FARG‘ONA DAVLAT UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 RAQAMLI ILMIY KENGASH

MUHAMMAD AL-XORAZMIY NOMIDAGI TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI QARSHI FILIALI

XO‘JAYEV LOCHIN HUSANOVICH

G‘OVAK-ELASTIK TENGLAMALAR SISTEMASI UCHUN BIR O‘LCHOVLI TO‘G‘RI VA TESKARI MASALA

01.01.02 - Differensial tenglamalar va matematik fizika

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI
bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi
AVTOREFERATI

Farg‘ona-2024

UDK: 517.95

Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiya avtoreferati mundarijasi

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

FARG‘ONA DAVLAT UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 RAQAMLI ILMIY KENGASH

MUHAMMAD AL-XORAZMIY NOMIDAGI TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI QARSHI FILIALI

XO‘JAYEV LOCHIN HUSANOVICH

G‘OVAK-ELASTIK TENGLAMALAR SISTEMASI UCHUN BIR O‘LCHOVLI TO‘G‘RI VA TESKARI MASALA

01.01.02 - Differensial tenglamalar va matematik fizika

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI
bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi
AVTOREFERATI

Farg‘ona-2024

Fizika - matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (Doctor of Philosophy) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2021.4.PhD/FM648 raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Qarshi filialida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume)) Ilmiy kengash veb-sahifasida (www.fdu.uz) va «Ziyonet» Axborot ta'lim portalida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:	**Imomnazarov Xolmatjon Xudaynazarovich,** fizika-matematika fanlari doktori, professor
Rasmiy opponentlar:	**Xasanov Anvardjan,** fizika-matematika fanlari doktori, professor
	Begmatov Akram Xasanovich, fizika-matematika fanlari doktori, professor
Yetakchi tashkilot:	**Termiz davlat universiteti**

Dissertatsiya himoyasi Farg'ona davlat universiteti huzuridagi PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 raqamli Ilmiy kengashning 2024 yil «02» 11 soat 10.00 dagi majlisida bo'lib o'tadi. (Manzil: 150100, Farg'ona shahar, Murabbiylar ko'chasi, 19-uy. Tel.:(+99873) 244-44-02, faks: (+99873) 244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

Dissertatsiya bilan Farg'ona davlat universitetining Axborot - resurs markazida tanishish mumkin (400 raqami bilan ro'yxatga olingan). (Manzil: 150100, Farg'ona shahar, Murabbiylar ko'chasi, 19- uy. Tel.:(+99873) 244-44-94.

Dissertatsiya avtoreferati 2024 «19» 10 kuni tarqatildi.

(2024 yil «18» 10 dagi 5 raqamli reyestr bayonnomasi).

A.K.Urinov
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash raisi, f.-m.f.d., professor

I.U.Xaydarov
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash ilmiy kotibi, f.-m.f.n., dotsent

Y.P.Apakov
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash qoshidagi ilmiy seminar raisi o'rinbosari, f.-m.f.d., professor

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Jahonda fan va texnologiyalar sohasida amalga oshirilayotgan ko‘plab ilmiy-amaliy tadqiqotlar aksariyat hollarda sof matematik masalalarning yechimiga olib kelinadi. Giperbolik tenglamalar va tenglamalar sistemasi uchun boshlang‘ich va chegaraviy masalalarni tadqiq etish xususiy hosilali differensial tenglamalar nazariyasining klassik masalalaridan biri bo‘lib, ularni amaliyotga keng joriy etish sohaning asosiy muammolaridan biri hisoblanadi. Muhandislik masalalaridan sof matematik masalaga o‘tkazish jarayoni ko‘pincha yetarli darajadagi qiyinchiliklarni keltirib chiqaradi. Shu sababdan ham fizik jarayonlarning matematik modellarini yaratish va tadqiq etish zamonaviy fan va texnologiyalarning eng muhim yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi. Fizik jarayonlarning matematik modellarini tavsiflovchi oddiy yoki xususiy hosilali differensial tenglamaning koeffitsiyentlarini uning yechimi haqidagi ba’zi ma’lum funksionallaridan aniqlash masalasiga olib keladigan teskari masalalarni amaliyotga joriy etishni taqozo etmoqda. Teskari masalalar inson faoliyatining turli sohalari, xususan, biologiya, tibbiyot, seysmologiya, foydali qazilmalarni qidirish, qidiruv geofizikasida neft qatlamlarini izlash va to‘lqin parametrlarini tanlashda, sanoat mahsulotlari sifatini nazorat qilish hamda neft va gaz konlarida ishlab chiqarishni faollashtirish maqsadida to‘lqin ta‘sirini kuzatish kabi o‘nlab sohalarda foydalanish muhim ahamiyatga ega hisoblanadi.

Jahonda bugungi kunda yetakchi ilmiy tadqiqot markazlarida turli muhitlarda va sistemalarda to‘lqinli jarayonlarni tekshirish, jumladan, g‘ovak muhit uchun teskari dinamik masalalarda seysmik to‘lqin tarqalishini tavsiflovchi matematik modellarning geofizik masalalariga yo‘naltirilgan ilmiy-tadqiqot ishlari olib borilmoqda. Bu borada g‘ovak muhitlar uchun teskari dinamik masalalarda seysmik to‘lqinlarning tarqalish tezligi va zichligidan tashqari elastik uzluksiz muhit uchun teskari dinamik masalalardan farqli o‘laroq, muhitning g‘ovakligi, o‘tkazuvchanligi va boshqa xarakteristikalarini aniqlaydigan kinetik parametrlarni qo‘shimcha ravishda aniqlash va tadqiq etishga alohida e’tibor berilmoqda.

Respublikamizda fundamental fanlarning amaliy tatbiqqa ega bo‘lgan dolzarb yo‘nalishlariga e’tibor kuchaytirildi. Jumladan, to‘lqin jarayonlari va hodisalarini turli xil muhit va sistemalarda o‘rganish, o‘z navbatida, kompyuterlarda amalga oshiriladigan analitik, birinchi navbatda, taqribiy va sonli usullarning rivojlanish tadqiqotlarini tahlil qilish yuzasidan keng qamrovli chora-tadbirlar amalga oshirilib, muayyan natijalarga erishilmoqda. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining[1] 2019-yil 9-iyuldagi qarori bilan “… differensial tenglamalar va matematik fizika, dinamik sistemalar va optimal boshqaruv, amaliy matematika va matematik modellashtirish, matematik analiz, ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, algebra va funksional analiz fanlarining ustuvor

[1] O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 9-iyuldagi №PQ-4387-son “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qollab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi qarori.

yo‘nalishlari bo‘yicha xalqaro standartlar darajasida ilmiy tadqiqotlar olib borish …” bo‘yicha muhim vazifalar belgilab berilgan. Ushbu vazifalarni amalga oshirishda, jumladan, matematik modellashtirish va g‘ovak muhitda SH (Shear horizontal – gorizantal siljish) to‘lqinlari tarqalishining to‘g‘ri va teskari masalalarini korrekt qo‘yilganligini o‘rganish hamda g‘ovak-elastik muhitning teskari dinamik masalalari algoritmlarini ishlab chiqish ham nazariy, ham amaliy ahamiyat kasb etadi.

