

**O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA‘LIM,
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
TERMIZ DAVLAT UNIVERSITETI**

ESHQOBILOVA DILRABO TURAXONOVNA

**IDEMPOTENT EHTIMOLLIK O‘LCHOVLARI
FUNKTORINI TEKIS FAZOLAR KATEGORIYASIGA KO‘TARISH**

01.01.04 – Geometriya va topologiya

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PHD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

TOSHKENT – 2024

**Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi
avtoreferati mundarijasi**

**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по
физико-математическим наукам**

**Content of the abstract of doctor of philosophy (PhD) dissertation on
physical-mathematical sciences**

Eshqobilova Dilrabo Turaxonovna

Idempotent ehtimollik o'lchovlari funktonini tekis fazolar kategoriyasiga
ko'tarish 3

Эшкобилова Дилрабо Турахоновна

Поднятие функтора идемпотентных вероятностных мер на категорию
равномерных пространств. 19

Eshkobilova Dilrabo Turakhanovna

Lifting the functor of idempotent probability measures to the category of uniform
spaces 35

E'lon qilingan ishlar ro'uxati

Список опубликованных работ

List of published works 38

**O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM,
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
TERMIZ DAVLAT UNIVERSITETI**

ESHQOBILOVA DILRABO TURAXONOVNA

**IDEMPOTENT EHTIMOLLIK O‘LCHOVLARI
FUNKTORINI TEKIS FAZOLAR KATEGORIYASIGA KO‘TARISH**

01.01.04 – Geometriya va topologiya

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PHD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

TOSHKENT – 2024

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Jahon miqyosida ilmiy-texnik taraqqiyotning jadal sur'atlar bilan rivojlanishi fundamental tadqiqotlarning, shu jumladan, matematikaning yangi sohalarini rivojlantirish va olingan natijalarni amaliyotga tatbiq qilishni talab etmoqda. Matematikadagi amaliyot talablaridan kelib chiqadigan ko'pgina masalalar umumiy topologiya, algebra, matematik analiz, matematik modellashtirish, optimallashtirish va optimal boshqarish masalalariga keltiriladi. Keyingi paytlarda dunyoda olib borilayotgan aksariyat ilmiy loyihalarda matematika, mexanika, matematik modellashtirish, ekonometrika va iqtisodiyotning turli sohalarida idempotent o'lchovi (Maslov o'lchovi) tushunchasining ko'plab tatbiqlari amalda qo'llanilmoqda. Idempotent ehtimollik o'lchovlari fazolarining geometrik va topologik xossalariga oid erishilgan natijalar ham nazariy, ham tatbiqiy jihatdan ahamiyatli va bu nazariya zamonaviy matematikaning dolzarb masalalarini hal qilishda muhim ahamiyatga ega hisoblanadi.

Jahonda dastlabki fazo va funktor ta'sirida olingan fazo, jumladan, idempotent ehtimollik o'lchovlarining funktori ta'sirida olingan hosilaviy fazo orasidagi bog'liqlikni aniqlash borasida ilmiy izlanishlar olib borilmoqda. Undan tashqari, dastlabki fazolar sinfini kengaytirganda mazkur funkturni ham davom ettirish – “kengroq sinfga ko'tarish” masalasi ham o'lchovlilik funktoirlari nazariyasida dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Tekis fazolar umumiy topologiyaning kichik ob'ekti bo'lishiga qaramasdan, keyingi paytlarda funktoirlarni shu fazolar sinfiga ko'tarish masalasi ko'plab olimlar tomonidan o'rganilmoqda. Idempotent o'lchovlarning tabiati boshqa o'lchovlarning tabiatidan farq qilganligi uchun ham idempotent ehtimollik o'lchovlarni tekis fazolar sinfiga o'rganishga alohida e'tibor qaratilmoqda.

Mamlakatimizda, ayniqsa, oxirgi yillarda fundamental fanlar, xususan, tabiiy va aniq fanlar sohasidagi zamonaviy tendentsiyalarga alohida e'tibor matematika fanlarlarining, xususan, funksional analiz, geometriya, topologiya, optimallashtirish va optimal boshqarish masalalari, usullari va natijalarini tatbiq qilish sur'ati oshishiga ijobiy ta'sir ko'rsatmoqda. Ushbu sohada maqsadli ilmiy izlanishlarni, xususan, topologik fazolarning kengroq sinflaridagi idempotent ehtimollik o'lchovlarini o'rganish va xossalarini amaliyotga qo'llash muhim vazifalardan biri bo'lib kelmoqda. Bugungi kunda mamlakatimizda matematika sohasida “Funksional analiz, geometriya va topologiya¹” fanlarining ustuvor yo'nalishlari bo'yicha xalqaro standartlar darajasida ilmiy tadqiqotlar olib borish asosiy vazifalar va faoliyat yo'nalishlari sifatida qaraladi. Idempotent ehtimollik o'lchovlari nazariyasi bo'yicha Ilmiy tadqiqotlar olib borish mazkur qaror ijrosini ta'minlashda topologik fazolarning kengroq sinflaridagi idempotent ehtimollik o'lchovlari nazariyasini rivojlantirish muhim ahamiyatga ega hisoblanadi.

¹ O'zbekiston Respublikasi Vazirlar mahkamasi 2017 yil 18 maydagi “O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining yangidan tashkil etilgan ilmiy tadqiqot muassasalari faoliyatini tashkil etish to'g'risida”gi 292-sonli qarori.

Ushbu dissertatsiya ishida olib borilgan tadqiqotlar O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 7-fevraldagi “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi PF-4947-sonli Farmoni, 2017-yil 17-fevraldagi “Fanlar akademiyasi faoliyati, ilmiy tadqiqot ishlarini tashkil etish, boshqarish va moliyalashtirishni yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-2789-sonli va 2020-yil 7-maydagi “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4708-sonli Qarorlarida, shuningdek, mazkur faoliyatga tegishli boshqa normativ-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni hal etishga muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga bog‘liqligi. Mazkur tadqiqot respublika fan va texnologiyalar rivojlanishining IV “Matematika, mexanika va informatika” ustuvor yo‘nalishi doirasida bajarilgan.

Muammoning o‘rganilganlik darajasi. Idempotent va tropik matematika rivojlanishining muhim bosqichi G. L. Litvinov va V. P. Maslov tomonidan tahrirlangan “Idempotent matematika va matematik fizika” kitobida keltirilgan. Idempotent matematika oddiy arifmetik amallarni yangi amallar bilan almashtirishga, ya’ni sonli maydonlarni idempotent yarim halqalar va yarim maydonlar bilan almashtirishga asoslangan.

S. K. Klinining tadqiqotlaridan so‘ng ko‘plab mualliflar (S. K. Klin, S. N. N. Pandit, N. N. Vorobev, B. A. Karri, R. A. Kuningxem-Grin, K. Simmermann, U. Simmermann, M. Gondran, F. L. Bachchelli, G. Koen, S. Gober, G. Dj. Olsder, J. P. Kvadrat, V. N. Kolokolsov va boshq.) diskret matematika va hisoblash texnologiyalari fanlarining yarim halqa ustida amaliy masalalarni hal qilish uchun idempotent yarim halqa va matritsalaridan foydalanishgan. Idempotent ehtimollik (Maslov) o‘lchovi tushunchasi matematikaning turli sohalari, jumladan, matematik fizika va iqtisodiyotda turli tatbiqlarga ega. Idempotent ehtimollik o‘lchovlari funktoirining topologik va kategorial xossalari A. A. Zaitov va M. M. Zarichniylar tomonidan o‘rganilgan. Ta’kidlash kerakki, idempotent o‘lchovlar additiv emas va unga mos funktsionallar chiziqli emas. Keyinchalik, A. A. Zaitov, A. Ya. Ishmetov va X. F. Xolturaevlar tomonidan ehtimollik o‘lchovlari fazosi va idempotent o‘lchovlar fazosi topologik xossalari o‘rtasida o‘zaro bog‘liqlik mavjudligi isbotlab berildi.

Topologik fazolar nazariyasida parakompaktlikning tekis analogini izlash masalasini hal etishda Amerikalik matematik M. D. Rays birinchi bo‘lib tekis parakompakt fazolarni aniqladi. Ammo, afsuski, bu sinf hatto metrik fazolar sinfini ham o‘z ichiga olmaydi. Keyinchalik, A. A. Borubaev tomonidan ba’zi umumlashgan metrik, normal va unitar fazolar muhokama qilingan.

Bugungi kunda tekis fazolar nazariyasi mantiqan asoslangan va keng rivojlanayotgan sohaga aylanishiga sabab A. Veyl, N. Burbaki, Yu. M. Smirnov, X. Inasaridze, V. A. Yefremovich, A. A. Borubaev, D. K. Musaeva, A. A. Zaitov, R. B. Beshimov T. F. Juraev, A. Chekeev, B. E. Kanetov kabi olimlarning fundamental tadqiqotlaridir. Tekis o‘lchovli fazolar o‘zgacha tabiatga ega bo‘lishiga qaramasdan, u topologik fazolar nazariyasi bilan chambarchas bog‘liq

va ular o'rtasida chuqur o'xshashlik mavjud. Shunday qilib, topologik fazolar va uzluksiz akslantirishlarning eng muhim sinflarining tekis o'xshashliklarini aniqlash va tekshirish muammosi nafaqat dolzarb bo'lib qoldi, balki topologik fazolarning o'zlarini o'rganish uchun samarali vosita hisoblanadi.

Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya bajarilgan oliy ta'lim muassasasining ilmiy tadqiqot ishlari rejaları bilan bog'liqligi.

Dissertatsiya tadqiqoti Termiz davlat universiteti Algebra va geometriya kafedrasining bosh ilmiy yo'nalishi "Algebra va sonlar nazariyasi, geometriya va topologiyaning zamonaviy muammolari" mavzusidagi, Toshkent davlat pedagogika universitetining F4-27 "Topologik fazolarda harakatlanuvchi ayrim kovariant funktoirlarning topologik va kardinal xossalari" mavzusidagi va O'zbekiston milliy universitetining OT-F4-42 "Yarim additiv τ -silliq va Radon funksionallar fazolarining kardinal va topologik xossalari" mavzusidagi ilmiy tadqiqotlar loyihasi doirasida bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi kompakt Xausdorf fazolari va tekis fazolarda idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosining geometrik va topologik xossalarini tadqiq qilishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

idempotent ehtimollik o'lchovlari funktoirini *Comp* kompakt fazolar va ularning uzluksiz akslantirishlari kategoriyasidan *Unif* tekis fazolar va tekis uzluksiz akslantirish kategoriyasiga ko'tarish;

kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lchovlari funktoirining mukammal akslantirishlarga, tekis fazolarning salmog'iga va to'lalilik indeksiga ta'sirini o'rganish;

kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lchovlari funktoirining tekis fazolarda akslantirishlarning tekis ochiq bo'lishiga, qaralayotgan fazoning lokal kompaktililigiga ta'sirini aniqlash;

idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosida dastlabki fazoning moslashgan topologik almashtirishlar gruppasi indutsirlyadigan topologik almashtirishlar gruppasini qurish va uni o'rganish.

Tadqiqotning ob'ekti idempotent ehtimollik o'lchovlari funktoiri, tekis fazolar va tekis uzluksiz akslantirishlar, topologik almashtirishlar gruppasi.

Tadqiqotning predmeti funktoirlar nazariyasi, idempotent matematika, tekis fazolar nazariyasi.

