

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И ИННОВАЦИЙ
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

НАМАНГАНСКИЙ ИНЖЕНЕРНЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ

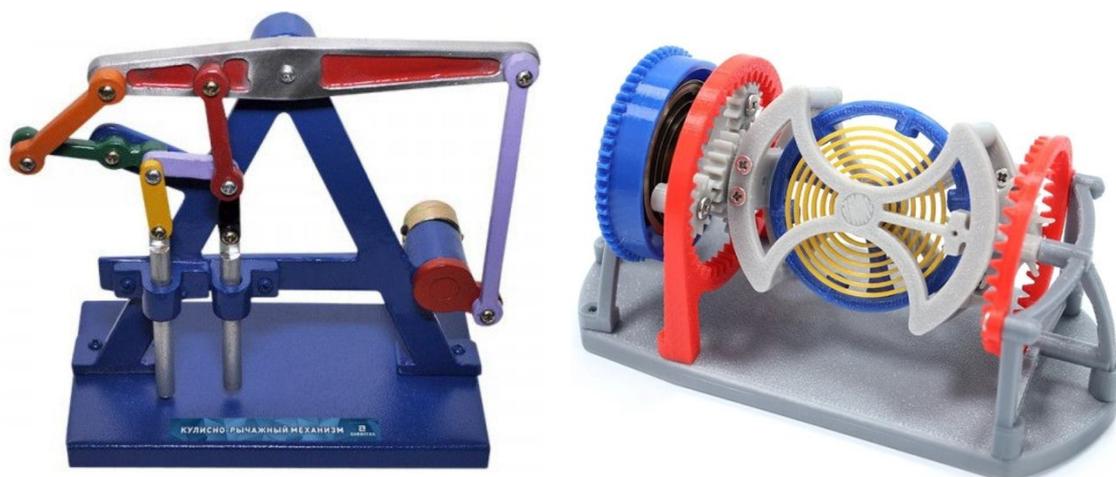
КАФЕДРА: «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ И МЕХАНИКИ»

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ
КОМПЛЕКС

для подготовки бакалавров по курсу:
«Теория механизмов и машин»

ЧАСТЬ 1

У. Г. ДЕХКАНОВ



НАМАНГАН - 2023

Предисловие

Теория механизмов и машин (ТММ) излагает научные основы создания новых машин и механизмов, методы их построения и методы теоретического и экспериментального исследования. Данная пособия сосредоточено на необходимых понятиях механики машин (другое название дисциплины) и методах теоретического исследования механизмов и машин. Основной целью преподавания курса ТММ в настоящее время студентам дать минимально необходимый объём знаний по механике машин для того, чтобы студент – инженер-механик понимал и успешно усваивал материал специальных предметов, которые ему придётся изучать на последующих курсах университета. Студент, прочитав и усвоив содержание предлагаемого материала, сумеет в случае необходимости с привлечением других источников справиться с решением возникших перед ним задач проектирования механизмов.

Учебная дисциплина состоит из трех разделов: механика машин, проектирование механизмов и программное обеспечение автоматизации проектирования механизмов и выполнения расчетов на ЭВМ и специальных курсов (модулей).

"Механика машин" изучают все студенты, так как рабочий процесс всякой машины (энергетической, технологической, транспортной и других), связанной с преобразованием энергии, материалов и информации, осуществляется посредством механического движения. Поэтому для проектирования и эксплуатации любой машины необходимо иметь знания, умения и навыки владения методами расчета и экспериментального определения параметров кинематических и динамических характеристик машин и механизмов. К важнейшим характеристикам относятся кинематические передаточные функции, силы и моменты в зависимости от рабочего процесса и изменения взаимного положения частей машины, приведенные параметры динамических моделей машин и механизмов и их изменение при движении, параметры колебаний в машинах и методы виброзащиты и виброизоляции.

"Проектирование механизмов" изучают студенты всех машиностроительных специальностей, так как механическое движение в машинах осуществляется с помощью механизмов. Для преобразования движения входных звеньев используют разные виды механизмов (зубчатые, рычажные, кулачковые, с переменной структурой). Специалист должен владеть знаниями, навыками и умениями оценивать функциональные возможности механизмов, рассчитывать показатели качества передачи движения, назначать критерии качества и проектировать структурную и кинематическую схему механизма по заданным обязательным и желательным условиям синтеза

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И ИННОВАЦИЙ
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

НАМАНГАНСКИЙ ИНЖЕНЕРНЫЙ-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА: “СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ И МЕХАНИКИ”

для подготовки бакалавров по курсу:
«Теория механизмов и машин» по направлениям:

Сферазнания	700000- инженерия, обработка и строительная отрасль
Сфера образования	720000 – Производство и отресель обработки
Направления образования	60720700 – Технологические машины и оборудовании 60720800 – Технология машинастроения, автоматизация производство машинастроения

Наманган - 2023

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Цель изучения предмета

Повысить рост народного хозяйства на основе научно-технического прогресса, переоборудовать производство новейшим оборудованием, оптимально использовать оборудование производства, улучшить качество технологического уровня производства, надежность оборудования, приспособлений, выпускаемые машиностроительными заведениями, а также требовать повышения их безопасности. В курсе: «Теория механизмов и машин» даются основные понятия о механизмах, методы их расчета, их структурный анализ и синтез, а также кинематический и динамический анализ и синтез механизмов.

При создании современных машин и оборудования требуются от специалистов теоретические, практические и исследовательские навыки и достаточная квалификация и опыт.

1.2. Задача изучения предмета

Основной задачей изучения предмета являются основные принципы проектирования и конструирования, изучения строения моделирования и расчетов алгоритмов с учетом работоспособности основных принципов образцов машиностроения.

В процессе изучения курса студенты получают навыки общих основ инженерных расчетов и конструирования. При этом, они должны, используя знания из ряда предыдущих дисциплин уметь определять усилия, действующие на звенья механизмов, потери на трение, уметь производить структурный, кинематический и динамический анализы механизмов. Знать механические свойства материалов, уметь выполнять машиностроительные чертежи.

1.3. Практическое выполнение программы

По данному направлению в процессе изучения предмета согласно освоенного источника, а также планирования учебной программы для бакалавриатуры они основаны на изучении смежных предметов (физика, математика, черчение, теоретическая механика, детали машин т.д.).

Специфика направлена на освоение интерактивных методов программы. Здесь основное внимание сосредоточено на аудиторных занятиях, самостоятельное изучение и освоение теоретических знаний, а также большое место уделяется объективным процессам, на создание мировоззрения и лекционным занятиям.

В процессе самостоятельной работы студент должен воспользоваться технической литературой, материалами Интернета и должен показать навыки работы с документами, а также анализировать полученную информацию в процессе аудиторных занятий.

Программа составлена на основе новых принципов создания учебных процессов, воспользовавшись рейтинговыми баллами знаний студентов.

1.4. Применение новой информационно-педагогической технологии при преподавании предмета

При освоении предмета используются на расстоянии: учебники, учебные пособия, тексты лекции, электронные версии, справки электронной базы, чтение лекции совместно с компьютером, электронные плакаты и виртуальные лабораторные работы.

1. ОСНОВНОЙ РАЗДЕЛ. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

2.1. Методика преподавания предмета по тематике

№	Наименование темы	Аудиторные занятия в часах					Курсовая работа	Самостоятельная работа
		Общая нагрузка	Всего	Лекция	Практика	Лабораторная работа		
1	2	3	4	5	6	7	-	9
1	За семестр	150	60	30	16	14	+	90
2	Всего по предмету	150	60	30	16	14	+	90

2.2. Содержание предмета

2.2.1. Лекции

№	Наименование тем и её содержание	Объём часов
1	Введение. Краткая история развития курса ТММ. Основные определения и понятия. Кинематические пары, их классификация. Кинематические звенья, их виды. Группы Ассура	2
2	Структурный анализ плоских и пространственных механизмов. Классификация механизмов.	2
3	Кинематический анализ механизмов. Масштабный коэффициент. Исследование кинематических механизмов графическим путем.	2
4	Исследование кинематики механизмов аналитическим методом.	2
5	Динамика механизмов. Силы, действующие на звенья механизмов. Инерционные силы и моменты	2

	.Кинетостатический расчет механизмов. Рычаг Жуковского	
6	Динамическая модель механизма. Приведенные силы, массы. Режимы движения механизмов.	2
7	Уравнение движения машины в форме кинетической энергии и дифференциального уравнения. Уравновешивание вращающихся масс	2
8	Зубчатые механизмы, их разновидности. Основной закон зацепления	2
9	Геометрические параметры цилиндрического зубчатого колеса. Эвольвентное зацепление и его свойства.	2
10	Методы изготовления зубчатых колес. Станочное зацепление. Корректирование зубчатых колес.	2
11	Кинематика зубчатых механизмов с неподвижными осями колес. Планетарные и дифференциальные механизмы. Формула Виллиса	2
12	Кулачковые механизмы, их разновидности. Анализ кулачкового механизма. Угол передачи движения и угол давления. Фазовые углы кулачка. Выбор закона движения толкателя.	2
13	Определение минимального радиуса кулачка с роликовым толкателем.	2
14	Профилирование кулачка с роликовым и плоским толкателем	2
15	Проектирование коромыслового кулачкового механизма	2
	Всего:	30

2.2.2. Практические занятия

№	Наименование тем и её содержание	Объём часов
1	Структурный анализ плоских и пространственных механизмов. Определение степени подвижности механизмов. Построение формулы строения механизмов и разбивка на группы Ассур.	2
2	Построение планов скоростей и ускорений плоских механизмов. Определение значений линейных скоростей и ускорений, а также угловых скоростей и ускорений звеньев механизма.	2
3	Кинетостатический расчет механизмов. Построение планов сил. Определение уравновешивающей силы. Рычаг Жуковского	4
	Определение передаточных отношений зубчатых передач.	

4	Простые и сложные передачи, однорядные и многорядные передачи.	4
5	Анализ и синтез кулачковых механизмов	4
	Всего:	16

5. Рекомендуемая педагогическая технология

<u>Теоретическое обучение (лекция)</u>	<u>Практические занятия</u>	<u>Лабораторные работы</u>
1. <u>Интерактивный метод</u> 2. Лекция с проблемами 3. Мозговая атака	1. <u>Метод решения проблемы</u> 2. Метод мозговой атаки	1. <u>Метод решения проблемы</u> 2. <u>Метод мозговой атаки</u>

6. ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

6.1. Основная литература

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов. М.:Наука, 1988.
2. Фролов К.В ва б. Механизм ва машиналар назарияси. Т.:Ўқитувчи, 1990.
3. Усмонходжаев К.Х. Машина ва механизмлар назарияси. Т.Ўқитувчи, 1981.
4. Кореняко А.В. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. М.:Наука, 1975.
5. KarimovR.I, SaliyevA. Mexanizmvamashinalarnazariyasifanidano'quvqo'llanma. Т.: ToshDTU, 2006.
6. Пятаев А.В. Теория механизм и машин 2009г

6.2.Дополнительная литература

1. Джураев А ва б. Механизм ва машиналар назарияси. Т.: Ўқитувчи, 2004.
2. Иззатов З.Х. "ММН курсавий лойихалаш". Т.: Ўқитувчи, 1979..
3. Артоболевский И.И. Сборник задач по теории механизмов и машин». М.:Наука, 1975.
4. Зайнутдинов Н.З., Каримов Р.И., Турапов А.Т., Шоумаров Р.А. Механизм ва машиналар назариясидан лаборатория ишларини бажариш. Методик курсатма. Т.: ТошДТУ,2000.
5. Зайнутдинов Н.З., Каримов Р.И., Турапов А.Т., Шоумаров Р.А. Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу «Теория механизмов и машин», Т.: ТГТУ,2006.

6.3. Электронные учебники и пособия

1. Каримов Р.И., Тураев Ф.Т. Кинематический анализ плоских механизмов с использованием ЭВМ. Учебн. пособ. Т.: ТашГТУ, 2004.

2. Свидетельство №DGU 00757 (ГПВ РУз) об официальной регистрации программ для ЭВМ. Название прог. «PLA-RICH.BAS»// Р.И.Каримов, Ф.Т.Тураев, А.Х.Умурзаков, 02.03.2004.

В учебном процессе используется тип личных компьютеров IBM и Pentium

3. www.ziyonet.uz.sapr.ru

4. <http://www./mehanik-ua.ru/>

Лекция 1. Введение. Краткая история развития курса ТММ. Основные определения и понятия

Общие положения.

Курс «Теория механизмов и машин» является общеинженерным курсом, который изучается в любом машиностроительном вузе, иногда с небольшим изменением объема и профилизации. В нашем институте эта дисциплина изучается на втором курсе, объем лекций – 40 часов, практических и лабораторных занятий – 40 часов, кроме того, выполняется курсовой проект по проектированию механизмов летательного аппарата или какой либо технологической машины, применяемой при его производстве. Что касается профилизации лекционных и практических занятий, то многие примеры механизмов даются из летательных аппаратов или из оборудования, используемого при их производстве.

Из сказанного следует, что ТММ – это наука о машинах вообще. В этой лекции будет показано, что все машины имеют почти одинаковое строение, не устройство, но – строение, то есть основополагающая структура всех машин практически идентична.

Рассмотрим, что такое машина, механизм и чем занимается их теория. Будем считать, что машина - это устройство, совершающее полезную механическую работу для облегчения физического и умственного труда человека и повышения его производительности. Согласно этому определению экскаватор – это машина, а компьютер не является машиной, так как не производит не механическую работу. Большинство машин повышают производительность труда человека в десятки и сотни раз, но бывают и исключения, когда машина создается для совершения работы высокой точности, недоступной человеку, или для работы в опасных для человека средах.

Механизм – это составная часть машины. Вот самое общее определение: механизм – это система тел, совершающая требуемые движения. Также, как и в машине, здесь подчеркнут признак целесообразности, то есть, механизм – это не просто набор каких-то деталей, но система для совершения определенных заданных движений.

ТММ изучает основы строения, функционирования и проектирования механизмов и машин на уровне схем. Эта дисциплина условно делится на три части:

- строение машин и механизмов;
- теория механизмов;
- динамика машин.

Строение машин и механизмов.

Блок-схема машины.

Блок-схема – это чертеж, состоящий из окружностей или квадратов, соединенных стрелками. На рис. 1.1 обозначение этих квадратов следующие:

1 – механизм двигателя (здесь и далее будут рассматриваться только механические части машин). Двигатель является источником механической энергии машины. Большинство машин имеют двигатели - электрические, тепловые или другие. Лишь небольшое количество машин не имеют двигателей: это машины с ручным или ножным приводом – швейная машина, мясорубка, велосипед и пр. Такие машины рассматривать не будем.

2 – передаточный механизм. Он служит для преобразования и передачи движения от двигателя к другим механизмам машины. Например, коробка передач автомобиля, коробка скоростей токарного станка, редуктор самолета. Есть машины, где передаточный механизм отсутствует – электровентилятор, турбогенератор и др.

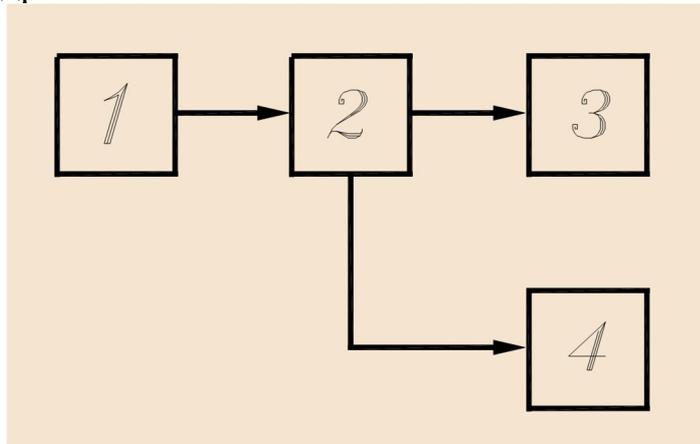


Рис. 1.1

3 – исполнительный механизм. Этот механизм совершает действия согласно назначению машины. Этот механизм является самой главной и необходимой частью любой машины. В машине может не быть передаточного или какого-нибудь другого механизма, но если нет исполнительного механизма, то нет и машины. Исполнительным механизмом автомобиля являются ведущие колеса с полуосями и дифференциалом, для токарного или сверлильного станка – это шпиндель в подшипниках и механизм подачи резца или сверла. То есть, машина может иметь не один, а несколько исполнительных механизмов, например, швейная машина имеет три исполнительных механизма: механизм игловодителя, механизм нитеводителя и механизм перемещения ткани.

4 – вспомогательный механизм. Он совершает вспомогательные действия: по погрузке и разгрузке, управлению и т.д. Некоторые машины не имеют

вспомогательных механизмов, другие могут иметь их несколько. В автомобиле – это механизмы торможения и управления, механизм стеклоочистителя; в грузовике самосвале – механизм опрокидывания кузова и т.д.

Виды машин.

По назначению различают следующие виды машин:

- энергетические;
- транспортные;
- технологические;
- кибернетические.

Энергетические машины совершают полезную механическую работу по преобразованию механической энергии двигателя в другие виды энергии. Наиболее распространены машины для получения электрической энергии – это турбогенераторы с водяными турбинами на ГЭС, с газовыми или паровыми турбинами на ГРЭС, дизельгенераторы малых электростанций. Двигатели этих машин (турбины или дизели) соединены с исполнительными механизмами (генераторами) напрямую без передаточных механизмов. Практически любая энергетическая машина имеет вспомогательный механизм автоматического поддержания частоты вращения главного вала при изменении нагрузок.

Транспортные машины предназначены для перемещения объекта из одной позиции в другую. Это подъемные краны, транспортеры, автомобили, самолеты, лифты и т.д.

Технологические машины преобразуют объект при помощи технологической операции. Это машины любых отраслей промышленности, строительства, сельского хозяйства. На машиностроительных заводах – это металлорежущие станки, кузнечно-прессовые машины, на фабриках текстильной промышленности – ткацкие станки, ровничные, прядильные и швейные машины; в строительстве – экскаваторы, бульдозеры и бетономешалки; в сельском хозяйстве – комбайны, хлопкоуборочные машины, культиваторы и пр. Объектом для токарного станка является заготовка, технологическая операция – точение, результат – деталь. Объектом для экскаватора является грунт, технологическая операция – копание, результат – траншея или котлован для фундамента.

Кибернетические машины выполняют полезную механическую работу, имитируя движение руки человека. Такие машины называются роботами, их исполнительный механизм – манипулятор. Промышленные роботы имеют транспортное назначение (например, перемещение и загрузка деталей в технологическую машину) или выполняют технологические функции (например, сварочные или окрасочные роботы). Роботы имеют развитую, иногда, самообучающуюся систему управления с элементами искусственного интеллекта. Часто роботы используются в местах, опасных для человека: радиоактивные зоны, горячие цехи, космос, подводный мир и пр.

Строение механизмов.

Уточним общее определение механизма, приведенное выше. Механизм – это система тел, подвижно связанных друг с другом, совершающая требуемые

движения. Тела в механизмах называются звеньями, а подвижные соединения – кинематическими парами.

Звено – это одна деталь или жесткая система из нескольких связанных друг с другом деталей, совершающая определенные движения в механизме. Звенья изображаются схематически, то есть, конструкция звена абстрагируется, а в его схеме показываются наиболее существенные элементы. Конструкции и схемы звеньев в некоторых случаях существенно отличаются друг от друга, и одной из задач инженера является умение видеть под конструкцией звена его схему. На рис. 2 показаны схемы зубчатого колеса и одного из звеньев стержневого механизма, например, шатуна. Самыми главными элементами зубчатого колеса являются зубчатый венец, диск и ступица, что и отражается в схеме, а у шатуна главные элементы – стержень и два отверстия для соединения с другими звеньями.

Кинематические пары, их классификация. Кинематические звенья, их виды. Группы Ассура

Кинематическая пара – это подвижное соединения двух контактирующих звеньев. Кинематические пары бывают различных видов. Рассмотрим их классификацию.

Классификация кинематических пар. Будем различать кинематические пары по числу связей, которые она накладывают на движение звена. Звено в пространстве имеет шесть степеней свободы, то есть, шесть возможных движений в декартовой системе координат. Если это звено соединить с другим при помощи кинематической пары, то на его возможные движения будут наложены ограничения. Эти ограничения называются связями, а оставшиеся движения – подвижностями. Сумма числа связей и подвижностей равна шести. Кинематические пары классифицируются по классам в соответствии с числом связей, например, кинематическая пара, которая накладывает одну связь

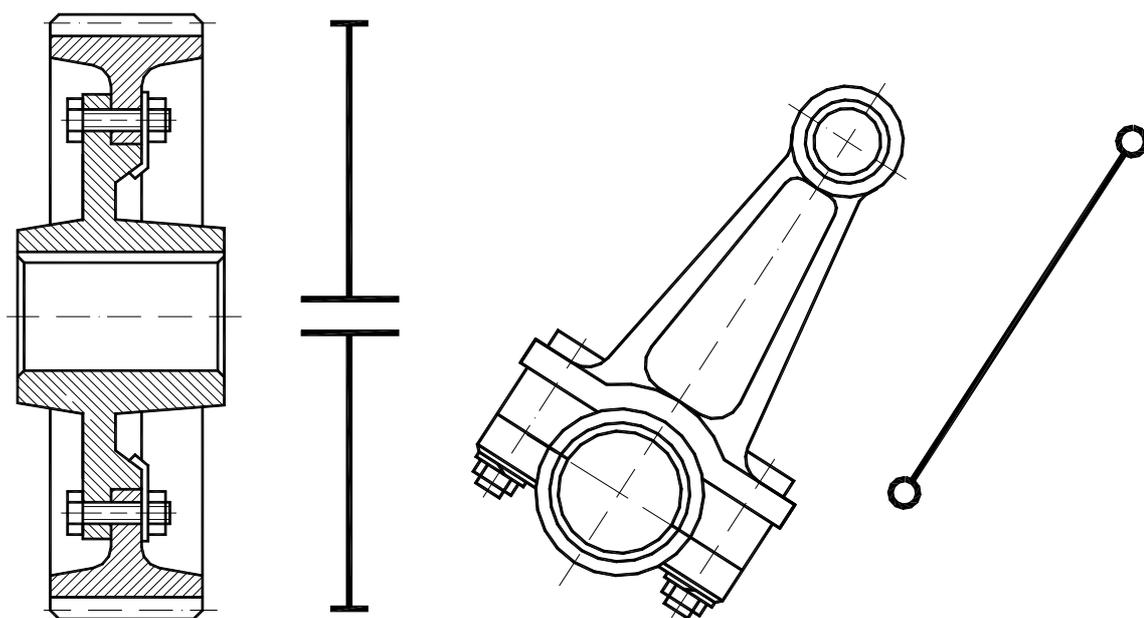


Рис. 1.2

на движение звена является кинематической парой первого класса, при двух связях – кинематической парой второго класса и т.д.

В таблице 1.1 приведена такая классификация кинематических пар и даны примеры их видов и конструктивного выполнения, например, кинематическая пара третьего класса может быть не только сферической, но и плоскостной и иметь различные конструктивные исполнения.

Рассмотрим таблицу подробнее. Кинематическая пара первого класса накладывает одну связь на движение звена, оставляя ему пять возможных движений. В таблице приведен пример такой кинематической пары, которая называется «шар-плоскость», и вариант ее конструктивного выполнения в виде круглого стержня со сферическим концом, контактирующего с рычагом, имеющим площадку на конце. Части звеньев, входящие в контакт в кинематической паре, называются элементами кинематической пары. В данном случае – это шар и плоскость. В таблице показаны пять подвижностей, то есть, пять возможных движений стержня относительно рычага: вращение вокруг трех декартовых осей и перемещение вдоль двух горизонтальных осей. Перемещение вдоль вертикальной оси вниз ограничено площадкой рычага, попытка перемещения стержня вверх приводит к исчезновению

Таблица 1.1

Класс	Число связей	Число подвижностей	Название кинематической пары	Общий вид кинематической пары	Возможные движения одного звена относительно другого	Схема кинематической пары
I	1	5	Шар-плоскость			
II	2	4	Цилиндр-плоскость			
III	3	3	Сферическая			
IV	4	2	Цилиндрическая			
V	5	1	Поступательная			
VI	5	1	Вращательная			

кинематической пары. В последней колонке приведено схематическое изображение этой кинематической пары, которое используется при изучении строения и кинематики механизмов.

Кинематическая пара второго класса накладывает две связи на движение звена, оставляя ему четыре подвижности. В таблице приведен пример кинематической пары, которая называется «цилиндр – плоскость». Конструктивное выполнение этой пары аналогично предыдущей, но вместо цилиндрического стержня со сферическим концом, здесь применен призматический стержень с цилиндрически закругленным концом. Эта

кинематическая пара оставляет стержню четыре возможных движения относительно нижнего рычага: два перемещения вдоль горизонтальных осей, вращение вокруг вертикальной оси и поворот вокруг одной из горизонтальных осей, поворот вокруг второй горизонтальной оси невозможен, так как контакт звеньев будет нарушен.

Кинематическая пара третьего класса накладывает три связи на звено и оставляет ему три возможных движения относительно другого звена. Одна из таких пар - это сферическая или шаровой шарнир. Шар на конце верхнего звена, как показано в таблице, входит во внутреннюю сферу на конце нижнего звена. Конструктивно это выполняется различными способами, но принцип именно такой. Верхнее звено может поворачиваться вокруг трех декартовых осей.

Кинематическая пара четвертого класса накладывает уже четыре связи, оставляя звену лишь две подвижности. Одна из них – цилиндрическая. Конструктивно это может быть оформлено так, как показано на рисунки в таблице – круглая скалка входит в цилиндрическое отверстие рычага. Рычаг может не только двигаться вдоль скалки, но и поворачиваться вокруг нее.

Кинематическая пара пятого класса, которая накладывает на звено пять связей, оставляя ему только одну подвижность, приведена в таблице в двух разновидностях – поступательная и вращательная. Конструктивное выполнение поступательной пары, показанное в таблице, представлено в виде соединения двух звеньев при помощи призматических направляющих, в результате чего допускается только движение одного звена вдоль другого (например, направляющие металлообрабатывающих станков). Схематическое изображение такой пары может быть различным в разных механизмах. В случае стержня в направляющих неподвижного звена (неподвижное звено показывается подштриховкой) иногда добавляется стрелка, показывающая, что стержень может двигаться только поступательно вдоль направляющей, но, как правило, стрелки отсутствуют, так как возможные движения звеньев понятны из схемы механизма.

Вращательная кинематическая пара пятого класса показана в виде цилиндрического шарнира, но это может быть и вал в подшипниках. Эта пара допускает только одно движение звена – поворот одного звена относительно другого на шарнире или вращение вала в подшипниках. Схемы вращательной пары различны в зависимости от ее исполнения.

Приведенная классификация включает практически все кинематические пары, используемые в механизмах.

В нашем курсе мы будем изучать в основном плоские механизмы, для которых удобно пользоваться иной классификацией. Плоские механизмы – это те, в которых звенья движутся в одной или параллельных плоскостях. Например, коробка передач автомобиля или коробка скоростей токарного станка имеют несколько рядов зубчатых колес, но все они находятся в параллельных плоскостях, поэтому эти механизмы являются плоскими независимо от их ширины.

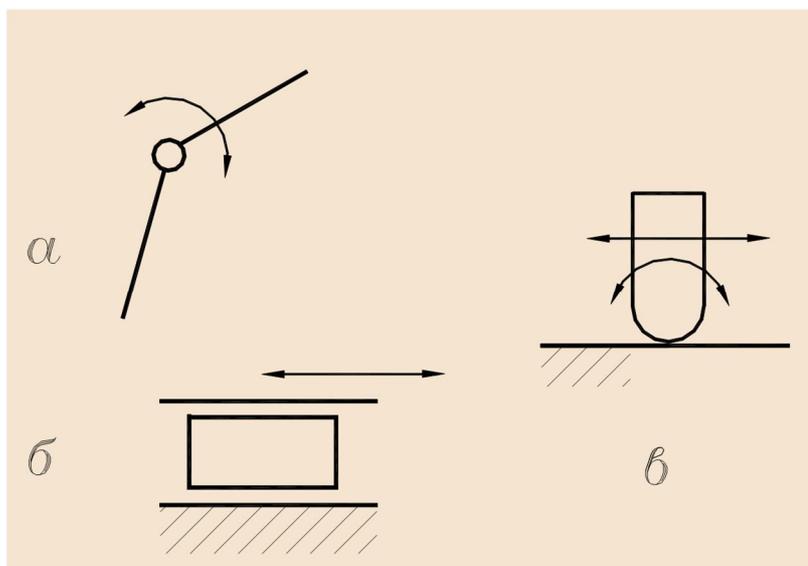


Рис. 1.3

Отдельно взятое звено в плоскости имеет только три степени свободы или три возможных движения – перемещение вдоль двух координатных осей и поворот в плоскости. Поэтому, вышеприведенная классификация кинематических пар в этом случае неприменима. Здесь будем использовать деление кинематических пар на низшие и высшие. В низшей кинематической паре контакт звеньев происходит по поверхности, а в высшей – в точке или по линии. С этой точки зрения, кинематические пары I и II классов из таблицы 1.1 являются высшими, а остальные – низшими.

На рис. 1.3 показаны кинематические пары, используемые в плоских механизмах. На рис. 1.3а изображена низшая вращательная одноподвижная кинематическая пара; она допускает только одно движение звена – поворот относительно другого звена. Рис. 1.3б изображает низшую поступательную одноподвижную кинематическую пару – звено может совершать только поступательное движение относительно другого (в данном случае – неподвижного) звена. На рис. 1.3в приведена высшая двухподвижная кинематическая пара, допускающая два движения (поступательное и движение поворота) одного звена относительно другого (в данном случае - неподвижного). Заметим, что такая кинематическая пара в основном используется в кулачковых и зубчатых механизмах.

Лекция 2. Структурный анализ плоских и пространственных механизмов. Классификация механизмов

План лекции.

1. Состав механизмов.
2. Схемы механизмов, изучаемых в курсе.
3. Число степеней свободы механизмов.
4. Структурные формулы.

Состав механизмов.

В предыдущей лекции было сказано, что механизм – это не просто набор каких-то звеньев, но вполне определенная их система, совершающая требуемые действия. Поэтому, каждое звено имеет конкретное назначение с точки зрения строения механизмов.

В механизмах различают входные, выходные и промежуточные звенья. Кроме того, каждый механизм имеет только одно неподвижное звено (корпус, станина, основание), на котором монтируется вся система подвижных звеньев. Это звено называется стойкой.

Входное звено – это звено, получающее движение извне. Например, к этому звену может быть подведено движение от двигателя машины. Как правило, механизм имеет одно входное звено, но бывают и исключения, о чем будет сказано ниже.

Выходное звено совершает требуемое движение, то есть, то движение, для которого и создан механизм. Механизм может иметь одно или несколько выходных звеньев.

Промежуточные звенья соединяют входное и выходное звенья. Их может быть несколько, оно может быть одно и есть большое количество механизмов, не имеющих промежуточных звеньев, то есть, входное звено непосредственно связано с выходным, например, зубчатая передача, содержащая входное и выходное зубчатые колеса.

Конструктивное разнообразие механизмов в современных машинах велико. Различают следующие виды механизмов:

- стержневые;
- кулачковые;
- зубчатые;
- фрикционные;
- с гибкими связями (в основном – это цепные и ременные передачи);
- механизмы роботов;
- специальные.

Наиболее употребительными в машинах являются первые три вида механизмов, поэтому они и изучаются в курсе ТММ.

Схемы механизмов, изучаемых в курсе.

На рис. 2.1а показана схема одного из возможных стержневых механизмов. Неподвижное звено (стойка) этого механизма показано не целиком, а только в тех местах, где оно образует кинематические пары с подвижными звеньями. Поэтому, не следует забывать - несмотря на то, что количество фрагментов неподвижного звена, выделенных подштриховкой, может быть различным в схемах механизмов, это не означает, что неподвижных звеньев несколько – оно всегда одно. Звенья механизмов обозначаются арабскими цифрами, стойка – нулевое звено и на схеме не обозначается. Первое звено – это, как правило, входное звено, выходное обычно обозначается последним номером. Кроме того, у входного звена обычно показывается стрелка, то есть, то движение, какое подводится к нему извне. Кинематические пары обозначаются заглавными латинскими буквами. Из рис. 2.1а видно, что

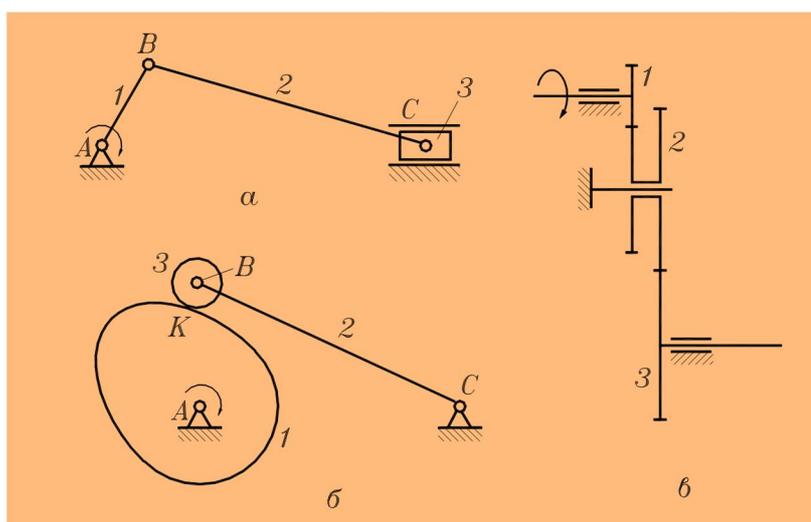


Рис. 2.1.

механизм имеет три подвижных звена и одно неподвижное, то есть, является четырехзвенным. Механизм имеет четыре низшие кинематические пары – две вращательные в точках А и В, и две в точке С – вращательную и поступательную.

На рис. 2.1б приведена схема одного из кулачковых механизмов. Это тоже четырехзвенный механизм с тремя подвижными звеньями (входное звено первое – кулачок), тремя низшими кинематическими парами в точках А, В и С и одной высшей в точке К (контакт кулачка с роликом).

На рис. 2.1в схематически показан один из зубчатых механизмов. Первое и третье звено (входное и выходное) являются одинарными зубчатыми колесами, а второе звено – это сдвоенное зубчатое колесо (блок-шестерня) с двумя разными зубчатыми венцами. Кинематические пары в зубчатых механизмах не обозначаются.

Число степеней свободы механизмов.

Понятие числа степеней свободы механизмов связано с минимальным количеством вариантов движения его звеньев. Чтобы в этом разобраться рассмотрим два стержневых механизма. На рис. 2.2 показан стержневой механизм с тремя подвижными звеньями. Повернем входное звено на угол φ_1 (или, говорят, сообщим звену независимую координату). Эта координата вполне определяет позицию первого звена – AB' . Положения двух остальных звеньев легко находятся методом засечек: из точки B' проводим дугу радиусом $B'C$, из точки D – дугу радиусом CD . В пересечении этих дуг находится точка C' , соединив ее с точками B' и D найдем новые положения второго и третьего звеньев.

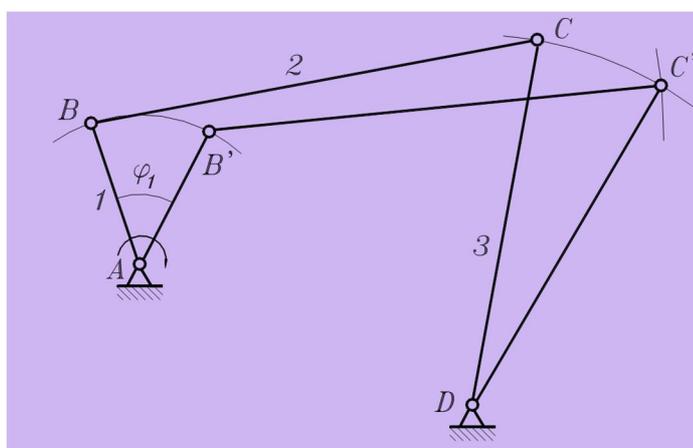


Рис. 2.2.

Из сказанного следует вывод: для того, чтобы однозначно определить положения всех звеньев механизма достаточно задать одну независимую координату. Такой механизм является механизмом с одной степенью свободы. Он имеет только одно входное звено, в данном случае – звено 1.

Усложним механизм, добавив к нему еще одно звено (рис. 2.3), и попробуем сделать то же, что было описано выше. Повернем первое звено на угол (независимую координату) φ_1 и попробуем определить положения звеньев 2, 3 и 4. Нетрудно видеть, что это невозможно, так как методом засечек нельзя найти новые позиции двух точек C и D . Чтобы определить позиции этих звеньев, необходимо задать еще одну независимую координату, например, угол поворота звена 4, как это показано на рис. 2.3. Зная положения точек B' и D' методом засечек находим точку C' и, следовательно, позиции всех звеньев определены. Таким образом, в этом механизме для однозначного нахождения позиций всех звеньев требуется задать две независимые координаты. Значит, механизм имеет две степени свободы и два входных звена – звенья 1 и 4. Так как, координаты входных звеньев независимы, то направления их вращения и угловые скорости могут быть произвольны, в том числе и равны нулю. Минимальное количество вариантов движения звеньев такого механизма найдем, приравнявая к нулю

угловые скорости одного или другого входного звена. Если $\omega_1 = 0$, а $\omega_4 \neq 0$, то получаем первый вариант движения звеньев, а если $\omega_1 \neq 0$, а $\omega_4 = 0$, то это будет второй вариант движения звеньев. Общее же количество вариантов движения звеньев механизма не ограничено, так как,

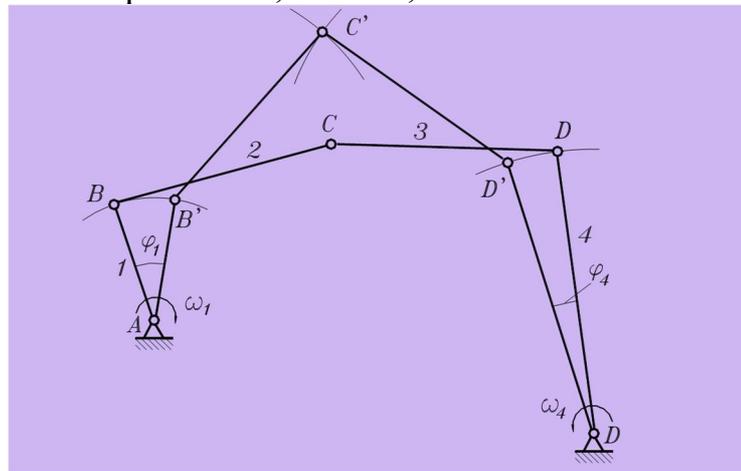


Рис. 2.3

также не ограничены комбинации величин и направления движения входных звеньев механизма.

Из всего сказанного можно сделать три вывода-определения:

а) число степеней свободы механизма равно числу независимых координат, необходимых для однозначного определения позиций всех звеньев механизма;

в) число степеней свободы механизма равно количеству его входных звеньев;

г) число степеней свободы механизма равно минимальному количеству вариантов движения звеньев.

Здесь следует сказать, что большинство механизмов имеют одну степень свободы, то есть, требуют только одного входного звена; исключение составляют механизмы роботов (манипуляторы), об этом будет сказано ниже.

Если механизм сложный, многозвенный, то анализировать его описанным способом довольно сложно, В этих случаях используются структурные формулы.

Структурные формулы.

Структурная формула для определения числа степеней свободы плоских механизмов предложена русским ученым Чебышевым П.Л. в начале XX века.

$$W = 3n - 2p_H - p_B + s \quad (2.1)$$

где: W – число степеней свободы механизма;

n – количество подвижных звеньев;

p_H – число низших кинематических пар;

p_B – число высших кинематических пар;

s – число избыточных связей или лишних звеньев.

Избыточные связи или лишние звенья – это такие звенья, которые можно удалить из механизма без нарушения движения оставшихся звеньев механизма. Как правило, это промежуточные звенья, которые вводятся в механизм для увеличения его нагрузочной способности, жесткости и пр. То есть, лишними могут быть звенья только в структурном смысле.

Используем эту формулу для определения числа степеней свободы вышеприведенных механизмов. Стержневой механизм на рис. 2.2 имеет три подвижных звена и четыре низшие кинематические пары – шарниры в точках А, В, С и D. Высших кинематических пар и лишних звеньев нет. Значит,

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

Вывод: механизм имеет одно входное звено.

Стержневой механизм на рис. 2.3 содержит четыре подвижных звена и пять низших вращательных кинематических пар:

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 = 2$$

Вывод – механизм имеет два входных звена, то есть для приведения в действие этого механизма надо подвести два движения к двум его звеньям. Заметим, что, так как подавляющее большинство механизмов имеют одну степень свободы, то, получив при анализе какого-либо механизма $W = 2$ не следует сразу делать вывод о наличии в этом механизме двух входных звеньев, как это было сделано для механизма на рис. 2.3. Вторая степень свободы может объясняться наличием каких-то дополнительных условий (см. ниже).

Рассмотрим стержневой механизм на рис. 2.1а: у него три подвижных звена и четыре низшие кинематические пары – три вращательные и одна поступательная.

Вывод: механизм имеет одно входное звено (звено 1).

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

Напишем структурную формулу для кулачкового механизма на рис. 2.1б. Этот механизм имеет три подвижных звена, три низшие вращательные кинематические пары – в точках А, В и С, и одну высшую кинематическую пару – точке контакта К ролика с кулачком:

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2$$

Механизм имеет две степени свободы, но это не значит, что он содержит два входных звена, входное звено одно – кулачок. Вторая степень свободы – это местная подвижность, а именно, независимое вращение ролика 2. При хорошей смазке в оси ролика, он перекатывается по поверхности кулачка, при заклинивании ролика на оси, ролик будет неподвижен относительно звена 3 и будет скользить по поверхности кулачка. В общем случае ролик перекатывается со скольжением, то есть, движение его может быть независимым от движения остальных звеньев механизма. Вывод: механизм имеет одну главную подвижность – входное звено 1 и одну местную подвижность: независимое движение звена 2.

Зубчатый механизм на рис. 2.1в содержит три подвижных звена (зубчатые колеса 1, 2 и 3), три низшие вращательные кинематические пары и две высшие пары в местах зацепления зубьев колес:

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1$$

Вывод: механизм имеет одно входное звено: в данном случае зубчатое колесо 1.

Для выяснения смысла понятия «избыточная связь или лишнее звено» рассмотрим стержневой механизм, показанный на рис. 2.4а. Такой механизм называется шарнирным параллелограммом, так как его звенья попарно равны и параллельны: первое звено равно и параллельно третьему, а второе – стойке AD. Число степеней свободы этого механизма равно единице:

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

Добавим к этому механизму еще одно звено 4 равное и параллельное звену 2 при помощи двух кинематических пар в точках E и F (рис. 2.4б). Простота схемы дает возможность убедиться, что этот механизм, несмотря на усложнение, сохранил прежнюю подвижность, то есть, его число степеней свободы по-прежнему равно единице. Однако, расчет по формуле Чебышева дает нулевой результат, из чего теоретически можно сделать вывод, что эта механическая система является неподвижной, то есть, это не механизм, а ферма.

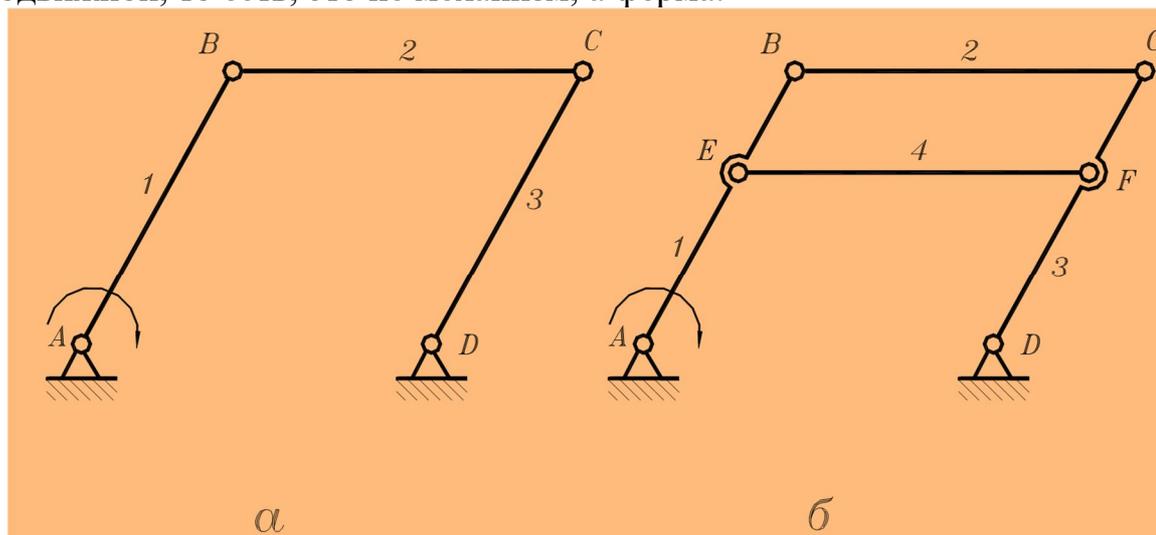


Рис. 2.4.