O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 28-yanvardagi PF-60-sonli “2022-2026 yillarga mo‘ljallangan Yangi O‘zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to‘g‘risida”gi, 2019-yil 8-oktabrdagi PF-5847-sonli “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi farmonlari, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 17-fevraldagi PQ-2789-sonli “Fanlar akademiyasi faoliyati, ilmiy-tadqiqot ishlarini tashkil etish, boshqarish va moliyalashtirishni yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi, 2019-yil 9-iyuldagi PQ-4387-sonli “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi, 2020-yil 7-maydagi PQ-4708-sonli “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi qarorlari hamda mazkur faoliyatni rivojlantirishga qaratilgan boshqa normativ-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishda ushbu tadqiqot ishi muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishi ustuvor yo‘nalishlariga mosligi. Mazkur dissertatsiya ishi respublika fan va texnologiyalar rivojlanishining IV “Matematika, mexanika va informatika” ustuvor yo‘nalishi doirasida bajarilgan.

Muammoning o‘rganilganlik darajasi. Xorijiy olimlar Ya.I.Frenkel, M.Biotlar tomonidan suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak muhitda seysmik to‘lqinlarning tarqalishini tavsiflovchi ikki tezlikli matematik modellari ishlab chiqilgan. P.Roberts va D. Lopening tadqiqot ishlarida saqlanish qonunlari usuli bilan g‘ovakli muhit komponentlari entropiyasining qo‘shimchaligini qabul qilgan filtrlashning izotermik bo‘lmagan modeli olingan. V.G.Romanov, M.M.Lavrentev, A.S.Alekseyev va A.S.Blagoveshenskiylar tomonidan birinchilardan bo‘lib giperbolik tenglama va tenglamalar sistemalari uchun teskari dinamik masalalar qo‘yilgan va tatbiq qilingan. Tatbiq etishning turli xil usul va yo‘llari esa A.L.Buxgeym, A.I.Prilepko, B.S.Pariyskiy, Ye.G.Savateyev, Y.Ye.Anikonov, Y.L.Gaponenko, Y.Y.Belov, N.I.Ivanchov, B.A.Bubnov, N.Y.Beznoshenko, V.V.Solovev, D.G.Orlovskiy, A.L.Ivankov, A.V.Bayev, X.X.Imomnazarov va boshqalarning ishlarida keltirilgan va rivojlantirilgan. Tor tebranish tenglamasi uchun teskari dinamik masalalar I.R.Valitov va A.I.Kojanovning tadqiqotlarida ham qaralgan bo‘lib, ular mazkur dissertatsiya ishiga eng yaqindir.

Respublikamizda giperbolik tenglama va tenglamalar sistemalari uchun teskari dinamik masalalar birinchi bo‘lib A.Xaydarov, S.Z.Djamolov, D.K.Durdiyev, A.E.Xolmuradov, Z.Sh.Yangiboyev kabi olim va tadqiqotchilarning ilmiy izlanishlarida keltirilgan va rivojlantirilgan.

Olib borilgan ilmiy izlanishlar va ilmiy manbalar tahlillari shuni ko‘rsatadiki, to‘lqin tenglamasi uchun bir o‘lchovli teskari masala, integralni oldindan aniqlashning ba’zi qo‘shimcha ma’lumotlaridan muhitning elastik modeli uchun vaqtga bog‘liq bo‘lgan eng kichik koeffitsiyentni aniqlash haqida masala ko‘rib chiqilgan bo‘lib, masalani yechish uchun chekli silliq funksiyalar sinfida yechish mumkinligi haqidagi teorema isbotlangan. Ammo SH to‘lqinlarining g‘ovak-elastik muhitda tarqalishini teskarilanmaydigan yaqinlashishda matematik modelini tavsiflovchi xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemasi uchun to‘g‘ri masalaning yechimlari va teskari masalalarning koeffitsiyentlarini aniqlashda regulyarizatsiyalangan algoritmlar, yechimning korrektligi bo‘yicha tadqiqotlar yetarli darajada olib borilmagan.

Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya bajarilgan oliy ta’lim muassasasining ilmiy-tadqiqot ishlari rejalari bilan bog‘liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Qarshi filiali ilmiy-tadqiqot ishlari rejasiga muvofiq bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi g‘ovak-elastik muhitda seysmik SH to‘lqinlar tarqalishining bir o‘lchovli to‘g‘ri va teskari dinamik masalalarini o‘rganish, mos g‘ovak-elastik muhitning to‘g‘ri va teskari dinamik masalalarning yechilishi haqidagi teoremalarni isbotlash, ular uchun turg‘unlik baholarini olish, shuningdek, qaralayotgan bir o‘lchovli teskari dinamik masalani yechish uchun algoritm ishlab chiqishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

SH to‘lqinlarining g‘ovak-elastik muhitda teskarilanmaydigan yaqinlashishda tarqalishining matematik modelini olish;

dissipativ holatda g‘ovak-elastik muhitning dinamik tenglamalari uchun Gursa masalasini o‘rganish, qo‘yilgan masalaning yechilishi haqidagi teoremani isbotlash;

g‘ovak muhit qatlamlari bo‘ylab buzilishlar tarqalishining teng vaqtlari haqidagi Gupilla gipotezasi bajarilgan deb faraz qilingan holda rekurrent formulalarni olish va regulyarizatsiyalangan algoritmlarni ishlab chiqish;

erkin sirt nuqtalarining tebranishlari haqidagi qo‘shimcha ma’lumotlardan foydalangan holda bir o‘lchovli g‘ovak-elastik muhit tenglamalar sistemasining bo‘lakli-silliq siljish koeffitsiyentini aniqlash masalasini o‘rganish;

ko‘ndalang to‘lqinlar uchun g‘ovak-elastik muhitning bir o‘lchovli integral shartli teskari dinamik masalalari korrektligini o‘rganish.

Tadqiqot obyekti sifatida murakkab tarkibiy tuzilishga ega bo‘lgan reologiyali suyuqlik bilan to‘yintirilgan g‘ovak muhit hamda to‘lqin jarayonining matematik modeli olingan.

