlar o'zgaruvchan zichlikga ega nochiziqli, diffuziya masalalari yechimlarining global va global bo'lmaslik shartlarini tadqiqi bo'yicha Z.Li, A.Samarskiy, W.Du,

¹O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 24.02.2021 yildagi PQ-5005-son «O'zbekiston Respublikasida suv resurslarini boshqarish va irrigatsiya sektorini rivojlantirishning 2021-2023-yillarga mo'ljallangan strategiyasini tasdiqlash to'g'risida» qarori.

Guirong Liu, Yuan-Wei Qi, A.F.Tedeev, A.V.Martinenko, N.V.Afanasyeva, S.P.Degtyarevlar ilmiy izlanishlar olib borishgan.

Nochiziqli jarayonlarni tadqiq etishda suyuqlik va gaz filtratsiya masalalarini o'rganishda O'zbekiston olimlaridan V.Qobulov, F.Abutaliyev, E.Abutaliyev, M.Aripov, N.Muxiddinov, A.Begmatov, R.Sadullayev, A.Begmatov, B.Xo'jayarov, I.Xo'jaev, N.Ravshanov, E.Nazirova, R.Usmonov, Ch.Normurodov, A.Ne'matov va boshqa olimlarning ilmiy maktablari bugungi kunda muvaffaqiyatli ilmiy izlanishlar olib bormoqdalar. Parabolik tipdagi nochiziqli tenglamalar bilan ifodalanuvchi matematik modellarni avtomodel yondashuv asosida qurib olingan yechim xossalarini o'rganish va kompyuterda vizual tadqiq etish bo'yicha M.Aripov va uning shogirdlari T.Qayumov, D.Eshmatov, A.Xaydarov, J.Muxammadiyev, F.Kabiljanova, Sh.Sadullayeva, A.Matyakubov, D.Muxamadieva, Z.Raxmonov, O.Jabborov va boshqalar ilmiy izlanishlar olib bormoqdalar.

Bu sohadagi olib borilgan tadqiqotlar tahlili shuni ko'rsatdiki, bugungi kunda issiqlik o'tkazuvchanlik, diffuziya va filtratsiya jarayonlarini matematik modellashtirish masalalari yetarlicha o'rganilmagan.

Dissertatsiya mavzusining dissertatsiya bajarilgan ilmiy tadqiqot muassasasining ilmiy-tadqiqot ishlari rejalarini bilan bog'liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti va Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellektni rivojlantirish ilmiy-tadqiqot institutining ilmiy-tadqiqot ishlari rejasining BV-Atex-2018(399+487) raqamli «Ikki komponentli muhitda diffuzion jarayonlarni sonli modellashtirish uchun amaliy dasturlar paketini yaratish»(2017-2020) loyihalari doirasida bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi parabolik tipdagi nochiziqli tenglamalar sistemasi orqali tavsiflanadigan konvektiv ko'chishga ega bo'lgan reaksiya-diffuziya jarayonlarini matematik modellashtirish, sonli yechish va dasturiy majmuasini yaratishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

ikki komponentli nochiziqli muhitlarda parabolik tipdagi nochiziqli tenglamalar sistemasi orqali tavsiflanuvchi diffuziya jarayonlarini matematik modellarini takomillashtirish, global yechim mavjudlik shartlarini topish, yechimlarning yangi xususiyatlari, tezlik tarqalishining chekliligi va lokallashtirish xossalarini aniqlash;

konvektiv ko'chish va dempirlash ta'siridagi nochiziqli diffuziya tenglamalar sistemasini bilan ifodalaydigan nochiziqli modellar uchun tez, sekin diffuziya va kritik hollarda yechimlarning asimptotikalarini olish;

ikki komponentli nochiziqli muhitlarda parabolik tipdagi nochiziqli tenglamalar sistemasi orqali tavsiflanuvchi diffuziya masalasini sonli yechish sxemalarini qurish;

manba va o'zgaruvchan zichlikka ega, konvektiv ko'chish va dempirlash hadiga ega nochiziqli diffuziya masalasini hisoblash algoritmlarini qurish, nochiziqli masalalarni kompyuterda vizuallashtirish uchun dasturiy majmua ishlab chiqish.

Tadqiqotning obyektini sifatida parabolik tipdagi nochiziqli tenglamalar

sistemasi orqali tasvirlanadigan diffuziya jarayonlari qaralgan.

Tadqiqotning predmeti parabolik tipdagi nohiziqli tenglamalar sistemasi orqali tasvirlanadigan konvektiv ko'chishga ega bo'lgan diffuziya jarayonlarining matematik modellari, sonli sxemalar va sonli yechish algoritmi hamda dasturiy ta'minotlaridan iborat.

Tadqiqotning usullari. Mazkur dissertatsiya ishida matematik modellashtirish va hisoblash matematikasining sonli usullari, diskret sohaning axborot massivini qurish, dasturlash hamda kompyuter texnologiyalari uslublaridan foydalanilgan.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

ikki komponentli nohiziqli muhitlarda parabolik tipdagi nohiziqli tenglamalar sistemasi orqali tavsiflanuvchi diffuziya jarayonlarini matematik modellarini takomillashtirilgan, global yechim mavjudlik shartlari topilgan, tarqalish tezligining chekliligi va lokallashish xossalari aniqlangan;

konvektiv ko'chish va dempirlash ta'siridagi nohiziqli diffuziya tenglamalar sistemasini bilan ifodalaydigan nohiziqli modellar uchun tez, sekin diffuziya va kritik hollarda yechimlarining asimptotikalari qurilgan;

ikki komponentli nohiziqli muhitlarda parabolik tipdagi nohiziqli tenglamalar sistemasi orqali tavsiflanuvchi diffuziya masalasini sonli yechish sxemalarini qurilgan;

manba va o'zgaruvchan zichlikka ega, konvektiv ko'chish va dempirlash hadiga ega nohiziqli diffuziya masalasini hisoblash algoritmlari ishlab chiqilgan.

Tadqiqotning amaliy natijalari:

manba va o'zgaruvchan zichlik, konvektiv ko'chish va dempirlash hadiga ega nohiziqli diffuziya masalasini hisoblash algoritmlari asosida vizual nohiziqli jarayonlarni o'rganish imkonini beruvchi dasturiy majmua ishlab chiqildi va kompyuterda hisoblash tajribalari o'tkazildi;

ishlab chiqilgan dasturiy ta'minot asosida vaqtga bog'liq bo'lgan reaksiya-diffuziya xossalarini parametrlarning qiymatlariga bog'liq holda evolyutsiyani o'rganish, monitoring qilish dasturiy kompleksi ishlab chiqilgan.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi olingan natijalar va tasdiqlar bilan qat'iy isbotlangan va sonli tadqiqotlar natijalari hamda hisoblash eksperimenti natijalari bilan tasdiqlanadi, olingan natijalarning saqlanish qonunlariga muvofiqligi bilan va avtomodel tahlilga asoslangan hisoblash metodlarining to'g'riligini hamda samaradorligini tasdiqlangani bilan asoslangan.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati diffuziya, viruslarning tarqalishi, suyuqlik va gazni filtrlash, termal diffuziya jarayonlarini tavsiflovchi harakatlanuvchi muhitda dempirlash ta'sirida nohiziqli parabolik tenglamalar sistemasining avtomodel yechimlarini qurish usullari, asimptotik formulalar, sonli yechish sxemalarini qurish va jarayonlar modellarini hamda hisoblash algoritmlari ishlab chiqish bilan izohlanadi.

Tadqiqot ishining amaliy ahamiyati shundan iboratki, ishlab chiqilgan dasturlash uslublari nohiziqli filtrlash, issiqlik tarqalishi, diffuziya, yer osti suvlarining harakati kabi jarayonlarni hisoblash tajribalarini o'tkazish orqali o'rganishda qo'llaniladi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Nochiziqli tenglamalar sistemasi orqali tasvirlanadigan diffuziya jarayonlari masalalarini sonli hamda analitik yechish bo'yicha olingan ilmiy natijalar amaliyotda quyidagi yo'nalishlarda joriy etilgan:

parabolik tipdagi nochiziqli tenglamalar sistemasi orqali tavsiflanadigan harakatlanuvchi muhitlardagi diffuziya jarayonlarini sonli modellashtirish asosida ishlab chiqilgan dasturiy vosita «O'zbekiston temir yo'llari» AJ «Sardoba temir yo'l agrosanoat» MChJ obektida joriy qilingan (O'zbekiston Respublikasi Raqamli texnologiyalar vazirligining 2023-yil 23-martdagi 33-8/1893-son ma'lumotnomasi). Natijada suv tarqalish jarayonlarini vizual monitoring qilishda ishlab chiqilgan dastur samaradorligi 5-6 foizga ga oshish imkon bergan;

ikki komponentali nochiziqli tenglamalar sistemasi uchun ishlab chiqilgan dasturiy vosita O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti «Dinamik sistemalar va ularning tatbiqlari ilmiy laboratoriya»sida joriy qilingan (O'zbekiston Respublikasi Raqamli texnologiyalar vazirligining 2023-yil 23-martdagi 33-8/1893-son ma'lumotnomasi). Natijada bir jinsli bo'lmagan g'ovak muhitda suyuqlik filtratsiyasi masalalarini yechish, tarqalish tezligi cheklilik effekti, fazoviy lokalizatsiyani aniqlash uchun ketadigan vaqt 10-12 foizga qisqartirish imkonini bergan;

ikki komponentali muhit uchun parabolik tipdagi nochiziqli tenglamalar sistemasida avtomodel yechimni qurish va sonli yechish uchun ishlab chiqilgan algoritmlar asosida yaratilgan dasturiy vosita O'zbekiston Respublikasi va «Geo Interpretation Group» MChJ obektida joriy qilingan (O'zbekiston Respublikasi Raqamli texnologiyalar vazirligining 2023-yil 23-martdagi 33-8/1893-son ma'lumotnomasi). Natijada neft qazib olish jarayonini avtomatlashtirish uchun hisoblashga ketadigan vaqt 10-12 foizga ga qisqartirish imkonini bergan.

Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi. Tadqiqot natijalari 11 ta ilmiy-amaliy konferensiyalarda ma'ruza qilingan: ulardan 7 tasi xalqaro, 4 tasi ilmiy-amaliy anjumanlarda muhokamadan o'tkazilgan.

Tadqiqot natijalarning nashr qilinganligi. Dissertatsiya mavzusi bo'yicha 15 ta ilmiy ishlar chop etilgan, shundan 4 ta maqola O'zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasi tomonidan dissertatsiyalarning asosiy ilmiy natijalarini chop etish uchun tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda, 2 ta maqola xorijiy va 2 ta maqola respublika jurnallari, xalqaro ilmiy-amaliy konferensiyalarda 7 ta maqola, Respublika ilmiy-amaliy konferensiyalarida 4 ta maqola, EHM uchun dasturiy mahsulotlarni ro'yxatdan o'tkazish to'g'risida 2 ta guvohnomalari olgan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya ishi 103 sahifadan iborat bo'lib, kirish, to'rtta bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati va ilovalardan tashkil topgan.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida o‘tkazilgan tadqiqotlarning dolzarbligi va zarurati asoslangan, tadqiqotning maqsadi va vazifalari, obyekt va predmetlari tavsiflangan, respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mosligi ko‘rsatilgan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning ilmiy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarini amaliyotga joriy qilish, nashr etilgan ishlar va dissertatsiya tuzilishi bo‘yicha ma‘lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning «**Parabolik tipdagi nochizqli diffuziya jarayonlarining matematik modeli tahlili**» deb nomlangan birinchi bobida parabolik tipdagi nochizqli diffuziya jarayonlarining matematik modellari haqida ma‘lumotlar hamda dunyo olimlari tomonidan olib borilayotgan tadqiqotlar natijalari sharhi keltirilgan. Bu bobda konvektiv ko‘chish hamda dempirlash ta’siri mavjud bo‘lgan parabolik tipdagi nochizqli tenglama va tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasining global yechim xossalari keltirilgan. Tabiatda uchraydigan ko‘pgina jarayonlar va hodisalarni nochizqli parabolik tipdagi xususiy hosilali nochizqli differensial tenglamalar va tenglamalar sistemalari yordamida ifodalanadi hamda tuz-chang ko‘chishi jarayonlari, issiqlik tarqalishi jarayonlari, g‘ovak tuproqdagi filtrlash, mayda qon tomirlarida qonning harakatlanishi, chiqindilarning bug‘lanib tarqalishi, biologik populyatsiyaning o‘sishi va ko‘chishi kabi jarayonlarning tadqiqot obyekti hisoblanadi.

Nochizqli tenglamalar va tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasini o‘rganishda ikki karra nochizqli parabolik tipdagi masalalarda sonli parametrlarining qiymatlarini hisobga olgan holda yuzaga keladigan global yechimning fazoviy lokallashishi, sifat xossalari ko‘rib chiqilgan.

1.1-paragrafda parabolik tipdagi ikki karra nochizqli, dempirlash hadi mavjud bo‘lgan quyidagi bitta tenglama uchun Koshi masalasi qaralgan

$$L(u) \equiv -\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u^{m-1} \left| \frac{\partial u^k}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - g(x,t) \left| \frac{\partial u^m}{\partial x} \right|^{p_1} u^{q_1} = 0, \quad (t > 0, x \in R), \quad (1)$$

$$u(x,0) = u_0(x) \geq 0. \quad (2)$$

(1) tenglamada $g(x,t) = g(x)$, $u(x,t) = u(x)$ bo‘lgan holini M.Aripov, O.Jabborov tomonidan global yechim mavjudligi shartlari olingan. Bu holda tenglama quyidagi ko‘rinishda statsionar bo‘ladi

$$\frac{d}{dx} \left(u^{m-1} \left| \frac{du^k}{dx} \right|^{p-2} \frac{du}{dx} \right) - g(x) \left| \frac{du^m}{dx} \right|^{p_1} u^{q_1} = 0, \quad (3)$$

$$u(x,0) = u_0(x) \geq 0, \quad x \in R,$$

bu yerda k, p, m, p_1, q_1 sonli parametrlar.