Это было бы действительно так, если бы звено 4 не было параллельно звену 2. Но так как эти звенья параллельны, то система имеет подвижность, то есть, это механизм. Звено 4 является лишним в структурном смысле, то есть, оно может быть удалено из механизма без нарушения принципов его движения, а в формуле Чебышева это учитывается, как $s = 1$:

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 + 1 = 1$$

В реальных механизмах дополнительные звенья устанавливаются для увеличения нагрузочной способности и жесткости (спарники локомотивов, спутники планетарных редукторов и пр.).

Для определения числа степеней свободы пространственных механизмов служит структурная формула Малышева, предложенная им в двадцатых годах XX века:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 + s \quad (2.2)$$

где p_1, p_2, p_3, p_4 и p_5 – количество кинематических пар, класс которых соответствует индексу.

В качестве примера определения числа степеней свободы пространственного механизма рассмотрим исполнительный механизм робота – манипулятор. Такие механизмы принципиально отличаются от механизмов, описанных выше. Механизмы, показанные на рис. 2.1 – 2.4 и им подобные, имеют, как минимум, два обозначения стойки (подштриховка). Такие механизмы называются замкнутыми, то есть, их кинематическая цепь, начавшись кинематической парой, образованной входным звеном и стойкой, опять приходит к стойке (замыкается) через выходное звено (а может быть еще и через промежуточные звенья у сложных механизмов). Механизмы манипуляторов являются незамкнутыми, только одно из подвижных звеньев образует кинематическую пару со стойкой.

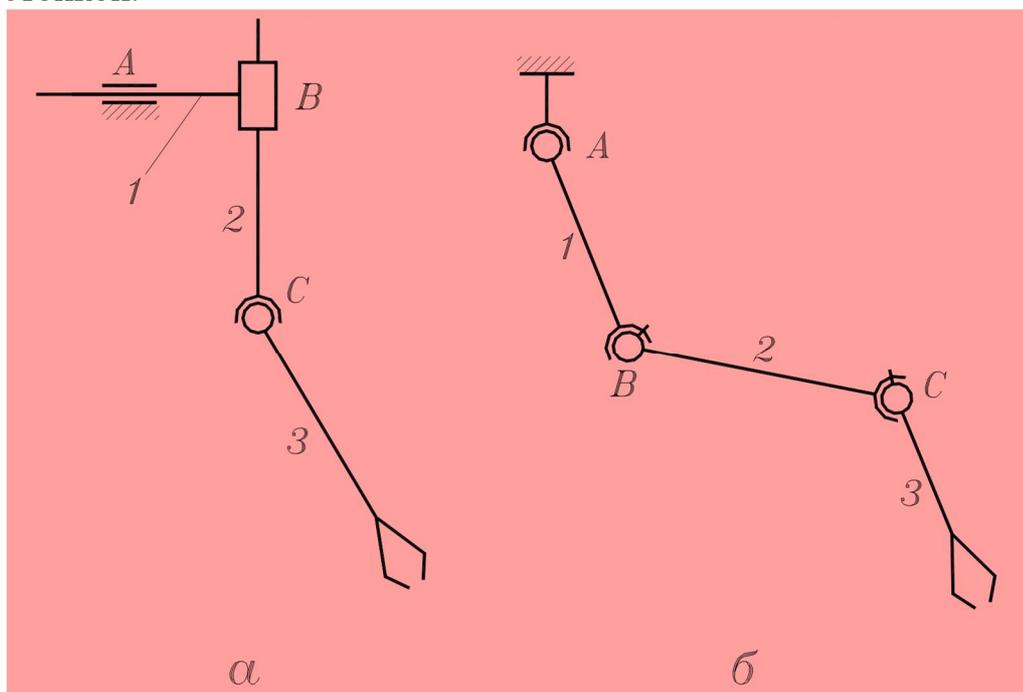


Рис. 2.5.

На рис. 2.5а показана схема манипулятора транспортного робота М-22. Этот манипулятор содержит три подвижных звена, третье звено имеет схват для зажима объекта транспортирования. Кинематические пары: в точке А - цилиндрическая IV класса, в точке В - поступательная V класса и в точке С - сферическая III класса.

Для определения числа степеней свободы манипулятора используем формулу Малышева (2.2):

$$W = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 6$$

Это означает, что для однозначного нахождения позиций всех звеньев представленного манипулятора надо задать шесть независимых координат. Управление каждой координатой может производиться отдельным двигателем или от одного двигателя при помощи систем передач, управляемых муфт и т.д.

Из анализа манипулятора следует: заключение, сделанное выше о том, что подавляющее большинство механизмов имеют одну степень свободы, относится только к замкнутым механизмам, но совершенно не относится к манипуляторам. Заметим также, что число степеней свободы манипулятора равно сумме подвижностей каждой кинематической пары, входящей в него. Поэтому, подсчет числа степеней свободы может вестись не по формуле Малышева, а по подвижностям кинематических пар.

Рассмотрим для примера манипулятор транспортного робота Maskot, схема которого дана на рис. 2.5б. У него три подвижных звена, одна сферическая кинематическая пара в точке А и две сферические пары с пальцем в точках В и С. Сферическая пара имеет три подвижности, а сферические пары с пальцем – по две подвижности, следовательно, манипулятор имеет семь степеней свободы.

Опорные слова.

1. Число степеней свободы механизма – это число независимых координат, однозначно определяющих позиции всех звеньев.
2. Число степеней свободы механизма равно количеству его входных звеньев.
3. Число степеней свободы механизма соответствует минимальному числу вариантов движения его звеньев.
4. Местная подвижность – подвижность звена, не влияющая на работу механизма.
5. Избыточная связь или лишнее звено – звено, которое можно удалить из механизма без нарушения принципа его действия.

Контрольные вопросы.

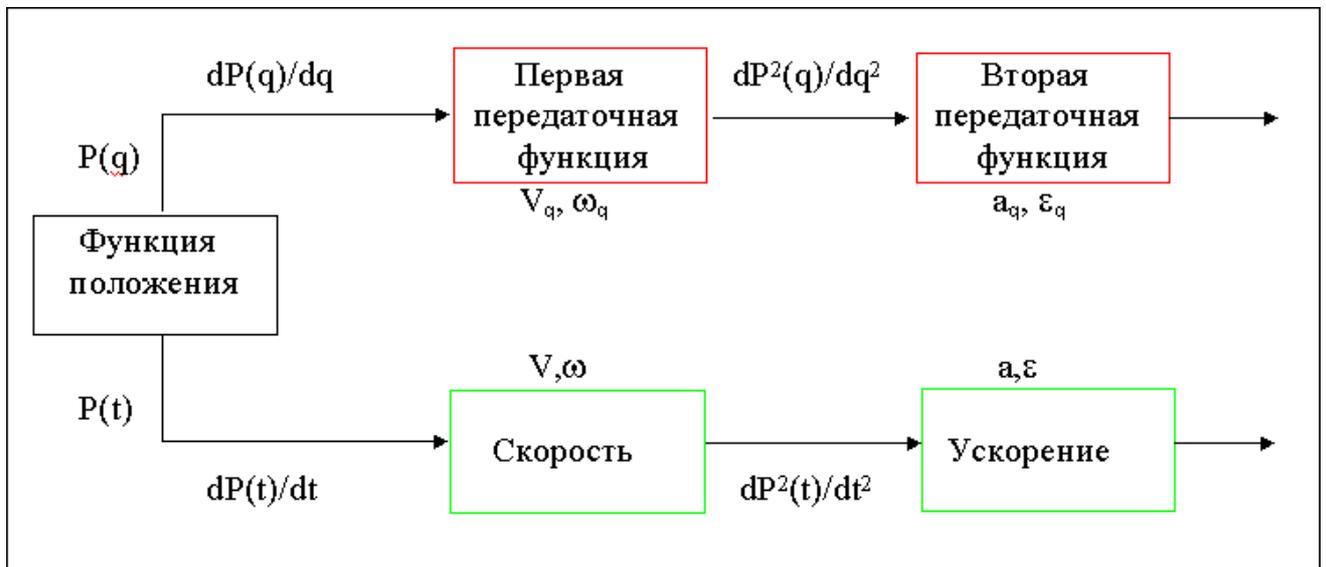
1. Из каких звеньев состоят механизмы?
2. Какие механизмы изучаются в курсе ТММ?
3. Что такое число степеней свободы механизма?
4. Чем отличаются структурные формулы Малышева и Чебышева?
5. Чему соответствует число степеней свободы механизма?
6. Чем отличаются механизмы роботов от механизмов других машин?

Лекция 3. Кинематический анализ механизмов. Масштабный коэффициент. Исследование кинематических механизмов графическим путем.

Кинематический анализ механизмов.

К кинематическому анализу механизмов относится :

- - определение положений звеньев механизма,
- - определение скорости ведомых точек механизма в зависимости от скорости ведущего звена;
- - определение ускорений ведомых точек механизма, возникающих в следствии переменности скорости и по значению и по направлению.



трех задач вне зависимости от сил, действующих на эти звенья

Определение положения звеньев механизма

Решение этой задачи позволяет судить о том, какие положения звеньев механизма при том или ином положении ведущего звена, например, при этом можно установить положения рабочего органа в холостом и рабочем положениях (шасси самолета), рабочий ход инструмента (строгальный станок), траектория рабочего органа (подъемный кран) и т. д.

Для решения этой задачи должны быть известны кинематическая схема механизма и функция перемещения ведущего звена.

Положения механизма можно определить аналогичным путем и графическим путем.

Как известно, ведущее звено входит в кинематическую пару со стороны (рис.14.), то положение его можно задать зависимостью его угловой координаты от времени .

$$\varphi_1 = \varphi_1(t) \quad (6)$$

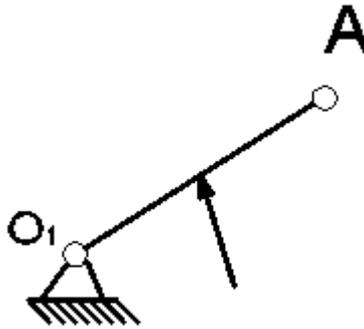


Рис.14. Ведущее звено.

Изменения его угловой скорости ω_1 от времени t .

$$\omega_1 = \omega_1(t) \quad (7)$$

а изменение его углового ускорения E_1 от времени t .

$$E_1 = E_1(t) \quad (8)$$

Можно получить последовательным дифференцированием зависимости (6) по времени. При графическом методе анализа механизма, в первую очередь подлежит группе Ассур, присоединенная к ведущему звену и стойке, затем надо переходить к группе Ассур присоединенной во вторую очередь и т.д.

Правде чем начинать определить положения механизма, его следует построить в масштабе, для чего выбираем масштабный коэффициент.

$$\mu_l = \frac{l_{O_1A}}{O_1A} \left[\frac{м}{мм} \right],$$

где- l_{O_1A} действительная длина кривошипа, $\overline{O_1A}$ -принятая длина звена t , которую удобно отложить на чертеже («чертежная длина звена»)

Пример. Дан кривошипно-ползунный механизм (рис.15). Известны действительные размеры звеньев: $l_{O_1A} = 0,05 м$, $l_{AB} = 0,15 м$. Положение ведущего звена определяется углом $\varphi_1 = 45^\circ$

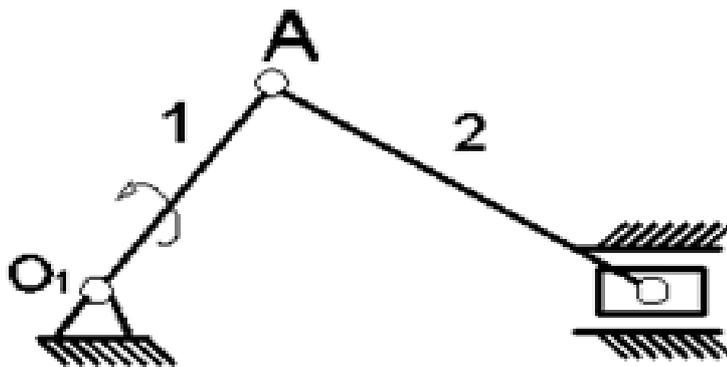


Рис.15. Эскиз кривошипно-ползунного механизма

Решение

1. Определим масштабный коэффициент, для чего задаем длину отрезка ведущего звена мм, $\overline{O_1A} = 25$

$$\mu_l = \frac{l_{O_1A}}{\overline{O_1A}} = \frac{0,05}{25} = 0,002 \left[\frac{м}{мм} \right]$$

2. Определяем длины звеньев, которая следует отложить на чертеже;

$$\overline{AB} = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,15}{0,002} = 75 \text{ мм}$$

3. Строим на чертеже (рис. 16) положения центра шарнира O_1 и направляющей поступательной пары $x-x$

4. Строим планы положений для групп Ассура второго класса, которая решается методом засечек. Для этого проведем окружность \overline{AB} радиуса до пересечения с лишней, т.е. $x-x$. Если это построения повтором 12 раз, то получим шатунную кривую для точек S_2

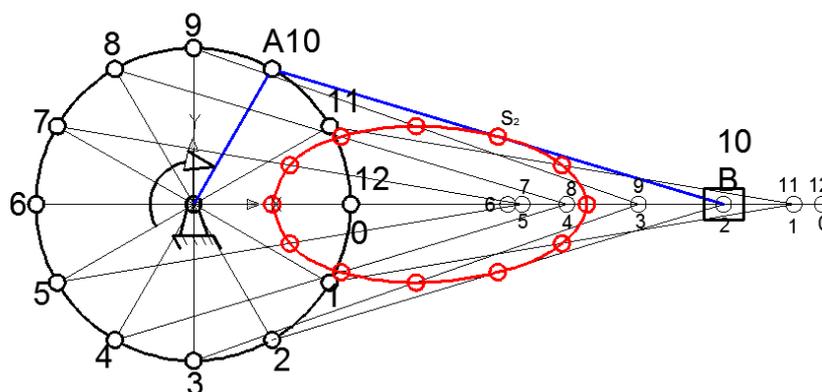


Рис 16. Положения кривошипно-ползунного механизма траектория шатунной кривой точки. S_2

Скорости и ускорения точек ведомых звеньев можно определить следующими методами:

- - графический метод (с помощью диаграмм);
- - аналитическим метод (с помощью составления уравнений положения с последующим дифференцированием).
- - графо-аналитический метод (с помощью полярных планов скоростей и ускорений);
- - экспериментальный метод (с помощью специальных измерительных приборов, датчиков и установок)

Построения кинематических диаграмм.

Кинематическая диаграмма представляет собой графическое изображение

перемещения точки звена исследуемого механизма в функции времени или от обобщенной координаты φ_1 , т. е. оторить графическое изображение зависимостей.

$$S_B = S_B(t); \quad V_B = V_B(t); \quad a_B = a_B(t)$$

В качестве примера рассмотрим построение кинематических диаграмм для В кривошипно-ползунного механизма (рис. 16), кривошип которого вращается с постоянной угловой скоростью ω_1 .

Отчет перемещений точки В ползуна удобно вести от крайнего (мертвого) положения ползуна. Проверим оси координат и на оси абсцисс откладываем отрезок \overline{MT} , представляющий собой в масштабе μ_t время T одного моего абрита кривошипа,

$$T = \frac{60}{n} = \mu_t \cdot (\overline{MT})$$

где

n - число оборотов кривошипа в минуту,
Тогда масштабный коэффициент времени

$$\mu_t = \frac{60}{n(0-12)} \quad (3)$$

Отрезок \overline{MT} на 12 равных частей и в соответствующих точках откладывать расстояние, пройденное точкой В (рис. 17 (а)). Полученная кривая называется диаграмма перемещения ползуна В.

Продифференцировав графическим способом полученную диаграмму $S_B = S_B(t)$, получим диаграмму скорости, $V_B = V_B(t)$ еще раз продифференцировав диаграмму скорости, получим диаграмму ускорения. Существует три метода графического дифференцирования:

1. метод касательных
2. метод Хорд
3. метод приращений.

Методы касательных и хорд заключаются в проведении к соответствующим точкам касательных прямой и хорды. Геометрический смысл этих заключается в том, что они с абсциссой образуют также углы, а физический смысл означает скорость.

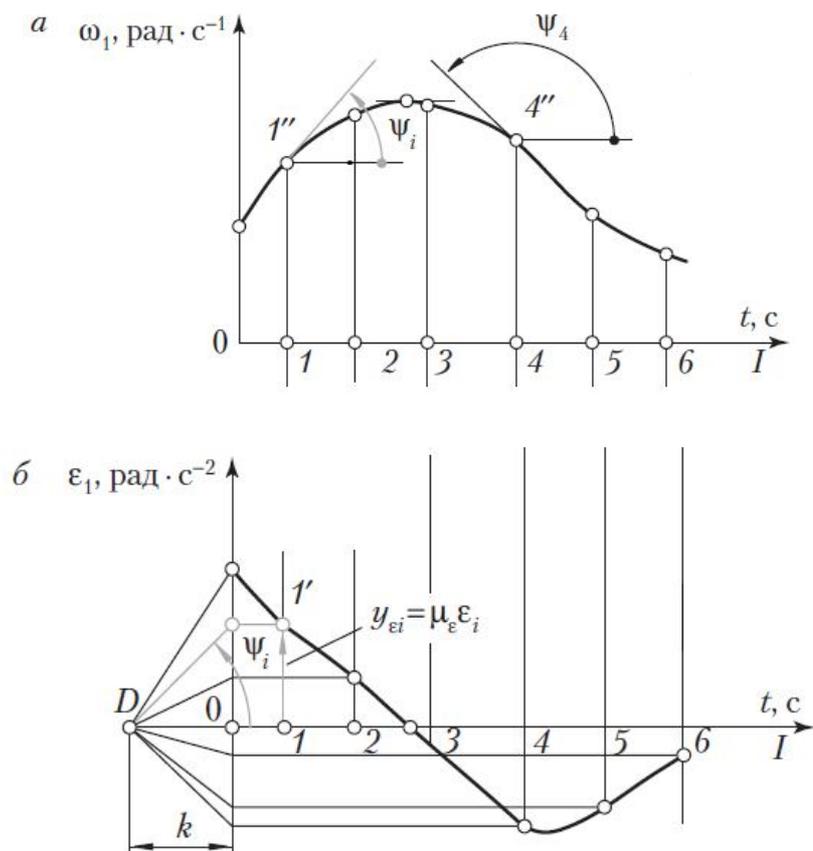


Рис. Касательные и хорды, проведенные к графику $S_B = S_B(t)$

Масштабные коэффициентной диаграммы скорости определяется следующим образом

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t H_1} \left[\frac{\text{мм/с}}{\text{мм}} \right] \quad (8)$$

Масштабный коэффициент диаграммы ускорения определяется как

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t H_2} = \frac{\mu_s}{\mu_t^2 \cdot H_1 H_2} \quad (9)$$

если, тогда $H_1 = H_2$

$$\mu_a = \frac{\mu_s}{\mu_t H^2} \quad (10)$$

Метод приращений отличается от предыдущих методов простотой, однако этим методом определяются только средние скорости искомых звеньев. По этой причине не стоит подробнее рассматривать этот метод, т. к. он слишком прост.

Лекция 3. Кинематика механизмов методом полярных планов.

Построения планов скорости и ускорения.

План лекции.

1. Цель и задачи изучения кинематики простейших стержневых механизмов.
2. Построение положений звеньев механизма и траекторий их точек.
3. Виды скоростей и ускорений.
4. План скоростей кривошипно-ползунного механизма.
5. Передаточные отношения и их виды.
6. План ускорений кривошипно-ползунного механизма.

Цель и задачи изучения кинематики стержневых механизмов.

Цель изучения кинематики (кинематического исследования или кинематического анализа) сформулирована в курсе теоретической механики, это определение возможных движений. Применительно к механизмам – это определение возможных движений звеньев и их точек, то есть, тех движений, которые принципиально возможны и которые не учитывают сил и моментов, действующих на звенья механизма.

Задачи кинематического исследования:

- определение позиций звеньев механизма в процессе его работы и определение траекторий точек звеньев;
- определение скоростей звеньев и их точек;
- расчет передаточных отношений в механизме;
- определение ускорений звеньев и их точек.

Указанные задачи могут быть решены аналитическими, графическими и графоаналитическими методами. Рассмотрим решения каждой задачи.

Построение положений звеньев механизма и траекторий их точек.

Определение позиций звеньев механизма в процессе его работы обычно ведется графическими приемами с использованием метода засечек. Производится построение нескольких совмещенных положений механизма, то есть, неподвижные точки механизма находятся в одном и том же месте. Как правило, строится четное число положений – 6, 8 или 12, соответствующих равномерно расположенным позициям входного звена. Покажем это на примере нецентрального кривошипно-ползунного механизма, то есть, механизма, у которого линия дви-

жения ползуна не проходит через центр вращения кривошипа (рис. 4.1).

Схема механизма изображается в масштабе длин. Здесь надо сказать, что в курсе прикладной механики используются масштабы, которые являются отношениями действительной величины к ее изображению на схеме, чертеже или графике. Изображение на чертеже – это всегда отрезок, измеряемый в миллиметрах, а единица измерения действительной величины зависит от вида параметра, который надо изобразить в масштабе – это может быть масса, угол, момент, скорость и т.д. В масштабе длин действительной величиной является длина в метрах. Масштаб обозначается греческой буквой μ с соответствующим индексом; в данном случае – это индекс длины l :

$$\mu_l = \frac{\bar{l}}{l} \left(\frac{м}{мм} \right) \quad (4.1)$$

где: l – действительная длина в м;

\bar{l} – изображение этой длины на схеме в мм.

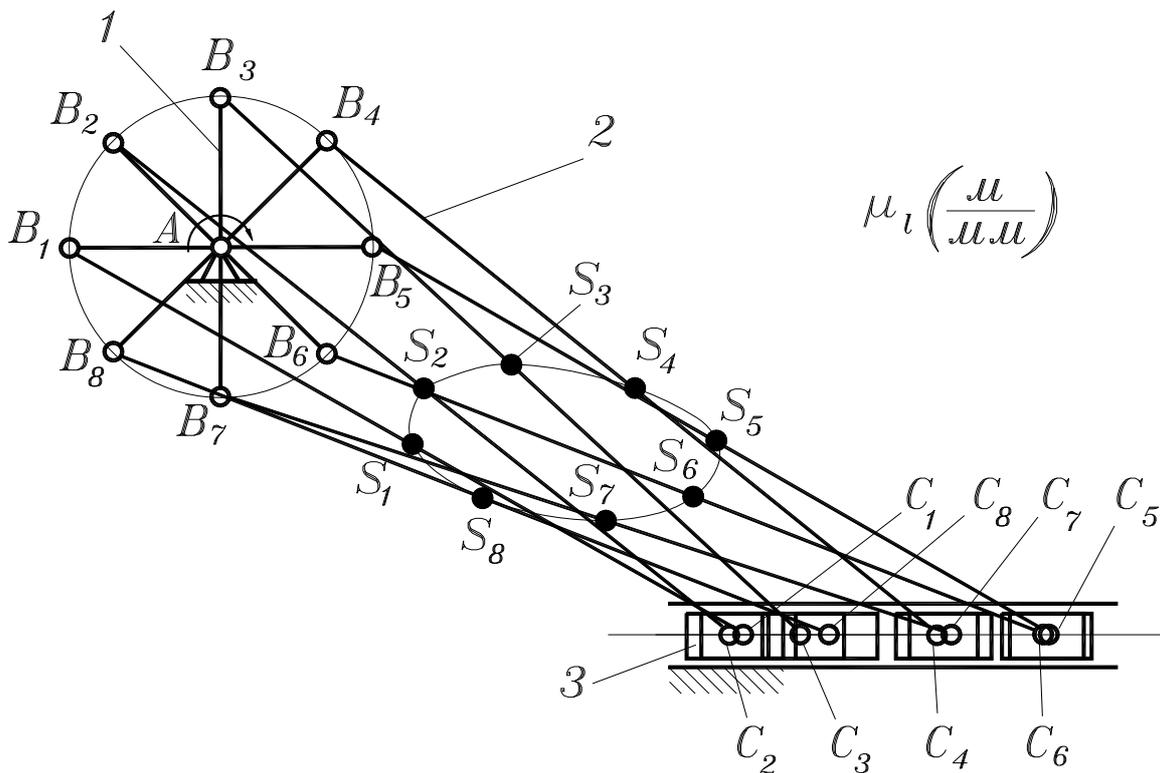


Рис. 4.1.

На рис. 4.1 показаны 8 совмещенных положений механизма. Строятся они следующим образом. Прежде всего изображается схема этого механизма в первой позиции; это может быть любая позиция, например, при горизонтальном левом положении кривошипа. После этого чертятся траектории точки B кривошипа (окружность) и точки C ползуна (прямая). Окружность траектории точки B

делится на 8 равных частей и изображаются восемь равномерно расположенных позиций кривошипа. Затем, из каждой точки В радиусом, равным длине шатуна, делаются засечки на прямой траектории точки С ползуна. Получаем позиции ползуна, соответствующие точкам В кривошипа. Соединив точки S шатуна в каждой его позиции плавной кривой, получим траекторию этой точки шатуна (шатунная кривая).

Совмещенные положения кривошипно-коромыслового механизма строятся подобным образом с той разницей, что засечки из точек кривошипа радиусом равным длине шатуна делаются не на прямой траектории точки ползуна, как в кривошипно-ползунном механизме, а на дуге окружности траектории точки коромысла (рис. 4.2).

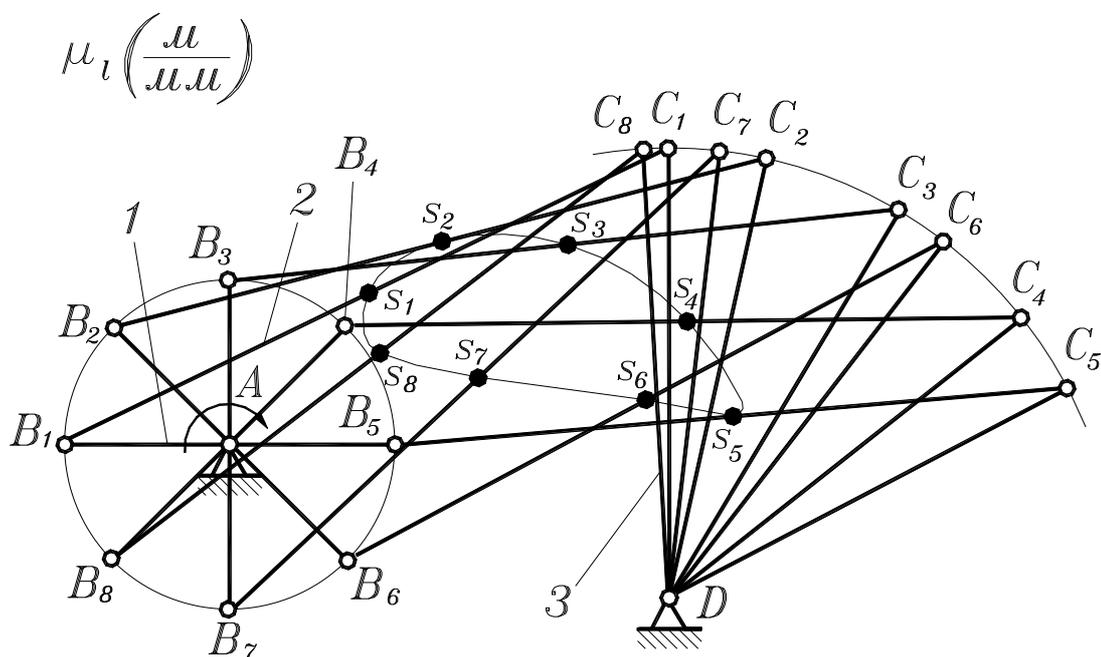


Рис. 4.2.

Построение совмещенных положений кривошипно-кулисных механизмов значительно проще, так как у них точки кривошипа, камня и кулисы совпадают (рис. 4.3). Заметим, что в зависимости от длины кривошипа и расстояния между центрами вращения кривошипа и кулисы, кулиса может совершать качательное или вращательное движение.

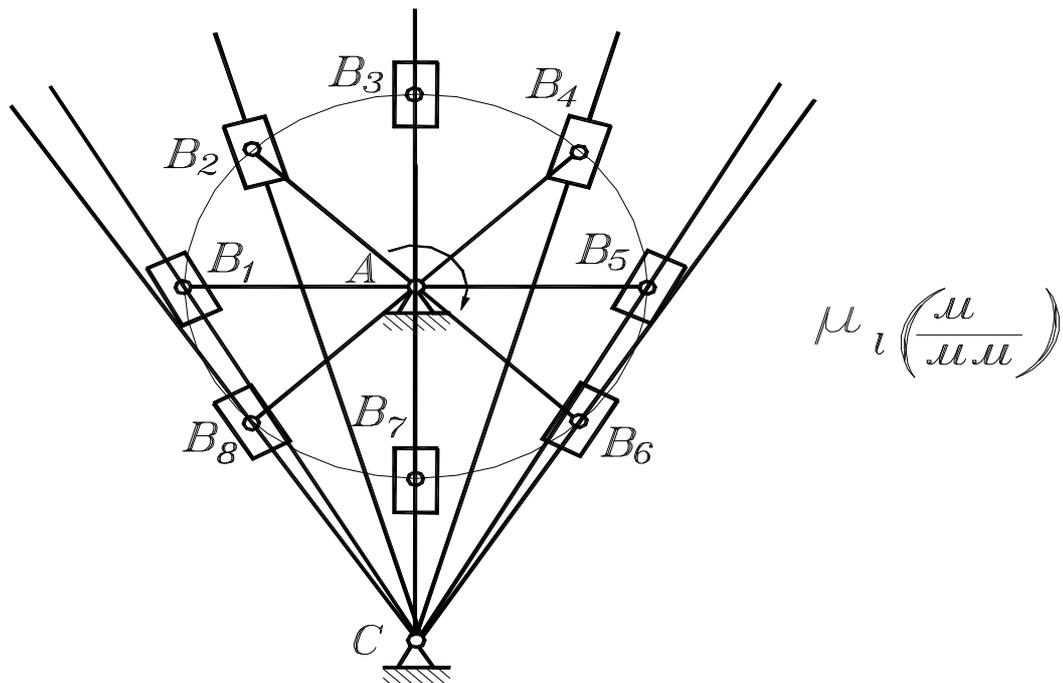


Рис. 4.3.

Определение скоростей звеньев и их точек.

Сначала рассмотрим классификацию скоростей в стержневых механизмах. Заметим, что все сказанное о типах скоростей относится и к ускорениям.

Различают скорости угловые и линейные.

Угловыми скоростями обладают звенья, в том числе и шатуны, которые в каждый момент времени можно рассматривать, как поворачивающиеся вокруг какой-то точки (мгновенный центр вращения в абсолютном движении или шарнир звена – в относительном). Исключение составляет ползун, так как он совершает только поступательное движение. Угловые скорости обозначаются греческой буквой ω , измеряются в рад/с и имеют два направления: по часовой стрелке и против часовой стрелки.

Линейными скоростями обладают точки звеньев и ползун, как звено, совершающее только поступательное движение. Линейная скорость является векторной величиной и обозначается буквой v .

Среди линейных скоростей будем различать скорости абсолютные, относительные и релятивные.

Абсолютная скорость – это скорость точки относительно стойки. В этом случае обозначение скорости имеет индекс этой точки, например, v_B , или v_S .

Относительная скорость – это скорость одной точки звена относительно другой точки того же звена. В основном будем рассматривать относительные скорости точек шатунов, например, v_{CB} – это скорость точки С относительно

точки В.

Релятивная скорость – это скорость точки одного звена относительно совпадающей с ней точки другого звена. Эту скорость будем рассматривать только для кулисных механизмов. Точка В (рис. 4.3) реализована на кривошипе 1 и камне 2 в виде шарнира, связывающего камень с кривошипом; в данный момент времени с этой точкой совпадает воображаемая точка на кулисе 3, то есть, точка, которая никак не реализована, но которая нужна для расчетов и построений. Релятивная скорость v_{B3B1} (или v_{B3B2}) – это скорость точки B_3 кулисы относительно точки B_1 кривошипа (или точки B_2 камня). Учитывая, что камень и кулиса совершают друг относительно друга поступательное движение, можно сказать, что релятивная скорость – это скорость кулисы относительно камня.

Различают графоаналитические и аналитические методы определения скоростей. Из графоаналитических наиболее употребителен метод планов скоростей. Аналитический метод рассмотрен в [13]. Здесь рассмотрим определение скоростей при помощи планов скоростей.

План скоростей – это многоугольник векторов абсолютных, относительных и релятивных скоростей, построенный в определенном масштабе, с помощью которого могут быть определены мгновенные линейные и угловые скорости в механизме, то есть, скорости в заданной позиции этого механизма (а также найдены его передаточные отношения, о чем будет сказано ниже). В этом многоугольнике векторы абсолютных скоростей выходят из одной точки, называемой полюсом плана скоростей (точка p), а векторы относительных скоростей соединяют концы абсолютных.

Рассмотрим решение этой задачи на примере кривошипно-ползунного механизма. Исходными данными задачи являются геометрические параметры механизма – кинематическая схема в масштабе μ_1 (рис. 4.4), и его входной кинематический параметр – постоянная угловая скорость кривошипа ω_1 . Линейная скорость точки В кривошипа может быть найдена по известной формуле

$$v_B = AB \cdot \omega_1 \quad (4.2)$$

Вектор этой скорости, изображенный в произвольном масштабе скоростей, является исходным для построения плана скоростей. Масштаб скоростей:

$$\mu_v = \frac{v}{\bar{v}} \left(\frac{m}{c \cdot mm} \right) \quad (4.3)$$

где: v – действительная линейная скорость в м/с;

\bar{v} – изображение вектора этой скорости в мм.

Для упрощения построений и вычислений удобно этот масштаб выбирать не произвольным, а таким, чтобы изображение вектора скорости точки В

кривошипа было равно изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, чтобы $\overline{v} = \overline{AB}$. Тогда, с учетом (4.2), масштаб скоростей:

$$\mu_v = \frac{v_B}{v_B} = \frac{AB \cdot \omega_1}{AB}$$

С учетом (4.1) получим:

$$\mu_v = \mu_l \omega_1 \left(\frac{m}{c \cdot \text{мм}} \right) \quad (4.4)$$

Так как в данном случае изображение вектора скорости точки вращающегося звена равно изображению радиус-вектора расположения этой точки на звене, то такой масштаб скоростей называется масштабом начального звена или для нашего случая – масштабом кривошипа.

Будем строить план скоростей в указанном масштабе (рис. 4.4). Сначала из полюса p проводим вектор скорости точки B кривошипа в сторону, соответствующую направлению его угловой скорости. Этот вектор по вышеуказанному условию будет равен и перпендикулярен изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, $\overline{pb} = \perp \overline{AB}$. (Эти и последующие действия при построении плана скоростей приведены в виде примечаний под планом скоростей на рис. 4.4). Переходим к шатуну. Точка B принадлежит не только кривошипу, но и шатуну, значит скорость точки B шатуна такая же, как и скорость точки B кривошипа, или, говорят, кинематические параметры точек B кривошипа и шатуна одинаковы. Шатун совершает сложное движение в плоскости, то есть, его движение состоит из переносного поступательного со скоростью точки B и относительного вращательного вокруг точки B . Чтобы определить скорость точки C шатуна, надо решить векторное уравнение:

$$\overline{v_C} = \overline{v_B} + \overline{v_{CB}} \quad (4.5)$$

Точка C принадлежит не только шатуну, но и ползуну, и скорости их одинаковы. Ползун совершает поступательное движение вдоль направляющих, значит, линия действия скорости точки C в нашем случае горизонтальна. Так как эта скорость абсолютна, то горизонталь проводим через полюс p . Относительная скорость v_{CB} перпендикулярна шатуну, так как в относительном движении он совершает поворот вокруг точки B . Поэтому, выполняя действие графического сложения по векторному уравнению (4.5), через точку b плана скоростей проводим перпендикуляр к шатуну. В пересечении этих двух линий и будет находиться искомая точка c плана скоростей. Таким образом, \overline{pc} - это вектор абсолютной скорости точки C , а \overline{bc} есть вектор относительной скорости точки C относительно точки B .

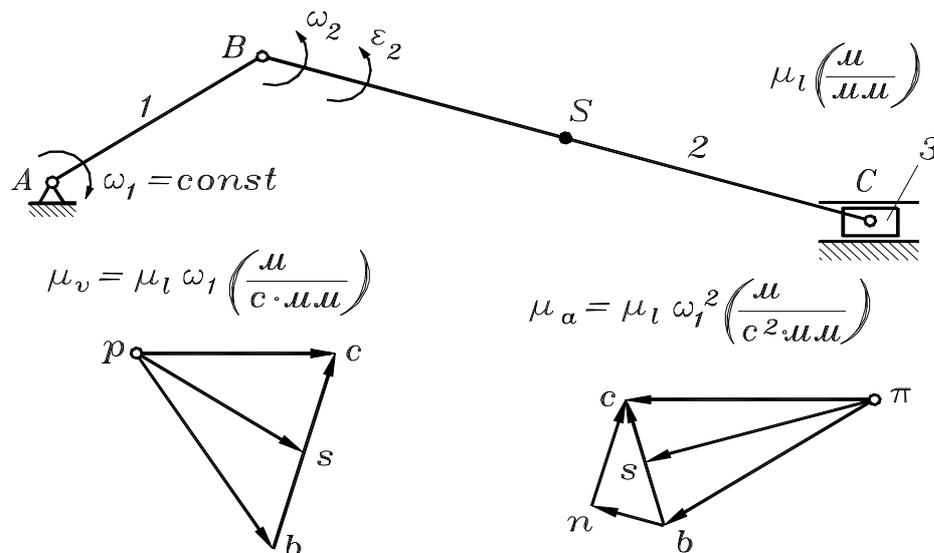


Рис. 4.4.

$$\begin{aligned}
 \overline{v_B} &= \overline{pb} = \perp \overline{AB} & \overline{a_B^n} &= \overline{\pi b} = \parallel \overline{AB} \\
 \overline{v_{CB}} &= \overline{bc} \perp \overline{BC} & \overline{a_{CB}^n} &= \overline{bn} \parallel \overline{BC} & \overline{v_C} &= \overline{pc} \parallel \overline{напр} \\
 \overline{a_{CB}^t} &= \overline{nc} \perp \overline{BC} & & & & \left. \right\} \overline{a_{CB}} = \overline{bc} \\
 \overline{v_S} &= \overline{ps} & \overline{a_C} &= \overline{\pi c} \parallel \overline{напр} \\
 \overline{a_S} &= \overline{\pi s}
 \end{aligned}$$

Для нахождения точки s на плане скоростей используем теорему подобия, согласно которой фигура, образованная векторами относительных скоростей точек звена подобна фигуре звена. В нашем случае можно сказать, что отрезки звена и относительной скорости пропорциональны. То есть, если точка S расположена посередине шатуна BC , то на плане скоростей точка s будет находиться посередине между точками b и c : \overline{bs} – вектор абсолютной скорости точки S .

С помощью построенного плана скоростей могут быть определены величины и направления всех скоростей в механизме, то есть, скоростей точек и звеньев. Направления скоростей точек видны из плана скоростей, а их величину, согласно формуле (4.4), найдем как произведение длины вектора в мм на масштаб скоростей. Например, скорость точки C (или скорость ползуна):

$$v_C = \overline{pc} \cdot \mu_l \text{ (м/с)}$$

Найдем угловую скорость шатуна. Шатун совершает сложное движение в плоскости, но в каждый момент времени можно рассматривать его движение, как движение поворота вокруг мгновенного центра вращения в абсолютном движении или вокруг точки B в относительном движении с одной и той же

мгновенной угловой скоростью. Эта скорость определяется при помощи схемы механизма и плана скоростей, как частное от деления относительной скорости точки В шатуна на радиус-вектор расположения этой точки на шатуне (т.е. на размер BC). Заменяя действительные величины их изображениями на схеме и плане скоростей, получим:

$$\omega_2 = \frac{v_{CB}}{BC} = \frac{\overline{v_{CB}}\mu_v}{\overline{BC}\mu_l} = \frac{\overline{bc}\mu_l\omega_1}{\overline{BC}\mu_l}$$

И после сокращения:

$$\omega_2 = \frac{\overline{bc}}{\overline{BC}} \omega_1 \text{ (рад/с)} \quad (4.6)$$

Чтобы определить направление этой скорости, надо мысленно перенести вектор \overline{bc} из плана скоростей в точку С схемы механизма и он укажет направление ω_2 , в данном случае, против часовой стрелки (рис. 4.4).

Расчет передаточных отношений в механизме.

Передаточные отношения – это отношения скоростей звеньев, точек или звеньев и точек. Величины передаточных отношений используются в динамических расчетах, а также для решения некоторых кинематических задач, в основном, в кулачковых и зубчатых механизмах. Передаточное отношение обозначается буквой u с буквенными или цифровыми индексами. Например, u_{21} – это передаточное отношение от звена 2 к звену 1, или u_{S2} – передаточное отношение от точки S к звену 2.

Будем различать передаточные отношения двух типов: безразмерные и имеющие размерность.

Безразмерные передаточные отношения. Это отношение угловых скоростей или линейных скоростей. Для стержневых механизмов – это отношение угловых скоростей звеньев или линейных скоростей точек звеньев (исключением является ползун, как звено, обладающее только линейной скоростью). Общее количество передаточных отношений в механизме зависит от числа звеньев и может быть велико, все они не определяются, а рассчитываются только те, которые нужны для тех или иных расчетов. Передаточные отношения стержневого механизма для заданного его положения легко определяются, если есть его схема и план скоростей.

Для рассматриваемого кривошипно-ползунного механизма (рис. 4.4) найдем передаточное отношение от шатуна к кривошипу (с учетом (4.6)):

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\overline{bc}\omega_1}{\overline{BC}\omega_1} = \frac{\overline{bc}}{\overline{BC}}$$

Физический смысл такого передаточного отношения следующий: во столько раз одно звено вращается быстрее (или медленнее) другого. Следует помнить, что в

следующем положении механизма это передаточное отношение изменится, так как ω_2 станет другим. Таким образом, передаточное отношение в стержневом механизме имеет только расчетный смысл (используется для динамических расчетов). Практический смысл оно имеет для механизмов передачи вращательного движения, в частности, для зубчатых механизмов, где скорости звеньев постоянны и передаточное отношение неизменно (см. раздел зубчатых механизмов).

Найдем теперь передаточное отношение от точки S к ползуну (учитывая, что скорость ползуна равна скорости точки C):

$$u_{S3} = \frac{v_S}{v_3} = \frac{\overline{v_S \mu_v}}{\overline{v_C \mu_v}} = \frac{\overline{pS}}{\overline{pC}}$$

Физический смысл этого передаточного отношения такой: во столько раз ползун движется быстрее (или медленнее) точки S. Величина этого передаточного отношения для стержневого механизма имеет только расчетный смысл, так как в следующей позиции механизма она изменится. Практический смысл подобное передаточное отношение может иметь для клиновых механизмов. Такие механизмы имеют ограниченное применение и в нашем курсе не изучаются.

Передаточные отношения, имеющие размерность. Это отношения скорости точки звена (или ползуна) к скорости звена, или наоборот – отношение скорости звена к скорости точки звена (или ползуна).

