**O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI HUZURIDAGI
ILMIY DARAJALAR BERUVCHI DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 RAQAMLI
ILMIY KENGASH**

O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

SAFAROVA DILNORA TESHABOYEVNA

CHEKLI DARAJALI KOVARIANT FUNKTORLARNI TOPOLOGIK VA KARDINAL XOSSALARI

01.01.04 – Geometriya va topologiya

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD) DISSERTASIYASI AVTOREFERATI

Toshkent –2023

UDK: 515.122

Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi avtoreferati mundarijasi

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

**O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI HUZURIDAGI
ILMIY DARAJALAR BERUVCHI DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 RAQAMLI
ILMIY KENGASH**

O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

SAFAROVA DILNORA TESHABOYEVNA

CHEKLI DARAJALI KOVARIANT FUNKTORLARNI TOPOLOGIK VA KARDINAL XOSSALARI

01.01.04 – Geometriya va topologiya

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD) DISSERTASIYASI AVTOREFERATI

Toshkent –2023

Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2018.4.PhD/FM291 raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universitetida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume)) Ilmiy kengash veb-sahifasi (www.fk-fizmat.nuu.uz) va «ZiyoNet» ta'lim axborot tarmog'ida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:	**Beshimov Ruzinazar Bebutovich** fizika-matematika fanlari doktori, dotsent
Rasmiy opponentlar:	**Zaitov Adilbek Ataxanovich** fizika-matematika fanlari doktori, professor
	Raximov Abdugafur Abdumadjidovich fizika-matematika fanlari doktori, professor
Yetakchi tashkilot:	**Nizomiy nomidagi Toshkent davlat pedagogika universiteti**

Dissertatsiya himoyasi O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 raqamli Ilmiy kengashning 2024 yil «04» 01 soat 14⁰⁰ dagi majlisida bo'lib o'tadi. (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko'chasi, 4-uy. Tel.: (+998 71) 227 12 24, faks: (+998 71) 246 53 21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertatsiya bilan O'zbekiston Milliy universitetining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (19 raqami bilan ro'yxatga olingan). (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko'chasi, 4-uy. Tel.: (+998 71) 246 02 24).

Dissertatsiya avtoreferati 2023 yil «21» 12 kuni tarqatildi.
(2023 yil «21» 12 dagi 1 raqamli reestr bayonnomasi).

A.Sadullayev
Ilmiy darajalar beruvchi
Ilmiy kengash raisi,
f.-m.f.d., akademik

R.M.Jo'rayev
Ilmiy darajalar beruvchi
Ilmiy kengash ilmiy kotibi,
f.-m.f.f.d. (PhD)

A.Ya.Narmanov
Ilmiy darajalar beruvchi
Ilmiy kengash qoshidagi
Ilmiy seminar raisi,
f.-m.f.d., professor

KIRISh (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Jahon miqyosida olib borilayotgan ko‘plab ilmiy-amaliy tadqiqotlar aksariyat hollarda kovariant funktorlar nazariyasi masalalarini tadqiq qilishga keltiriladi. Kovariant funktorlarning kardinal invariantlarini taqqoslash funktsional analiz, geometriya, topologiya kabi sohalardagi tadqiqotlarning ob’ektidir. Chekli darajali kovariant funktorlarning kardinal invariantlarini taqqoslash topologik fazolar kardinal sonlarining teng bo‘lish shartlarini topishda asos sifatida xizmat qiladi. Shuning uchun kovariant funktorlarning kardinal invariantlarini taqqoslash fazolarning kardinal invariantlarini tadqiq qilish, topologik fazoning giperfazosini, algebraik topologiya va kardinal invariantlar nazariyasining muhim vazifalaridan biri bo‘lib kelmoqda. Shuningdek, ehtimollar nazariyasi va matematik statistika masalalarining turli modellarini yaratishda o‘z talqiniga ega bo‘lganligi sababli, kovariant funktorlarning kardinal invariantlari nazariyasi bo‘yicha olingan natijalar ham nazariy, ham tatbiqiy jihatdan ahamiyatli va zamonaviy matematikaning dolzarb yo‘nalishlaridan hisoblanadi.

Hozirgi kunda jahonda kovariant funktorlarni ya’ni topologik fazolarni giperfazosining kardinal invariantlarini taqqoslash, kardinal invariantlar va kovariant funktorlar nazariyasi masalalarini yechish zamonaviy topologiyaning dolzarb masalalaridan biri hisoblanadi. Giperfazolarning zichligi, salmog‘i, xarakteri, kuchsiz zichligi kabi kardinallarini tadqiq qilish muhim ahamiyat kasb etmoqda. Bu borada: berilgan fazo va uning giperfazosining kardinallarini taqqoslash; kardinal invariantlarning teng bo‘lish shartlarini topish; undan tashqari giperfazolarning “tekis o‘lchovli” strukturasi haqidagi masalalari maqsadli ilmiy tadqiqotlardan hisoblanadi.

Mamlakatimizda fundamental fanlarning ilmiy va amaliy tadbiqiga ega bo‘lgan geometriya va topologiyaning dolzarb yo‘nalishlariga e’tibor kuchaytirildi. Jumladan, topologik fazolarning kardinal invariantlari va funktorlar nazariyasi masalalarini o‘rganishga alohida e’tibor qaratildi. Chekli darajali kovariant funktorlar fazocining topologik, geometrik va kardinal xossalari saqlanishiga oid salmoqli natijalarga erishildi. “Funktsional analiz, geometriya va topologiya fanlarining ustuvor yo‘nalishlari bo‘yicha halqaro standartlar darajasida ilmiy tadqiqotlar olib borish asosiy vazifalar va faoliyat yo‘nalishlari” etib belgilandi[1]. Bu borada: berilgan fazo va uning giperfazosi kardinallarini taqqoslash; kardinal invariantlarning teng bo‘lish shartlarini topish masalalari maqsadli ilmiy tadqiqotlardan hisoblanadi.

O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantrish bo‘yicha harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi № PF-4947-sonli Farmoni, 2017 yil 17 fevraldagi № “Fanlar akademiyasi faoliyati, ilmiy-tadqiqot ishlarini tashkil etish, boshqarish va moliyalashtirishni yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi, PQ-2789-sonli Qarori va

[1] O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar mahkamasining 2017 yil 18 maydagi “O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining yangidan tashkil etilgan ilmiy tadqiqot muassasalari faoliyatini tashkil etish to‘g‘risida”gi 292-sonli qarori.

2019 yil 9 iyuldagi “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika institute faoliyatini tubdantakomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4387-sonli Qarorlari hamda mazkur faoliyatga tegishli boshqa normativ-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishda ushbu dissertatsiya tadqiqoti muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishi ustuvor yo‘nalishlariga bog‘liqligi. Dissertatsiya respublika fan va texnologiyalar rivojlanishining IV. “Matematika, mexanika va informatika” ustuvor yo‘nalishi doirasida bajarilgan.

Muammoning o‘rganilganlik darajasi. Topologik fazolar va ularning akslantirishlari kategoriyasida ta’sir qiluvchi kovariant funktorlarni tadqiq qilish topologiya matematikaning alohida sohasi sifatida ajralib chiqqan paytlardayoq boshlangan. Kompaktlar kategoriyasida harakatlanuvchi kovariant funktorlarning klassik namunasi sifatida paydo bo‘lishi Xausdorf va Vietorislar nomlari bilan bog‘liq bo‘lgan eksponentsial operatsiya funktori xizmat qiladi. Y.V.Shepin ilmiy ishlarida kovariant funktorlarning keng qamrovli nazariyasi yaratilgan. U funktorlarning qator tabiiy va kengroq ahamiyat kasb etuvchi xossalarini ajratib ko‘rsatgan hamda normal funktor tushunchasini kiritgan.

L.Vietoris giperfazo tushunchasini birinchi bo‘lib kiritgan. V.V.Fedorchukning ilmiy ishida $\exp$ funktor kompaktlar va ularning uzluksiz akslantirishlari kategoriyasida normal funktor bo‘lishini ko‘rsatgan. Topologik fazo va uning giperfazosining topologik xossalarini ko‘plab olimlarning, jumladan, T.Radul, T.Mizokami, S.Todorchevich, S.R.Borges, E.Maykl, V.V.Fedorchuk, A.V.Ivanov, M.M.Zarichniy, V.N.Basmanov, A.P.Kombarov va K.Nagamilarning ishlarida yoritilgan. T.Mizokami ishlarida topologik fazoning giperfazosining topologik xossalari keng o‘rganilgan bo‘lib, ushbu fazolarga Lashnev fazosi, L-fazo, parakompakt fazo, M-fazo, sanoqli kompakt fazo va d-parakompakt fazo ta’sir qilganda bu xossalar saqlanmasligini ko‘rsatgan. Y.Maykl ishlarida $\exp$ funktor zichlikni, kompaktlikni, lokal kompaktlikni saqlashi isbotlangan.

V.V.Fedorchuk va Yu.V.Sadovnichiylar tekis o‘lchovli fazolarda ehtimollik o‘lchovlari funktori kompakt eltuvchi bilan oldkompaktlikni, to‘la chegaralanganlikni saqlashini o‘rganishgan. A.A.Borubayev va D.T.Eshqobilovalar tekis o‘lchovli fazolarda idempotent ehtimollik o‘lchovlari funktori kompakt eltuvchi bilan ochiq akslantirishni, salmog‘ini, to‘liqlik indeksini, oldkompaktlikni, tekis uzluksiz akslantirishni va lokal kompaktlikni saqlashini isbotlashgan. Sh.A.Ayupov va T.F.Jurayevlarning ishida ehtimol o‘lchovli P funktorning qism funktori P_f ta’sirida fazolarning geometrik xossalarini ko‘rib chiqilgan. A.A.Zaitov va D.I.Jumayevlar X tixonov fazoning $\exp_\beta X$ kompakt qism fazosi Π-to‘liq bo‘lishi uchun X fazo ham Π-to‘liq bo‘lishi zarur va yetarliligini isbotlashgan. Ular, shuningdek $\exp_\beta f : \exp_\beta X \to \exp_\beta Y$ tixonov akslantirishi Π-to‘liq bo‘lishi uchun $f : X \to Y$ akslantirish ham Π-to‘liq bo‘lishi zarur va yetarliligini isbotladilar. R.B.Beshimov ixtiyoriy cheksiz T_1-fazoda $\exp$ funktor kuchsiz zichlikni, π-salmoqni, π-xarakterni, kalibrni, oldkalibrni, Shanin sonini va oldshanin sonini saqlashini o‘rgangan.

Umuman olganda yuqorida sanab o‘tilgan ilmiy izlanishlar davomida o‘ta muhim bo‘lgan natijalarga erishilgan bo‘lsada, shuni alohida ta’kidlash lozimki bugungi kungacha chekli darajali kovariant funktorlarni kardinal invariantlari va topologik xossalari sistematik to‘la o‘rganilmagan.

Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya bajarilgan oliy ta’lim muassasasining ilmiy-tadqiqot ishlari rejalari bilan bog‘liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti Nizomiy nomidagi Toshkent davlat pedagogika universitetining FA-F4-27 “Topologik fazolar kategoriyasiga ta’sir qiluvchi ba’zi kovariant funktorlarning topologik va kardinal xossalarini tadqiq qilish” (2012-2016 yillar) va O‘zbekiston Milliy Universitetining OT-F4-42 raqamli “Yarim additiv τ-silliq Radon funktsionallari fazolari topologik va kardinal xossalari” (2017-2020 yillar) mavzusidagi ilmiy tadqiqot loyihalari doirasida bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi chekli darajali kovariant funktorlarni kardinal, topologik va tekis o‘lchovli xossalarini o‘rganishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

topologik fazolarda kuchsiz normal funktor nasliy xossalarni saqlamasligi tadqiq qilish;

diadik kompakt fazolariga kuchsiz normal funktor ta’sir qilganda kardinal xossalarni saqlashini o‘rganish.

$\exp$ funktor final kompaktlikni saqlamasligiga misol qurish va $\exp_c$ funktor final kompaktlikni saqlashini tekshirish;

$\exp$ funktor sekvensial kompakt, psevdokompakt, ekstremal bog‘lamsiz fazolarga ta’sir qilganda, bu topologik xossalarni saqlashini tadqiq qilish;

chekli darajali kovariant funktorlar stratifik, yarimstratifik, σ-fazo, parakompakt $\sum$-fazo, $\aleph$-fazo, $\aleph_0$-fazolarni saqlashini o‘rganish;

kovariant funktorlarning tekis o‘lchovlik xossalarini tavsiflash;

tekis o‘lchovli parakompakt fazo va tekis o‘lchovli R-parakompakt fazolar va ularni giperfazosini o‘rganish;

eksponentsial fazolar ta’sir qilganda fazolarning tekis o‘lchovli lokal kompaktligi, oldkompaktligi, tekis o‘lchovli P-oldkompaktligini saqlashini isbotlash.