(3) uchun global yechimning fazoviy lokallashish shartlari olingan, ya’ni $p > p_1$, $k(p-2) + m - (p_1 m + q_1) > 0$ yoki $p < p_1$, $k(p-2) + m - (p_1 m + q_1) < 0$ bo‘lganda,

shuningdek $b \leq \left(\frac{\gamma_1^{p-p_1-1} k^{p-2} (\gamma_1 (k(p-2) + m) - (p-1))}{\gamma m^{p_1}} \right)^{\frac{1}{p}}$,

$\gamma_1 = \frac{p - p_1}{k(p-2) + m - (p_1 m + q_1)}$, $p \neq p_1$, $k(p-2) + m \neq (p_1 m + q_1)$ shartlar bajarilganda (1)-

(2) masalaning yechimi uchun $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R\}$ da

$$u(t, x) \leq u_+(t, x) = \bar{u}(x) \text{ o'rinli va } \bar{u}(x) = \left(a - \frac{x}{b}\right)^{\gamma_1} \text{ ga teng.}$$

(3) statsionar tenglamaning yechimi $x \rightarrow ab - 0$ da quyidagi asimptotik ko'rinishga ega bo'ladi

$$u(x) = A \left(a - \frac{x}{b}\right)^{\gamma_1} (1 + o(1)),$$

bu yerda

$$A = \left[\frac{\gamma m^{p_1} k^{2-p}}{((\gamma_1 k - 1)(p-2) + (\gamma_1 m - 1)) \left(\frac{b}{\gamma_1}\right)^{p-p_1-1}} \right]^{\frac{1}{m+k(p-2)+1-(mp_1+q_1)}},$$

$$\gamma_1 = \frac{p - p_1}{k(p-2) + m - (p_1 m + q_1)}.$$

Masalani sonli yechishda yuqoridagi qurib olingan dastlabki yaqinlashish shartlar asosida sonli sxemalar qurilgan va hisoblash algoritmlari ishlab chiqilgan.

Dissertasiyaning «**Parabolik tipdagi manbaga ega bo'lgan noxizqli diffuziya jarayonlarini matematik modellashtirish**» deb nomlangan ikkinchi bobining birinchi paragrafida $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R^N\}$ sohada bir jinsli bo'lmagan muhitda zichlikka ega bo'lgan quyidagi noxizqli parabolik tenglamalar sistemasi keltirilgan

$$\begin{cases} \frac{\rho(x)\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(|x|^n u^{m_1-1} |\nabla u|^{p-2} \nabla u) + \rho(x)\gamma(t)u^{q_1}v^{r_1}, \\ \frac{\rho(x)\partial v}{\partial t} = \operatorname{div}(|x|^n v^{m_2-1} |\nabla v|^{p-2} \nabla v) + \rho(x)\gamma(t)u^{q_2}v^{r_2}, \end{cases} \quad (4)$$

$$u(0, x) = u_0(x) \geq 0, \quad (5)$$

$$v(0, x) = v_0(x) \geq 0, \quad x \in R^N,$$

bunda $m_1 \geq 1, m_2 \geq 1, n \in R$, $q_1, q_2, r_1, r_2 \geq 1$, $p \geq 2$ - sonli parametrlar $\nabla(\cdot) - \operatorname{grad}(\cdot)$,

$u_0(x), v_0(x)$, $x \in R^N$ manfiy bo'lmagan uzluksiz funksiyalar, $\rho(x) = |x|^l$, $0 < \gamma(t) \in C(0, \infty)$.

(4) tenglamalar sistemasining avtomodel yondashuv asosida global yechimini qurib olingan va yechim asimptotikasi xossalarini $m_i + p - 3 > 0$, $i = 1, 2$ sekin diffuziya, $m_i + p - 3 < 0$, $i = 1, 2$ tez diffuziya va $m_i + p - 3 = 0$, $i = 1, 2$ holi uchun o'rganilgan. (4) da

$\rho(x)\gamma(t)u^{q_1}v^{r_1}$, $\rho(x)\gamma(t)u^{q_2}v^{r_2}$ - manba quvvati,

$\rho(x)$ -o'zgaruvchan zichlik,

$\gamma(t)$ -manbaning tezligi.

(4) tenglamalar sistemasi $u = v = 0$ bo'lganda qaralayotgan sohada buzilish sodir bo'ladi, bunday holatlarda tenglamalar sistemasi klassik ma'noda har doim yechimga ega emas. Shuning uchun (4) tenglamalar sistemasini fizik ma'noga ega

bo'lgan ma'lum bir shartlarni qanoatlantiruvchi quyidagi

$$0 \leq u, v \in C(Q) \quad |x|^n u^{m_1-1} |\nabla u|^{p-2} \nabla u, |x|^n v^{m_2-1} |\nabla v|^{p-2} \nabla v \in C(Q)$$

xossaga ega bo'lgan sohada o'rganiladi.

(4) tenglamalar sistemasining global yechimlari uchun chekli tarqalish tezligi hodisasi o'rinli bo'lib, shunday $l_1(t)$, $l_2(t)$ uzluksiz funksiyalar, $|x| \geq l_1(t)$ va $|x| \geq l_2(t)$ bo'lganda

$$u(t, x) \equiv 0 \quad \text{va} \quad v(t, x) \equiv 0$$

bo'ladi.

$|x| = l_1(t)$, $|x| = l_2(t)$ - erkin chegara yoki front deb ataladi.

(4)-(5) uchun avtomodel yondashuv asosida avtomodel tenglamalar sistemasi qurib olindi va avtomodel yechim qurib olindi, yechimining asimptotik harakati va erkin chegara $l_i(t)$, $i = 1, 2$. aniqlandi, shuningdek, avtomodel yechim asimptotikalari olindi. (4)-(5) masalaning qurib olingan boshlang'ich yaqinlashish asosida sonli yechish sxemalari va hisoblash algoritmlari ishlab chiqildi. Sonli yechish orqali qaralayotgan reaksiya-diffuziya jarayoni kompyuterda tajriba sinov o'tkazildi.

(4) sistema uchun avtomodel va taqribiy avtomodel tenglamalar sistemani qurib olish maqsadida tenglamalar sistemasining yechimini quyidagi ko'rinishda izlanadi:

$$\begin{cases} u(t, x) = \bar{u}(t) w(\tau(t), \varphi|x|), \\ v(t, x) = \bar{v}(t) z(\tau(t), \varphi|x|), \end{cases} \quad (6)$$

bu yerda

$$\begin{aligned} \bar{u} &= B [T + t]^{-r_1 - kq_1 + 1}, \quad \bar{v} = B [T + t]^{-r_1 - kq_2 + 1}, \\ A &= \left((-r_1 - kq_2 + 1) \left(\frac{1}{k} \right)^{-r_1 + q_2 + 1} \right)^{\frac{1}{-r_1 - kq_1 + 1}}, \quad B = \left(\frac{1}{k} \right)^{-r_1 + q_2 + 1}, \quad k = \frac{q_2 - r_1 + 1}{q_1 - r_2 + 1} \\ &\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \gamma(t) \bar{u}^{-q_1} \bar{v}^{-r_1}, \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = \gamma(t) \bar{u}^{-q_2} \bar{v}^{-r_2}. \end{cases} \end{aligned}$$

(4) ni (4) ga qo'yib quyidagi radial-simmetrik tenglamalar sistemasi olinadi

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial \tau} = \varphi^{1-s} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\varphi^{s-1} w^{m_1-1} \left| \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right|^{p-2} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) - \gamma(t) \bar{u}^{-q_1 - (p+m_1-2)} \bar{v}^{-r_1} (w - w^{q_1} z^{r_1}), \\ \frac{\partial z}{\partial \tau} = \varphi^{1-s} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\varphi^{s-1} z^{m_2-1} \left| \frac{\partial z}{\partial \varphi} \right|^{p-2} \frac{\partial z}{\partial \varphi} \right) - \gamma(t) \bar{u}^{-q_2 - (p+m_2-2)} \bar{v}^{-r_2} (z - w^{q_2} z^{r_2}). \end{cases} \quad (7)$$

$\tau(t)$ quyidagicha aniqlanadi

$$\tau(t) = \int_0^t \bar{v}^{m_1-1}(\eta) \bar{u}^{p-2}(\eta) d\eta = \int_0^t \bar{u}^{m_2-1}(\eta) \bar{v}^{p-2}(\eta) d\eta,$$

$$\varphi(r) = \frac{1}{p_1} |r|^{p_1}, \quad |r| = \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2}, \quad p_1 = \frac{p-(n+l)}{p}, \quad s = p \frac{N-l}{p-(n+l)}, \quad n+l < p.$$

(7) tenglamalar sistemasida quyidagi almashtirishni amalga oshiramiz

$$w(\tau, \varphi) = f(\xi),$$

$$z(\tau, \varphi) = \psi(\xi),$$

bu yerda $\xi = \frac{|x|}{\tau^{1/p}}$.

Natijada quyidagi nochiziqli taqribiy avtomodel sistemasi hosil bo'ladi:

$$\begin{cases} \xi^{1-s} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{s-1} f^{m_1-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df}{d\xi} + \gamma(t) \tau(t) u^{-q_1-(p+m_1-2)-r_1} v (f - f^{q_1} \psi^{r_1}), \\ \xi^{1-s} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{s-1} \psi^{m_2-1} \left| \frac{d\psi^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{d\psi}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{d\psi}{d\xi} + \gamma(t) \tau(t) v^{-q_2-(p+m_2-2)-r_2} v (\psi - \psi^{q_2} f^{r_2}). \end{cases} \quad (8)$$

Agar $t \rightarrow \infty$ da

$$\gamma(t) \tau(t) u^{-q_1-(p-1)-(m_1-1)-r_1} \mathcal{G} \rightarrow const,$$

$$\gamma(t) \tau(t) v^{-q_2-(p-1)-(m_2-1)-r_2} \mathcal{V} \rightarrow const.$$

shartlar bajarilsa, u holda (8) tenglamalar sistemasi avtomodel tenglamalar sistemasi ko'rinishiga ega bo'ladi. Bunda $0 < \gamma(t) \in H$, H - Hardi sinfi.

$$\begin{cases} \xi^{1-s} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{s-1} f^{m_1-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df}{d\xi} + C_1 (f - f^{q_1} \psi^{r_1}), \\ \xi^{1-s} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{s-1} \psi^{m_2-1} \left| \frac{d\psi^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{d\psi}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{d\psi}{d\xi} + C_2 (\psi - \psi^{q_2} f^{r_2}). \end{cases} \quad (9)$$

$\gamma(t) = const$ bo'lgan holda (12) tenglamalar sistemasi finit yechimga ega bo'ladi.

(9) tenglamalar sistemasini quyidagi chegaraviy shartlar bilan qaraymiz

$$f(0) = c_1 > 0, \quad f(b) = 0,$$

$$\psi(0) = c_1 > 0, \quad \psi(b) = 0,$$

bu yerda $0 < b < +\infty$.

M.Aripov va A.Matyakubov ilmiy ishlarida $\gamma(t) = 0$, $n = l = 0$, $p = 2$ holda masalaning avtomodel yechimining mavjudligi o'z isbotini topgan va mavjudligi shartlari olingan. Bu paragrafda avtomodel tenglamalar sistemasining $m_1 + p - 3 > 0$, $m_2 + p - 3 > 0$ bo'lgan hollarda yechim asimtotikasi qurib olingan.

Yechimlarning sifat xossalariga asoslanib, sonli tajriba sinov natijalari olindi. Hisoblash tajribalari natijalari shuni ko'rsatadiki, qo'llanilgan sonli usullar o'rganilayotgan nochiziqli masalalarni sonli yechishda samarali bo'ldi.

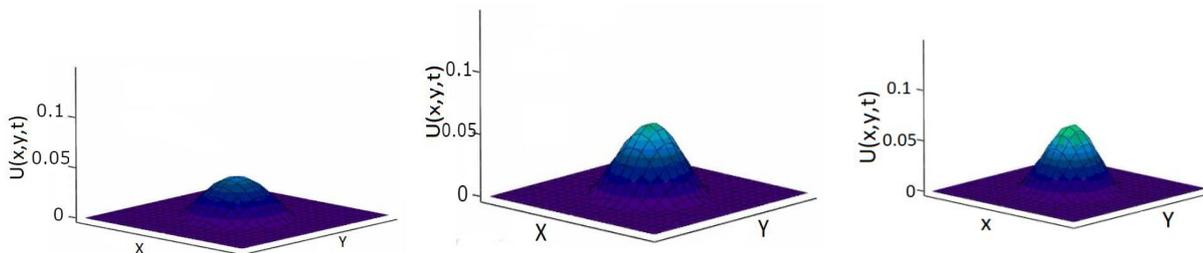
O'zgaruvchan zichlik va manbaga ega bo'lgan nochiziqli diffuziya

tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasini sonli yechish sxemalari va hisoblash algoritmlari ishlab chiqildi. Sonli yechish orqali qaralayotgan reaksiya-diffuziya jarayoni kompyuterda C# dasturlash tilida dasturiy majmuasi yaratildi va vizuallashtirish JavaScriptda muhitida amalga oshirildi. Tajriba sinov natijalari tenglamalar sistemasining parametrlarining turli qiymatlarida olindi. Masalani sonli yechishda o'zgaruvchan yo'nalishlar usulidan (ko'p o'lchovli holat uchun) foydalangan holda oshkormas sxema qo'llanildi. Iterativ jarayonda chiziqli ko'rinishga keltirish uchun maxsus usulidan foydalanildi.

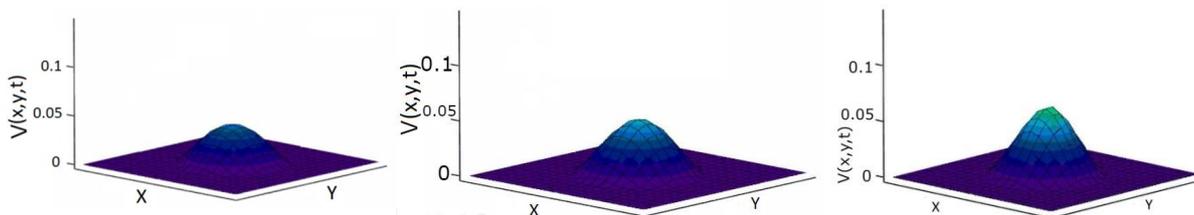
Maxsus usulda quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz

$$\begin{cases} \left(\sqrt{x_{1,i}^2 + x_{2,i}^2}\right) \frac{y_{i,j}^{l+\frac{1}{2}} - y_{i,j}^l}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 y_{i,j}^{l+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 y_{i,j}^l + |x|^{-l} \gamma(t_j) \left(y_i^{l+\frac{1}{2}}\right)^{q_1} \left(z_i^{l+\frac{1}{2}}\right)^{r_1} \\ \left(\sqrt{x_{1,i}^2 + x_{2,i}^2}\right) \frac{y_{i,j}^{l+1} - y_{i,j}^{l+\frac{1}{2}}}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 y_{i,j}^{l+1} + \Lambda_2 y_{i,j}^{l+\frac{1}{2}} + |x|^{-l} \gamma(t_j) \left(y_i^{l+\frac{1}{2}}\right)^{q_1} \left(z_i^{l+\frac{1}{2}}\right)^{r_1} \\ \left(\sqrt{x_{1,i}^2 + x_{2,i}^2}\right) \frac{z_{i,j}^{l+\frac{1}{2}} - z_{i,j}^l}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 z_{i,j}^{l+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 z_{i,j}^l + |x|^{-l} \gamma(t_j) \left(y_i^{l+\frac{1}{2}}\right)^{q_2} \left(z_i^{l+\frac{1}{2}}\right)^{r_2} \\ \left(\sqrt{x_{1,i}^2 + x_{2,i}^2}\right) \frac{z_{i,j}^{l+1} - z_{i,j}^{l+\frac{1}{2}}}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 z_{i,j}^{l+1} + \Lambda_2 z_{i,j}^{l+\frac{1}{2}} + |x|^{-l} \gamma(t_j) \left(y_i^{l+\frac{1}{2}}\right)^{q_2} \left(z_i^{l+\frac{1}{2}}\right)^{r_2} \end{cases}$$

Quyidagi hisoblash natijalariga ko'ra u va v komponentlar diffuziya jarayoni vaqtning har bir qiymatida, (4)-(5) masalaning parametrlarining $n=2$; $m_1=1.5$; $m_2=2$; $p=2.5$; $q_1=2$; $q_2=1.8$; $r_1=1.5$; $r_2=2$; $k=1$; $\gamma=1.2$ qiymatlarida va manba mavjud bo'lganda vaqt o'zgarishida jarayon borishini vizual ko'rishimiz mumkin.