Tadqiqotning usullari: Tadqiqot ishida umumiy topologiya, funktoirlar nazariyasi, idempotent analiz, tekis fazolar nazariyasi va gruppalar nazariyasi usullaridan foydalanilgan.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

idempotent ehtimollik o'lchovlari funktoiri *Comp* kompakt fazolar va ularning uzluksiz akslantirishlari kategoriyasidan *Unif* tekis fazolar va tekis uzluksiz akslantirish kategoriyasiga ko'tarilishi yordamchi tasdiqlar va teorema yordamida ko'rsatilgan;

kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lovlar funktori mukammal akslantirishlarni mukammal akslantirishlarga o'tkazib, tekis fazolarning salmog'i va to'lalilik indeksini saqlashi o'rnatilgan;

kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lovlar funktori tekis fazolarda akslantirishlarning tekis ochiqligini, qaralayotgan fazoning esa lokal kompaktligini saqlashi o'rnatilgan;

idempotent ehtimollik o'lovlar fazosida dastlabki fazoning moslashgan topologik almashtirishlar gruppasi indutsiraydigan moslashgan topologik almashtirishlar gruppasi qurilgan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

idempotent ehtimollik o'lovlar funktori tekis fazolarning to'lalilik indeksini saqlashi o'rnatilgan;

idempotent ehtimollik o'lovlar funktori tekis fazolarning oldkompaktligini saqlashi ko'rsatilgan;

idempotent ehtimollik o'lovlar fazosida moslashgan topologik almashtirishlar gruppasi qurilgan bo'lib, u dastlabki fazoning moslashgan topologik almashtirishlar gruppasi yordamida hosil qilingan.

idempotent ehtimollik o'lovlar fazosining Dugundji kompakti bo'lishi sharti ko'rsatilgan.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi natijalarni aniqlashda umumiy topologiya, funktoir nazariya, idempotent matematika, tekis fazolar nazariyasi va gruppalar nazariyasi usullari qat'iy matematik mulohazalar asosida qo'llanilgani bilan asoslanadi.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati olingan natijalarning tekis fazolar xossalarini idempotent o'lov apparatlari yordamida tekshirish masalalarida, idempotent matematika, gruppalar nazariyasi va kovariant funktoirlarda qo'llanilishi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati moliya va bank ishida xarajatlarni qisqartirish, optimallashtirish masalalarini hamda aktuar matematika masalalarini yechishda tadbiq qilishda asos bo'lib xizmat qiladi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Idempotent ehtimollik o'lovlar funktoirini tekis fazolar kategoriyasiga ko'tarilishidan olingan natijalar asosida:

Kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lovlar funktori mukammal akslantirishlarni mukammal akslantirishlarga o'tkazib, tekis fazolarning salmog'i va to'lalilik indeksini saqlashidan OT-F4-42 "Yarim additiv τ -silliq va Radon funksionallar fazolarining kardinal va topologik xossalari" nomli davlat loyihasida yarim additiv τ -silliq fazolarining geometrik va topologik xossalariga oid kategoriyaviy, funktoiral hamda kardinal invariantlarni saqlash masalalarini yechishda foydalanilgan (Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston milliy universiteti tomonidan 2023-yil 23-iyunda berilgan 04-11-3929-raqamli ma'lumotnoma). Dissertatsiya natijalari yarim additiv τ -silliq funksionallar funktoirining topologik, kategorik, geometrik va kardinal xossalari bo'yicha izlanish olib borish imkonini bergan;

J.Balasagin nomidagi Qirg'iziston milliy universitetining "Algebra, geometriya, topologiya va oliy matematika o'qitish" kafedrasining "Tekislilik

topologiyasi va uning funksional tahlil hamda topologik algebrada qo‘llanilishi” mavzusidagi ilmiy tadqiqot doirasidagi loyiha uchun nazariy asos sifatida foydalanilgan (J.Balasagin nomidagi Qirg‘iziston Milliy universiteti ilmiy ishlar bo‘yicha prorektori N. Ishekeev tomonidan 2023-yil 17-oktabrda imzolangan 01/1863-sonli ma’lumotnoma). Dissertatsiya natijalaridan grant mualliflari tomonidan umumiy topologiya muammolarini va tekis fazolar va ularning uzluksiz akslantirishlarida harakat qiluvchi kovariant funktoirlarning kardinal invariantlarini o‘rganishda foydalanilgan.

Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi. Mazkur tadqiqot natijalari O‘zbekiston milliy universiteti Geometriya va topologiya kafedrasining “Geometriya va topologiyaning zamonaviy muammolari” ilmiy seminarida, Algebra va funksional analiz kafedrasining “Zamonaviy algebra va uning tatbiqlari” ilmiy seminarida, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi V. I. Romanovskiy nomidagi Matematika institutining “Operatorlar algebralari va ularning tatbiqlari” ilmiy seminarida, Toshkent arxitektura-qurilish universiteti Matematika va tabiiy fanlar kafedrasida ilmiy seminarida, Termiz davlat universitetining Algebra va geometriya hamda Matematik tahlil kafedralari qo‘shma ilmiy seminarida, 5 ta xalqaro va 3 ta respublika ilmiy-amaliy anjumanlarida muhokama qilingan.

Tadqiqot natijalarining e‘lon qilinganligi. Tadqiqot mavzusi bo‘yicha jami 13 ta ilmiy ish chop etilgan, shulardan, O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta‘lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy Attestatsiya komissiyasining falsafa doktori dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 4 ta maqola, jumladan, 2 tasi xorijiy va 2 tasi respublika jurnallarida chop qilingan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya kirish, uch bobga bo‘lingan asosiy qismlarga ega. Shuningdek, dissertatsiya xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati bilan ta‘minlangan. Dissertatsiyaning to‘la hajmi 86 bet.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati Respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mos holda asoslangan, mavzu bo‘yicha xorijiy ilmiy tadqiqotlar sharhi, muammoning o‘rganilganlik darajasi keltirilgan, tadqiqot maqsadi, vazifalari, ob‘ekti va predmeti tavsiflangan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning nazariy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarining joriy qilinishi, nashr etilgan ishlar soni va dissertatsiya tuzilishi bo‘yicha ma’lumotlar keltirilgan.

“Idempotent ehtimollik o‘lchovlari fazosi va fazolarning submetrikalashishi” deb nomlangan birinchi bob ikki paragrafdan iborat.

Bu paragraflarda umumiy topologiya, kovariant funktoirlar nazariyasi, idempotent matematika va gruppalar nazariyasidan ma’lum faktlar va tushunchalar keltirilgan.

Birinchi bob yordamchi bo'lishga qaramasdan, ikkinchi paragrafda idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosining submetrikalanishi haqida natija olingan.

Aytaylik, X Tixonov fazosi, βX esa uning Stoun-Chex kompaktili kengaytmasi bo'lsin. Quyidagi qism to'plamni aniqlaylik

$$I_{\beta}(X) = \{\mu \in I(\beta X) : \text{supp} \mu \subset X\}.$$

Bu to'plamning elementlariga kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lchovlari deyiladi. $I_{\beta}(X)$ to'plam $I(\beta X)$ dan indutsirlangan topologiya bilan ta'minlanadi.

X , Y Tixonov fazolari va $f : X \rightarrow Y$ uzluksiz akslantirish uchun $I_{\beta}(f) : I_{\beta}(X) \rightarrow I_{\beta}(Y)$ akslantirish $I_{\beta}(f) = I(\beta f)|_{I_{\beta}(X)}$ cheklanish kabi aniqlanadi. Bu erda $\beta f : \beta X \rightarrow \beta Y$ orqali f akslantirishning maksimal kengaytmasi belgilangan. f dan singdirilgan bu $I_{\beta}(f)$ akslantirish uzluksiz bo'ladi.

Ma'lumki, $I_{\beta}(f)(I_{\omega}(X)) \subset I_{\omega}(Y)$. Shuning uchun, quyidagi

$$I_{\omega}(f) = I_{\beta}(f)|_{I_{\omega}(X)} : I_{\omega}(X) \rightarrow I_{\omega}(Y)$$

akslantirish ham o'rinli

Aytaylik, (X, τ_1) , (Y, τ_2) topologik fazolar va X ni Y ga o'tkazuvchi f akslantirish berilgan bo'lsin.

1.2.2-ta'rif. Agar

1. $f : X \rightarrow Y$ uzluksiz;
2. $f : X \rightarrow f(X)$ o'zaro bir qiymatli, ya'ni in'ektiv;
3. $f(X) = Y$, ya'ni sur'yektiv

bo'lsa, f akslantirish X ni Y ga zichlaydi deyiladi.

1.2.3-ta'rif. Biror metrik fazoga zichlash mumkin bo'lgan X fazo submetrikalashadigan fazo deyiladi.

Dissertatsiya ishida metrikalashmaydigan submetrikalashadigan fazolar mavjudligini ko'rsatuvchi 1.6.1-misol qurilgan.

1.2.2-teorema. X va Y Tixonov fazolari bo'lsin. $f : X \rightarrow Y$ akslantirish zichlovchi bo'lishi uchun $I_{\omega}(f) : I_{\omega}(X) \rightarrow I_{\omega}(Y)$ akslantirishning zichlovchi bo'lishi zarur va etarli.

1.2.2-teoremadan quyidagi muhim natija kelib chiqadi.

1.2.1-natija. $I_{\omega}(X)$ fazo faqat va faqat X Tixonov fazosi submetrikalashadigan bo'lgandagina submetrikalashadi.

Mazkur natijadan ikkinchi bobda foydalaniladi. Undan tashqari bu natija mustaqil xarakterga ega.

Dissertatsiyaning "Idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosi va Dugundji kompaktilari" deb nomlangan ikkinchi bobi uchta paragrafdan iborat. Birinchi paragrafda har bir (G, X, α) topologik almashtirishlar gruppasi $I(X)$ idempotent

ehtimollik o'lovchilari fazosida $(I(G, X), I(X), I(\alpha))$ topologik almashtirishlar gruppasini hosil qilishi ko'rsatilgan. Bunda $I(G, X)$ gruppaga shunday topologiya kiritilganki, undan G gruppaga indutsirlangan topologiya G topologik gruppadagi dastlabki topologiya bilan ustma-ust tushadi. Undan tashqari, $I(X)$ va $I(Y)$ $I(G, \cdot)$ -fazolar X va Y G -fazolar ekvivalent bo'lgandagina ekvivalent bo'lishi o'rnatilgan.

X kompakt (kompaktli Xausdorf fazo) uchun ushbu to'plamni aniqlaymiz

$$I(\text{Homeo}(X)) = \{I(g) : g \in \text{Homeo}(X)\}.$$

X kompakt va (G, X, α) topologik almashtirishlar gruppasi bo'lsin. X va G uchun $I(G, X)$ to'plamni quyidagicha aniqlaymiz

$$I(G, X) = \{\Phi \in \text{Homeo}(I(X)) : \text{shunday } g \in G \text{ mavjudki, } \Phi|_X = g \text{ bo'ladi}\}.$$

Ravshanki, X fazo va G gruppaga uchun $I(G, X)$ to'plam gomeomorfizmlar kompozitsiyasiga nisbatan gruppaga hosil qiladi va $I(\alpha_e) = I(\text{id}_X) \equiv \text{id}_{I(X)} = e_{I(G, X)}$ element $I(G, X)$ gruppaning neytral elementi bo'ladi. Ravshanki, har bir $g \in G$ uchun $I(g) \in I(G, X)$ bo'ladi.