Tadqiqotning ob’ekti chekli darajali kovariant funktorlar, giperfazo, umumlashgan metrik fazolar, tekis o‘lchovli fazo, tekis o‘lchovli parakompaktlik, tekis o‘lchovli bog‘lamlilik va kardinal invariantlardan iborat.

Tadqiqotning predmeti chekli darajali kovariant funktorlarni kardinal xossalari, topologik xossalari, giperfazoning tekis o‘lchovli fazolardagi ta’siridan iborat.

Tadqiqotning usullari. Tadqiqot ishida umumiy topologiya, kovariant funktorlar nazariyasi hamda chekli darajali kovariant funktorlarning topologik va kardinal xossalariga asoslangan usullardan foydalanilgan. Shuningdek, to‘plamlar nazariyasi, tekis o‘lchovli fazolar nazariyasi hamda umumiy topologiya masalalarini yechish usullaridan foydalanilgan.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

kuchsiz normal funktor kompakt fazolarni nasliy oldshanin sonini, nasliy kalibrini, nasliy oldkalibrini, nasliy kuchsiz zichligini, nasliy Lindelyof sonini va nasliy ekstentini saqlamasligi isbotlangan;

diadik kompakt fazo va kuchsiz normal funktor uchun xarakter, psevdoxarakter, tesnota, nasliy Suslin soni, nasliy zichlik, nasliy π-salmog‘, nasliy Shanin soni va spred teng ekanligi isbotlangan;

$\exp_c$ funktor final kompaktlikni saqlashi, $\exp_n$ funktor sekvensial kompaktlikni va psevdokompaktlikni saqlashi hamda $\exp$ funktor kuchli nolo‘lchovlilikni va ekstremal bog‘lamsizlikni saqlashi isbotlangan;

$\exp_n$ funktor stratifiklik va yarim-stratifiklikni saqlashi, σ-fazoni σ-fazoga, parakompakt Σ-fazoni parakompakt Σ-fazoga, $\aleph$-fazoni $\aleph$-fazoga va $\aleph_0$-fazoni $\aleph_0$-fazoga o‘tkazishi isbotlangan;

$(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli giperfazo oldkompaktlikni, tekis lokal kompaktlikni, tekis bog‘lamlilikni, tekis R-parakompaktlikni, tekis zanjirlanganlikni va tekis P-oldkompaktlikni saqlashi ko‘rsatilgan hamda $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo uchun $[\langle \alpha' \rangle] = \langle [\alpha'] \rangle$ tenglik o‘rinli bo‘lishi isbotlangan.

Tadqiqotning amaliy natijalari chekli darajali kovariant funktorlarning kardinal va topologik xossalarini tadqiq qilish natijalari kombinatorik topologiya va kovariant funktorlar nazariyasi masalalarini yechishda qo‘llanilgan.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi. Umumiy topologiya, to‘plamlar nazariyasi, funktorlar nazariyasi va kardinal invariantlar nazariyasi usullaridan foydalanilganligi hamda matematik mulohazalarning qat’iyligi bilan asoslanadi.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati giperfazolarda zichlik, salmoq, xarakter, Shanin soni, Suslin soni, sust zichlik va kalibr kabi kardinal invariantlar saqlanishini isbotlashda qo‘llanilganligi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati giperfazolarning tekis o‘lchovlilik xossalari bo‘yicha tadqiqot natijalari matematik analizda muhim ahamiyatga ega bo‘lgan tekis uzluksiz funktsiyalarni tadqiq qilishda hamda differentsial topologiyaning turli masalalarida qo‘llanilishi mumkinligi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Chekli darajali kovariant funktorlarning topologik va tekis o‘lchovli fazolar bo‘yicha olingan natijalar asosida:

Giperfazo final kompaktlikni va ekstremal bog‘lamsizlikni saqlashi hamda kuchsiz normal funktor ta’sirida ba’zi kardinal xossalarning saqlanishiga doir natijalar Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universitetida bajarilgan “Boshqaruv nazariyasi va differentsial o‘yinlarda geometrik usullarni boshqarish” mavzusidagi fundamental loyihada vektor maydonlari orbitalarining geometriyasini o‘rganishda qo‘llanilgan (Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston

Milliy universitetining 2023 yil 9 sentyabrdagi 04/11-5432 raqamli ma’lumotnomasi). Olingan natijalar, $\exp$ funktor ta’sirida tekis o‘lchovli oldkompaktlik, tekis o‘lchovli parakomaktlik va tekis o‘lchovli R-parakompaktlikning saqlanishi vektor maydonlar orbitalarining topologik xusisiyatlarini o‘rganishga, xususan, vektor maydonlar oilasi orbitasining Riman ko‘pxilligida yopiqligini o‘rganish imkonini bergan.

Scopus ma’lumotlar bazasidagi “Lobachevskii Journal of Mathematics” jurnalida tadqiqotlar asosida chop etilgan “Some topological properties of a functor of finite degree” nomli maqolada keltirilgan natijalarga xavolalar berilganligi bilan Oliy attestatsiya komissiyasi Rayosatining 2015 yil 20 martdagi 214/9-son qarori bilan tasdiqlangan “Dissertatsiyalar ilmiy natijalarining amaliyotga joriy qilinishini baholash bo‘yicha uslubiy ko‘rsatmalar”ning 2-bobi 7-bandida ko‘rsatilgan talablar bo‘yicha amaliyotda qo‘llanilgan (Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universitetining 2023 yil 9 sentyabrdagi 04/11-5437 raqamli ma’lumotnomasi). Olingan natijalarning qo‘llanilishi, $\exp, \exp_n, \exp_\omega$ funktorlar final kompaktlikni, psevdokompaktlikni, ekstremal bog‘lamsizlikni va $\aleph$-fazoni saqlashi $N_\omega^d, N_\tau^\varphi, N_c$ yadrolari topologik fazolarning zichligini, salmog‘ini, Suslin sonini va π-salmog‘ini saqlashiga imkon bergan.

Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi. Mazkur tadqiqot natijalari 15 ta Xalqaro va 12 ta respublika ilmiy-amaliy anjumanlarida muhokamadan o‘tkazilgan.

Tadqiqot natijalarining e’lon qilinganligi. Tadqiqot mavzusi bo‘yicha jami 32 ta ilmiy ish chop etilgan, shulardan, O‘zbekiston Respublikasi Oliy Attestatsiya komissiyasining falsafa doktori dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 5 ta maqola, jumladan, 2 tasi xorijiy va 3 tasi respublika jurnallarida nashr etilgan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya kirish qismi, uchta bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxatidan tashkil topgan. Dissertatsiyaning hajmi 93 betni tashkil etgan.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati asoslangan, tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustivor yo‘nalishlariga mosligi ko‘rsatilgan, mavzu bo‘yicha xorijiy ilmiy-tadqiqotlar sharhi, muammoning o‘rganilganlik darajasi keltirilgan, tadqiqot maqsadi, vazifalari, ob’ekti va predmeti tavsiflangan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning nazariy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarining joriy qilinishi, nashr etilgan ishlar va dissertatsiya tuzilishi bo‘yicha ma’lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning **“Umumiy topologiyada ba’zi kardinal invariantlar va kuchsiz normal funktorlar nazariyasi”** deb nomlanuvchi birinchi bobi uchta paragrafdan iborat. Dissertatsiyaning ushbu bobida kelgusida qo‘llaniluvchi zaruriy tushuncha va ma’lumotlar keltirib o‘tilgan. Quyidagi kardinallarning ta’riflari berilgan: to‘r salmog‘i, π-to‘r salmog‘i, salmoq, π-salmoq, zichlik, sust zichlik, xarakter, π-xarakter, Suslin soni, kalibr, oldkalibr, spred, tesnota, ekstent, Shanin soni va old Shanin soni. Shuningdek, birinchi bobda giperfazolar, chekli darajali kovariant funktorlar, kategoriyalar hamda Shepin ma’nosidagi normal funktorlar ta’riflari keltirilgan.

Agar X fazoning ixtiyoriy ochiq qoplamasidan sanoqli qism qoplama ajratish mumkin bo‘lsa, X topologik fazo final kompakt deb ataladi.

Agar X topologik fazoning ixtiyoriy ochiq qism to‘plami $U \subset X$ uchun bu to‘plamning yopilmasi $[U]$ ham X fazoda ochiq to‘plam bo‘lsa, X topologik fazo ekstremal bog‘lamsiz deyiladi.

Agar X topologik fazoning ixtiyoriy $x \in X$ nuqtasi uchun shunday U atrofi mavjud bo‘lib, $\{s \in S : U \cap A_s \neq \varnothing\}$ to‘plam chekli bo‘lsa, $\{A_s : s \in S\}$ oila lokal chekli deyiladi.

Agar X topologik fazoning ixtiyoriy ochiq qoplamasiga lokal chekli ochiq qoplamani ichki chizish mumkin bo‘lsa, X topologik fazo parakompakt deb ataladi.

Ta’rif 1.1.1. Agar X topologik fazo σ-lokal chekli to‘rga ega bo‘lsa, u holda X topologik fazo σ-fazo deyiladi.

Ta’rif 1.1.4. Agar X topologik fazoning ixtiyoriy K kompakt qism to‘plami va uni o‘z ichiga oluvchi ixtiyoriy U ochiq to‘plam uchun $K \subset \bigcup \mathscr{F}' \subset U$, shartni qanoatlantiruvchi chekli $\mathscr{F}' \subset \mathscr{F}$ qism oila mavjud bo‘lsa, X topologik fazoning qism to‘plamlaridan iborat $\mathscr{F}$ oila bu fazoning k-to‘ri deyiladi. σ-lokal chekli (sanoqli) k-to‘rga ega bo‘lgan regulyar fazoga $\aleph$-fazo deyiladi ($\aleph_0$-fazo) deyiladi.

Agar kompakt X fazo D^m kantor kubning uzluksiz aksi bo‘lsa, X fazo diadik kompakt fazo deyiladi, bu yerda $m \geq \aleph_0$.

Dissertatsiyaning birinchi bobi ikkinchi paragrafida kategoriya, Shepin ma’nosidagi normal funktor hamda $\exp$ funktorlar ta’riflari keltirilgan.

Bizga $\xi = \{\theta, \mathrm{M}\}$ va $\xi' = \{\theta', \mathrm{M}'\}$ kategoriyalar berilgan bo‘lsin. Ob’ektni ob’ektga, morfizmni morfizmga o‘tkazuvchi va quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $F : \xi \to \xi'$ akslantirish kovariant funktor deyiladi, agar

1) ξ kategoriyadan olingan har qanday $f : X \to Y$ morfizm uchun $F(f)$ morfizm $F(X)$ dan $F(Y)$ ga harakatlansa;

2) har qanday $X \in \theta$ ob’ekt uchun $F(\mathrm{id}_X) = \mathrm{id}_{F(X)}$ tenglik o‘rinli bo‘lsa;

3) $f \circ g$ kompozitsiya aniqlangan har qanday f va g morfizmlar uchun $F(f \circ g) = F(f) \circ F(g)$ tenglik o‘rinli bo‘lsa.

Aytaylik $F : Comp \to Comp$ – ixtiyoriy kovariant funktor bo‘lsin.

Har qanday $S = \{X_\alpha, \pi_\alpha^\beta, A\}$ teskari spektr uchun ushbu $F(S) = \{F(X_\alpha), F(\pi_\alpha^\beta), A\}$ teskari spektr aniqlangan bo‘lib,

$F(\pi_\alpha): F(\lim S) \to F(X_\alpha)$ akslantirishlar limiti $\pi: F(\lim S) \to \lim F(S)$ gomeomorfizm bo‘lsa, u holda F kovariant funktor uzluksiz deyiladi.

Har qanday X cheksiz kompakt uchun $w(F(X)) = w(X)$ tenglik o‘rinli bo‘lsa, u holda F funktor salmoqni saqlovchi funktor deyiladi.

Har qanday X kompaktni Y kompaktga o‘tkazuvchi i joylashtirish uchun $F(i): F(X) \to F(Y)$ akslantirish ham joylashtirish bo‘lsa, u holda F funktor monomorf deyiladi. F funktorning monomorf ekanligi $A \subset X$ qism fazo uchun uchun $F(A)$ fazoni $F(X)$ ning qism fazosi sifatida qarash imkonini beradi.