Tadqiqot predmeti seysmik SH to‘lqinlar tarqalishining bir o‘lchovli to‘g‘ri va teskari dinamik masalalarining matematik modeli hamda ular uchun algoritm qurish hisoblanadi.

Tadqiqot usullari. Dinamik jarayonlarni o‘rganishda matematik modellashtirish usullari, kesish usuli, qo‘zg‘almas nuqta usuli, giperbolik sistemalar uchun xarakteristikalar usuli, integral tenglamalar usuli, funksional analiz usullari, regulyarizatsiya usullaridan foydalanilgan.

Tadqiqotning ilmiy yangiliklari quyidagilardan iborat:

g‘ovak-elastik muhitda teskarilanmaydigan yaqinlashish bilan SH (Shear horizontal – gorizantal siljish) to‘lqinlarining tarqalishini matematik modelini tavsiflovchi xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemasi saqlanish qonunlari usuli va qaytmas jarayonlar termodinamika qonuni asosida ishlab chiqilgan;

Volterra integro-differensial tenglamasining korrektligidan foydalanib dissipativ holatda g‘ovak-elastikning dinamik tenglamalari uchun Gursa masalasining korrektligi ketma-ket yaqinlashish usuli yordamida isbotlangan;

qatlamli g‘ovak-elastik muhitda teskari dinamik masala uchun Gupillaning gipotezasi bajarilgani haqidagi faraz ostida g‘ovak-elastiklikning bir o‘lchovli teskari dinamik masalalarining yechimi uchun rekurrent formulalar, regulyarizatsiyalangan algoritmlari kompleks analiz usullari yordamida ishlab chiqilgan;

kesish usuli, regulyarizatsiya usuli va qo‘zg‘almas nuqta usullarining kombinatsiyasidan foydalanib erkin sirt nuqtalari tebranishlarining qo‘shimcha ma’lumotlari bo‘yicha g‘ovak-elastiklik tenglamalarining bir o‘lchovli sistemasini bo‘lakli-silliq siljish koeffitsiyentini aniqlash masalasining korrektligi isbotlangan;

ko‘ndalang to‘lqinlar uchun g‘ovak-elastiklikning bir o‘lchovli integral shartli teskari dinamik masalalari yechimlarining turg‘unlik baholashlari olingan, ular uchun mavjudlik va yagonalik teoremalari funksional analiz usullari yordamida isbotlangan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

G‘ovak-elastik tenglamalar sistemasi uchun bir o‘lchovli dinamik masalalarning regulyarizatsiyalangan algoritmlari ishlab chiqildi. Ishlab chiqilgan algoritmlar asosida g‘ovak-elastik muhit tenglamalar sistemasi uchun qo‘yilgan masalalar yechimini sonli hisoblashda qo‘llash mumkin.

Tadqiqot natijalarinig ishonchliligi. Tadqiqot natijalarining ishonchliligi SH to‘lqinlarining g‘ovak-elastik muhitda teskarilanmaydigan yaqinlashishda tarqalishining matematik model tenglamalarining giperbolikligi va korrektligi, matematik hisob-kitoblarning qat’iyligi asosli yechish usullaridan foydalanish bilan izohlanadi. Shuningdek, bir fazali muhit uchun o‘xshash masalalardagi yechim bilan taqqoslash orqali aniq yechimlar olingani bilan asoslangan.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati turli muhitdagi tabiiy va texnologik jarayonlarning keng sinflarini, xususan, g‘ovak-elastiklik muhit to‘g‘ri va teskari dinamik masalalarini teskarilanmaydigan yaqinlashishda tadqiq qilish imkoniyatini berish bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati dinamik masalalarni yechish, neft va gaz konlarini ishga tushirish va ulardan foydalanish, seysmologiya sohalarida keng qo‘llash, shuningdek, yuqori kurs bakalavriat va magistratura bosqichi talabalari uchun “Xususiy hosilali differensial tenglamalar” va “Differensial tenglamalar” fanlaridan ma’ruzalar o‘qishda foydalanish mumkinligi bilan belgilanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. G‘ovak-elastik tenglamalar sistemasi uchun bir o‘lchovli to‘g‘ri va teskari masalalarni tadqiq qilish bo‘yicha olingan natijalar asosida:

g‘ovak-elastiklikning bir o‘lchovli teskari dinamik masalalarini regulyarizatsiyalangan algoritmlari, integral shartli ko‘ndalang to‘lqinlar uchun g‘ovak-elastiklikning bir o‘lchovli teskari dinamik masalalari uchun yagonaligi, mavjudligi va turg‘unligi bo‘yicha olingan natijalar OT-Atex-2018-340 “Ikki tezlikli muhit dinamikasining amaliy geofizik masalalarini nazariy va sonli tadqiq etish” loyihasi bo‘yicha olib borilgan ilmiy tadqiqotlarda foydalanilgan (Qarshi davlat universitetining 2024-yil 20-fevraldagi №04\537-sonli ma’lumotnomasi). Natijada, ikki tezlikli muhit dinamikasining amaliy geofizik masalalarining korrekt ekanligini tekshirish imkonini bergan;

erkin sirt nuqtalari tebranishlarining qo‘shimcha ma’lumotlaridan bir o‘lchovli g‘ovak-elastiklik tenglamalar sistemasining bo‘lakli-silliq siljish koeffitsiyenti, Gupillaning g‘ovakli muhit qatlamlari bo‘ylab buzilishlar tarqalishining teng vaqtlari haqidagi gipotezasi bajarilganligi haqidagi faraz ostida rekurrent formulalar bo‘yicha olingan natijalar RFBR № 06-05-65110 “Ikki fazali muhitning termodinamik jihatdan matematik modelini o‘zaro effektlar bilan dissipativ yaqinlashishda matematik modellashtirish” mavzusidagi grant loyihasi doirasidagi ilmiy tadqiqotlarda foydalanilgan (Rossiya, HM va MG ITIning 2023-yil 28-apreldagi №15301/6-01-29-sonli ma’lumotnomasi). Natijada, g‘ovak-elastiklik tenglamalar sistemasining bo‘lakli-silliq koeffitsiyentlarini aniqlash masalasining korrektligini isbotlash imkonini bergan.

Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi. Dissertatsiyaning asosiy natijalari 5 ta xalqaro va 5 ta respublika ilmiy-texnik va ilmiy-amaliy anjumanlarida muhokamadan o‘tkazilgan.