Aytaylik, $\mu \in I(X)$ bo'lib, $\langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle$ uning atrofi bo'lsin, bu erda $\varphi_1, \dots, \varphi_n \in C(X)$, $\varepsilon > 0$. \mathfrak{B} orqali $I(X)$ dagi nuqtali yaqinlashish topologiyasining bazasi belgilangan bo'lsin. $\langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle$ uchun quyidagi to'plamni quraylik

$$O_{\langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle} = \{\Phi \in I(G, X) : \Phi(\mu) \in \langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle\}.$$

Ushbu

$$\mathcal{N}_{I(G, X)}(\text{id}_{I(X)}) = \left\{ \bigcap_{l=1}^m O_{\langle \mu_l; \varphi_{l1}, \dots, \varphi_{ln_l}; \varepsilon_l \rangle} : \left\{ \langle \mu_l; \varphi_{l1}, \dots, \varphi_{ln_l}; \varepsilon_l \rangle \right\} \subset \mathfrak{B}, m \in \mathbb{N} \right\}$$

oilani qaraylik.

$$O_{\langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle} \Phi = \{\Phi \circ \Psi : \Psi \in O\} \equiv \{\Upsilon \in I(G, X) : \Upsilon(\mu) \in \langle \Phi(\mu); \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle\}.$$

deb, har bir $\Phi \in I(G, X)$ uchun

$$\mathcal{N}_{I(G, X)}(\Phi) = \left\{ O\Phi : O \in \mathcal{N}_{I(G, X)}(\text{id}_{I(X)}) \right\},$$

oilani tuzaylik.

Natijada $I(G, X)$ to'plamning qism to'plamlaridan tashkil topgan $\{\mathcal{N}_{I(G, X)}(\Phi)\}_{\Phi \in I(G, X)}$ oilalar jamlanmasini hosil qilindi.

Quyidagi tasdiq muhim bo'lib, mustaqil xarakterga ham ega.

2.1.1-lemma. $I(G, X)$ to'plamning qism to'plamlaridan tashkil topgan $\{\mathcal{N}_{I(G, X)}(\Phi)\}_{\Phi \in I(G, X)}$ oilalar jamlanmasi $I(G, X)$ da atroflar sistemasini hosil qiladi.

Endi $\alpha : (G, X) \times X \rightarrow X$ harakatga mos $I(\alpha) : I(G, X) \times I(X) \rightarrow I(X)$ harakatni ushbu

$$I(\alpha)(\Phi, \mu) = \Phi(\mu), \quad (2.1.2)$$

qoidaga binoan aniqlaymiz, bu erda $(\Phi, \mu) \in I(G, X) \times I(X)$.

Ushbu

$$G_I(X) = \{I(g) : g \in G\} \subset I(G, X)$$

qism to'plamni $I(G, X)$ ning qism fazosi deb hisoblaymiz.

Gruppalarga nisbatan to'plamlarning invariantligi to'plamning muhim xarakteristikalaridan biri hisoblanadi.

2.1.2-teorema. Agar $A \subset X$ to'plam G -invariant bo'lsa, u holda $I(A)$ to'plam $I(G, X)$ -invariant bo'ladi.

Quyidagi lemma havzaning grupp elementlariga nisbatan «siljishi» haqida ma'lumot beradi.

2.1.2-lemma. Har bir $\mu \in I(X)$ va $\Phi \in I(G, X)$ uchun

$$\text{supp}\Phi(\mu) = \{g(x) : x \in \text{supp}\mu\},$$

tenglik o'rinli, bu erda $g \in G$ shunday elementki, $\Phi|_x = g$ bo'ladi.

Quyidagi muhim tasdiqlar 2.1.2-lemmadan osongina kelib chiqadi.

2.1.2-natija. $\Phi \in I(G, X)$ bo'lsin. U holda $\mu = \bigoplus \lambda(x) \odot \delta_x$ ko'rinishdagi har bir $\mu \in I(X)$ o'lchov uchun $\Phi(\mu)$ o'lchov

$$\Phi(\mu) = \bigoplus_{x \in \text{supp}\mu} \gamma(\lambda(x)) \odot \delta_{g(x)},$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Bu erda $g \in G$ shunday elementki, $\Phi|_x = g$ bo'ladi va $\gamma : [-\infty, 0] \rightarrow [-\infty, 0]$ biror yuqoridan yarimuzluksiz funksiya.

2.1.3-natija. Har bir $\mu \in I(X)$ va $g \in G$ uchun

$$\text{supp}I(g)(\mu) = \{g(x) : x \in \text{supp}\mu\}.$$

tenglik o'rinli.

Ekvivariant akslantirish tushunchasi gruppalar nazariyasining muhim tushunchalardan biridir. Quyidagi natija idempotent ehtimollik o'lchovlari funktori akslantirishlarning ekvivariantligini saqlashini ko'rsatadi.

2.1.3-teorema. Agar X va Y G -fazolar uchun $h : X \rightarrow Y$ ekvivariant akslantirish bo'lsa, u holda $I(h) : I(X) \rightarrow I(Y)$ akslantirish $I(X)$ va $I(Y)$ $I(G, \cdot)$ -fazolar uchun ekvivariant akslantirish bo'ladi.

I funktoning normalligi va 2.1.3 teoremdan paragrafning ushbu asosiy natijasi kelib chiqadi.

2.1.4-natija. Agar X va Y G -fazolar orasidagi $h: X \rightarrow Y$ akslantirish ekvivalentlik bo'lsa, u holda $I(h): I(X) \rightarrow I(Y)$ akslantirish $I(X)$ va $I(Y)$ $I(G, \cdot)$ - fazolar orasidagi ekvivalentlik bo'ladi.

“Ochiq (d -ochiq) harakatlar va I funktori” deb nomlangan ikkinchi paragrafda uchinchi paragrafda ishlatiladigan yordamchi natijalar o'rnatilgan.

$\mathcal{N}_G(e)$ orqali G gruppaning e neytral elementining G topologik fazodagi ochiq atroflar sistemasi belgilangan bo'lsa, u holda $O \in \mathcal{N}_G(e)$ to'plam uchun $Ox = \{g(x) : g \in O\}$ orqali x elementning O atrofga nisbatan orbitasi belgilanadi.

2.2.1-ta'rif. $\alpha: G \times X \rightarrow X$ harakatni qaraylik. Ixtiyoriy $x \in X$ nuqta va $O \in \mathcal{N}_G(e)$ atrof uchun:

- $x \in \text{int}(Ox)$ bo'lsa, α harakat ochiq;
- $x \in \text{int}(\text{cl}(Ox))$ bo'lsa, α harakat d -ochiq;
- shunday $y \in X$ topilib, $x \in \text{int}(\text{cl}(Oy))$ bo'lsa, α kuchsiz d -ochiq

deyiladi.

Agar X fazoning ixtiyoriy ochiq O to'plami uchun $f(O) \subset \text{int}(f(O))$ (mos ravishda, $f(O) \subset \text{int}(\text{cl}(f(O)))$) munosabat o'rinli bo'lsa, $f: X \rightarrow Y$ uzluksiz akslantirish ochiq (d -ochiq) akslantirish deyiladi.

Agarda X fazo uchun qisman tartiblangan \mathcal{A} to'plam, har bir $\alpha \in \mathcal{A}$ uchun $f_\alpha: X \rightarrow f_\alpha(X)$ uzluksiz syur'ektiv akslantirishlar, $\alpha < \beta$ bo'ladigan har qanday $\alpha, \beta \in \mathcal{A}$ juftliklar uchun $f_{\beta\alpha}: f_\beta(X) \rightarrow f_\alpha(X)$ akslantirishlardan tashkil topgan $L = \{f_\alpha, f_{\beta\alpha}; \mathcal{A}\}$ sistema

(i) $\Delta_{\alpha \in \mathcal{A}} f_\alpha: X \rightarrow \prod_{\alpha \in \mathcal{A}} f_\alpha(X)$ diagonal ko'paytma joylashtirish bo'ladi;

(ii) $\alpha < \beta$ bo'ladigan har qanday $\alpha, \beta \in \mathcal{A}$ lar uchun $f_\alpha = f_{\beta\alpha} \circ f_\beta$ bo'ladi shartlarni bajarsa, X da moslashgan uzluksiz akslantirishlar sistemasi deyiladi.

Agar:

- barcha $\alpha \in \mathcal{A}$ indekslarda f_α akslantirishlar ochiq (d -ochiq) bo'lsa, u holda L sistema akslantirishlarning ochiq (d -ochiq) moslashgan sistemasi deyiladi;

- X fazo G -fazo bo'lib, har bir $\alpha \in \mathcal{A}$ uchun f_α ekvivariant akslantirish bo'lsa, u holda L sistema akslantirishlarning moslashgan ekvivariant sistemasi deyiladi;

- har bir $B \subset \mathcal{A}$ uchun \mathcal{A} da shunday $\beta = \sup B$ element topilib, $\Delta\{f_{\beta\alpha} : \alpha \in B\}$ diagonal ko'paytma in'ektiv bo'lsa, u holda L sistema akslantirishlarning moslashgan kuchsiz multiplikativ sistemasi deyiladi;

- $\Delta\{f_\alpha \in L : f_\alpha(X) - \text{submetrikalashadigan fazo}\}$ diagonal ko'paytma joylashtirish bo'lsa u holda L sistema akslantirishlarning moslashgan kuchsiz multiplikativ μ -cistemasi deyiladi.

2.2.2-ta'rif. Agar X fazoda uzluksiz akslantirishlarning moslashgan ochiq (mos ravishda, d -ochiq), kuchsiz multiplikativ, μ -sistemi mavjud bo'lsa, u holda X topologik fazo od -fazo (d -fazo) deyiladi.

n natural son va X Tixonov fazosi uchun quyidagi to'plamni tuzaylik

$$I_m(X) = I_n(X) \setminus I_{n-1}(X)$$

2.2.1-tasdiq. Agar $\alpha: G \times X \rightarrow X$ harakat ochiq bo'lsa, u holda ixtiyoriy n natural son uchun $I(\alpha): I_m(G, X) \times I_m(X) \rightarrow I_m(X)$ harakat ham ochiq bo'ladi.

Dissertatsiyada 2.2.1 tasdiqdagi $\alpha: G \times X \rightarrow X$ harakatning ochiq bo'lishi muhim ekanligini ko'rsatuvchi (2.2.1-) misol keltirilgan.

$I(\alpha): I_m(G, X) \times I_m(X) \rightarrow I_m(X)$ harakat va $\mu \in I_m(X)$ idempotent ehtimollik o'lchovi uchun $I(\alpha)_\mu: I_m(G, X) \rightarrow I_m(X)$, $\mu \in I_m(X)$ akslantirishni

$$I(\alpha)_\mu(\Phi) = \Phi(\mu), \quad \Phi \in I(G, X)$$

tenglik bilan standart tarzda aniqlaymiz.

2.2.4-tasdiq. $I(\alpha): I_m(G, X) \times I_m(X) \rightarrow I_m(X)$ uzluksiz harakatning ochiqligi (d -ochiqligi) har bir $\mu \in I(X)$ uchun $I(\alpha)_\mu: I_m(G, X) \rightarrow I_m(X)$ akslantirishning ochiqligiga (d -ochiqligiga) ekvivalent.

2.2.5-tasdiq. $I(X)$ fazodagi $I(\alpha)$ harakat d -ochiq bo'lishi uchun har bir $O \in \mathcal{N}_{I(G, X)}(\text{id}_{I(X)})$ va $\mu \in I(X)$ juftlikni olganda ham μ o'lchovning shunday U atrofi topilib, uning ixtiyoriy bo'sh bo'lmagan $W \subset U$ ochiq qismi uchun $U \subset \{\Phi W : \Phi \in O\}$ bo'lishi zarur va etarli.

2.2.6-tasdiq. Ochik (mos ravishda, d -ochiq) $f: X \rightarrow Y$ akslantirish uchun $I(f): I(X) \rightarrow I(Y)$ akslantirish ham ochiq (mos ravishda, d -ochiq) bo'ladi.

Uchinchi paragrafda quyidagi natijalar olingan.

2.3.1-teorema. Agar $L = \{f_\alpha, f_{\beta\alpha}; \mathcal{A}\}$ oila X fazoda uzluksiz akslantirishlarning moslashgan sistemasi bo'lsa, u holda har bir n natural son uchun $I_n(L) = \{I_n(f_\alpha), I_n(f_{\beta\alpha}); \mathcal{A}\}$ oila ham $I_n(X)$ fazoda moslashgan sistemasi bo'ladi.