Ustiga akslantirishlarni saqlovchi funktor epimorf funktor deb ataladi.

Har qanday $\{B_\alpha : \alpha \in A\}$ kompakt fazoning yopiq to‘plamalar oilasi uchun

$$F\left(\bigcap_{\alpha \in A} B_\alpha\right) = \bigcap_{\alpha \in A} F(B_\alpha)$$

shartni qanoatlantiruvchi F funktor kesishmani saqlovchi funktor deb ataladi.

Uzluksiz, salmoqni, kesishmani hamda proobrazlarni saqlovchi, monomorf, epimorf, bo‘sh to‘plamni bo‘sh to‘plamga, bir nuqtali to‘plamni bir nuqtali to‘plamga o‘tkazuvchi $F: Comp \to Comp$ funktor normal funktor deb ataladi.

Normallikning proobrazlarni saqlashdan boshqa barcha shartlarini qanoatlantiruvchi funktor kuchsiz normal funktor deyiladi.

Aytaylik, X – topologik T_1-fazo bo‘lsin. Bu fazoning barcha bo‘sh bo‘lmagan yopiq qism to‘plamlaridan iborat oila $\exp X$ orqali belgilanadi. Quyidagi ko‘rinishdagi barcha to‘plamlar oilasi $\exp X$ to‘plamda topologiya bazasini tashkil etadi:

$$O\langle U_1, U_2, ..., U_n\rangle = \left\{F : F \in \exp X,\ F \subset \bigcup_{i=1}^{n} U_i,\ F \cap U_i \neq \varnothing,\ i = 1, 2, ..., n\right\},$$

bu yerda $U_1, U_2, ..., U_n$ lar – X fazoning ochiq to‘plamlari. Bu aniqlangan topologiya Vietoris topologiyasi deb ataladi, $\exp X$ to‘plam esa Vietoris topologiyasi bilan birgalikda X fazoning eksponensial fazosi yoki giperfazosi deb nomlanadi. Giperfazo $\exp X$ ning quyidagi qism to‘plamalarini qaraymiz:

$$\exp_n X = \{F \in \exp X : |F| \leq n\},$$

$$\exp_\omega X = \bigcup \{\exp_n X : n \in N\},$$

$$\exp_c X = \{F \in \exp X : F - kompakt\}.$$

Ixtiyoriy X topologik T_1-fazo uchun quyidagi munosabat o‘rinli $\exp_n X \subset \exp_\omega X \subset \exp_c X \subset \exp X$.

Tasdiq 1.2.3. Bizga X topologik T_1-fazo berilgan bo‘lsin. Har qanday $(x_1, x_2, ..., x_n) \in X^n$ nuqtani $\{x_1, x_2, ..., x_n\} \in \exp_n X$ nuqtaga o‘tkazuvchi uzluksiz syurektiv akslantirishni quyidagicha olamiz, bu yerda:

$$\pi_{n,X} = \pi_n : X^n \to \exp_n X .$$

Teorema 1.2.1. Bizga X cheksiz T_1-fazo va X fazodagi ixtiyoriy $U_1, U_2, ..., U_n$ bo‘sh bo‘lmagan ochiq to‘plamlar berilgan bo‘lsin. U holda quyidagi tenglik o‘rinli bo‘ladi:

$$\left[O\langle U_1, U_2, \ldots, U_n\rangle\right] = O\langle [U_1], [U_2], \ldots, [U_n]\rangle .$$

P.S.Aleksandrovning “Bir strelkasi” ta’rifini keltiraylik. Sonlar o‘qida $[0,1)$ yarim intervalni qaraymiz. $[0,1)$ yarim intervalni quyidagi topologiyasi bilan tanishamiz: $[\alpha, \beta)$, $0 \le \alpha < 1$, $0 < \beta \le 1$, ko‘rinishda aniqlangan barcha yarim intervallar ta’rif bo‘yicha bu topologiyaning bazasini aniqlaydi. Hosil qilingan topologik fazoni X^* bilan belgilaymiz.

P.S.Aleksandrovning “Qo‘sh strelkasi” ta’rifini keltiraylik. $X = [0,1)$, $X' = (0,1]$ quyidagi yarim intervallarni qaraymiz. Bu yarim intervallarning barcha nuqtalar to‘plamini X^{**} bilan belgilaymiz. X^{**} da topologiyani quyidagicha aniqlaymiz. $U_1 = [\alpha, \beta) \cup (\alpha', \beta')$, $U_2 = (\alpha, \beta) \cup (\alpha', \beta']$ ko‘rinishdagi barcha to‘plamlar topologiyani bazasini hosil qiladi, bu yerda $[\alpha, \beta)$ – X dagi yarim interval, (α', β') – (α, β) intervalni X' dagi proektsiyasi; $(\alpha', \beta']$ – X' dagi yarim interval, (α, β) esa (α', β') intervalni X dagi proektsiyasi.

Shuningdek, **uchinchi paragrafda** tekis o‘lchovli fazolarning salmog‘i, tekis o‘lchovli parakompaktligi va tekis o‘lchovli R-parakompaktligi keltirilgan.

Ta’rif 1.3.1. Bizga bo‘sh bo‘lmagan X to‘plam berilgan bo‘lsin. Agar X to‘plamdagi qoplamalardan iborat $\mathcal{U}$ oila quyidagi shartlarni qanoatlantirsa:

(P1) Agar $\alpha \in \mathcal{U}$ va α qoplama X to‘plamdagi β qoplamaga ichki chizilgan bo‘lsa, u holda $\beta \in \mathcal{U}$ bo’ladi;

(P2) Ixtiyoriy $\alpha_1 \in \mathcal{U}$, $\alpha_2 \in \mathcal{U}$ lar uchun shunday $\alpha \in \mathcal{U}$ qoplama mavjud bo‘lib, α qoplama α_1 ga va α_2 ga ichki chizilgan bo‘lsin;

(P3) Ixtiyoriy $\alpha \in \mathcal{U}$ qoplama uchun shunday $\beta \in \mathcal{U}$ qoplama mavjud bo‘lib, β qoplama α ga kuchli yulduzli ichki chizilgan bo’lsin;

(P4) Ixtiyoriy turli $x, y \in X$ nuqtalar juftligi uchun shunday $\alpha \in \mathcal{U}$ qoplama topilib, x va y .nuqtalar bir vaqtning o‘zida α qomlamani biror elementiga tegishli bo‘lmaydi.

U holda $\mathcal{U}$ oila X to‘plamda tekis o‘lchovlilik deyiladi.

(P1)-(P3) shartlarni qanoatlantiradigan X to‘plamdan tashkil topgan $\mathcal{U}$ oilaga psevdotekis o‘lchovlilik, $(X, \mathcal{U})$ juftlikka esa psevdotekis o‘lchovli fazo deyiladi.

(P1)-(P4) shartlarni qanoatlantiradigan X to‘plamdan tashkil topgan $\mathcal{U}$ oilaga tekis o‘lchovlilik, $(X, \mathcal{U})$ juftlikka esa tekis o‘lchovli fazo deyiladi.

Agar ixtiyoriy $\alpha \in \mathcal{U}$ qoplama uchun $\beta \in \mathcal{B}$ qoplama mavjud bo‘lib, β qoplama α qoplamaga ichki chizilsa, u holda $\mathcal{B} \subset \mathcal{U}$ oila $\mathcal{U}$ tekis o‘lchovlilikning bazasi deyiladi. Ravshanki tekis o‘lchovlilik ko‘p bazaga ega. Eng kichik kardinal songa $\mathscr{U}$ tekis o‘lchovlilikning salmog‘i deyiladi va $w(\mathscr{U})$ ko‘rinishda belgilanadi.

Tasdiq 1.3.1. X to‘plamning qoplamalar oilasi $\mathscr{B}$ oilasi X to‘plamdagi tekis o’lchovlilik $\mathscr{U}$ da baza tashkil qiladi faqat va faqat shu holdaki, agar $\mathscr{B}$ oila quyidagi shartlarni qanoatlantirsa:

(B1) Ixtiyoriy $\beta_1, \beta_2 \in \mathscr{B}$ qoplamalar juftligi uchun shunday $\beta \in \mathscr{B}$ qoplama topilib, β_1 va β_2 qoplamalar β qoplamaga ichki chizilsa,

(B2) Ixtiyoriy $\beta \in \mathscr{B}$ qoplama uchun shunday $\gamma \in \mathscr{B}$ qoplama topilib, γ qoplma β qoplamaga kuchli yulduzli ichki chizilsa,

(B3) Ixtiyoriy $x \in X$ nuqta uchun $\cap\{\beta(x) : \beta \in \mathscr{B}\} = \{x\}$ tenglik o‘rinli bo‘lsa.

Tasdiq 1.3.2. X fazodagi ixtiyoriy $\mathscr{U}$ tekis o‘lchovlilk uchun $\tau_{\mathscr{U}} = \{O \subset X :$ ixtiyoriy $x \in O$ element uchun shunday $\alpha \in \mathscr{U}$ qoplama topilib, $\alpha(x) \subset O\}$ oila X fazoda topologiya bo’ladi va $(X, \tau_{\mathscr{U}})$ topologik fazo T_1-fazo bo’ladi.

$\tau_{\mathscr{U}}$ topologiya $\mathscr{U}$ tekis o‘lchovlilikka qurilgan yoki indutsirlangan topologiya bo‘ladi.

Aytaylik, $(X, \mathscr{U})$ tekis o‘lchovli fazo va $\exp X$ to‘plam $(X, \tau_{\mathscr{U}})$ fazodagi barcha bo‘sh bo‘lmagan yopiq qism to‘plamlar bo‘lsin. Ixtiyoriy $\alpha \in \mathscr{U}$ qoplama uchun $P(\alpha) = \{\langle\alpha'\rangle : \alpha' \subseteq \alpha\}$ ni mos qo‘yamiz, bu yerda $\langle\alpha'\rangle = \{F \in \exp X : F \subseteq \cup\alpha'\}$ va $F \cap A \neq \varnothing$ har qanday $A \in \alpha'$ uchun.

Tasdiq 1.3.3. Agar $\mathscr{B}$ oila $(X, \mathscr{U})$ tekis o‘lchovli fazodagi baza bo‘lsa, u holda $P(\mathscr{B}) = \{P(\alpha) : \alpha \in \mathscr{B}\}$ oila $\exp X$ fazodagi $\exp\mathscr{U}$ tekis o‘lchovlilik uchun baza tashkil qiladi.

Izoh 1.3.1. Bizga $\exp_c X$ – $(X, \mathscr{U})$ tekis o‘lchovli fazodagi barcha bo‘sh bo‘lmagan kompakt qism to‘plamlar berilgan bo‘lsin. Ixtiyoriy $\alpha \in \mathscr{U}$ qoplama uchun $K(\alpha) = \{\langle\alpha'\rangle : \alpha' \subseteq \alpha \text{ и } \alpha' - chekli\}$ ni mos qo‘yamiz. Shunga e’tibor beramizki $K(\alpha)$ – $\exp_c X$ to‘plamda qoplama bo’ladi.

$(X, \mathscr{U})$ fazodagi ixtiyoriy γ additiv ochiq qoplama uchun shunday ketma-ketlik $\{\alpha_n\} \subset \mathscr{U}$ topilib

($\mathscr{U}P$) Ixtiyoriy $x \in X$ nuqta uchun shunday $n \in N$ son va $\Gamma \in \gamma$ element topilib, $\alpha_n(x) \subset \Gamma$ o‘rinli bo‘ladi

sharti bajarilsa, u holda $(X, \mathscr{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli parakompakt fazo deyiladi.

Agar $(X, \mathscr{U})$ fazoning ixtiyoriy qoplamasiga lokal chekli ochiq qoplamani ichki chizish mumkin bo‘lsa $(X, \mathscr{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli $R-$ parakompakt fazo deyiladi.

Ta’rif 1.3.2. Agar ixtiyoriy $\alpha \in \mathscr{U}$ qoplama uchun shunday natural n soni topolib har qanday $x, y \in X$ juftlik uchun $\{A_1, A_2, ..., A_k\} \subset \alpha$ zanjirlangan sistemada

$k \le n$ uchun $x \in A_1,\ y \in A_k$ bo‘lsa $(X,\mathscr{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli zanjirlangan deyiladi.

Ta’rif 1.3.3. Agar $(X,\mathscr{U})$ tekis o‘lchovli fazoda har qanday uzluksiz haqiqiy funksiya chegaralangan bo‘lsa $(X,\mathscr{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli psevdokompakt deyiladi.

Agar $\mathscr{U}$ tekis o‘lchovlilikdagi $\mathscr{B}$ baza P xossani qanoatlantiruvchi qoplamalardan iborat bo‘lsa $(X,\mathscr{U})$ tekis o‘lchovli fazo P – oldkompakt deyiladi.