Tadqiqot natijalarining e’lon qilinganligi. Dissertatsiya mavzusi bo‘yicha jami 19 ta ilmiy ishlar chop etilgan bo‘lib, shundan, O‘zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasining dissertatsiyalar asosiy ilmiy natijalarini chop etish uchun tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 9 ta, jumladan, 4 ta xorijiy va 5 ta respublika ilmiy jurnallarida maqola nashr etilgan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya tarkibi kirish, uchta bob, umumiy xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxatidan iborat. Dissertatsiyaning asosiy hajmi 103 betni tashkil etadi.

DISSERTATSIYA ISHINING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati asoslangan, tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishi-ning ustuvor yo‘nalishlariga mosligi ko‘rsatilgan, mavzu bo‘yicha xorijiy ilmiy-tadqiqotlar sharhi, muammoning o‘rganilganlik darajasi keltirilgan, tadqiqot maqsadi, vazifalari, obyekti va predmeti tavsiflangan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning nazariy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarining joriy qilinishi, nashr etilgan ishlar va dissertatsiya tuzilishi bo‘yicha ma’lumotlar berilgan.

Dissertatsiyaning **“G‘ovak-elastik muhitning termodinamik mutanosib matematik modeli”** deb nomlanuvchi birinchi bobi yordamchi hisoblanib, to‘yintirilgan suyuqlikli g‘ovak muhitda chiziqli bo‘lmagan to‘lqinning tarqalishi uchun xususiy hosilali chiziqli bo‘lmagan tenglamani tuzish keltirilgan. Bu bob mavzuga kirish bo‘lib, uni bayon qilishda qulaylik uchun keltirilgan:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0,$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + (\mathbf{u}, \nabla) u_i = -\frac{1}{\rho}\partial_i p - \frac{\rho_l}{2\rho}\partial_i \mathbf{w}^2 + \frac{\rho_l}{2\rho\rho_s} h_{\alpha\beta}\partial_i g^{\alpha\beta} +$$

$$+\bar{\lambda}\frac{\rho_l}{\rho_s}\partial_i T + \bar{k}\frac{\rho_l}{\rho_s}(j_i - \rho u_i) - \frac{1}{\rho_s}\partial_k\left(h_{\alpha\beta} e_i^\alpha e_k^\beta\right),$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) v_i = -\frac{1}{\rho}\partial_i p + \frac{\rho_s}{2\rho}\partial_i \mathbf{w}^2 - \frac{h_{\alpha\beta}}{2\rho}\partial_i g^{\alpha\beta} -$$

$$-\bar{\lambda}\partial_i T - \bar{k}(j_i - \rho u_i) + \frac{1}{\rho_l}\partial_k\left(\eta\left(\partial_k v_i + \partial_i v_k - \frac{2}{3}\delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{v}\right)\right) +$$

$$+\frac{1}{\rho_l}\partial_i\left(\zeta_1 div(\mathbf{j} - \rho\mathbf{u}) + \zeta_2 \operatorname{div} \mathbf{v}\right),$$

$$\frac{\partial \mathbf{e}^\alpha}{\partial t} + \nabla\left(\mathbf{e}^\alpha, \mathbf{u}\right) = 0, \quad \left(\mathbf{e}^\alpha, \mathbf{e}^\beta\right) = g^{\alpha\beta}, \ \rho_s = \frac{const}{\sqrt{\det\left(g_{\alpha\beta}\right)}}, \quad \rho = \rho_s + \rho_l,$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\frac{\mathbf{j}}{\rho} S - \frac{k}{T}\nabla T - \bar{\lambda}(\mathbf{j} - \rho\mathbf{u})\right) = \frac{R}{T},$$

$$E_0 = E_0\left(\rho, S, \mathbf{j}_0, g^{\alpha\beta}\right).$$

Ikkinchi bob “**G‘ovak muhitda SH to‘lqin tenglamasi uchun to‘g‘ri va teskari dinamik masala**” deb nomlangan bo‘lib, birinchi bobda olingan g‘ovak muhitda SH to‘lqin tenglamalar sistemasining matematik modeli uchun bir o‘lchovli to‘g‘ri va teskari dinamik masalani o‘rganishga bag‘ishlangan.

2.1-paragraf. G‘ovak-elastik tenglamalar sistemasi uchun Gursa tipidagi masala o‘rganilgan. $\tilde{D}$-(x_0, t_0) nuqtadan $x \ge x_0$ o‘tuvchi $x + t = x_0 + t_0$ va $x - t = x_0 - t_0$ to‘g‘ri chiziqlardan tashkil topgan Oxt tekislikdagi soha bo‘lsin. $(x_0, t_0) = (0,0)$ bo‘lgan holni qaraymiz.

Ushbu

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + \gamma b(u_t\text{-}v_t) = f(x,t), \\ v_{tt} - b(u_t\text{-}v_t) = f(x,t), \end{cases} \tag{1}$$

tenglamalar sistemasining $D = \{x,t : 0 \le x - t \le 2L, 0 \le x + t \le 2L\}$ kvadratda

$$\begin{cases} u\big|_{t=x} = \tilde{\varphi}(x), \quad 0 \le x \le L, \\ u\big|_{t=-x} = \tilde{\psi}(x), \quad 0 \le x \le L, \\ \tilde{\varphi}(0) = \tilde{\psi}(0), \\ v(x,0) = 0, \; v_t(x,0) = 0 \end{cases} \tag{2}$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $u(x,t)$ va $v(x,t)$ yechimlari topilsin.

(1) sistemadagi $u(x,t)$ va $v(x,t)$ mos ravishda ρ_s va ρ_l o‘zgarmas parsial zichlikka ega (parsial zichlik – aralashmaning ma’lum bir tarkibiy qismining zichligi) g‘ovak-elastik jism va suyuqlik zarralarining siljish tezligi vektorining komponentalari. Soddalik uchun siljish moduli o‘zgarmas va ko‘ndalang to‘lqin tarqalish tezligini birga teng deb olamiz. $b -$Darsi koeffitsiyenti, $L > 0 -$ berilgan son, $\gamma = \rho_l / \rho_s$.