1-rasm. $u(t,x,y)$ $t=0, t=2, t=3$ da manbaga ega bo'lgan holda diffuziya jarayoni



2-rasm. $v(t,x,y)$ $t=0, t=2, t=3$ da manbaga ega bo'lgan holda diffuziya jarayoni

O'rganilayotgan tenglamalar sistemasidagi sonli parametrlarning turli qiymatlarida u va v uchun kompyuterda tajriba sinov natijalari olindi. Masalaning $k=1, m=1, n=0$ bo'lgani holda J.L.Vazkes va V.Galaktionov tomonidan, $k=1, p=2, n=0$ holda V.Galaktionov A.Posashkov va $k=1, p=2, m=1, n=0$ holda esa

A.A.Samarskiy, S.P.Kurdyumov, A.P.Mixaylov, V.A.Galaktionov tomonidan olingan najjalar kelib chiqadi.

Dissertatsiyaning «**Konvektiv ko‘chish hamda dempfirlashga ega diffuziya jarayonlarining matematik modellashtirish**» deb nomlangan uchinchi bobida parabolik tipdagi noxiziqli tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasi ko‘rib chiqilgan.

“Ikki karra noxiziqli reaksiya-diffuziya tenglamalar sistemasini sonli yechish” deb nomlangan birinchi paragrafda tezligi vaqtga bog‘liq bo‘lgan konvektiv ko‘chish hamda dempfirlash tasirida ikki komponentli noxiziqli muhitda diffuziya jarayonini tasvirlovchi (14)-(15) masalaning $m=k$ holi uchun yechimlarning sifat xossalari o‘rganadi.

Uchinchi bobning ikkinchi paragrafida o‘rganilayotgan masalaning global yechimlarining sifat xossalari o‘rganilgan.

Tezligi vaqtga bog‘liq bo‘lgan konvektiv ko‘chish hamda dempfirlash tasirida ikki komponentli noxiziqli diffuziya jarayonining matematik modeli uchun Koshi masalasi $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R\}$ sohada $m=k$ holi uchun o‘rganildi

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left| \frac{\partial u^{k_1}}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u^{m_1}}{\partial x} \right) \pm s(t) \frac{\partial u}{\partial x} - b_1 u^{q_1} \left| \frac{\partial v^{m_1}}{\partial x} \right|^{p_1}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left| \frac{\partial v^{k_2}}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial v^{m_2}}{\partial x} \right) \pm s(t) \frac{\partial v}{\partial x} - b_1 v^{q_2} \left| \frac{\partial u^{m_2}}{\partial x} \right|^{p_2}. \end{cases} \quad (10)$$

$$u(x, 0) = u_0(x) \geq 0, \quad v(x, 0) = v_0(x) \geq 0, \quad x \in R^1 \quad (11)$$

bu yerda t - vaqt, x - fazoviy o‘zgaruvchi, $p \geq 2, q_i > 0, m_i \geq 1, (i=1,2)$ - sonli parametrlar,

$b_1 u^{q_1} \left| \frac{\partial v^{m_1}}{\partial x} \right|^{p_1}, b_1 v^{q_2} \left| \frac{\partial u^{m_2}}{\partial x} \right|^{p_2}$ - dempfirlash hadlari,

$s(t) \frac{\partial u}{\partial x}, s(t) \frac{\partial v}{\partial x}$ - konvektiv ko‘chish,

$s(t)$ -konvektiv ko‘chish tezligi.

(10) tenglamalar sistemasida $p=2$ bo‘lgan holida Buseneski tenglamalarini, $m=2, p=2$ bo‘lgan holida Leybenson tenglamalarini, yer osti suvlari harakatini tasvirlaydi, $k=m$ bo‘lganda P-Laplas tenglamalarini ifodalaydi. (10)-(11) masala noxiziqli muhitda diffuziya jarayonini, g‘ovak muhitlardagi suyuqliklarning tarqalishi, biologik populyatsiya dinamikasi, politropik filtratsiya va boshqa bir qator sohalardagi masalalarni yechishda muhim rol o‘ynaydi. Masalan $u(x, t)$ va $v(x, t)$ lar ikki biologik populyatsiya turini yoki g‘ovak muhitda iikki komponentali issiqlik tarqalish jarayoni ifodalaydi.

Ma’lumki (14) tenglamalar sistemasi $u, v \equiv 0$ bo‘lganda o‘rganilayotgan $Q = \{(t, x); 0 < t < T, x \in R_+\}$ sohada buziluvchi bo‘lib, klassik ma’nodagi yechimga

ega bo'lmashligi mumkin. Shuning uchun ham (10)-(11) masalani yechishda sonli usullardan foydalanamiz.

(10) tenglamalar sistemasi $k(p-2)+m-1 > 0$ da sekin diffuziya jarayonini, $k(p-2)+m-1 < 0$ da tez diffuziya jarayonini ifodalaydi.

«Ikki marta noxiziqli reaksiya-diffuziya tenglamalar sistemasini sonli yechish» deb nomlangan uchinchi paragrafda parabolik tipdagi tezligi vaqtga bog'liq bo'lgan konvektiv ko'chish hamda dempirlash tasirida ikki komponentli noxiziqli muhitda diffuziya tenglamalar sistemasini sonli yechishni ko'rib chiqilgan

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(B_1(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + c v_1(t) \frac{\partial u}{\partial x} - b_1 u^{q_1} \left| \frac{\partial v^{m_1}}{\partial x} \right|^{p_1}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(B_2(v) \frac{\partial v}{\partial x} \right) + c v_2(t) \frac{\partial u}{\partial x} - b_2 v^{q_2} \left| \frac{\partial u^{m_2}}{\partial x} \right|^{p_2}, \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} u(x, 0) = \psi_1(x) \geq 0, \\ v(x, 0) = \psi_2(x) \geq 0, \end{cases} \quad (13)$$

bu yerda $B_1(u) = m_1 \left| k_1 u^{k_1-1} \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p-2} u^{m_1-1}$, $B_2(v) = m_2 \left| k_2 v^{k_2-1} \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{p-2} v^{m_2-1}$.

Balans usulini qo'llagan holda (12)-(13) masalani oshkormas ayirmali sxema qo'llaymiz. Iteratsiya usulidan foydalanib quyidagi ko'rinishga kelimiz:

$$\begin{cases} \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\tau} = \frac{1}{h^2} \left(a_{i+1}(u) \left(u_{i+1}^{j+1} - u_i^{j+1} \right) - a_i(u) \left(u_i^{j+1} - u_{i-1}^{j+1} \right) \right) + c_1 v_1(t) \frac{u_i^{j+1} - u_{i-1}^{j+1}}{h} - G_1 \left(u_i^j, v_i^j \right), \\ \frac{v_i^{j+1} - v_i^j}{\tau} = \frac{1}{h^2} \left(a_{i+1}(v) \left(v_{i+1}^{j+1} - v_i^{j+1} \right) - a_i(v) \left(v_i^{j+1} - v_{i-1}^{j+1} \right) \right) + c_2 v_2(t) \frac{v_i^{j+1} - v_{i-1}^{j+1}}{h} - G_2 \left(u_i^j, v_i^j \right). \end{cases} \quad (18)$$

bunda $s = 0, 1, 2, \dots$

$$G_1(y_i^j, g_i^j) = b_1 (y_i^j)^{q_1} \left| m_1 (g_i^j)^{m_1-1} \frac{g_i^j - g_{i-1}^j}{h} \right|^{p_1},$$

$$G_2(y_i^j, g_i^j) = b_2 (g_i^j)^{q_2} \left| m_2 (y_i^j)^{m_2-1} \frac{y_i^j - y_{i-1}^j}{h} \right|^{p_2}.$$

Iteratsiya usuli yaxshi qurib olingan boshlang'ich yechimni talab qilishi ma'lum, bu o'z navbatida masalaning yechimiga tez yaqinlashishni ta'minlaydi.

Bu yerda $a(u)$ va $a(v)$ lar+ni hisoblash uchun quyidagi formulalardan biri olinadi

$$\begin{cases} a_i(u) = B_1 \left(\frac{u_i^j - u_{i-1}^j}{2} \right), & a_i(u) = \frac{B_1(u_i^j) + B_1(u_{i-1}^j)}{2}, \\ a_i(v) = B_2 \left(\frac{v_i^j - v_{i-1}^j}{2} \right), & a_i(v) = \frac{B_2(v_i^j) + B_2(v_{i-1}^j)}{2}. \end{cases}$$

bunda $s = 0, 1, 2, \dots$

$$\begin{cases} G_1 \left(u_i^j, v_i^j \right) = b_1 \left(u_i^j \right)^{q_1} \left| \frac{\left(v_{i+1}^{j+1} \right)^m - \left(v_i^{j+1} \right)^m}{h} \right|^{p_1}, \\ G_2 \left(u_i^j, v_i^j \right) = b_1 \left(v_i^j \right)^{q_1} \left| \frac{\left(u_{i+1}^{j+1} \right)^m - \left(u_i^{j+1} \right)^m}{h} \right|^{p_1}. \end{cases}$$

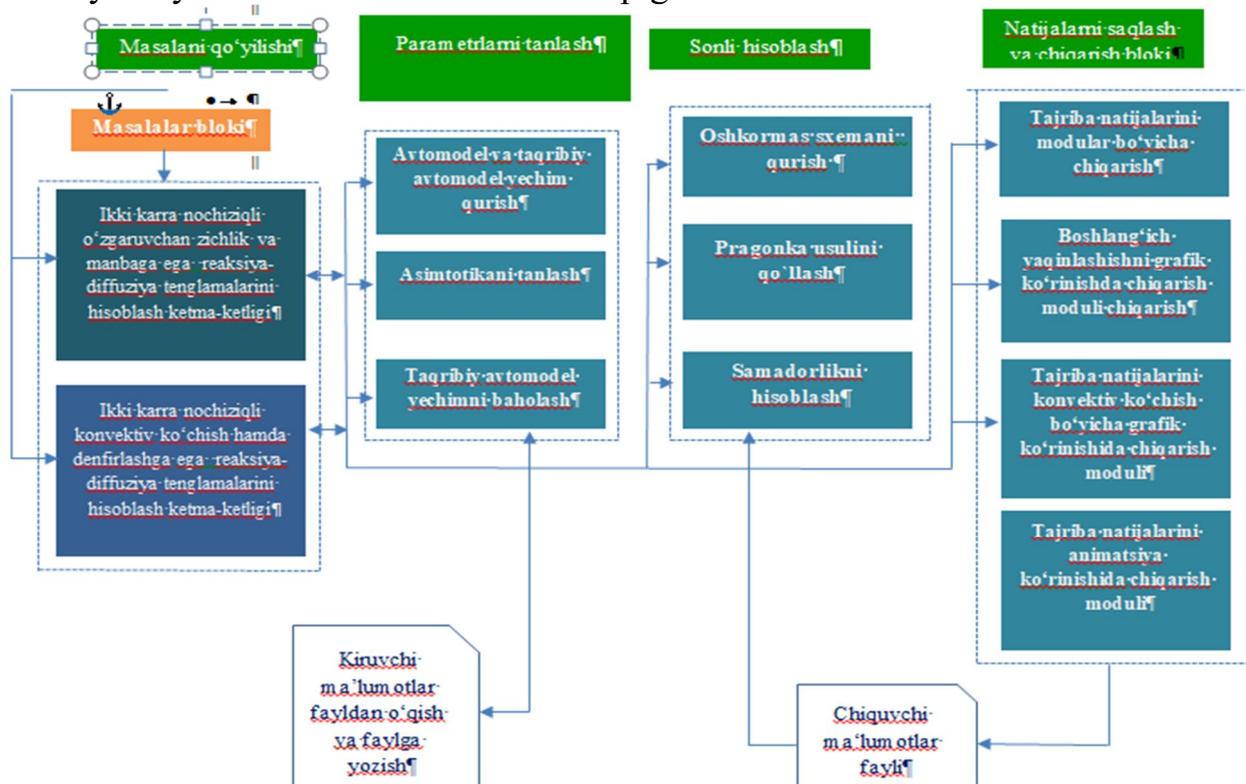
u_i^{s+1} va v_i^{s+1} ga nisbatan (18) ayirmali sxemalar qurib olindi.

$$u_i^{j+1} = u_i^j, v_i^{j+1} = v_i^j \text{ ga teng.}$$

Hisoblash jarayoni quyidagi shartlar qanoatlantirilganda amalga oshiriladi:

$$\max_{0 \leq i \leq n} \left| u_i^{s+1} - u_i^s \right| < \varepsilon, \quad \max_{0 \leq i \leq n} \left| v_i^{s+1} - v_i^s \right| < \varepsilon.$$

Dissertasiyaning «Parabolik tipdagi nochiqli tenglamalar sistemasi orqali tavsiflanadigan konvektiv ko‘chishga va dempirlash hadiga ega bo‘lgan diffuziya jarayonlarini sonli yechish algoritmi va dasturiy majmuasini yaratish» deb nomlangan to‘rtinchi bobida parabolik tipdagi nochiqli tenglamalar sistemasi orqali tasvirlanuvchi konvektiv ko‘chish va dempirlash hadiga ega bo‘lgan diffuziya jarayonini sonli yechish uchun universal va yuqori samara beruvchi hisoblash algoritmlar asosida dasturiy majmuani ishlab chiqish hamda dasturiy majmua uchun zarur bo‘lgan bochlang‘ish ma‘lumotlarni shakllantirish uchun axborot massivini va qulay muloqotni tashkil etuvchi foydalanuvchi interfeysini yaratish masalalari ko‘rib chiqilgan.



3-rasm. Konvektiv ko‘chishga ega bo‘lgan va dempirlash ta‘sirida ikki karra nochiqli diffuziya jarayonini sonli yechish uchun yaratilgan dasturiy majmuaning modullari tavsifi.