Dissertatsiyaning **“Giperfazoning topologik va kardinal xossalari”** deb nomlanuvchi ikkinchi bobi uchta paragrafdan tashkil topgan. Dissertatsiyaning bu bobida kuchsiz normal funktorlarining kardinal va topologik xossalari tadqiq qilingan, kompakt fazo va uning kuchsiz normal funktori nasliy oldshanin sonini, nasliy kalibrini, nasliy oldkalibrini, nasliy kuchsiz zichligini, nasliy Lindelyof sonini va ekstentini saqlashi o‘rganilgan.

Ikkinchi bobning birinchi paragrafida kovariant funktorlar fazolarining kardinal xossalari tadqiq qilingan.

Dissertatsiya ishidagi giperfazolarga oid natijalar quyidagilarda o‘z aksini topgan.

Teorema 2.1.1. $F : Comp \to Comp$ kuchsiz normal funktor va X kompakt fazo mavjud bo‘lsa, u holda quyidagi tengsizlik o‘rinli:

$$\varphi\big(F(X)\big) \neq \varphi(X),$$

bu yerda $\varphi = \{hk, hpk, hpsh, hwd, hl, he\}$.

Misol 2.1.1. Yevklid fazosi R^n da har qanday kompakt diadik kompakt bo‘ladi.

Misol 2.1.2. P.S.Aleksandrovning “Qo‘sh strelkasi” kompakt to‘plam bo‘ladi, lekin diadik kompakt bo‘lmaydi (agar kompakt X fazo diadik kompakt bo‘lsa, u holda $w(X) = \chi(X)$ tenglik o‘rinli), chunki bu fazo sanoqlilikni birinchi aksiomasini qanoatlantiradi, lekin sanoqli bazaga ega emas.

Teorema 2.1.2. Har qanday X diadik kompakt fazo va har qanday $F : Comp \to Comp$ kuchsiz normal funktor uchun quyidagi tenglik o‘rinli:

$$\varphi\big(F(X)\big) = \varphi(X),$$

bu yerda $\varphi = \{\chi, \psi, t, hd, h\pi w, hsh, hc, s\}$.

Ikkinchi bobning ikkinchi paragrafida giperfazoning final kompakt, sekvensial kompakt, psevdokompakt, ekstremal bog‘lamsiz xossalari tadqiq etilgan.

Misol 2.2.1. P.S.Aleksandrovning “Bir strelkasi” va yevklid fazosi R^n final kompakt fazo bo‘ladi lekin kompakt fazo bo‘lmaydi.

Teorema 2.2.1. X topologik T_1-fazo final kompakt bo‘lishi uchun $\exp_c X$ fazoning final kompakt bo‘lishi zarur va yetarli.

Teorema 2.2.1 dan quyidagi natija kelib chiqadi.

Natija 2.2.1. X topologik T_1-fazo final kompakt bo‘lishi uchun $\exp_n X$ fazoning final kompakt bo‘lishi zarur va yetarli.

Ravshanki, har qanday ekstremal bog‘lamsiz xausdorf fazosi nasliy bog’lamsiz bo’ladi.

Misollar 2.2.2. 1) 2.2.1 misoldagi P.S.Aleksandrovning “Bir strelkasi” ekstremal bog’lamsiz va bog‘lamsiz fazo bo‘ladi.

2) Barcha ratsional sonlar fazosi ekstremal bog‘lamsiz fazo bo’lmaydi lekin bog’lamsiz fazo bo‘ladi.

3) X ixtiyoriy cheksiz to‘plamni va $\tau = \{U : X \setminus U - chekli\ to'plam\} \cup \{\varnothing\}$ oilani qaraylik. τ oila X fazoda topologiyani tashkil qiladi. Bu topologiya X fazo bilan birgalikda Zariskiy fazosi deyiladi. Zariskiy fazosi ekstremal bog‘lamsiz va bog’lamli fazo bo‘ladi.

Teorema 2.2.5. X topologik T_1-fazo ekstremal bog‘lamsiz bo‘ladi faqat va faqat shu holdaki, $\exp X$ fazo ekstremal bog‘lamsiz bo‘lsa.

Teorema 2.2.6. Lokal kompakt X fazo parakompakt bo‘ladi faqat va faqat shu holdaki, $\exp_c X$ fazo parakompakt bo‘lsa.

Natija 2.2.2. Lokal kompakt X fazo parakompakt bo‘ladi faqat va faqat shu holdaki, $\exp_n X$ fazo parakompakt bo‘lsa.

Izoh 2.2.1. Teorema 2.2.6 dagi lokal kompaktlik sharti muximdir.

Misol 2.2.4. Bizga X^* P.S.Aleksandrovning bir strelkasi berilgan bo‘lsin. X^* fazo parakompakt fazo bo‘ladi. Har qanday parakompakt xausdorf fazosi normal fazo bo‘ladi. Demak X^* normal fazo, lekin $X^* \times X^*$ ko‘paytma normal emas. Bundan kelib chiqadiki $X^* \times X^*$ parakompakt bo‘lmaydi, demak $\exp_2 X^*$ ham parakompakt bo‘lmaydi.

Ikkinchi bobning uchinchi paragrafida topologik fazolarga $\exp_n$ funktor ta’sir qilganda σ-fazolar, parakompakt Σ-fazolar, stratifik fazolar, $\aleph$-fazolar, $\aleph_0$-fazolar va yarimstratifik fazolar sinfini saqlashi o‘rganilgan.

Bu paragrafda isbotlangan faktlardan quyidagi asosiy natija kelib chiqadi.

Teorema 2.3.1. X topologik T_1-fazo va $\exp_n X$ fazo berilgan bo‘lsin.

(1) X fazoning stratifik fazo bo‘lishi uchun $\exp_n X$ fazoning stratifik fazo bo‘lishi zarur va yetarli.

(2) X fazoning σ-fazo bo‘lishi uchun $\exp_n X$ fazoning σ-fazo bo‘lishi zarur va yetarli.

(3) X fazoning parakompakt $\sum$-fazo bo‘lishi uchun $\exp_n X$ fazoning parakompakt $\sum$-fazo bo‘lishi zarur va yetarli.

Teorema 2.3.2. X topologik T_2-fazo va $\exp_n X$ fazo berilgan bo‘lsin.

1) X fazoning $\aleph$-fazo bo‘lishi uchun $\exp_n X$ fazoning $\aleph$-fazo bo‘lishi zarur va yetarli.

2) X fazoning $\aleph_0$-fazo bo‘lishi uchun $\exp_n X$ fazoning $\aleph_0$-fazo bo‘lishi zarur va yetarli.

3) X fazoning parakompakt $\aleph$-fazo bo‘lishi uchun $\exp_n X$ fazoning parakompakt $\aleph$-fazo bo‘lishi zarur va yetarli.

Teorema 2.3.3. X fazoning yarimstratifik fazo bo‘lishi uchun $\exp_n X$ fazoning yarimstratifik fazo bo‘lishi zarur va yetarli.

Dissertatsiyaning uchinchi bobi **“Tekis o‘lchovli fazo va giperfazo”** deb nomlanib ikkita paragrafni o‘z ichiga oladi, tekis o‘lchovli fazo va uning giperfazosining tekis o‘lchovli xossalari tadqiq qilingan.

Uchinchi bobning birinchi paragrafida $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ giperfazo oldkompaktlikni, tekis o‘lchovli lokal kompaktlikni, tekis o‘lchovli bog‘lamlilikni, tekis o‘lchovli parakompaktlikni va tekis o‘lchovli R-parakompaktlikni saqlashi o‘rganilgan.

Teorema 3.1.1. Berilgan $(X, \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo oldkompakt bo‘lishi uchun $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazoning oldkompakt bo‘lishi zarur va yetarli.

Teorema 3.1.2. $(X, \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis lokal kompakt bo‘lsin. U holda $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis lokal kompakt bo‘ladi.

Teorema 3.1.3. Berilgan $(X, \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo va $\alpha \in \mathcal{U}$ uchun quyidagi shartlar teng kuchlidir:

(1) Ixtiyoriy $x, y \in X$ nuqtalar uchun shunday $\{A_1, A_2, ..., A_k\} \subset \alpha$ chekli zanjirlangan ketma-ketlik mavjud bo‘lib, $x \in A_1$, $y \in A_k$ ifoda o‘rinli.

(2) Ixtiyoriy $F_1, F_k \in \exp_c X$ to‘plamlar uchun shunday $\{\langle \alpha_1^{'} \rangle, \langle \alpha_2^{'} \rangle, ..., \langle \alpha_k^{'} \rangle\} \subset P(\alpha)$ chekli zanjirlangan sistema mavjud bo‘lib, $F_1 \in \langle \alpha_1^{'} \rangle$ $F_k \in \langle \alpha_k^{'} \rangle$ ifoda o‘rinli.

Natija 3.1.1. $(X, \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli bog‘lamli bo‘lishi uchun $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli bog‘lamli bo‘lishi zarur va yetarli.

Teorema 3.1.4. $(X, \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli parakompakt bo‘lishi uchun $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli parakompakt bo‘lishi zarur va yetarli.

Izoh 3.1.1. Aytaylik X^* – P.S.Aleksandrovning bir strelkasi berilgan bo‘lsin, u holda X^* metrikalashgan fazo bo‘lmaydi. Ravshanki, $\exp_n X^*$ fazo Vietoris topolgiyasi bilan parakompakt fazo bo‘lmaydi. Ammo X^* da $\mathcal{U}$ tekis o‘lchovlilikni kiritish mumkinki, $(\exp X^*, \exp \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli parakompakt fazo bo‘ladi.

Teorema 3.1.5. $(X, \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli R-parakompakt bo‘lishi uchun $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli R-parakompakt bo‘lishi zarur va yetarli.

Uchinchi bob ikkinchi paragrafida $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ giperfazo tekis o‘lchovli zanjirlanganlikni, tekis o‘lchovli psevdokompaktlikni va tekis o‘lchovli P-oldkompaktlikni saqlashi o‘rganilgan.

Quyidagi keltirilgan teorema E.Maykl teoremasini analogi.

Teorema 3.2.1. Agar $(X,\mathcal{U})$ tekis fazo va $\alpha \in \mathcal{U}$ qoplama $(X,\mathcal{U})$ fazodagi qoplama bo‘lsa, u holda quyidagi tenglik o‘rinli:

$$[\langle \alpha' \rangle] = \langle [\alpha'] \rangle,$$

bu yerda $\langle \alpha' \rangle \in P(\alpha)$ va $P(\alpha) \in \exp_c \mathcal{U}$.

Teorema 3.2.2. $(X,\mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli zanjirlangan bo‘lishi uchun $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli zanjirlangan bo‘lishi zarur va yetarli.

Teorema 3.2.3. $(X,\mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli psevdokompakt bo‘lishi uchun $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli psevdokompakt bo‘lishi zarur va yetarli.

Teorema 3.2.4. $(X,\mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli P-oldkompakt bo‘lishi uchun $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo tekis o‘lchovli P-oldkompakt bo‘lishi zarur va yetarli,

bu yerda P-tekis o‘lchovli fazoning tekis o‘lchovli nuqtali chekli xossali qoplamasi.

XULOSA

Ushbu dissertatsiya chekli darajali kovariant funktorlarning kardinal va topologik xossalarini o‘rganishga bag‘ishlangan. Dissertatsiyada asosiy natijalar quyidagilardan iborat:

- kuchsiz normal funktor kompakt fazolarni nasliy oldshanin sonini, nasliy kalibrini, nasliy oldkalibrini, nasliy kuchsiz zichligini, nasliy Lindelyof sonini va nasliy ekstentini saqlamasligi isbotlangan;

- diadik kompakt fazo va kuchsiz normal funktor uchun xarakter, psevdoxarakter, tesnota, nasliy Suslin soni, nasliy zichlig, nasliy π-salmog‘, nasliy Shanin soni va spred teng ekanligi isbotlangan;

- $\exp_c$ funktor final kompaktlikni saqlashi, $\exp_n$ funktor sekvensial kompaktlikni va psevdokompaktlikni saqlashi hamda $\exp$ funktor kuchli nolo‘lchovlilikni va ekstremal bog‘lamsizlikni saqlashi isbotlangan;

- $\exp_n$ funktor stratifiklik va yarim-stratifiklikni saqlashi, σ-fazoni σ-fazoga, parakompakt $\sum$-fazoni parakompakt $\sum$-fazoga, $\aleph$-fazoni $\aleph$-fazoga va $\aleph_0$-fazoni $\aleph_0$-fazoga o‘tkazishi isbotlangan;

- $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli giperfazo oldkompaktlikni, tekis lokal kompaktlikni, tekis bog‘lamlilikni, tekis R-parakompaktlikni, tekis zanjirlanganlikni va tekis P-oldkompaktlikni saqlashi ko‘rsatilgan hamda $(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U})$ tekis o‘lchovli fazo uchun $[\langle \alpha' \rangle] = \langle [\alpha'] \rangle$ tenglik o‘rinli bo‘lishi isbotlangan.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

САФАРОВА ДИЛНОРА ТЕШАБОЕВНА

КАРДИНАЛЬНЫЕ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОВАРИАНТНЫХ ФУНКТОРОВ КОНЕЧНОЙ СТЕПЕНИ

01.01.04 – Геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Ташкент-2023

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2018.4.PhD/FM291.