Определим для нашего механизма передаточное отношение от ползуна к кривошипу:

$$u_{31} = \frac{v_3}{\omega_1} = \frac{v_C}{\omega_1} = \frac{\overline{v_C \mu_v}}{\omega_1} = \frac{\overline{pC \mu_l \omega_1}}{\omega_1} = \overline{pC \mu_l} \text{ (м)}$$

Физический смысл этого передаточного отношения такой: на столько метров переместится ползун при повороте кривошипа на один радиан. Так как в следующей позиции механизма, то есть, в следующее мгновение, это передаточное отношение изменится, то его величина имеет только расчетный смысл для данной позиции. Практический смысл подобное передаточное отношение имеет для механизмов «шестерня-рейка» и «винт-гайка», где его величина может оставаться неизменной при работе механизма.

Аналогичным образом могут быть найдены и другие передаточные отношения от точек к звеньям или от звеньев к точкам; в последнем случае передаточное отношение будет иметь размерность обратную предыдущему примеру.

Определение ускорений звеньев и их точек.

Подобно тому, как скорости в механизме находятся при помощи плана скоростей, ускорения в механизме определяются с помощью плана ускорений. План ускорений – это многоугольник векторов абсолютных и относительных ускорений точек. Исходными данными для определения ускорений являются

кинематическая схема механизма и план скоростей (рис. 4.4).

Так как угловая скорость кривошипа постоянна, то каждая его точка имеет нормальное (центростремительное) ускорение, величина которого определится по формуле:

$$a_B^n = AB\omega_1^2 \quad (4.7)$$

Вектор этого ускорения, изображенный в произвольном масштабе ускорений, является исходным для построения плана ускорений. Масштаб ускорений:

$$\mu_a = \frac{a}{\bar{a}} \left(\frac{m}{c^2 \text{ мм}} \right) \quad (4.8)$$

где: a – действительное линейное ускорение в м/с^2 ;

\bar{a} - изображение вектора этого ускорения в мм.

Подобно тому, как это было сделано при построении плана скоростей, для упрощения построений и вычислений удобно этот масштаб выбирать не произвольным, а таким, чтобы изображение вектора ускорения точки В кривошипа было равно изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, чтобы $\bar{a} = \overline{AB}$. Тогда, с учетом (4.7), масштаб ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_B}{\bar{a}_B} = \frac{AB \cdot \omega_1^2}{\overline{AB}}$$

С учетом (4.1) получим:

$$\mu_a = \mu_l \omega_1^2 \left(\frac{m}{c \cdot \text{мм}^2} \right) \quad (4.9)$$

Так как в данном случае изображение вектора нормального ускорения точки вращающегося звена равно изображению радиус-вектора расположения этой точки на звене, то такой масштаб скоростей называется масштабом начального звена или для нашего случая – масштабом кривошипа.

Будем строить план ускорений в указанном масштабе (рис. 4.4). Сначала из полюса π проводим вектор нормального ускорения точки В кривошипа, которое направлено к центру его вращения, то есть, от точки В к точке А. По вышеуказанному условию этот вектор будет равен и параллелен изображению кривошипа на схеме механизма, то есть, $\overline{pb} = \parallel \overline{AB}$. (Эти и последующие действия при построении плана ускорений приведены в виде примечаний под планом ускорений на рис. 4.4). Переходим к шатуну. Точка В принадлежит не только кривошипу, но и шатуну, значит ускорение точки В шатуна такое же, как и ускорение точки В кривошипа. Шатун совершает сложное движение в плоскости, то есть, его движение состоит из переносного поступательного и

относительного вращательного вокруг точки В. Значит, ускорение точки С относительно точки В шатуна состоит из относительного нормального и относительного тангенциального. Чтобы определить ускорение точки С шатуна, надо решить векторное уравнение:

$$\overline{a_C} = \overline{a_B} + \overline{a_{CB}} = \overline{a_B} + \overline{a_{CB}^n} + \overline{a_{CB}^t}$$

Точка С принадлежит не только шатуну, но и ползуну, и ускорения их одинаковы. Ползун совершает поступательное движение вдоль направляющих, значит, линия действия ускорения точки С в нашем случае горизонтальна. Так как это ускорение абсолютно, то горизонталь проводим через точку π плана ускорений. Нормальное ускорение точки С шатуна относительно точки В шатуна может быть определено, так как известна его угловая скорость в относительном движении вокруг точки В. Определим сразу изображение этого ускорения, то есть, длину того вектора, который следует показать на плане ускорений. Выполняя действие графического сложения, согласно векторному уравнению, этот вектор надо отложить из конца вектора ускорения точки В, то есть, от точки \overline{b} параллельно шатуну в направлении от точки С к точке В – к центру относительного вращения (\overline{bn} на рис. 4.4). Длину вектора с учетом (4.6) найдем так:

$$\overline{a_{CB}^n} = \overline{bn} = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a} = \frac{BC\omega_2^2}{\mu_1\omega_1^2} = \frac{\overline{BC}\mu_l(\overline{bc})^2\omega_1^2}{(\overline{BC})^2\mu_l\omega_1^2}$$

После сокращения получим окончательно:

$$\overline{bn} = \frac{(\overline{bc})^2}{\overline{BC}} \text{ (мм)} \quad (4.10)$$

Линию действия тангенциального относительного ускорения проводим, выполняя действие графического сложения, согласно векторному уравнению, из конца вектора \overline{bn} перпендикулярно шатуну. В точке пересечения этой линии с горизонталью линии действия ускорения точки С и находится искомая точка с – конец векторов \overline{pc} (абсолютное ускорение точки С) и \overline{nc} (тангенциальное относительное ускорение точки С). Сумма векторов нормального \overline{bn} и тангенциального \overline{nc} относительных ускорений даст вектор полного относительного ускорения \overline{bc} . Что касается ускорения точки S, то аналогично вышесказанному для плана скоростей, точка s на плане ускорений будет расположена посередине отрезка \overline{bc} .

План ускорений показывает направления и пропорции линейных ускорений в механизме. Величины линейных и угловых ускорений находятся из плана ускорений по формулам. Линейные ускорения – с учетом масштаба

ускорений. Например, ускорение ползуна:

$$a_3 = a_C = \overline{PC} \mu_a \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Угловое ускорение шатуна в его относительном движении вокруг точки В найдем как частное от деления тангенциального относительного ускорения точки С на радиус-вектор расположения этой точки на шатуне (размер ВС). Заменяя действительные величины их изображениями на плане ускорений и схеме механизма, получим:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{BC} = \frac{\overline{PC} \mu_1 \omega_1^2}{\overline{BC} \mu_1}$$

И после сокращения имеем:

$$\varepsilon_2 = \frac{\overline{PC}}{\overline{BC}} \omega_1^2 \text{ (рад/с)} \quad (4.11)$$

Направление углового ускорения шатуна укажет вектор \overline{PC} , мысленно перенесенный из плана ускорений в точку С схемы механизма. В данном случае угловое ускорение шатуна направлено против часовой стрелки, так же, как его угловая скорость – это значит, что шатун в данный момент времени движется ускоренно.

В заключение заметим, что величины ускорений точек и звеньев используются в силовом расчете механизмов для определения сил инерции и силовых инерционных моментов.

Опорные слова.

1. Кинематика изучает принципиально возможные движения механизмов.
2. Абсолютная скорость – это скорость точки (или звена) относительно стойки.
3. Относительная скорость – это скорость одной точки звена относительно другой точки того же звена (для шатунов).
4. Релятивная скорость – это скорость точки одного звена относительно совпадающей с ней точки другого звена (для кулисных механизмов).
5. План скоростей – многоугольник, состоящий из векторов абсолютных, относительных и релятивных скоростей; векторы абсолютных скоростей выходят из полюса плана, их концы соединяют векторы относительных и релятивных скоростей.

Контрольные вопросы.

1. Каковы задачи кинематического исследования стержневых механизмов?

2. Как различаются абсолютные и относительные и релятивные кинематические параметры механизмов?

3. Что такое передаточные отношения и каковы их виды в стержневых механизмах?

4. Каковы методы определения скоростей, ускорений и передаточных отношений в стержневых механизмах?

5. Что такое план скоростей и ускорений?

6. Каковы возможности планов скоростей и ускорений?

Лекция 4. Кинематическое исследования механизмов аналитическим методом

Метод заключается в определении математических выражений, описывающих функциональную связь между входными и выходными параметрами механизма. Для этого служат различные приёмы и методы, такие как метод векторных контуров, который образуется заменой кинематических размеров звеньев векторами, с последующим проецированием этого контура на оси системы координат и получением на этой основе соответствующих уравнений, описывающих кинематику данного механизма. Этой же цели служит метод разбиения схемы механизма на прямо- или косоугольные треугольники, решая которые, получают необходимые математические выражения.

Составлением функции положения для ведомой точки или ведомого звена механизма решаются все задачи кинематического анализа.

Фундаментом положения называется зависимость координаты ведомой точки или ведомости звена от координаты ведущего звена 1.

$$S_i = S_i(\varphi_1)$$

$$\varphi_i = \varphi_i(\varphi_1)$$

где S_i - координата ведомой точки,

φ_1 - Координаты ведущего звена,

φ_i - Координаты ведомого звена,

Треугольник, что ведущее звено совершает вращательное движение, закон движения которого задан зависимостью $\varphi = \varphi_i(t)$, тогда его угловая скорость.

$$\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}$$

угловое ускорения

$$E_1 = \frac{d\omega_1}{dt}$$

А линейное скорости V_i или угловая скорость ведомого звена определяться

$$V_i = \frac{dS_i}{dt} \cdot \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} = \frac{dS_i}{d\varphi_1} \omega_1$$

$$\omega_i = \frac{d\varphi_i}{dt} = \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1} \omega_1$$

Аналогично определяется касательное ускорение ведомой точки или угловое ведомого звена.

$$d = \frac{dV_i}{dt} = \frac{d[(S_i)\omega_1]}{dt} = \frac{d^2 S_i}{d\varphi^2} \omega_1^2 + \frac{dS_i}{d\varphi} E_1$$

$$E_i = \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{d[(\varphi_i)\omega_1]}{dt} = \frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi_1^2} \omega_1^2 + \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1} E_1$$

Решим ряд примеров на составление функции положения ведомого звеньев.

Пример 1. Дан кривошипно-ползунный механизм

Ведущее звено 1 - кривошипа, его длине l_{O_1A} и длина шатуна l_{AB} известны. Требуется составить функцию положения X_B ползуна 3, а также его определить скорость V_B и ускорения a_B .

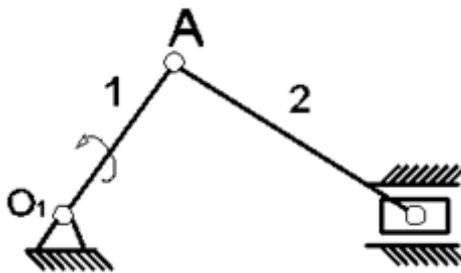


Рис. 25. Схема кривошипно-ползунного механизма

Определим координату $X_b = B_oB$

$$X_b = (O_1A_0 + A_0B_0) - (O_1A \cdot \cos\varphi + AB \cdot \cos\psi)$$

Если обозначим, $O_1A = r$, $AB = l$, тогда $\frac{r}{l} = \lambda$

$$X_B = (r + l) - (r \cdot \cos\varphi + l \cdot \cos\psi)$$

или

$$X_B = r(1 - \cos\varphi) + l(1 - \cos\psi)$$

$$\frac{r}{\sin\psi} = \frac{l}{\sin\varphi} \quad \text{и} \quad \cos\psi = \sqrt{1 - \sin^2\psi} = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\varphi}$$

Из треугольника O_1AB по теореме синусов, имеем

Тогда

$$X_B = r(1 - \cos \varphi) + l(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi})$$

Рассмотрим частные случаи:

- а) если $\varphi = 0$, то $X_B = 0$
- б) если $\varphi = 180^\circ$, то $X_B = 2r$.

Взяв производное по времени уравнения (), получим уравнения скорости ползуна

$$V_B = \frac{dx_B}{dt} = r \sin \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2\lambda^2 l \sin \varphi \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt}}{2\sqrt{1 - (\lambda \sin \varphi)^2}}$$

или, учитывая $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$

$$V_B = \omega r \left(\sin \varphi + \frac{\lambda \sin 2\varphi}{2\sqrt{1 - (\lambda \sin \varphi)^2}} \right)$$

Частные случаи:

- а) если $\varphi = 0$, то $V_B = 0$
- б) если $\varphi = 90^\circ$, то $V_B = \omega \cdot r$
- в) если $\varphi = 180^\circ$, то $V_A = 0$

Взяв производное по времени уравнения (), получим уравнение ускорения ползуна

$$a_B = \omega^2 \cdot r \left\{ \cos \varphi + \lambda \frac{4 \cos 2\varphi [1 - (\lambda \sin \varphi)^2] + \lambda^3 \sin^2 2\varphi}{4(1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \right\}$$

Частные случаи

- а) если $\varphi = 0$, то $a_B = \omega^2 \cdot r(1 + \lambda)$
- б) если $\varphi = 90^\circ$, то $a_B = 0$
- в) если $\varphi = 180^\circ$, то $a_B = -\omega^2 \cdot r(1 + \lambda)$

Полное решение уравнений () и () возможно путем разложения на бином Ньютона.

Пример 2. Дан механизм шарнирного четырехзвенника

Ведущее звено 1 - кривошипа, его длина $l_{O_1A} = 2$ заданы также длина звеньев $l_{AB} = l_2$; $l_{BO} = l_3$ и $l_{O_1O_2} = l_4$.

Требуется составить функцию положения.

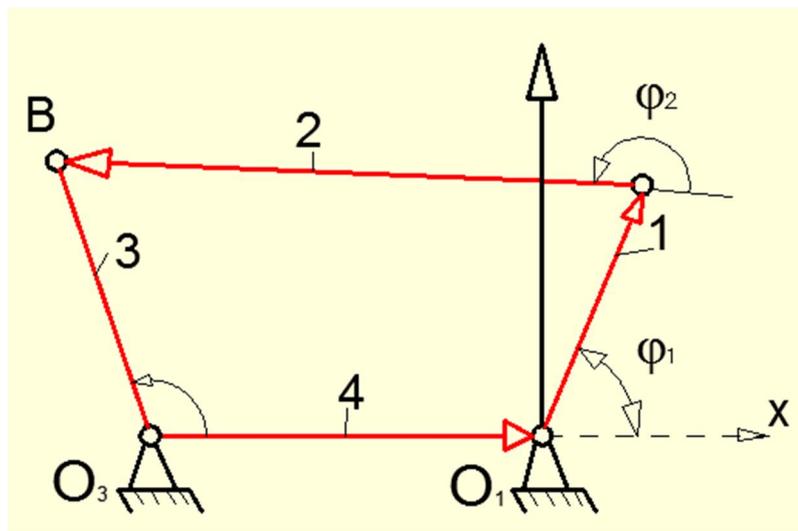


Рис. 26. Аналитическое решение кинематического шарнирного четырехзвенника.

В данном механизме обобщенной неординарной принят угол φ_1 , образованный кривошипом 1 и осью $x-x$.

Рассматривая контур O_1ABO_3 , составим векторное уравнение

$$\overline{O_3O_1} + \overline{O_1A} + \overline{AB} = \overline{O_3B} \quad \text{или} \quad l_4 + l_1 + l_2 = l_3.$$

Проектируем это векторное уравнения на оси системы координат xO_1y

$$\left. \begin{aligned} l_4 \cos \varphi_4 + l_2 \cos \varphi_2 + l_1 \cos \varphi_1 &= l_3 \cos \varphi_3 \\ l_4 \sin \varphi_4 + l_2 \sin \varphi_2 + l_1 \sin \varphi_1 &= l_3 \sin \varphi_3 \end{aligned} \right\}$$

Если учесть, что $\varphi_4 = 0$, то $\sin \varphi_4 = 0$ и $\cos \varphi_4 = 1$, тогда

$$\left. \begin{aligned} l_4 + l_2 \cos \varphi_2 + l_1 \cos \varphi_1 &= l_3 \cos \varphi_3 \\ l_2 \sin \varphi_2 + l_1 \sin \varphi_1 &= l_3 \sin \varphi_3 \end{aligned} \right\}$$

Обозначим

$$l_4 + l_1 \cos \varphi_1 = a; \quad l_1 \sin \varphi_1 = b \quad , \quad \text{тогда}$$

$$\left. \begin{aligned} a + l_2 \cos \varphi_2 &= l_3 \cos \varphi_3 \\ b + l_2 \sin \varphi_2 &= l_3 \sin \varphi_3 \end{aligned} \right\}$$

Возведем уравнение в квадрат и сложим

$$a_2 + b_2 + 2al_2 \cos \varphi_2 + l_2^2 + 2bl_2 \sin \varphi_2 - l_3^2 = 0$$

ИЛИ

$$\frac{a_2 + b_2 + l_2^2 - l_3^2}{2al_2} + \cos \varphi_2 + \frac{b}{a} \sin \varphi_2 = 0$$

Обозначим

$$\frac{a_2 + b_2 + l_2^2 - l_3^2}{2al_2} = A; \quad \frac{b}{a} = B$$

Тогда $A + \cos \varphi_2 = -B \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_2}$

Возведем в квадрат уравнение, получим

$$A^2 + 2A \cos \varphi_2 + \cos^2 \varphi_2 = B^2 (1 - \cos^2 \varphi_2)$$

Или

$$(1 + B^2) \cos^2 \varphi_2 + 2A \cos \varphi_2 + (A^2 - B^2) = 0$$

что является квадратным уравнением, из которого определим угол φ_3 в функции угла φ_1 , т. е.

$$\cos \varphi_2 = \frac{1}{(AB^2)} \left[A \pm B \sqrt{1 - (A^2 - B^2)} \right] = 0$$

где,

$$A = \frac{l_4^2 + l_1^2 + l_2^2 - l_3^2 + 2l_4l_1 \cos \varphi_1}{2l_2(l_4 + l_1 \cos \varphi_1)}$$

$$B = \frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_4 + l_1 \cos \varphi_1}$$

Угол φ_3 определяется из уравнения
где $\cos \varphi_2$ определяется из формул.

$$\cos \varphi_3 = \frac{a + l_2 \cos \varphi_2}{l_3};$$

Пример 3. Дан синусный механизм

Ведущее звено 1 - кривошип OA , его координат φ_1 . Требуется составить функцию положения для звена 3.

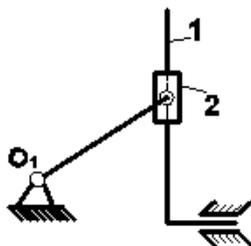


Рис. 27. К аналитическому решению задачи кинематического анализа синусного механизма

Решение. Из прямоугольного треугольника O_1AB получим $S_3 = l_{O_1A} \cdot \sin \varphi_1$

Продифференцировав по времени уравнение получим скорость кулисы 3

$$V_3 = l_{O_1A} \cdot \omega_1 \cdot \cos \varphi_1$$

Продифференцировав еще раз уравнение получим ускорение кулисы 3

$$a_3 = l_{O_1A} \cdot \omega_1^2 \cdot \sin \varphi_1$$

Частные случаи

а) если $\varphi = 0$, то $V_3 = l_{O_1A} \cdot \omega$; $a_3 = 0$

б) если $\varphi = \frac{\pi}{2}$, то $V_3 = V = 0$; $a_3 = \omega^2 l_{O_1A}$

в) если $\varphi = \pi$, то $V_3 = l_{O_1A} \omega$; $a_3 = 0 = a$.

Пример 4. Дан тангенсный механизм

Ведущее звено 1, известно расстояние a , координата ведущего звена. Требуется составить функцию положения для звена 3.

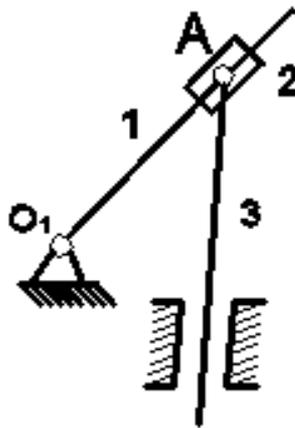


Рис. 28. К аналитическому решению задач кинематического анализа тангенсного механизма.

Решение. Из треугольника O_1A находим

$$S_3 = a \cdot \operatorname{tg} \varphi_1$$

Продифференцировав во времени уравнения получим скорость звена 3.

$$V_3 = a \cdot \omega_1 \cdot \sec^2 \varphi_1$$

Продифференцировав еще раз уравнение, получим ускорение звена

3

$$V_3 = 2\omega_1^2 \cdot a \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\cos^2 \varphi_1}$$

Лекция 5. Динамический анализ механизмов. Кинетостатический расчет механизма. Рычаг Жуковского

План лекции.

1. Задачи силового расчета.
2. Принцип Даламбера.
3. Определение сил инерции и силовых моментов инерции звеньев.
4. Силовой расчет кривошипно-ползунного механизма.

Работа реального механизма происходит под действием внешних сил. Внешние силы вызывают появление в механизме внутренних сил, то есть сил, с которыми одни звенья действуют на другие. Силовой расчет имеет целью определение сил взаимодействия звеньев в кинематических парах механизма. Если одно звено действует на второе с определенной силой, то, согласно третьему закону Ньютона, это вызывает противодействие второго звена с такой же силой. Поэтому, силы взаимодействия звеньев в кинематических парах называются силами реакции или просто реакциями и обозначаются буквой R с соответствующими индексами, например, R_{23} – это сила, с которой второе звено действует на первое, а R_{32} – равная и противоположная ей сила.

Знание величин реакций в кинематических парах необходимо для дальнейшего расчета на прочность этих кинематических пар с целью определения их размеров, например, диаметра шарнира, длины направляющих и пр.

Силовой расчет механизмов, как подвижных механических систем, производится с использованием принципа Даламбера: если к подвижной механической системе наряду с внешними силами приложить силы инерции ее звеньев, то такую систему можно рассматривать в равновесии и рассчитывать методами статики. Рассмотрим сначала методы расчета сил инерции для звеньев, совершающих простые и сложные движения.

Определение сил инерции и силовых моментов инерции звеньев.

существующие в природе, а введенные для удобства расчетов. В реальности дело обстоит так. У тела есть только два естественных состояния – покоя и равномерного прямолинейного движения, при которых на тело не действуют никакие силы. Если эти состояния нарушаются при наложении какой-либо связи,

то на тело действует сила реакции связи; эта сила вызывает противодействие, которое и принято называть силой инерции.

В начале заметим, что силы инерции – это фиктивные силы, не

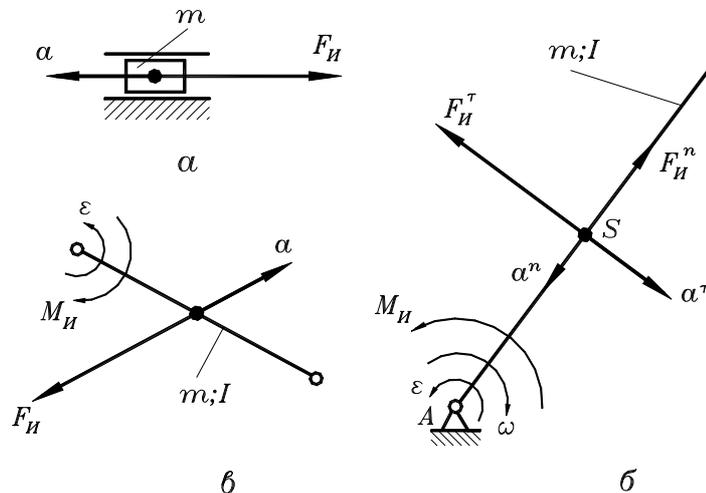


Рис. 6.1

Рассмотрим определение сил инерции и силовых моментов инерции для звеньев, совершающих поступательное, вращательное и сложное движения.

Поступательно движущееся звено. Ползун, имеющий массу m , условно сосредоточенную в центре масс, (рис.6.1а) движется с ускорением a , значит, согласно второму закону Ньютона, к нему приложена сила инерции $F_{и}$, направленная в сторону, противоположную ускорению. Величина этой силы находится так:

$$F_{и} = m a \text{ (Н)}$$

Вращающееся звено. Звено с массой m , условно сосредоточенной в центре масс S (рис. 6.1б), и моментом инерции I относительно центра масс вращается вокруг неподвижной точки A с угловой скоростью ω и угловым ускорением ε . Следовательно, центр масс имеет нормальное ускорение a^n и тангенциальное ускорение a^τ . Используя второй закон Ньютона можно сказать, что на это звено действуют нормальная и тангенциальная составляющая силы инерции и силовой инерционный момент, причем эти силы и момент направлены в сторону, противоположную соответствующим кинематическим параметрам. Их величины найдем так:

- нормальная сила инерции

$$F_{и}^n = m a^n = m A S \omega^2 \text{ (Н)} \quad (6.1)$$

- тангенциальная сила инерции

$$F_{и}^\tau = m a^\tau = m A S \varepsilon \text{ (Н)} \quad (6.2)$$

- силовой инерционный момент

$$M_{II} = I \varepsilon \text{ (Нм)} \quad (6.3)$$

При рассмотрении вращательного движения звена интерес представляют частные случаи расчета сил инерции и силового инерционного момента, связанные с равенством нулю некоторых геометрических и кинематических параметров звена.

1. Центр масс звена не совпадает с центром вращения, угловая скорость звена постоянна: $AS \neq 0; \omega \neq 0; \varepsilon = 0$, тогда, с учетом (6.1), (6.2) и (6.3),

$$F_{II}^n \neq 0; F_{II}^\tau = 0; M_{II} = 0.$$

В этом случае на звено действует только нормальная (центробежная сила инерции).

2. Центр масс звена совпадает с центром его вращения, угловая скорость постоянна (случай равномерного вращения шестерен, шкивов, маховиков или других уравновешенных звеньев): $AS = 0; \omega \neq 0; \varepsilon = 0$, тогда, с учетом

(6.1), (6.2) и (6.3), $F_{II}^n = 0; F_{II}^\tau = 0; M_{II} = 0$. То есть, на такие звенья при их равномерном вращении не действуют никакие силы

3. Центр масс звена совпадает с центром его вращения, угловая скорость равна нулю, а угловое ускорение существует (момент пуска или останова):

$AS = 0; \omega = 0; \varepsilon \neq 0$, тогда, с учетом (6.1), (6.2) и (6.3),

$$F_{II}^n = 0; F_{II}^\tau = 0; M_{II} \neq 0.$$

Звено, совершающее сложное движение в плоскости. Шатун с массой m , сосредоточенной в центре масс, и моментом инерции I относительно центра масс (рис. 6.1в) совершает движение с угловым ускорением ε , следовательно, его центр масс имеет линейное ускорение a . По второму закону Ньютона на этот шатун будет действовать сила инерции и силовой момент инерции, причем их направление противоположно соответствующим кинематическим параметрам, а величины определяются так:

$$F_{II} = m a \text{ (Н)}$$

$$M_{II} = I \varepsilon \text{ (Нм)}$$

Изложенная методика определения сил инерции и силовых инерционных моментов показывает, что для их определения, кроме кинематических параметров (ускорения), необходимо знать инерционные параметры звеньев: их массы m (кг), условно сосредоточенные в центре масс, как меры инертности тел совершающих поступательное движение, и моменты инерции I (кгм²) относительно центра масс, как меры инертности тел совершающих вращательное движение.

Силовой расчет кривошипно-ползунного механизма.

Покажем, как проводится силовой расчет на примере кривошипно-ползунного механизма. Для решения такой задачи необходимо четыре вида параметров: геометрические (схема механизма в масштабе), кинематические (входной кинематический параметр, планы скоростей и ускорений), инерционные (массы и моменты инерции звеньев) и силовые (внешние силы и силовые моменты). Кинематические и инерционные параметры используются для расчета сил и моментов сил инерции.

На рис. 6.2а показана схема кривошипно-ползунного механизма с параметрами, необходимыми для силового расчета. Геометрические параметры заданы схемой механизма в масштабе μ_1 , кинематические – входным кинематическим параметром: постоянной угловой скоростью ω_1 (подразумевается, что планы скоростей и ускорений также построены). Инерционные параметры: масса m_2 и момент инерции I_2 шатуна, масса m_3 ползуна (момент инерции его не задан, так как ползун совершает только поступательное движение); инерционные параметры кривошипа не заданы, так как считается, что он уравновешен,

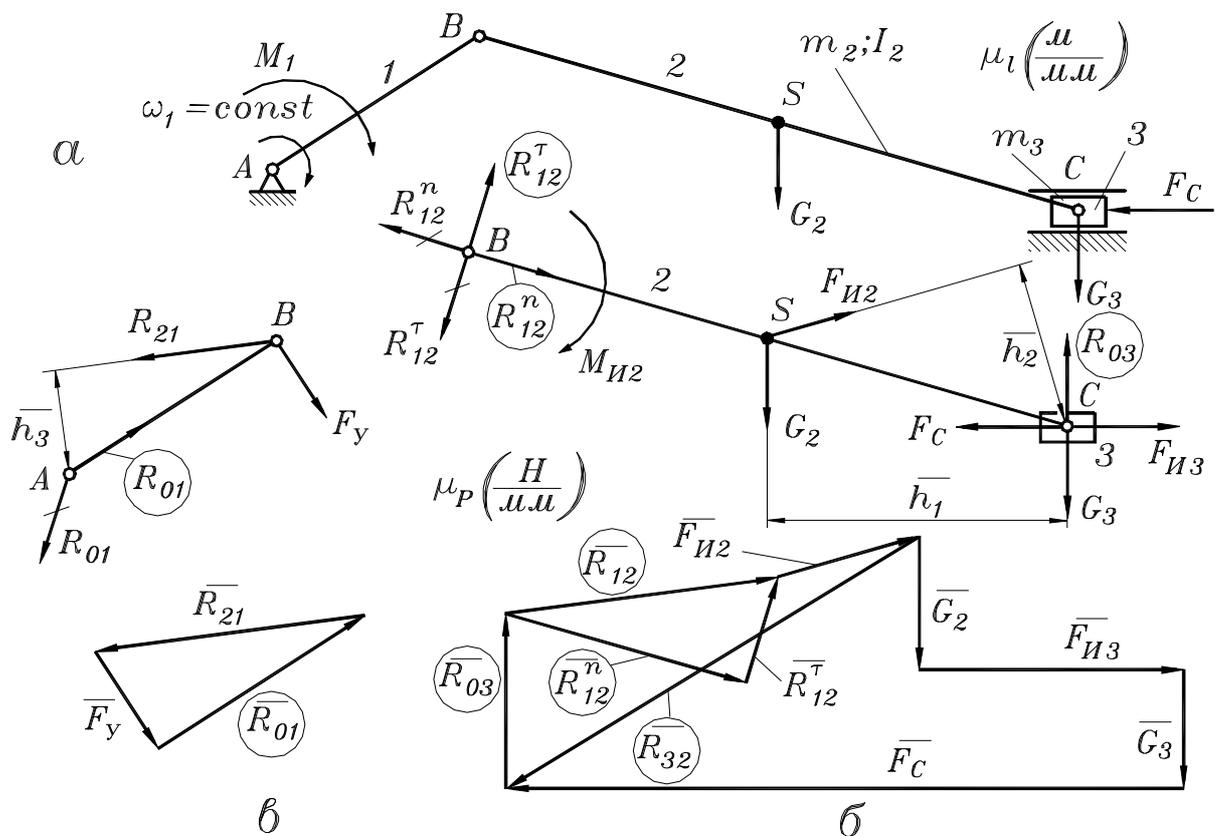


Рис. 6.2.

то есть, центр его масс совпадает с центром вращения – в этом частном случае вращательного движения звена, как сказано выше, на него не действуют никакие

инерционные силы и моменты. Силовые параметры: входной силовой момент M_1 , приложенный к кривошипу, сила F_C , приложенная к ползуну (сила полезного сопротивления), силы тяжести шатуна G_2 и ползуна G_3 . Задача силового расчета: определить реакции в шарнирах А, В, С и в направляющей ползуна.

Задача решается не для механизма в целом, а для, так называемых, статически определимых групп звеньев [2] этого механизма – это такие группы подвижных звеньев, для которых количество неизвестных (реакций) меньше или равно числу уравнений (в данном случае, числу условий статического равновесия), по которым эти неизвестные могут быть определены. Для простейших четырехзвенных стержневых механизмов это группы «шатун – ползун» и «кривошип» (группа, состоящая из одного звена) в случае кривошипно-ползунного механизма, «шатун – коромысло» и «кривошип» – для кривошипно-коромыслового и «кулиса – камень» и «кривошип» – для кривошипно-кулисного.

Рассмотрим равновесие группы «шатун – ползун» (рис. 6.2б). На нее действуют внешние силы G_2 , G_3 и F_C , силы инерции $F_{И2}$, $F_{И3}$ и силовой инерционный момент $M_{И2}$. Отсутствие кривошипа компенсируется реакцией R_{12} , то есть силой, с которой кривошип 1 действует на шатун 2; эта реакция условно разложена на две составляющие: нормальную, действующую вдоль шатуна, и тангенциальную, перпендикулярную к шатуну; на рис. 6.2б эти реакции показаны, как R_{12}^n и R_{12}^t без окружностей. Направление реакций выбрано произвольно, дальнейший расчет покажет их действительное направление. Отсутствие стойки компенсируется реакцией R_{03} , то есть силой, с которой направляющая действует на ползун; эта реакция условно приложена к точке С ползуна и предварительно направлена вверх.

Для нахождения реакций используем два условия статики: равенство нулю суммы моментов всех сил и равенство нулю суммы всех векторов сил. Первое условие используем для расчета реакции R_{12}^t , поэтому запишем уравнение моментов относительно точки С, предварительно условившись, что момент, направленный против часовой стрелки положителен, а по часовой стрелки – отрицателен:

$$\sum M_C = R_{12}^t \overline{BC} \mu_l - M_{И2} + G_2 \overline{h_1} \mu_l - F_{И2} \overline{h_2} = 0$$

Из этого уравнения можно найти величину реакции R_{12}^t . Легко видеть, что в зависимости от величин членов уравнения результат может получиться положительным или отрицательным. Если результат положителен, то предварительно заданное направление этой реакции правильно, если отрицателен, то это направление следует изменить на противоположное. Допустим, результат отрицателен, то есть,

$$R_{12}^t = \frac{M_{И2} - G_2 h_1 \mu_l + F_{И2} h_2}{BC \mu_l} \text{ (Н)} < 0$$

На рис. 6.2б вектор R_{12}^r зачеркиваем и проводим противоположный ему вектор, обозначение которого берем в окружность.

Для нахождения двух реакций R_{12}^n и R_{03} , линии действия которых известны, используем второе условие статики – графическая сумма сил равна нулю $\sum \overline{F} = 0$, причем начинать эту сумму надо с одной неизвестной величины, а заканчивать другой:

$$\overline{R_{12}^n} + \overline{R_{12}^r} + \overline{F_{H2}} + \overline{G_2} + \overline{F_{H3}} + \overline{G_3} + \overline{F_C} + \overline{R_{03}} = 0$$

Последовательность других сил может быть произвольной, на при этом надо избегать случаев наложения векторов друг на друга. Векторный силовой многоугольник строим в произвольном масштабе сил μ_F (Н/мм), как показано на рис. 6.2б. Сначала проводим линию действия реакции R_{12}^n параллельно шатуну. Из произвольной точки этой линии, считая, что эта точка есть конец будущего вектора, проводим вектор силы R_{12}^r , а затем, один за другим, все остальные векторы. Из конца вектора силы F_C проводим вертикаль линии действия реакции R_{03} . Две линии действия – реакции R_{12}^n и реакции R_{03} , пересекутся в точке, которая будет концом вектора реакции R_{03} и началом вектора реакции R_{12}^n . Обозначения этих векторов взяты в окружности, как найденные неизвестные.

Сумма нормальной и тангенциальной составляющих даст вектор полной реакции R_{12} . Реакция в шарнире С, то есть сила, с которой ползун 3 действует на шатун 2 – R_{32} , может быть найдена, как сумма векторов сил действующих на ползун (рис. 6.2б):

$$\overline{R_{32}} = \overline{F_{H3}} + \overline{G_3} + \overline{F_C} + \overline{R_{03}}$$

Чтобы найти реакцию в шарнире А, то есть силу, с которой стойка действует на кривошип 1 – R_{01} , следует рассмотреть равновесие кривошипа (рис. 6.2в). На него действует внешний момент M_1 (рис. 6.2а), реакция со стороны шатуна R_{21} и неизвестная реакция R_{01} , которую предварительно прикладываем к точке А кривошипа в произвольном направлении. Для удобства расчетов заменим внешний момент M_1 силой, действующей на кривошип в точке В и перпендикулярной ему. Эта сила должна уравновешивать реакцию со стороны шатуна, поэтому она называется уравновешивающей – F_y . Ее величина определится из условия равенства нулю суммы моментов сил относительно точки А (рис. 6.2в):

$$\begin{aligned} \sum M_A &= R_{21} \overline{h_3} - F_y \overline{AB} = 0 \\ F_y &= \frac{R_{21} \overline{h_3}}{\overline{AB}} \end{aligned}$$

Реакцию R_{03} найдем из условия равенства нулю векторной суммы сил:

$$\sum \overline{F} = \overline{R_{21}} + \overline{F_y} + \overline{R_{03}} = 0$$

Для этого, строим силовой многоугольник в масштабе сил (рис. 6.2в). Сначала один за другим проводим векторы сил R_{21} и F_y , а замыкающим является искомый вектор реакции R_{03} .

Силовой расчет шарнирных и кулисных механизмов проводится аналогично.

Опорные слова.

1. Масса – мера инертности тела, совершающего поступательное движение.
2. Момент инерции – мера инертности тела, совершающего вращательное или качательное движение.
3. Принцип Даламбера: если к подвижной механической системе, наряду с внешними силами, приложить силы инерции ее звеньев, то ее можно рассматривать в равновесии.
4. Реакция – сила взаимодействия двух звеньев в кинематической паре.
5. Уравновешивающая сила – сила от двигателя, условно приложенная к кривошипу уравновешивающая все внешние силы и силы инерции.

Контрольные вопросы.

1. Каковы задачи силового расчета стержневых механизмов?
2. Каков метод силового расчета механизмов?
3. Как определить силы инерции звеньев, совершающих поступательное, вращательное и сложное движения?
4. Как объяснить феномен наличия ускорения и отсутствия скорости при движении звеньев?
5. На какие группы делится механизм при силовом расчете?
6. Какие условия статики используются при силовом расчете механизмов?
7. Как определить реакцию в кинематической паре?

Лекция 6. Динамическая модель механизма. Приведенные силы и моменты.

План лекции.

1. Определение динамической модели машины.
2. Расчет параметров динамической модели машины.
3. Уравнение движения машины в энергетической форме.
4. Уравнение движения машины в дифференциальной форме.

Здесь и в дальнейшем будем рассматривать динамические расчеты машин периодического и непериодического действия. Динамический расчет машин непрерывного действия не представляет общего интереса с точки зрения теории машин.

Практически любая современная машина периодического и непериодического действия представляет собой многозвенную механическую систему с переменными кинематическими и динамическими параметрами, прямой динамический расчет такой системы сложен, поэтому в большинстве случаев подвижную часть машины заменяют ее динамической моделью. То есть, мы будем для сокращения говорить о динамической модели машины, но будем иметь в виду модель ее подвижной механической системы без корпуса или станины. О влиянии корпуса или станины машины на ее работу речь будет идти в следующих лекциях.

Динамическая модель машины.

Динамическая модель машины - это одно воображаемое звено, вращающееся вокруг оси или движущееся по направляющим, причем ось вращения и направляющие могут быть неподвижными или подвижными. Кинематически это звено совмещается с одним из звеньев машины, как правило, с главным валом машины периодического действия, или с рабочим органом машины непериодического действия. С динамической точки зрения, это гипотетическое звено должно быть полностью идентично машине, то есть, оно должно обладать такими же динамическими параметрами, что и машина. Следовательно, все инерционные и все силовые параметры машины надо заменить двумя суммарными (приведенными): инерционным и силовым параметрами динамической модели. При определении этих параметров удобно связать их с кинетической энергией и мощностью модели и машины.

Таким образом, динамическая модель машины - это одно воображаемое звено, кинетическая энергия которого в каждый момент времени равна кинетической энергии всех звеньев машины, и которое нагружено силой или силовым моментом, мощность которого в каждый момент времени равна мощности всех сил и силовых моментов, приложенных к звеньям машины.

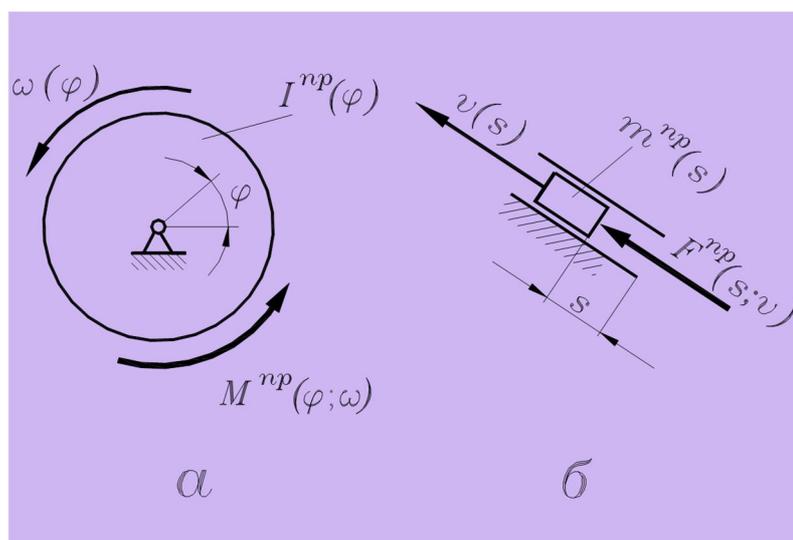


Рис. 17.1.

И инерционные и силовые параметры динамической модели называются приведенными, так как массы и моменты инерции звеньев, силы и силовые моменты надо привести от различных звеньев и точек звеньев машины к ее модели, совмещенной с одним из звеньев машины. Это звено в данном случае называется звеном приведения. То есть, скорость динамической модели, которая подлежит определению в динамическом расчете, есть скорость звена приведения.

На рис. 17.1а приведена динамическая модель машины в виде звена с переменным приведенным моментом инерции $I^{пр}(\varphi)$, которое вращается с переменной угловой скоростью $\omega(\varphi)$ под действием приведенного силового момента $M^{пр}(\varphi; \omega)$. Динамическая модель на рис. 17.1б - это звено с массой $m^{пр}(s)$, движущееся поступательно со скоростью $v(s)$ под действием приведенной силы $F^{пр}(s; v)$. Зависимость приведенного силового момента $M^{пр}$ и приведенной силы $F^{пр}$ не только от положения динамической модели, но и от скорости, связана с механическими характеристиками двигателей (см. лекцию № 16).

Параметры динамической модели.

Расчет параметров динамической модели покажем на конкретном примере. На рис. 17.2а дана схема машины. Это может быть механический пресс, долбежный станок, формовочная машина и др. Геометрические, кинематические и динамические параметры машины известны.

Геометрические параметры:

- числа зубьев шестерни z_1 и колеса z_2 передаточного механизма;
- схема исполнительного и вспомогательного механизмов (стержневого и кулачкового) в масштабе μ_l .

Кинематические параметры:

- входной кинематический параметр, например угловая скорость главного вала ω_1 ;
- план скоростей стержневого механизма в масштабе μ_v (на рис. 17.2 не показан);
- передаточные отношения механизмов.

Динамические параметры:

а) инерционные

- массы шатуна 2, ползуна 3 и толкателя Т: m_2 , m_3 и m_T в кг, причем масса шатуна сосредоточена в центре масс S; массы ротора двигателя и зубчатых колес не учитываются, так как эти вращающиеся звенья являются звеньями роторного типа, то есть, их центр масс совпадает с центром вращения и, следовательно, масса не оказывает влияния на движение машины; масса кривошипа 1 и кулачка К также не учитываются, так как вместе с главным валом, на котором они закреплены, это соединение с небольшой погрешностью тоже может считаться звеном роторного типа;

- моменты инерции всех звеньев, совершающих вращательное или сложное движение: I_D (ротор электродвигателя), I_1 (главный вал с кривошипом и кулачком), I_2, I_{z1}, I_{z2} в кгм^2 ;

б) силовые

- силовой момент двигателя M_D в Нм;

- силы полезного сопротивления F_3 и F_T , приложенные к ползуну 3 и толкателю Т в Н;

-силы тяжести, приложенные в центрах масс звеньев: G_2, G_3 и G_T в Н (считается, что для ползуна эта сила приложена в точке С, а для толкателя точка приложения не имеет значения, так как он движется вертикально).