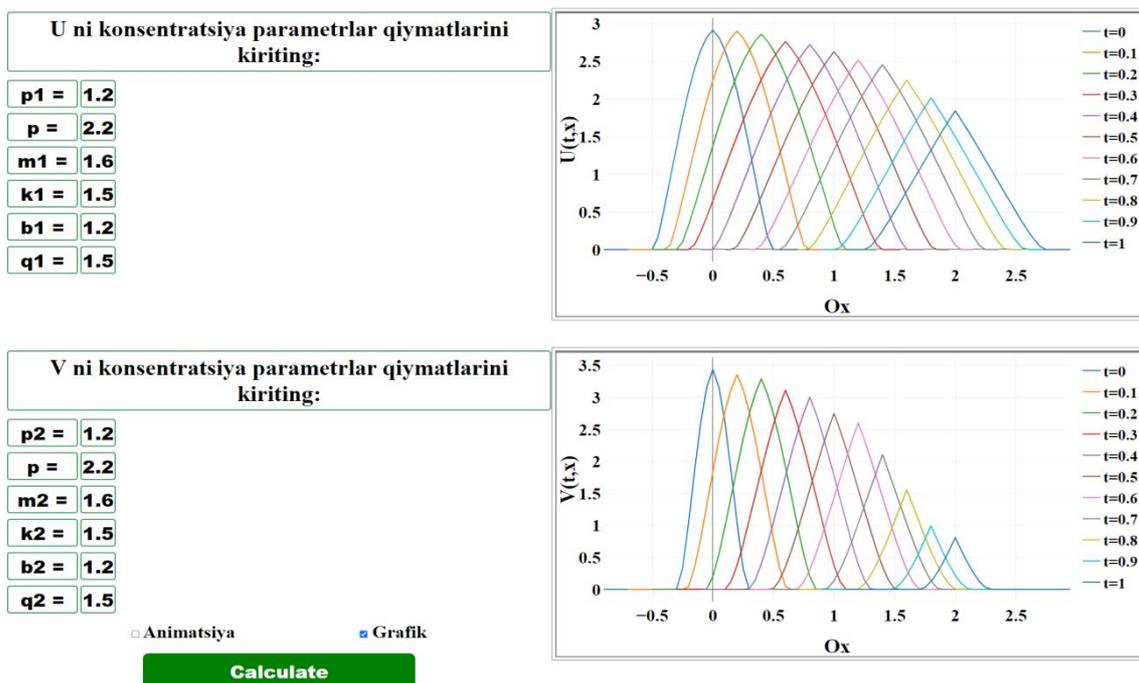
Bu orqali o‘rganilayotgan masalalarni sonli yechish, parametrlarning turli sonli qiymatlarida kompyuterda hisoblash effektivlikni va ishonchlilikni yanada

oshirilgan, tajriba sinov natijalarini grafik ko‘rinishda vizual formada taqdim etish uchun imkoniyatlar yaratilgan.

To‘rtinchi bobning «Konvektiv ko‘chishga ega bo‘lgan va dempirlash ta‘sirida ikki karra noxiziqli diffuziya jarayonini sonli modellashtirish algoritmini yaratish» deb nomlangan birinchi paragrafida ikki komponentli muhitda diffuziya jarayonini tasvirlaydigan noxiziqli masalaning sonli yechish uchun hisoblash algoritmlari va dasturiy majmua modullari keltirilgan (3-rasm).

«Konvektiv ko‘chishga ega bo‘lgan va dempirlash ta‘sirida ikki karra noxiziqli diffuziya jarayonini samarali algoritm asosida hisoblash dasturiy majmui»ning dasturiy majmui noxiziqli muhitda konvektiv ko‘chish va dempirlash hadiga ega bo‘lgan diffuziya jarayonini sonli o‘rganishda asosiy ko‘rsatgichlar bo‘yicha hisoblash tajribalarini olib borishni amalga oshiradi. Bu tizimdan foydalanish noxiziqli muhitda ikki komponentli diffuziya jarayonini tadqiq qilish samaradorligini oshiradi.

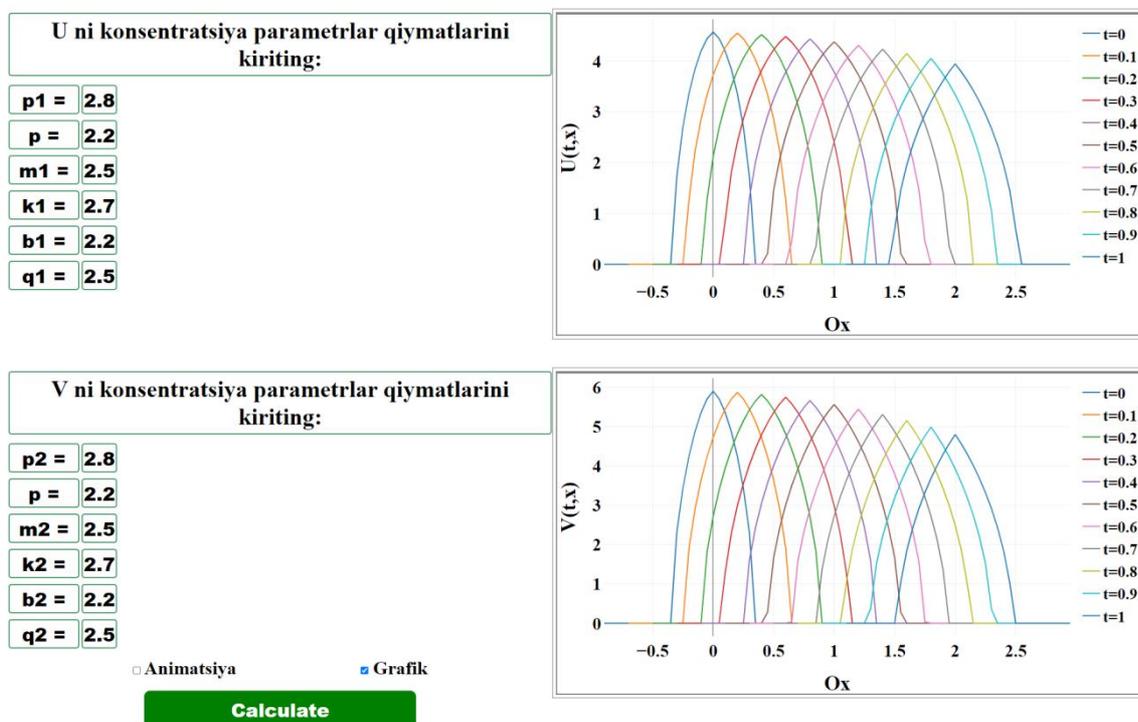
To‘rtinchi bobning «Konvektiv ko‘chishga ega bo‘lgan va dempirlash ta‘sirida ikki karra noxiziqli diffuziya jarayonini sonli yechish uchun yaratilgan dasturiy majmuaning foydalanuvchi interfeysi» deb nomlangan uchinchi paragrafda diffuziya jarayonini sonli yechish natijalarini saqlash va chiqarish bloki keltirilgan. Natijalarni saqlash va chiqarish blokida hisoblash tajriba natijalarini saqlash va vizuallashtirish modullari ishlab chiqilgan.



4-rasm. $p1=1.2, p=2.2, m1=1.6, k1=1.5, b1=1.2, q1=1.5, p2=1.2, p=2.2, m2=1.6, k2=1.5, b2=1.2, q2=1.5$ qiymatlarda u va v konsentratsiya uchun diffuziya jarayoni.

4-rasmda $p1=1.2, p=2.2, m1=1.6, k1=1.5, b1=1.2, q1=1.5, p2=1.2, p=2.2, m2=1.6, k2=1.5, b2=1.2, q2=1.5$ holi uchun (16)-(17) masalani sonli yechish natijasida konvektiv ko‘chish hamda dempirlash ta‘sirida vaqtga bog‘liq holda diffuziya jarayoni qanday borishini ko‘rish mumkin.

Tajriba sinov o'rganilayotgan jarayonning turli hollarida, ya'ni (16) tenglamalar sistemasidagi sonli parametrlarning turli qiymatlarida o'tkazildi (5-6-rasmlar). Tajriba sinov natijalari shuni ko'rsatadiki dissertatsiya ishida yangi yondashuvlar asosida amalga oshirilgan tadqiqotlar, avtomodel yondashuv asosida qurib olingan global yechimlarning sifat xossalari samarali effekt berdi. Tajriba sinov natijalari grafiklardagi tasviri vaqt bo'yicha o'zgarishi tasvirlangan.



5-rasm. $p1=283, p=2.2, m1=2.5, k1=2.7, b1=2.2, q1=2.5, p2=2.8, p=2.2, m2=2.5, k2=2.7, b2=2.2, q2=2.5$ qiymatlarda u va v konsentratsiya uchun diffuziya jarayoni.

Olingan natijalarga asoslanib, avtomodel yechim qurish orqali tanlangan asimtotika boshlang'ich yaqinlashish sifatida olingan, hamda $p1=283, p=2.2, m1=2.5, k1=2.7, b1=2.2, q1=2.5, p2=2.8, p=2.2, m2=2.5, k2=2.7, b2=2.2, q2=2.5$ parametrlar vaqtning har sekundida diffuziya jarayonini so'nishini kuzatildi, dempirlash va konvektiv ko'chish ta'sirida jarayonning vaqtda bo'yicha qanday borishini vizual ko'rish mumkin.

XULOSA

«Parabolik tipdagi nochizikli tenglamalar sistemasi orqali tavsiflanadigan harakatlanuvchi muhitlardagi diffuziya jarayonlarini sonli modellashtirish» mavzusidagi falsafa fanlari doktori dissertatsiyasi bo'yicha olib borilgan tadqiqotlar natijasida quyidagi xulosalar taqdim etildi:

1. Ikki komponentali muhitlarda parabolik tipdagi nochizikli tenglamalar sistemasi orqali tavsiflanuvchi nochizikli filtratsiya, issiqlik tarqalish, diffuziya jarayonlarining matematik modeli uchun manba, o'zgaruvchan zichlik, konvektiv ko'chish va dempirlash hadi ta'sirida tarqalishning chekli tezligi, fazoviy lokallashish xossalari aniqlandi.

2. Avtomodel, taqribiy avtomodel yondashuv va yechimlarni taqqoslash prinsipi asosida ikki komponentali muhitda konvektiv ko‘chish ta’sirida fazoviy lokalizatsiya, global yechim asimptotikalari aniqlandi va front bahosi olindi. Topilgan asimptotikadan masalalarni sonli yechish uchun boshlang‘ich yechim sifatida foydalanish mumkin.

3. Nochiziqli diffuziya jarayonlarini nochiziqli effektlarni saqlagan holda matematik va kompyuterli modellashtirish uchun sonli sxemalar, yechish algoritmlari va dasturlar majmuasi yaratildi, bu esa diffuziya jarayonlarini kompyuterda visual kuzatish imkonini berdi.

4. Ishlab chiqilgan dasturlash uslublari nochiziqli filtratsiya, issiqlik tarqalish, nochiziqli muhitda diffuziya, yer osti suvlarining harakati masalalarida hisoblash eksperimenti o‘tkazish orqali nochiziqli reaksiya-diffuziya jarayonlarini o‘rganishga xizmat qildi hamda ikki komponentli muhitda diffuziya jarayonini muhit parametrlarini hisobga olgan holda tez va sekin diffuziya jarayonlarida ko‘chish va so‘nishini kuzatish imkonini berdi.

5. Hisoblash usullari yordamida masalaning sifatli nochiziqli xususiyatlarni o‘rganish uchun hisoblash sxemalari, algoritmlar tuzilgan, hisoblash eksperimenti amalga oshirilgan, dasturlar majmui ishlab chiqilgan. Bu analitik yechimga ega bo‘lmagan yechimlarni sonli yechish va vizuallashtirish imkonini berdi. Ushbu dasturlar to‘plami ishlab chiqarishda resurslar va vaqt harajatlarini kamaytirish maqsadida joriy qilindi, undan fan va ta’limda, tabiatdagi turli jarayonlarni modellashtirish uchun ham foydalanish mumkin.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.13/30.12.2021.Т.142.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ
УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОМ
ИНСТИТУТЕ РАЗВИТИЯ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И
ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

**НАУЧНО- ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ
ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

ФАЙЗУЛЛАЕВА ЗАРНИГОР ИНАТИЛЛАЕВНА

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ
В ДВИЖУЩИХСЯ СРЕДАХ, ОПИСЫВАЕМЫХ СИСТЕМОЙ
НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА**

05.01.07 – Математическое моделирование. Численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ
ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ТЕХНИЧЕСКИМ НАУКАМ**

Ташкент – 2023

Тема диссертации доктора философии (PhD) по техническим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан за номером B2022.PhD/T3287.

Диссертация выполнена в Научно-исследовательском институте развития цифровых технологий и искусственного интеллекта.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице научного совета (www.aigi.uz) и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» (www.ziynet.uz).

Научный руководитель:	Садуллаева Шахло Азимбаевна доктор физико-математических наук, доцент
Официальные оппоненты:	Пудатов Асхад Мухаммедович доктор физико-математических наук, профессор Муратов Фаррух Абдукахарович доктор философии технических наук.(PhD)
Ведущая организация:	Каршинский государственный университет

Защита диссертации состоится «11» декабрь 2023 г. в 16⁰⁰ часов на заседании Научного совета Phd.13/30.12.2021.T.142.01 при Научно-исследовательском институте Развития цифровых технологий и искусственного интеллекта. (Адрес: 100125, г. Ташкент, Мирзо-Улугбекский р-н, Буз-2, 17А. Тел.:(99871) 263-41-98; e-mail: info@aigi.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Научно-исследовательском институте Развития цифровых технологий и искусственного интеллекта (регистрационный номер № 34). (Адрес: 100125, г. Ташкент, Мирзо-Улугбекский р-н, Буз-2, 17А. Тел.: (99871) 263-41-98).

Автореферат диссертации разослан «30» ноябрь 2023 года.
(протокол рассылки № 7 от «17» ноябрь 2023 г.)



Н.Равшанов
Председатель научного совета
по присуждению учёных степеней,
доктор технических наук, профессор

Ф.М. Нуралiev
Ученый секретарь научного совета
по присуждению учёных степеней,
доктор технических наук, профессор

Э.Ш.Назирова
Председатель научного семинара
при научном совете
по присуждению ученых степеней,
доктор технических наук, профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В мире особое внимание уделяется исследованию нелинейных уравнений и систем уравнений, представляющих многие процессы, встречающиеся в природе, и широко используются во многих областях науки и техники, в частности, в механике, физике, технике, экологии, биофизике, биология, медицине и в других областях. Поэтому большое внимание уделяется исследованию нелинейных математических моделей, построению эффективных схем и алгоритмов численного решения, созданию их программного обеспечения с использованием возможностей компьютерных технологий. По данным базы научных публикаций и цитирований, созданная компанией Elsevier, количество научных работ, посвященных нелинейной фильтрации и биологической популяции при решении задачи Коши для нелинейного уравнения реакции-диффузии с граничными условиями и применении ее результатов на практике, написанные мировыми учеными, с каждым годом быстро растет. В развитых в этой области странах мира, в том числе в США, Российской Федерации, Японии, Азербайджане, Турции, Китае и других странах, изучаются и исследуются нелинейные задачи реакции-диффузии, а также задача Коши и краевые задачи для этих уравнений параболического типа, применение которых на практике приобретает все большее значение.