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана им. Мирзо Улугбека.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://ik-fizmat.nuu.uz/) и на Информационнообразовательном портале «Ziyonet» (http://www.ziyonet.uz/).

Научный руководитель: **Бешимов Рузиназар Бебутович**
доктор физико-матемтических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Заитов Адилбек Атаханович**
доктор физико-математических наук, профессор

Рахимов Абдугафур Абдумаджидович
доктор физико-математических наук, профессор

Ведущая организация: **Ташкентский государственный педагогический университет имени Низами**

Защита диссертации состоится «04» 01 2024 года в 14^00 на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4 Тел.: (+998 71) 227 12 24, факс: (+998 71) 246 53 21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за № 191) (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4.Тел.: (+998 71) 246 02 24).

Автореферат диссертации разослан «21» 12 2023 года.
(протокол рассылки № 1 от «21» 12 2023 года).

А.Садуллаев
Председатель научного
совета по присуждению ученых
степеней, д.ф.-м.н., академик

Р.М.Жураев
Ученый секретарь научного
совета по присуждению ученых
степеней, д.ф.ф.-м.н. (PhD)

А.Я.Нарманов
Председатель научного семинара
при Научном совете
по присуждению ученых степеней,
д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Множество научных и практических исследований на мировом уровне, в большинстве случаев, сводится к исследованию задач теории ковариантных функторов конечной степени. Оценка кардинальных инвариантов слабо нормальных функторов является объектом исследований в таких областях, как функциональный анализ, геометрия и топология. Сравнение кардинальных чисел ковариантных функторов конечной степени с кардинальными инвариантами при определении условий равенства кардинальных чисел топологических пространств, служит основой для вычисления кардинальных чисел заданного пространства. В связи с этим сравнение и изучение кардинальных и топологических свойств гиперпространства конечной степени является одной из важнейших задач исследований гиперпространств, алгебраической топологии, теории кардинальных инвариантов. Кроме того, поскольку теория вероятностей и математическая статистика имеют собственную интерпретацию при созданиии различных моделей, полученные в этом направлении результаты имеют как теоретическую, так и практическую значимость, и считаются актуальными решениями задач в одной из важнейших областей современной математики.

На сегодняшний день, в мире, одной из актуальных проблем современной топологии является исследование проблем общей топологии, теории слабо нормальных функторов, сравнение кардинальных инвариантов гиперпространств. Основные представляет исследование кардиналов, плотность, вес, характер, слабая плотность, число Шанина, число предшанина, число линделефа, экстент гиперпространства. С этим сравнение кардиналов данного пространства и его гиперпространства, нахождение условий равенства кардинальных инвариантов и, более того, вопрос о «равномерной» структуре гиперпространств являются целевыми научными исследованиями.

В нашей стране было уделено особое внимание актуальным аспектам геометрии и топологии, которые имеют научные и практические применения в фундаментальных науках. Особие внимание уделяется изучению теории кардинальных инвариантов и теории функторов в топологических пространствах. Значительные результаты были получены в задачах соранения топологических, геометрических и кардинальных свойств ковариантных функторов конечной степени. Проведение научных исследований на международном уровне по важным направлениям специальности «Функциональный анализ, геометрия и топология» рассматривается как основная задача фундаментальных исследований[1]. В связи с этим, сравнение кардиналов гиперпространств и нахождение условий

[1] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан»

для равенства кардинальных инвариантов являются целевыми научными исследованиями.

Тема и объекты исследования настоящей диссертации и изученные проблемы по теме служат реализацию задач, отмеченных в Указах Президента Республики Узбекистана № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», № УП-2789 от 17 февраля 2017 года «О дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно исследовательской деятельности» и ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института Математики имени В.И.Романовского Академии наук Республики Узбекистан», а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области деятельности.

Соответствие исследования с приоритетными направлениями развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Исследование ковариантных функторов конечной степени в категории топологических пространств с непрерывными отображениями в качестве морфизмов началось с момента возникновения топологии как отдельной области математики. Если рассмотреть функторы в категории компактных пространств и их непрерывных отображений, то классическим примером является функтор взятия экспоненты, появление которого связано с именами Ф.Хаусдорфа и Л.Вьеториса. В работах Е.В.Щепина построена далеко продвинутая очень содержательная общая теории ковариантных функторов. Он выделил ряд естественных и широких свойств функтора, а также дал определение нормального функтора.

Понятие гиперпространства впервые ввел Л.Вьеторис. В работе В.В.Федорчука показано, что $\exp$ является нормальным функтором в категории компактов и их непрерывных отображений. Исследование тпологических свойств топологического пространства и его гиперпространства были раскрыты в работах многих ученых, в том числе Т.Радул, Т.Мизоками, С.Тодорчевича, С.Р.Боргеса, Э.Майкла, В.В.Федорчука, А.В.Иванова, М.М.Заричного, В.Н.Басманова, А.П.Комбарова и К.Нагами. Топологические свойства гиперпространства широко изучались в работах Т. Мизоками, который показал, что эти свойства не сохраняются при воздействии пространства Лашнева, L-пространства, паракомпактного пространства, M-пространства, счетного компакта и d-паракомпакта. В работе Э.Майкл доказал, что функтор $\exp$ сохраняет плотность, компактность, локальную компактность пространств. В.В.Федорчук, Ю.В.Садовничий устоновили, что функтор вероятностных мер с компактным носителем сохраняет предкомпактность и вполне ограниченность равномерных пространств. А.А.Борубаев и Д.Т.Эшкобилова доказали, что функтор идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем сохраняет открытое отображение, вес, индекс полноты, предкомпактность, равномерное непрерывное отображение и локальную компактность равномерных пространств. В работе Ш.А.Аюпова, Т.Ф.Жураева рассмотрены геометрические свойства пространств при действии подфунктора P_f функтора P вероятностных мер. А.А.Заитов и Д.И.Жумаев устанавили, что пространство $\exp_\beta X$ компактных подмножеств тихоновского пространства X Π-полно тогда и только тогда, когда X Π-полно. А также они доказали, что тихоновское отображение $\exp_\beta f : \exp_\beta X \to \exp_\beta Y$ Π-полно тогда и только тогда, когда заданное отоюражение $f : X \to Y$ Π-полно. Р.Б.Бешимовым было доказано, что функтор $\exp$ сохраняет слабую плотность, π-вес, π-характер, калибр, прекалибр, число Шанина и число предшанина для любого бесконечного T_1-пространства.

Отметим, что в тоже время кардинальные инварианты ковариантных функторов конечной степени до настоящей работы систематически не изучались.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждений высшего образовани, где выполняласьдиссертация. Исследование выполнено в соответствии с планом научного исследования ФА-Ф4-27 «Исследование топологических и кардинальных свойств некоторых ковариантных функторов, действующих на категориях топологических пространств», Ташкентского государственного педагогического университета имени Низами (2012-2016 гг.) и ОТ-Ф4-42 «Топологические и кардинальные свойства полу аддитивно τ-малых Радоновых функциональных пространств», Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека (2017-2020 гг.).

Целью исследования является исследование кардинальных, топологических и равномерных свойств ковариантных функторов конечной степени.

Задачи исследования:

исследовать, в каких топологических пространствах слабо нормальный функтор не сохраняет наследственные свойства;

исследовать сохранение кардинальных свойств диадических компактных пространств при действии на них слабо нормального функтора;

построить пример того, что функтор $\exp$ не сохраняет финальную компактность и проверить то, что функтор $\exp_c$ сохраняет финальную компактность;

исследовать сохранение топологических свойств секвенциальной компактности, псевдокомпактности, экстремальной несвязности пространств при действии на них функтора $\exp$;

исследовать сохранение свойства стратифицируемости, полу стратифицируемости, σ-пространств, паракомпактное Σ-пространств, $\aleph$-пространств, $\aleph_0$-пространств ковариантных функторов конечной степени;

описать равномерные свойства ковариантных функторов;

изучение сохранения равномерной паракомпактности и равномерной R-паракомпактности пространства при его переходе в гиперпространство;

доказать сохранение равномерной локально компактности, предкомпактности, равномерной P-предкомпактности пространств при действии экспоненциального функтора.

Объект исследования: ковариантные функторы конечной степени, гиперпространство, обобщенные метрические пространства, равномерные пространства, равномерная паракомпактность, равномерная связность и кардинальные инварианты топологических пространств.

Предмет исследования: кардинальные и топологические свойства ковариантных функторов конечной степени, действие гиперпространств на равномерном пространстве.

Методы исследования: В работе используются методы, относящиеся к общей теории топологии, теории ковариантных функторов, а также к топологическим и кардинальным свойствам ковариантных функторов конечной степени. Применяются также методы теории меожеств, теории равномерных пространств, а также методы решения задая общей топологии.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

доказано, что слабо нормальный функтор не сохраняет наследственное число предшанина, наследственный калибр, наследственный прекалибр, наследственную слабую плотность, наследственное число Линделефа и наследственный экстент компактных пространств;

доказано, что для диадического компактного пространства и слабо нормального функтора характер, псевдохарактер, теснота, наследственное число Суслина, наследственная плотность, наследственный π-вес, наследственное число Шанина и спред равны между собой;

доказано, что функтор $\exp_c$ сохраняет финальную компактность, функтор $\exp_n$ сохраняет секвенциальную компактность и псевдокомпактность, а также доказано, что функтор $\exp$ сохраняет сильную нульмерность и экстремальную несвязность;

доказано, что функтор $\exp_n$ сохраняет стратифицируемость и полустратифицируемость топологических пространств; переводит σ-пространство в σ-пространство, паракомпактное Σ-пространство в паракомпактное Σ-пространство, $\aleph$-пространство в $\aleph$-пространство и $\aleph_0$-пространство в $\aleph_0$-пространство;

доказано, что равномерное гиперпространство $\left(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U}\right)$ сохраняет предкомпактность, равномерную локально компактность, равномерную связность, равномерную R-паракомпактность, равномерную сцепленность и равномерную P-предкомпактность, а также доказано, что для равномерного гиперпространства $(\exp_c X, \exp_c \mathscr{U})$ верно следующее равенство: $\left[\langle\alpha'\rangle\right]=\langle[\alpha']\rangle$.

Практические результаты исследования: результаты изучения кардинальных и топологических свойств ковариантных функторов конечной степени имеют приложения при решении задач комбинаторной топологии и теории ковариантных функторов.

Достоверность результатов исследования: обоснована применением методов общей топологии, теории множеств, теории функторов и теории кардинальных инвариантов, а также ведением строгих математических рассуждений.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научную значимость результатов исследования носят доказательства сохранения кардинальных инвариантов, таких как плотность, вес, характер, псевдохарактер, теснота, слабая плотность и калибр в гиперпространства.

Практическая значимость данной работы заключается в том, что изучение топологических и кардинальных свойств гиперпространства дает возможность использования методов олгебры к изучению топологических пространств различных типов.

Внедрение результатов исслндования. Результаты диссертационного исследования по топологическим и равномерным пространствам ковариантных функторов конечной степени были использованы в следующих научно исследовательских проектах:

Результаты работы, касающиеся финально компактности и экстремально несвязности гиперпространства, сохранения некоторых кардинальных свойств при воздействии слабо нормального функтора, были использованы при изучении геометрии орбиты векторных полей в фундаментальном грантовом проекте «Развитие геометрических и аналитических методов в задачах теории управления и дифференциальных играх» Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека (Справка № 04/11-5432 Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека от 9 сентября 2023 года). Полученные результаты, такие как: сохранение равномерной предкомпактности, равномерной паракомпактности и равномерной R-паракомпактности при действии функтора $\exp$ даёт возможность для изучения топологических свойств орбит векторных полей, в частности, исследовать замкнутость орбиты семейства векторных полей на римановых многообразиях.