2.3.2-teorema. Agar X fazo od -fazo (d -fazo) bo'lsa, u holda har bir n natural son uchun $I_n(X)$ idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosi ham od -fazo (d -fazo) bo'ladi.

Agar X dagi harakat kuchsiz d -ochiq bo'lib, $\mathcal{O} \subset \mathcal{N}_G(e)$ oila ixtiyoriy:

(i) $O, U \in \mathcal{O}$ uchun $V \in \mathcal{O}$ topilib, $V \subset O \cap U$ bo'ladi;

(ii) $O \in \mathcal{O}$ uchun $U \in \mathcal{O}$ topilib, $U^2 \subset O$ va $U^{-1} \subset O$ bo'ladi;

(iii) $O \in \mathcal{O}$ va $g \in G$ uchun shunday $V \in \mathcal{O}$ topilib, $gVg^{-1} \subset O$ bo'ladi

shartlarni qanoatlantirsa, u holda X to'plam $\tau_{\mathcal{O}}$ topologiyada (Tixonov fazosi bo'lishi shart bo'lmagan) G -fazo bo'ladi.

Ma'lum faktlardan yana bittasini qaraylik: agar X kuchsiz d -ochiq harakat aniqlangan G -fazo bo'lib, ushbu

(s) ixtiyoriy x nuqta va uning W atrofi uchun (i) – (iii) shartlarini qanoatlantiruvchi shunday (sanoqli) $\mathcal{O}_{xW} \subset N_G(e)$ oila topilib, unda

$\text{St}(x, \gamma_O) \cap (X \setminus W) = \emptyset$ bo'ladigan $O \in \mathcal{O}_{xW}$ mavjud bo'ladi.

xossaga ega bo'lsa, u holda X dagi ekvivariant akslantirishlarning \mathcal{F} oilasi uchun $L = \{f \in \mathcal{F}; p_{fh}, f, h \in \mathcal{F}, f \geq h; \mathcal{F}\}$ oila X dagi akslantirishlarning moslashgan, kuchsiz multiplikativ, ekvivariant sistema (mos ravishda μ -sistema) si bo'ladi.

Endi ikkinchi bobning asosiy natijasini bayon qilish mumkin.

2.3.3-teorema. X ochiq harakat aniqlangan, (s) shartni qanoatlantiruvchi G -fazo bo'lsin. U holda har bir n natural son uchun $I_n(X)$ idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosi akslantirishlarning moslashgan, kuchsiz multiplikativ, ekvivariant, ochiq μ -sistemaga ega od -fazo bo'ladi. Agar bunda X kompakt bo'lsa, u holda $I_n(X)$ Dugundji kompakti bo'ladi.

Dissertatsiyaning “Tekis fazolar kategoriyasida idempotent ehtimollik o'lchovlari funktori” deb nomlangan uchinchi bobi uch paragrafdan iborat.

Birinchi paragrafda kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosi uchun nuqtali yaqinlashishlar topologiyasi bazasi qaralayotgan Tixonov fazosi ochiq to'plamlari orqali aniqlangan.

X Tixonov fazosidagi U_1, \dots, U_n ochiq to'plamlar, $\varepsilon > 0$ son va $\mu \in I_\beta(X)$ uchun quyidagi to'plamni aniqlaymiz

$$\begin{aligned} \langle \mu; U_1, \dots, U_n; \varepsilon \rangle = \\ = \left\{ \nu = \bigoplus_{x \in X} \gamma(x) \odot \delta_x \in I_\beta(X) : \forall i = 1, \dots, n \text{ uchun } \text{supp } \nu \cap U_i \neq \emptyset, \text{supp } \nu \subset \bigcup_{i=1}^n U_i \right. \\ \left. \text{bo'lib, } \forall x \in \text{supp } \mu \cap U_i \text{ va } \forall y \in \text{supp } \nu \cap U_i \text{ nuqtalarda} \right. \\ \left. |\lambda(x) - \gamma(y)| < \varepsilon \text{ bo'ladi} \right\}. \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

3.1.1-teorema. (3.1.6) turdagi to'plamlar $I_\beta(X)$ fazoda nuqtali yaqinlashishlar topologiyasining \mathcal{B} bazasini tashkil qiladi.

Uchinchi bobning ikkinchi paragrafi “Tekis fazo tuzilmalari” deb nomlangan bo'lib, unda kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lchovlari funktori *Unif* – tekis fazolar va ularning uzluksiz akslantirishlari kategoriyasiga ko'tarish mumkinligi ko'rsatilgan.

X Tixonov fazosidagi \mathcal{E} tekislilik uchun $I_\beta(X)$ da \mathcal{B}_l baza yordamida hosil qilingan tekislilikni $I_\beta(\mathcal{E})$ kabi belgilaymiz.

3.1.1 teoremadan quyidagi natija kelib chiqadi.

3.2.3-natija. Agar $f:(X, \mathcal{E}) \rightarrow (Y, \mathcal{F})$ akslantirish tekis uzluksiz bo'lsa, u holda $I_\beta(f):(I_\beta(X), I_\beta(\mathcal{E})) \rightarrow (I_\beta(Y), I_\beta(\mathcal{F}))$ akslantirish ham tekis uzluksiz bo'ladi.

Shunday qilib, dissertatsiyaning asosiy yutuqlaridan biri bo'lgan quyidagi natija olindi.

3.2.2-teorema. $I_\beta:Tych \rightarrow Tych$ funktori *Unif* – tekis fazolar va ularning tekis uzluksiz akslantirishlari kategoriyasiga ko'tariladi.

Uchinchi bobning uchinchi paragrafida kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lchovlari funktori mukammal akslantirishlarni mukammal akslantirishlarga, ochiq akslantirishlarni esa ochiq akslantirishlarga o'tkazib, tekis fazolarning oldkompaktligi, salmog'i va to'lalilik indeksini saqlashi ko'rsatilgan. Natijada, kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosi lokal kompakt Xausdorf fazosi bo'lishi uchun qaralayotgan fazoning o'zi shunday fazo bo'lishi zarur va etarli ekanligi keltirib chiqarilgan.

3.3.1-teorema. (X, \mathcal{E}) tekis fazo oldkompakt bo'lishi uchun $(I_\beta(X), I_\beta(\mathcal{E}))$ tekis fazoning oldkompakt bo'lishi zarur va etarli.

3.3.2-tasdiq. Agar $i:(X, \mathcal{E}) \rightarrow (Y, \mathcal{F})$ tekis joylashtirish bo'lsa, u holda $I_\beta(i):(I_\beta(X), I_\beta(\mathcal{E})) \rightarrow (I_\beta(Y), I_\beta(\mathcal{F}))$ ham tekis joylashtirish bo'ladi.

3.3.3-teorema. $f:X \rightarrow Y$ uzluksiz akslantirish bo'lsin. $I_\beta(f):I_\beta(X) \rightarrow I_\beta(Y)$ akslantirish faqat va faqat $f:X \rightarrow Y$ akslantirish mukammal bo'lsagina mukammal bo'ladi

3.3.1-natija. $(I_\beta(X), I_\beta(\mathcal{E}))$ fazo faqat va faqat (X, \mathcal{E}) tekis lokal kompakt Xausdorf fazosi bo'lsagina tekis lokal kompakt Xausdorf fazosi bo'ladi.

Quyidagi natija dissertatsiyaning eng muhim natijalaridan biridir.

3.3.4-teorema. $w(I_\beta(\mathcal{E})) = w(\mathcal{E})$ tenglik o'rinli.

(X, \mathcal{E}) tekis fazo, $\mathcal{H} \subset \mathcal{E}$ esa diagonal o'rovchilarning ixtiyoriy sistemasi bo'lsin. Agar har bir $E \in \mathcal{H}$ o'rovchi uchun shunday $W \in \mathcal{F}$ element topilib, $W \times W \subset E$ bo'lsa, X da aniqlangan \mathcal{F} filtrga (X, \mathcal{E}) dagi \mathcal{H} -Koshi filtri deyiladi.

(X, \mathcal{E}) tekis fazo va $\mathcal{H} \subset \mathcal{E}$ bo'lsin. Agar har bir \mathcal{H} -Koshi filtri hech bo'lmaganda bitta to'la quyuqlanish nuqtasiga ega bo'lsa, ya'ni $\bigcap \{[F]: F \in \mathcal{F}\} \neq \emptyset$ bo'lsa, u holda (X, \mathcal{E}) fazo \mathcal{H} -to'la fazo, \mathcal{H} sistema esa \mathcal{H} -to'la sistema deyiladi. $\mathcal{H} \subset \mathcal{E}$ sistemalar uchun (X, \mathcal{E}) tekis fazo \mathcal{H} -to'la fazo bo'ladigan $\tau = |\mathcal{H}|$ kardinal sonlarning eng kichik qiymatiga (X, \mathcal{E}) tekis fazoning to'lalilik indeksi deyiladi.

(X, \mathcal{E}) tekis fazoning to'lalilik indeksi $ic(\mathcal{E})$ kabi belgilanadi. Dissertatsiyaning yana bir asosiy natijalaridan birini keltiramiz.

3.3.5-teorema. $ic(I_\beta(\mathcal{E})) = ic(\mathcal{E})$ tenglik o'rinli.

Agar $f:(X, \mathcal{U}) \rightarrow (Y, \mathcal{V})$ tekis uzluksiz akslantirish (X, \mathcal{U}) tekis fazodagi har bir $\alpha \in \mathcal{U}$ ochiq tekis qoplamani (Y, \mathcal{V}) tekis fazodagi $f(\alpha) \in \mathcal{V}$ ochiq tekis qoplamaga o'tkazsa, u holda f akslantirish tekis ochiq akslantirish deyiladi.

3.3.6-teorema. $f:(X, \mathcal{U}) \rightarrow (Y, \mathcal{V})$ tekis uzluksiz akslantirish bo'lsin. $I_\beta(f):(I_\beta(X), \mathcal{U}_I) \rightarrow (I_\beta(Y), \mathcal{V}_I)$ akslantirish faqat va faqat f tekis ochiq bo'lsagina tekis ochiq bo'ladi.

XULOSA

Dissertatsiyaning asosiy qismi uchta bobdan iborat. Dissertatsiyaning birinchi bobida dissertatsiyaning asosiy natijalarini taqdim etish uchun foydalaniladigan tushunchalar va faktlar tizimli ravishda keltirilgan. U ikkita paragrafdan iborat. Birinchi paragraflarda umumiy topologiya, kovariant funktorlar nazariyasi, idempotent matematika va gruppalar nazariyasidan ma'lum faktlar va tushunchalar keltirilgan. Birinchi bob yordamchi bo'lishga qaramasdan, ikkinchi paragrafda idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosining submetrikalanishi haqidagi natija olingan. Ushbu natija ikkinchi bobda qo'llaniladi.

Ikkinchi bob uch paragrafdan iborat. Birinchi paragrafda har bir (G, X, α) topologik almashtirishlar gruppasi $I(X)$ idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosida $(I(G, X), I(X), I(\alpha))$ topologik almashtirishlar gruppasini hosil qilishi ko'rsatilgan. Bunda $I(G, X)$ gruppaga shunday topologiya kiritilganki, undan G gruppaga indutsirlangan topologiya G topologik gruppadagi dastlabki topologiya bilan ustma-ust tushadi. Undan tashqari, $I(X)$ va $I(Y)$ $I(G, \cdot)$ -fazolar X va Y G -fazolar ekvivalent bo'lgandagina ekvivalent bo'lishi o'rnatilgan.