В мире в последние годы ряд фундаментальных вопросов связан с математическим моделированием нелинейных процессов, совершенствованием методов и средств визуализации, реализацией важных результатов решения задач диффузии с двойной нелинейной. В настоящее время исследование нелинейных математических моделей, описывающихся системами нелинейных параболических уравнений, и применение результатов исследований на практике является одной из важных задач, реализуемых по следующим направлениям: построение решений задачи Коши для системы нелинейных уравнений диффузии под действием переменных коэффициентов демпфирования; разработка эффективного алгоритма численного моделирования нелинейных задач; развитие методов визуализации в результате изучения нелинейных моделей; создание сложных программ, помогающих изучать нелинейные процессы; одной из важных задач является проведение вычислительного эксперимента, наблюдение за эволюционным процессом во времени и создание визуального представления о ходе процесса в динамическом изменении параметров.

В нашей Республике принимаются комплексные меры по развитию научных исследований математического и численного моделирования нелинейных процессов, разработке пакетов программ, разработке эффективных алгоритмов компьютерной визуализации, внедрению результатов исследования диффузионных процессов, представленных системой нелинейных параболических уравнений в двухкомпонентной среде, созданию программного обеспечения для проведения экспериментальных расчетов и их оценка. В постановлении об утверждении концепции развития

водного хозяйства Республики Узбекистан на 2020-2030 годы, в том числе «внедрение цифровых технологий и эффективное управление системой поэтапного возмещения водопотребителями части затрат на доставку воды для орошения, направление поступивших средств на своевременный качественный ремонт и восстановление объектов водного хозяйства...»¹. Важными вопросами реализации этих задач являются математические модели диффузионных процессов, разработка эффективных алгоритмов расчета и создание автоматизированных систем, учитывающих различные факторы, влияющие на изучаемый процесс на основе современных информационных технологий.

Данное диссертационное исследование в определенной степени служит в реализации задач, определенных в Постановлении Президента Республики Узбекистан ПП-4986 от 10.02.2021 г. «О мерах по привлечению инвестиций в дальнейшее развитие информационных технологий и связи», Постановлении Президента Республики Узбекистан ПП-3107 от 30 июня 2017 года «О мерах по совершенствованию системы управления нефтегазовой отраслью», Постановлении Президента Республики Узбекистан ПП-3682 от 27.04.2018 г. «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», Постановлении Президента Республики Узбекистан ПП-4851 от 06.10.2020 г. «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы образования в области информационных технологий, развитию и интеграции научных исследований с IT-индустрией» и других нормативно-правовых документах, связанных с этой деятельностью.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики Узбекистан. Диссертационное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением науки и технологии в Республике «Развитие информационных и информационно-коммуникационных технологий».

Степень изученности проблемы. В мире многими учеными с большим интересом проводится много научных исследований, посвященные математическому моделированию задач распространения тепла, диффузионных процессов, численное решение таких задач, исследование локализации решений, свободной границы, численное решение нелинейных задач, описываемых системой нелинейных уравнений параболического типа в двухкомпонентных средах. Результаты их научных исследований изучаются по статьям, опубликованным в последние годы в базах данных издательств Springer, Emerald, Ebsco Information Services, Web of Science, Wiley, Elsevier, преимущественно в научных журналах, включенных в Web of Science и Scopus. Х.А.Левин, Х.Фудзита, Х.Матано, М.Мимура, Си Чен, М.Чунлай, В.Ду, Дж.Инь, Ю.Ван, М.К.Ван, З.Сян, Х.Ф.Сун, М.Сугимото, К.В.Пао, Дж.Грилло, М.Муратори, В.Х.Руан, Ю.Найто, Л.А.Каффарелли, А.Фридман,

¹Постановление Президента Республики Узбекистан № ПП-5005 от 24.02.2021 года «Об утверждении стратегии управления водными ресурсами и развития сектора ирригации в Республике Узбекистан на 2021-2023 годы».

Б.Маклеод, Майкл Винклер, А.П.Михайлов, С.Н.Димова, М.С.Костешиев, М.Ю.Колева, В.А.Галактионов, Е Куркина, З.Ли, А.Самарский, В.Ду, Гуйжун Лю, Юань-Вэй Ци, А.Ф.Тедеев, А.В.Мартиненко, Н.В.Афанасьева, С.П.Дегтяревы и другие известные учёные вели научные исследования условия глобального решения нелинейных диффузионных задач с переменной плотностью.

Узбекские ученые В. Кобулов, Ф. Абуталиев, Э. Абуталиев, М. Арипов, Н. Мухиддинов, А. Бегматов, Р. Садуллаев, А. Бегматов, Б. Ходжаярова, И.Ходжаева, Н.Равшанова, Э.Назировой, Р.Усмонова, Ч.Нормуродова, А.Нематова и другие сегодня ведут успешные научные исследования и имеют свои научные школы по изучению проблемы фильтрации жидкости и газа. М. Арипов и его ученики Т. Каюмов, Д. Эшматов, А. Хайдаров, Дж. Мухаммадиев, Ф.Кабилжанова, Ш.Садуллаева, А.Матъякубов, Д.Мухаммадиева, З.Рахмонов, О.Джабборов проводят научные исследования по изучению свойств решений математических моделей, представленных нелинейными уравнениями параболического типа, на основе автомодельного подхода и численных исследований, а также научные исследования в других областях.

Анализ исследований, проведенных в рассматриваемой области, показал, что на сегодняшний день вопросы математического моделирования процессов теплопроводности, диффузии и фильтрации изучены недостаточно.

Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация.

Диссертационная работа выполнена в рамках проектов плана НИР Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада аль-Хорезми ВV-Atex-2018(399+487) «Создание трехмерной модели гидрологических процессов и пакета приложений для численного моделирования диффузионных процессов в двухкомпонентных средах» (2017-2020).

Целью исследования является математическое моделирование реакционно-диффузионных процессов с конвективным переносом, описываемых системой нелинейных уравнений параболического типа, а также численное решение и создание программного обеспечения.

Задачи исследования:

усовершенствование математических моделей диффузионных процессов, описываемых системой нелинейных уравнений параболического типа в двухкомпонентных нелинейных средах, поиск условий существования глобального решения, определение новых свойств решений, ограничение скоростного распределения и свойств локализации

нахождение асимптотики решений для быстрой и медленной диффузии и критических случаев для нелинейных моделей, представляющих нелинейную диффузию с конвективным переносом и демпфирования;

разработка вычислительных схем решения задачи диффузии, описываемой системой нелинейных уравнений параболического типа в

двухкомпонентных нелинейных средах

разработка алгоритма решения задачи нелинейной диффузии с переменной плотностью и наличием источника, имеющей свойства конвективного переноса и демпфирования, а также разработка программного обеспечения компьютерной визуализации рассматриваемых нелинейных задач.

Объектом исследования являются диффузионные процессы, описываемые системой нелинейных параболических уравнений.

Предмет исследования состоит из математических и численных моделей диффузионных процессов с конвективным переносом, описываемых системой нелинейных уравнений параболического типа, а также эффективные алгоритмы решения и комплекс программ.

Методы исследования. В диссертационной работе использованы математическое моделирование и численные методы вычислительной математики, методы построения информационного массива дискретной сферы, методы программирования и компьютерных технологий.

Научная новизна исследования:

усовершенствованы математические модели диффузионных процессов, описываемых системой нелинейных параболических уравнений в двухкомпонентных нелинейных средах, найдены условия существования глобального решения, определены ограничения скорости диффузии и локализационные свойства;

построены асимптотики решений нелинейных моделей, представляющих нелинейную диффузию с конвективным переносом и демпфированием, для случаев быстрой и медленной диффузии и критических случаев;

разработаны вычислительные схемы решения задачи диффузии, описываемой системой нелинейных уравнений параболического типа в двухкомпонентных нелинейных средах;

разработаны алгоритмы решения задачи нелинейной диффузии с источником и переменной плотностью, имеющей свойства конвективного переноса и демпфирования.

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

разработано программное обеспечение, позволяющее изучать визуальные нелинейные процессы на основе алгоритмов расчета задачи нелинейной диффузии с источником и переменной плотностью, имеющей свойства конвективного переноса и демпфирования, и проведены вычислительные эксперименты на ЭВМ;

на основе разработанных программ разработан программный комплекс мониторинга, который дает возможность изучить эволюционный процесс с учетом времени и дает возможность изучения реакционно-диффузионных свойств в зависимости от параметров.

Достоверность результатов исследования строго доказана полученными результатами и подтверждено результатами численных исследований и результатами вычислительных экспериментов, основанных на

соответствии полученных результатов законам сохранения и подтверждении правильности и эффективности методов основанные на автомодельном анализе

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость результатов исследования объясняется методами построения автомодельных решений, асимптотическими формулами, численными схемами и алгоритмами численного и аналитического решения моделей процессов в движущейся среде, системы нелинейных параболических уравнений, описывающая процессы диффузии, распространения вирусов, фильтрации жидкости и газа, теплодиффузии.

Практическая значимость научно-исследовательской работы заключается в том, что разработанные методы программирования служат для изучения нелинейных реакционно-диффузионных процессов путем проведения вычислительных экспериментов по нелинейной фильтрации, теплоотводу, диффузии, движению грунтовых вод в нелинейной среде.

Внедрение результатов исследования. По результатам, полученные при исследовании численного моделирования диффузионных процессов в движущихся средах, характеризующихся системой нелинейных уравнений параболического типа, внедрены на практике по следующим направлениям:

численное моделирование диффузионных процессов в движущихся средах, характеризующихся системой параболических нелинейных уравнений, разработанных на основе решений реакционно-диффузионных систем, внедрено в ООО «Сардоба темир йул агросаноат», принадлежащем АО «Узбекистон темир йуллари». Для обоснования достоверности математической модели проведен расчетный эксперимент (Справка 33-8/1893 от 23 марта 2023 года Министерства цифровых технологий Республики Узбекистан). В результате эффективность визуального контроля процессов орошения повысилась на 0,5-0,6% и позволила снизить трудозатраты на 6-7%;

программный инструмент, разработанный для системы двухкомпонентных нелинейных уравнений «Гидродинамические модели и эффективные алгоритмы исследования процесса аномальной фильтрации жидкостей и газов в пористых средах» в Научной лаборатории динамических систем и их приложений Института математики им. имени В.И.Романовского Академии наук Республики Узбекистан (Справка 33-8/1893 от 23 марта 2023 года Министерства цифровых технологий Республики Узбекистан). В результате потраченное время для задач распространения возмущения, эффект ограничения скорости диффузии, пространственной локализации, фильтрации неоднородной жидкости в пористых средах значительно сокращается на 10-12%.

компании ООО «Geo Interpretation Group» в Республике Узбекистан внедрен программный инструмент, созданный на основе системы нелинейных уравнений параболического типа и автомодельного решения для двухкомпонентной среды и разработанных алгоритмов численного решения (Справка 33-8/1893 от 23 марта 2023 года Министерства цифровых технологий Республики Узбекистан). Это позволило сократить время, затрачиваемое на

численный расчет процесса добычи нефти, на 10-12%.

Апробация результатов. Результаты исследования обсуждались на 11 научных конференциях: 7 международных, 4 республиканского уровня.

Публикации. По теме диссертации опубликованы 15 научных работ, из них 4 статьи в научных изданиях, рекомендованных ВАК Республики Узбекистан к публикации основных научных результатов диссертаций, 2 статьи в зарубежных и 2 статьи в республиканских журналах, 7 статей на международных научно-практических конференциях, 4 статьи на республиканских научно-практических конференциях, а также получено 2 сертификата о регистрации программного продукта для ЭВМ.

Объем и структура диссертации. Диссертация содержит 103 страниц и состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы и приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и необходимость проведенных исследований, описаны цели и задачи, объекты и предметы исследования, показана их совместимость с приоритетными направлениями развития науки и техники республики, излагаются научная новизна и практические результаты исследования, раскрывается научная и практическая значимость полученных результатов, а также приводятся результаты исследования, сведения о структуре диссертации и опубликованных работ.

В первой главе диссертационной работы под названием «**Анализ математической модели нелинейных диффузионных процессов параболического типа**» были представлены сведения о математических моделях нелинейных диффузионных процессов параболического типа и обзор результатов исследований, проводимых мировыми учеными. В этой главе приведены свойства глобального решения задачи Коши для нелинейных уравнений параболического типа и систем уравнений с эффектами конвективного переноса и демпфера. Многие нелинейные процессы и явления, происходящие в природе, представляются уравнениями и системами нелинейных дифференциальных уравнений параболического типа, в том числе процессы соляно-пылевой миграции, процессы теплодиффузии, фильтрации в пористой среде, движения крови в мелких кровеносных сосудах, испарения отходов, рост и миграция биологической популяции.

При исследовании задачи Коши для нелинейных уравнений и систем уравнений рассматриваются пространственная локализация и качественные свойства глобального решения, возникающего с учетом значений числовых параметров.

В параграфе 1.1 рассматривается задача Коши для следующего нелинейного уравнения с конвективным переносом и демпфером

$$L(u) \equiv -\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u^{m-1} \left| \frac{\partial u^k}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - g(x, t) \left| \frac{\partial u^m}{\partial x} \right|^{p_1} u^{q_1} = 0, \quad (t > 0, x \in R), \quad (1)$$

$$u(x, 0) = u_0(x) \geq 0. \quad (2)$$

В случае, когда в уравнении (1) $g(x, t) = g(x)$, $u(x, t) = u(x)$ М.Арипов и О.Джабборов привели условия существования глобального решения. В этом случае для обеспечения стационарности уравнение (1) будет иметь следующий вид

$$\frac{d}{dx} \left(u^{m-1} \left| \frac{du^k}{dx} \right|^{p-2} \frac{du}{dx} \right) - g(x) \left| \frac{du^m}{dx} \right|^{p_1} u^{q_1} = 0, \quad (3)$$

$$u(x, 0) = u_0(x) \geq 0, \quad x \in R,$$

где k, p, m, p_1, q_1 - числовые параметры.

Получены условия пространственной локализации глобального решения для (3), т.е. при выполнении условия, что

$$p > p_1, \quad k(p-2) + m - (p_1 m + q_1) > 0 \quad \text{или} \quad p < p_1, \quad k(p-2) + m - (p_1 m + q_1) < 0, \quad \text{а также}$$

$$b \leq \left(\frac{\gamma_1^{p-p_1-1} k^{p-2} (\gamma_1 (k(p-2) + m) - (p-1))}{\gamma m^{p_1}} \right)^{\frac{1}{p}}, \quad \gamma_1 = \frac{p - p_1}{k(p-2) + m - (p_1 m + q_1)},$$

$$p \neq p_1, \quad k(p-2) + m \neq (p_1 m + q_1),$$

для решения задачи в $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R\}$ $u(t, x) \leq u_+(t, x) = \bar{u}(x)$ имеет место и

$$\text{равняется} \quad \bar{u}(x) = \left(a - \frac{x}{b} \right)^{\gamma_1}.$$

Решение стационарного уравнения (3) при $x \rightarrow ab - 0$ имеет следующую асимптотику $u(x) = A \left(a - \frac{x}{b} \right)^{\gamma_1} (1 + o(1))$

$$\text{здесь} \quad A = \left[\frac{\gamma m^{p_1} k^{2-p}}{((\gamma_1 k - 1)(p-2) + (\gamma_1 m - 1)) \left(\frac{b}{\gamma_1} \right)^{p-p_1-1}} \right]^{\frac{1}{m+k(p-2)+1-(mp_1+q_1)}},$$

$$\gamma_1 = \frac{p - p_1}{k(p-2) + m - (p_1 m + q_1)}.$$

При численном решении задачи на основе установленных выше условий начального приближения строятся численные схемы и разрабатываются алгоритмы расчета.