Результаты, опубликованные в журнале «Lobachevskii Journal of Mathematics», состоящим в базе Scopus, в статье «Some topological properties of a functor of finite degree» использованы в работах авторов научных статей с приведением ссылок согласно требованиям указанным в 7-пункте 2-главы в «Методических указаниях по оценке прикладного внедрения научных результатов диссертационных работ» утвержденным постановлением ВАК №214/09 от 20 марта 2015 года, указанных в справке (Справка № 04/11-5437 Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека от 9 сентября 2023 года). Применение полученных результатов дает возможность сохранения N_{ω}^{d}, N_{τ}^{φ}, N_{c}-ядрами топологических пространств плотности, веса, числа Суслина и π-веса при сохранении функторами $\exp, \exp_n, \exp_\omega$ финальной компактности, псевдокомпактности, экстремальной несвязанности и $\aleph$-пространства.

Апробация результатов исследования. Содержание основных результатов диссертации было обсуждено на 15 международных и 12 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме исследования опубликовано 32 научных работ, среди них 5 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертации на степень доктора философии по физико-математическим наукам, из них 2 опубликованы в зарубежных научных изданиях и 3 в республиканских научных журналах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 93 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации, названная **«Некоторые кардинальные инварианты в общей топологии и теории слабо нормальных функторов»**, состоит из трёх параграфов. В этой главе диссертации приведены необходимые понятия и факты для изложения работы. Даны определения следующих кардиналов: сетевой вес, сетевой π-вес, вес, π-вес, плотность, слабая плотность, характер, π-характер, число Суслина, калибр, прекалибр, спред, теснота, экстент, число Шанина и число предшанина. А также приведены определения гиперпространств, категории, нормального функтора в смысле Щепина.

Топологическое пространство X называется финально компактным если из всякого открытого покрытия пространства X можно выделить счетное подпокрытие.

Топологическое пространство X называется экстремально несвязным, если для каждого открытого множества $U \subset X$ замыкание $[U]$ открыто в X.

Семейство подмножеств $\{A_s : s \in S\}$ пространства X называется локально конечным, когда для всякой точки $x \in X$ найдётся такая окрестность U, что множество $\{s \in S : U \cap A_s \neq \varnothing\}$ конечно.

Топологическое пространство X называется паракомпактным, если в всякое его открытое покрытие можно вписать локально конечное открытое покрытие.

Определение 1.1.1. Топологическое пространство X называется σ-пространством, если оно имеет σ-локально конечную сеть.

Определение 1.1.4. Семейство $\mathscr{F}$ подмножеств пространства X называется k-сетью, если для всякого компактного множества K и открытого множества U содержащего множество K, существует конечное подсемейство $\mathscr{F}' \subset \mathscr{F}$ такое, что $K \subset \bigcup \mathscr{F}' \subset U$. Регулярное пространство с σ-локально конечной (счетной) k-сетью называется $\aleph$-пространством ($\aleph_0$-пространством).

Компакт X называется диадическим, если он является непрерывным образом канторова куба D^m при некотором $m \geq \aleph_0$.

Во втором параграфе этой главы приведены определения категории, нормального функтора в смысле Щепина, функтор $\exp$.

Пусть $\xi = (\theta, \mathrm{M})$ и $\xi' = (\theta', \mathrm{M}')$ – две категории. Отображение $F : \xi \to \xi'$, переводящее объекты в объекты, а морфизмы в морфизмы, называется ковариантным функтором из категории ξ в категорию ξ', если выполняются условия:

1) для любого морфизма $f : X \to Y$ из категории ξ морфизм $F(f)$ действует из $F(X)$ в $F(Y)$.

2) $F(id_X) = id_{F(X)}$ для всякого $X \in \theta$.

3) $F(f \circ g) = F(f) \circ F(g)$.

Пусть $F : Comp \to Comp$ – ковариантный функтор.

Ковариантный функтор F называется непрерывным, если для всякого обратного спектра $S = \left\{X_\alpha, \pi_\alpha^\beta, A\right\}$ определен обратный спектр $F(S) = \left\{F(X_\alpha), F\left(\pi_\alpha^\beta\right), A\right\}$, и предел $\pi : F(\lim S) \to \lim F(S)$ отображений $F(\pi_\alpha) : F(\lim S) \to F(X_\alpha)$, где $\pi_\alpha : \lim S \to X_\alpha$ – сквозные проекции, является гомеоморфизмом.

Ковариантный функтор F называется сохраняющим вес, если $w(F(X)) = w(X)$ для всякого бесконечного компакта X.

Ковариантный функтор F называется мономорфным, если для каждого вложения i компакта X в компакт Y отображение $F(i) : F(X) \to F(Y)$ также является вложением. Из условия мономорфности функтора F следует, что $F(A)$ является подпространством пространства $F(X)$, когда $A \subset X$. Отождествление $F(A)$ в подпространство $F(X)$ осуществляется вложением $F(i) : F(X) \to F(Y)$, где $i : X \to Y$ – тождественное вложение.

Ковариантный функтор F называется эпиморфным, если он сохраняет сюръективность отображений компактов.

Ковариантный функтор F называется сохраняющим пересечения, если для любого семейства $\{B_\alpha : \alpha \in A\}$ замкнутых подмножеств произвольного компакта имеет место равенство:

$$F\left(\bigcap_{\alpha\in A} B_\alpha\right) = \bigcap_{\alpha\in A} F(B_\alpha).$$

Ковариантный функтор $F : Comp \to Comp$ называется нормальным, если он непрерывен, сохраняет вес, пересечения и прообразы, мономорфен и эпиморфен, переводит пустое множество в пустое, а одноточечное в одноточечное.

Ковариантный функтор $F : Comp \to Comp$ называется слабо нормальным, если он удовлетворяет всем условиям нормальности кроме сохранения прообразов.

Пусть X – топологическое T_1-пространство. Множество всех непустых замкнутых подмножеств топологического пространства X обозначим через $\exp X$. Семейство всех множеств следующего вида

$$O\langle U_1, U_2, ..., U_n\rangle = \left\{F : F \in \exp X,\ F \subset \bigcup_{i=1}^{n} U_i,\ F \cap U_i \neq \varnothing,\ i = 1, 2, ..., n\right\},$$

где $U_1, U_2, ..., U_n$ – непустые открытые подмножества пространства X, порождает топологию на множестве $\exp X$. Эта топология называется топологией Вьеториса. Множество $\exp X$ с топологией Вьеториса называется экспоненциальным пространством или гиперпространством пространства X.

Пусть X – топологическое пространство. Обозначим через $\exp_n X$ множество всех непустых замкнутых подмножеств пространства X мощности, не превосходящей натурального числа n, т.е.

$\exp_n X = \{F \in \exp X : |F| \leq n\}$.

Положим $\exp_\omega X = \bigcup \{\exp_n X : n \in N\}$, $\exp_c X = \{F \in \exp X : F - компакт\}$.

Легко видеть, что $\exp_n X \subset \exp_\omega X \subset \exp_c X \subset \exp X$ для любого топологического пространства X.

Предложение 1.2.3. Пусть X есть T_1-пространство. Каждой точке $(x_1, ..., x_n) \in X^n$ сопоставим точку $\{x_1, ..., x_n\} \in \exp_n X$. Тогда получаем непрерывное сюръективное отображение:

$$\pi_{n,X} = \pi_n : X^n \to \exp_n X.$$

Теорема 1.2.1. Пусть X – бесконечное T_1-пространство и $U_1, U_2, ..., U_n$ – произвольные непустые открытые множества в X. Тогда верно следующее равенство

$$[O\langle U_1, U_2, ..., U_n\rangle] = O\langle [U_1], [U_2], ..., [U_n]\rangle.$$

Рассмотрим полуинтервал $[0,1)$ числовой прямой. Введем в $[0,1)$ следующую топологию: все полуинтервалы $[\alpha,\beta)$, $0 \le \alpha < 1$, $0 < \beta \le 1$, образуют базу топологии. Полученное топологическое пространство обозначим через X^*. Топологическое пространство X^* называется «одной стрелкой» П.С.Александрова.

Рассмотрим два полуинтервала $X = [0,1)$, $X^{'} = (0,1]$ на различных параллельных прямых, расположенные друг под другом. Множество всех точек этих двух полуинтервалов обозначим через X^{**}. Базу топологии, определённой в X^{**}, составляют всевозможные множества вида $U_1 = [\alpha,\beta) \cup (\alpha',\beta')$, $U_2 = (\alpha,\beta) \cup (\alpha',\beta']$, здесь $[\alpha,\beta)$ – полуинтервал в X, а (α',β') – проекция интервала (α,β) на $X^{'}$; $(\alpha',\beta']$ – полуинтервал в $X^{'}$, а (α,β) – проекция интервала (α',β') в X. Топологическое пространства X^{**} называется «двумя стрелками» П.С.Александрова.

В третьем параграфе этой главы приведены понятия вес, равномерная паракомпактность и равномерная R-паракомпактность равномерного пространства.

Определение 1.3.1. Семейство $\mathcal{U}$ покрытий непустого множества X называется равномерностью на X, если выполняются следующие условия:

(Р1) Если покрытие α содержится в $\mathcal{U}$ и покрытие α вписано в некоторое покрытие β множества X, то β.также содержится в $\mathcal{U}$.

(Р2) Для всяких двух покрытий $\alpha_1 \in \mathcal{U}$, $\alpha_2 \in \mathcal{U}$ существует такое покрытие $\alpha \in \mathcal{U}$, которое вписано и в α_1, и в α_2.

(Р3) Для произвольного покрытия $\alpha \in \mathcal{U}$ существует покрытие $\beta \in \mathcal{U}$, которое сильно звездно вписанно в α.

(Р4) Для всякой пары x, y различных точек X найдётся такое $\alpha \in \mathcal{U}$, что ни один элемент α не содержит одновременно x и y.

Семейство $\mathcal{U}$ удовлетворяющее условиям (Р1) - (Р3) на множестве X, называется псевдоравномерностью на X; а пара $(X,\mathcal{U})$– псевдоравномерным пространством.

Семейство $\mathcal{U}$ удовлетворяющее условиям (Р1) - (Р4) на множестве X, называется равномерностью на X; а пара $(X,\mathcal{U})$– равномерным пространством.

Семейство $\mathcal{B} \subset \mathcal{U}$ называется базой равномерности $\mathcal{U}$, если для любого $\alpha \in \mathcal{U}$ существует $\beta \in \mathcal{B}$ такое, что β вписано в α. Легко видеть, что равномерность может обладать многими базами. Наименьшее кардинальное число, являющееся мощностью какой-либо базы равномерности $\mathcal{U}$, называется её весом и обозначается через $w(\mathcal{U})$.

Предложение 1.3.1. Семейство $\mathcal{B}$ покрытий множества X является базой равномерности $\mathcal{U}$ на X в том и только том случае, если выполняются следующие условия:

(B1) Для всякой пары покрытий $\beta_1, \beta_2 \in \mathscr{B}$ найдётся такое $\beta \in \mathscr{B}$, которое вписано в β_1 и в β_2.

(B2) Для любого покрытия $\beta \in \mathscr{B}$ найдётся такое покрытие $\gamma \in \mathscr{B}$, сильно звездно вписанное в β.

(B3) $\cap\{\beta(x): \beta \in \mathscr{B}\} = \{x\}$ для всякой точки $x \in X$.

Предложение 1.3.2. Для любой равномерности $\mathscr{U}$ на X семейство $\tau_{\mathscr{U}} = \{O \subset X:$ для каждого $x \in O$ существует такое $\alpha \in \mathscr{U}$, что $\alpha(x) \subset O\}$ есть топология на X и топологическое пространство $(X, \tau_{\mathscr{U}})$ есть T_1-пространство. Топология $\tau_{\mathscr{U}}$ называется топологией, порожденной или индуцированной равномерностью $\mathscr{U}$.

Пусть $(X, \mathscr{U})$ – равномерное пространство, а $\exp X$ – множество всех непустых замкнутых подмножеств пространства $(X, \tau_{\mathscr{U}})$. Для каждого $\alpha \in \mathscr{U}$ положим $P(\alpha) = \{\langle\alpha'\rangle : \alpha' \subseteq \alpha\}$, где $\langle\alpha'\rangle = \{F \in \exp X : F \subseteq \cup\alpha'\}$ и $F \cap A \neq \varnothing$ для каждого $A \in \alpha'$.

Предложение 1.3.3. Если $\mathscr{B}$ есть база равномерного пространства $(X, \mathscr{U})$, то $P(\mathscr{B}) = \{P(\alpha) : \alpha \in \mathscr{B}\}$ образует базу некоторой равномерности $\exp\mathscr{U}$ на $\exp X$.