Ikkinchi paragraf uchinchi paragrafning yutuqlarini, xususan, uchinchi paragrafning asosiy natijasini – 2.3.3-teoremani o'rnatishda muhim rol o'ynaydigan tasdiqlardan tashkil topgan. Ta'kidlash joizki, 2.2.1-tasdiqda $\alpha: G \times X \rightarrow X$ harakat ochiq bo'lishi sharti muhimligini ko'rsatuvchi 2.2.1-misol qurilgan.

Ikkinchi bobning uchinchi paragrafida, joriy natijalar bilan bir qatorda, yuqorida aytib o'tilganidek, bobning asosiy natijasi (2.3.3-teorema) o'rnatilgan bo'lib, unda idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosining Dugundji kompakt bo'lishi sharti olingan.

Dissertatsiyaning uchinchi bobi uchta paragrafdan iborat bo'lib, unda dissertatsiyaning asosiy erishilgan natijalar bayon etilgan. Birinchi paragrafda kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosidagi nuqtali yaqinlashish topologiyasining bazasi qaralayotgan Tixonov fazosidagi ochiq to'plamlar orqali kiritilgan.

Ikkinchi paragrafda kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lchovlari funktorini *Unif* – tekis fazolar va ularning tekis uzluksiz akslantirishlari kategoriyasiga ko'tarish mumkinligi ko'rsatilgan.

Uchinchi paragrafda kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lchovlari funktori mukammal akslantirishlarni mukammal akslantirishlarga, ochiq akslantirishlarni esa ochiq akslantirishlarga o'tkazib, tekis fazolarning salmog'i va to'lalilik indeksini saqlashi ko'rsatilgan. Shuningdek, idempotent ehtimollik o'lchovlari funktori tekis fazolarning oldkompaktligini saqlashi o'rnatilgan. Natijada, kompakt havzali idempotent ehtimollik o'lchovlari fazosi lokal kompakt Xausdorf fazosi bo'lishi uchun qaralayotgan fazoning o'zi shunday fazo bo'lishi zarur va etarli ekanligi keltirib chiqarilgan.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ
ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА**

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И
ИННОВАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ТЕРМЕЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

ЭШКОБИЛОВА ДИЛРАБО ТУРАХАНОВНА

**ПОДНЯТИЕ ФУНКТОРА ИДЕМПОТЕНТНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ
МЕР НА КАТЕГОРИЮ РАВНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВ**

01.01.04 – Геометрия и топология

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

ТАШКЕНТ – 2024

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В настоящее время в мире, одной из актуальных проблем современной математики является решение задачи о взаимосвязи заданного пространства и возникающего пространства, получаемого различными функторами, в частности, функтором идемпотентных вероятностных мер. Множества задач математики, исходящих из практики, приводятся математическому моделированию, оптимизацию и оптимальному управлению. В последнее время часто применяются идемпотентные меры (Меры Маслова) при решении задач математики, математического моделирования и разных отраслях экономики. Поэтому обнаруженные геометрические и топологические свойства пространства идемпотентных вероятностных мер важны как с точки зрения теории, так и на практике, что указывает на востребованность данной теории.

В нашей стране усиленное внимание уделено актуальным направлениям в области естественных и точных наук, в частности, особое внимание уделяется приложению методов и результатов в задачах функционального анализа, операторной алгебры, общей топологии, оптимизации и оптимального управления. Основными задачами и направлениями деятельности математической науки являются проведение научных исследований на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям «Функциональный анализ, геометрия и топология»¹. Развитие теории идемпотентных вероятностных мер на более широких топологических пространствах играет важную роль в обеспечении реализации данного постановления.

Исследования данной диссертации в определенной степени служат решению задач, обозначенных в Указах Президента Республики Узбекистан УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан» и постановлениями Президента Республики Узбекистан ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», и ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов» и ПП-4358 от 17 июня 2019 года «О мерах по коренному совершенствованию системы подготовки востребованных квалифицированных кадров и развитию научного потенциала в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека в 2019-2023 годах», № УП-5847 от 8 октября 2019 года «Об утверждении концепции развития системы высшего образования Республики

¹ Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан».

Узбекистан до 2030 года», а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области деятельности.

Одним из важнейших современных задач теории функторов является выявление взаимосвязи между исходным и деривационным пространствами, в частности, исходным пространством и пространством идемпотентных вероятностных мер. Кроме того, расширение функтора на более широкий класс пространств – «поднятие функтора» также является одной из актуальных задач. Хотя равномерные пространства давно является классическим объектом общей топологии, поднятие функтора на класс равномерных пространств в последнее время стало наиболее популярным исследованием. Это связано с тем, что равномерные пространства обладают богатой структурой. Идемпотентная математика, т. е. математика над полуполями (и полукольцами) с идемпотентным сложением является «классическим аналогом» традиционной математики. При этом идемпотентной вероятностной мере в традиционной математике соответствует вероятностная мера. Однако, полученные результаты показывают, что для методы доказательств аналогичных свойств «традиционных» вероятностных мер и «новых» – идемпотентных вероятностных мер, различны. Это объясняется различием «природы» этих мер. Поэтому исследование поднятий функтора идемпотентных вероятностных мер на класс равномерных пространств целенаправленным научным исследованием.

Соответствие исследования с приоритетными направлениями развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Важный этап развития идемпотентной и тропической математики был представлен в книге «Идемпотентная математика и математическая физика» под редакцией Г. Л. Литвинова и В. П. Маслова. Идемпотентная математика основана на замене обычных арифметических операций новым набором базовых операций, т. е. на замене числовых полей идемпотентными полукольцами и полуполями.

Многие авторы (С. К. Клинт, С. Н. Н. Пандит, Н. Н. Воробьев, Б. А. Карри, Р. А. Кунингхэм-Грин, К. Циммерманн, У. Циммерманн, М. Гондран, Ф. Л. Баччелли, Г. Коэн, С. Гобер, Г. Дж. Олсдер, Ж. П. Квадрат, В. Н. Колокольцов и др.) использовали идемпотентные полукольца и матрицы над этими полукольцами для решения некоторых прикладных задач информатики и дискретной математики, начиная с классической работы С. К. Клини. Понятие идемпотентной (Масловской) меры находит важные приложения в различных областях математики, математической физики и экономики. Топологические и категориальные свойства функтора идемпотентных мер изучались в работах А. А. Зайтова и М. М. Заричного. Идемпотентные меры не аддитивны, а соответствующие функционалы нелинейны. А также в работах А. А. Зайтова, А. Я. Ишметова и

Х. Ф. Холтураева установлено, что имеются взаимосвязь между топологическими свойствами пространства вероятностных мер и пространства идемпотентных мер.

При поиске равномерного аналога паракомпактности Американский математик М. Д. Райс впервые определил равномерно паракомпактные пространства. Но, к сожалению, в этот класс не входит даже класс метрических пространств. Позднее в работе А. А. Борубаева были рассмотрены некоторые обобщения метрических, нормированных и унитарных пространств.

Теория равномерных пространств в настоящее время стала логически обоснованной, далеко продвинутой отраслью работ А. Вейля, Н. Бурбаки, Ю. М. Смирнова, Х. Инасаридзе, В. А. Ефремовича, А. А. Борубаева, Д. К. Мусаева, А. А. Зайтова, Р. Б. Бешимова, Т. Ф. Жураева, А. Чекеева, Б. Э. Канетов, и др. Несмотря на самостоятельный характер равномерного пространства, оно тесно связано с теорией топологических пространств и между ними существует глубокая аналогия. Таким образом, проблема определения и исследования равномерных аналогий важнейших классов топологических пространств и непрерывных отображений стала не только актуальной, но и является плодотворным инструментом для изучения самих топологических пространств.

Связь диссертационной работы с фундаментальными и прикладными исследованиями, с инновационными проектами, Государственными научно-техническими программами.

Диссертационное исследование проводилось в рамках темы «Современные проблемы алгебры и теории чисел, геометрии и топологии» (2018 – 2022) головного научного направления кафедры Алгебры и геометрии Термезского государственного университета, научно исследовательских грантов Ташкентского государственного педагогического университета Ф4-27 «Исследование топологических и кардинальных свойств некоторых ковариантных функторов, действующих на категориях топологических пространств» (2012 – 2016) и Национального университета Узбекистана ОТ-Ф4-42 «Топологические и кардинальные свойства полуаддитивных τ -гладких и Радоновых пространств» (2017 – 2020).

Целью исследования является поднятие функтора идемпотентных вероятностных мер на категорию равномерных пространств.

Задачи исследования:

построить распространение функтора идемпотентных вероятностных мер с категории *Comp* компактных хаусдорфовых пространств и их непрерывных отображений на категорию *Unif* равномерных пространств и их равномерно непрерывных отображений;

установить воздействие функтора идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем на совершенные отображения, вес и индекс полноты равномерных пространств;

показать влияние функтора идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем на равномерную открытость отображений

равномерных пространств, а также на локальную компактность исходного пространства;

построить и исследовать согласованную группу топологических преобразований на пространстве идемпотентных вероятностных мер, индуцированную заданной группой топологических преобразований на исходном пространстве.

Объектами исследования являются: функтор идемпотентных вероятностных мер, равномерные пространства и равномерно непрерывные отображения, группа топологических преобразований.

Предметами исследования являются: теория функторов, идемпотентная математика, теория равномерных пространств.

Методы исследования: В диссертации применяются методы общей топологии, теории функторов, идемпотентного анализа, теории равномерных пространств, теории групп.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

построено распространение функтора идемпотентных вероятностных мер с категории *Comp* компактных хаусдорфовых пространств и их непрерывных отображений на категорию *Unif* равномерных пространств и их равномерно непрерывных отображений;

установлено, что функтор идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем переводит совершенные отображения в совершенные, сохраняет вес и индекс полноты равномерных пространств;

показано, что функтор идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем сохраняет равномерную открытость отображений равномерных пространств, а также локальную компактность исходного пространства;

построена согласованная группа топологических преобразований на пространстве идемпотентных вероятностных мер, индуцированная заданной группой топологических преобразований на исходном пространстве.

Практические результаты исследования состоят в следующем:

установлено, что функтор идемпотентных вероятностных мер сохраняет индекс полноты равномерных пространств;

показано, что функтор идемпотентных вероятностных мер сохраняет предкомпактность равномерных пространств;

на пространстве идемпотентных вероятностных мер построена согласованная группа топологических преобразований, которая возникает при помощи согласованной группой топологических преобразований на исходном пространстве;

получено условие того, чтобы пространство идемпотентных вероятностных мер было компактом Дугунджи.

Достоверность результатов исследования обосновывается тем, что при установлении результатов применены методы общей топологии, теории функторов, идемпотентной математики, теории равномерных пространств, теории групп строго математическими рассуждениями.

Теоретическая и практическая значимости результатов

исследования. Научное значение результатов работы заключается в возможности использования полученных результатов в дальнейших исследованиях по теории равномерных пространств, идемпотентной математике и теории топологических групп.

Практическое значение результатов диссертационной работы заключается в возможности использования полученных результатов пространства идемпотентных вероятностных мер в задачах актуарной математики.

Внедрение результатов исследования. Результаты, полученные в процессе над работой диссертации, внедрены в следующих направлениях:

-результаты диссертации использовались в качестве теоретического обоснования проекта в рамках научных исследований по Государственному гранту ОТ-Ф4-42 «Топологические и кардинальные свойства пространства полуаддитивных τ -гладких функционалов». (Справка под номером 04-11-3929, выданная Национальным университетом Узбекистана имени Мирзо Улугбека от 23 июня 2023 г., подписанная проректором по научной работе и инновациям Ё. С. Эргашовым). Результаты диссертации применялись при исследовании категорных, топологических, геометрических и кардинальных свойств функтора полуаддитивных τ -гладких функционалов, действующего в категории тихоновских пространств и их непрерывных отображений;

-использовались в качестве теоретического обоснования проекта в рамках научных исследований по теме кафедры «Алгебра, геометрия, топология и преподавание высшей математики» Кыргызского Национального университета имени Ж. Баласагына «Равномерная топология и её приложения в функциональном анализе и топологической алгебре». (Справка под номером 01/1863, выданная Кыргызским Национальным университетом имени Ж. Баласагына от 17 октября 2023 г., подписанная проректором по научной работе Н. Ишекеевым). Результаты диссертации применялись авторами гранта при изучении задач общей топологии и кардинальных инвариантов ковариантных функторов, действующих в категории равномерных пространств и их равномерно непрерывных отображений.