Заменим машину динамической моделью в виде вращающегося звена, кинематически совмещенного с главным валом машины, то есть, имеющего в рассматриваемый момент времени ту же самую угловую скорость ω_1 (рис. 17.2б). Таким образом, задача определения параметров динамической модели машины сводится к приведению всех ее динамических параметров к главному валу, для чего используются условия равенства кинетических энергий и мощностей машины и модели.

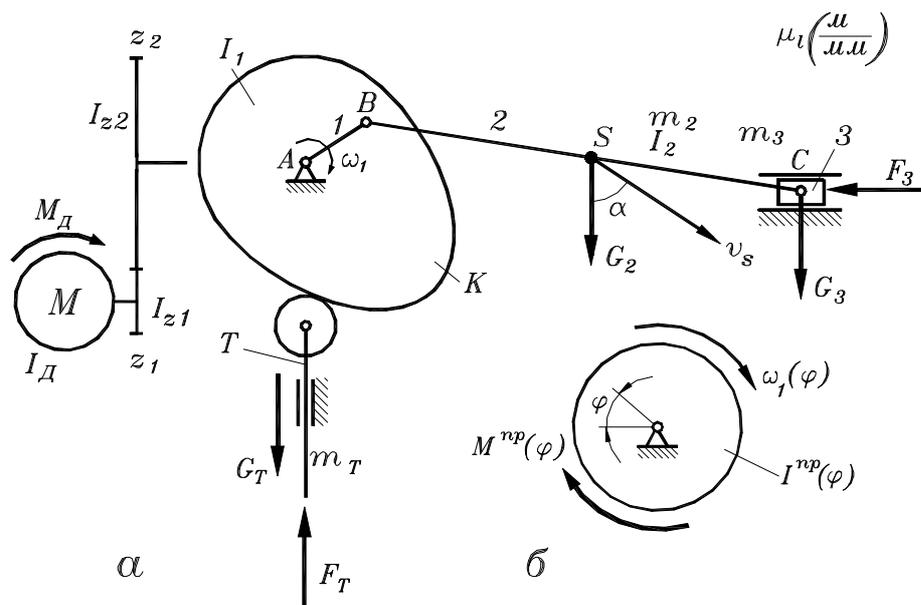


Рис. 17.2.

Момент инерции I^{np} динамической модели найдем из условия равенства кинетических энергий:

$$T_{\text{МОД}} = T_{\text{МАШ}}$$

Кинетическая энергия динамической модели (рис. 17.2б):

$$T_{\text{МОД}} = \frac{I^{np} \omega_1^2}{2}$$

Кинетическая энергия машины (рис. 17.2а):

$$T_{МАШ} = \frac{1}{2}I_D \omega_D^2 + \frac{1}{2}I_{z1} \omega_D^2 + \frac{1}{2}I_{z2} \omega_1^2 + \frac{1}{2}I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2 \omega_1^2 + \\ + \frac{1}{2}m_2 v_s^2 + \frac{1}{2}m_3 v_C^2 + \frac{1}{2}m_T v_T^2$$

После подстановки этих выражения в исходное равенство и после его решения относительно приведенного момента инерции получим:

$$I^{np} = I_D \frac{\omega_D^2}{\omega_1^2} + I_{z1} \frac{\omega_D^2}{\omega_1^2} + I_{z2} \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} + I_1 \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} + I_2 \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} + \\ + m_2 \frac{v_s^2}{\omega_1^2} + m_3 \frac{v_C^2}{\omega_1^2} + m_T \frac{v_T^2}{\omega_1^2}$$

Отношения скоростей есть передаточные отношения, поэтому:

$$I^{np} = I_D u_{D1}^2 + I_{z1} u_{D1}^2 + I_{z2} + I_1 + m_2 u_{S1}^2 + \\ + I_2 u_{21}^2 + m_3 u_{C1}^2 + m_T u_{T1}^2$$

Общий вид формулы для определения приведенного момента инерции следующий:

$$I^{np} = \Sigma(I_i u_{i1}^2 + m_i u_{Si1}^2) \quad (17.1)$$

где: I_i и m_i - момент инерции и масса звена i ;

u_{i1} - передаточное отношение от звена i к звену приведения;

u_{Si1} - передаточное отношение от центра масс звена i к звену приведения.

Силовой момент динамической модели найдем из условия равенства мощностей модели и машины:

$$P_{МОД} = P_{МАШ}$$

Мощность динамической модели есть мощность приложенного к ней приведенного силового момента (рис. 17.2б):

$$P_{МОД} = M^{np} \omega_1$$

Мощность машины - это мощность всех сил и всех силовых моментов, приложенных к точкам звеньев и звеньям машин (рис. 17.2а):

$$P_{МАШ} = M_D \omega_D + G_2 v_S \cos \alpha - F_3 v_C - F_T v_T + G_T v_T$$

где α - угол давления - острый угол между силой и скоростью точки приложения этой силы (рис. 17.2а).

Для сил сопротивления F_3 и F_T углы давления равны нулю, поэтому, косинусы их равны единице и, соответственно, не указаны в выражении мощности машины. Для силы тяжести третьего звена (ползуна) угол давления

равен 90^0 , поэтому мощность этой силы равна нулю.

Правило знаков мощностей следующее. Если момент, приложенный к звену, совпадает по направлению с угловой скоростью этого звена, то он развивает положительную мощность, и наоборот. Соответственно, если сила, приложенная к точке звена, совпадает по направлению со скоростью этой точки, то она развивает положительную мощность, и наоборот. Если же между силой и скоростью имеется угол, то таким же образом следует сравнивать направление силы и направление проекции скорости на линию действия силы.

Приравняв правые части последних выражений и решив полученное уравнение относительно приведенного силового момента, получим:

$$M^{np} = M_D \frac{\omega_D}{\omega_1} + G_2 \frac{v_{S2}}{\omega_1} \cos \alpha - F_3 \frac{v_C}{\omega_1} - F_T \frac{v_T}{\omega_1} + G_T \frac{v_T}{\omega_1}$$

Так как отношения скоростей есть передаточные отношения, то

$$M^{np} = M_D u_{D1} + G_2 u_{S1} \cos \alpha - F_3 u_{C1} - F_T u_{T1} + G_T u_{T1}$$

Общий вид формулы для определения приведенного силового момента:

$$M^{np} = \Sigma(\pm M_i u_{i1}) + \Sigma[\pm F_K u_{K1} \cos(F_K; v_K)] \quad (17.2)$$

где: M_i - силовой момент, приложенный к звену i ;

u_{i1} - передаточное отношение от звена i к звену приведения;

F_K - сила, приложенная к точке K ;

u_{K1} - передаточное отношение от точки K к звену приведения;

$(F_K; v_K)$ - острый угол между силой, приложенной к точке K и скоростью этой точки.

Формулы (17.1) и (17.2) предназначены для определения параметров динамической модели в виде вращающегося звена. Если модель представлена в виде поступательно движущегося звена, то пригодны те же самые формулы, но вместо I^{np} надо подставить m^{np} , а вместо $M^{np} - F^{np}$. Размерности передаточных отношений изменятся, в результате чего, вместо приведенного момента инерции в $кгм^2$ получится приведенная масса в $кг$, а вместо приведенного силового момента в $Нм$ - приведенная сила в $Н$.

Заметим, что в формулах (17.1) и (17.2) звеном приведения является звено 1, однако в конкретных случаях им может оказаться другое звено, что приведет к соответственному изменению индексации передаточных отношений.

Рассмотрение формул параметров динамической модели машины показывает переменность этих параметров. Действительно, передаточные отношения стержневых и кулачковых механизмов переменны внутри цикла функционирования машины периодического и непериодического действия, Силы и силовые моменты также могут меняться в соответствии с механическими характеристиками этих машин. Постоянными в большинстве случаев остаются только передаточные отношения зубчатых механизмов, а также массы и моменты инерции звеньев машин, хотя возможны вариации и этих параметров (см., например, [7] о движении машин с переменными массами звеньев и [1] о

зубчатых механизмах с переменными передаточными отношениями).

В соответствии с этим, динамическая модель машины, то есть, гипотетическое звено с переменными динамическими параметрами, в общем случае, может двигаться только с переменной скоростью. Одной из задач динамики является определение характера этого движения. Рассмотрим сначала уравнения движения динамической модели в общем виде.

Лекция 7. Основные формы уравнений движения. Режимы движения машины

Уравнения движения динамической модели.

Рассмотрение ограничим случаем вращающейся динамической модели. Движение поступательно движущейся динамической модели будет подчиняться тем же уравнениям, но с соответствующей заменой угловых кинематических и динамических параметров на линейные.

Будем различать две формы уравнений движения динамической модели: энергетическую и дифференциальную. Обе эти формы базируются на уравнении изменения кинетической энергии, известном из теоретической механики:

$$T - T_0 = A \quad (17.3)$$

где: T и T_0 - текущее и начальное значение кинетической энергии динамической модели;

A - работа приведенного силового момента, затраченная на изменение кинетической энергии.

В соответствии с рис. 17.1а можно записать:

$$T - T_0 = \frac{1}{2} I^{np} \omega^2 - \frac{1}{2} I_0^{np} \omega_0^2$$

где: I^{np} и I_0^{np} - текущее и начальное значение приведенного момента инерции динамической модели;

ω и ω_0 - текущее и начальное значение угловой скорости динамической модели.

На рис. 17.1а показано, что приведенный силовой момент зависит и от перемещения, и от скорости динамической модели, однако здесь будем учитывать его зависимость только от перемещения. Тогда:

$$A = \int_0^{\varphi} M^{np} d\varphi \quad (17.4)$$

Приравняв правые части двух последних выражений, имеем:

$$\frac{1}{2} I^{np} \omega^2 - \frac{1}{2} I_0^{np} \omega_0^2 = \int_0^{\varphi} M^{np} d\varphi$$

Отсюда получаем выражение для угловой скорости:

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{I^{np}} \int_0^\varphi M^{np} d\varphi + \frac{I_0^{np}}{I^{np}} \omega_0^2} \quad (17.5)$$

Выражение (17.5) удобно для определения характера движения рабочих органов машин непериодического действия при силах, зависящих только от перемещения звеньев, например, машин с пружинными двигателями [11]. Это выражение выведено из уравнения движения динамической модели в энергетической форме.

Чтобы получить дифференциальную форму уравнений движения, продифференцируем исходное уравнение (17.3):

$$d(T - T_0) = dA \quad (17.6)$$

Предположим, что начальное значение кинетической энергии есть величина постоянная. Тогда $dT_0 = 0$. Используя (17.4), из (17.6) получим:

$$dT = M^{np} d\varphi$$

Разделяя обе части равенства на $d\varphi$, имеем:

$$\frac{dT}{d\varphi} = M^{np}$$

Но $T = I^{np} \omega^2 / 2$, тогда:

$$\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{1}{2} I^{np} \omega^2 \right) = M^{np}$$

Возьмем производную произведения:

$$\frac{1}{2} I^{np} 2\omega \frac{d\omega}{d\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dI^{np}}{d\varphi} \omega^2 = M^{np}$$

Умножим и разделим первый член левой части на dt

$$I^{np} \omega \frac{d\omega}{dt} \frac{dt}{d\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dI^{np}}{d\varphi} \omega^2 = M^{np}$$

Учитывая, что в первом члене $d\varphi / dt = \omega$, после сокращения получим:

$$I^{np} \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dI^{np}}{d\varphi} \omega^2 = M^{np}$$

Обычно обозначают $d\omega / dt = d^2\varphi / dt^2$, тогда получим:

$$I^{np} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{1}{2} \frac{dI^{np}}{d\varphi} \omega^2 = M^{np} \quad (17.7)$$

Уравнение (17.7) есть неоднородное нелинейное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами, так как I^{np} и M^{np} есть функции φ . Это уравнение может быть решено аналитически, если $I^{np}(\varphi)$ и $M^{np}(\varphi)$ есть

математические функции. Но, в общем случае, эти функции могут быть совершенно произвольными, поэтому уравнение решается или численными методами или графо-аналитически. То же самое относится и к выражению (17.5) в части определения интеграла в подкоренном выражении. В следующих лекциях будут рассмотрены графо-аналитические методы.

1. Динамическая модель машины это одно воображаемое звено, обладающее динамическими параметрами всей машины.

2. Приведенный момент инерции – это момент инерции, определяемый из равенства кинетических энергий модели и машины.

3. Приведенный силовой момент – это силовой момент, определяемый из равенства мощностей модели и машины.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение динамической модели машины.

2. С каким звеном обычно кинематически связывается динамическая модель машины периодического и непериодического действия?

3. Из какого условия определяется приведенный момент инерции динамической модели?

4. Из какого условия находится приведенный силовой момент динамической модели?

5. Выведите уравнение движения динамической модели в энергетической форме.

6. Выведите уравнение движения динамической модели в дифференциальной форме.

Режимы движения машин.

Рассматривая динамику работы машины, обычно ограничиваются механической системой, приводимой в движение одним двигателем. Звенья этой системы кинематически связаны друг с другом, поэтому, говоря о режиме работы машины, будем иметь в виду характер движения одного из ее звеньев. Для машин непрерывного и периодического действия это обычно главный вал, на котором жестко посажены входные звенья исполнительных и вспомогательных механизмов, а для машин непериодического действия - рабочий орган.

Как правило, режимы движения машин представляются в виде диаграмм изменения скорости главного вала или рабочего органа. Такие графики называются тахограммами. Изменение скорости дается в функции времени, реже - в функции перемещения главного вала или рабочего органа. На рис. 16.3 показаны тахограммы всех трех динамических типов машин.

Тахограмма машины непрерывного действия (рис. 16.3а) включает три режима: пуск (разгон) t_p , установившееся движение $t_{уд}$ и останов (выбег, торможение) t_0 . В процессе установившегося движения скорость главного вала

остаётся постоянной, так как динамические параметры машины непрерывного действия неизменны. Длительность установившегося движения определяется продолжительностью работы машины и может быть очень большой, что показано разрывом тахограммы.

Тахограмма машины периодического действия (рис. 16.3б) содержит те же режимы движения: пуск, установившееся движение и останов. Главным отличием тахограммы машины периодического действия от предыдущей является то, что в режиме установившегося движения угловая скорость главного вала не остаётся постоянной, она периодически меняется внутри каждого цикла (время цикла - $t_{ц}$ на рис. 16.3б), что является следствием переменности динамических параметров этой машины.

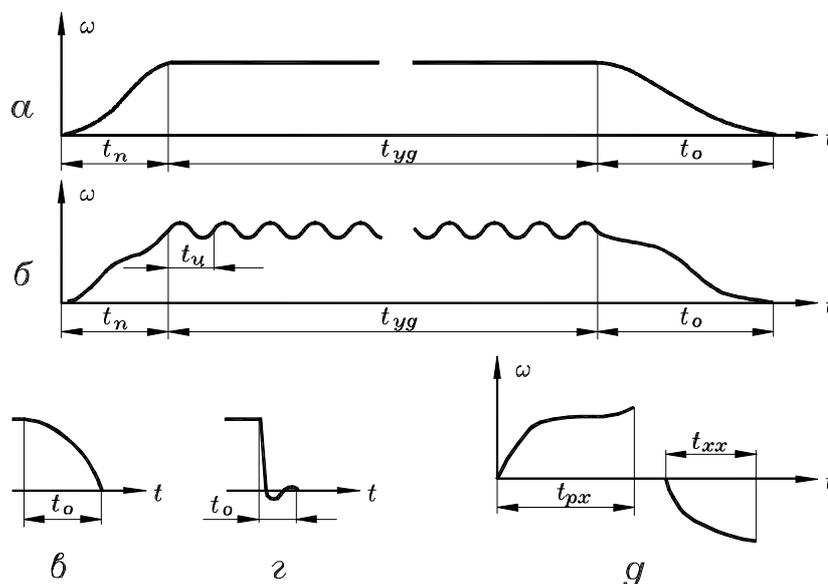


Рис. 16.3.

При пуске рассматриваемых машин скорость главного вала увеличивается от нуля до расчетной величины, причем время пуска, а соответственно и плавность пуска, могут быть различны в зависимости от типов двигателей и используемых пусковых устройств.

Время останова (и его плавность) тоже может быть различным в зависимости от применяемого способа останова. Если останов производится просто отключением двигателя машины, то время останова может быть довольно велико, как это показано на рис. 16.3а. Использование тормозов уменьшает время останова (рис. 16.3в). Если в конструкции машины предусмотрено устройство фиксированного останова, то есть, останова главного вала в определенном положении, то время остановки может быть довольно малым (доли секунды). Однако в этом случае динамические нагрузки в останавливаемой системе резко возрастают, так как вся ее кинетическая энергия рассеивается в процессе кратковременного колебательного движения вокруг фиксированного положения (рис. 16.3г).

Тахограмма машины неперiodического действия включает только два

режима: режим рабочего хода (время рабочего хода - $t_{рх}$ на рис.16.3д) и режим холостого хода - $t_{хх}$. Эти режимы независимы друг от друга, более того, они могут быть разделены любым промежутком времени. В пределах рабочего или холостого хода скорость рабочего органа машины может меняться по определенному закону, зависящему от механических характеристик приводного гидро- или пневмоцилиндра и исполнительного механизма, и, если не предусмотрены специальные тормозные устройства, в конце хода происходит практически мгновенная остановка. Таким образом работают промышленные роботы, шасси самолетов, механизмы разгрузки машин и др.

Рассмотрим теперь требуемые соотношения работ внешних сил, необходимых для поддержания того или иного режима функционирования машины. При этом ограничимся режимом установившегося движения машин периодического действия и режимами рабочего и холостого хода машин непериодического действия, так как в дальнейшем будет рассматриваться динамика работы машин именно в этих режимах.

Характерной особенностью режима установившегося движения, согласно тахограмме на рис. 16.3б, является периодическое колебание величины угловой скорости главного вала машины вокруг какого-то среднего значения, которое остается постоянным за время установившегося движения. То есть, угловая скорость изменяется только внутри одного цикла, а от цикла к циклу остается неизменной. Очевидно, что это возможно только в том случае, когда суммарная работа внешних сил, способствующих движению, равна суммарной работе внешних сил, препятствующих движению, за один цикл.

Учитывая, что цикловая работа сил тяжести звеньев равна нулю (см. выше), можно сделать следующее заключение: главным условием режима установившегося движения является равенство цикловой работы сил двигателя цикловой работе сил полезного сопротивления:

$$A_D = A_C \quad (16.1)$$

Тахограмма машины непериодического действия (рис. 16.3д) показывает, что скорость рабочего ода в режиме рабочего или холостого хода изменяется от нуля в начале цикла до какой-то конечной величины в конце цикла. Очевидно, что для возможности такого движения необходимо, чтобы суммарная работа внешних сил, способствующих движению, была больше суммарной работы внешних сил, препятствующих движению. В этом случае следует учитывать и работу сил тяжести звеньев, так как. в отличие от машин периодического действия, работа этих сил за цикл рабочего или холостого хода не равна нулю, что объясняется конструктивными особенностями машин непериодического действия:

$$A_{(D+G)} > A_{(C+G)} \quad (16.2)$$

где: $A_{(D+G)}$ - суммарная работа сил двигателя и сил тяжести, способствующих движению;

$A_{(C+G)}$ - суммарная работа сил полезного сопротивления и сил тяжести, препятствующих движению.

Опорные слова.

1. Динамическая модель машины это одно воображаемое звено, обладающее динамическими параметрами всей машины.
2. Приведенный момент инерции – это момент инерции, определяемый из равенства кинетических энергий модели и машины.
3. Приведенный силовой момент – это силовой момент, определяемый из равенства мощностей модели и машины.
4. Динамика машин – это изучение движения машины под действием внешних сил.
5. Внешние силы – это силы двигателя, полезного сопротивления и тяжести.
6. Внутренние силы – это силы реакции и трения в кинематических парах.
7. Механическая характеристика – это зависимость силы от перемещения или скорости точки приложения этой силы.
8. Режим движения машины – это зависимость скорости главного вала или рабочего органа от времени.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение динамической модели машины.
2. С каким звеном обычно кинематически связывается динамическая модель машины периодического и непериодического действия?
3. Из какого условия определяется приведенный момент инерции динамической модели?
4. Из какого условия находится приведенный силовой момент динамической модели?
5. Выведете уравнение движения динамической модели в энергетической форме.
6. Выведете уравнение движения динамической модели в дифференциальной форме.
7. Перечислите инерционные и силовые параметры машин.
8. Какую работу совершают силы двигателя, полезного сопротивления и тяжести?
9. Какую работу выполняют силы реакции и трения?
10. Назовите динамические типы машин, дайте их определения и примеры.
11. Что такое механические характеристики машин?
12. Какие режимы движения имеют место при работе машин непрерывного, периодического и непериодического действия?

Лекция 8. Классификация зубчатых механизмов.

Основной закон зацепления.

План лекции.

1. Определение зубчатого механизма.
2. Виды зубчатых механизмов.
3. Виды зубчатых передач.
4. Основной закон зацепления.
5. Условие постоянства передаточного отношения.
6. Эвольвента и ее свойства.

Зубчатые механизмы являются наиболее употребительными в технике. Такие механизмы лежат в основе конструкции почти всех передаточных механизмов, используемых в машинах. Вот наиболее общее определение этих механизмов: в зубчатом механизме движение передается посредством специальных выступов на звеньях, сменяющих друг друга в процессе работы; эти выступы называются зубьями, а звенья – зубчатыми колесами. Существует исключение – одно из звеньев зубчато-реечного механизма является зубчатой рейкой. Но большинство звеньев зубчатых механизмов – это зубчатые колеса, как правило, круглые, хотя и существуют зубчатые механизмы с некруглыми колесами [12].

Различают два вида зубчатых механизмов: с неподвижными осями колес и с подвижными осями некоторых колес. В механизмах первого вида оси колес неподвижны относительно стойки: редукторы подъемных кранов, коробки передач автомобилей, коробки скоростей металлорежущих станков и т.д. В зубчатых механизмах второго вида оси некоторых колес подвижны относительно стойки. Такие механизмы называются планетарными, они лежат в основе конструкции планетарных редукторов, используемых, в основном, в транспортных машинах, в частности, в самолетах и вертолетах для передачи движения от двигателя к винту и в системах управления.

Виды зубчатых передач.

Основу конструкции любого сложного зубчатого механизма составляют простейшие зубчатые механизмы, называемые передачами (точнее, зубчатыми передачами). Передача является трехзвенным механизмом, она содержит два зубчатых колеса и стойку. Различают три вида передач:

- с параллельными осями колес;
- с пересекающимися осями колес;
- с перекрещивающимися осями колес.

Рассмотрим их подробнее.

Передачи с параллельными осями колес.

У зубчатых колес таких передач зубья располагаются по образующим цилиндров. Поэтому они называются цилиндрическими передачами. Схема цилиндрической передачи показана на рис. 12.1а. В кинематических схемах машин такую передачу часто изображают в виде прямоугольников, как это показано на рис. 12.1б. Крестики внутри прямоугольников зубчатых колес обозначают их жесткое крепление на валах. Различают цилиндрические передачи прямозубые, косозубые и с шевронными зубьями. Зубья прямозубых колес параллельны их осям, зубья косозубых колес располагаются по винтовым линиям на цилиндрах. Угол наклона зубьев к оси колеса $\beta = (10 \div 15)^\circ$ (рис. 12.1б). Легко представить, что из-за использования наклонных зубьев в косозубых передачах возникают осевые нагрузки. Чтобы избежать их, в тяжело нагруженных передачах используют зубья с двойным наклоном, так называемые шевронные зубья (рис. 12.1в). Надо сказать, что такие зубчатые колеса сложны в изготовлении, поэтому используются редко (например, в прокатных станах).

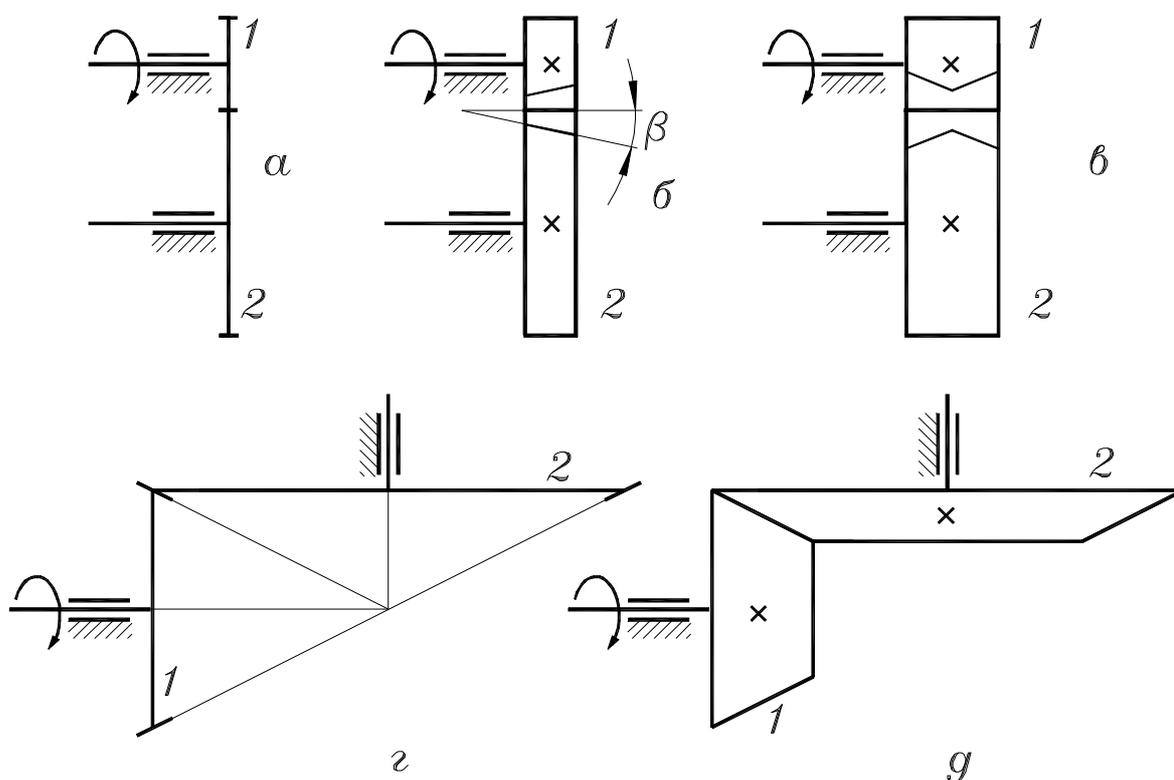


Рис. 12.1.

Передачи с пересекающимися осями колес.

У зубчатых колес таких передач зубья располагаются на образующих усеченных конусов, поэтому они называются коническими передачами. Схема конической передачи приведена на рис. 12.1г. Угол пересечения осей колес может быть любым, но в большинстве случаев этот угол равен 90° . Коническую

передачу часто изображают в виде усеченных конусов, как это показано на рис. 12.1д. Так же, как и в предыдущем случае, крестики означают жесткое крепление колес на валах. Среди конических передач различают прямозубые, косозубые и передачи с круговыми зубьями. Зубья прямозубых колес располагаются вдоль образующих усеченных конусов, косозубых – по винтовым линиям на конусах, а круговые зубья в плане очерчены по окружностям (для упрощения техпроцесса, такие зубья образуются круговым режущим инструментом).

Передачи с перекрещивающимися осями колес.

Зубья колес таких передач располагаются по образующим гиперболоидов вращения. Гиперболоид вращения образуется следующим образом. Если к оси, находящейся в подшипниках (рис. 12.2а) жестко прикрепить рейку, расположенную в другой плоскости, и привести эту жесткую систему во вращение вокруг оси, то рейка оставит в пространстве след, являющийся гиперболоидом вращения.

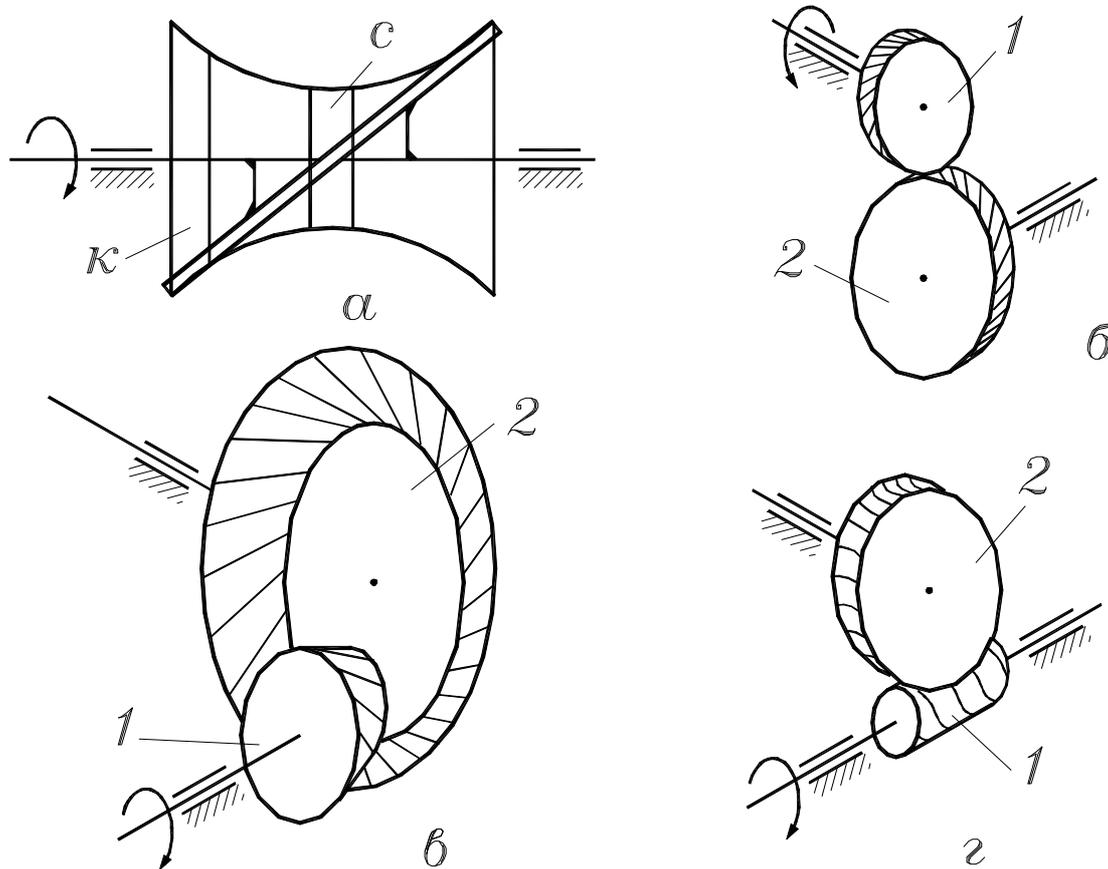


Рис. 12.2.

Не смотря на то, что гиперболоид вращения – это поверхность двойной кривизны, он образован при помощи прямой линии. Поэтому, если к гиперболоиду вращения в определенном положении приложить прямую линейку, то она ляжет на его поверхность без зазора. Вдоль этих прямых, образующих гиперболоид, и располагаются зубья колес. Соответственно, такие

передачи называются гиперболоидными.

Для образования зубчатых колес используется не весь гиперболоид, а его отдельные части. Если для зубчатых колес взята средняя часть гиперболоида вращения (с на рис. 12.2а), то такие колеса образуют винтовую передачу (рис. 12.2б). Обычно, в такой передаче угол скрещивания валов равен 90^0 , а зубья расположены на винтовых линиях, угол подъема которых – 45^0 . С виду эти колеса подобны косозубым цилиндрическим, но с большим углом наклона зубьев. Кривизна гиперболоидной поверхности на малой ширине колеса не заметна.

Если для зубчатых колес взята крайняя часть гиперболоида (на рис. 12.2а), то такие колеса образуют гипоидную передачу (рис. 12.2в). Обычно, в такой передаче, как и в предыдущем случае, угол скрещивания равен 90^0 . С виду колеса гипоидных передач подобны косозубым коническим, но с большим углом наклона зубьев. Кривизна гиперболоидной поверхности незаметна. Гипоидные передачи используются в автомобилях и тракторах в качестве главной передачи к ведущим колесам для выполнения требований повышения проходимости или устойчивости этих колесных транспортных машин.

К передачам с перекрещивающимися осями колес относится и червячная передача (рис. 12.2г). Червяк 1 – это, как правило, однозаходный винт. Зубья червячного колеса 2 охватывают червяк в пределах определенного угла. Червячная передача может иметь большое передаточное отношение, но ее использование при больших мощностях ограничено из-за больших потерь на трение.

Основной закон зацепления.

Теория зубчатых зацеплений, геометрические параметры зубчатых колес и кинематика зубчатых передач базируются на основном законе зацепления [2, 14]. Зацепление – это картина контакта зубьев двух сопряженных (то есть, находящихся в зацеплении) зубчатых колес. Для демонстрации основного закона зацепления можно не рассматривать всех зубьев в контакте, достаточно ограничиться изображением только тех частей профиля зубьев, которые образуют высшую кинематическую пару.

На рис. 12.3 приведена схема контакта зубьев двух зубчатых колес. Чтобы показать принадлежность контактирующих частей зубьев зубчатым колесам 1 и 2, они соединены с соответствующими центрами вращения колес O_1 и O_2 .

Прямая, проведенная через центры вращения колес, называется линией центров. Согласно теории высшей кинематической пары, через точку контакта K можно провести общую нормаль $n-n$ к профилям зубьев. Вектор силы, передаваемой от первого колеса ко второму, будет располагаться вдоль этой нормали, поэтому, она называется линией действия. В точке пересечения нормали с линией центров находится точка P , называемая полюсом зацепления.

Основной закон зацепления формулируется следующим образом: линия

действия делит линию центров на части, обратно пропорциональные угловым скоростям сопряженных зубчатых колес.

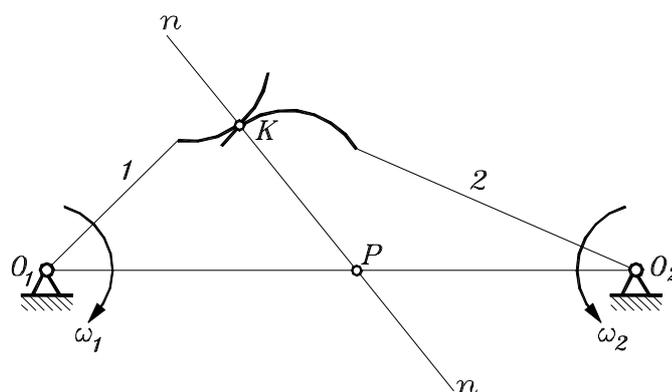


Рис. 12.3.

Отношение угловых скоростей – это передаточное отношения, поэтому, можно записать:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}} \quad (12.1)$$

Вывод аналогичного выражения, а, следовательно, и основного закона зацепления приведен в лекции № 10, см. рис. 10.4 и формулу (10.7).

Заметим, что в этой формуле имеет значение не только величина отрезков O_1P и O_2P , но и их направление. Для схемы на рис. 12.3 эти отрезки направлены в противоположных направлениях. Следовательно, отношение их длин, отношение угловых скоростей и передаточное отношение – отрицательно, что говорит о противоположном направлении вращения сопряженных зубчатых колес.

Рассмотрим, как может изменяться картина зацепления и передаточное отношение в процессе передачи движения. Для этого изобразим еще одно положение зубчатых колес (звеньев 1 и 2) (рис. 12.4).

В процессе передачи движения контактирующие профили скользят друг по другу и контактная точка перемещается по какой-то линии. Геометрический след контактной точки называется линией зацепления (рис. 12.4).

В первой позиции нормаль $n'-n'$, проведенная через контактную точку K' , пересекает линию центров в полюсе P' , значит, передаточное отношение:

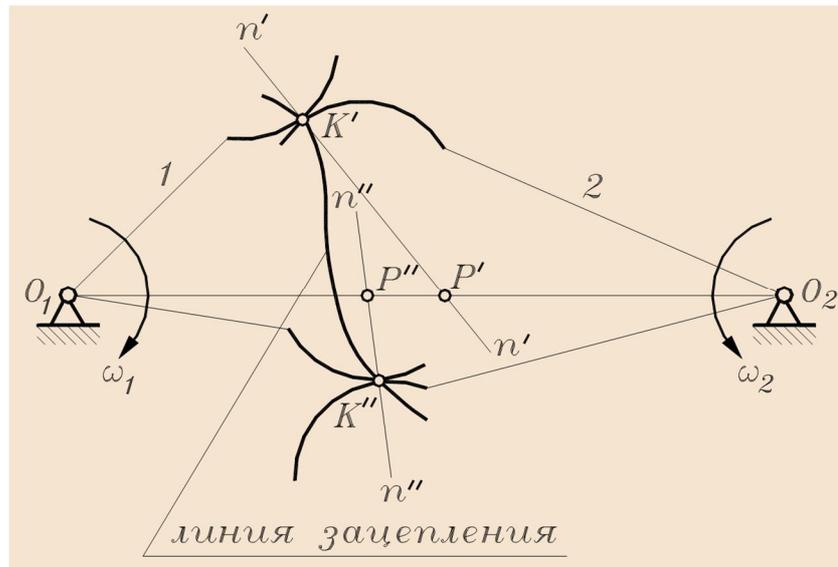


Рис. 12.4.

$$u_{12}' = \frac{\overline{O_2P'}}{\overline{O_1P'}}$$

Во второй позиции нормаль $n''-n''$, проведенная через контактную точку K'' , пересечет линию центров в полюсе P'' , который, в рассматриваемом случае, не совпадает с полюсом P' . Передаточное отношение во второй позиции:

$$u_{12}'' = \frac{\overline{O_2P''}}{\overline{O_1P''}}$$

Из рис. 12.4 видно, что отношение отрезков в первой позиции и во второй различно, следовательно:

$$u_{12}' \neq u_{12}''$$

Отсюда следует простой вывод: если угловая скорость первого зубчатого колеса постоянна, то есть, оно вращается равномерно, то, в рассматриваемом случае, угловая скорость второго колеса будет непостоянной, то есть, оно будет вращаться неравномерно.

Однако, для большинства случаев, это является неприемлемым. В машинах следует использовать зубчатые механизмы, обеспечивающие постоянную угловую скорость звеньев, то есть, необходим зубчатый механизм с постоянным передаточным отношением

$$u_{12} = const$$

Для соблюдения этого условия профили зубьев должны быть таковы, чтобы общая нормаль, проведенная через точку их контакта в любой позиции, проходила через одну и ту же точку (полюс Р) на линии центров, то есть, в процессе зацепления полюс Р не должен менять своего положения на линии центров.

Такому требованию отвечают профили зубьев, очерченные по некоторым кривым, наиболее употребительной из которых является эвольвента окружности. Более двухсот лет тому назад эту кривую для профилирования зубьев предложил использовать русский ученый немецкого происхождения Эйлер. И с тех пор эвольвентный профиль зубьев с успехом используется в подавляющем большинстве зубчатых механизмов машин во всем мире.

Эвольвента и ее свойства.

Образование эвольвенты можно представить следующим образом. На барабан (рис. 12.5) намотана нить в направлении движения часовой стрелки. Будем разматывать эту нить, сохраняя ее натяжение. На рис. 12.5 показано 8 позиций этой нити в процессе разматывания. Конец нити описывает кривую, являющуюся эвольвентой. Возможен другой способ: при перекатывании прямой по окружности точка этой прямой описывает эвольвенту. Прямая называется производящей прямой, а окружность – основной окружностью. Поэтому, можно сказать: эвольвента образуется при перекатывании производящей прямой по основной окружности.

Из способа получения эвольвенты следуют ее свойства, из которых отметим только те, которые используются при образовании зубьев колес и в процессе зацепления.

1. Нормаль к эвольвенте является касательной к основной окружности.
2. Центр кривизны эвольвенты находится на основной окружности.
3. Радиус кривизны эвольвенты в определенной точке равен длине дуги, смотанной с основной окружности.

Когда нить сматывается с барабана против часовой стрелки, то образуется правая эвольвента, так как она профилирует правую сторону будущего зуба колеса. Если нить намотана против часовой стрелки, а сматывается по часовой стрелки, то образуется левая эвольвента, профилирующая левую сторону зуба (рис.12.5).

Опорные слова.

1. Зубчатый механизм – это механизм, в котором движение передается посредством специальных выступов на звеньях, сменяющих друг друга в

процессе работы.

2. Цилиндрическая передача – передача с параллельными осями колес.
3. Коническая передача – передача с пересекающимися осями колес.
4. Гиперболоидная передача – передача с перекрещивающимися осями колес.
5. Линия зацепления – это геометрический след контактных точек.
6. Эвольвента – это кривая, образуемая при перекатывании производящей прямой по основной окружности.

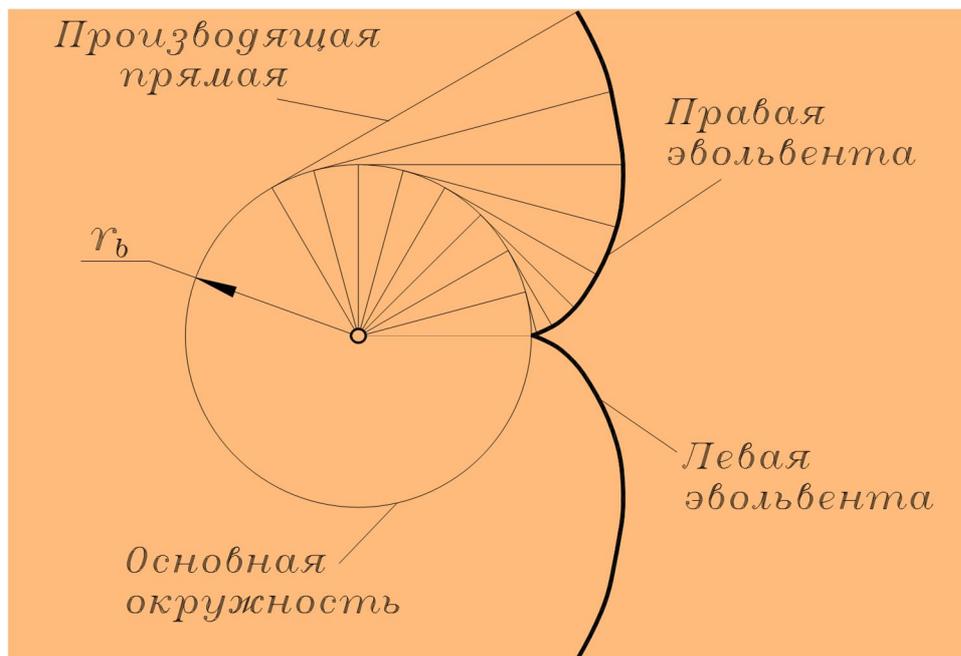


Рис. 12.5.

Контрольные вопросы.

1. Что такое зубчатый механизм?
2. Сколько звеньев содержит простейший зубчатый механизм – передача?
3. Каковы виды цилиндрических, конических и гиперболоидных передач?
4. Что такое зацепление?
5. Какова формулировка основного закона зацепления?
6. Что такое линия зацепления?
7. Каково условие постоянства передаточного отношения в зубчатых механизмах?
8. Что такое эвольвента и каковы ее основные свойства?

Лекция 9. Эвольвента и свойства. Геометрические параметры цилиндрических зубчатых колес эвольвента

Пусть задана окружность с центром в точке O (рис.49). Проведем касательную в A этой окружности и делим ее на равные части, а на прямой AB откладываем отрезки, равные этим дугам. При качении прямой AB без скольжения по окружности все точки этой прямой будут описывать кривые, которые называются эвольвентами круга.

Основные свойства и уравнения эвольвенты.

1. Эвольвенты является плавной выпуклой кривой
2. Нормаль к любой точке эвольвенты всегда будет касательной к эвольвенте
3. Отрезок от точки касания к эвольвенте до эвольвенты является радиусом кривизны R эвольвенты
4. Угол α между текущим радиус-вектором R_i и перпендикуляром OK к нормали, называется углом давления.
5. Уравнения эвольвенты. Пусть задана окружность радиуса r и прямая $t-t$ касанием к окружности в точке M_0 . При качении прямой $t-t$ по окружности точка M описывает эвольвенту $M_0\mathcal{E}$ (рис.50.)