Замечание 1.3.1. Пусть $\exp_c X$ – множество всех непустых компактных подмножеств равномерного пространства $(X, \mathscr{U})$. Для всякого $\alpha \in \mathscr{U}$ обозначим $K(\alpha) = \{\langle\alpha'\rangle : \alpha' \subseteq \alpha \text{ и } \alpha' - \text{конечно}\}$. Заметим, что $K(\alpha)$ – покрытие множества $\exp_c X$.

Равномерное пространство $(X, \mathscr{U})$ называется равномерно паракомпактным, если для любого аддитивного открытого покрытия γ пространства $(X, \mathscr{U})$ существует такая последовательность $\{\alpha_n\} \subset \mathscr{U}$, что выполняется следующее условие:

$(\mathscr{U}P)$. Для любой точки $x \in X$ найдётся номер $n \in N$ и элемент $\Gamma \in \gamma$ такой, что $\alpha_n(x) \subset \Gamma$.

Равномерное пространство $(X, \mathscr{U})$ называется равномерно R-паракомпактным, если в любое его открытое покрытие можно вписать равномерно локально конечное открытое покрытие.

Определение 1.3.2. Равномерное пространство $(X, \mathscr{U})$ называется равномерно сцепленным, если для любого покрытия $\alpha \in \mathscr{U}$ существует такое натуральное число n, что ко всякой паре $x, y \in X$ можно подобрать такую сцепленную последовательность $\{A_1, A_2, ..., A_k\} \subset \alpha$, что $k \le n$, $x \in A_1$, $y \in A_k$.

Определение 1.3.3. Равномерное пространство $(X, \mathscr{U})$ называется равномерно псевдокомпактным, если всякая равномерно непрерывная вещественная функция на $(X, \mathscr{U})$ ограничена.

Равномерное пространство $(X, \mathscr{U})$ называется P-предкомпактным, если равномерность $\mathscr{U}$ имеет базу $\mathscr{B}$, состоящую из покрытий со свойством P.

Вторая глава диссертации, названная **«Кардинальные и топологические свойства гиперпространства»,** состоит из трёх параграфов. В этой главе диссертации исследованы кардинальные и топологическое свойства слабо нормального функтора, изучено компактные пространства и слабо нормальный функтор сохраняет наследственное число предшанина, наследственный калибр, наследственный прекалибр, наследственная слабая плотность, наследственное число Линделефа и наследственный экстент.

В первом параграфе второй главы исследованы кардинальные свойства слабо нормального функтора.

Основные результаты диссертации, относящиеся гиперпространствам, состоят из следующих утверждений.

Теорема 2.1.1. Существуют слабо нормальный функтор $F: Comp \to Comp$ и компакт X такой, что имеет место неравенство:

$$\varphi\big(F(X)\big) \neq \varphi(X), \text{ где } \varphi = \{hk, hpk, hpsh, hwd, hl, he\}.$$

Пример 2.1.1. В евклидовом пространстве R^n всякий компакт является диадическим компактом.

Пример 2.1.2. «Две стрелки» П.С.Александрова является компактом но, не является диадическим компактом, (если компакт X диадичен, то $w(X) = \chi(X)$) так как она удовлетворяет первой аксиоме счетности, но не имеет счетную базу.

Теорема 2.1.2. Для любого диадического компакта X и любого слабо нормального функтора $F: Comp \to Comp$ имеют место следующие равенства:

$$\varphi\big(F(X)\big) = \varphi(X), \text{ где } \varphi = \{\chi, \psi, t, hd, h\pi w, hsh, hc, s\}.$$

Во втором параграфе второй главы исследуется финальная компактность, секвенциальная компактность, псевдокомпактность, экстремальная несвязность гиперпространства.

Пример 2.2.1. «Одна стрелка» П.С.Александрова и числовая прямая являются финально компактными, но не компактны.

Теорема 2.2.1. Топологическое T_1-пространство X финально компактно тогда и только тогда, когда пространство $\exp_n X$ финально компактно.

Из теоремы 2.2.1 получим

Следствие 2.2.1. Топологическое T_1-пространство X финально компактно тогда и только тогда, когда пространства $\exp_n X$ финально компактно.

Ясно, что каждое экстремально несвязное хаусдорфово пространство наследственно несвязно.

Примеры 2.2.2. 1) «Одна стрелка» П.С.Александрова из примера 2.2.1 экстремально несвязна и несвязна.

2) Пространство всех рациональных чисел не экстремально несвязно и не связно.

3) Рассмотрим произвольное бесконечное множество X и семейство

$\tau = \{U : X \setminus U - \textit{конечное множество}\} \cup \{\varnothing\}$. Семейство τ задает в X топологию. Пространство X с этой топологией называется пространством Зарисского. Пространство Зарисского экстремально несвяно и связно.

Теорема 2.2.5. Пусть X экстремально несвязно, тогда и только тогда, когда пространство $\exp X$ экстремально несвязно.

Теорема 2.2.6. Локально компактное пространство X паракомпактно тогда и только тогда, когда $\exp_c X$ паракомпактно.

Следствие 2.2.2. Локально компактное пространство X паракомпактно тогда и только тогда, когда пространство $\exp_n X$ паракомпактно.

Замечание 2.2.1. В теореме 2.2.6 условие локальной компактности пространства X существенно.

Пример 2.2.4. Пусть X^* – одна стрелка П.С. Александрова. Пространство X^* есть паракомпактное пространство. Каждое паракомпактное хаусдорфово пространство нормально. Значит X^* нормально, но произведение $X^* \times X^*$ не нормально. Отсюда следует, что $X^* \times X^*$ не является паракомпактом, так как $\exp_2 X^*$ не паракомпакт.

В третьем параграфе второй главы изучается функтор $\exp_n$ сохраняющий класс σ-пространств, паракомпактных Σ-пространств, стратифицируемых пространств, $\aleph$-пространств, $\aleph_0$-пространств и полустратифицируемых пространств.

Из установленных в этом параграфе результатов вытекает основной результат параграфа:

Теорема 2.3.1. Пусть X есть T_1-пространство и пространство $\exp_n X$.

(1) Пространство X стратифицируемо тогда и только тогда, когда пространство $\exp_n X$ также стратифицируемо.

(2) Пространство X является σ-пространством тогда и только тогда, когда $\exp_n X$ является σ-пространством.

(3) Если X есть паракомпактное Σ-пространство, то $\exp_n X$ также является паракомпактное Σ-пространство.

Теорема 2.3.2. Пусть X есть T_2-пространство и пространство $\exp_n X$.

1) Пространство X является $\aleph$-пространством тогда и только тогда, когда $\exp_n X$ является $\aleph$-пространством.

2) Пространство X является $\aleph_0$-пространством тогда и только тогда, когда $\exp_n X$ является $\aleph_0$-пространством.

3) Пространство X является паракомпактным $\aleph$-пространством тогда и только тогда, когда $\exp_n X$ является паракомпактным $\aleph$-пространством.

Теорема 2.3.3. Пространство X полустратифицируемо тогда и только тогда, когда пространство $\exp_n X$ также полустратифицируемо.

В третьей главе диссертации, названной **«Равномерное пространство и гиперпространства»,** состоящей из двух параграфов, исследованы равномерные свойства равномерного пространства и его гиперпространства.

В первом параграфе третьей главе изучается сохранение равномерным гиперпространством $\left(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U}\right)$ предкомпактности, равномерной локальной компактности, равномерной связности, равномерной паракомпактности и равномерной R-паракомпактности.

Теорема 3.1.1. Равномерное пространство $(X, \mathcal{U})$ предкомпактно тогда и только тогда, когда равномерное пространство $\left(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U}\right)$ предкомпактно.

Теорема 3.1.2. Пусть равномерное пространство $(X, \mathcal{U})$ равномерно локально компактно. Тогда равномерное пространство $\left(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U}\right)$ равномерно локально компактно.

Теорема 3.1.3. Для равномерного пространства $(X, \mathcal{U})$ и $\alpha \in \mathcal{U}$ следующие условия равносильны:

(1) Для любых различных точек $x, y \in X$ найдется такая конечная сцепленная последовательность $\{A_1, A_2, ..., A_k\} \subset \alpha$, что $x \in A_1,\ y \in A_k$.

(2) Для любых множеств $F_1, F_k \in \exp_c X$ найдется такая конечная сцепленная последовательность $\left\{\langle\alpha_1^{'}\rangle, \langle\alpha_2^{'}\rangle, ..., \langle\alpha_k^{'}\rangle\right\} \subset P(\alpha)$, что $F_1 \in \langle\alpha_1^{'}\rangle$, $F_k \in \langle\alpha_k^{'}\rangle$

Следствие 3.1.1. Равномерное пространство $(X, \mathcal{U})$ равномерно связно тогда и только тогда, когда равномерное пространство $\left(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U}\right)$ равномерно связно.

Теорема 3.1.4. Равномерное пространство $(X, \mathcal{U})$ равномерно паракомпактно тогда и только тогда, когда равномерное пространство $\left(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U}\right)$ равномерно паракомпактно.

Замечание 3.1.1. Пусть X^* – одна стрелка П.С.Александрова, тогда X^* – является неметризуемым пространством. Известно, что $\exp_n X^*$ с топологией Виеториса не является паракомпактным пространством. Но в X^* – можно ввести такую равномерность $\mathcal{U}$, что $\left(\exp X^*, \exp \mathcal{U}\right)$ является равномерно паракомпактным пространством.

Теорема 3.1.5. Равномерное пространство $(X, \mathcal{U})$ равномерно R-паракомпактно тогда и только тогда, когда равномерное пространство $\left(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U}\right)$ равномерно R-паракомпактно.

Во втором параграфе третьей главе изучается сохранение равномерным гиперпространством $\left(\exp_c X, \exp_c \mathcal{U}\right)$ равномерной сцепленности равномерной псевдокомпактности и P-предкомпактности.

Следующая теорема является аналогом теоремы Э.Майкла.

Теорема 3.2.1. Если $(X, \mathcal{U})$ – равномерное пространство и $\alpha \in \mathcal{U}$ покрытие пространства $(X, \mathcal{U})$. Тогда верно следующее равенство:

$[\langle\alpha'\rangle]\subset\langle[\alpha']\rangle$, где $\langle\alpha'\rangle\in P(\alpha)$ и $P(\alpha)\in\exp_c\mathcal{U}$.

Теорема 3.2.2. Равномерное пространство $(X,\mathcal{U})$ равномерно сцеплено тогда и только тогда, когда равномерное пространство $(\exp_c X,\exp_c\mathcal{U})$ равномерно сцеплено.

Теорема 3.2.3. Равномерное пространство $(X,\mathcal{U})$ равномерно псевдокомпактно тогда и только тогда, когда равномерное пространство $(\exp_c X,\exp_c\mathcal{U})$ равномерно псевдокомпактно.

Теорема 3.2.4. Равномерное пространство $(X,\mathcal{U})$ P-предкомпактно тогда и только тогда, когда равномерное пространство $(\exp_c X,\exp_c\mathcal{U})$ P-предкомпактно, где свойства P-равномерно точечно конечное покрытие равномерных пространств.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая диссертация посвящена изучению кардинальных и топологических свойств ковариантных функторов конечной степени. Основными результатами диссертации являются следующие;

- доказано, что слабо нормальный функтор не сохраняет наследственное число предшанина, наследственный калибр, наследственный прекалибр, наследственную слабую плотность, наследственное число Линделефа и наследственный экстент компактных пространств;

- доказано, что для диадического компактного пространства и слабо нормального функтора характер, псевдохарактер, теснота, наследственное число Суслина, наследственная плотность, наследственный π-вес, наследственное число Шанина и спред равны между собой;

- доказано, что функтор $\exp_c$ сохраняет финальную компактность, функтор $\exp_n$ сохраняет секвенциальную компактность и псевдокомпактность, а также доказано, что функтор $\exp$ сохраняет сильную нульмерность и экстремальную несвязность;

- доказано, что функтор $\exp_n$ сохраняет стратифицируемость и полустратифицируемость топологических пространств; переводит σ-пространство в σ-пространство, паракомпактное Σ-пространство в паракомпактное Σ-пространство, $\aleph$-пространство в $\aleph$-пространство и $\aleph_0$-пространство в $\aleph_0$-пространство;

- доказано, что равномерное гиперпространство $(\exp_c X,\exp_c\mathcal{U})$ сохраняет предкомпактность, равномерную локально компактность, равномерную связность, равномерную R-паракомпактность, равномерную сцепленность и равномерную P-предкомпактность, а также доказано, что для равномерного гиперпространства $(\exp_c X,\exp_c\mathcal{U})$ верно следующее равенство: $[\langle\alpha'\rangle]=\langle[\alpha']\rangle$.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES
DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

SAFAROVA DILNORA TESHABOYEVNA

CARDINAL AND TOPOLOGICAL PROPERTIES OF COVARIANT FUNCTORS OF FINITE DEGREE

01.01.04 – Geometry and topology

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent – 2023

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2018.4.PhD/FM291

Dissertation has been prepared at National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the "Ziyonet" information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Beshimov Ruzinazar Bebutovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Dotsent
Official opponents:	**Zaitov Adilbek Atakhanovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor **Rakhimov Abdugafur Abdumadjidovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Leading organization:	**Tashkent state pedagogical university named after Nizami**

Defense will take place « 04 » 01 2024 at 14 00 at the meeting of Scientific Council number DSc. 03/30.12.2019.FM.01.01 at National University of Uzbekistan. (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 227-12-24, fax: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered №191) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on « 21 » 12 2023
(Mailing report № 1 on « 21 » 12 2023)

A.Sadullaev
Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Academician

R.M.Juraev
Scientific Secretary of Scientific Council
on award of scientific degrees,
PhD in Math.and Physics

A.Ya.Narmanov
Chairman of Scientific Seminar under
Scientific Council on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work is to investigate cardinal and topological properties of covariant functors of finite degree.