Апробация работы. Результаты диссертации обсуждались на семинаре «Современные проблемы геометрии и топологии» при кафедре «Геометрия и топология» Национального университета Узбекистана, на научном семинаре «Современная алгебра и ее приложения» при кафедре «Алгебра и функциональный анализ» Национального университета Узбекистана, на научном семинаре «Операторные алгебры и их приложения» при Институте математики имени В. И. Романовского АН РУз, на научном семинаре при кафедре «Математика и естественные дисциплины» Ташкентского архитектурно-строительного университета, на объединённом научном семинаре кафедр «Алгебра и геометрия» и «Математический анализ» Термезского государственного университета, а также в 5 международных и 3 республиканских научно-практических конференциях.

Опубликованность результатов исследования. По теме исследования диссертационной работы опубликованы 13 научных работ, из них 4 входят в перечень научных изданий, рекомендуемой Высшей аттестационной

комиссией при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан для защиты докторских диссертаций, в том числе 2 из них опубликованы в зарубежных журналах и 2 в республиканских научных изданиях.

Структура и объем диссертации. В диссертации после введения следует её основная часть, разбитая на три главы. Диссертация обеспечена заключением и списком использованной литературы. Её полный объем составляет 86 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении диссертационной работы обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, в соответствии с исследованиями по приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики Узбекистан, дан обзор международных научных исследований по теме диссертации, раскрыта степень изученности проблемы и связь с научным направлением, формулированы цели и задачи, а также объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, обоснована достоверность полученных результатов, раскрыты ее теоретическая и практическая значимость, приведен количество опубликованных работ, даны сведения об апробации полученных результатов и структуре диссертации.

Первая глава, которая носит название «Пространство идемпотентных вероятностных мер и субметризуемость пространств» состоит из двух параграфов.

В этих параграфах перечислены общеизвестные факты и понятие из общей топологии, теории ковариантных функторов, идемпотентной математике и теории групп.

Хотя первая глава является вспомогательной, во втором параграфе получен результат о субметризуемости пространства идемпотентных вероятностных мер.

Пусть X – Тихоновское пространство, βX – Стоун-Чеховское компактное расширение X . Определим подмножество

$$I_{\beta}(X) = \{ \mu \in I(\beta X) : \text{supp} \mu \subset X \}.$$

Элементы этого множества называются идемпотентными вероятностными мерами с компактным носителем. Обеспечим $I_{\beta}(X)$ индуцированной топологией из $I(\beta X)$.

Для тихоновских пространств X , Y и непрерывного отображения $f : X \rightarrow Y$ определяется отображение $I_{\beta}(f) : I_{\beta}(X) \rightarrow I_{\beta}(Y)$ как сужение $I_{\beta}(f) = I(\beta f)|_{I_{\beta}(X)}$. Здесь $\beta f : \beta X \rightarrow \beta Y$ – максимальное расширение f . Индуцированное из f это отображение $I_{\beta}(f)$ непрерывно.

Ясно, что $I_{\beta}(f)(I_{\omega}(X)) \subset I_{\omega}(Y)$. Поэтому отображение

$$I_\omega(f) = I_\beta(f)|_{I_\omega(X)} : I_\omega(X) \rightarrow I_\omega(Y)$$

также определено корректно.

Пусть даны топологические пространства (X, τ_1) , (Y, τ_2) , и отображение f из X в Y .

Определение 1.2.2. Отображение f называется уплотнением из X в Y , если выполняются следующие условия:

1. $f : X \rightarrow Y$ непрерывно;
2. $f : X \rightarrow f(X)$ взаимно-однозначно, т. е. инъективно;
3. $f(X) = Y$, т. е. сюръективно.

Определение 1.2.3. Пространство X называется субметризуемым, если оно уплотняется на метризуемое пространство.

В диссертации построен пример 1.6.1, показывающий существование не метризуемого, но субметризуемого пространства.

Теорема 1.2.2. Для отображения $f : X \rightarrow Y$ тихоновских пространств X и Y отображение $I_\omega(f) : I_\omega(X) \rightarrow I_\omega(Y)$ – уплотнение тогда и только тогда, когда $f : X \rightarrow Y$ – уплотнение.

Из теоремы 1.6.1 сразу вытекает важный результат.

Следствие 1.2.1. Тихоновское пространство X – субметризуемо тогда и только тогда, когда $I_\beta(X)$ субметризуемо.

Хотя этот результат имеет самостоятельный характер, он применяется во второй главе.

Вторая глава диссертации, названная «Пространство идемпотентных вероятностных мер и компакты Дугунджи», состоит из трех параграфов. В первом параграфе показано, что каждая группа (G, X, α) топологических преобразований на компактном хаусдорфовом пространстве X порождает группу $(I(G, X), I(X), I(\alpha))$ топологических преобразований на пространстве $I(X)$ идемпотентных вероятностных мер. Введена согласованная групповой операцией топология в нем, и установлена эквивалентность $I(G, \cdot)$ -пространств $I(X)$ и $I(Y)$ при эквивалентности G -пространств X и Y .

Для компакта (компактного Хаусдорфова пространства) X положим

$$I(\text{Homeo}(X)) = \{I(g) : g \in \text{Homeo}(X)\}.$$

Пусть X – компакт и (G, X, α) – группа топологических преобразований. Для X и группы G положим

$$I(G, X) = \left\{ \Phi \in \text{Homeo}(I(X)) : \text{существует } g \in G \text{ такой, что } \Phi|_X = g \right\}.$$

Ясно, что для пространства X и группы G множество $I(G, X)$ – группа относительно операции композиции гомеоморфизмов, а $I(\alpha_e) = I(\text{id}_X) \equiv \text{id}_{I(X)} = e_{I(G, X)}$ – нейтральный элемент группы $I(G, X)$. Ясно,

что $I(g) \in I(G, X)$ для $g \in G$.

Пусть $\mu \in I(X)$ и $\langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle$ – окрестность μ , где $\varphi_1, \dots, \varphi_n \in C(X)$, $\varepsilon > 0$. Через \mathfrak{B} обозначим базу топологии поточечной сходимости на $I(X)$. Для $\langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle$ построим множество

$$O_{\langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle} = \{ \Phi \in I(G, X) : \Phi(\mu) \in \langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle \}.$$

Положим

$$\mathcal{N}_{I(G, X)}(\text{id}_{I(X)}) = \left\{ \bigcap_{l=1}^m O_{\langle \mu_l; \varphi_{l1}, \dots, \varphi_{ln_l}; \varepsilon_l \rangle} : \{ \langle \mu_l; \varphi_{l1}, \dots, \varphi_{ln_l}; \varepsilon_l \rangle \} \subset \mathfrak{B}, m \in \mathbb{N} \right\}.$$

Пусть

$$\mathcal{N}_{I(G, X)}(\Phi) = \left\{ O\Phi : O \in \mathcal{N}_{I(G, X)}(\text{id}_{I(X)}) \right\}, \quad \Phi \in I(G, X),$$

где

$$O_{\langle \mu; \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle} \Phi = \{ \Phi \circ \Psi : \Psi \in O \} \equiv \{ \Upsilon \in I(G, X) : \Upsilon(\mu) \in \langle \Phi(\mu); \varphi_1, \dots, \varphi_n; \varepsilon \rangle \}.$$

Таким образом, получили совокупность $\{ \mathcal{N}_{I(G, X)}(\Phi) \}_{\Phi \in I(G, X)}$ семейств подмножеств множества $I(G, X)$.

Следующее утверждение является с одной стороны, важным, а с другой стороны, носит самостоятельный характер.

Лемма 2.1.1. Совокупность $\{ \mathcal{N}_{I(G, X)}(\Phi) \}_{\Phi \in I(G, X)}$ семейств подмножеств множества $I(G, X)$ является системой окрестностей в $I(G, X)$.

Теперь для заданного действия $\alpha : (G, X) \times X \rightarrow X$ определим действие

$$I(\alpha) : I(G, X) \times I(X) \rightarrow I(X)$$

по правилу

$$I(\alpha)(\Phi, \mu) = \Phi(\mu), \tag{2.1.2}$$

где $(\Phi, \mu) \in I(G, X) \times I(X)$.

Рассмотрим подмножество

$$G_I(X) = \{ I(g) : g \in G \} \subset I(G, X).$$

$G_I(X)$ считается подпространством пространства $I(G, X)$.

Инвариантность множеств относительно групп является одной из важных характеристик множеств.

Теорема 2.1.2. Если множество $A \subset X$ является G -инвариантным, то множество $I(A)$ является $I(G, X)$ -инвариантным.

Следующая лемма даёт информацию о «сдвиге» носителя относительно элементов группы.

Лемма 2.1.2. Для каждого $\mu \in I(X)$ и $\Phi \in I(G, X)$ имеет место

$$\text{supp}\Phi(\mu) = \{g(x) : x \in \text{supp}\mu\},$$

где g – элемент группы G такой, что $\Phi|_x = g$.

Следующие важные утверждения легко извлекаются из леммы 2.1.2.

Следствие 2.1.2. Пусть $\Phi \in I(G, X)$. Тогда для каждой меры $\mu \in I(X)$, допускающей разложение $\mu = \bigoplus \lambda(x) \odot \delta_x$, мера $\Phi(\mu)$ допускает разложение следующего вида

$$\Phi(\mu) = \bigoplus_{x \in \text{supp}\mu} \gamma(\lambda(x)) \odot \delta_{g(x)},$$

где g – элемент группы G такой, что $\Phi|_x = g$, а $\gamma : [-\infty, 0] \rightarrow [-\infty, 0]$ – некоторая полунепрерывная сверху функция.

Следствие 2.1.3. Для каждых $\mu \in I(X)$ и $g \in G$ имеет место

$$\text{supp}I(g)(\mu) = \{g(x) : x \in \text{supp}\mu\}.$$

В теории групп понятие эквивариантного отображения является наиболее важным понятием. Следующий результат показывает, что эквивариантные отображения сохраняются под воздействием функтора идемпотентных вероятностных мер.

Теорема 2.1.3. Если $h : X \rightarrow Y$ – эквивариантное отображение G -пространств X и Y , то $I(h) : I(X) \rightarrow I(Y)$ эквивариантное отображение $I(G, \cdot)$ -пространств $I(X)$ и $I(Y)$.

Из нормальности функтора I и теоремы 2.1.3 вытекает основной результат параграфа.

Следствие 2.1.4. Если $h : X \rightarrow Y$ – эквивалентность между G -пространств X и Y , то $I(h) : I(X) \rightarrow I(Y)$ – эквивалентность между $I(G, \cdot)$ -пространств $I(X)$ и $I(Y)$.

Во втором параграфе под названием «Открытые (d -открытые) действия и функтор I » установлены вспомогательные результаты, используемые в третьем параграфе.

Пусть $\mathcal{N}_G(e)$ – система открытых окрестностей нейтрального элемента e группы G в топологии пространства G , при этом для множества $O \in \mathcal{N}_G(e)$, через $Ox = \{g(x) : g \in O\}$ обозначают орбиту элемента x относительно O .