1. Из прямоугольного треугольника ΔOAM имеем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{MA}{OA} = \frac{\rho}{r}$$

2. Из свойства эвольвенты следует, что отрезок $MA = M_0A = \rho$

3. Из сектора OM_0A имеем

$$\overline{M_0A} = \Theta \cdot r \text{ или } \rho = r \cdot \Theta$$

4. Подставляя это равенство () получим Q

$$Q = \operatorname{tg} \alpha$$

Рис К выводу уравнения эвольвенты

Угол G , определяющее направление радиус-вектора \overline{OM} любой точки M эвольвенты, равен

$G = \Theta - \alpha$ или, принимая во внимания равенства (), имеем

$$G = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$$

Полученная функция угла G называется эвольвентой функцией и обозначается inv (инволюта)

$$G = \operatorname{inv} \alpha$$

Для различных значений угла α составлены таблицы вычислений $\operatorname{inv} \alpha$ (Брадис).

Центроида круглого зубчатого колеса \mathcal{C} , называется начальной окружностью. Длину начальной окружности можно выразить через шаг зацепления P начальной окружности следующим образом.

$$2\pi r = Z_1 \cdot P$$

Отсюда видно, что в формулу () входит трансцендентное число π . Как известно, это

число несоизмеримое, поэтому оно затрудняет подбор размеров зубчатых колес при их проектировании и практическое их измерение. Вследствие этого, принят некоторый параметр, называемый модулем зацепления. Модуль зацепления является основным геометрическим параметром зубчатых колес, измеряется в миллиметрах, обозначается буквой m и является стандартизированным параметром.

Геометрические параметры цилиндрических зубчатых колес.

На рис.12.1. показана часть зубчатого колеса с внешними зубьями.

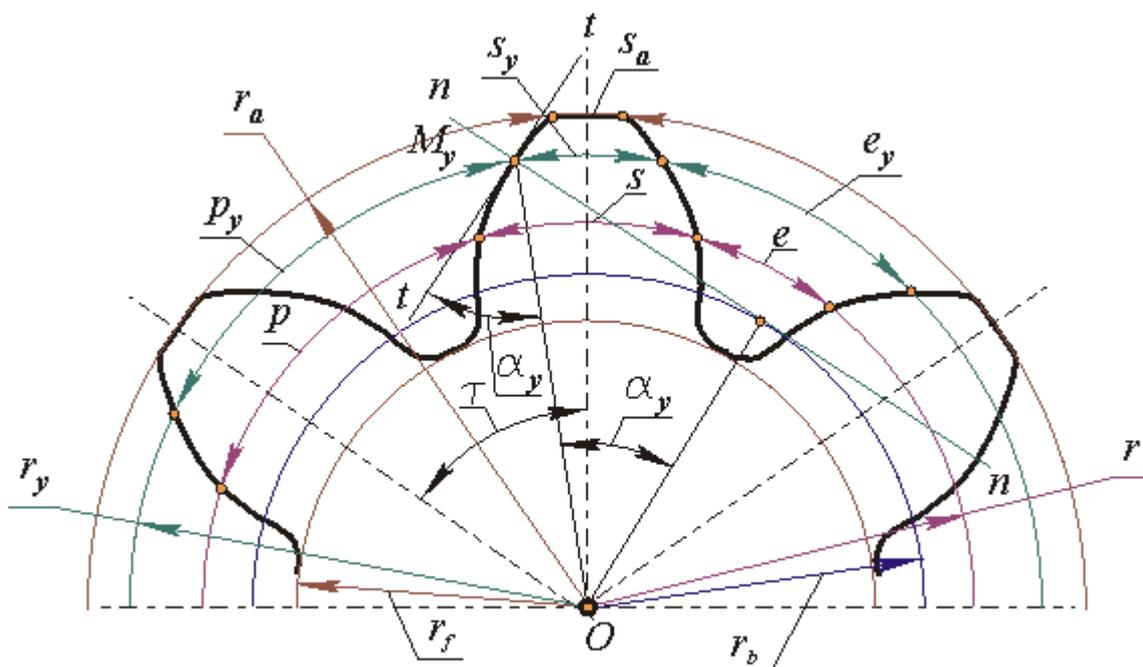


рис 12.1

Для упорядочения режущих инструментов, изготавливающих зубчатые колеса установлены два ряда, модулей:

Первый ряд (предпочтительный): 0,05; 0,06; 0,08; 0,1; 0,12; 0,2; 0,25; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; 1,0; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 20; 25; 32; 40; 50; 60; 86; 100.

Второй ряд (промежуточные): 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11 и др.

Окружность зубчатого колеса, для которой модуль получается стандартным, называется делительной, и наоборот, зубчатые колеса, у которых начальные окружности совпадают с делительными называются стандартными колесами.

Напишем для стандартных колес их геометрические параметры:

1. Радиус начальной (делительной) окружности. $r = r_1 = \frac{mz}{2}$

2. Радиус основной окружности (радиус эволюты)

$$r_g = r \cdot \cos \alpha$$

где, α - угол зацепления. Для стандартных колес $\alpha = 20^\circ$

3. Радиус окружности вершины зуба (см. Рис...)

$$r_l = r + h_\alpha = \frac{mz}{2} + m = \frac{m}{2}(z + 2)$$

где, $h_\alpha = m$ - высота головки зуба

4. Радиус окружности впадины зуба

$$r_f = r - h_f = \frac{mz}{2} - 1,25m = \frac{m}{2}(z - 2,5)$$

где, $h_f = 1,25m$ - высота ножки зуба

5. Шаг зуба по начальной окружности

$$P = \pi m$$

6. Высота зуба

$$h = h_\alpha + h_f = m + 1,25m = 2,25m$$

7. Толщина зуба по начальной окружности

$$S = \frac{P}{2} = \frac{\pi m}{2}$$

8. Радиус галтели $\rho = 0,39m \approx 0,4m$

9. Межцентровое расстояние

$$a_\omega = r_1 + r_2 = \frac{mz_1}{2} + \frac{mz_2}{2} = \frac{mz_c}{2}$$

Иногда применяются зубчатые колеса с укороченными зубьями, для которых радиусы окружностей колеспринимаются равными.

Радиус окружности вершины зуба

$$r_\alpha = \frac{m}{2}(z + 1,6)$$

Радиус окружности впадины зуба $r_f = \frac{m}{2}(z - 1,1)$

Лекция 10. Эвольвентное зацепление и ее свойства

Зубчатое зацепление и его параметры.

Коэффициент перекрытия.

Виды передач.

План лекции.

1. Построение эвольвентного зубчатого зацепления.
2. Практическая линия зацепления и рабочие участки зубьев.
3. Геометрические и кинематические параметры зубчатого зацепления.
4. Качественный показатель зубчатого зацепления – плавность работы.
5. Коэффициент перекрытия.
6. Однопарное и двухпарное зацепление.
7. Внешние и внутренние передачи.
8. Замедляющие и ускоряющие передачи.

Зубчатое зацепление и его параметры.

Будем изучать нулевое эвольвентное зубчатое зацепление, как наиболее употребительное, в том числе и в самолетостроении. Такое зацепление состоит из двух нулевых зубчатых колес (в отличие от ненулевых, то есть, положительных или отрицательных), находящихся в контакте, или, говорят, сопряженных колес. Эти колеса имеют один модуль m и числа зубьев z_1 и z_2 .

На рис. 14.1 показано такое зацепление, первое колесо слева – меньшее, а второе справа – большее. Меньшее зубчатое колесо обычно называется шестерней. По рис. 14.1 движение передается от шестерни к колесу.

Геометрические параметры шестерни и колеса определяются по формулам, приведенным в предыдущей лекции. У сопряженных зубчатых колес есть окружности, которые касаются друг друга и при работе перекатываются без скольжения. Эти окружности имеют радиусы r_{w1} и r_{w2} и называются начальными окружностями. В случае нулевой передачи, то есть, в том случае, который сейчас рассматривается, начальные окружности (окружности, присущие передаче) равны делительным окружностям зубчатых колес (окружностям, присущим отдельным зубчатым колесам): $r_{w1} = r_1$ и $r_{w2} = r_2$. Здесь следует заметить, что все геометрические параметры, присущие передаче (а не отдельным колесам), имеют индекс w .

Расстояние между окружностями вершин одного колеса и окружностями впадин другого – s^*m - называется радиальным зазором, а s^* - это коэффициент радиального зазора; в стандартных передачах $s^* = 0,25$.

Точка контакта эвольвент зубьев колес является высшей кинематической парой. Через эту точку (на рис. 14.1 она находится на линии цен-

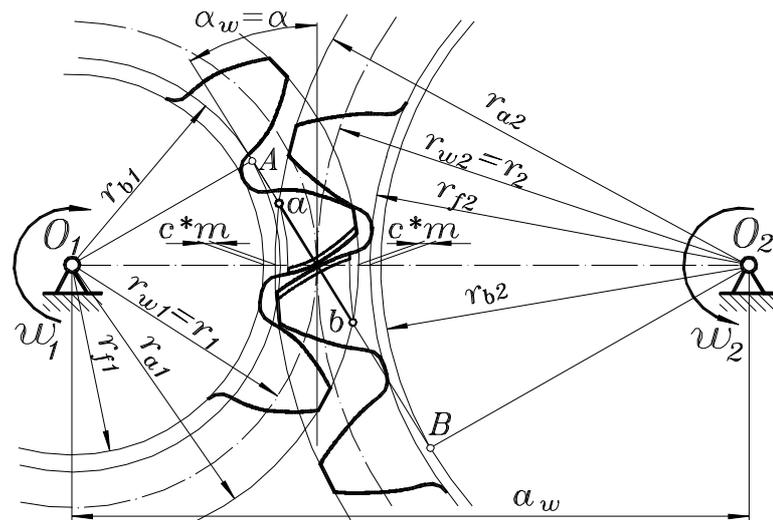


Рис. 14.1.

тров) можно провести общую нормаль к эвольвентам сопряженных зубьев и согласно свойствам эвольвенты, о чем говорилось в предыдущей лекции, эта нормаль будет касаться основных окружностей сопряженных зубчатых колес. Угол между этой касательной и перпендикуляром к линии центров называется углом зацепления α_w . Для стандартной нулевой передачи этот угол равен профильному углу исходного производящего контура: $\alpha_w = \alpha = 20^\circ$. Расстояние между центрами вращения сопряженных зубчатых колес a_w называется межцентровым (межосевым) расстоянием.

В процессе работы зубчатой передачи, то есть, в процессе зацепления, контактная точка будет занимать различные позиции, однако, в любом положении нормаль к боковым поверхностям зубьев будет являться касательной к основным окружностям, что следует из свойств эвольвенты. В процессе зацепления контактная точка будет перемещаться вдоль общей касательной к основным окружностям, поэтому эта касательная является линией зацепления эвольвентной передачи. Таким образом, линия зацепления эвольвентной передачи есть прямая, наклоненная под углом зацепления от перпендикуляра к линии центров.

Различают теоретическую и практическую линии зацепления. Теоретическая линия зацепления – это отрезок между точками касания вышеуказанной прямой с основными окружностями – АВ на рис. 14.1. Но так как эвольвенты зубьев ограничены окружностями вершин зубчатых колес, то контакт боковых поверхностей зубьев происходит по практической линии зацепления ab, которая отсекается на теоретической окружностями вершин. При работе зубчатой передачи в соответствии с направлением вращения колес, показанным на рис. 13.1, перемещение контактной точки происходит по практической линии зацепления от точки а до точки b, то есть, в точке а зубья входят в контакт, а в точке b - выходят из контакта. Заметим здесь, что теоретически зацепление считается беззазорным, как это показано на рис. 1.14, то есть,

боковой зазор между зубьями отсутствует; однако, в реальных передачах боковой зазор есть и его величина зависит от степени точности изготовления колес.

Различают два количественных показателя зубчатой передачи: геометрический и кинематический. Геометрический показатель – это межцентровое расстояние:

$$a_W = r_1 + r_2 = \frac{m z_1}{2} + \frac{m z_2}{2}$$

$$a_W = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$$

Кинематический показатель – передаточное отношение, равное отношению угловых скоростей (или частот вращения) входного и выходного колеса с учетом знака:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Согласно основному закону зацепления

$$u_{12} = -\frac{r_2}{r_1} = -\frac{m z_2}{m z_1}$$

$$u_{12} = -\frac{z_2}{z_1}$$

Коэффициент перекрытия.

Главным качественным показателем зубчатой передачи является непрерывность и плавность ее работы. Судя по рис. 14.1 после того, как одна пара зубьев выйдет из зацепления в точке *b* вторая пара зубьев войдет в зацепление в точке *a*, потом вторая пара зубьев выйдет из зацепления, в зацепление войдет третья пара и т.д. При этом не трудно предположить, что при такой передаче движения возникнет прерывистость и удары между зубьями, особенно если учесть наличие боковых зазоров в реальных зубчатых механизмах. Чтобы избежать ударов и сделать передачу движения непрерывной и по возможности плавной, необходимо обеспечить условие, при котором первая пара зубьев не выйдет из зацепления до тех пор, пока вторая пара войдет в зацепление. Это условие называется перекрытием. Понятно, что чем больше одна пара зубьев перекрывает другую на практической линии зацепления, тем с большей уверенностью можно утверждать, что работа передачи будет непрерывной и плавной.

Явление перекрытия оценивается коэффициентом перекрытия. На рис. 14.2 γ - угловой шаг зубьев, l - длина практической линии зацепления. Учитывая,

что, согласно свойствам эвольвенты, длины отрезков на линии зацепления равны дугам на основной окружности, а эти дуги пропорциональны центральным углам, можно утверждать, что δ - угол поворота колеса за время перемещения контактной точки по практической линии зацепления, а p_b - шаг зубьев по основной окружности. Коэффициент перекрытия - это отношение угла δ к угловому шагу зубьев γ или отношение длины практической линии зацепления к шагу зубьев по основной окружности:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{l}{p_b}$$

Учитывая, что

$$p_b = p \cos \alpha = \pi m \cos \alpha,$$

получим

$$\varepsilon = \frac{l}{\pi m \cos \alpha} \quad (14.1)$$

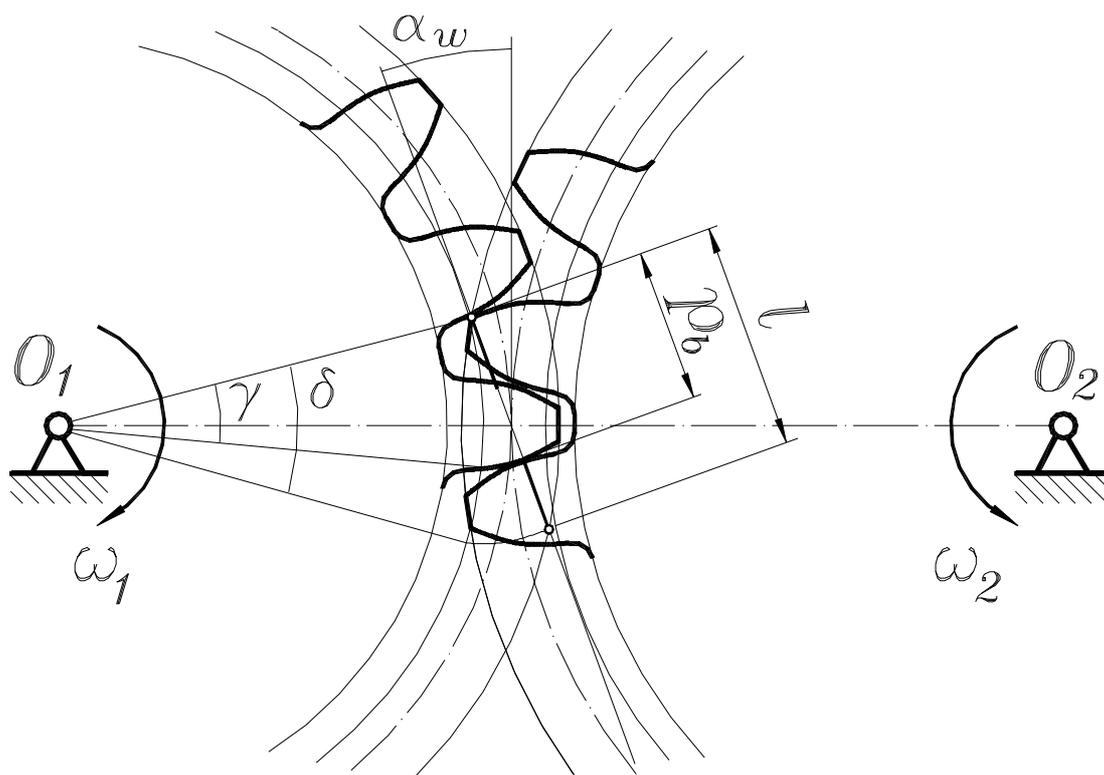


Рис. 14.2.

Используя аналитическое выражение длины практической линии зацепления [14] получим формулу для расчета коэффициента перекрытия нулевой зубчатой передачи:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha_w}{\pi m \cos \alpha} \quad (14.2)$$

Теоретически величина коэффициента перекрытия находится в пределах от единицы до двух, однако, практически

$$1,2 \leq \varepsilon \leq 1,8.$$

Из вышесказанного следует, что в процессе зацепления имеет место непрерывное чередование двухпарного и однопарного зацепления, то есть, часть времени в зацеплении находятся две пары зубьев, а часть времени – одна. В результате, при двухпарном зацеплении вся передаваемая зубчатой передачей нагрузка распределяется между двумя парами зубьев, а при однопарном зацеплении вся нагрузка приходится на одну пару зубьев. Таким образом, несмотря на то, что в кинематическом отношении передача является плавной в результате перекрытия, при работе под нагрузкой зубчатая передача принципиально является прерывистой, в частности, шум при работе зубчатых передач есть следствие этой прерывистости. Для увеличения плавности работы и уменьшения шума используют косозубые передачи, в которых коэффициент перекрытия может быть значительно больше, чем в прямозубых передачах из-за наклона зубьев.

Существующая методика определения процента времени двухпарного и однопарного зацепления дает возможность сказать, что, например: при $\varepsilon = 1,25$, 40% времени имеет место двухпарное зацепление, а 60% - однопарное; если $\varepsilon = 1,7$, то двухпарное зацепление – 82%, однопарное – 18%.

Виды передач.

Различают зубчатые передачи внешние и внутренние, замедляющие и ускоряющие.

На рис. 14.3 показана схема внешней передачи, причем $z_1 < z_2$. Геометрический параметр этой передачи – межцентровое расстояние

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \quad (14.3)$$

Кинематический параметр – передаточное отношение зависит от того, какое колесо является входным звеном.

Если входным колесом является меньшее, то передаточное отношение определяется по формуле:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1} \quad (14.4)$$

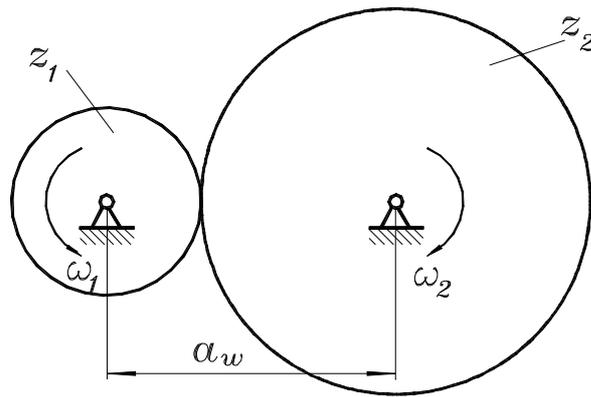


Рис. 14.3.

Знак минус указывает на противоположное направление вращения зубчатых колес. Так как $z_1 < z_2$, то абсолютное значение передаточного отношения $|u_{12}| > 1$, а $\omega_2 < \omega_1$. Такая передача является замедляющей и называется редуктором.

Если входным является большее колесо, то

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_2} \quad (14.5)$$

В этом случае, абсолютное значение передаточного отношения $|u_{12}| < 1$, а $\omega_1 > \omega_2$. Такая передача является ускоряющей и называется мультипликатором.

На рис. 14.4 показана схема внутренней зубчатой передачи. Также, как и в предыдущем случае $z_1 < z_2$, но первое колесо с внешними зубьями находится внутри второго, имеющего внутренние зубья.

Геометрический параметр такой передачи – межцентровое расстояние:

$$a_w = \frac{m(z_2 - z_1)}{2} \quad (14.6)$$

Кинематический параметр здесь – передаточное отношение – всегда положительно, так как колеса вращаются в одном направлении. Если входным является первое колесо, то это редуктор:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} > 1 \quad (14.7)$$

Если входным является второе колесо (с внутренними зубьями), то это мультипликатор:

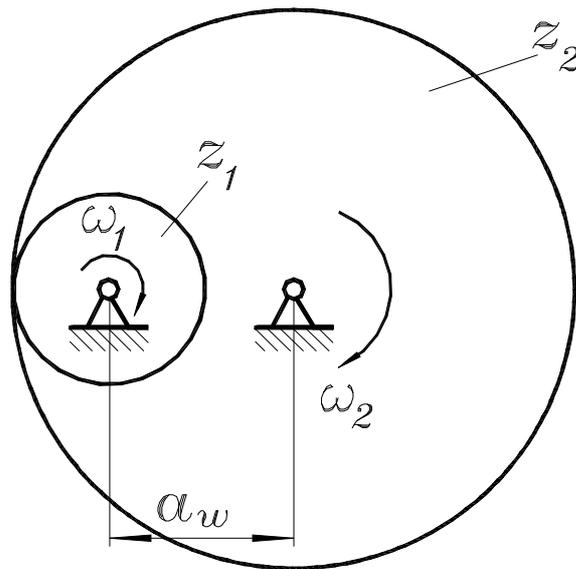


Рис. 13.4.

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2} < 1 \quad (14.8)$$

Надо сказать, что в подавляющем большинстве современных машин используются зубчатые механизмы в виде редукторов, они редуцируют, то есть, уменьшают скорость вращения двигателей машин, которые для уменьшения их габаритов выполняются высокооборотными.

Опорные слова.

1. Угол зацепления – это острый угол между линией зацепления и перпендикуляром к линии центров.
2. Практическая линия зацепления отсекается на теоретической окружностями вершин.
3. Теоретическая линия зацепления – это касательная к основным окружностям сопряженных зубчатых колес.
4. Рабочий участок зуба ограничивается дуговым проецированием крайней точки практической линии зацепления на профиль зуба.
5. Перекрытие зубьев сопряженных колес – это условие, при котором одна пара зубьев не должна выходить из зацепления прежде, чем следующая пара не войдет в зацепление.
6. Внешняя передача – это передача с противоположным направлением вращения колес и отрицательным передаточным отношением.
7. Внутренняя передача – это передача с одинаковым направлением вращения колес и положительным передаточным отношением.

8. Редуктор – это замедляющая передача.
9. Мультипликатор – это ускоряющая передача

Контрольные вопросы.

1. Какова последовательность построения эвольвентного зубчатого зацепления?
2. Как образуется практическая линия зацепления?
3. Как найти рабочие участки контактирующих зубьев?
4. Как обеспечивается кинематическая плавность работы эвольвентной передачи?
5. Каковы значения коэффициента перекрытия у цилиндрической прямозубой передачи?
6. Что такое однопарное и двухпарное зацепление?
7. Что такое редуктор и мультипликатор?

Лекция 11. Методы изготовления зубчатых колес. Станочное зацепление.

Коррегирование зубчатых колес.

Изготовление зубчатых колес. **Положительные и отрицательные колеса.** **Технологические ограничения.**

Существует два метода изготовления зубчатых колес: метод копирования и метод обкатки.

Метод копирования предполагает копирование формы инструмента, при помощи которого вырезаются впадины между зубьями в заготовке колеса. В большинстве случаев, этими инструментами являются модульные дисковые или пальцевые фрезы (рис. 12.2). Фрезы называются модульными, так как каждая фреза может вырезать в заготовке колеса впадину между зубьями вполне определенного модуля. Однако форма зубьев одного и того же модуля может быть разной, она зависит от числа зубьев в колесе. Это следует из того, что кривизна эвольвенты зависит от радиуса основной окружности. Соответственно разной является и форма впадины между зубьями разного модуля. Значит, количество фрез одного модуля соответствует количеству зубчатых колес с разным числом зубьев этого модуля и может быть очень велико. Чтобы уменьшить количество фрез, следует допустить некоторую погрешность формы зуба и обрабатывать зубчатые колеса с близким числом зубьев (например, 20, 21 и 22) одной модульной фрезой. Поэтому, на модульных фрезах маркируется модуль и диапазон чисел зубьев зубчатых колес, которые могут быть нарезаны этой фрезой.

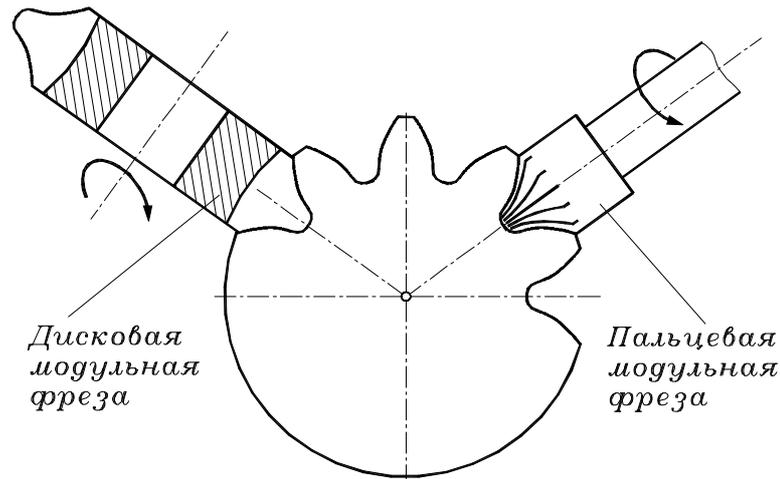


Рис. 13.2.

Однако, это не единственный недостаток метода копирования. После вырезания одной впадины, заготовку зубчатого колеса следует повернуть на один угловой шаг, прорезать следующую впадину и т.д. до тех пор, пока не будут нарезаны все зубья. Кроме невысокой точности это метод весьма непродуцирующ. Поэтому, в настоящее время, метод копирования при изготовлении зубчатых колес резанием практически не используется. Он используется в массовом производстве при изготовлении зубчатых колес литьем и штамповкой (сельхозмашиностроение, приборостроение), а также, в автомобилестроении при использовании специальных режущих головок.

В настоящее время, в большинстве случаев, используется метод обкатки. Представить его можно следующим образом. Положим на стол зубчатую рейку с трапецеидальными зубьями, боковые стороны которых наклонены на 20° к оси зуба. Цилиндрическую заготовку зубчатого колеса из мягкого материала (из воска, или из пластилина) вдавим в эту рейку и прокатим по ней. В результате этого действия на заготовке образуются эвольвентные зубья. Возможность этого связана со свойствами эвольвенты, кривой полученной при обкатывании образующей прямой линии по основной окружности. Однако реальная заготовка зубчатого колеса выполнена из твердого материала, поэтому, ее не удастся так просто обкатать по зубчатой рейке. Поэтому, движение обкатки дополняется движением резания, для чего зубчатая рейка выполняется из твердого материала, а на ее профиле формируются режущие кромки.

На рис. 13.3 показана стандартная рейка, используемая для изготовления эвольвентных зубчатых колес; она называется инструментальной рейкой с исходным производящим профилем. При помощи такой рейки могут быть изготовлены зубчатые колеса определенного модуля с любым числом зубьев. Рейка имеет трапецеидальные зубья, их боковые стороны сопряжены с вершинами и впадинами при помощи галтелей (скруглены). Прямые, проходящие через вершины и впадины называются соответственно линиями вершин и впадин; прямые, ограничивающие прямолинейные части боковых профилей, называются граничными прямыми. По высоте зуб делится на две

равные части при помощи средней линии рейки.

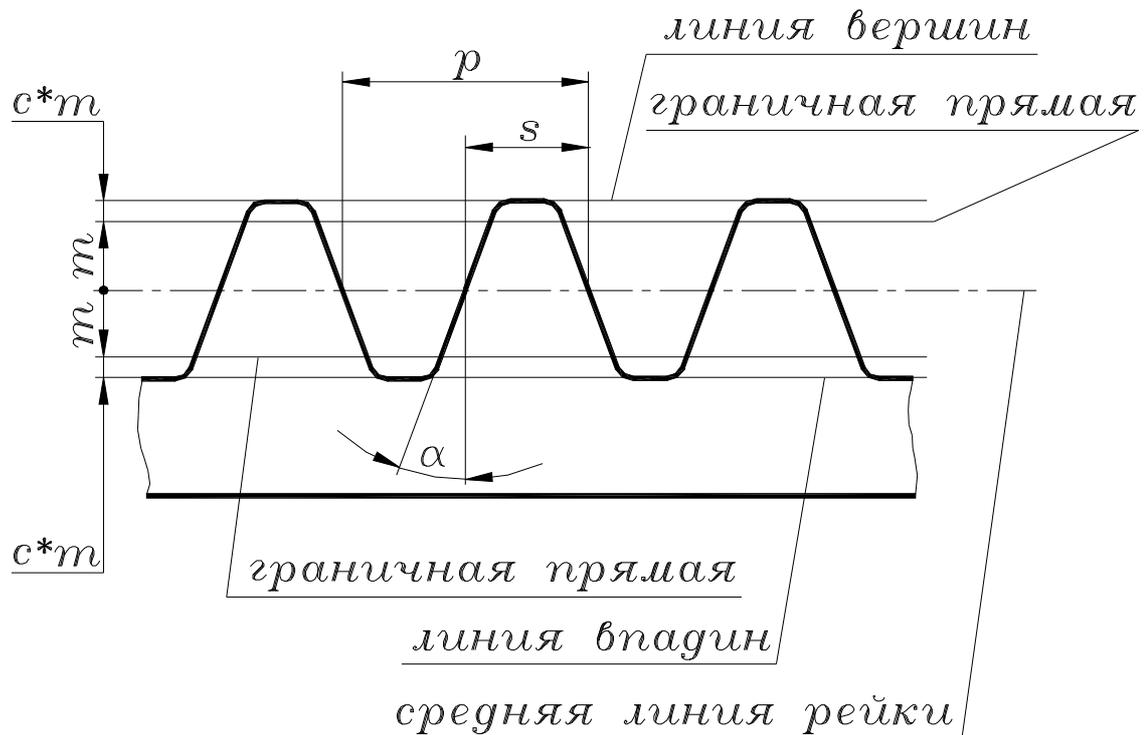


Рис. 13.3.

Геометрические параметры следующие. Расстояния между средней линией и граничными прямыми равны модулю m . Высота галтелей, то есть, расстояние между граничными прямыми и линиями вершин, или впадин, называется радиальным зазором c^*m , где c^* – коэффициент радиального зазора. Название «радиальный зазор» связано с тем, что при зацеплении зубчатых колес между вершинами зубьев одного колеса и впадинами между зубьями другого имеется радиальный зазор; такой же зазор есть и в зацеплении инструментальной рейки и заготовки зубчатого колеса, в так называемом станочном зацеплении. Шаг зубьев $p = \pi m$ (рис. 13.3), толщина зуба рейки $s = 0,5 p$, угол наклона боковой стороны зуба $\alpha = 20^\circ$.

Рассмотрим станочное зацепление. На рис. 13.4, в средней его части, показано станочное зацепление инструментальной рейки с нулевым колесом. В этом случае средняя линия рейки касается с делительной окружностью нарезаемого зубчатого колеса. Стрелками показано движение обкатки: рейка движется слева направо, а зубчатое колесо поворачивается против часовой стрелки вокруг неподвижного центра. Движение резания, то есть, возвратно-поступательные движения рейки перпендикулярно плоскости чертежа, показаны снизу в виде креста и точки в окружностях (хвостовик и острие стрелы).

Надо сказать, что рейка не сразу врезается в заготовку на полную глубину, то есть, она не сразу занимает положение, показанное на рис. 13.4; рейка

врезается постепенно, при помощи, так называемой, радиальной подачи. Между окружностью вершин колеса (окружность с диаметром заготовки) и линией впадин рейки всегда остается радиальный зазор $s \cdot m$ (см. рис. 13.3). Это значит, что боковые стороны зуба рейки формируют эвольвентные части зуба колеса, а вершина зуба колеса – это цилиндрическая часть его заготовки. Что касается впадины между зубьями колеса, то она полностью формируется вершинами зубьев инструментальной рейки.

Если, при нарезании зубчатого колеса, рейка после радиальной подачи остановится в позиции, когда ее средняя линия не касается делительной окружности колеса (левая часть рис. 13.4), то при обкатке образуется положительное колесо. В этом случае средняя линия рейки находится на некотором расстоянии от делительной окружности, то есть дальше от центра колеса, чем в случае нарезания нулевого колеса. У положительного колеса

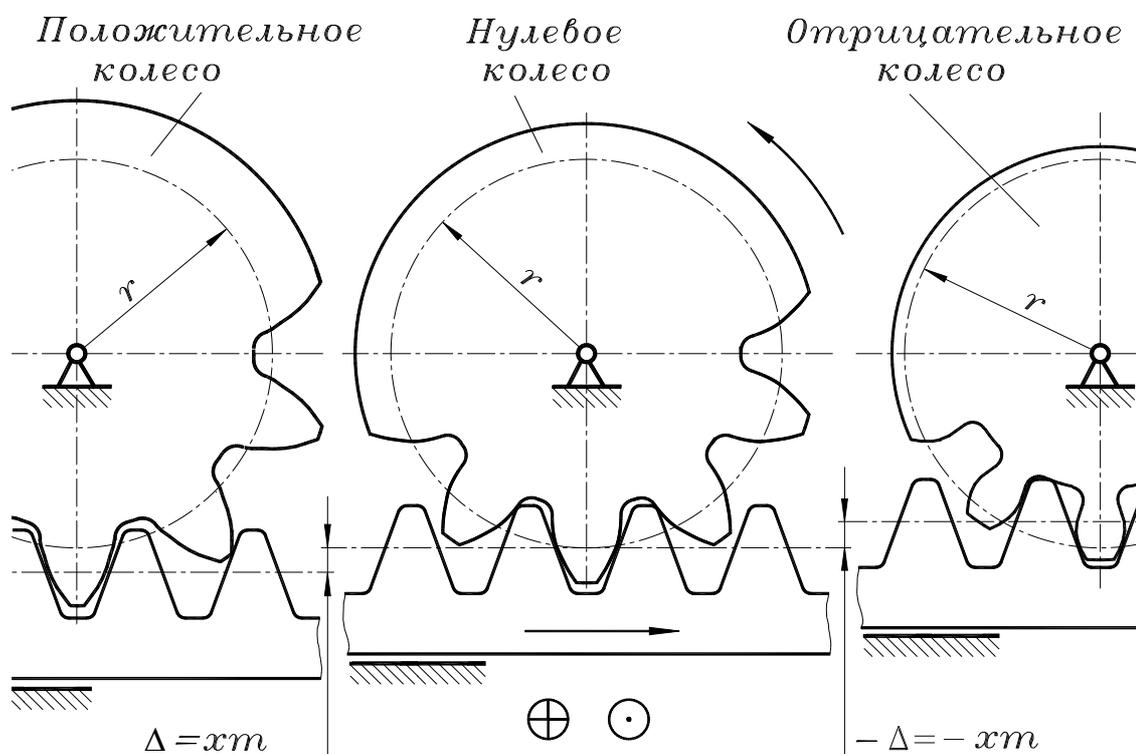


Рис. 13.4.

модуль, число зубьев и радиус делительной окружности такие же, как и у нулевого колеса, а радиусы впадин, вершин и профиль зуба положительного колеса отличаются от соответствующих параметров нулевого колеса.

Смещение рейки от нулевого положения (то есть, от положения, когда ее средняя линия касается делительной окружности), в сторону от центра колеса называется положительным смещением инструмента Δ (рис. 13.4), причем

$$\Delta = x m$$

где x – коэффициент положительного смещения.

Если, при нарезании зубчатого колеса, рейка после радиальной подачи остановится в позиции, когда ее средняя линия пересекает делительную окружность колеса (правая часть рис. 13.4), то при обкатке образуется отрицательное колесо. В этом случае средняя линия рейки находится на некотором расстоянии от делительной окружности, но ближе к центру колеса, чем в случае нарезания нулевого колеса. У отрицательного колеса модуль, число зубьев и радиус делительной окружности такие же, как и у нулевого колеса, а радиусы впадин, вершин и профиль зуба отрицательного колеса отличаются от соответствующих параметров нулевого колеса.

Смещение рейки от нулевого положения (то есть, от положения, когда ее средняя линия касается делительной окружности), в сторону к центру колеса называется отрицательным смещением инструмента $-\Delta$ (рис. 13.4), причем

$$-\Delta = -x m$$

где $-x$ – коэффициент отрицательного смещения.

Иногда зубчатые колеса, нарезанные со смещением инструмента (положительные и отрицательные) называют скорректированными колесами, а коэффициент смещения называют коэффициентом коррекции.

Разницу между профилями зубьев нулевого, положительного и отрицательного колес показана на рис. 13.5. По сравнению с зубом нулевого колеса зуб положительного колеса толще у основания, но тоньше при вершине. При образовании бокового профиля используется более пологий участок эвольвенты. Такой зуб прочнее зуба нулевого колеса, поэтому положительные колеса используются в тяжело нагруженных силовых передачах.

Зуб отрицательного колеса по сравнению с зубом нулевого колеса тоньше у основания и толще при вершине. Такой зуб слабее нулевого, но погрешности при изготовлении отрицательного колеса могут быть меньше, так как при образовании бокового профиля зуба используется более крутой участок эвольвенты. Отрицательные колеса, как более точные, чем нулевые, могут использоваться в измерительных кинематических цепях машин и в приборах.

Величины коэффициентов смещения инструментальной рейки стандартизованы и при необходимости выбираются из справочников или рассчитываются в зависимости от числа зубьев колеса и условий его работы. Здесь отметим только некоторые технологические ограничения при выборе коэффициентов смещения, связанные с уменьшением толщины зуба у вершины положительного колеса и у основания отрицательного колеса.

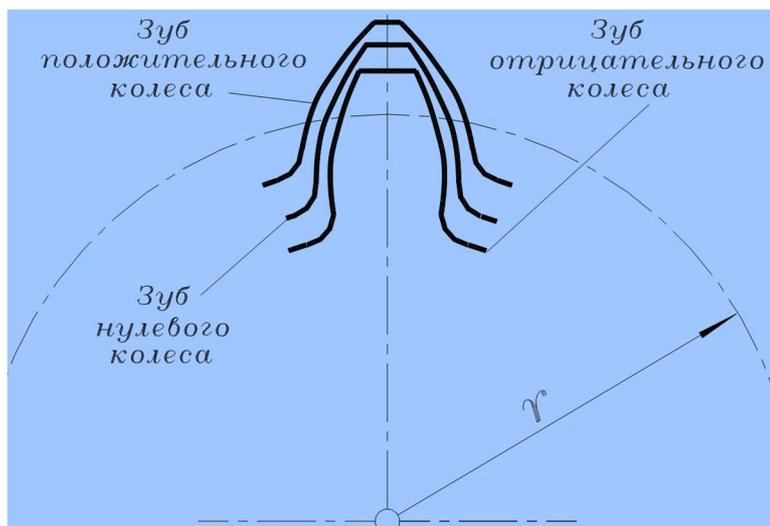


Рис. 13.5.

Чем больше положительное смещение рейки, тем толще зуб у основания, но тоньше при вершине. В пределе толщина зуба при вершине может быть нулевой, то есть, зуб заострится, что недопустимо по соображениям прочности.

Чем больше отрицательное смещение рейки, тем тоньше зуб у основания. При некотором критическом смещении вершины зубьев инструментальной рейки будут срезать эвольвентную часть зуба у его основания примерно так, как показано в правой части рис.13.4. Подрез эвольвентной части зуба недопустим по соображениям прочности.

Такое же явление пореза эвольвентной части у основания зуба может произойти при изготовлении нулевого колеса с малым числом зубьев. Специальный расчет [14] показывает, что число зубьев нулевого колеса, изготовленного без подреза, не может быть меньше 17.

Сформулируем отдельно эти технологические ограничения.

1. Величина положительного смещения инструмента ограничена недопустимым явлением заострения вершины зуба колеса.
2. Величина отрицательного смещения инструмента ограничена недопустимым явлением подреза эвольвентной части у основания зуба.
3. Минимальное число зубьев нулевого колеса без подреза $z_{\min} = 17$.

Опорные слова.

1. Модуль – это отношение делительного диаметра к числу зубьев.
2. Шаг зубьев – это расстояние, измеренное по окружности между одноименными профилями двух смежных зубьев.
3. Модульная дисковая фреза – это фреза для изготовления эвольвентных зубчатых колес по методу копирования.
4. Модульная червячная фреза – это фреза для изготовления эвольвентных зубчатых колес по методу обкатки.

5. Положительные и отрицательные колеса – это колеса, изготовленные при положительном или отрицательном смещении инструмента.

Контрольные вопросы.

1. Что такое модуль зубчатого колеса?
2. Как связаны модуль и число зубьев с диаметральными размерами зубчатого колеса?
3. Как связан шаг зубьев по делительной окружности с модулем?
4. Что такое профильный угол эвольвенты?
5. Чем различаются методы изготовления зубчатых колес: копирования и обкатки?
6. Как образуются нулевые, положительные и отрицательные зубчатые эвольвентные колеса?
7. Чем отличается зуб нулевого колеса от зубьев положительного и отрицательного колес?

Лекция 11. Кинематика зубчатых механизмов с неподвижными осями колес.

Планетарные дифференциальные механизмы. Формула Виллиса

Сложные зубчатые механизмы.

План лекции.

1. Сложные зубчатые механизмы с неподвижными осями колес.
2. Однорядные зубчатые механизмы с паразитными колесами.
3. Простейший планетарный механизм.
4. Сумматоры и дифференциалы.
5. Планетарные редукторы, их передаточные отношения и область применения.

Будем рассматривать только сложные зубчатые механизмы, состоящие из цилиндрических передач. В лекции № 12 было сказано, что различают два вида таких механизмов: с неподвижными осями колес и с подвижными осями некоторых колес.

Сложные зубчатые механизмы
с неподвижными осями колес.

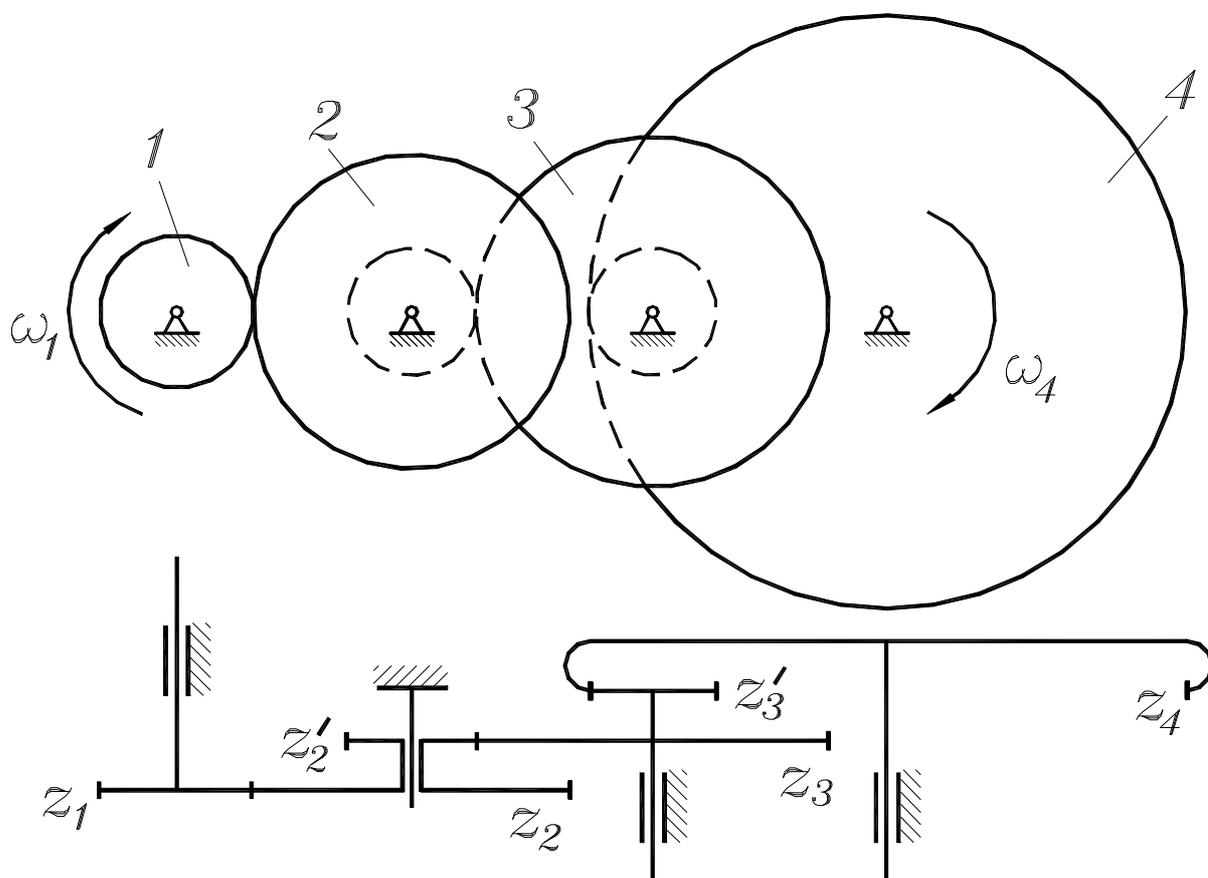


Рис. 15.1.