В первом параграфе второй главы диссертации, названной **«Математическое моделирование нелинейных диффузионных процессов параболического типа с источником»**, представлена следующая система нелинейных параболических уравнений с плотностью в неоднородной среде

$$Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R^N\}$$

$$\begin{cases} \frac{\rho(x) \partial(u)}{\partial t} = \operatorname{div} \left(|x|^n u^{m_1-1} |\nabla u|^{p-2} \nabla u \right) + \rho(x) \gamma(t) u^{q_1} v^{r_1}, \\ \frac{\rho(x) \partial(v)}{\partial t} = \operatorname{div} \left(|x|^n v^{m_2-1} |\nabla v|^{p-2} \nabla v \right) + \rho(x) \gamma(t) u^{q_2} v^{r_2}, \end{cases} \quad (4)$$

$$u(0, x) = u_0(x) \geq 0, \quad (5)$$

$$v(0, x) = v_0(x) \geq 0, \quad x \in R^N,$$

где $m_1 \geq 1, m_2 \geq 1, n \in R, q_1, q_2, r_1, r_2 \geq 1, p \geq 2$ - численные параметры, $\nabla_x(\cdot) - grad(\cdot)$, $u_0(x), v_0(x), x \in R^N$ - неотрицательные, непрерывные функции и $\rho(x) = |x|^l$, $0 < \gamma(t) \in C(0, \infty)$.

На основе автомодельного подхода построено обобщенное решение системы уравнений (4), исследованы асимптотические свойства решения для случая $m_i + p - 3 > 0, i = 1, 2$ медленной диффузии, $m_i + p - 3 < 0, i = 1, 2$ быстрой диффузии и для случая $m_i + p - 3 = 0, i = 1, 2$.

В системе уравнений (5) $\rho(x)\gamma(t)u^{q_1}v^{r_1}, \rho(x)\gamma(t)u^{q_2}v^{r_2}$ - источник, $\rho(x)$ - плотность, $\gamma(t)$ - скорость источника.

Система уравнений (4) при $u = v = 0$ приводит к нарушению в изучаемой области, и система уравнений в этом случае не всегда имеет решение в классическом смысле. Следовательно, система уравнений (4) изучается в области, обладающей свойством

$$0 \leq u, v \in C(Q), |x|^n u^{m_1-1} |\nabla u|^{p-2} \nabla u, |x|^n v^{m_2-1} |\nabla v|^{p-2} \nabla v \in C(Q),$$

отвечающим определенным условиям с физическим смыслом.

Для обобщенных решений системы уравнений (5) существует явление конечной скорости распространения, такое, что непрерывные функции $l_1(t), l_2(t)$, когда $|x| \geq l_1(t)$ и $|x| \geq l_2(t)$, справедливо равенство

$$u(t, x) \equiv 0 \text{ и } v(t, x) \equiv 0.$$

$|x| = l_1(t), |x| = l_2(t)$ - называются свободной границей или фронтом.

На основе автомодельного подхода была построена система автомодельных уравнений для (4)-(5) и построено автомодельное решение, определены асимптотическое поведение решения и свободной границы $l_i(t), i = 1, 2, \dots$, а также асимптотика автомодельного решения. На основе начального приближения задач (4)-(5) разработаны численные схемы и алгоритмы расчета. Проведен численный эксперимент на компьютере для решения системы уравнений реакции-диффузии, исследуемой выше.

Для построения автомодельных и приближенных автомодельных уравнений системы (4) решение системы уравнений ищется в следующем виде:

$$\begin{cases} u(t, x) = \bar{u}(t)w(\tau(t), \varphi|x|), \\ v(t, x) = \bar{v}(t)z(\tau(t), \varphi|x|), \end{cases} \quad (6)$$

здесь
$$\bar{u} = B [T + t]^{-r_1 - kq_1 + 1}, \quad \bar{v} = B [T + t]^{-r_2 - kq_2 + 1},$$

$$A = \left((-r_1 - kq_2 + 1) \left(\frac{1}{k} \right)^{-r_1 + q_2 + 1} \right)^{\frac{1}{-r_1 - kq_1 + 1}}, \quad B = \left(\frac{1}{k} \right)^{-r_1 + q_2 + 1},$$

$$k = \frac{q_2 - r_1 + 1}{q_1 - r_2 + 1}, \quad \begin{cases} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \gamma(t) \bar{u}^{-q_1} \bar{v}^{-r_1}, \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = \gamma(t) \bar{u}^{-q_2} \bar{v}^{-r_2}. \end{cases}$$

вставляя (6) вместо (4), получим следующую систему радиально-симметричных уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial \tau} = \varphi^{1-s} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\varphi^{s-1} w^{m_1-1} \left| \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right|^{p-2} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) - \gamma(t) \bar{u}^{-q_1-(p+m_1-2)} \bar{v}^{-r_1} (w - w^{q_1} z^{r_1}), \\ \frac{\partial z}{\partial \tau} = \varphi^{1-s} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\varphi^{s-1} z^{m_2-1} \left| \frac{\partial z}{\partial \varphi} \right|^{p-2} \frac{\partial z}{\partial \varphi} \right) - \gamma(t) \bar{u}^{-q_2-(p+m_2-2)} \bar{v}^{-r_2} (z - w^{q_2} z^{r_2}). \end{cases} \quad (7)$$

$\tau(t)$ равно следующему

$$\tau(t) = \int_0^t \bar{v}^{m_1-1}(\eta) \bar{u}^{p-2}(\eta) d\eta = \int_0^t \bar{u}^{m_2-1}(\eta) \bar{v}^{p-2}(\eta) d\eta \quad (8)$$

$$\varphi(r) = \frac{1}{p_1} |r|^{p_1}, \quad |r| = \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2}, \quad p_1 = \frac{p-(n+l)}{p}, \quad s = p \frac{N-l}{p-(n+l)}, \quad n+l < p.$$

В системе уравнений (7) сделана следующая замена

$$\begin{aligned} w(\tau, \varphi) &= f(\xi), \\ z(\tau, \varphi) &= \psi(\xi), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\xi = \frac{|x|}{\tau^{1/p}}$.

После замены получается следующая нелинейная приближенно-автомодельная система

$$\begin{cases} \xi^{1-s} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{s-1} f^{m_1-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df}{d\xi} + \gamma(t) \tau(t) \bar{u}^{-q_1-(p+m_1-2)-r_1} \bar{v}^{-r_1} (f - f^{q_1} \psi^{r_1}), \\ \xi^{1-s} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{s-1} \psi^{m_2-1} \left| \frac{d\psi^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{d\psi}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{d\psi}{d\xi} + \gamma(t) \tau(t) \bar{v}^{-q_2-(p+m_2-2)-r_2} \bar{v}^{-r_2} (\psi - \psi^{q_2} f^{r_2}). \end{cases} \quad (10)$$

Если при $t \rightarrow \infty$ выполнены следующие условия

$$\begin{aligned} \gamma(t) \tau(t) \bar{u}^{-q_1-(p-1)-(m_1-1)-r_1} \bar{v}^{-r_1} &\rightarrow const, \\ \gamma(t) \tau(t) \bar{v}^{-q_2-(p-1)-(m_2-1)-r_2} \bar{v}^{-r_2} &\rightarrow const. \end{aligned}$$

тогда система уравнений (6) имеет следующее автомодельное решение. В этом случае $0 < \gamma(t) \in H$, H - класс Харди.

$$\begin{cases} \xi^{1-s} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{s-1} f^{m_1-1} \left| \frac{df^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{df}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{df}{d\xi} + C_1 (f - f^{q_1} \psi^{r_1}), \\ \xi^{1-s} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^{s-1} \psi^{m_2-1} \left| \frac{d\psi^k}{d\xi} \right|^{p-2} \frac{d\psi}{d\xi} \right) + \frac{\xi}{p} \frac{d\psi}{d\xi} + C_2 (\psi - \psi^{q_2} f^{r_2}). \end{cases} \quad (11)$$

При $\gamma(t) = const$ системе уравнений (7) имеет финитное решение.

Рассмотрим систему уравнений (7) со следующими граничными условиями

$$\begin{aligned} f(0) &= c_1 > 0, \quad f(b) = 0, \\ \psi(0) &= c_1 > 0, \quad \psi(b) = 0, \end{aligned}$$

здесь $0 < b < +\infty$.

В научных работах М.Арипова и А.Матъякубова было доказано существование автомодельного решения задачи и получены условия его существования в случае $\gamma(t) = 0, n = l = 0, p = 2$. В этом параграфе изучается асимптотика решения автомодельной системы уравнений в случае $m_1 + p - 3 > 0, m_2 + p - 3 > 0$.

На основании качественных свойств решений получены результаты численных экспериментов. Результаты вычислительных экспериментов показывают, что примененные численные методы являются эффективными при решении нелинейных задач исследуемых в данной диссертации.

Для системы нелинейных уравнений диффузии с переменной плотностью и источником разработаны численные схемы и алгоритмы численного решения задачи Коши. Создан программный комплекс на компьютере на языке программирования C# для рассматриваемого метода численного решения процесса реакции-диффузии, а визуализация осуществлялась в JavaScript. Результаты экспериментальных испытаний получены при различных значениях параметров системы уравнений. Для численного решения задачи использовалась неявная схема с использованием метода переменных направлений (для многомерного случая). В итеративном процессе для визуализации линии использовался специальный метод.

Специальный метод выражается следующим образом

$$\begin{cases} \left(\sqrt{x_{1,i}^2 + x_{2,i}^2} \right) \frac{y_{i,j}^{l+\frac{1}{2}} - y_{i,j}^l}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 y_{i,j}^{l+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 y_{i,j}^l + |x|^{-l} \gamma(t_j) \left(y_i^{l+\frac{1}{2}} \right)^{q_1} \left(z_i^{l+\frac{1}{2}} \right)^{q_1}, \\ \left(\sqrt{x_{1,i}^2 + x_{2,i}^2} \right) \frac{y_{i,j}^{l+1} - y_{i,j}^{l+\frac{1}{2}}}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 y_{i,j}^{l+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 y_{i,j}^{l+1} + |x|^{-l} \gamma(t_j) \left(y_i^{l+\frac{1}{2}} \right)^{q_1} \left(z_i^{l+\frac{1}{2}} \right)^{q_1}, \\ \left(\sqrt{x_{1,i}^2 + x_{2,i}^2} \right) \frac{z_{i,j}^{l+\frac{1}{2}} - z_{i,j}^l}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 z_{i,j}^{l+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 z_{i,j}^l + |x|^{-l} \gamma(t_j) \left(y_i^{l+\frac{1}{2}} \right)^{q_2} \left(z_i^{l+\frac{1}{2}} \right)^{q_2}, \\ \left(\sqrt{x_{1,i}^2 + x_{2,i}^2} \right) \frac{z_{i,j}^{l+1} - z_{i,j}^{l+\frac{1}{2}}}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 z_{i,j}^{l+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 z_{i,j}^{l+1} + |x|^{-l} \gamma(t_j) \left(y_i^{l+\frac{1}{2}} \right)^{q_2} \left(z_i^{l+\frac{1}{2}} \right)^{q_2}. \end{cases}$$

Ниже приведены в визуальном виде численные результаты задачи диффузии (4)-(5) при каждом значении времени задачи при значениях параметров $n=2, m_1=1.5, m_2=2, p=2.5, q_1=2, q_2=1.8, r_1=1.5, r_2=2, k=1, \gamma=1.2$.

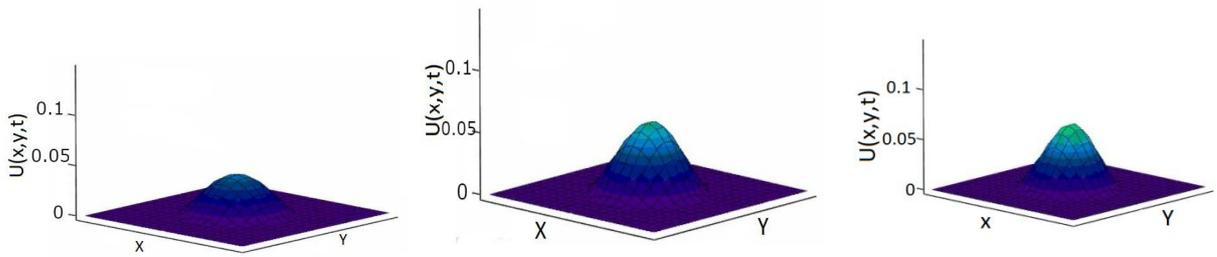


рис.1. $u(t,x,y)$ при $t=0, t=2, t=3$ диффузионный процесс с источником

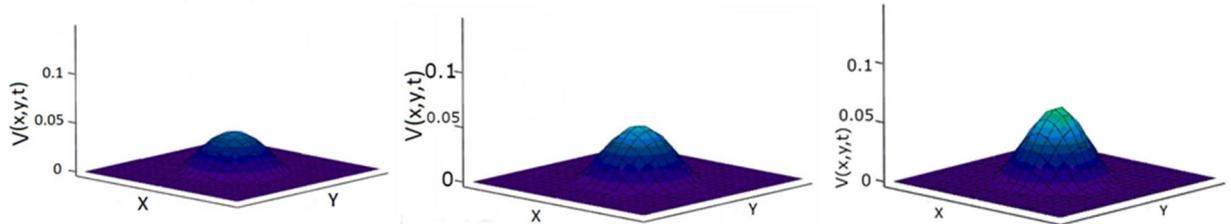


рис.2. $v(t,x,y)$ при $t=0, t=2, t=3$ диффузионный процесс с источником

Получены результаты численных экспериментов на компьютере для u и v при различных значениях числовых параметров исследуемой задачи. В случае, когда $k=1, m=1, n=0$, взяты результаты Х.Л.Васкеса и В.Галактионова, в случае, когда $k=1, p=2, n=0$, взяты результаты В.Галактионова А.Посашкова и при $k=1, p=2, m=1, n=0$ взяты результаты, полученные А.А.Самарским, С.П.Курдюмовым, А.П.Михайловым, В.А.Галактионовым.

В третьей главе диссертации, названной «Математическое моделирование диффузионных процессов с конвективным переносом и демпфером», рассматривается задача Коши для системы нелинейных уравнений параболического типа.