Определение 2.2.1. Действие $\alpha : G \times X \rightarrow X$ называется:

- открытым, если для любых $x \in X$ и $O \in \mathcal{N}_G(e)$ имеем $x \in \text{int}(Ox)$;
- d -открытым, если для любых $x \in X$ и $O \in \mathcal{N}_G(e)$ имеем $x \in \text{int}(\text{cl}(Ox))$;
- слабо d -открытым, если для любых $x \in X$ и $O \in \mathcal{N}_G(e)$ существует точка $y \in X$ такая, что $x \in \text{int}(\text{cl}(Oy))$.

Непрерывное отображение $f : X \rightarrow Y$ называется открытым (d -открытым), если для любого открытого в X множества O имеем

$f(O) \subset \text{int}(f(O))$ (соответственно, $f(O) \subset \text{int}(\text{cl}(f(O)))$).

Для пространства X система $L = \{f_\alpha, f_{\beta\alpha}; \mathcal{A}\}$, состоящая из частично упорядоченного множества \mathcal{A} , непрерывных сюръективных отображений $f_\alpha: X \rightarrow f_\alpha(X)$, $\alpha \in \mathcal{A}$, и отображений $f_{\beta\alpha}: f_\beta(X) \rightarrow f_\alpha(X)$, $\alpha, \beta \in \mathcal{A}$, $\alpha < \beta$, называется согласованной системой непрерывных отображений на X , если:

(i) диагональное произведение $\Delta_{\alpha \in \mathcal{A}} f_\alpha: X \rightarrow \prod_{\alpha \in \mathcal{A}} f_\alpha(X)$ является

вложением;

(ii) $f_\alpha = f_{\beta\alpha} \circ f_\beta$, $\alpha, \beta \in \mathcal{A}$, $\alpha < \beta$.

Согласованная система L отображений называется:

- открытой (d -открытой), если все отображения f_α , $\alpha \in \mathcal{A}$, открыты (d -открыты);

- эквивариантной, если X – G -пространство и все отображения f_α , $\alpha \in \mathcal{A}$, эквивариантны;

- слабо мультипликативной, если для любого $B \subset \mathcal{A}$ существует $\beta = \sup B$ в \mathcal{A} такое, что диагональное произведение $\Delta \{f_{\beta\alpha} : \alpha \in B\}$

инъективно;

- μ -системой, если диагональное произведение

$$\Delta \{f_\alpha \in L : f_\alpha(X) \text{ субметризуемо}\}$$

является вложением.

Определение 2.2.2. Топологическое пространство X называется od -пространством (d -пространством), если существует согласованная открытая (соответственно d -открытая), слабо мультипликативная, μ -система непрерывных отображений на пространстве X .

Для натурального n , тихоновского пространства X положим

$$I_{nn}(X) = I_n(X) \setminus I_{n-1}(X).$$

Предложение 2.2.1. Если действие $\alpha: G \times X \rightarrow X$ открыто, то для каждого натурального n открытым является и действие $I(\alpha): I_{nn}(G, X) \times I_{nn}(X) \rightarrow I_{nn}(X)$.

Для действия $I(\alpha): I_{nn}(G, X) \times I_{nn}(X) \rightarrow I_{nn}(X)$ и идемпотентной вероятностной меры $\mu \in I_{nn}(X)$ определим отображение $I(\alpha)_\mu: I_{nn}(G, X) \rightarrow I_{nn}(X)$, $\mu \in I_{nn}(X)$ стандартным образом, т. е.

$$I(\alpha)_\mu(\Phi) = \Phi(\mu), \quad \Phi \in I(G, X).$$

Предложение 2.2.4. Открытость (d -открытость) непрерывного действия $I(\alpha): I_{nn}(G, X) \times I_{nn}(X) \rightarrow I_{nn}(X)$ эквивалентна открытости (d -открытости) отображений

$$I(\alpha)_\mu: I_{nn}(G, X) \rightarrow I_{nn}(X), \quad \mu \in I_{nn}(X).$$

Предложение 2.2.5. Действие $I(\alpha)$ на пространстве $I(X)$ d -открыто тогда и только тогда, когда для любых $O \in \mathcal{N}_{I(G,X)}(\text{id}_{I(X)})$ и $\mu \in I(X)$ существует окрестность U меры μ такая, что $U \subset \{\Phi W : \Phi \in O\}$ для любого непустого открытого подмножества $W \subset U$.

Предложение 2.2.6. Для открытого (соответственно, d -открытого) отображения $f : X \rightarrow Y$ отображение $I(f) : I(X) \rightarrow I(Y)$ также открыто (соответственно, d -открыто).

В третьем параграфе получены следующие результаты.

Теорема 2.3.1. Если $L = \{f_\alpha, f_{\beta\alpha}; \mathcal{A}\}$ – согласованная система непрерывных отображений на X , то для каждого натурального n семейство $I_n(L) = \{I_n(f_\alpha), I_n(f_{\beta\alpha}); \mathcal{A}\}$ непрерывных отображений на $I_n(X)$ также является согласованной системой.

Теорема 2.3.2. Если пространство X является od -пространством (d -пространством), то для каждого натурального n пространство $I_n(X)$ идемпотентных вероятностных мер также является od -пространством (d -пространством).

Известно, что если действие на X слабо d -открыто, а семейство $\mathcal{O} \subset \mathcal{N}_G(e)$ таково, что:

- (i) для любых $O, U \in \mathcal{O}$ существует $V \in \mathcal{O}$ такое, что $V \subset O \cap U$;
 - (ii) для любого $O \in \mathcal{O}$ существует $U \in \mathcal{O}$ такое, что $U^2 \subset O$ и $U^{-1} \subset O$;
 - (iii) для любых $O \in \mathcal{O}$ и $g \in G$ существует $V \in \mathcal{O}$ такое, что $gVg^{-1} \subset O$,
- то X в топологии $\tau_{\mathcal{O}}$ есть G -пространство (не обязательно тихоновское).

Приведем ещё один известный факт: если для G -пространства X со слабо d -открытым действием, удовлетворяющим следующему свойству:

- (s) для любых точки x и ее окрестности W существует такое (счетное) семейство $\mathcal{O}_{xW} \subset \mathcal{N}_G(e)$, удовлетворяющее условиям (i) – (iii), для которого существует $O \in \mathcal{O}_{xW}$ и $\text{St}(x, \gamma_O) \cap (X \setminus W) = \emptyset$,

то для семейства \mathcal{F} эквивариантных фактор-отображений X семейство $L = \{f \in \mathcal{F}; p_{f_n}, f, h \in \mathcal{F}, f \geq h; \mathcal{F}\}$ является согласованной, слабо мультипликативной, эквивариантной системой (соответственно μ -системой) отображений на X .

Теперь можно сформулировать основной результат второй главы.

Теорема 2.3.3. Пусть пространство X является G -пространством с открытым действием, удовлетворяющим свойству (s). Тогда для каждого n пространство $I_n(X)$ идемпотентных вероятностных мер является od -пространством с согласованной слабо мультипликативной эквивариантной открытой μ -системой отображений. Если при этом если X – компакт, то $I_n(X)$ – компакт Дугунджи.

Третья глава диссертации, названная «Функтор идемпотентных вероятностных мер на категории равномерных пространств», состоит из трёх параграфов.

В первом параграфе определена база топологии поточечной сходимости пространства идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем открытыми множествами исходного тихоновского пространства.

Для открытых в тихоновском пространстве X множеств U_1, \dots, U_n , положительного числа $\varepsilon > 0$ и $\mu \in I_\beta(X)$ определим множество

$$\langle \mu; U_1, \dots, U_n; \varepsilon \rangle = \{ \nu = \bigoplus_{x \in X} \gamma(x) \odot \delta_x \in I_\beta(X) : \text{supp } \nu \cap U_i \neq \emptyset, \text{supp } \nu \subset \bigcup_{i=1}^n U_i \text{ и } |\lambda(x) - \gamma(y)| < \varepsilon \text{ в точках } x \in \text{supp } \mu \cap U_i \text{ и } y \in \text{supp } \nu \cap U_i, i = 1, \dots, n \}. \quad (3.1.6)$$

Теорема 3.1.1. Множества типа (3.1.6) составляют базу \mathcal{B} топологии поточечной сходимости в $I_\beta(X)$.

Во втором параграфе третьей главы, под названием «Равномерностные структуры», получен результат о том, что функтора идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем можно поднять на категорию $Unif$ – равномерных пространств и равномерно непрерывных отображений.

Для диагональной равномерности \mathcal{E} на тихоновском пространстве X обозначим через $I_\beta(\mathcal{E})$ равномерность на $I_\beta X$, порожденную базой \mathcal{B}_I .

Теорема 3.1.1 сразу дает следующее утверждение.

Следствие 3.2.3. Если отображение $f : (X, \mathcal{E}) \rightarrow (Y, \mathcal{F})$ равномерно непрерывно, то отображение $I_\beta(f) : (I_\beta(X), I_\beta(\mathcal{E})) \rightarrow (I_\beta(Y), I_\beta(\mathcal{F}))$ также равномерно непрерывно.

Итак, получен следующий результат, являющийся одним из основных достижений диссертации.

Теорема 3.2.2. Функтор $I_\beta : Tych \rightarrow Tych$ поднимается на категорию $Unif$ – равномерных пространств и равномерно непрерывных отображений.

В третьем параграфе третьей главы доказано, что функтор идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем переводит совершенные отображения в совершенные отображения, а открытые отображения в открытые отображения и сохраняет предкомпактность, вес и индекс полноты равномерных пространств. Следовательно, пространство идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем является локально компактным хаусдорфовым пространством тогда и только тогда, когда таковым является исходное пространство.

Теорема 3.3.1. Равномерное пространство (X, \mathcal{E}) предкомпактно, если и только если равномерное пространство $(I_\beta(X), I_\beta(\mathcal{E}))$ является предкомпактным.

Предложение 3.3.2. Если $i : (X, \mathcal{E}) \rightarrow (Y, \mathcal{F})$ является равномерным

вложением, то $I_\beta(i): (I_\beta(X), I_\beta(\mathcal{E})) \rightarrow (I_\beta(Y), I_\beta(\mathcal{F}))$ также является равномерным вложением.

Непрерывное отображение $f: X \rightarrow Y$ топологического пространства X на топологическое пространство Y называется совершенным, если f замкнуто и для каждого $y \in Y$ прообраз $f^{-1}(y)$ компактен.

Теорема 3.3.3. Пусть $f: X \rightarrow Y$ – непрерывное отображение. Отображение $I_\beta(f): I_\beta(X) \rightarrow I_\beta(Y)$ является совершенным тогда и только тогда, когда $f: X \rightarrow Y$ совершенно.

Следствие 3.3.1. Равномерное пространство $(I_\beta(X), I_\beta(\mathcal{E}))$ является равномерно локально компактным хаусдорфовым пространством тогда и только тогда, когда равномерное пространство (X, \mathcal{E}) – равномерно локально компактное хаусдорфово пространство.

Следующий результат является одним из основных достижений.

Теорема 3.3.4. Имеет место равенство $w(I_\beta(\mathcal{E})) = w(\mathcal{E})$.

Пусть (X, \mathcal{E}) – равномерное пространство, а $\mathcal{H} \subset \mathcal{E}$ – произвольная система диагональных окружений. Фильтр \mathcal{F} на множестве X называется \mathcal{H} -фильтром Коши в (X, \mathcal{E}) , если для каждого окружения $E \in \mathcal{H}$ существует такой элемент $W \in \mathcal{F}$, что $W \times W \subset E$.