1-ta’rif. *Agar* $u,\ v,\ u_t,\ v_t,\ u_{tt},\ v_{tt},\ u_{xx} \in C(D)$ *va* $u(x,t),\ v(x,t)$ *funksiyalar (1) tenglamalar sistemasini va (2) shartlarni qanoatlantirsa,* $u(x,t)$ *va* $v(x,t)$ *funksiyalar (1), (2) masalaning yechimi deyiladi.*

Quyidagilar isbotlangan:

1-teorema. $f(x,t)$ *funksiya* D *da uzluksiz,* $\tilde{\varphi}(x)$ *va* $\tilde{\psi}(x)$ *funksiyalar* $[0,L]$ *da ikki marta uzluksiz differensiallanuvchi bo‘lsin. U holda (1), (2) masalaning yagona yechimi mavjud.*

2.2-paragraf. Qatlamli g‘ovak-elastik muhit uchun teskari dinamik masalasiga bag‘ishlangan: x o‘zgaruvchi bo‘yicha bir jinsli bo‘lmagan yarim fazoda tebranishlarning tarqalish jarayonini ifodalovchi quyidagi

$$\rho_s(x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu(x)\frac{\partial u}{\partial x}\right) - \rho_l(x) b(x)\left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial t}\right), \tag{3}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = b(x)(u - v) \tag{4}$$

tenglamalar sistemasi quyidagi nol boshlang‘ich shartlarni

$$u\big|_{t=0} = 0, \quad u_t\big|_{t=0} = 0, \quad v\big|_{t=0} = 0 \tag{5}$$

va chegaraviy shartlarni

$$u_x\,|_{x=0} = H(t) \tag{6}$$

qanoatlantiruvchi masalani qaraymiz.

(3)-(6) masalaning klassik yechimi muhim, ya’ni $u \in C^2(x \ge 0, t \ge 0)$, $v \in C^1(x \ge 0, t \ge 0)$. Yana $u,\ u_t$ va $v,\ v_t$ funksiyalar $L_2(t \ge 0)$ ga tegishli deb faraz qilamiz. u va v funksiyalarni $t < 0$ uchun nol bilan davom ettiramiz. $H(t) \in C^2(t \ge 0) \cap L_2(t \ge 0)$ funksiyada $H(t) = 0$, $H'(t) = 0$ muvofiqlashtirish shartlari bajarilsin deb faraz qilamiz.

(3) va (4) formulalarda $\mu(x)$ funksiya bo‘lakli-o‘zgarmas va $a_1 < a_2 < ... < a_k,$ nuqtalarda uzilishga ega bo‘lib, $\rho_l(x),$ $\rho_s(x),$ $b(x)$ funksiyalarni $a_0 = 0$ da quyidagi tengliklar orqali yozishimiz mumkin

$$\mu(x) = \begin{cases} \mu_m, & x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1,...,k \text{ uchun}, \\ \mu_{k+1}, & x > a_k \text{ uchun}, \end{cases} \tag{7}$$

$$\rho_l(x) = \begin{cases} \rho_{lm} & x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1,...,k \text{ uchun}, \\ \rho_{lk+1} & x > a_k \text{ uchun}, \end{cases} \tag{8}$$

$$\rho_s(x) = \begin{cases} \rho_{sm} & x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1,...,k \text{ uchun}, \\ \rho_{sk+1} & x > a_k \text{ uchun}, \end{cases} \tag{9}$$

$$b(x) = \begin{cases} b_m & x \in (a_{m-1}, a_m), m = 1,...,k \text{ uchun}, \\ b_{k+1} & x > a_k \text{ uchun}, \end{cases} \tag{10}$$

$b_m, \mu_m, \rho_{lm}, \rho_{sm} = const.$

$\mu(x)$ koeffitsiyentning a_m uzilish nuqtalarida (5), (6) shartlarga qo‘shimcha qatlamdan qatlamga o‘tish shartlarini kiritamiz:

$$[u]_{x=a_m} = \left[\mu(x)u_x\right]_{x=a_m} = 0,\ m = 1,...,k. \tag{11}$$

(7) - (10) ko‘rinishdagi $b(x),$ $\mu(x),$ $\rho_l(x),$ $\rho_s(x)$ funksiyalar uchun (3) - (6), (11) tengliklarni qanoatlantiruvchi $u(x,t)$ va $v(x,t)$ funksiyalarni aniqlash masalasi *to‘g‘ri masala* deyildi.

Ushbu paragrafda asosan, quyidagi teskari masalalar o‘rganiladi:

A_μ^1 **teskari masala quyidagidan iborat:** (1) tenglamadan, ya’ni $2k+1$ ta $\{\mu_1,...,\mu_{k+1};\, a_1,...,a_k\}$ sonli to‘plamdan, (3)-(6), (11) masalaning yechimi bo‘yicha quyidagi

$$\Phi(\omega) = -\int_{-\infty}^{\infty} u_t(0,\mathrm{t})\mathrm{e}^{-i\omega t}\, dt, \qquad \omega \in \Omega \tag{12}$$

ma’lum bo‘lsa, $\mu(x)$ koeffitsiyentni aniqlang, bu yerda $\Omega -$nol bilan ajratilgan chekli interval va $b(x),$ $\rho_l(x),$ $\rho_s(x)$ berilgan funksiyalar. Soddalik uchun $b(x),$ $\rho_l(x),$ $\rho_s(x)$ funksiyalarni o‘zgarmas deb faraz qilamiz.

$$\tau = \frac{a_1 - a_0}{c_1} = \frac{a_2 - a_1}{c_2} = ... = \frac{a_k - a_{k-1}}{c_k} \tag{13}$$

deb faraz qilamiz va τ qiymati berilgan, $c_k = \sqrt{\mu_k / \rho_{sk}}$. Yuqorida qayd etilgandek, ba’zi hollarda (13) faraz Gupilla gipotezasiga ekvivalent bo‘ladi.

$|\Omega| > \pi / \tau$ bo‘lsin. Bunda $|\Omega|$- nol bilan ajratilgan chekli interval o‘lchovi.

Shunga e’tibor berishimiz kerakki, tayinlangan k da (13) tenglik A_μ^1 teskari masalani yechishda $k+1$ o‘zgarmasni tiklash imkonini beradi. Faraz qilaylik $\{c_1,...,c_{k+1}\}$ bo‘lsin.

Ma’lumki, (3) - (6), (11) to‘g‘ri masala qatlamli muhit bo‘lgan holda parametrli Gelmgolts tenglamasi uchun quyidagi masala bilan bog‘liq:

$$U_{xx} + \omega^2 \tilde{B}^2(x,\omega)U = 0, \tag{14}$$

$$U_x(0,\omega) = h(\omega), \quad U_x - i\tilde{B}\omega U \to 0 \quad x \to \infty, \tag{15}$$

$$\left[U\right]_{x=a_m} = \left[\mu U_x\right]_{x=a_m} = 0, \ m = 1,...,k. \tag{16}$$

Bu yerda $U(x,\omega)$, $h(\omega)$ mos ravishda u va H funksiyalarning Furye tasvirlari:

$$U(x,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x,t)e^{-i\omega t}dt, \quad h(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} H(t)e^{-i\omega t}dt,$$

$$\tilde{B}(x,\omega) = \frac{\sqrt{(1+\rho_l(x)/\rho_s(x))b(x) - i\omega}}{c(x)\sqrt{b(x) - i\omega}}.$$

$\mu(x)$ koeffitsiyentni aniqlash A_μ^1 teskari masala uchun (12) quyidagi tenglikka mos keladi.

$$\Phi(\omega) = i\omega U(0,\omega), \quad \omega \in \Omega. \tag{17}$$

Bunday holatda A_μ^1 teskari masalani yechish quyidagi masalani yechish bilan bog‘liq bo‘ladi.