Оси колес таких механизмов неподвижны относительно стойки, то есть, относительно корпуса. К ним относятся коробки скоростей станков, коробки передач автомобилей, редукторы подъемных кранов и т.д.

На рис. 15.1 показано схематическое изображение главного вида и вида сверху одного из возможных вариантов сложного зубчатого механизма с неподвижными осями колес. В кинематических схемах обычно показывают один вид, как правило – вид сверху или сбоку.

Механизм содержит четыре подвижных звена: звено 1 – зубчатое колесо с числом зубьев z_1 , жестко закрепленное на валу; звено 2 – блок-шестерня, то есть, два жестко связанных зубчатых колеса с числами зубьев z_2 и z'_2 , свободно вращающиеся на неподвижной оси; звено 3 – блок-шестерня с числами зубьев z_3 и z'_3 , жестко закрепленные на валу; звено 4 – зубчатое колесо с внутренними зубьями и числом зубьев z_4 , жестко закрепленное на валу. Механизм предназначен для уменьшения (редуцирования) угловой скорости от первого звена к четвертому и состоит из трех передач - двух внешних и одной внутренней. Такой механизм называется трехрядным или трехступенчатым:

первая ступень z_1-z_2 - быстроходная, вторая ступень z'_2-z_3 - промежуточная и третья ступень z'_3-z_4 - тихоходная.

Кинематический анализ зубчатых механизмов значительно проще, чем для стержневых и кулачковых механизмов. Мы предполагаем, что все зубчатые колеса вращаются равномерно, а задачей кинематического расчета является определение угловых скоростей зубчатых колес при известной угловой скорости одного из звеньев, чаще всего, входного звена. Задача решается при помощи передаточных отношений в механизме.

Для механизма на рис. 15.1 угловая скорость ω_4 выходного звена может быть найдена из формулы передаточного отношения механизма:

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} \quad (15.1)$$

Выведем рабочую формулу передаточного отношения, для чего умножим и разделим эту дробь на угловые скорости второго и третьего звеньев. Причем, чтобы различать два зубчатых колеса в одном звене, то есть, z_2 и z'_2 в звене 2 и z_3 и z'_3 в звене 3, используем $\omega_2 = \omega'_2$ и $\omega_3 = \omega'_3$.

$$u_{14} = \frac{\omega_1 \omega'_2 \omega'_3}{\omega_2 \omega_3 \omega_4}$$

Отношение угловых скоростей ω_1/ω_2 - это передаточное отношение первой ступени зубчатого механизма, соответственно, ω'_2/ω_3 - передаточное отношение второй ступени и ω'_3/ω_4 - передаточное отношение третьей ступени. Значит можно записать:

$$u_{14} = u_{12} u_{23} u_{34} \quad (15.2)$$

Согласно формуле (15.2), передаточное отношение сложного зубчатого механизма равно произведению передаточных отношений входящих в него передач.

Используя формулы передаточных отношений внешней и внутренней передач (14.4) и (14.7) из предыдущей лекции № 14, запишем рабочую формулу передаточного отношения механизма:

$$u_{14} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_3}{z'_2} \right) \left(\frac{z_4}{z'_3} \right)$$

Теперь из формулы (15.1) можно найти искомую угловую скорость четвертого, выходного звена.

Запишем формулу передаточного отношения в общем виде для зубчатого механизма с n подвижными звеньями:

$$u_{1n} = \frac{z_2 z_3 \cdots z_n}{z_1 z'_2 \cdots z'_{(n-1)}} (-I^k) \quad (15.3)$$

где k - количество внешних зацеплений. Знак передаточного отношения меняет

только внешняя передача.

По этой формуле могут быть рассчитаны передаточные отношения любого сложного зубчатого механизма с неподвижными осями колес.

Рассмотрим теперь сложный зубчатый механизм, схема которого отличается от предыдущего. Это механизм показан на рис. 15.2.

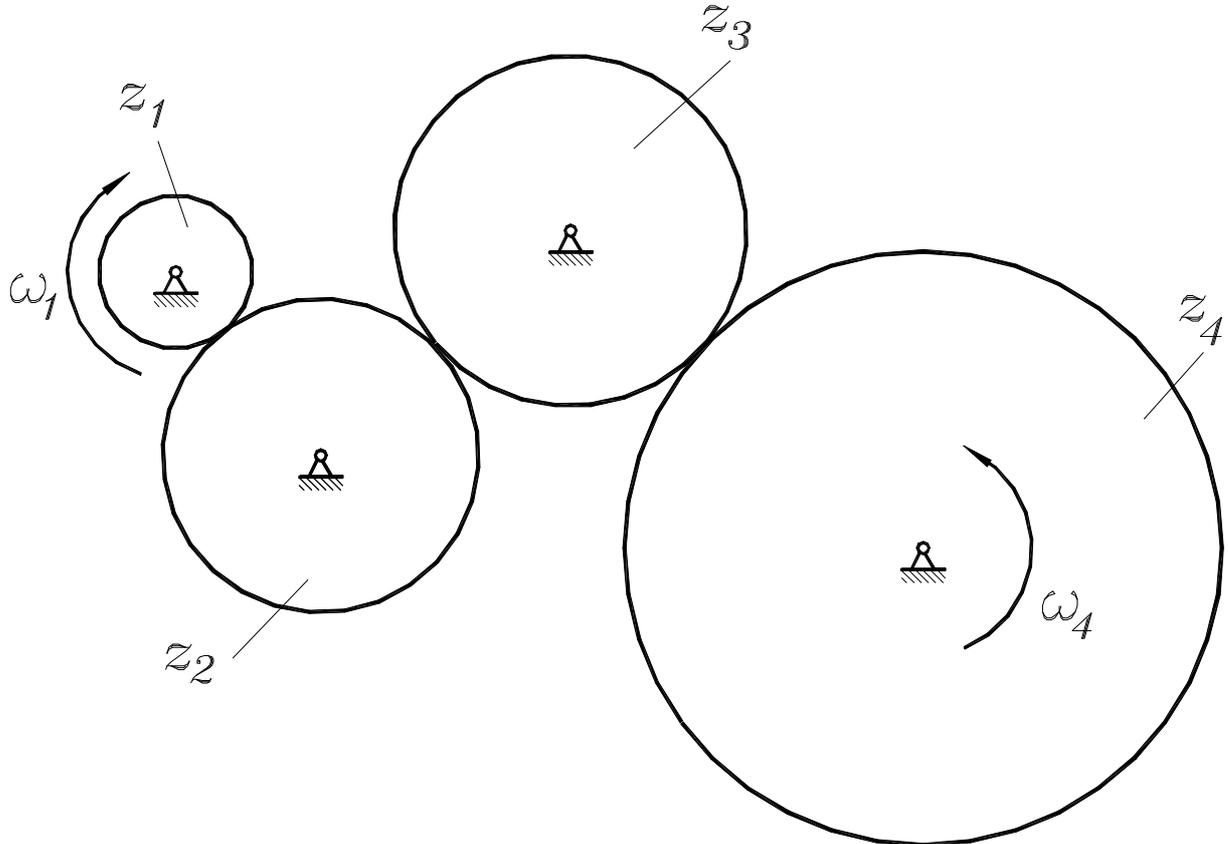


Рис. 15.2.

Отличие этого механизма от предыдущего состоит в том, что все его зубчатые колеса находятся в одном ряду, то есть, это - однорядный зубчатый механизм. Для решения кинематической задачи этого механизма используем формулу (15.3):

$$u_{14} = \frac{z_2 z_3 z_4}{z_1 z'_2 z'_3} (-I^3)$$

Однако, из схемы механизма видно, что звенья 2 и 3 не являются блок-шестернями, а имеют по одному зубчатому венцу, то есть $z_2 = z'_2$, а $z_3 = z'_3$. Поэтому, после сокращения имеем:

$$u_{14} = \frac{z_4}{z_1} (-I^3)$$

Из формулы следует, что промежуточные зубчатые колеса не влияют на величину передаточного отношения механизма, на эту величину влияют только первое и последнее колеса, находящиеся в одном ряду. Из-за этого промежуточные колеса в таком механизме называются паразитными.

Паразитные зубчатые колеса используются, если надо изменить знак передаточного отношения (изменить направление вращения), или в механизмах с большим расстоянием между осями входного и выходного колес.

Из рассмотрения этого механизма следует общий вывод для кинематического расчета: если в кинематической цепи несколько зубчатых колес расположены в одном ряду, то на величину передаточного отношения влияют числа зубьев только первого и последнего колес в этом ряду, промежуточные (паразитные) колеса влияют лишь на знак передаточного отношения.

Сложные зубчатые механизмы с подвижными осями некоторых колес (планетарные механизмы).

Схема простейшего планетарного механизма приведена на рис. 15.3. Зубчатое колесо 1 и звено Н могут вращаться вокруг неподвижной точки. На звене Н расположен центр вращения зубчатого колеса 2, входящего в зацепление с колесом 1.

Звенья 1 и Н могут вращаться независимо друг от друга, то есть, вращаться с разными скоростями, в одном или противоположных направлениях. При работе механизма колесо 2 совершает сложное движение, обкатываясь по колесу 1. Движение звеньев напоминает движение планет в солнечной системе, поэтому звено 1 называется солнечным колесом, звено 2 - это спутник, а звено Н - водило (или спутникодержатель).

Солнечное колесо и водило - это входные звенья, а выходным является спутник. Использовать спутник, совершающий сложное движение, для привода рабочих или вспомогательных органов машин затруднительно. Чтобы упростить эту задачу пришлось усложнить простейший планетарный механизм, добавив к нему еще одно центральное колесо 3 (рис. 15.4), с внутренними зубьями, входящее в зацепление с спутником - коронное колесо.

Следующее усложнение конструкции планетарного механизма связано с тем, что с одним спутником такой механизм работать не может из-за неуравновешенности: при больших скоростях вращения неуравновешенная масса спутника вызовет появление большой силы инерции, которая может привести к разрушению механизма. Минимальное количество спутников в планетарных механизмах - два, однако, их число может быть большим и достигать десяти и даже двенадцати. Это связано с возможностью уменьшения габаритов механизма: при одной и той же передаваемой мощности планетарный механизм с десятью спутниками может быть значительно менее габаритным, чем механизм с двумя спутниками.

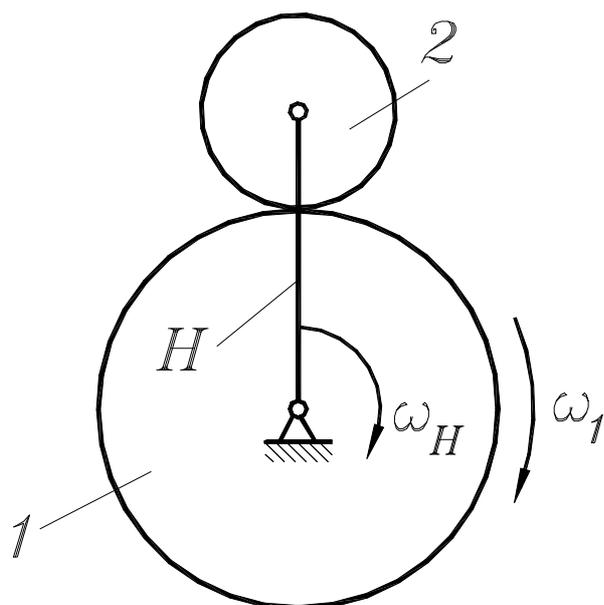


Рис. 15.3.

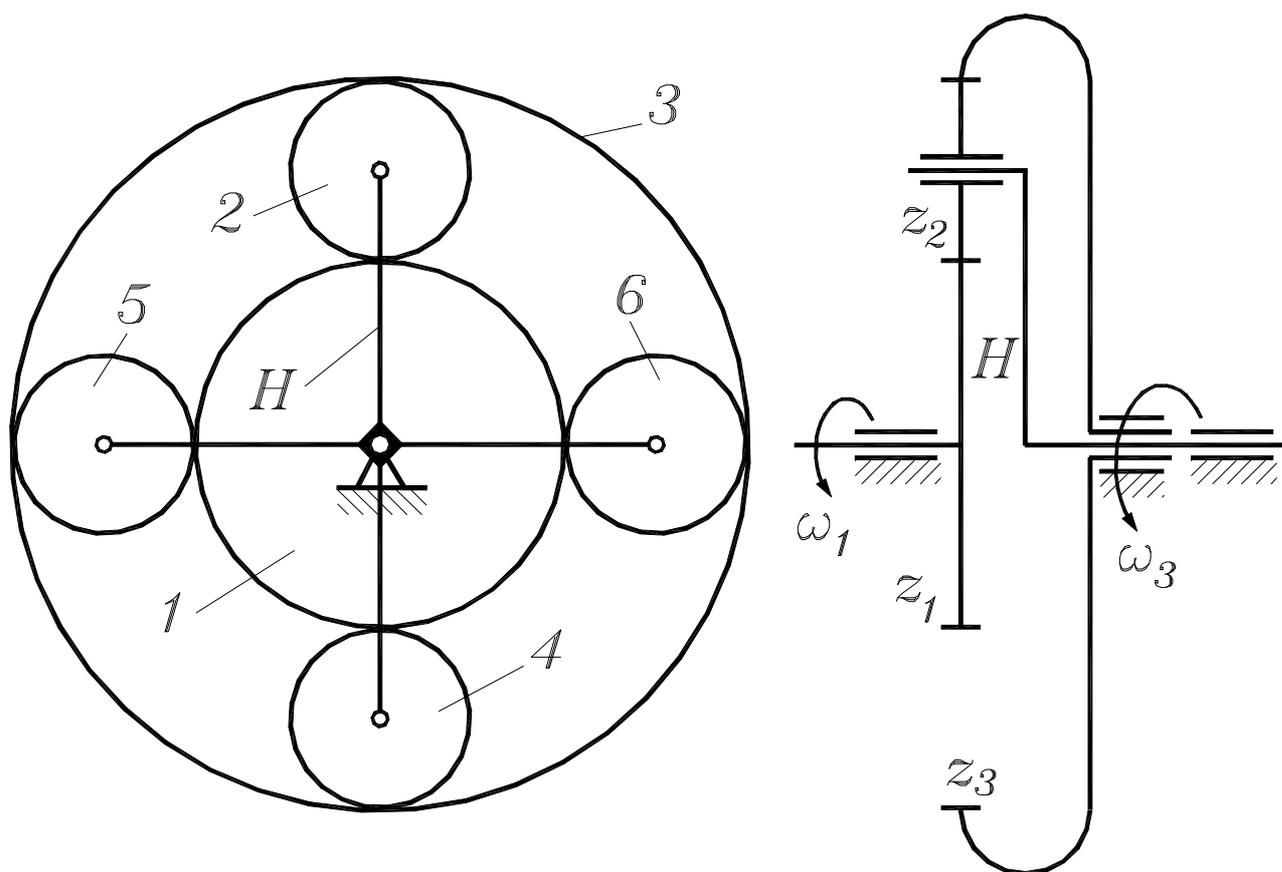


Рис. 15.4

Внутри механизма передаваемая мощность делится на число потоков, равное числу спутников. В результате, у механизма с десятью спутниками поток мощности, проходящий через зубчатое зацепление, будет в пять раз меньше, чем у механизма с двумя спутниками, значит, можно уменьшить модуль, межосевое расстояние и, в общем, габариты.

Механизм на схеме рис. 15.4 содержит четыре сателлита, которые установлены на водиле, выполненном в виде крестовины. На виде сбоку, который обычно используется в кинематических схемах, показывается только один сателлит.

Определим число степеней свободы планетарного механизма на рис. 15.4 по формуле Чебышева (2.1):

$$W = 3n - 2p_n - p_e + s$$

Число подвижных звеньев $n = 7$: солнечное и коронное колеса, водило (центральные звенья) и четыре сателлита. Количество низших кинематических пар $p_n = 7$: каждое центральное звено образует кинематическую пару со стойкой, а каждый сателлит - с водилом. Число высших кинематических пар $p_e = 8$: четыре внешних зацепления сателлитов с солнечным колесом и четыре их внутренних зацепления с коронным колесом. Число избыточных связей или лишних звеньев $s = 3$: выше было сказано, что три сателлита 4, 5 и 6 введены из соображений уравновешенности, прочности и габаритов, но в структурном смысле являются лишними звеньями. Подставим значения в формулу Чебышева:

$$W = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 7 - 8 + 3 = 2$$

Планетарный механизм имеет две степени свободы: он может иметь два входных звена и одно выходное, или одно входное и два выходных. Такой механизм используется в виде сумматора и дифференциала.

Сумматор имеет два входных звена, обычно, центральные колеса, и одно выходное звено - водило. Например, если солнечное колесо повернется на 5 оборотов, а коронное - на 3, то водило повернется на количество оборотов, пропорциональное восьми. Сумматоры обычно содержат конические передачи и используются в механизмах подачи станков с программным управлением.

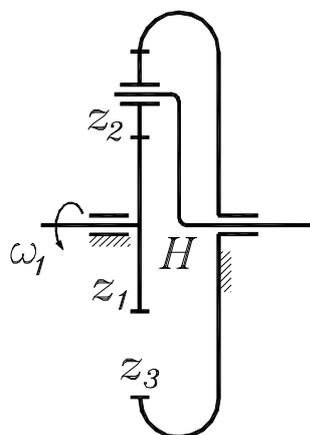
Дифференциалы имеют одно входное звено, обычно, водило, и два выходных звена - центральные колеса. Выходные звенья могут вращаться независимо одно от другого, и характер их движения зависит не только от конструкции механизма, но и от внешних условий. Дифференциалы, также, как и сумматоры, содержат не цилиндрические, а конические передачи, и используются в колесных транспортных машинах (автомобили, тракторы) для привода ведущих колес. Правое и левое ведущие колеса могут вращаться независимо одно от другого согласно условиям, диктуемыми их размерами и дорогой. Например, если автомобиль поворачивает налево, то левое колесо пройдет меньший путь, чем правое, значит, за одно и то же время левое колесо совершит меньше оборотов, чем правое, то есть будет вращаться с меньшей угловой скоростью.

Однако более широкое распространение в технике имеет модернизированный планетарный механизм: если остановить одно из центральных зубчатых колес, то планетарный механизм с двумя степенями свободы превращается в планетарный редуктор, то есть, в механизм с одной степенью свободы, с одним входным и одним выходным звеном. Планетарные редукторы используются в технологических и транспортных машинах, в том

числе, в качестве главных редукторов самолетов и вертолетов.

Планетарные редукторы.

Рассмотрим три вида простейших планетарных редукторов: редуктор Джеймса, двухрядный редуктор и редуктор Давида.



Редуктор Джеймса - это однорядный планетарный редуктор с неподвижным коронным или солнечным колесом. Чаще используются редукторы с неподвижным коронным колесом, схема такого редуктора дана на рис. 15.5. Формула передаточного отношения планетарных редукто- выводится из теоремы Виллиса [2]. Для редуктора Джеймса с не-

коронным колесом
отношение от сол-

Рис. 15.5.

подвижным
передаточное

нечного колеса к водилу:

$$u_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1} \quad (15.4)$$

Редуктор используется в случаях, когда

$$2,5 < u_{1H} < 8.$$

В редукторе Джеймса с неподвижным солнечным колесом движение передается от коронного колеса к водилу:

$$u_{3H} = 1 + \frac{z_1}{z_3} \quad (15.5)$$

Редуктор используется в случаях, когда

$$1,2 < u_{H1} < 1,8$$

Редукторы Джеймса широко используются в наземных транспортных машинах в коробках скоростей и бортовых передачах, в грузоподъемных машинах, в качестве главных силовых редукторов самолетов и вертолетов для передачи вращения от двигателей на винты, а также, в механизмах систем управления.

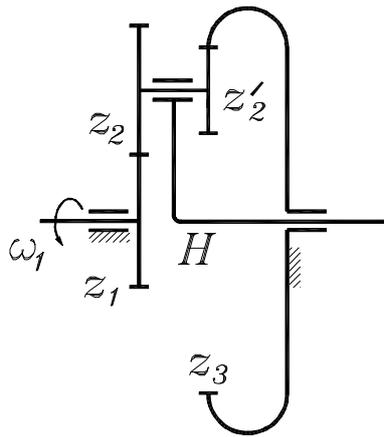


Рис. 15.6.

Двухрядный планетарный редуктор имеет сдвоенный сателлит и неподвижное коронное колесо (рис.15.6). Входным звеном является солнечное колесо, а выходным является водило. Передаточное отношение редуктора:

$$u_{1H} = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z'_2} \quad (15.6)$$

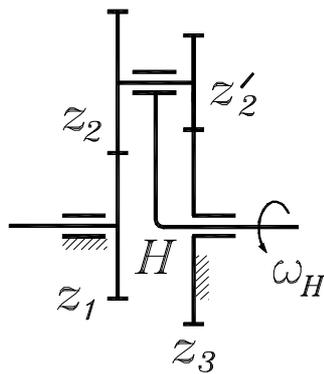
Из формулы видно, что передаточное отношение такого редуктора может быть больше, чем у редуктора Джеймса. Он используется, когда $8 < u_{1H} < 15$.

Используется в качестве силового редуктора, в том числе, в самолетах.

Если редуктор Джеймса и двухрядный редуктор содержат солнечное и коронное колесо, то редуктор Давида

может иметь два солнечных или два коронных колеса. На рис. 15.7 показан редуктор Давида с двумя солнечными колесами, одно из которых, колесо 3, неподвижно. В таком редукторе движение передается от водила H к солнечному колесу 1. Передаточное отношение редуктора:

Рис. 15.7.



$$u_{H1} = \frac{1}{1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z'_2}} \quad (15.7)$$

Из формулы (15.7) видно, что чем ближе дробь в знаменателе к единице, тем больше величина передаточного отношения такого редуктора. Он используется, когда

$$15 < u_{H1} < 10000 \text{ и более.}$$

Например, если $z_1 = 100$, $z_2 = 99$, $z'_2 = 100$ и $z_3 = 101$, то

$$u_{H1} = \frac{1}{1 - \frac{99 \cdot 101}{100 \cdot 100}} = 10000$$

Однако такие редукторы не могут использоваться как силовые из-за больших потерь на трение. Редуктор с передаточным отношением $u_{H1} = 10000$

имеет коэффициент полезного действия $\eta = 0,04$, то есть, только 4% подводимой к нему мощности может быть использовано на выходе, а 96% мощности теряется на трение внутри редуктора. Подобные редукторы используются в измерительных кинематических цепях, в приборах и в астрономии для поворота телескопов.

Опорные слова.

1. Паразитное колесо – это зубчатое колесо, которое не влияет на величину передаточного отношения.
2. Передаточное отношение сложного зубчатого механизма с неподвижными осями колес равно произведению передаточных отношений входящих в него передач.
3. Сумматор – это планетарный механизм с двумя входами и одним выходом.
4. Дифференциал – это планетарный механизм с одним входом и двумя выходами.
5. Планетарный редуктор – это планетарный механизм с одним неподвижным центральным колесом, с одним входом и одним выходом.
6. Редуктор Джеймса – это однорядный планетарный редуктор с неподвижным коронным или солнечным колесом.
7. Редуктор Давида – это двухрядный планетарный редуктор с двумя солнечными или двумя коронными колесами.

Контрольные вопросы.

1. Что такое многоступенчатый или многорядный зубчатый механизм?
2. Как определить передаточное отношение сложного зубчатого механизма?
3. Чем характеризуется однорядный зубчатый механизм с паразитными колесами?
4. Как образуется простейший планетарный механизм?
5. Что такое сумматор и дифференциал и где они используются?
6. Каковы наиболее употребительные схемы планетарных редукторов и где они используются?
7. Может ли быть передаточное отношение планетарного редуктора больше тысячи?

Лекция 12. Кулачковые механизмы, их разновидности. Анализ кулачковых механизмов. Угол передачи и угол давления. Фазовые углы кулачка. Выбор закона движения толкателя

План лекции.

1. Определение кулачкового механизма.
2. Классификация кулачковых механизмов по конструктивным признакам.
3. Геометрические и кинематические параметры простейшего кулачкового механизма.
4. Профильные и фазовые углы.

В кулачковых механизмах движение звеньев определяется формой входного звена, называемого кулачком; звено, контактирующее с кулачком, называется толкателем. На рис. 8.1а дана схема одного из простейших кулачковых механизмов. Кулачок 1, имеющий определенную форму – профиль, вращается вокруг неподвижной точки; с кулачком контактирует толкатель 2, имеющий возможность совершать возвратно-поступательное движение по неподвижным направляющим. Характер движения толкателя определяется профилем кулачка. Во всех последующих примерах кулачок будем обозначать цифрой 1, а толкатель – цифрой 2.

Классификация кулачковых механизмов.

Чтобы разобраться во всем многообразии схем кулачковых механизмов, удобно воспользоваться их классификацией по характерным признакам. При этом следует помнить, что любая классификация относительна, то есть, не может быть совершенно полной, а может быть видоизменена или дополнена при выявлении новых признаков классифицируемых процессов, явлений или механизмов. Здесь будем различать кулачковые механизмы по шести признакам.

1. По объемному признаку:

- а) плоские;
- б) пространственные.

В плоском кулачковом механизме звенья движутся в одной или параллельных плоскостях (рис. 8.1а), а если это условие не соблюдается, то механизм является пространственным. Один из таких механизмов показан на рис. 8.1б: кулачок 1 представляет собой стакан, край которого срезан определенным образом и образует профиль кулачка. Кулачок вращается в плоскости, перпендикулярной изображению, а толкатель 2 движется в плоскости изображения.

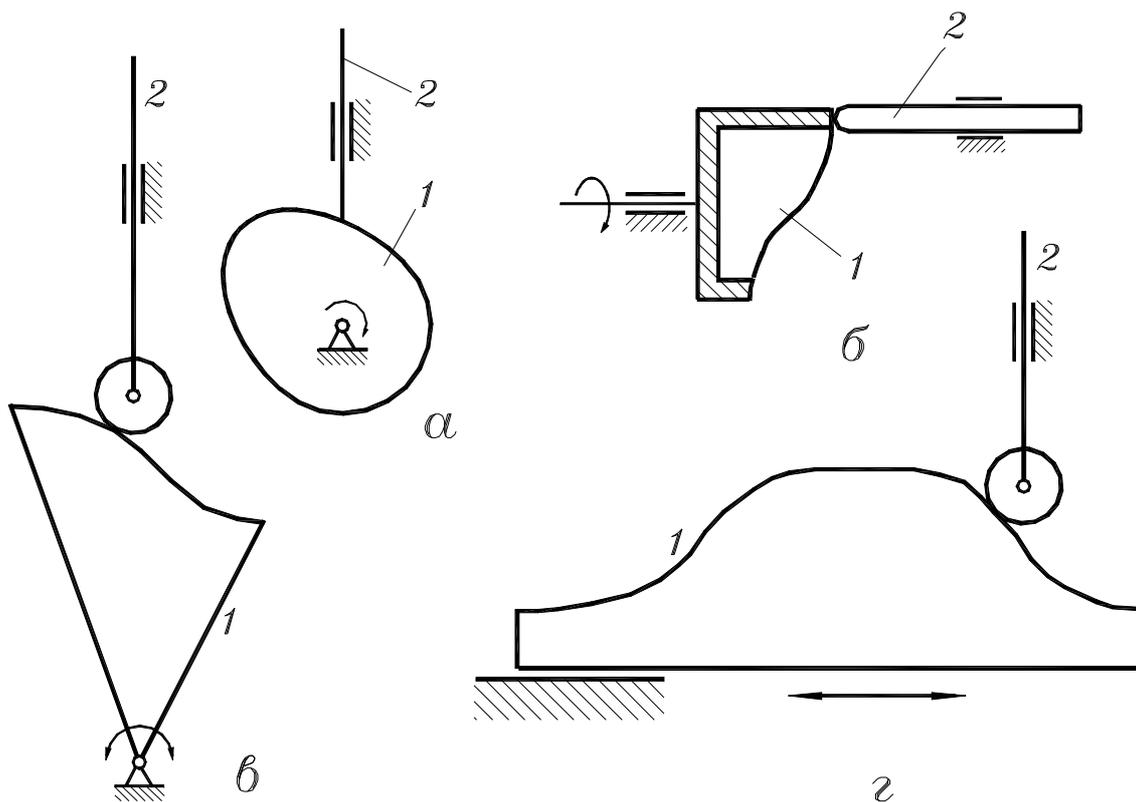


Рис. 8.1.

2. По характеру движения кулачка:

- а) с вращающимся кулачком;
- б) с качающимся кулачком;
- в) с поступательно движущимся кулачком.

Кулачковые механизмы на рис. 8.1а и 8.1б имеют вращающийся кулачок. На рис. 8.1в показана схема кулачкового механизма с качающимся кулачком: кулачок представляет собой сектор, имеющий возможность качаться относительно неподвижной точки. На рис. 8.1г приведена схема кулачкового механизма с поступательно движущимся кулачком, этот кулачок совершает возвратно-поступательное движение по неподвижным направляющим.

3. По характеру движения толкателя:

- а) с поступательно движущимся толкателем;
- б) с качающимся толкателем;
- в) с толкателем, совершающим сложное движение.

Все кулачковые механизмы, схемы которых показаны на рис. 8.1 имеют поступательно движущиеся толкатели. На рис. 8.2а приведена схема кулачкового механизма с качающимся толкателем: толкатель 2 имеет возможность качаться относительно неподвижной точки, а характер его движения зависит от профиля кулачка 1. Схема кулачкового механизма, толкатель которого совершает сложное движение, показана на рис. 8.2б.

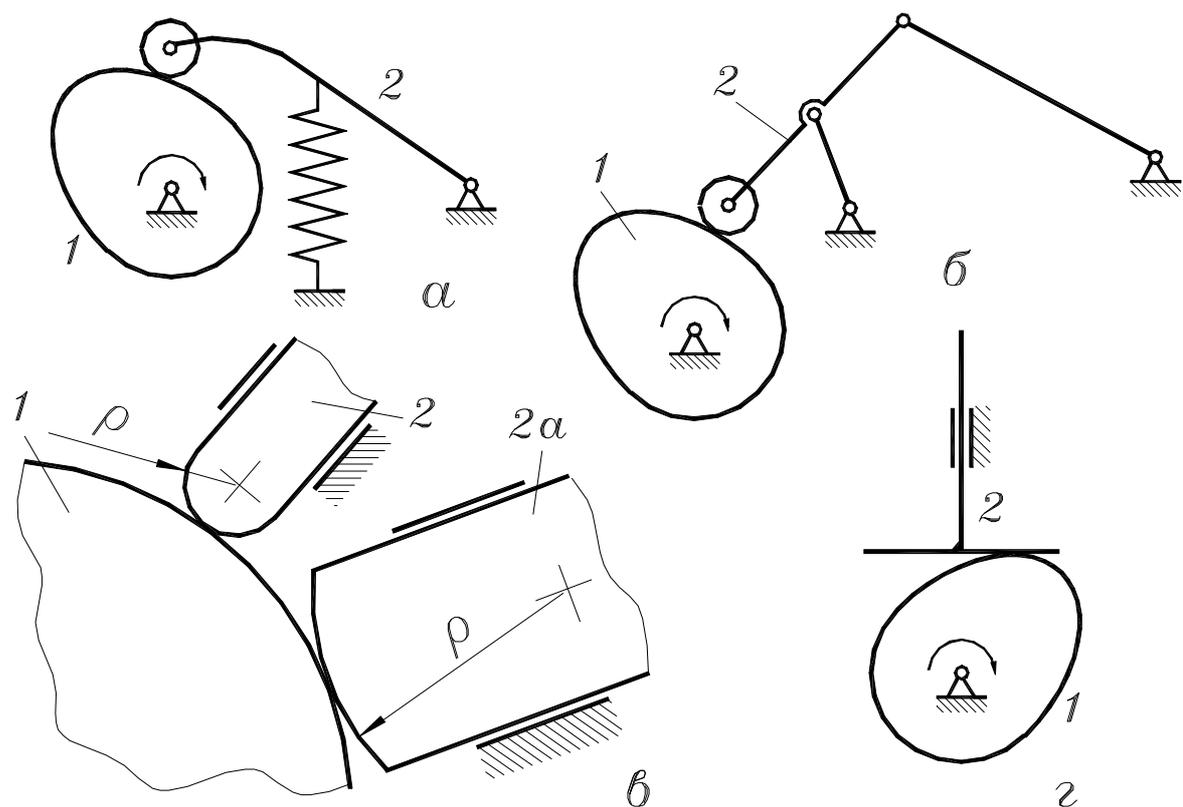


Рис. 8.2.

Толкатель 2 является шатуном стержневого шарнирного механизма, и траектории движения его точек зависят от размеров звеньев этого механизма, а характер его движения, то есть, скорости и ускорения определяются профилем кулачка 1.

4. По конструкции толкателя – имеется в виду часть толкателя, контактирующая с кулачком:

- а) с остроконечным толкателем;
- б) с закругленным толкателем;
- в) с плоским толкателем;
- г) с роликовым толкателем.

Схема кулачкового механизма с остроконечным толкателем дана на рис. 8.1а, с закругленным – на рис. 8.1б. В обоих этих случаях в контакте толкателя с кулачком имеет место высшая кинематическая пара, и теоретически контакт происходит в точке. Однако, в действительности, в результате упругого сжатия элементов кинематической пары при передаче усилия от кулачка к толкателю, на контактирующих поверхностях образуются площадки контакта, и чем больше эта площадка, тем лучше условия передачи усилий, то есть, условия работы

кулачкового механизма. У кулачкового механизма на рис. 8.1а эти условия наихудшие, так как конец толкателя выполнен острым. Такой кулачковый механизм не может применяться для передачи больших усилий, он используется только в измерительных системах, так как обладает свойством наиболее точно отслеживать профиль кулачка.

Кулачковые механизмы, имеющие закругленный толкатель (рис. 8.1б), используются в качестве силовых, причем, чем больший радиус кривизны закругленной части толкателя, тем большая площадка образуется в контактной зоне и тем лучше условия передачи усилий. На рис. 8.2в показаны два закругленных толкателя, контактирующие с кулачком 1. У толкателя 2а радиус кривизны ρ закругленной части больше, чем у толкателя 2; можно сказать, что у толкателя 2а кривизна закругленной части меньше, чем у толкателя 2, то есть, чем больше радиус кривизны, тем меньше кривизна. Условия работы у толкателя 2а лучше, так как площадка контакта больше. Кулачковые механизмы с закругленными толкателями с успехом применяются в системах газораспределения поршневых двигателей, для открывания и закрывания клапанов компрессоров и т.д.

При увеличении радиуса кривизны толкателя до бесконечности кривизна уменьшается до нуля и получается плоский толкатель с наибольшей контактной площадкой между толкателем и кулачком и, соответственно, наилучшими условиями передачи сил. Схема кулачкового механизма с плоским толкателем показана на рис. 8.2г. Конструкция толкателя такова, что включает стержень и плоскую тарелку, названную так из-за круглой формы в плане. Подобные механизмы находят широкое использование в технике.

Общим недостатком кулачковых механизмов с остроконечным, закругленным и плоским толкателем является наличие трения скольжения между кулачком и толкателем при их работе. Кулачковые механизмы с роликовым толкателем лишены этого недостатка (рис. 8.1в, 8.1г, 8.2а, 8.2б). Однако, наличие дополнительного звена (ролик) и зазора во вращательной кинематической паре «ролик – толкатель» ограничивают использование таких механизмов при высоких частотах вращения кулачка из-за возможных вибраций.

5. По способу обеспечения постоянства контакта между толкателем и кулачком (по способу замыкания):

- а) с силовым замыканием;
- б) с кинематическим (геометрическим) замыканием.

Силовое замыкание предусматривает прижим толкателя к кулачку при помощи силы тяжести, силы пружины или силы специальных прижимных устройств (пнеumo- или гидроцилиндры). Наиболее распространен прижим пружинной (рис. 8.2а), параметры которой рассчитываются таким образом, чтобы не допустить отрыва толкателя от кулачка при высоких частотах вращения.

Смысл кинематического (геометрического) замыкания заключается в том,

что толкатель не может отойти от профиля кулачка, благодаря конструктивным особенностям механизма. Одна из возможных конструкций показана на рис. 8.3. Здесь ролик 3 толкателя 2 входит в паз, выполненный по профилю кулачка в диске 1.

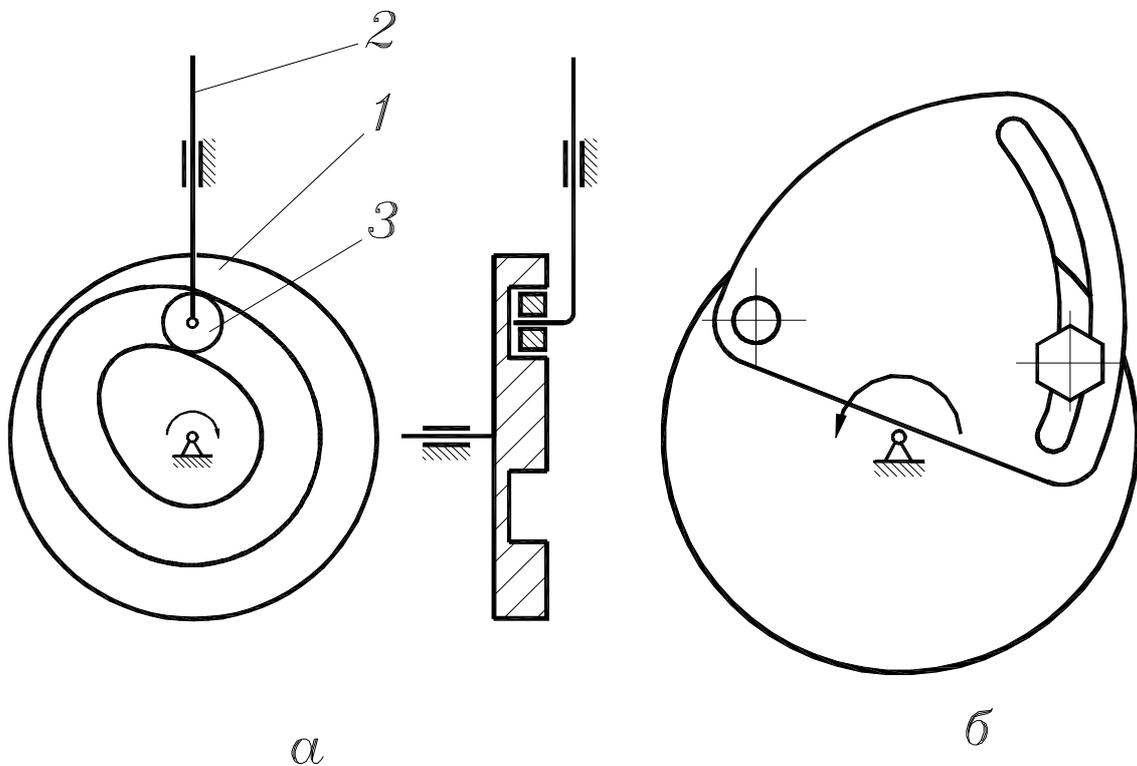


Рис. 8.3.

Для возможности перекатывания ролика внутри паза, диаметр ролика должен быть меньше ширины паза, что достаточно ясно видно на разрезе в виде слева. Это приводит к тому, что при каждом обороте кулачка происходит перекадка зазора между кулачком и роликом, то есть, ролик оказывается прижатым то к одной стороне паза, то к другой. При больших скоростях это явление сопровождается ударами, поэтому область использования подобных механизмов ограничена относительно низкими скоростями.

6. По возможности регулирования:

- а) нерегулируемые;
- б) регулируемые.

Все механизмы, рассмотренные до сих пор, являются нерегулируемыми. Но есть достаточное количество регулируемых кулачковых механизмов, то есть механизмов, параметры которых могут быть изменены. Регулироваться может расположение толкателя, ход толкателя и профиль кулачка. На рис. 8.3б показана возможная конструкция кулачка с регулируемым профилем. Сектор

определенного профиля шарнирно установлен на диске и может быть закреплен в различных позициях при помощи винта, чем и достигается изменение профиля.

Все указанные шесть конструктивных признаков могут характеризовать отдельный кулачковый механизм. Например, механизм, показанный на рис. 8.2а в достаточно полной мере определяется так: плоский нерегулируемый кулачковый механизм с вращающимся кулачком, роликовым качающимся толкателем и силовым замыканием.

Геометрия и кинематика простейшего кулачкового механизма.

Геометрия и кинематика кулачковых механизмов неотделимы друг от друга, так как форма кулачка непосредственно влияет на характер движения толкателя. Рассмотрим это на примере кулачкового механизма с вращающимся кулачком и поступательно движущимся остроконечным толкателем (рис. 8.1а).

Начнем с кулачка. В большинстве случаев, профиль кулачка состоит из двух дуг концентрических окружностей, сопряженных кривыми линиями (рис. 8.4); форма этих линий может быть различна и задается при проектировании. Меньшая окружность называется окружностью минимального радиуса r_{\min} и находится в основе конструкции любого кулачка. Точки сопряжения дуг окружностей с кривыми (точки I, II, III, IV на рис. 8.4) являются характерными точками профиля, ограничивающими его участки. На схеме кулачок показан в положении, когда толкатель контактирует с ним в точке I.

Рассмотрим движение толкателя при вращении кулачка. При повороте кулачка в направлении вращения (против хода часовой стрелки) на угол φ'_y толкатель будет удаляться в направлении от центра кулачка, по этому участок профиля I-II называется участком удаления, а соответствующий этому участку центральный угол φ'_y – профильным углом удаления. При дальнейшем повороте кулачка до тех пор, пока толкатель будет контактировать с профилем на участке II-III, выполненном по дуге окружности, толкатель будет оставаться неподвижным в позиции, наиболее удаленной от центра кулачка. Поэтому, этот участок профиля называется участком дальнего стояния, а соответствующий ему центральный угол кулачка φ'_d называется профильным углом дальнего стояния. Во время контакта толкателя с участком III-IV профиля, толкатель, двигаясь по направляющим, возвращается по направлению к центру кулачка. Поэтому, этот участок профиля называется участком возвращения, а соответствующий ему центральный угол кулачка $\varphi'_в$ – профильным углом возвращения. При контакте с участком IV-I, толкатель остается неподвижным в позиции наиболее близкой к центру кулачка, соответственно это участок называется участком ближнего стояния, а угол кулачка $\varphi'_б$ – профильным углом ближнего стояния.