Пусть (X, \mathcal{E}) – равномерное пространство и $\mathcal{H} \subset \mathcal{E}$. Равномерное пространство (X, \mathcal{E}) называется \mathcal{H} -полным, а система \mathcal{H} -полной, если каждой \mathcal{H} -фильтр Коши \mathcal{F} имеет по крайней мере одну точку полного накопления, т. е. $\bigcap \{F : F \in \mathcal{F}\} \neq \emptyset$. Наименьшее кардинальное число τ называется индексом полноты равномерного пространства (X, \mathcal{E}) , если существует такая система $\mathcal{H} \subset \mathcal{E}$, что $|\mathcal{H}| = \tau$ и (X, \mathcal{E}) является \mathcal{H} -полным равномерным пространством.

Индекс полноты равномерного пространства (X, \mathcal{E}) обозначается $ic(\mathcal{E})$. Изложим ещё одно основное достижение диссертации.

Теорема 3.3.5. Имеет место $ic(I_\beta(\mathcal{E})) = ic(\mathcal{E})$.

Равномерное непрерывное отображение $f: (X, \mathcal{U}) \rightarrow (Y, \mathcal{V})$ равномерного пространства (X, \mathcal{U}) на равномерное пространство (Y, \mathcal{V}) называется равномерно открытым, если f переводит каждое открытое равномерное покрытие $\alpha \in \mathcal{U}$ в открытое равномерное покрытие $f(\alpha) \in \mathcal{V}$.

Теорема 3.3.6. Пусть $f: (X, \mathcal{U}) \rightarrow (Y, \mathcal{V})$ – равномерно непрерывное отображение. Отображение $I_\beta(f): (I_\beta(X), \mathcal{U}_I) \rightarrow (I_\beta(Y), \mathcal{V}_I)$ равномерно открыто тогда и только тогда, когда f равномерно открыто.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основная часть диссертации состоит из трёх глав. В первой главе диссертации дано систематическое изложение понятий и фактов, используемых для изложения основных достижений. Она состоит из двух параграфов. В этих параграфах перечислены общеизвестные факты и понятие из общей топологии, теории ковариантных функторов, идемпотентной математике и теории групп. Хотя первая глава является вспомогательной, во втором параграфе получен результат о субметризуемости пространства идемпотентных вероятностных мер. Этот результат применяется во второй главе.

Вторая глава состоит из трёх параграфов. В первом параграфе показано, что каждая группа (G, X, α) топологических преобразований на компактном хаусдорфовом пространстве X порождает группу $(I(G, X), I(X), I(\alpha))$ топологических преобразований на пространстве $I(X)$ идемпотентных вероятностных мер. Введена топология в нем, согласованная групповой операцией и установлена эквивалентность $I(G, \cdot)$ -пространств $I(X)$ и $I(Y)$ при условии эквивалентности G -пространств X и Y .

Второй параграф содержит результаты, которые играют важную роль при установлении результатов третьего параграфа, в частности, основного результата главы – теорему 2.3.3. Стоит особо отметить пример 2.2.1, показывающий существенность открытости действия $\alpha : G \times X \rightarrow X$ в предложении 2.2.1.

В третьем параграфе второй главы наряду текущими результатами, установлен, как уже было отмечено выше, основной результат главы (теорема 2.3.3), где получено условие того, чтобы пространство идемпотентных вероятностных мер было компактом Дугунджи.

Третья глава диссертационной работы состоит из трёх параграфов, и в ней изложены основные достижения диссертации. В первом параграфе определена база топологии поточечной сходимости пространства идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем открытыми множествами исходного тихоновского пространства.

Во втором параграфе получен результат о том, что функтор идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем можно поднять на категорию *Unif* – равномерных пространств и равномерно непрерывных отображений.

В третьем параграфе доказано, что функтор идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем переводит совершенные отображения в совершенные, а открытые отображения в открытые, сохраняет вес, а также индекс полноты равномерных пространств. Показано, что функтор идемпотентных вероятностных мер сохраняет предкомпактность равномерных пространств. Следовательно, пространство идемпотентных вероятностных мер с компактным носителем является локально компактным хаусдорфовым пространством тогда и только тогда, когда таковым является исходное пространство.

**SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES
DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN**

**MINISTRY OF HIGHER EDUCATION, SCIENCE AND INNOVATION
OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN
TERMEZ STATE UNIVERSITY**

ESHKOBILOVA DILRABO TURAKHANOVNA

**LIFTING THE FUNCTOR OF IDEMPOTENT PROBABILITY
MEASURES TO THE CATEGORY OF UNIFORM SPACES**

01.01.04 – Geometry and Topology

**ABSTRACT
OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

TASHKENT – 2024

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number № B.2023.1.PhD/FM832.

The dissertation has been prepared at the Termez State University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor: **Zaitov Adilbek Atakhanovich**
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor

Official opponents: **Narmanov Abdigappar Yakubovich**
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor

Mamadaliyev Nodir Kamoldinovich
Doktor of philosophy in Physical and Mathematical Sciences (PhD)

Leading organization: **Tashkent state pedagogical university named after Nizami**

Defense will take place « 15 » II 2024 at 14⁰⁰ at the meeting of Scientific Council number DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 at National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek. (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99878) 227-12-24, fax: (+99878) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource center at National University of Uzbekistan (is registered № 7) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99878) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on « 02 » II 2024 year
(Mailing report № 2 on « 02 » II 2024 year)



A. Sadullaev
Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
D. F.-M. S., Academician

R. M. Juraev
Scientific Secretary of Scientific Council
on award of scientific degrees,
PhD in Math. and Physics

R. B. Beshimov
Chairman of Scientific Seminar under
Scientific Council on award of scientific degrees,
D. F.-M. S., acting Professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work is lifting the functor of idempotent probability measures to the category of uniform spaces.

The research object: the functor of idempotent probability measures, uniform spaces and uniformly continuous maps, a group of topological transformations.

The research subject: Functor Theory, Idempotent Mathematics, Theory of Uniform Spaces.

Research methods: The dissertation uses methods of General Topology, Functor Theory, Idempotent Analysis, Theory of Uniform Spaces, Group Theory.

Scientific novelty of the research work consists of the following:

the extension of the functor of idempotent probability measures from *Comp* the category of compact Hausdorff spaces and their continuous maps to *Unif* the category of uniform spaces and their uniformly continuous maps is constructed;

it is established that the functor of idempotent probability measures with a compact support translates perfect maps to perfect ones, preserves the weight and completeness index of uniform spaces;

it is shown that the functor of idempotent probability measures with a compact support preserves the uniform openness of the maps of uniform spaces, as well as the local compactness of the original space;

a consistent group of topological transformations on the space of idempotent probability measures induced by a given group of topological transformations on the original space is constructed.

Implementation of the research results. The results obtained in the process of the dissertation are implemented in the following areas:

The results of the dissertation were used as a theoretical basis for the State Grant OT-F4-42 “Topological and cardinal properties of the space of semi-additive τ -smooth functionals” (Certificate number 04-11-3929 of National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, signed by the Vice-Rector for Scientific Work and Innovation Y. S. Ergashov dated June 23, 2023). The results of the dissertation were used to study the categorical, topological, geometric and cardinal properties of the functor of semi-additive τ -smooth functionals acting in the category of Tychonov spaces;

The results were used as a theoretical basis for the project of the department “Algebra, geometry, topology and teaching of higher mathematics” of the Kyrgyz National University named after J. Balasagyn “Uniform topology and its applications in functional analysis and topological algebra” (Certificate number 01/1863 signed by the vice-rector for scientific work N. Ishekeev dated October 17, 2023). The results of the dissertation were used by the grant authors to study problems of general topology and cardinal invariants of covariant functors acting in the category of uniform spaces.

The structure and volume of the dissertation. In the dissertation, after the introduction its main part follows divided into three chapters. The dissertation is provided with a conclusion and a list of references. Its full volume is 86 pages.

E'LON QILINGAN ISHLAR RO'YXATI
LIST OF PUBLISHED WORKS
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

I bo'lim (1 часть; part 1)

1. Зайтов А. А., Эшқобилова Д. Т., «Компакты Дугунджи и пространство идемпотентных вероятностных мер». //Математические заметки. 2023, том 114, № 4, с. 497 – 508 (Scopus IF. 0,72, DOI:<https://doi.org/10.4213/mzm13592>).

2. Borubaev A. A., Eshqobilova D. T., “The functor of idempotent probability measures and maps with uniformity properties of uniform spaces”. //Eurasian Mathematical Journal. 2021, Vol. 12, No 3, p. 29 – 41 (Scopus IF. 0,34, DOI:<https://doi.org/10.32523/2077-9879-2021-12-3-29-41>).

3. Эшқобилова Д. Т., «Об одной группе топологических преобразований пространства идемпотентных вероятностных мер». //Бюллетень Института математики. ISSN 2181-9483. 2022, № 5, с. 134 – 142.

4. Eshqobilova D. T., Kholturaev Kh. F., “The functor of idempotent probability measures and completeness index of uniform spaces”. //Uzbek Mathematical Journal. Vol. 65 -Issue 1, 2021, p. 65 – 79.

II bo'lim (2 часть; part 2)

5. Eshqobilova D. T., “Lifting the functor I_β to the category of uniform spaces”. //Physical and mathematical sciences. 2020, Vol. 4 -Issue 1, p. 29 – 40.

6. Эшқобилова Д. Т., «Функтора идемпотентных вероятностных мер и равномерные пространства», //Тезисы докладов международной научно-практической конференции “Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий», стр. 93 – 95 б., Нукус, 2-3 май, 2023 г.

7. Зайтов А. А., Эшқобилова Д. Т., «Субметризуемость и пространство идемпотентных вероятностных мер». //International scientific conference “Mathematical analysis and its applications in modern mathematical physics”. Samarqand, Uzbekistan. September 23-24, 2022, p. 128 – 129.

8. Эшқобилова Д. Т. «О новой системе псевдометрик, порождающей равномерность на гиперпространстве». //Тезисы докладов международной научно-практической конференции «Современные проблемы прикладной математики и информационных технологий». Стр. 131–132, Бухара, 11-12 май, 2022 г..

9. Eshqobilova D. T, Zaitov A. A., “On pseudometric uniformity on a hyperspace”. //International scientific conference “Problems of modern mathematics and its applications”. Kyrgyzstan, Bishkek- Issyk- Kul, 16-19 June, 2021, p. 46.

10. Eshqobilova D. T., “A metric on the space of idempotent probability measures on metrisable space”. //International scientific conference “Modern

problems of geometry and topology and their applications”. Tashkent, Uzbekistan. November 21-23, 2019, p. 38.

11. Эшқобилова Д. Т., «Эквивалентность пространств идемпотентных вероятностных мер». //Тезисы докладов Республиканской научной конференции «Актуальные проблемы алгебры и анализа». Термез, 18-19 ноябрь, 2022 г., стр. 191–192

12. Д. Т. Эшқобилова. «О поднятии функтора идемпотентных вероятностных мер на категорию равномерных пространств». //Тезисы докладов Республиканской научной конференции «Теоретические основы и прикладные задачи современной математики». Андижан, 28 марта 2022 г., стр. 449 – 450.

13. Zaitov A. A, Eshqobilova D. T., “On max-plus-regular extension and averaging operators”. //Abstracts of reports of the Republican scientific conference “Modern problems of mathematics: problems and solutions”. Termez, october 21-23, 2020, p. 47–49.

Avtoreferat «Surxondaryoda ilm va fan» jurnali tahririyatida tahrirdan o‘tkazilib, o‘zbek, rus va ingliz tillaridagi matnlar o‘zaro muvofiqlashtirildi.

Bosmaxona litsenziyasi:



9338

Bichimi: 84x60 ¹/₁₆. «Times New Roman» garniturası.
Raqamli bosma usulda bosildi.
Shartli bosma tabog'i: 2,5. Adadi 100 dona. Buyurtma № 9/24.

Guvohnoma № 851684.
«Tipograff» MCHJ bosmaxonasida chop etilgan.
Bosmaxona manzili: 100011, Toshkent sh., Beruniy ko'chasi, 83-uy.