A_μ^2 **teskari masalasi**.

Agar (14) - (16) masalani yechishda (17) ma’lum bo‘lsa, (14) tenglamaning (7) - (10) ko‘rinishdagi $\mu(x)$ koeffitsiyentini aniqlang.

Quyidagilarni kiritamiz.

2-ta’rif. *(13) gipoteza doirasidagi (12) qo‘shimcha ma’lumotlarga ko‘ra (7) ko‘rinishdagi $\mu(x)$ funksiyani aniqlashga oid A_μ^2 teskari masalasi $k-$ qatlamli deb ataladi.*

$$F_k(z) = \frac{f_0^{(k)} + f_1^{(k)}z + ... + f_k^{(k)}z^k}{g_0^{(k)} + g_1^{(k)}z + ... + g_k^{(k)}z^k}. \tag{18}$$

Bu yerda $F_k(z)$ funksiyaning quyi indeksi va $f_j^{(k)}$, $g_j^{(k)}$ koeffitsiyentlarning yuqori indeksi masalaning “qatlamli” ekanligini bildiradi.

Ushbu tenglik

$$\varphi_m = \int_{\omega_0}^{\omega_0+\pi/\tau} \Phi(\omega)h^{-1}(\omega)e^{-2i\omega m\tau}d\omega \tag{19}$$

belgilashlardan keyin quyidagi ko‘rinishga keladi

$$\varphi_m = \frac{1}{2i\tau\tilde{B}_1}\int_{|z|=1} F_k(z)\frac{dz}{z^{m+1}}, \qquad m = 0,...,k. \tag{20}$$

Qatlamli muhitlar uchun teskarilanmaydigan yaqinlashishda g‘ovak-elastik muhitning bir o‘lchovli teskari dinamik masalasining yechilishi isbotlangan.

2-Teorema. *(13) tenglik bajarilsin. (18) $g_0^{(k)} + g_1^{(k)}z + ... + g_k^{(k)}z^k$ ko‘phad $|z| \le 1$ doirada ildizlarga ega bo‘lmasin va $H(t)$ funksiyaning $h(\omega)$ Furye tasviri*

$\omega\in[\omega_0,\omega_0+\pi/\tau]\subset\Omega$ uchun nolga aylanmasin. U holda (14) - (16) masalaning yechimi bo'yicha $F_k(z)$ funksiya uchun quyidagi formulalar o'rinli.

$$F_k^{(m)}(0)=m!\left[2\gamma_m\prod_{p=1}^{m-1}(1-\gamma_p^2)-\sum_{p=1}^{m-1}\frac{h_p^m}{(m-p)!}F_k^{(m-p)}(0)\right]. \tag{21}$$

Bundan tashqari γ_m, h_p^m koeffitsiyentlar quyidagi formulalar bo'yicha hisoblanadi.

$$\gamma_m=\frac{\lambda_m^-}{\lambda_m^+}=-\frac{\mu_{m+1}-\mu_m}{\mu_{m+1}+\mu_m},\quad m=1,...,k; \tag{22}$$

$$h_p^m=h_{m-1}^m h_{m-p-1}^{m-1}+h_p^{m-1},\quad p=0,...,m-2,m=2,...,k;$$

$$h_{m-1}^m=-\gamma_m,\quad m=2,...,k. \tag{23}$$

Teoremani bir nechta lemmalarga bo'lgan holda yordamchi konstruksiyalar bilan isbotlaymiz.

Yuqorida ta'kidlanganidek, $F_k(z)$ funksiyaning $f_j^{(k)}$, $g_j^{(k)}$ koeffitsiyentlari $\lambda_1^\pm\lambda_2^\pm...\lambda_k^\pm$ ko'rinishdagi qo'shiluvchilarga ega bo'lgan bir jinsli ko'phadlardan iborat. Shuning uchun $F_k(z)$ funksiyaning surat va maxrajini nolga teng bo'lmagan $\lambda_1^+\lambda_2^+...\lambda_k^+$ qiymatlarga bo'lgandan so'ng ko'phadlarning yangi koeffitsiyentlarini olamiz. Ular uchun oldingi $f_j^{(k)}$, $g_j^{(k)}$ belgilarini saqlab qolamiz. Ular $\gamma_1,\gamma_2,...,\gamma_k$ parametrlariga bog'liq bo'lib, $F_k(z)$ funksiyaning surat va maxrajida har bir γ_m chiziqli ravishda qatnashadi.

Quyidagi ifodani qaraylik:

$$\mathrm{F}_k(z)=\frac{Q_k(z)+\gamma_k R_k(z)}{S_k(z)+\gamma_k D_k(z)}. \tag{24}$$

Bu yerda Q_k, R_k, S_k, D_k ko'phadlarning koeffitsiyentlari (z ning darajasini ko'rsatadigan pastki belgisi bilan mos keladigan kichik harflar bilan belgilaymiz) γ_k ga bog'liq emas.

Bundan tashqari $k=1,2$ uchun $F_k(z)$ funksiya quyidagi ko'rinishga ega:

$$F_1(z)=\frac{1+\gamma_1 z}{1-\gamma_1 z},\quad F_2(z)=\frac{1+\gamma_1 z+\gamma_1\gamma_2 z+\gamma_2 z^2}{1-\gamma_1 z+\gamma_1\gamma_2 z-\gamma_2 z^2}. \tag{25}$$

1-lemma. *Agar (24) formuladagi $F_k(z)$ funksiya ma'lum bo'lsa, $F_{k+1}(z)$ funksiya bu funksiyada γ_k koeffitsiyentini almashtirishdan hosil bo'ladi;*

$$\frac{\gamma_k+\gamma_{k+1}z}{1+\gamma_{k/k+1}z}. \tag{26}$$

2-lemma. *(24) formuladagi Q_k, R_k, S_k, D_k ko'phadlarning koeffitsiyentlari quyidagi tengliklarni qanoatlantiradi:*

$$q_0^{(k)}=s_0^{(k)}=1,\ r_0^{(k)}=d_0^k=0,$$
$$q_k^{(k)}=0,\ r_k^{(k)}=1,\ d_p^{(k)}=-s_{k-p}^{(k)}. \tag{27}$$