The object of the research work is the hyperspace, the cardinal numbers, generalized metric spaces, uniform spaces.

Scientific novelty of the research work is as follows:

it is proved that a weakly normal functor does not preserves the hereditary preshanin number, hereditary caliber, hereditary precaliber, hereditary weak density, hereditary Lindelöf number, and hereditary extent of compact spaces;

it is proved that for a dyadic compact space and a weakly normal functor, the character, pseudocharacter, tightness, Suslin hereditary number, hereditary density, hereditary π-weight, Shanin's hereditary number, and the spread are equal;

it is proved that the functor $\exp_c$ preserves the final compactness, the functor $\exp_n$ preserves sequential compactness and pseudo-compactness, it is also proved that the functor $\exp$ preserves extremal disconnection;

it is proved that the functor $\exp_n$ preserves the stratification, semi-stratification, σ-space, paracompact $\sum$-space, $\aleph$-space and $\aleph_0$-space;

it is proved that a uniform hyperspace $(\exp_c X, \exp_c \mathscr{U})$ preserves precompactness, uniform locally compactness, uniform connectivity, uniform R-paracompactness, uniform cohesion and uniform P-precompactness, and it is also proved that the following equality is true for uniform hyperspace $(\exp_c X, \exp_c \mathscr{U})$: $[\langle \alpha' \rangle] = \langle [\alpha'] \rangle$.

Implementation of the research results. The results obtained in the dissertation on topological and uniform spaces of hyperspace were used in the following research projects:

The results of the study concerning the final compactness and extreme disconnection of the hyperspace, the preservation of some cardinal properties under the influence of a weakly normal functor, were used in the study of the geometry of the orbit of vector field in the fundamental grant project "Development of geometric and analytical methods in problems of control theory and differential games" of the National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek (National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, certificate № 04 /11-5432 dated September 9, 2023). The results obtained, such as: the preservation of uniform precompactness, uniform paracompactness and uniform R-paracompactness under the action of the functor $\exp$ makes it possible to study the topological properties of the orbits of vector fields, in particular, to investigate the closure of the orbit of a family of vector fields on Riemannian manifolds.

The results published in the journal "Lobachevskii Journal of Mathematics", which consists in the Scopus database, in the article "Some topological properties of a functor of finite degree" are used in the works in the authors of scientific articles with references according to the requirements specified in 7-paragraph 2-

chapters in the "Methodological guidelines for assessing the applied implementation of scientific results of dissertations" approved by the resolution of the Higher Attestation Commission No. 214/09 dated March 20, 2015, indicated in the certificate (National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, certificate № 04 /11-5437 dated September 9, 2023). The application of the obtained results makes it possible for N_{ω}^{d}, N_{τ}^{φ}, N_{c}-kernels to preserve topological spaces of density, weight, Suslin number and π-weight while preserving final compactness, pseudo-compactness, extreme disconnectedness and $\aleph$-space by $\exp$, $\exp_{n}$, $\exp_{\omega}$-functors.

The structure and volume of the thesis. The thesis consists of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The volume of the thesis is 93 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (1 часть; part 1)

1. Beshimov R.B., Safarova D.T., Some topological properties of a functor of finite degree // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021. vol 42. № 12. – P 2744-2753 (Scopus, IF: 0,97)3

2. Бешимов Р.Б.,Сафарова Д.Т., Равномерное пространство и его гиперпространство // Итоги науки и техники, Современная математика и ее приложения, 2021. № 197. –С. 108-116 (CrossRef, 35).

3. Beshimov R.B., Safarova D.T., Generalized metric spaces and hyperspaces // Bulletin of National University of Uzbekistan: Mathematics and Natural Sciences, 2020.Vol. 3: Iss. 2. – P. 269-277 (01.00.00; № 8).

4. Сафарова Д.Т., Равномерное связное пространство // СамГУ Научный вестник, 2020. № 1 (119). – С. 53-58 (01.00.00; № 2).

5. Beshimov R.B., Safarova D.T., Topological properties of hyperspaces // Bulletin of National University of Uzbekistan: Mathematics and Natural Sciences, 2019. Vol. 2: Iss. 1. – P. 15-35 (01.00.00; № 8).

II бўлим (2 часть; part 2)

6. Бешимов Р.Б.,Сафарова Д.Т., Некоторые топологические свойства функтора exp_n // Вестник Национального университета Кыргызстана имени Жусупа Баласагина. 2018. № 4.(96). – С. 40-46.

7. Бешимов Р.Б., Сафарова Д.Т., Слабо аддитивный функционал и прямой Зоргенфрея. // “Современные проблемы анализа и геометрии”. Конференция состоялось в Новосибирском Академгородке. 2009. 14-20 сентября. – С. 15-16.

8. Beshimov R.B., Safarova D.T., Weakly additive functional and two P.S.Aleksandrov’s arrows // “Dynamical Systems, Singularity Theory and Perverse Sheaves”. Abstracs of Plenary and Invited Lectures of International School and Conference on Foliations, Samarkand. 2010. – P. 14-17.

9. Бешимов Р.Б., Сафарова Д.Т., Одна стрелка П.С.Александрова и слабо аддитивный функционал // “Геометрия в Одессе – 2010”. Тезисы докладов международной конференции Одесса, 2010. 24-30 мая. – С. 30.

10. Бешимов Р.Б., Сафарова Д.Т., Диадический компакт и нормальный функтор // “Ҳозирги замон математикаси ва уни ўқитишнинг долзраб муаммолари”. Тошкент, 2010.23-24 апреля. – С. 67-69.

11. Бешимов Р.Б., Сафарова Д.Т., Одноточечная бикомпактификация П.С.Александрова и слабо нормальный функтор // Труды научной конференции «Проблемы современной математики». Карши, 2011. 22-23 апреля. – С. 353-355.

12. Бешимов Р.Б., Сафарова Д.Т., Наследственные свойства

нормального функтора // “Табий фанларни ўқитишни гуманитарлаштириш”. Ташкент. 2012. 12 декабря. – С. 15-17.

13. Safarova D.T., The Danto space and normal functors // “Alexandroff readings”. International topological conference Moscow, 2012. May 21-25 – P. 67.

14. Safarova D.T., The normal functor and Eberlein compact // “Замонавий топология татбиқлари ва муаммолари” номли ҳалқаро конференция тезислар тўплами. Тошкент. 2013. 20-24 мая. – P. 82-83.

15. Safarova D.T., The hereditary cardinal-valued properties of normal functors // International Conference on Topology and its Applications, Nafpaktos, Greece, , 2018. July 7-11. – P. 177-178.

16. Beshimov R.B., Safarova D.T., Some cardinal properties of functors of finite degree “Topological Algebra and Set-Theoretic Topology” dedicated to Professor A. V. Arhangel’skii’s 80-th birthday International Conference Moscow, , 2018. August 23–28. – P. 52-53.

17. Бешимов Р.Б., Сафарова Д.Т., Локально компактные пространства и ковариантные функторы // “Замонавий топология муаммолари ва татбиқлари” номли илмий-амалий конференция тезислар тўплами. Тошкент 2018. 11-12 сентябрь. – С. 30-31.

18. Сафарова Д.Т., Некоторые свойства гиперпространства // “Замонавий топология муаммолари ва татбиқлари” номли илмий-амалий конференция тезислар тўплами. Тошкент. 2018. 11-12 сентябрь. – С. 105-106.

19. Beshimov R.B., Safarova D.T., Paracompactness of hyperspaces // Материалы республиканской научной конференции «Современные проблемы теории вероятностей и математической статистики» Ташкент, 2019. 30 апрель-1 май. – P. 230-231

20. Бешимов Р.Б., Сафарова Д.Т., Равномерное связное пространство // Узбекско-Росссийская научная конференция «Неклассические уравнения математической физики и их приложения» Ташкент. 2019. 24-26 октября. – С. 215-217.

21. Beshimov R.B., Safarova D.T., Uniform space and its hyperspace Abstracts of the international conference “Modern problems of geometry and their applications” Tashkent, Uzbekistan, , 2019. November 21-23. – P. 29-30.

22. Beshimov R.B., Safarova D.T., Paracompact σ -spaces and hyperspaces // Abstracts of the international online conference “Frontier in mathematics and computer science” Tashkent, Uzbekistan, , 2020. October 12-15. – P. 38-39.

23. Бешимов Р.Б., Сафарова Д.Т., Паракомпактность гиперпространств // “Математика, физика ва ахборот технологияларининг долзарб муоммолари” илмий-амалий онлайн-анжумани, БухДУ, 2020. 15 апрель. – С. 117-119.

24. Beshimov R.B., Safarova D.T., Uniformly R-paracompact space and hyperspace // International Scientific Conference “Problems of Modern Mathematics” 70-th anniversary of A.A. Borubaev, Bishkek, 2021. June 15-19. – P. 29.

25. Бешимов Р.Б., Сафарова Д.Т., Предкомпактное пространство и его

гиперпространство // Тезисы докладов Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых Сарымсаковские чтения, Ташкент. 2021. 16-18 сентября. – С. 40-41.

26. Beshimov R.B., Safarova D.T., Generalized metric spaces and hyperspaces // “International conference on topology and its applications” 100-th anniversary of YU.M. Smirnov, 2021. September 20-21. – P. 1.

27. Beshimov R.B., Safarova D.T., Σ -space and hyperspace // Abstracts of the Republican Scientific Conference with the participation of foreign scientists “Differential equations and related problems of analysis”, Bukhara, Uzbekistan, 2021. November 04-05. – P. 104-105.

28. Beshimov R.B., Safarova D.T., Uniformly R-paracompact space and its hyperspace // Abstracts of the international scientific conference “Contemporary mathematics and its application” NUU, Tashkent, 2021. November 19-21. – P. 54-55.

29. Beshimov R.B., Safarova D.T., Uniformly connected space and its hyperspace // Abstracts of the conference “Operator algebras, non-associative structures and Related problems”, Tashkent, 2022. September 14-15. – P. 121-123.

30. Beshimov R.B., Safarova D.T., P-precompact space and its hyperspace // Abstracts of the international scientific conference “Mathematical analysis and its applicationsin modern mathematical physics”, Samarqand, 2022. September 23-24. – P. 89-91.

31. Beshimov R.B., Safarova D.T., Uniform spaces and its hyperspaces // “Алгебра ва анализнинг долзарб масалалари” мавзусидаги республика илмий-амалий анжумани материаллари тўплами, Термиз. 2022. 18-19 ноябрь. – С. 158-160.

32. Beshimov R.B., Safarova D.T., Uniformly linked space and its hyperspace // International Conference on Topology and its Applications, Greece, 2023. July 3-7. – P. 40-41.

Avtoreferat «O‘zMU xabarlari» jurnali tahririyatida tahrirdan o‘tkazilib, o‘zbek, rus va ingliz tillaridagi matnlar o‘zaro muvofiqlashtirildi.

Bosmaxona litsenziyasi:

9338

Bichimi: 84x60 $^{1}/_{16}$. «Times New Roman» garniturasi.
Raqamli bosma usulda bosildi.
Shartli bosma tabog‘i: 2,5. Adadi 100 dona. Buyurtma № 71/23.

Guvohnoma № 851684.
«Tipograff» MCHJ bosmaxonasida chop etilgan.
Bosmaxona manzili: 100011, Toshkent sh., Beruniy ko‘chasi, 83-uy.