В первом параграфе, названном «Численное решение системы двойных нелинейных уравнений реакции-диффузии», рассматриваются качественные свойства решений задачи (12)-(13) для случая $m=k$. Исследована математическая модель диффузионного процесса в двухкомпонентной нелинейной среде с конвективным переносом и демпфером.

Во втором параграфе третьей главы изучаются качественные свойства глобальных решений исследуемой задачи.

Исследована задача Коши в области $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R\}$ для математической модели диффузионного процесса в двухкомпонентной нелинейной среде с конвективным переносом и демпфером для случая $m=k$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left| \frac{\partial u^{k_1}}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u^{m_1}}{\partial x} \right) \pm s(t) \frac{\partial u}{\partial x} - b_1 u^{q_1} \left| \frac{\partial v^{m_1}}{\partial x} \right|^{p_1}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left| \frac{\partial v^{k_2}}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial v^{m_2}}{\partial x} \right) \pm s(t) \frac{\partial v}{\partial x} - b_1 v^{q_2} \left| \frac{\partial u^{m_2}}{\partial x} \right|^{p_2}. \end{cases} \quad (12)$$

$$u(x, 0) = u_0(x) \geq 0, \quad v(x, 0) = v_0(x) \geq 0, \quad x \in R^1 \quad (13)$$

здесь t - время, x – пространственная переменная, $p \geq 2, q_i > 0, m_i \geq 1, (i=1,2)$ - числовые параметры,

$$b_1 u^{q_1} \left| \frac{\partial v^{m_1}}{\partial x} \right|^{p_1}, b_2 u^{q_2} \left| \frac{\partial v^{m_2}}{\partial x} \right|^{p_2} - \text{демпфер}, s(t) \frac{\partial u}{\partial x}, s(t) \frac{\partial v}{\partial x} - \text{конвективный перенос},$$

$s(t)$ - скорость конвективного переноса.

Система уравнений (14) при $p=2$ описывает уравнения Бусенески, при $m=2, p=2$ описывает уравнения Лейбенсона и движение грунтовых вод, а при $k=m$ - уравнения Р-Лапласа. Задача (12)-(13) играет важную роль при решении процесса диффузии в нелинейной среде, диффузии жидкостей в пористых средах, динамики биологических популяций, политропной фильтрации и других областей. Например, $u(x,t)$ и $v(x,t)$ представляют собой два типа биологических популяций или двухкомпонентный процесс диффузии тепла в пористой среде.

Известно, что система уравнений (12) нарушается при $u, v \equiv 0$ и может не иметь решения в классическом смысле в области $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R_+\}$. И поэтому в этом случае прибегаем численному решению задачи (14)-(15).

Система уравнений (12) при условии $k(p-2) + m - 1 > 0$ представляет собой медленный диффузионный процесс, при условии $k(p-2) + m - 1 < 0$ быстрый диффузионный процесс.

В третьем параграфе «Численное решение системы дважды нелинейных уравнений реакции-диффузии» представлено численное решение системы уравнений диффузии в двухкомпонентной нелинейной среде с конвективным переносом и демпфером

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(B_1(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + c v_1(t) \frac{\partial u}{\partial x} - b_1 u^{q_1} \left| \frac{\partial v^{m_1}}{\partial x} \right|^{p_1}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(B_2(v) \frac{\partial v}{\partial x} \right) + c v_2(t) \frac{\partial u}{\partial x} - b_2 v^{q_2} \left| \frac{\partial u^{m_2}}{\partial x} \right|^{p_2}, \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} u(x, 0) = \psi_1(x) \geq 0, \\ v(x, 0) = \psi_2(x) \geq 0, \end{cases} \quad (15)$$

здесь $B_1(u) = m_1 \left| k_1 u^{k_1 - 1} \frac{\partial u}{\partial x} \right|^{p-2} u^{m_1 - 1}$, $B_2(v) = m_2 \left| k_2 v^{k_2 - 1} \frac{\partial v}{\partial x} \right|^{p-2} v^{m_2 - 1}$.

Используя метода баланса, заменим задачу (14)-(15) с неявной схемой и простым итерационным методом получим:

$$\begin{cases} \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\tau} = \frac{1}{h^2} \left(a_{i+1}^s(u) \left(u_{i+1}^{j+1} - u_i^{j+1} \right) - a_i^s(u) \left(u_i^{j+1} - u_{i-1}^{j+1} \right) \right) + c_1 v_1(t) \frac{u_i^{j+1} - u_{i-1}^{j+1}}{h} - G_1 \left(u_i^j, v_i^j \right), \\ \frac{v_i^{j+1} - v_i^j}{\tau} = \frac{1}{h^2} \left(a_{i+1}^s(v) \left(v_{i+1}^{j+1} - v_i^{j+1} \right) - a_i^s(v) \left(v_i^{j+1} - v_{i-1}^{j+1} \right) \right) + c_2 v_2(t) \frac{v_i^{j+1} - v_{i-1}^{j+1}}{h} - G_2 \left(u_i^j, v_i^j \right), \end{cases} \quad (18)$$

здесь $s = 0, 1, 2, \dots$

$$G_1(y_i^j, g_i^j) = b_1 (y_i^j)^{q_1} \left| m_1 (g_i^j)^{m_1 - 1} \frac{g_i^j - g_{i-1}^j}{h} \right|^{p_1},$$

$$G_2(y_i^j, g_i^j) = b_1(g_i^j)^{q_2} \left| m_2(y_i^j)^{m_2-1} \frac{y_i^j - y_{i-1}^j}{h} \right|^{p_2}.$$

Известно, что итерационный метод требует хорошего начального приближения, и это обеспечивает быструю сходимость к точному решению.

Здесь для расчета $a(u)$ и $a(v)$ используется одна из следующих формул

$$\begin{cases} a_i(u) = B_1 \left(\frac{u_i^j - u_{i-1}^j}{2} \right), & a_i(u) = \frac{B_1(u_i^j) + B_1(u_{i-1}^j)}{2}, \\ a_i(v) = B_2 \left(\frac{v_i^j - v_{i-1}^j}{2} \right), & a_i(v) = \frac{B_2(v_i^j) + B_2(v_{i-1}^j)}{2}, \end{cases}$$

где $s = 0, 1, 2, \dots$

$$\begin{cases} G_1 \left(u_i^j, v_i^j \right) = b_1(u_i^j)^{q_1} \left| \frac{(v_{i+1}^{j+1})^m - (v_i^{j+1})^m}{h} \right|^{p_1}, \\ G_2 \left(u_i^j, v_i^j \right) = b_1(v_i^j)^{q_1} \left| \frac{(u_{i+1}^{j+1})^m - (u_i^{j+1})^m}{h} \right|^{p_1}. \end{cases}$$

Построены разностные схемы (18) для u_i^{s+1} и v_i^{s+1} .

$$u_i^{j+1} = u_i^j, \quad v_i^{j+1} = v_i^j.$$

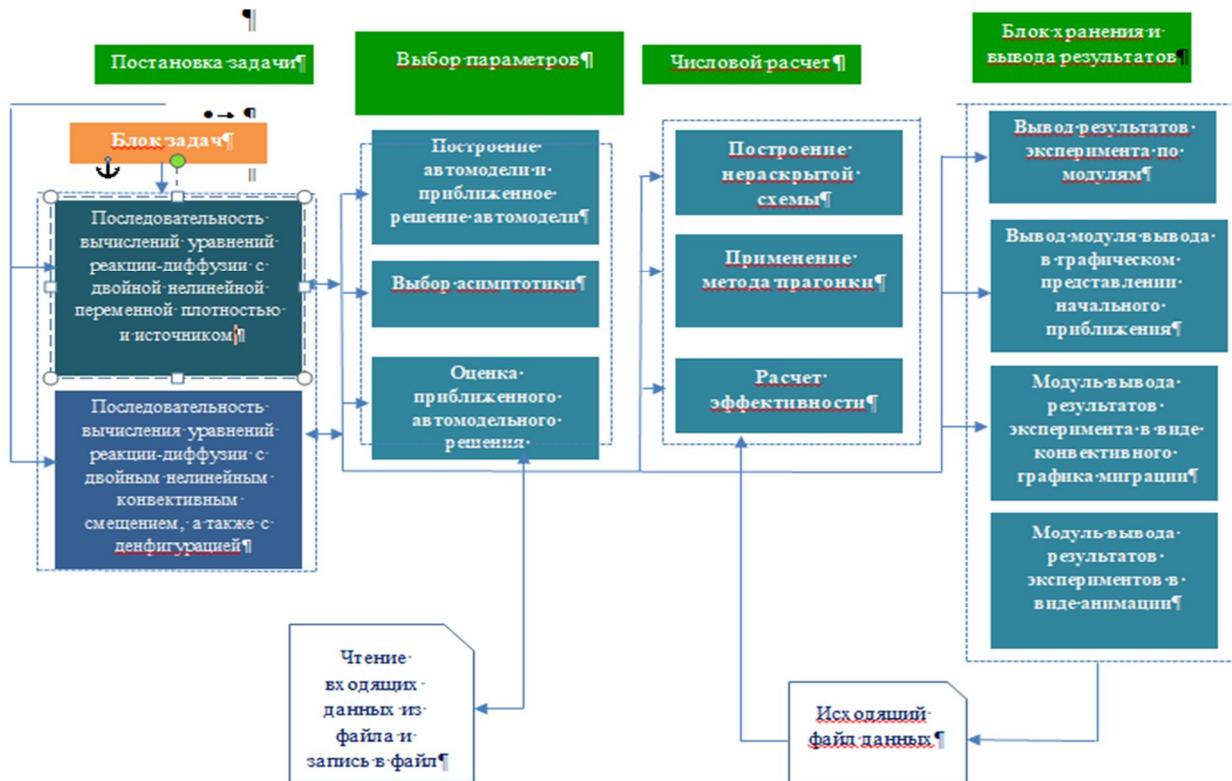
Процесс расчета выполняется при выполнении следующих условий:

$$\max_{0 \leq i \leq n} |u_i^{s+1} - u_i^s| < \varepsilon, \quad \max_{0 \leq i \leq n} |v_i^{s+1} - v_i^s| < \varepsilon. \quad (21)$$

После приведены некоторые результаты численного решения для различных значений числовых параметров и начальных функций.

В четвертой главе диссертации, названной «Создание алгоритма и программного комплекса численного решения диффузионных процессов с конвективным переносом и демпфирования, описываемых системой нелинейных уравнений параболического типа», рассматриваются вопросы разработки программного обеспечения на основе универсальных и высокопроизводительных вычислительных алгоритмов контроля процесса диффузии для численного решения процессов диффузии, имеющей свойство конвективного переноса и демпфирования, изображенной посредством системы нелинейных уравнений параболического типа, а также вопросы создания информационного массива и пользовательского интерфейса, организующего удобное общение для формирования исходных данных, необходимых для составления программного обеспечения. Благодаря этому повышена эффективность и надежность решения системы уравнений, расчета значений параметров, а также созданы возможности представления численных результатов в наглядной форме на различных визуальных формах.

Благодаря этому была повышена эффективность и надежность компьютерного расчета численного решения изучаемых задач, при различных значениях параметров, а также дана возможность визуально проследить за диффузионным процессом через представленные результаты эксперимента.



3-рис. Описание модулей программного комплекса для численного решения дважды нелинейного диффузионного процесса с конвективной переносом и демпфирования.

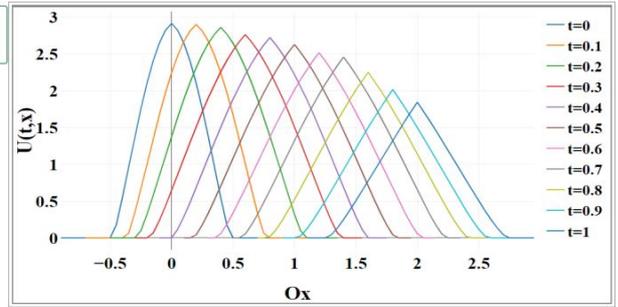
Первый параграф четвертой главы называется «Создание алгоритма численного моделирования процесса двойной нелинейной диффузии с конвективным переносом и демпфированием», и содержит численные алгоритмы и программные модули численного решения нелинейной задачи, описывающей процесс диффузии в двухкомпонентной среде (рис. 6).

«Программный комплекс численного решения на основе эффективного алгоритма дважды нелинейного диффузионного процесса с конвективной переносом и демпфирования» при численном исследовании диффузионного процесса с конвективным переносом и демпфирования в нелинейной среде производит вычислительные эксперименты по ключевым показателям. Использование данной системы повышает эффективность исследования двухкомпонентного диффузионного процесса в нелинейной среде.

Третий параграф четвертой главы, названный «Пользовательский интерфейс программного комплекса, созданного для численного решения дважды нелинейного диффузионного процесса с конвективным переносом и демпфирования», приведены сведения о блоке хранения и вывода результатов численного решения процесса диффузии. В блоке хранения и вывода результатов разработаны модули хранения и визуализации результатов вычислительных экспериментов.

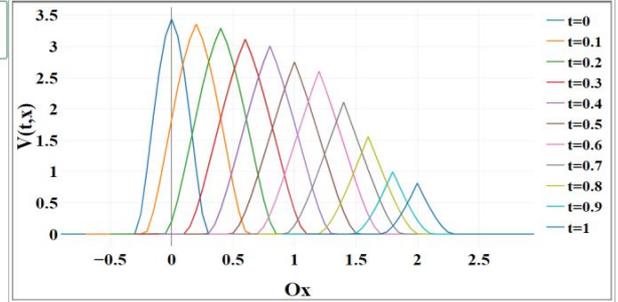
U ni konsentratsiya parametrlar qiymatlarini kiriting:

p1 = 1.2
 p = 2.2
 m1 = 1.6
 k1 = 1.5
 b1 = 1.2
 q1 = 1.5



V ni konsentratsiya parametrlar qiymatlarini kiriting:

p2 = 1.2
 p = 2.2
 m2 = 1.6
 k2 = 1.5
 b2 = 1.2
 q2 = 1.5



Animatsiya Grafik

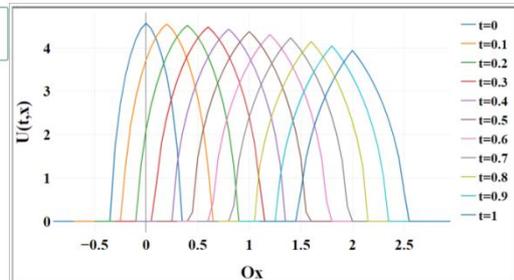
Calculate

4-рис. процесс диффузии для концентраций U и V при значениях, когда $p1=1.2, p=2.2, m1=1.6, k1=1.5, b1=1.2, q1=1.5, p2=1.2, p=2.2, m2=1.6, k2=1.5, b2=1.2, q2=1.5$

На 4-рисунке можно визуальнo проследить за поведением процесса диффузии по времени, которое построено численными результатами экспериментов задачи (16)-(17) с конвективным переносом и демпфирования в случаях, когда $p1=1.2, p=2.2, m1=1.6, k1=1.5, b1=1.2, q1=1.5, p2=1.2, p=2.2, m2=1.6, k2=1.5, b2=1.2, q2=1.5$.