3-lemma. *(18) dagi* $F_k(z)$ *ratsional funksiyaning* $z=0$ *nuqtada hosilalarini hisoblash uchun quyidagi formulalar o'rinli:*

$$F_k^{(m)}(0)=m!\left[\frac{f_m^{(k)}}{g_0^{(k)}}-\sum_{p=1}^{m}\frac{g_p^{(k)}}{g_0^{(k)}}\frac{1}{(m-p)!}F_k^{(m-p)}(0)\right]. \tag{28}$$

4-lemma. *Ixtiyoriy natural* $m\le k$ *son uchun quyidagi tenglik o'rinli:*

$$F_k^{(m)}(0)=F_{k+1}^{(m)}(0). \tag{29}$$

5-Lemma. *(21) formuladagi* h_p^m *koeffitsiyent uchun (23) tenglik o'rinli.*

6-lemma. *Quyidagi formula o'rinli:*

$$F_k^{(k)}(0)=k!\left(2\gamma_k\prod_{p=1}^{k}(1-\gamma_p^2)+G_k\right), \tag{30}$$

bu yerda G_k $\gamma_1,...,\gamma_{k-1}$ *ga bog'liq va* γ_k *ga bog'liq emas.*

2.3-paragraf. Bir o'lchovli g'ovak-elastik muhit teskari masalasini yechish uchun algoritm olingan. A_μ^2 teskari masalaning yechish algoritmini qurish uchun (21) formulalardan foydalanamiz va shu yo'l bilan A_μ^1 teskari masalani ham yechish algoritmini qurishimiz mumkin.

Dastlab, 4-lemmaning muhim natijalarini keltiramiz. (ta'kidlaymiz)

1-natija. $F_k^{(m)}(0)$ $(m\le k)$ *hosila faqat* $\gamma_1,...,\gamma_m$ *(22) sonlarga bog'liq.*
Natijaga ko'ra, teskari masalani yechish algoritmining rekurrent formulasini tuzamiz.

2-natija. *Barcha natural* k *sonlar uchun*

$$F_k(0)=1,\quad F_k^{'}(0)=2\gamma_1 \tag{31}$$

tenglik o'rinli

Teskari masala algoritmini tavsiflashdan oldin uning qo'llanilish shartlarini esga olamiz.

1. Lame tenglamalar sistemasida to'lqinning qatlamlardan bir xil vaqtda o'tishi uchun Gupilla gipotezasining to'g'riligini bildiruvchi (13) tenglik bajarilishi shart.

2. (18) dagi $g_0^{(k)}+g_1^{(k)}z+...g_k^{(k)}z^k$ ko'phad $|z|\le 1$ doirada ildizlarga ega bo'lmasligi kerak. Qaralayotgan masalada μ_m koeffitsiyentlari bo'yicha ushbu shartlarning bajarishi uchun yetarli shart qatlamlardagi tezliklarning "kuchsiz" farq qilishi hisoblanadi.

3. Berilgan (6) dagi $H(t)$ funksiyaning $h(\omega)$ Furye obrazi Ω da joylashgan π/τ: $\omega\in[\omega_0,\omega_0+\pi/\tau]$ uzunlikdagi segmentda nolga aylanmasligi kerak.

Misol: $H(t)=e^{-t^2/2}$ va $\Omega=R$ bo'lsa, u holda $h(\omega)e^{-\omega^2/2}>0$ $\Omega=(0.5,k\pi)$, k - natural son, $|\Omega|>\pi/\tau$ - k tanlash hisobida.

Yuqoridagi barcha keltirilgan farazlarga ko'ra teskari masalaning $(\mu_1,...,\mu_{k+1})$ yechimini quyidagi algoritm yordamida topish mumkin.

1. (19) dagi $\varphi_0,...,\varphi_k$ $k+1$ ta integrallarni hisoblang:

2. $\varphi_m = \dfrac{1}{m!}\dfrac{\pi}{\tau \tilde{B}_1} F_k^{(m)}(0)$ va (31) lardan ketma-ket $\gamma_1,...,\gamma_k$ sonlarni aniqlang.

$$\gamma_1 = \varphi_1 / 2\varphi_0 \tag{32}$$

(30) ga muvofiq

$$\gamma_m = \frac{1}{2\varphi_0}\frac{\varphi_m + \sum\limits_{p=1}^{1} h_p^m \varphi_{m-p}}{\prod\limits_{p=1}^{m-1}\left(1-\gamma_p^2\right)}, \tag{33}$$

bo‘ladi. Bu yerda h_p^m koeffitsiyentlari (23) rekurrent formulalar bilan hisoblanadi.

3. Teskari masala yechimini toping: (31), (33) ga ko‘ra

$$\mu_1 = \pi / \tau\varphi_0, \tag{34}$$

(22) ga muvofiq

$$\mu_{m+1} = \frac{1-\gamma_m}{1+\gamma_m}\mu_m \tag{35}$$

bo‘ladi.

Demak, yuqoridagi faraz qilingan (19), (23), formulalarga ko‘ra (32)-(35) formulalar A_μ^2 teskari masala yechimini beradi. Bu formulalarning sonli bajarilishi faqat (19) integrallarni va (32) - (35), (23) algebraik almashtirishlarni hisoblash talab etiladi.

(26) momentlarni noldan ajratilgan ω o‘zgarish oralig‘ida hisoblash mumkinligi muhimdir.

Algoritm $\mu_m = \mu_{m+1}$ aniq qatlamlarning mavjudligiga imkon beradi, bu esa uni qo‘llash imkoniyatini kengaytiradi.

Tadqiqot ishining uchinchi bobi **“G‘ovak-elastik muhitning bir o‘lchovli teskari dinamik masalalari”** ga bag‘ishlangan. Tor tebranish tenglamasi uchun bunday masalalarni I.R.Valitov va A.I.Kojanovning ishlarida ham qaralgan.

3.1-paragraf. G‘ovak-elastik muhit tenglamalar sistemasi uchun teskari masala: vaqtga bog‘liq bo‘lgan kichik hadli noma’lum koeffitsiyent holati.

D sifatida (0,1) interval, Q esa $\{(x,t): x\in D, t\in(0,T), 0<T<+\infty\}$ to‘g‘ri to‘rtburchakdan iborat bo‘lsin. $a(x)$, $f(x,t)$, $K(x,t)$, $u_0(x)$, $u_1(x)$ va $\mu(t)$ funksiyalar $x\in[0,1]$, $t\in[0,T]$ da berilgan funksiyalar bo‘lsin.