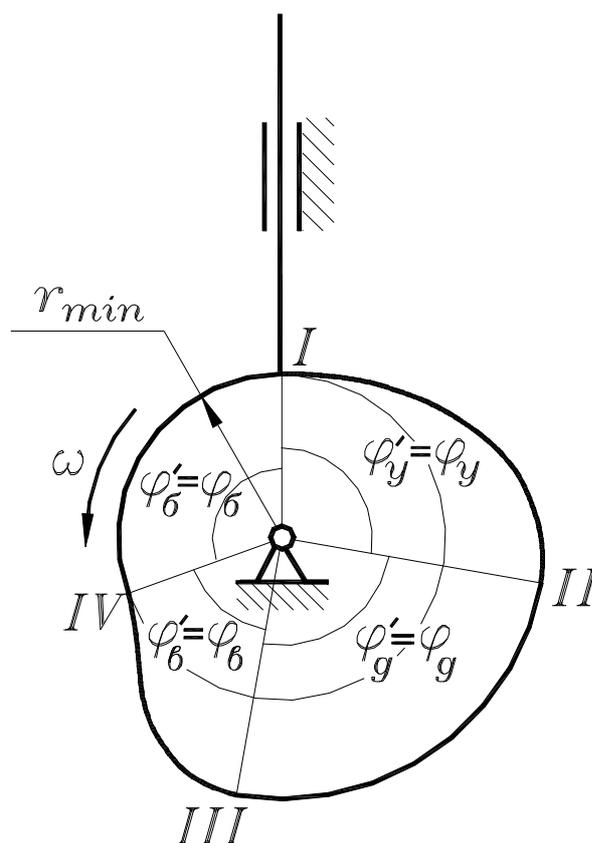


Рис. 8.4.

Говоря о геометрических и кинематических параметрах кулачковых механизмов, следует отличать профильные углы кулачка и фазовые углы кулачкового механизма. Профильные углы кулачка – это центральные углы кулачка, ограничивающие характерные участки его профиля; профильные углы принадлежат кулачку, то есть, являются его геометрическими параметрами; это те углы, которые были рассмотрены выше. Фазовые углы кулачкового механизма – это углы поворота кулачка (φ_y , φ_d , φ_v и φ_6), которые соответствуют фазам движения толкателя: удалению, возвращению, дальнему и ближнему стоянию. Фазовые углы принадлежат кулачковому механизму и являются его кинематическими параметрами.

Профильные и фазовые углы совпадают только в случае центрального кулачкового механизма с остроконечным поступательно движущимся толкателем; у центрального механизма линия движения толкателя проходит через центр вращения кулачка (рис. 8.4). Покажем несовпадение профильных и фазовых углов на примере нецентрального кулачкового механизма (рис. 8.5). У этого механизма линия движения толкателя не проходит через центр вращения кулачка, а отстоит от него на расстояние e , называемое эксцентриситетом. Кулачковый механизм показан в положении, когда толкатель контактирует с кулачком в точке I.

Для анализа работы этого механизма используем метод обращенного движения, при котором кулачок становится неподвижным, а толкателю вместе с

направляющими сообщается вращение вокруг центра кулачка с угловой скоростью $-\omega_1$, то есть, в направлении обратном направлению вращения кулачка. При повороте этой системы толкатель, перемещаясь вдоль направляющих, будет следить за профилем кулачка. Изобразим толкатель, контактирующий с кулачком в характерных точках профиля II, III и IV.

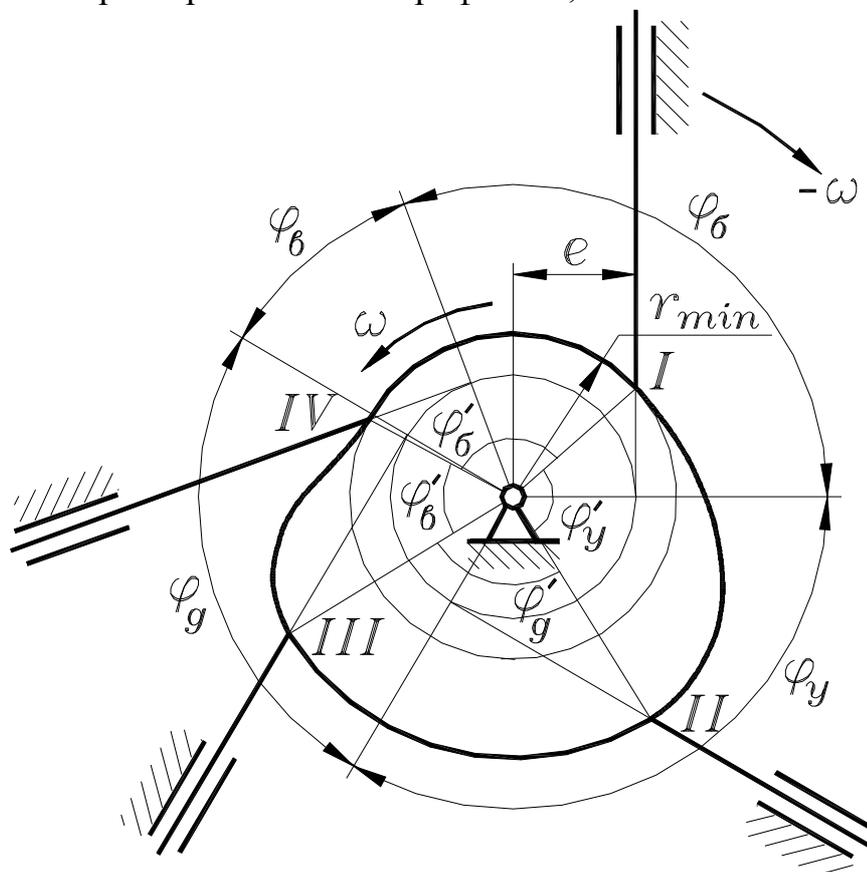


Рис. 8.5.

В этих позициях толкатель будет располагаться вдоль касательных, проведенных из этих точек к окружности с радиусом e . Углы между этими позициями толкателя будут равны углам поворота кулачка, соответствующими фазам движения толкателя, то есть, фазовым углам. Чтобы показать эти углы, проведем радиусы из точек касания; углы между этими радиусами и будут фазовыми углами. Из рис. 8.5 видна разница между величинами профильных и фазовых углов: фазовый угол удаления φ_{γ} больше профильного φ'_{γ} , а фазовый угол возвращения φ_{β} меньше профильного φ'_{β} . На участках дальнего и ближнего стояния эти углы одинаковы.

Опорные слова.

1. Кулачковый механизм – это механизм, в котором характер движения звеньев определяется формой входного звена, называемого кулачком.
2. Толкатель – это звено, контактирующее с кулачком.

3. Замыкание кулачкового механизма – обеспечение постоянства контакта между толкателем и кулачком.

4. Профильные углы – это центральные углы кулачка, определяющие характерные участки его профиля.

5. Фазовые углы – это углы поворота кулачка, соответствующие фазам движения толкателя.

Контрольные вопросы.

1. Что такое кулачковый механизм?
2. Какие движения могут совершать кулачок и толкатель?
3. Чем отличаются плоский и пространственный кулачковые механизмы.
4. В чем состоят преимущества и недостатки кулачковых механизмов с роликовыми толкателями?
5. В чем разница кулачковых механизмов с силовым и с кинематическим замыканием?
6. Что регулируется в регулируемых кулачковых механизмах?
7. Что такое метод обращенного движения?
8. В чем заключается разница между профильными и фазовыми углами?
9. В каком кулачковом механизме профильные и фазовые углы равны?

Лекция 13. Определение минимального радиуса кулачка с роликовым толкателем.

План лекции.

1. Задачи кинематического исследования кулачковых механизмов.
2. Построение позиций кулачкового механизма с использованием метода обращенного движения.
3. Построение кинематических диаграмм при помощи графического дифференцирования.
4. Нахождение кинематических параметров толкателя по кинематическим диаграммам.
5. Законы движения толкателя.
6. Жесткие и мягкие удары.

Задачей кинематического исследования кулачковых механизмов является определение характера движения толкателя и расчет передаточных отношений. Характер движения толкателя подразумевает определение его кинематических параметров: перемещения, скорости и ускорения. Эти параметры могут быть найдены для отдельных заданных позиций механизма при помощи планов скоростей и ускорений (см. лекцию № 10), но часто требуется знать характер

изменения кинематических параметров толкателя в процессе работы механизма. Для этого строятся кинематические диаграммы, то есть, графики дающие представление об изменении перемещения, скорости и ускорения толкателя при повороте кулачка.

Построение кинематических диаграмм простейшего кулачкового механизма.

Для построения диаграммы перемещения толкателя исходной служит схема кулачкового механизма, выполненная в определенном масштабе длин (рис.9.1). При анализе кинематики кулачковых механизмов используется метод обращенного движения, при котором кулачок останавливается, а толкателю вместе с направляющими сообщается вращение вокруг центра кулачка с угловой скоростью $-\omega_1$, то есть, в направлении обратном направлению вращения кулачка. При повороте этой системы толкатель, перемещаясь вдоль направляющих, будет следить за профилем кулачка. На схеме механизма показывается несколько позиций толкателя в пределах углов удаления и возвращения, причем количество позиций определяется размерами чертежа и требуемой точностью построений. На рис. 9.1 даны десять позиций толкателя: пять в пределах угла удаления (с первой по пятую) и пять других в пределах угла возвращения (с шестой по десятую).

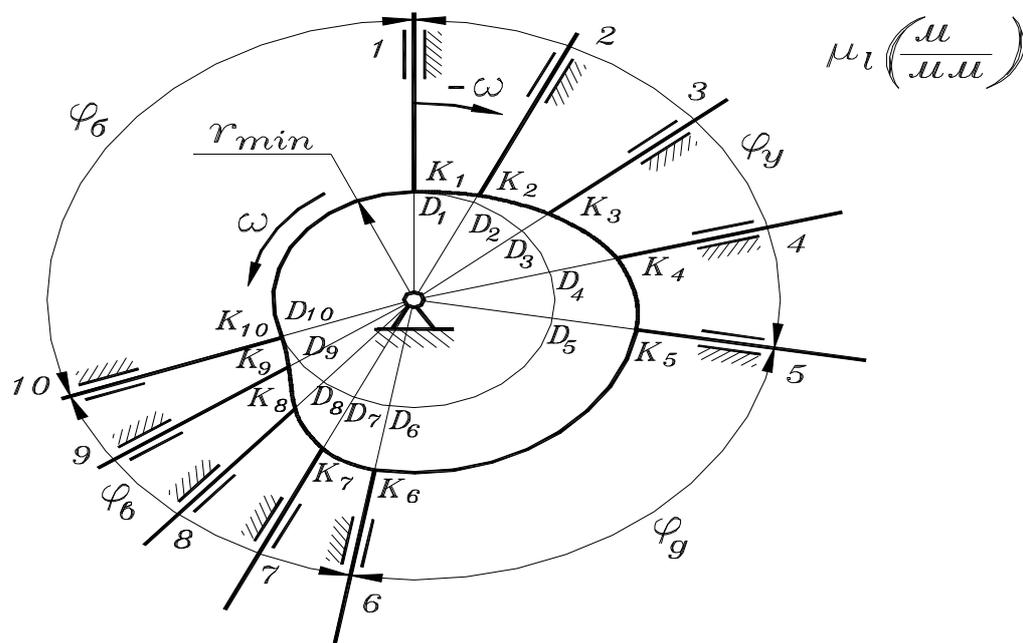


Рис. 9.1.

Чтобы увидеть на чертеже перемещения толкателя, продлим линию его движения в каждой позиции до центра кулачка. Обозначим точки контакта толкателя с кулачком буквой К с соответствующим индексом, а точки пересечения линий движения толкателя с окружностью минимального радиуса – буквой D. Из чертежа понятно, что перемещения толкателя из своей исходной первой позиции равны отрезкам CD в соответствующих позициях (с учетом масштаба

длин): в первой позиции перемещение равно нулю и точки С и D совпадают, во второй позиции перемещение толкателя $\overline{s_2} = \overline{D_2K_2}$, в третьей – $\overline{s_3} = \overline{D_3K_3}$ и т.д. В общем случае можно записать:

$$\overline{s_i} = \overline{D_iK_i}$$

Полученный чертеж дает возможность построить кинематические диаграммы толкателя, то есть, графики, позволяющие видеть характер изменения перемещения, скорости и ускорения толкателя при повороте кулачка. Начнем с графика $s(\varphi)$ перемещения толкателя в функции угла поворота кулачка (рис. 9.2). Масштаб оси ординат – масштаб перемещений толкателя μ_s , является произвольной величиной, в частности, он может быть таким же, как масштаб μ_l схемы механизма на рис. 9.1. Масштаб оси абсцисс – масштаб углов поворота кулачка, тоже произвольная величина и определяется так:

$$\mu_\varphi = \frac{\overline{\varphi_\delta}}{\overline{\varphi_\delta}} \text{ (град/мм)} \quad (9.1)$$

где: φ_p – рабочий угол кулачкового механизма в град, равный сумме фазовых углов удаления, дальнего стояния и возвращения, то есть,

$$\varphi_p = \varphi_y + \varphi_\delta + \varphi_v$$

$\overline{\varphi_p}$ - изображение рабочего угла на оси абсцисс графика в мм.

Изображение рабочего угла – это произвольный отрезок на оси абсцисс графика, размер которого зависит от размеров чертежа. Этот отрезок разбивается в соответствии с действительными величинами фазовых углов. Кроме масштаба углов поворота кулачка в градусной мере необходимо рассчитать величину этого масштаба в радианной мере:

$$\mu'_\varphi = \mu_\varphi \frac{\pi}{180} \text{ (рад/мм)} \quad (9.2)$$

Разделим отрезки углов удаления и возвращения на равные части так же, как на схеме механизма, и через точки делений проведем вертикали. Так как масштабы перемещений на графике и на схеме механизма выбраны одинаковыми, то на этих вертикалях отложим соответствующие отрезки $\overline{D_iK_i}$ из схемы механизма. Соединив концы этих отрезков, получим график перемещения толкателя в функции угла поворота кулачка. Заметим, что этот график не меняется при изменении угловой скорости кулачка, он зависит только от формы профиля кулачка.

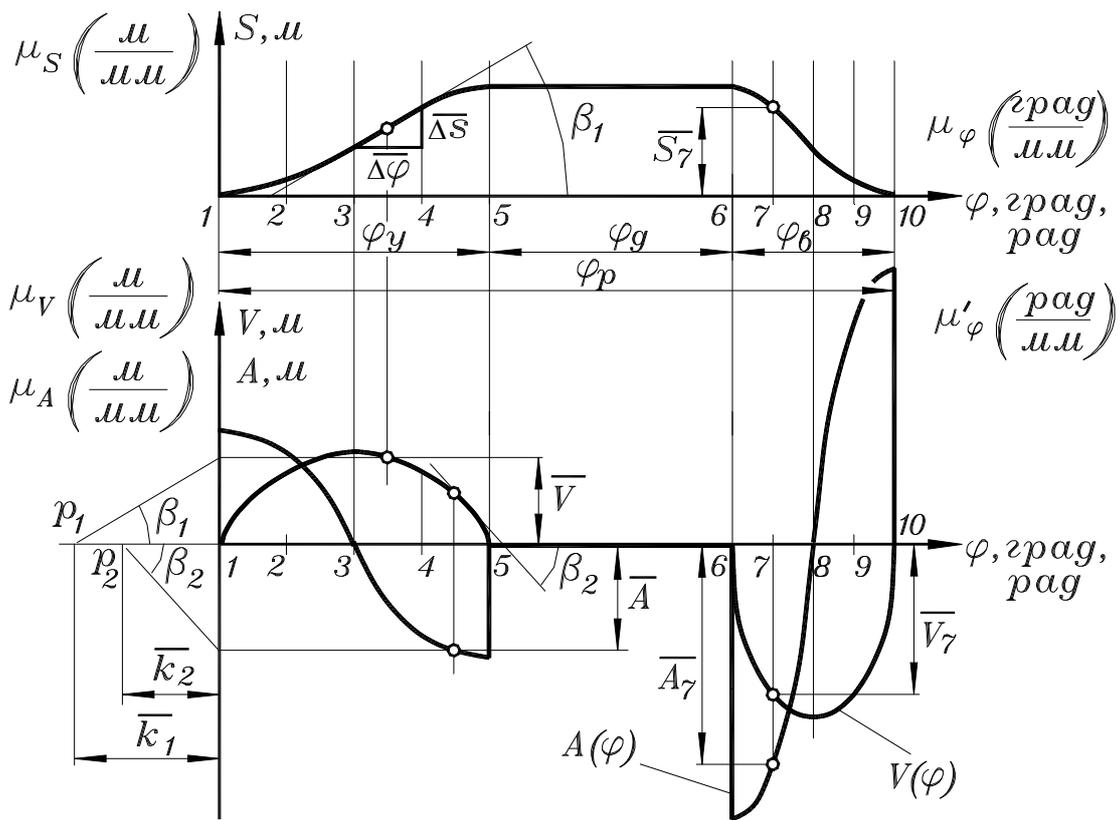


Рис. 9.2.

Переходя к кинематическим диаграммам, отражающим изменения скорости и ускорения толкателя, следует заметить, что и в этом случае удобно иметь графики таких скоростных параметров и параметров ускорения, которые бы не менялись при изменении угловой скорости кулачка, а зависели бы только от формы его профиля. Такими параметрами являются аналоги скоростей и ускорений.

Аналог скорости – это величина пропорциональная скорости, но зависящая не от времени, а от угла поворота входного звена механизма (здесь – кулачка), то есть, это первая производная от перемещения не по времени, а по углу поворота этого звена:

$$V = \frac{ds}{d\varphi} \quad (9.3)$$

Чтобы найти связь между аналогом скорости и скоростью умножим и разделим эту дробь на dt :

$$V = \frac{ds dt}{d\varphi dt}$$

Здесь ds/dt – это линейная скорость (в данном случае, толкателя), а $d\varphi/dt$ – угловая скорость входного звена (в данном случае, кулачка). Поэтому,

$$V = \frac{v}{\omega} \quad (\text{м}) \quad (9.4)$$

Аналог ускорения – это вторая производная от перемещения по углу поворота входного звена:

$$A = \frac{d^2 s}{d\varphi^2} \quad (9.5)$$

Для нахождения связи между аналогом ускорения и ускорением умножим и разделим эту дробь на dt^2 :

$$A = \frac{d^2 s dt^2}{d\varphi^2 dt^2}$$

Здесь d^2s/dt^2 – это линейное ускорения (в данном случае, толкателя), а $d\varphi^2/dt^2$ – квадрат угловой скорости (в данном случае, кулачка). Поэтому,

$$A = \frac{a}{\omega^2} \quad (\text{м}) \quad (9.6)$$

Заметим, что аналоги линейных скорости и ускорения имеют размерность длины.

Графики аналогов скорости и ускорения толкателя совмещены на рис. 9.2 в одной системе координат. Строятся они методом графического дифференцирования. График аналога скорости строится методом графического дифференцирования диаграммы перемещения толкателя.

Можно сказать, что аналог скорости, как производная от перемещения по углу поворота, пропорционален отношению элементарных приращений Δs и $\Delta \varphi$ с учетом масштабов изображений, как это показано на рис. 9.2 на участке 3-4. Отношение катетов полученного прямоугольного треугольника равно тангенсу угла β_1 наклона его гипотенузы к оси абсцисс графика. Переходя к бесконечно малым можно написать:

$$V = \frac{\overline{ds} \mu_s}{\overline{d\varphi} \mu_\varphi} = \text{tg } \beta_1 \frac{\mu_s}{\mu_\varphi} \quad (9.7)$$

Таким образом, аналог скорости толкателя на заданном участке поворота кулачка есть величина, пропорциональная тангенсу угла наклона касательной к графику перемещений толкателя в середине этого участка.

Чтобы изобразить эту величину графически в системе координат диаграммы аналога скоростей, поступаем следующим образом. Ось абсцисс графика продлеваем влево и откладываем на этом продолжении произвольный отрезок k_1 , называемый базой графического дифференцирования. Из конца этой базы p_1 (полюс дифференцирования) проводим луч, параллельный касательной к графику $s(\varphi)$ до ее пересечения с осью ординат. Полученный на оси ординат отрезок является изображением аналога скорости толкателя, так как его

величина пропорциональна тангенсу угла β_1 наклона касательной (рис. 9.2). Масштаб этого изображения с учетом (9.7) и рис. 9.2, определится так:

$$\mu_V = \frac{V}{\bar{V}} = \frac{\operatorname{tg} \beta_1 \mu_s}{\mu_\varphi \bar{k}_1 \operatorname{tg} \beta_1}$$

После сокращения получаем формулу масштаба аналога скоростей:

$$\mu_V = \frac{\mu_s}{\mu_\varphi \bar{k}_1} \quad (\text{м/мм}) \quad (9.8)$$

Так как полученный отрезок является изображением аналога скорости толкателя на участке 3-4, то из точки пересечения луча с осью ординат проводим горизонталь, а из середины участка 3-4 – вертикаль. Точка пересечения этих прямых будет лежать на графике аналога скоростей толкателя. Произведя описанные построения в каждом участке, получим кинематическую диаграмму аналога скоростей $V(\varphi)$.

Кинематическая диаграмма аналога ускорений на рис. 9.2 построена в той же системе координат при помощи графического дифференцирования диаграммы аналога скоростей. К этому графику в середине каждого участка проводятся касательные (на рис. 9.2 показана одна из них – на участке 4-5, наклоненная к оси абсцисс под углом β_2), на продолжении оси абсцисс откладывается произвольный отрезок – база графического дифференцирования k_2 , через полюс p_2 проводятся лучи, параллельные касательным и т.д., так же, как это было описано выше. В результате получается диаграмма аналога ускорений $A(\varphi)$. Масштаб диаграммы рассчитывается аналогично (9.8):

$$\mu_A = \frac{\mu_V}{\mu_\varphi \bar{k}_2} \quad (\text{м/мм}) \quad (9.9)$$

Анализ кинематических параметров толкателя по кинематическим диаграммам.

Кинематические диаграммы необходимы для анализа движения толкателя подобно тому, как планы скоростей и ускорений нужны для расчета конкретных величин этих параметров.

Кинематические диаграммы дают полное представление о движении толкателя при работе кулачкового механизма. Анализируя кинематическую диаграмму $s(\varphi)$, можно видеть, что на фазе удаления кривая перемещения толкателя – плавная кривая линия, причем ее крутизна (крутизна кривой – это наклон касательной к этой кривой относительно оси абсцисс) сначала увеличивается от нуля в поз. 1 до какой-то величины в поз. 3, после чего уменьшается опять до нуля в поз. 5. Точка кривой в поз. 3, где увеличение крутизны сменяется ее уменьшением, называется точкой перегиба. Аналогичный вид имеет эта кривая и на фазе возвращения.

График аналога скорости показывает, что во время первой половины фазы удаления, скорость толкателя плавно возрастает от нуля, достигая максимума в поз. 3 (в позиции, где график $s(\varphi)$ имеет перегиб), а затем также плавно уменьшается до нуля в поз. 5 – начала фазы дальнего стояния. На фазе возвращения характер изменения скорости толкателя аналогичен, но график $V(\varphi)$ расположен в отрицательной области, что говорит о противоположном направлении движения толкателя по сравнению с фазой удаления.

Диаграмма аналога ускорения показывает, что в поз. 1 имеет место скачок ускорения толкателя от нуля до какой-то величины, после чего происходит плавное уменьшение ускорения до нуля в поз. 3 (в позиции, где скорость максимальна – максимум функции соответствует нулю ее производной), после чего ускорение меняет знак. Анализируя совместно диаграммы аналогов скорости и ускорения, можно утверждать, что в первой половине фазы удаления и возвращения толкатель движется ускоренно, так как знаки скорости и ускорения совпадают, а во второй половине этих фаз – замедленно, так как их знаки противоположны.

По кинематическим диаграммам можно определить конкретные параметры движения толкателя в заданной позиции. Найдем перемещение, скорость и ускорение толкателя в поз. 7 (рис. 9.2).

Перемещение толкателя, то есть, его отстояние от позиции, наиболее близкой к центру кулачка:

$$s_7 = \overline{S_7} \mu_s \text{ (м)}$$

где $\overline{S_7}$ - ордината диаграммы перемещений в поз. 7.

Скорость толкателя найдем с учетом (9.4):

$$v_7 = \overline{V_7} \mu_V \omega \text{ (м/с)}$$

где $\overline{V_7}$ - ордината диаграммы аналога скорости в поз. 7.

Ускорение толкателя найдем с учетом (9.6):

$$a_7 = \overline{A_7} \mu_A \omega^2 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

где $\overline{A_7}$ - ордината диаграммы аналога ускорения в поз. 7.

Законы движения толкателя. **Жесткий и мягкий удары.**

Характер движения толкателя на фазах удаления и возвращения может быть различным в зависимости от профиля кулачка. Если рассматривать это движение с точки зрения изменения скорости толкателя, то следует изучить его равномерное движение, равнопеременное движение и общий случай, то есть, движение с переменным ускорением.

Равномерное движение толкателя (рис. 9.3а), то есть, его движение на фазах удаления и возвращения с постоянной скоростью, показывается на

графике его скорости (или аналога скорости) в виде горизонтальных отрезков. Графики перемещений толкателя на этих фазах – это наклонные прямые. Ускорения толкателя в этом случае равны нулю, но в начале и конце этих участков происходят скачки ускорения в плюс или минус бесконечность. Явление скачка ускорения в бесконечность и обратно называется жестким ударом, оно соответствует скачку скорости на конечную величину и излому графика перемещения толкателя.

Это явление отрицательно по следующим причинам. Ускорения пропорциональны силам инерции, следовательно, в узловых точках (в начале и конце фазы удаления и возвращения) на толкатель действуют бесконечно большие силы инерции, что теоретически должно привести к разрушению механизма. В реальных механизмах этого не происходит из-за упругости звеньев и наличия зазоров в механизме. Однако силы инерции достигают значительных величин, поэтому таких режимов стараются избегать, вводя переходные участки, которые заменяют излом графика перемещений на плавные кривые. Кулачковые механизмы с равномерным движением толкателя используются в токарных автоматах для привода суппортов, в швейных машинах для намотки нити на шпульку и т.д. Профили участков удаления и возвращения кулачков таких механизмов выполняются по спирали Архимеда.

Равнопеременное движение толкателя (рис. 9.3б) предполагает движение толкателя на фазах удаления и возвращения с постоянным ускорением или замедлением, а именно, в течение первой половины фазы движение происходит с ускорением, а в течение второй половины – с замедлением (с отрицательным ускорением). На графике ускорения мы видим горизонтальные отрезки в положительной и отрицательной областях. В начале фаз удаления и возвращения и в их середине имеют место скачки ускорения на конечную величину. Этим скачкам соответствуют изломы графика скорости, а график перемещений толкателя остается плавным. Явление скачка ускорения на конечную величину называется мягким ударом. Это явление не столь отрицательно, как явление жесткого удара, и кулачковые механизмы, где движение толкателя сопровождается мягкими ударами, достаточно широко используются в технике. Это происходит, в частности, потому, что профили кулачков таких механизмов просты в проектировании и изготовлении, например, они могут быть составлены из сопряженных дуг окружностей. При этом следует помнить, что несмотря на плавность сопряжения участков профиля, в точках сопряжения имеют место мягкие удары, что приводит к скачку инерционных нагрузок и что должно учитываться при силовом расчете и дальнейшем расчете на прочность звеньев подобных механизмов.

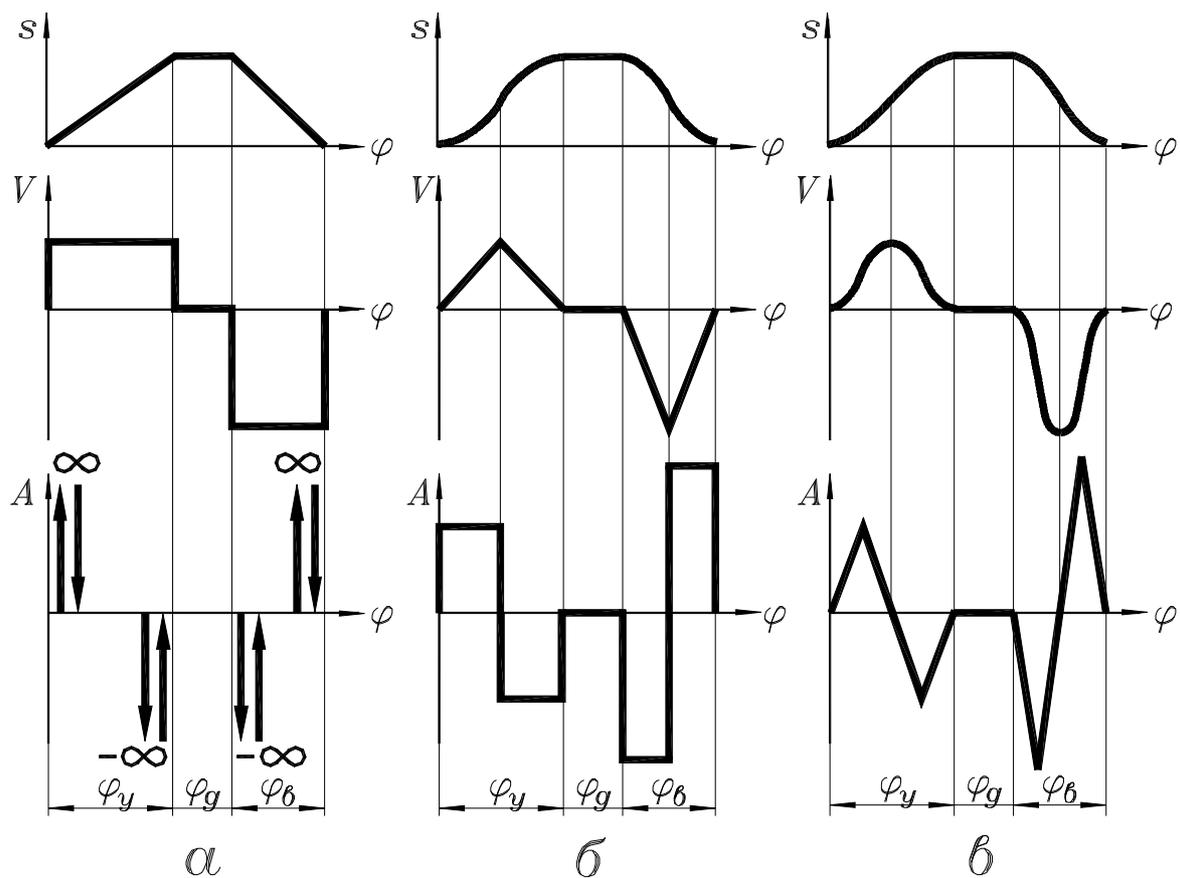


Рис. 9.3.

Кинематические диаграммы движения толкателя для общего случая, то есть, для случая его движения с переменным ускорением приведены на рис. 9.3в. Форма диаграммы ускорения может быть различной, возможны скачки ускорения в характерных точках, но наилучшей с точки зрения инерционных нагрузок, является диаграмма без скачков ускорения; при этом изломы графика возможны (один из таких графиков ускорения показан на рис. 9.3в). Кулачок, обеспечивающий движение толкателя без скачков ускорения называется безударным. Такие кулачки более сложны в проектировании и изготовлении, чем кулачки с жесткими и мягкими ударами, но они с успехом используются благодаря хорошим динамическим качествам.

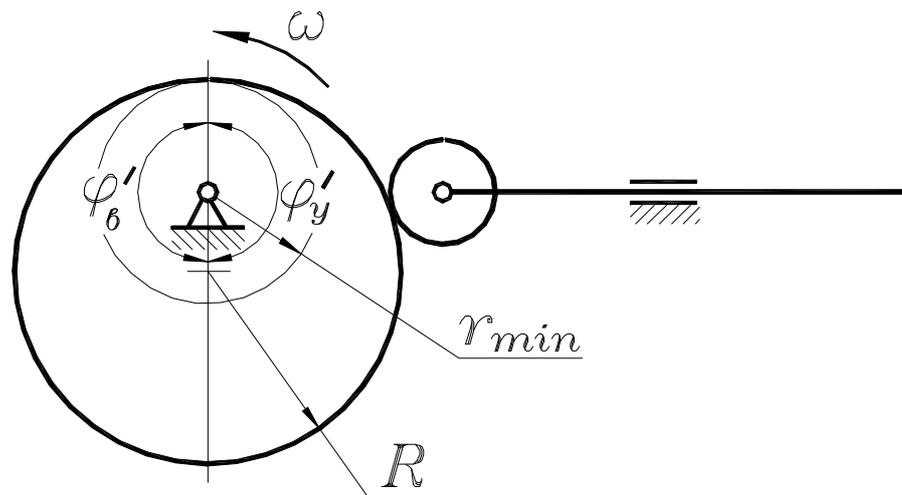


Рис. 9.4.

Однако существует безударный кулачок очень простой в проектировании и изготовлении – это эксцентрик (рис 9.4). Его профиль – это окружность, центр которой смещен относительно центра вращения кулачка. Так как профиль кулачка – кривая постоянной кривизны, то никаких скачков и ударов он не предполагает. Такой кулачок имеет только два профильных угла – удаления и возвращения. Благодаря простоте конструкции кулачковые механизмы с эксцентриковым кулачком широко используются в технике.

В заключение заметим следующее. При построении кинематической диаграммы ускорения толкателя надо учитывать, что высоты этой диаграммы на участках удаления и возвращения обратно пропорциональны квадратам соответствующих фазовых углов:

$$\frac{\overline{a}_y}{\overline{a}_в} = \frac{\varphi_в^2}{\varphi_y^2}$$

где: \overline{a}_y - высота графика ускорения (или аналога ускорения) на фазе удаления (рис. 9.3б);

$\overline{a}_в$ - высота графика ускорения на фазе возвращения.

Опорные слова.

1. Метод обращенного движения – это метод, при котором кулачок останавливается, а толкателю вместе с его направляющими сообщается угловая скорость - ω_1 .

2. Графическое дифференцирование – метод, при котором производная

функции пропорциональна тангенсу угла наклона касательной в графику этой функции.

3. Жесткий удар – явление скачка ускорения толкателя в бесконечность и обратно.

4. Мягкий удар – явление скачка ускорения толкателя на конечную величину.

Контрольные вопросы.

1. Как называется метод кинематического исследования кулачковых механизмов?

2. Что такое аналог скорости и аналог ускорения?

3. В чем заключается графическое дифференцирование кинематических диаграмм кулачковых механизмов?

4. Как рассчитываются масштабы осей координат кинематических диаграмм?

5. Как обеспечить равенство масштабов осей ординат кинематических диаграмм?

6. Чем характеризуются жесткие и мягкие удары при работе кулачковых механизмов?

7. Как избежать ударов при проектировании кулачковых механизмов?

8. Как называется самый простой безударный кулачок?

Лекция 14. Профилирование кулачка с роликовым и плоским толкателем

Чтобы спроектировать профиль кулачка кулачкового механизма, должно быть известно:

а) кинематическая схема механизма (вид кулачкового механизма)

б) закон движения ведомого звена (толкателя) в функции ведущего звена (кулачка).

в) некоторые основные параметры и размеры.

ω_K - угловая скорость кулачка,

h_{\max} - максимальный ход толкателя,

$\varphi_A, \varphi_{dB}, \varphi_B$ - фазовые углы;

Для определения величины наименьшего радиуса - вектора r_{\min} , строим кривую

$\frac{dS}{d\varphi} = \frac{dS}{d\varphi}(S)$ как для фазы, так и для фазы возвращения (рис.10.1.).

Приводим к замкнутой кривой $\frac{dS}{d\varphi} = \frac{dS}{d\varphi}(S)$ касательные $\tau_1 - \tau_1$ и $\tau_2 - \tau_2$ под углами

к оси E_2 , или γ_{\min} к оси $\frac{dS}{d\varphi}$. Точка пересечения этих касательных определит положения оси вращения кулачка, имеющего наименьший радиус вектор $r_{0\min}$.

Если кулачковый механизм аксиальный, т. е. $e=0$, то центр вращения кулачка будет в точке A° и наименьший радиус-вектор кулачка равен r_0 (рис...).

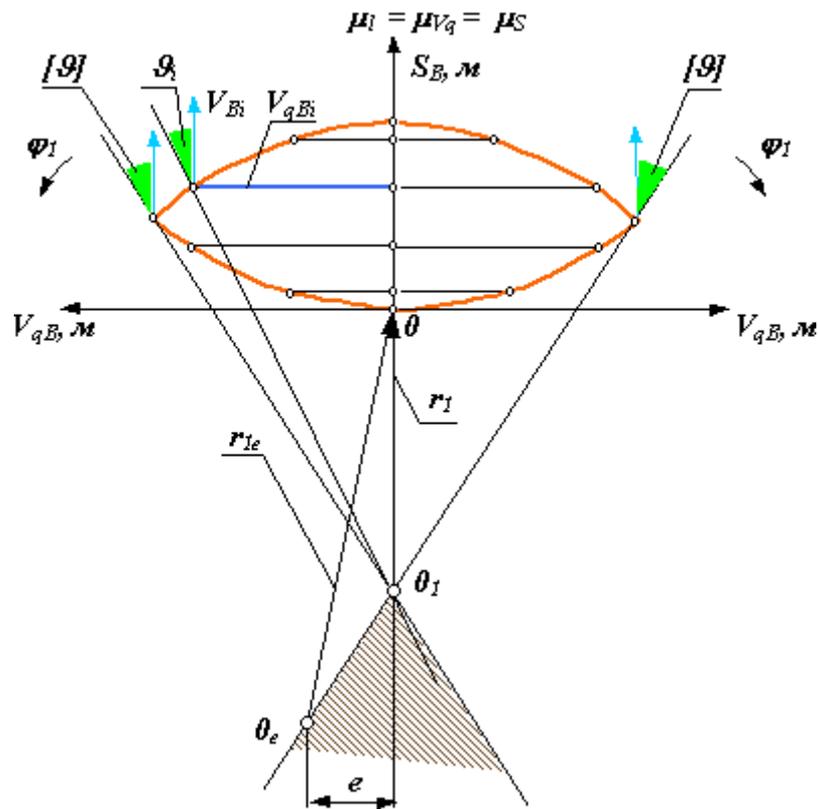


Рис.10.1. Графическое определение радиус-вектора профиля кулачка.

Если кулачковый механизм дезаксиальный, т. е. $e > 0$, то на расстоянии l проведем прямую $q-q$ и найдем точку A'' пересечения этой прямой с касательной $\tau_1 - \tau_2$. Тогда минимальным радиус-вектором кулачка будет r_0'' .

Таким образом, выбор оси вращения кулачка в заштрихованной области всегда удовлетворяет условию, в соответствии с которым угол давления в любом положении механизма меньше заданного допустимого угла давления α_{\max} .

Проектирование профиля кулачка с возвратно-поступательно движущимся роликовым толкателем.

Для всех кулачковых механизмов применим универсальный метод проектирования - метод обращения движения. Этот метод заключается в том, что всему механизму сообщают скорость, обратную по знаку скорости кулачка. Тогда кулачок, как бы остановиться, а стойка вместе с толкателем начинает двигаться относительно кулачка.

Проводим окружность радиуса $r_{0\min}$, и начиная от наикратчайшего расстояния от центра A вращения кулачка 1 (рис..) будем строить теоретический

профиль кулачка

Дадим обратное движение, тогда кулачок «остановится», а осевая линия AU , вращается около центра A с угловой скоростью ω

Делим окружность радиус r_{\min} на равные части, соответствующим фазовым углом.

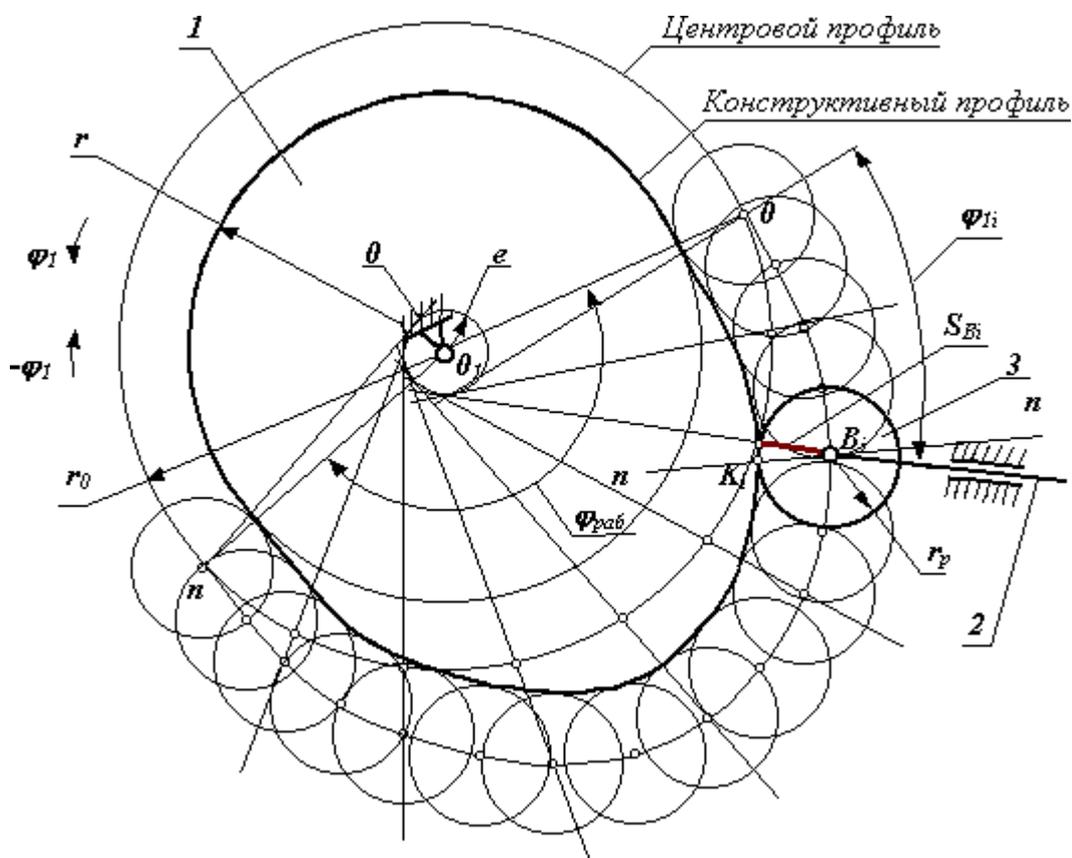


Рис.10.2. Профилирование кулачкового механизма с роликовым толкателем.

От окружности радиуса $r_{0\min}$ откладываем значения перемещений (рис.10.2.) вдоль линий AI , $AIII$, AIV и т. д. и тем самым находим положения центра ролика, которые он займет вследствие скольжения толкателя 2 вдоль направляющих (положения B_{II} , B_{III} , ...)

Огибающая все положения центра ролика B дает искомый теоретический профиль $\Pi_T\Pi_T$ кулачка. Для определения практического профиля кулачка вычислим радиус кулачка. Рекомендуется выделить радиус ролика двумя способами.

$$\left. \begin{aligned} r_p &= (0,45 \div 0,55)r_{0\min} \\ r_p &= (0,60 \div 0,70)\rho_{\min} \end{aligned} \right\}$$

где ρ_{\min} - минимальный радиус кривизны теоретического профиля кулачка. Из этих двух значений радиуса ролика, выбираем наименьшее.

Зная радиус ролика определим практический профиль $П_ГП_Г$, как огибающая всех положений ролика.

Пример. Требуется спроектировать кулачковый механизм, у которого толкатель движется поступательно. На конце толкателя имеется круглый ролик. Начальные данные:

- а) угловая скорость кулачка $\omega_1 = 100 \text{ сек}^{-1}$
- б) максимальный ход толкателя $E_{2\max} = 10 \text{ мм}$
- в) фазовые углы: удаления $\varphi_4 = 120^\circ$, дальнего выстоя $\varphi_{\text{дв}} = 30^\circ$, возвращения $\varphi_6 = 120^\circ$
- г) кулачок отковывается заодно с валом, в связи с этим минимальное возвышение профиля кулачка над поверхностью вала $\Delta = 1,5 \text{ мм}$.

Решение. Строим профиль кулачка. Выбираем масштаб чертежа: $\mu_t = \frac{r_{0\min}}{r_{0\min}} \text{ Н/мм}$

масштабы графиков $\frac{dS^2}{d\varphi^2}$, $\frac{dS}{d\varphi}$ и $S = S(\varphi)$ равны и желательно чтобы оси было равны и с μ_t , т. е. $\mu_t = \mu_s = \mu_{\frac{dS}{d\varphi}} = \mu_{\frac{d^2S}{d\varphi^2}}$

Отметим центр вращения кулачка A и проводим окружность радиуса $r_{0\min}$ (рис...). Обращаем движение, т. е. сообщаем всему механизму угловую скорость, равную $-\omega_{1к}$. По направлению угловой скорости откладываем фазовые углы $\varphi_4, \varphi_{\text{дв}}, \varphi_6$. Делим фазовые углы на равные части (желательно так, чтобы одна часть соответствовала 10° угла)

От окружности радиус $r_{0\min}$ вдоль AI , $AIII$ и т. д. откладываем соответствующие перемещения толкателя, взятые по графику $S_2 = S_2(\varphi)$.