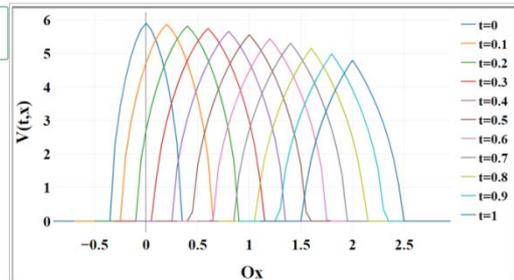
U ni konsentratsiya parametrlar qiymatlarini kiriting:

p1 = 2.8
 p = 2.2
 m1 = 2.5
 k1 = 2.7
 b1 = 2.2
 q1 = 2.5



V ni konsentratsiya parametrlar qiymatlarini kiriting:

p2 = 2.8
 p = 2.2
 m2 = 2.5
 k2 = 2.7
 b2 = 2.2
 q2 = 2.5



Animatsiya Grafik

Calculate

5- рис. Результаты экспериментов в случаях, когда $p1=2.8, p=2.2, m1=2.5, k1=2.7, b1=2.2, q1=2.5, p2=2.8, p=2.2, m2=2.5, k2=2.7, b2=2.2, q2=2.5$

Эксперименты проводились при различных значениях параметров в системе уравнений (16) (рисунки 5-6). Результаты экспериментов показывают, что исследования, проведенные на основе новых подходов в

диссертационной работе, а также качественные свойства глобальных решений, построенных на основе автомодельного подхода, дали эффективное решение задачи. Результаты эксперимента показаны на графиках по времени.

На основе полученных результатов, выбранные при построении автомодельного решения асимптотики были получены в качестве начального приближения: $p1=2.8$, $p=2.2$, $m1=2.5$, $k1=2.7$, $b1=2.2$, $q1=2.5$, $p2=2.8$, $p=2.2$, $m2=2.5$, $k2=2.7$, $b2=2.2$, $q2=2.5$ каждую секунду времени демпфируют диффузионный процесс, и можно увидеть, как процесс развивается во времени под действием затухания и конвекции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследования, выполненного по теме «**Численное моделирование диффузионных процессов в движущихся средах, описываемых системой нелинейных уравнений параболического типа**» на диссертацию доктора философских наук:

1. Определены условия конечной скорости распространения возмущения, свойства пространственной локализации для математической модели процессов нелинейной фильтрации, распространения тепла и диффузии, описываемых системой нелинейных уравнений параболического типа в двухкомпонентных средах, с наличием источника, переменной плотностью, конвективным переносом и демпфирования.

2. На основе автомодельного, приближенного автомодельного подхода и сравнения решений определены пространственная локализация и глобальная асимптотика решения под влиянием конвективного переноса в двухкомпонентной среде, получена оценка фронта. Найденная асимптотика может быть использована в качестве начального решения при численном решении задач.

3. Разработаны численные схемы, алгоритмы решения математического и компьютерного моделирования нелинейных диффузионных процессов с сохранением нелинейных эффектов и создан комплекс программ, позволяющий визуально наблюдать диффузионные процессы на компьютере.

4. Разработанные методы программирования служат для исследования нелинейных реакционно-диффузионных процессов путем проведения вычислительных экспериментов по нелинейной фильтрации, теплопроводности, диффузии в нелинейной среде, движению грунтовых вод, а также позволило наблюдать за быстрым и медленным диффузионным процессом в двухкомпонентной среде, конвективным переносом и демфера с учетом параметров среды.

5. С помощью методов расчета созданы расчетные схемы и алгоритмы, проведен расчетный эксперимент и разработан комплекс программ для исследования качественных нелинейных свойств задачи. Это позволило численно решать и визуализировать решения, не имевшие аналитического решения. Данный комплекс программ введен с целью снижения затрат ресурсов и времени на производстве, а также его можно использовать в науке и образовании, для моделирования различных процессов в природе.

**SCIENTIFIC COUNCIL PhD.13/30.12.2021. T.142.01 ON AWARDING
SCIENTIFIC DEGREES AT SCIENTIFIC RESEARCH INSTITUTE FOR
THE DEVELOPMENT OF DIGITAL TECHNOLOGIES AND
ARTIFICIAL INTELLIGENCE**

**RESEARCH INSTITUTE FOR DEVELOPMENT OF DIGITAL
TECHNOLOGIES AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE**

FAYZULLAEVA ZARNIGOR INATULLOEVNA

**NUMERICAL MODELING OF DIFFUSION PROCESSES IN
CONVECTIVE TRANSFER DESCRIBED BY A SYSTEM OF
NONLINEAR PARABOLIC EQUATIONS**

05.01.07 -Mathematical modeling. Numerical methods and software complexes

**DISSERTATION ABSTRACT OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD)
ON TECHNICAL SCIENCES**

Tashkent – 2023

The theme of Doctor of Philosophy (PhD) on technical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission under the Ministry of Higher Education, Science and Innovation of the Republic of Uzbekistan under the number B2022.PhD/T3287.

The dissertation has been prepared at the Research Institute for Development of Digital Technologies and Artificial Intelligence.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website (www.airi.uz) and the website of «ZiyoNet» Information and educational portal (www.ziynet.uz).

Scientific adviser: Sadullaeva Shaxlo Azimbaevna
Doctor of Physics and Mathematical Sciences, Docent

Official opponents: Pulatov Askhad Mukhamedjanovich
Doctor of Physics and Mathematical Sciences, Professor

Muradov Farrukh Abdulkakharovich
Doctor of Philosophy of Technical Sciences(PhD)

Leading organization: Karshi State University

The defense will take place « 12 » desember 2023 at 16⁰⁰ the meeting of Scientific council No. Phd.13/30.12.2021.T.142.01 at Research Institute of Development of Digital Technologies and Artificial Intelligence (Address: 100125, Tashkent city, M.Ulugbek district, Buz-2, 17A. Tel.: (+99871) 263-41-98, e-mail: info@airi.uz).

The dissertation can be reviewed at the Information Resource Centre of the Research Institute of Development of Digital Technologies and Artificial Intelligence (is registered under No 3Y), (Address: 100125, Tashkent city, M.Ulugbek district, Buz-2, 17A. Tel.: (+99871) 263-41-98).

Abstract of dissertation sent out on « 30 » november 2023 y.

(mailing report No. 7 on « 11 » november 2023 y.).



N. Ravshanov
Chairman of the Scientific
Council Awarding Scientific Degrees,
Doctor of Technical Sciences, Professor

F.M. Nuraliev
Scientific Secretary of Scientific
Council Awarding Scientific Degrees,
Doctor of Technical Sciences, Professor

E.Sh. Nazirova
Chairman of the academic seminar
Under the Scientific Council Awarding
Scientific degrees, Doctor of Technical
Sciences, Professor

INTRODUCTION (abstract of the PhD dissertation)

The aim of research is the mathematical modeling of reaction-diffusion processes with convective transfer and damping, described by a system of nonlinear parabolic equations, a numerical solution and computer visualization of the research results.

The objects of research are diffusion processes described by a system of nonlinear parabolic equations.

The scientific novelty of the research is as follows:

mathematical models of diffusion processes described by a system of nonlinear parabolic equations in two-component nonlinear media have been improved, conditions for the existence of a global solution have been found, diffusion rate limits and localization properties have been determined;

asymptotics of solutions of nonlinear models representing nonlinear diffusion with convective transfer and damping were constructed for cases of fast, slow diffusion and critical cases;

computational schemes have been developed for solving the diffusion problem described by a system of nonlinear equations of parabolic type in two-component nonlinear media;

algorithms have been developed for solving the problem of nonlinear diffusion with a source and variable density, convective transfer and damping.

Implementation of the research results.

The obtained scientific results on the numerical and analytical solution of problems of diffusion processes described by a system of nonlinear equations are implemented in practice in the following areas:

Numerical modeling of diffusion processes in moving media, characterized by a system of parabolic nonlinear equations developed on the basis of solutions of reaction-diffusion systems, was introduced at Uzbekistan Temir Yollari JSC and Sardoba Temir Yol Agrosanoat LLC. To substantiate the reliability of the mathematical model, a computational experiment was carried out (Act dated December 21, 2022). As a result, visual monitoring of irrigation processes has become possible;

A software tool developed for a system of two-component nonlinear equations “Hydrodynamic models and effective algorithms for studying the process of anomalous filtration of liquids and gases in porous media” at the Scientific Laboratory of

Dynamic Systems and Their Applications of the Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan (Act dated December 27, 2022). As a result, the time spent on problems of disturbance propagation, the effect of limiting the rate of diffusion, spatial localization, and filtration of heterogeneous fluid in porous media is reduced;

In the Republic of Uzbekistan and the company Geo Interpretation Group LLC, a software tool created on the basis of a system of nonlinear equations of parabolic type and a self-similar solution for a two-component environment and developed numerical solution algorithms (Act dated 10/20/2022) was introduced and released

(Act dated 12/27/2022). This made it possible to reduce the time spent on numerical calculations of the oil production process.

Structure and volume of the dissertation. The dissertation consists of an introduction, four chapters, conclusion, a list of references and appendices. The volume of the dissertation is 103 pages.

E ‘LON QILINGAN ISHLAR RO ‘YXATI
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS
I BO ‘LIM (I ЧАСТЬ; I PART)

1. Sadullaeva Sh.A., Fayzullaeva Z.I, Nazirova D. Numerical Analysis of Doubly Nonlinear Reaction-Diffusion System with Distributed Parameters // 2020 4th International Symposium on Multidisciplinary Studies and Innovative Technologies (ISMSIT), 2020. – P. 1-3. (№ 3; Scopus; IF=0.170).
2. Sadullaeva Sh.A., Khaydarov A.T., Fayzullaeva Z.I. Investigation properties of solutions of a nonlinear system of equations with nonhomogeneous density and source // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2020. – № 2(26). – P. 118-130. (05.00.00; № 23).
3. Sadullaeva Sh.A., Fayzullaeva Z.I. Numerical modeling of a doubly nonlinear parabolic reaction-diffusion process // Bulletin of TUIT: Management and Communication Technologies Journal. – 2023. – № 3(13) – P. 01-08. (05.00.00; OAK rayosat qarori 30.07.2020. № 01-10/1103)
4. Fayzullayeva Z.I. Ikki karra nochiziqli bo ‘lgan muhitda parabolik tipdagi konvektiv ko ‘chishga ega bo ‘lgan diffuziya jarayonlarini sonli modellashtirish // TATU xabarlari. – 2023. – № 2(66). – 101-116 b. (05.00.00; № 31).

II bo ‘lim(II часть; part II)

5. Fayzullaeva Z.I. Numerical investigation of system reaction-diffusion with diffusion with double nonlinearity // Neuroquantology. – 2022. – Vol. 20, Issue 12. – P. 27-35.
6. Fayzullaeva Z., Shokirov Sh. Numerical solution of a reaction-diffusion system with double nonlinearity //International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT). – 2022. – P. 01-04.
7. Aripov M.M., Sadullaeva Sh., Fayzullaeva Z. Numerical simulation of a doubly nonlinear reaction-diffusion system for a biological population problem using multimedia // IUTAM Symposium on Optimal Guidance and Control for Autonomous Systems, March 15-17, 2023. –Honolulu, Hawai ‘i: USA. – Pp. 74-75.
8. Sadullaeva Sh.A., Fayzullaeva Z.I., Karimov M.X. Numerical investigation one of doubly nonlinear reaction-diffusion system // International Uzbekistan-Malaysia Conference on Computational models (CMT2020), August 24-25, 2020. –Tashkent: NUUZ. – Pp. 39.
9. Sadullaeva Sh.A., Fayzullaeva Z.I. Investigation on self-similar analysis of the problem biological population Kolmogorov-Fisher type system. // Modern problems of mathematical physics and mathematical modeling. Proceedings of the International Scientific and Practical Conference, December 3-4, 2021. – Karshi: KSU. – Pp. 31-34.

10. Sadullaeva Sh. A., Fayzullaeva Z.I. Analysis of numerical solutions of systems of quasi-linear equations of the reaction-diffusion process. // Modern problems of mathematical physics and mathematical modeling. // Proceedings of the International Scientific and Practical Conference, December 3-4, 2021. – Karshi: KSU. – Pp. 34-37.
11. Aripov M.A, Sadullaeva Sh. A, Fayzullaeva Z.I. Numerical investigation of a doubly nonlinear reaction-diffusion system for a biological population problem // II-Международная научная конференция, 19-20 мая, 2023.–Ташкент: СБУМИПТК.– С. 522-527.
12. Sadullayeva Sh.A., Fayzullayeva Z.I, Nazirova D. Konvektiv o ‘chishga ega bo‘lgan ikki karra nochiziqli parabolik tipdagi tenglamalar tizimi uchun koshi masalasining yechimlari xossalarini tadqiq etish// II-Международная научная конференция, 19-20 мая, 2023.–Ташкент: СБУМИПТК. – С. 527-530.
13. Z.I. Fayzullayeva, Abdusattarov A.Sh. Parabolik tipdagi tenglamarning ko ‘p komponentali muhitda filtratsiya jarayonlarini modellashtirish va sonli yechish. // Ilm-fan va innovatsiya ilmiy-amaliy konferensiya. 30-sentabr, 2023. –Tasheknt, – № 6. – 94-97 b.
14. Fayzullayeva Z.I. Construction of the automodel solution of the system of reaction diffusion equations with bilinear nonlinear convective migration and diffusion // Actual problems of applied mathematics and information technologies – Al-Khwarizmi: Abstracts of VIII International Scientific Conference. – Samarkand: SamSU, 2023. - Pp. 47.
15. Sadullayeva Sh.A., Fayzullayeva Z.I. Investigation of finite velocity and solution localization effects in cross-diffusion processes with convective transfer. // Actual problems of applied mathematics and information technologies – Al-Khwarizmi: Abstracts of VIII International Scientific Conference. – Samarkand: SamSU, 2023. - Pp. 89
16. Sadullayeva Sh.A., Xaydarorov A.A., Mamatov A.U., Boboqandov M.M. Bir o ‘lchovli muhitda ikk
17. i o ‘lchovli chiziqsiz issiqlik tarqalish jarayonini sonli modellashtiruvchi dastur // O ‘zbekiston Respublikasi Adliya vazirligi huzuridagi Intellektual mulk agentligi. №2020147, 06.08.2020
18. Sadullayeva Sh.A., Xaydarorov A.A., Mamatov A.U., Boboqandov M.M. Nodivergent ikki o‘lchovli muhitda ikki o‘zgaruvchili chiziqsiz issiqlik tarqalish jarayonini sonli modellashtiruvchi dastur // O‘zbekiston Respublikasi Adliya vazirligi huzuridagi Intellektual mulk agentligi. №2020145, 06.08.2020

Avtoreferat “TATU xabarları” ilmiy jurnali tahririyatida tahrirdan o‘tqazildi va o‘zbek, rus, ingliz tillaridagi matnlarini mosligi tekshirildi