Точки B_{II} , B_{III} , ... и т. д. указывают положения центра ролика, соединив которые плавной кривой, получим теоретический профиль.

Взяв в раствор циркуля размер радиуса ролика, построим ряд последовательных положений ролика. Огибающая этих положений будет практическим профилем кулачка.

Лекция 15. Проектирование коромыслового кулачкового механизма

План лекции.

1. Определение величин углов передачи движения в различных позициях кулачкового механизма.
2. Построение графика $S(V)$ по кинематическим диаграммам.
3. Определение области расположения центра кулачка.
4. Использование эксцентриситета для улучшения условий передачи движения.

5. Профилирование кулачка.

6. Ход проектирования кулачкового механизма.

В предыдущей лекции было показано, что габариты кулачкового механизма, определяемые величиной минимального радиуса кулачка, зависят от значений допустимых углов передачи движения. Без учета этой зависимости невозможно проектирование механизма с заданными параметрами. На примере простейшего кулачкового механизма покажем методику определения минимального радиуса кулачка по заданным значениям минимально допустимых углов передачи движения.

Определение минимального радиуса кулачка.

В основе методики определения минимального радиуса кулачка по величине угла передачи движения лежит определение, согласно которому, угол передачи движения в заданной позиции кулачкового механизма – это угол между векторами абсолютной и относительной скоростью толкателя в этой позиции. Этот угол меняется по мере вращения кулачка. Чтобы получить компактную картину изменения этих углов и связать их с минимальным радиусом кулачка выполним следующие действия.

На схеме механизма, выполненной в масштабе μ_1 (рис.11.1), покажем требуемое число позиций толкателя в обратном движении: на рис. 11.1 дано 10 позиций. Для одной из позиций (на рис. 11.1 – для четвертой) построим план скоростей в масштабе $\mu_v = \mu_1\omega_1$, как это было показано в лекции № 10: вектор скорости pk_1 контактной точки кулачка равен и перпендикулярен радиус-вектору точки K_4 , вектор относительной скорости k_1k_2 параллелен касательной к профилю кулачка, проведенной через контактную точку K_4 , а вектор абсолютной скорости толкателя pk_2 параллелен направлению движения толкателя вдоль направляющих, в рассматриваемом случае – параллелен радиус-вектору точки K_4 .

Теперь повернем план скоростей на 90° в направлении вращения кулачка и затем совместим его со схемой механизма так, чтобы полюс плана совпал с контактной точкой K_4 . Тогда вектор pk_1 совпадет с радиус-вектором точки K_4 , вектор k_1k_2 будет параллелен нормали к профилю, проведенной через контактную точку, а вектор pk_2 перпендикулярен к направлению движения толкателя. Для упрощения чертежа точка k_1 не обозначена, а обозначение k_2 заменено цифрой 4 номера позиции.

Повернутые планы скоростей, совмещенные со схемой механизма, во всех остальных позициях можно строить без предварительных действий, а по правилам предыдущего абзаца.

Повернем все планы скоростей в вертикальную позицию, то есть, в позицию, где толкатель показан вертикально. Повернутые векторы pk_1 планов скоростей

совпадут друг с другом (на рис. 11.1 эти векторы не показаны). Повернутые векторы абсолютных скоростей толкателя pk_2 располагаются горизонтально и обозначены цифрами соответствующих позиций толкателя. Повернутые векторы относительных скоростей k_1k_2 соединяют центр вращения кулачка с концами повернутых векторов абсолютных скоростей толкателя, обозначенных цифрами. Согласно определению, приведенному выше, углы между векторами абсолютных и относительных скоростей толкателя – есть углы передачи движения γ в различных позициях кулачкового механизма внутри фаз удаления и возвращения. Из рисунка видно, что угол γ тем меньше, чем больший наклон к вертикали имеет линия, соединяющая центр кулачка с концом вектора абсолютной скорости толкателя. Чтобы найти минимальные значения углов передачи движения γ надо соединить концы векторов абсолютных скоростей плавной линией и провести к ней касательные из центра кулачка.

Заметим, что векторы скоростей, выполненные в масштабе $\mu_v = \mu_l \omega_1$, являются векторами аналогов скоростей, как это следует из формулы (9.4) лекции № 9. Поэтому можно сказать, что вышеуказанная кривая, соединяющая концы векторов, является графиком зависимости перемещения толкателя от его аналога скорости – $S(V)$ (рис. 11.1).

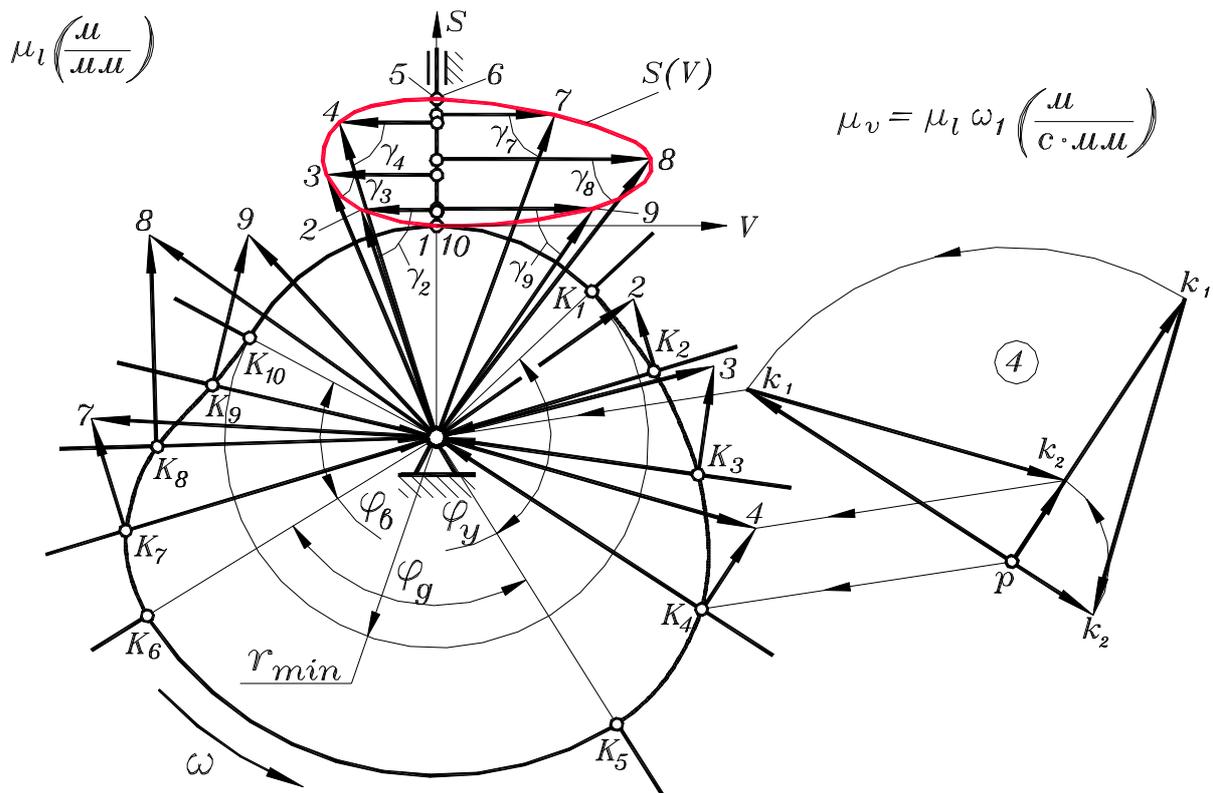


Рис. 11.1.

Отметим некоторые свойства графика $S(V)$, которые могут понадобиться при определении минимального радиуса кулачка:

а) направление обхода графика $S(V)$ противоположно направлению вращения кулачка;

б) если кулачок вращается против часовой стрелки (как на рис. 11.1), то левая часть графика $S(V)$ (часть графика, находящаяся слева от оси ординат S) соответствует фазе удаления толкателя, а правая – фазе возвращения;

в) и наоборот, если кулачок вращается по часовой стрелки, то левая часть графика $S(V)$ соответствует фазе возвращения толкателя, а правая – фазе удаления;

г) касательные к графику $S(V)$, проведенные под минимальными углами γ на фазах удаления и возвращения, пересекутся в центре окружности минимального радиуса кулачка.

График $S(V)$ построен на рис. 11.1 в результате анализа существующего кулачкового механизма. Чтобы использовать подобный график при проектировании кулачкового механизма для определения минимального радиуса кулачка, надо его построить, используя кинематические диаграммы перемещения и аналога скорости толкателя.

На рис. 11.2 показано построение графика $S(V)$ из кинематических диаграмм перемещения и аналога скорости толкателя, выполненных в одинаковых масштабах, то есть, $\mu_s = \mu_v$. При равенстве масштабов указанный график строится прямым переносом соответствующих отрезков из диаграмм перемещения и аналогов скорости, как это и показано на рисунке. Если масштабы диаграмм не равны, то при построении это необходимо учитывать, так как оси координат графика $S(V)$ должны иметь одинаковый масштаб.

Значения минимально допустимых углов передачи движения γ_{\min} заданы при проектировании или выбраны конструктором из справочной литературы. Величины этих углов могут быть различны на участках удаления и возвращения. К графику $S(V)$ проводятся две касательные, наклоненные к оси абсцисс на эти углы γ'_{\min} и γ''_{\min} (рис. 11.2). Теоретически, как указано в пункте г) свойств графика (см. выше), эти касательные пересекутся в центре окружности минимального радиуса кулачка. Однако практически, для исключения предельных случаев, будем считать, что центр окружности минимального радиуса проектируемого кулачка расположен внутри зоны или области, ограниченной этими касательными. На рис. 11.2 границы этой области показаны контурными линиями со штриховкой. Отстояние центра кулачка от границы определяется конструктором с учетом следующего: чем больше окружность минимального радиуса, тем лучше условия работы кулачкового механизма, но тем больше будет нарушено требование минимальных габаритов конструкции. Поэтому, этот размер должен быть небольшим, не более $(10 \div 20)\%$ от расстояния между точкой пересечения касательных и началом координат графика $S(V)$.

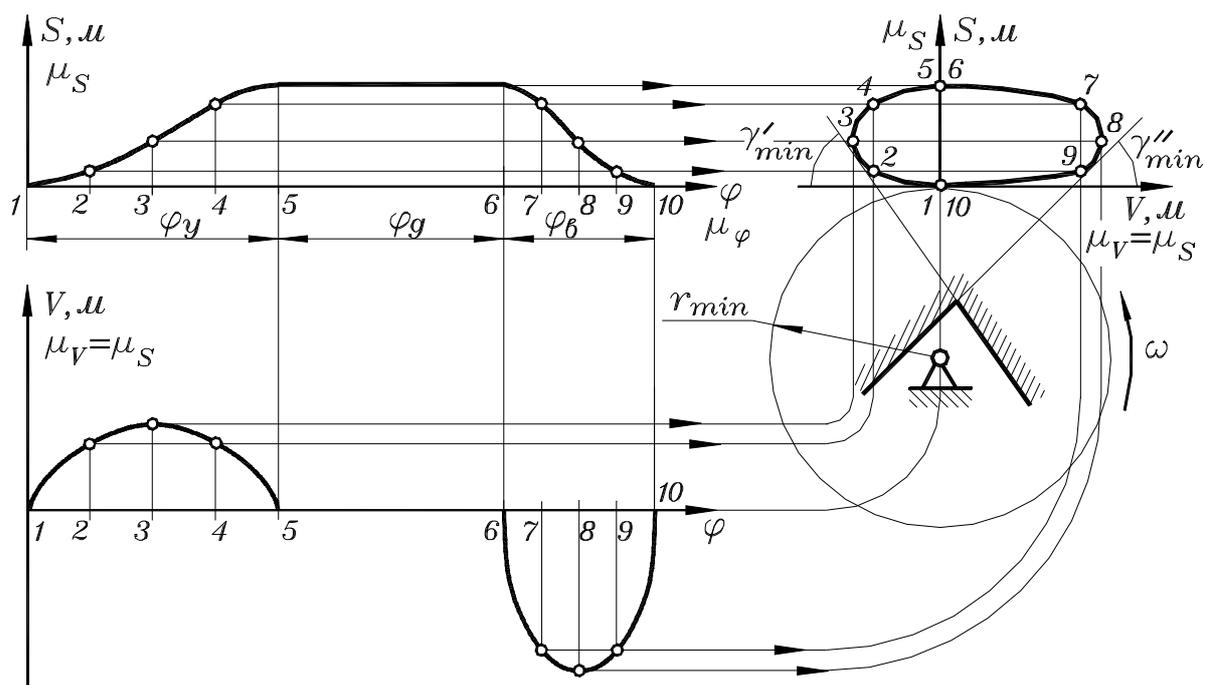


Рис. 11.2.

Расстояние между центром вращения кулачка и началом координат и будет являться минимальным радиусом кулачка r_{\min} .

Заметим, что положение центра кулачка внутри допустимой зоны зависит также и от конструкции механизма. Например, если механизм центральный, то центр кулачка расположен на продолжении оси ординат графика $S(V)$, если механизм нецентральный, то центр кулачка смещен от этой оси на величину заданного эксцентриситета. Если же конструкция механизма заранее не определена, то есть возможность, располагая центр вращения кулачка справа или слева от оси ординат графика $S(V)$, улучшить условия работы проектируемого кулачкового механизма на фазе удаления, так как именно на этой фазе происходит передача силы от кулачка к толкателю.

Так, из графика $S(V)$ на рис. 11.2 видно, что фаза удаления толкателя соответствует участку 1-5 графика. Чтобы улучшить условия передачи сил на этом участке, надо возможно увеличить углы передачи движения в позициях 2, 3 и 4. Поэтому, есть смысл переместить центр кулачка влево от оси ординат графика.

Еще одно замечание относительно направления вращения кулачка. Из рис. 11.2 видно, что направление обхода графика $S(V)$ – по часовой стрелке, значит, проектируемый кулачок будет вращаться против часовой стрелки, как это и показано на рисунке. Если же проектируемый кулачок должен вращаться в противоположном направлении, то следует изменить направление обхода

графика $S(V)$, расположив его зеркально относительно оси ординат.

Описанный метод определения минимального радиуса кулачка пригоден для кулачковых механизмов с остроконечным, закругленным и роликовым поступательно движущимся толкателем. Методы определения минимального радиуса кулачка для кулачковых механизмов с плоским толкателем и качающимся толкателем рассмотрены в [2] и [14].

Определив размер окружности минимального радиуса, мы нашли профиль кулачка на участке ближнего стояния толкателя. Следующий этап проектирования – это определение формы кулачка на других участках, или профилирование кулачка.

Профилирование кулачка.

Профилирование, или построение профиля кулачка – это процесс, обратный анализу кулачкового механизма, то есть, построению диаграммы перемещения толкателя по известному профилю кулачка (этот процесс описан в лекции № 9). Значит, исходными данными для профилирования являются диаграмма перемещения толкателя и окружность минимального радиуса кулачка.

Покажем, как производится профилирование кулачка при проектировании кулачкового механизма с поступательно движущимся роликовым толкателем.

Прежде всего, в произвольном масштабе длин μ_1 изображаем окружность минимального радиуса r_{\min} (рис. 11.3). Из произвольного положения (на рис. 11.3 – горизонтального) откладываем фазовые углы удаления φ_y , дальнего стояния φ_d и возвращения φ_v в направлении противоположном направлению вращения кулачка. Проведя вспомогательную окружность большого радиуса (для увеличения точности построений), делим эти углы на части таким же образом, как они были разделены на кинематической диаграмме перемещения толкателя (рис. 11.2). На полученных лучах от окружности минимального радиуса откладываем соответствующие отрезки из диаграммы перемещений. Это действие справедливо только при условии равенства масштабов μ_s – диаграммы перемещений и μ_1 – схемы проектируе-

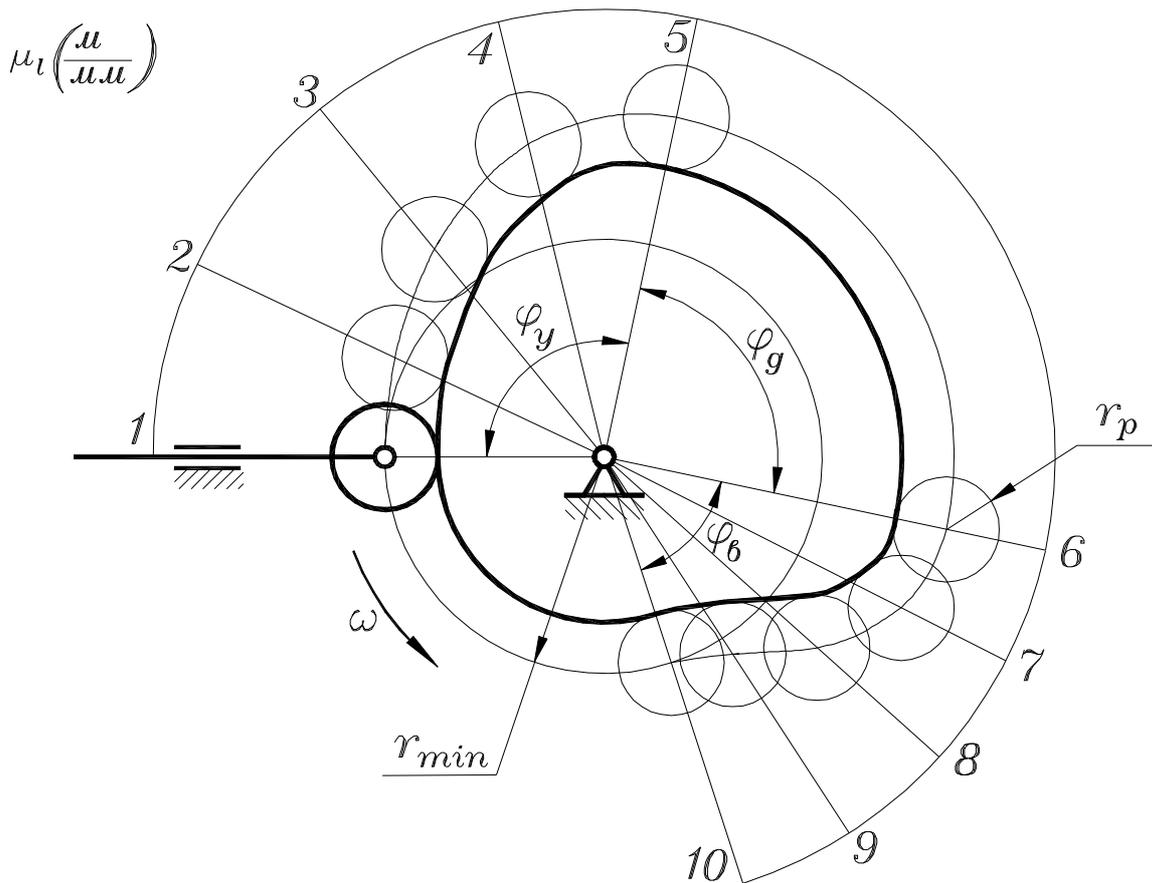


Рис. 11.3.

мого механизма. Если эти масштабы не равны, то их отношение должно учитываться при переносе отрезков из диаграммы на схему механизма. Соединив концы отрезков перемещений толкателя плавной кривой (на участках дальнего и ближнего стояний – это будут дуги окружностей) получим теоретический профиль кулачка, или траекторию центра ролика толкателя в обращенном движении. Теперь на этой траектории следует изобразить окружности с радиусом ролика r_p . Действительный профиль кулачка будет вписан в окружности с радиусом ролика.

Радиус ролика назначается с учетом двух конструктивных условий.

1. Условие соответствия габаритов. Радиус ролика должен соответствовать минимальному радиусу кулачка следующим образом:

$$r_p = (0,2 \div 0,4) r_{min}$$

2. Радиус ролика должен быть меньше минимального радиуса кривизны профиля:

$$r_p < \rho_{min}$$

Неучет второго условия может привести в заострению действительного профиля кулачка (рис. 11.4а), и такой кулачок станет неработоспособным, или к тому, что толкатель не будет отслеживать его профиль (рис. 11.4б), что приведет к искажению характера движения толкателя. Методика определения минимального радиуса кривизны профиля кулачка описана в [2].

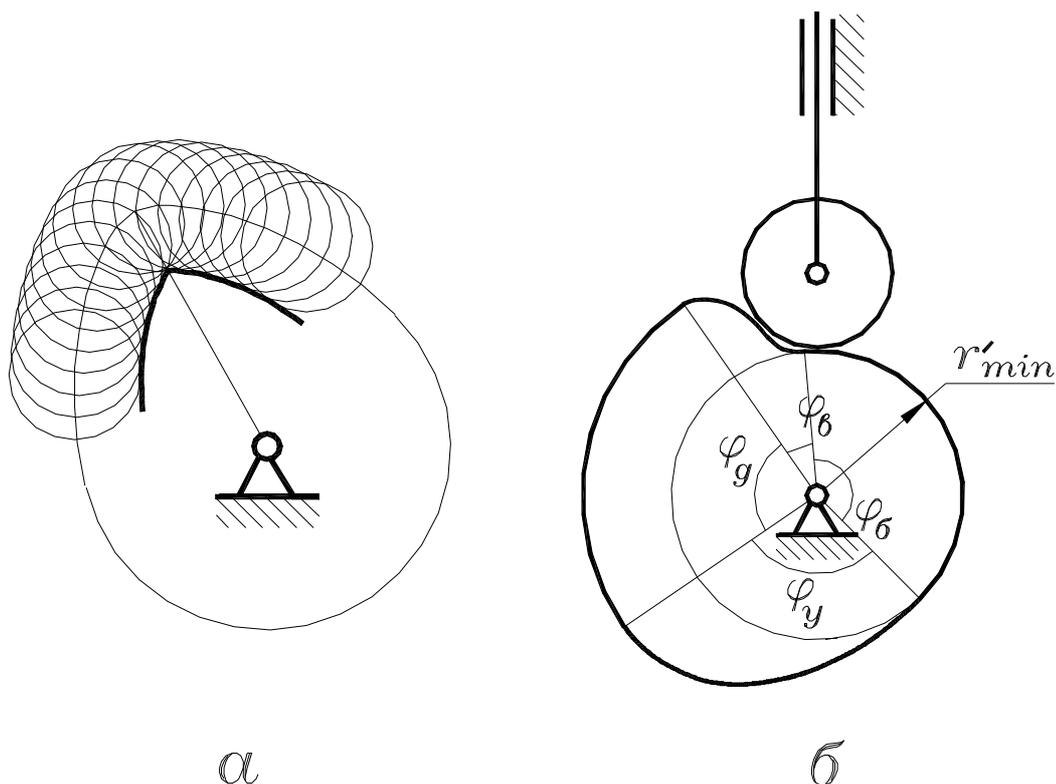


Рис. 11.4.

Последовательность проектирования.

Последовательность проектирования кулачкового механизма зависит от задания на проектирование. При этом возможны два варианта.

1. Характер движения толкателя задан. Такой случай может иметь место при проектировании кулачковых механизмов кулачковых машин-автоматов. Рабочие органы таких машин приводятся в движение кулачковыми механизмами. Например, в токарном автомате продольно-фасонного точения необходимо обеспечить равномерное движение суппортов с резцами. При проектировании механизмов систем управления самолетом также может быть подобная необходимость. Например, поворот заслонки трубопровода системы кондиционирования воздуха должен происходить с заданным законом

изменения скорости.

2. Характер движения толкателя не задан. Такой случай имеет место при проектировании кулачковых механизмов, когда характер движения рабочих или вспомогательных органов машин, приводимых от толкателя, не имеет значения. Например, при открывании клапанов компрессоров или двигателей внутреннего сгорания, при отводе долбяка от заготовки в зубодолбежном станке, при замыкании и размыкании контактов в электротехнических устройствах.

Рассмотрим исходные данные и ход проектирования в этих случаях.

Характер движения толкателя задан.

Исходные данные:

- тип кулачкового механизма;
- частота вращения кулачка в об/мин;
- фазовые углы кулачкового механизма в град;
- ход (максимальное перемещение) толкателя в мм при поступательно движущемся толкателе, или в град при качающемся толкателе;
- характер движения толкателя, заданный аналитически в виде математической зависимости, или графически в виде кинематической диаграммы.

Ход проектирования.

1. Построение диаграммы перемещения толкателя.
2. Построение диаграммы аналога скорости толкателя методом графического дифференцирования графика перемещения (желательно, в том же масштабе).
3. Построение графика аналога скорости в функции перемещения контактной точки толкателя путем графического исключения углового параметра из диаграмм перемещения и аналога скорости.
4. Проведение к полученному графику двух касательных, наклоненных к оси абсцисс под минимально допустимыми углами передачи движения, для определения зоны расположения центра кулачка и нахождения его минимального радиуса.
5. Профилирование кулачка.

Характер движения толкателя не задан.

В этом случае конструктор сам выбирает характер движения толкателя, руководствуясь динамическими соображениями: наличие или отсутствие жестких и мягких ударов, закон изменения ускорения. Поэтому, в исходных данных будет задан не характер движения толкателя, а характер изменения его ускорения в процессе работы. Остальные исходные данные такие же, как и в

предыдущем случае.

Ход проектирования.

1. Построение диаграммы аналога ускорений толкателя.
2. Построение диаграммы аналога скорости толкателя методом графического интегрирования графика аналога ускорений.
3. Построение диаграммы перемещений толкателя методом графического интегрирования графика аналога скорости.

Остальные пункты те же, что и в предыдущем случае.

Опорные слова.

1. Минимальный радиус кулачка – радиус окружности участка ближнего стояния кулачка.
2. Профилирование кулачка – построение профиля кулачка по диаграмме движения толкателя при известном минимальном радиусе кулачка.

Контрольные вопросы.

1. Как строится график зависимости перемещения толкателя от его аналога скорости?
2. Как с помощью графика $S(V)$ найти величины углов передачи движения в различных позициях кулачкового механизма?
3. Как построить график $S(V)$ с помощью кинематических диаграмм толкателя кулачкового механизма?
4. Как определить область расположения центра кулачка при проектировании кулачкового механизма?
5. В чем заключается профилирование кулачка?
6. Каковы три условия выбора радиуса ролика при проектировании кулачкового механизма с роликовым толкателем?
7. Какова последовательность проектирования кулачкового механизма при заданном характере движения толкателя?

ТЕСТЫ

Что означает « ω » в формуле $v_A = \omega \cdot r$?	угловая скорость	линейная скорость	число оборотов	угловое ускорение
Что означает « ε » в формуле $a^r = \varepsilon \cdot r$?	угловое ускорение	угловая скорость	число оборотов	касательное ускорение
Какое составляющее ускорение a^r ?	тангенциально-составляющее	нормальное составляющее	суммарное ускорение	линейная скорость
Какое составляющее ускорение a^n ?	нормальное составляющее	Тангенциально-составляющее	суммарное ускорение	линейная скорость
Каким масштабным коэффициентом является μ_v ?	масштабный коэффициент скорости	масштабный коэффициент ускорения	масштабный коэффициент угловой скорости	масштабный коэффициент углового ускорения
Каким масштабным коэффициентом является μ_e ?	масштабный коэффициент длины	масштабный коэффициент скорости	масштабный коэффициент ускорения	масштабный коэффициент угловой скорости
Каким масштабным коэффициентом является μ_a ?	масштабный коэффициент ускорения	масштабный коэффициент углового ускорения	масштабный коэффициент скорости	масштабный коэффициент угловой скорости
Какой силой является P_u ?	сила инерции	момент инерции	сила тяжести	движущая сила
Что показывает « m » в формуле $P_u = -ma$?	масса звена	скорость звена	ускорение звена	вес звена
С помощью рычага Жуковского определяется?	уравновешивающая сила	сила тяжести	момент силы	приведенная сила
Что означает P_{np} в формуле $N_{np} = P_{np} \cdot \varphi_k$?	приведенная сила	приведенный момент	сила тяжести	момент инерции
Что означает M_{np} в формуле $N_{np} = M_{np} \cdot \omega$?	приведенный момент	приведенная сила	сила тяжести	момент инерции
Кинетическая энергия звена, для какого движения $T = \frac{J\omega^2}{2}$?	вращательного движения	поступательного движения	плоского движения	для неподвижного звена
Кинетическая энергия звена, для какого движения $T = \frac{mv^2}{2}$?	поступательного движения	вращательного движения	плоского движения	для неподвижного звена
Что означает « δ » в неравномерном движении?	коэффициент неравномерности и движения	максимальная скорость	минимальная скорость	средняя скорость
Что означает эвольвента в зубчатом колесе?	профиль зуба	толщина зуба	высота зуба	делительная окружность колеса

Что означает «m» в зубчатых колесах?	модуль колеса	масса колеса	вес колеса	диаметр колеса
Размерность модуля зубчатого колеса?	<i>мм</i>	<i>кг</i>	<i>н</i>	<i>сек</i>
Что означает $P = \pi m$ в зубчатом колесе?	шаг зуба	толщина зуба	высота зуба	радиус галтели
Что означает z в формуле $d = mz$ в зубчатом колесе?	число зубьев	число колес	количество подшипников	количество валов
Как определяется толщина зуба по делительной окружности?	$S = \frac{P}{2} = \frac{\pi m}{2}$	$S = \frac{P}{4} = \frac{\pi m}{4}$	S=P	S=2P
Коэффициент перекрытия «ε» для эвольвентного колеса имеет значения?	$1 < \epsilon < 2$	$\epsilon = 0,5$	$\epsilon = 2,5$	$\epsilon = 3$
Что означает «x» в формуле $v = xm$?	коэффициент коррекции	коэффициент сдвига	коэффициент высоты	коэффициент зазора
Когда происходит «подрез» зуба?	когда число зубьев меньше 17	когда число зубьев больше 17	всегда	никогда
Единица измерения угловой скорости	<i>рад/с</i>	<i>м/с</i>	$м/с^2$	$1/с^2$
Какое движение совершает шатун в кривошипно-ползунном механизме?	плоское	поступательное	вращательное	не совершает
Единица измерения линейного ускорения?	$м/с^2$	$1/с^2$	$м^2/с$	$м/мм^2$
Сколько подвижных звеньев в кривошипно-ползунном механизме?	$n = 3$	$n = 2$	$n = 4$	$n = 0$
Какое движение совершает ползун?	поступательное	вращательное	сложное	не совершает
В формуле Чебышева ($w = 3n - 2p_5 - p_4$) значение p_5 означает?	кинематическая пара 5 колеса	Кинематическая пара 4 колеса	Кинематическая пара 3 колеса	Кинематическая пара 2 колеса
В кулачковом механизме φ_y означает?	фаза удаления	фаза выстоя	фаза возвращения	фаза дальнего выстоя
В кулачковом механизме $\varphi_в$ означает?	фаза возвращения	фаза удаления	фаза ближнего выстоя	фаза дальнего выстоя
Что означает $r_{0\min}$ в кулачковом механизме?	минимальный радиус кулачка	максимальный радиус кулачка	средний радиус кулачка	радиус ролика
Что означает γ_{\min} в кулачковом механизме?	минимальный угол передачи	угол давления	угол выстоя	рабочий угол

	движения			
Что означает $\alpha_{доп}$ в кулачковом механизме?	допустимый угол давления	минимальный угол передачи движения	угол выстоя	рабочий угол
Что означает h_{max} в кулачковом механизме?	максимальный ход толкателя	длина толкателя	длина коромысла	длина тарелки
Где применяется формула Виллиса?	в планетарном механизме	в кулачковом механизме	в рычажном механизме	в кулинарии
Для чего служат «паразитные» колеса?	для изменения направления вращения	для изменения скорости ведомого колеса	для красоты	для увеличения габарита механизма
Инструментальная рейка, для какого метода нарезания колеса применяется?	методом обкатки	метода копировки	метода литья	метода штамповки
Пальцевая фреза, для какого метода нарезания колеса применяется?	метода копировки	метода обкатки	метода литья	метода штамповки
По Ассуру какое звено называется механизмом 1-класса?	ведущее звено	ведомое звено	коромысло	шатун
Как определяется класс механизма?	наивысшем классом группы Ассура	количество групп Ассура	количеством звеньев	на глаз
В кулисных механизмах какое ускорение возникает?	Кориолисово	центробежное	центростремительное	ничего не возникает
Угловая скорость ω какого звена в уравнении Кориолисова ускорения $a^{kop} = 2\omega \cdot v$?	кулисы	кривошипа	шатуна	стойки
С какой группы Ассура начинается силовой расчет механизма?	с последней группы	с кривошипа	с промежуточной группы	с группы 2 класса
В рычаге Жуковского план скорости надо повернуть?	на 90^0	на 180^0	на 270^0	на 0^0
Радиус делительной окружности определяется как?	$r = \frac{mz}{z}$	$r = 2mz$	$r = mz$	$r = \frac{2m}{z}$
Для нулевого колеса профильный угол равен?	$\alpha = 20^0$	$\alpha = 15^0$	$\alpha = 30^0$	$\alpha = 0$
Передаточное отношение определяется как?	$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$	$u_{12} = \omega_1 \cdot \omega_2$	$u_{12} = \omega_2 / \omega_1$	$u_{12} = 0$

В червячной передаче $u = \frac{z_k}{k}$, k – означает?	число заходов	число зубьев	число колес	число коробок
Укажите определение механизма.	Совокупность нескольких деталей, соединенных в одну кинематически неизменяемую систему.	Система звеньев, образующих между собой кинематические пары.	Устройство, выполняющие механические движения для преобразования энергии, материала, информации.	Система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел, в требуемые движения других тел.
Что называется кинематической парой?	Жесткое соединение двух звеньев.	Совокупности поверхностей, линии и точек звеньев, входящих в соприкосновение (контакт).	Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.	Соединение деталей, образующих одну жесткую подвижную систему тел.
Какое из понятий определяет класс кинематической пары?	Число степеней свободы в относительном движении звеньев.	Число условий связи, налагаемых парой в относительное движение звеньев.	Количество звеньев, входящих в кинематическую пару.	звено.
В плоском механизме звенья совершают движение:	в одной или параллельных плоскостях;	в одной плоскости;	в пространстве;	в нескольких плоскостях;
Что такое «ферма»?	механизм со степенью подвижности $W=0$;	механизм со степенью подвижности $W=1$;	неподвижное звено;	система со степенью подвижности $W=0$;
В формуле П.Л.Чебышева ($W=3n-2p_5-p_4$) значение « n » означает:	количество подвижных звеньев;	количество звеньев в механизме;	число ведущих звеньев;	число ведомых звеньев.
Степень свободы тела в пространстве:	6	1	2	3
Сколько подвижных звеньев в плоском 4-звенном механизме?	$n-3$	$n-2$	$n-4$	$n-5$
На какие классы делятся кинематические пары?	5	2	3	4
Степень подвижности	число ведущих	число ведомых	число	число

механизма означает:	звеньев	звеньев	неподвижных звеньев	подвижных звеньев
Какое движение совершает кривошип?	Вращательное	Возвратно-поступательное	Вращательно-качательное	Сложное.
Единица измерений масштаба длин:	м\мм	мм\мм	мс\мм	мм\м
При каком значении угла φ между кривошипом и линией перемещения поршня, скорость точки «В» поршня равна нулю ($v_B=0$)?	$\varphi=0^0; 180^0$	$\varphi=90^0$	$\varphi=270^0$	$\varphi=210^0$
В кривошипно-шатунном механизме при направлении угловой скорости и углового ускорения в одну сторону, звено совершает движение:	с ускорением	равномерное	с замедлением	направление не влияет на движение
С увеличением длины кривошипа, средняя скорость поршня:	увеличивается	не изменяется	уменьшается	Изменяется согласно соотношению длин кривошипа и шатуна
В каком варианте верно записаны уравнения эвольвенты окружности?	$0 = tga + a;$	$0 = tga;$	$0 = tga - a;$	$0 = inva - a.$
Какое выражение определяет угловую скорость коромысла?	$\omega_2 = \frac{V_{BC}}{I_{BC}}$	$\omega_4 = \frac{V_{BA}}{I_{CA}}$	$\omega_3 = \frac{pd \cdot \mu_v}{I_{\pi^0}}$	$\omega_3 = \frac{V_{BD}}{l_{BD}}$
Какой из графических методов позволяет определить величины и направления линейных и угловых скоростей звеньев механизма.	Метод кинематических диаграмм.	Метод замкнутых векторных контуров.	Метод планов скоростей.	Метод обращенного движения.
Определите угловую скорость шатуна и ее направление, используя план скоростей.	$\omega_3 = \frac{pc \cdot \mu_v}{l_{CD}} \omega_2$ совпадает с ω_1	$\omega_1 = \frac{pb \cdot \mu_v}{l_{BO_1}} \omega_1$ совпадает с ω_3	$\omega_3 = \frac{cd \cdot \mu_v}{l_{CD}} \omega_3$ совпадает с ω_2	$\omega_2 = \frac{bc \cdot \mu_v}{l_{BC}} \omega_2$ совпадает с ω_1 .
В каком векторном уравнении допущена ошибка?	$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA};$	$\vec{a}_B = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$	$\vec{V}_B = \vec{V}_C + \vec{V}_{BC};$	$a_C = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^n + \vec{a}_{CA}^\tau$
Какая формула показывает				

масштабный коэффициент скорости?	$\mu_v = \frac{\mu_s}{k \cdot \mu_\phi}$;	$\mu_v = \frac{\bar{V}_B}{V_B}$;	$\mu_v = \frac{V_B}{V_B}$;	$\mu_v = \frac{V_B}{P_B} \cdot \omega$;
Какая формула показывает нормальное ускорение шатуна?	$a^n = \omega^2 \cdot l$	$a^n = \omega \cdot l^2$	$a^n = \frac{\omega^2}{l_{AB}}$	$a^n = \omega^2 \cdot l^2$
Укажите формулу масштабного коэффициента по которой определяются масштаб кинематической схемы механизма.	$\mu = \frac{AB}{l_{AB}}$	$\mu = \frac{l_{AB}}{AB}$	$\mu = \frac{l}{2\pi}$	$\mu = \frac{V_B}{P_B}$
Для какого из указанных механизмов записано уравнение кинетической энергии. $T = j_1 \frac{\omega_1^2}{2} + j_2 \frac{\omega_2^2}{2} + j_3 \frac{\omega_3^2}{3}$	Кривошипно-ползунный.	Кулисный.	Кривошипно-коромыс-ловый.	Зубчатый.
При каком значении обобщенной координаты ϕ_1 главный вектор сил инерции шатуна направлен вдоль оси шатуна от точки А и В?	$\phi_1 = 90^\circ$	$\phi_1 = 180^\circ$	$\phi_1 = 0^\circ$	$\phi_1 = 270^\circ$
Какие силы остаются постоянными во всех положениях механизма?	Сила упругости	движущие;	силы тяжести	силы пружины
Какая формула определяет кинетическую энергию кривошипа?	$T = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$;	$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{J \cdot \omega^2}{2}$;	$T = \frac{m \cdot v^2}{2}$;	$T = 0$;
Модуль зубьев эвольвентного цилиндрического прямозубого нулевого колеса $m = 5$ см. Определите высоту зубьев колеса.	$h = 10$ мм	$h = 12,5$ мм	$h = 6,25$ мм	$h = 11,25$ мм
По какой формуле определяется шаг зубьев по основной окружности эвольвентного цилиндрического	$P_b = \pi m \cos \alpha$;	$P_b = \pi m$;	$P_b = 0$	$P_b = \frac{mz}{z}$

зубчатого колеса?				
Какой инструмент применяется при нарезании зубьев методом копирования?	Инструментальная рейка;	дисковая и пальцевая фреза;	червячная фреза;	долбяк.
По какой формуле определяется шаг зубьев по делительной окружности эвольвентного цилиндрического колеса?	$P = \pi \cdot m$;	$P = \pi \cdot m \cdot \tan \alpha$	$P = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha$	$P = \pi \cdot m / \cos \alpha$.
Модуль зубьев эвольвентного цилиндрического прямозубного нулевого колеса $m = 10$ мм. Определить высоту зуба колеса.	$h = 12,50$ мм;	$h = 22,5$ мм	$h = 20$ мм;	$h = 25$ мм.
При увеличении массы звена, её приведённый момент инерции:	увеличивается	уменьшается	не изменяется	стремится к бесконечности
Передаточное число планетарного механизма Джемса, состоящего из одного внешнего и внутреннего зацепления, равно:	$U_{1H}^3 = 1 - U_{13}^H$	$U_{13}^H = U_{1H}^3 - 1$;	$U_{13}^H = 1 + U_{1H}^3$;	$U_{1H}^3 = (Z_3 - Z_1) / Z_1$;
Если зубья входят в зацепление с ударом, то коэффициент перекрытия:	$\epsilon < 1$	$\epsilon = 1$	$\epsilon > 1$	$\epsilon \rightarrow 0$
В зубчатом зацеплении модули шестерни и колеса:	имеют одинаковые значения;	имеют различные значения;	у шестерни больше;	у колеса больше
Что такое корремирование зуба у зубчатого колеса?	средняя линия инструментальной рейки смещается по отношению к делительному диаметру средняя	Линия инструментальной рейки смещается по отношению к диаметру начальной окружности	средняя линия инструментальной рейки смещается по отношению к диаметру вершин зубьев	средняя линия инструментальной рейки смещается по отношению к диаметру основной окружности
Какого значения достигает скорость поршня, если кривошип и шатун находятся на одной линии?	равен нулю	Максимального	минимального	среднего

Чем определяется направление угловой скорости шатуну?	направлением вектора относительной скорости шатуна	направлением вектора абсолютной скорости точки «В» шатуна	направлением вектора абсолютной скорости точки «А» кривошипа	направлением вектора относительной скорости кривошипа
Какого класса могут быть кинематические пары в плоском механизме?	4 и 5	1 и 2	2 и 3	3 и 4
Если на валах установлены по два зубчатых колеса, то такая передача:	ступенчатой;	простой;	сложной;	планетарной;
Если коэффициент перекрытия $\varepsilon < 1$, то:	зубья войдут в зацепление с ударом;	только одна пара зубьев находится в зацеплении;	одна пара зубьев находится в зацеплении, другие две пары входят и выходят из зацепления	зубья войдут в зацепление плавно
С увеличением модуля зацепления геометрические параметры колёс:	увеличиваются	остаются без изменения	уменьшаются	стремится к нулю
Значение радиального коэффициента C^* равно:	0,15	0,12	0,20	0,25
Зубчатые колёса коррегируются для:	во избежание подреза основания зуба и увеличения прочности;	уменьшения толщины зуба у его основания;	увеличения прочности головок зуба;	обеспечение бесшумной работы передачи;
В режиме разгона угловая скорость звена приведения:	увеличивается;	$\omega = 0$;	уменьшается;	$\omega = \text{const}$
Укажите точку приложения вектора силы инерции звена:	центр тяжести звена;	середина звена;	нижняя точка звена;	верхняя точка звена;
Какой механизм применяется в системе газораспределения автомобилей?	кулачковый	зубчатый	фрикционный	с гибкими элементами
По границе соприкосновения с другим звеном кинематические пары делятся на:	высшие и низшие	простые и сложные	высшие и внешние	простые и внутренние
Проектирование планетарной передачи начинаем	выбора схемы механизма	расчёта действующих сил	определения линейных и угловых скоростей	определения числа зубьев

Использованная литература.

1. Артоболевский И.И. Механизмы в современной технике. Том III. Зубчатые механизмы. М., Наука, 1973.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М., Наука, 1975.
3. Бежанов Б.Н. Пневматические механизмы. М. – Л., Машгиз, 1957.
4. 11. Попов С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механика машин. М., Высшая школа, 1986.
5. Пятаев А.В. Динамика машин. Ташкент, Ташкентский политехнический институт, 1990.
6. Пятаев А.В. Теория механизмов и машин. Учебное пособие. Ташкент, Ташкентский государственный авиационный институт, 2001.
7. 8. Теория механизмов и машин. Проектирование. Под ред. Кульбачного С.И. М., Высшая школа. 1970.
8. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М., Физматгиз, 1959.
9. Зайнутдинов Н.З., Каримов Р.И., Турапов А.Т., Шоумаров Р.А., Методическое указание к выполнению лабораторных работ по курсу «Теория механизмов и машин». Т. 2006