$\mathbf{B_s}$ teskari masala quyidagi ko‘rinishda kiritilgan:

Q to‘g‘ri to‘rtburchakda ushbu

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + \gamma b(u_t\text{-}v_t) + s(t)a(x)u = f(x,t), \\ v_{tt} - b(u_t\text{-}v_t) = f(x,t) \end{cases} \tag{36}$$

tenglamalar sistemasining $u(x,t)$ funksiyaga nisbatan quyidagi

$$u(0,t) = u(1,t) = 0, \ 0 < t < T \tag{37}$$

chegaraviy shartlarni va $u(x,t)$ va $v(x,t)$ funksiyalar uchun quyidagi

$$\begin{cases} u(x,0) = u_0(x),\ u_t(x,0) = u_1(x), \quad x \in D, \\ v(x,0) = 0,\ v_t(x,0) = 0, \quad x \in D \end{cases} \tag{38}$$

boshlang‘ich shartlarni qanoatlantiruvchi hamda quyidagi qo‘shimcha

$$\int_0^1 K(x,t)u(x,t)dx = \mu(t),\ \ 0<t<T \tag{39}$$

shartni qanoatlantiruvchi masaladan $u(x,t)$, $v(x,t)$ va $s(t)$ funksiyalar toping.

Keyinchalik sistemaning yechimini umumlashgan yechimlar ma’nosida tushunamiz, ya'ni Koshi masalasi uchun umumlashgan yechimning ta’rifini beramiz.

3-ta’rif. *$u, v \in L_{2,loc}(R^2)$ funksiyalar R^2 da (36) sistemaning umumlashgan yechimlari deyiladi, agar shunday u_k, v_k klassik ($C^2(R^2)$ sinf) yechimlari uchun*

$$k \to \infty, \quad \|u_k - u\|_{L_2(\Omega)} \to 0, \quad \|v_k - v\|_{L_2(\Omega)} \to 0$$

bo’lsa. Bu yerda Ω - R^2 da ixtiyoriy chegaralangan soha.

(36) sistemada $u(x,t)$ va $v(x,t)$ funksiyalar mos ravishda o‘zgarmas ρ_s va ρ_l parsial zichlikli elastik g‘ovak jism va suyuqlik zarralarining siljish tezligi vektorining komponentalari. b - Darsi koeffitsiyenti, $\gamma = \rho_l / \rho_s$, $s(t)a(x)$ ko‘rinishdagi funksiya sistemadagi energiyaning dissipatsiyasiga javob beradi. Bundan tashqari, soddalik uchun siljish to‘lqinining tarqalish tezligi o‘zgarmas va birga teng deb faraz qilamiz, ya’ni $a(1)=1$ bo‘lsin.

Chegaralangan silliq funksiyalari sinflarida ko‘rib chiqilayotgan bir o‘lchovli teskari masalalar uchun yagonalik va mavjudlik teoremalari isbotlangan va ular uchun turg‘unlik baholar olingan.

3-teorema. *Quyidagi shartlar bajarilsin:*

$$\tilde{\alpha}\sqrt{\tilde{\beta}}T < 2,\ a(x) \in C^1[0,1],\ K(x,t) \in C^2(\bar{Q}),\ \mu(t) \in C^2[0,T];$$

$$\mu(t) \ \geq \mu_1 > 0;\ \ t \in [0,\ T]\ da\ \ \frac{2R_3\sqrt{\tilde{\beta}}}{2-\tilde{\alpha}\sqrt{\tilde{\beta}}T} \ \leq\ \mu_0,$$

$$\int_0^1 K(x,0)u_0(x)dx = \mu(0), \int_0^1 K(x,0)u_1(x)dx + \int_0^1 K_t(x,0)u_0(x)dx = \mu'(0).$$

U holda $f(x,t) \in L_2(Q)$, $f_t(x,t) \in L_2(Q)$ bo‘lgan ixtiyortiy $f(x,t)$ funksiya va shunday $u_0(x) \in H^2(D) \cap \overset{0}{H^1}(D)$, $u_1(x) \in \overset{0}{H^1}(D)$ bo‘lgan $u_0(x)$ va ixtiyoriy $u_1(x)$ funksiyalar uchun B_s teskari masala

$$u(x,t) \in V_0,\ v(x,t) \in L_\infty\left(0,\ T; H^2(D) \cap \overset{0}{H^1}(D)\right),$$

$$v_t(x,t) \in L_\infty\left(0,\ T; \overset{0}{H^1}(D)\right), v_{tt}(x,t) \in L_2(Q),\ s(t) \in L_\infty[0,T]$$

$\{u(x,t),\ s(t)\}$ yechimga ega.

W_2 to‘plamni quyidagicha aniqlaymiz:

$$W_2=\{\{u(x,t),s(t)\} \ :u(x,t)\in V_0,\, s(t)\in L_\infty[0,T],$$

$$\mu(t) \ - \ \psi_1(t,u)\geq \tilde{k}_0 > \ 0, \quad t\in[0,\ T]\}.$$

B_s^* **teskari masalasi**: Quyidagi boshlang‘ich-chegaraviy masalani qaraylik.

Q to‘g‘ri to‘rtburchakda

$$u_{tt}-u_{xx}+\ \gamma bu_t-\gamma b^2\int_0^t u_\eta(x,\eta)\exp[-b(t-\eta)]d\eta+s_1(t,u)a(x)u \ = \ \mathrm{g}(x,t) \quad (40)$$

tenglamani qanaoatlantiruvchi va uning uchun (37) shart o‘rinli bo‘ladigan hamda

$$u(x,\ 0) \ = \ u_0(x),\ u_t(x,\ 0) \ = \ u_1(x), \quad x\in D \qquad (41)$$

shartni qanoatlantiruvchi $u(x,t)$ funksiya topilsin. (40) formulada

$$\mathrm{g}(x,t)= f(x,t)+\gamma b\int_0^t f(x,\eta)\exp[-b(t-\eta)]d\eta.$$

4-teorema. *$a(x)$, $f(x,t)$, $K(x,t)$ va $\mu(t)$ funksiyalar uchun 3-teorema shartlari bajarilsin. U holda W_2 to‘plamda B_s^* teskari masala bittadan ortiq yechimga ega bo‘lmaydi.*

3.2-paragraf. G‘ovak-elastik muhit tenglamalar sistemasi uchun teskari masala o‘rganiladi: vaqtga bog‘liq noma’lum Darsi koeffitsiyent holati.

D sifatida (0,1) interval, Q esa $\{(x,t):x\in D,t\in(0,T),0<T<+\infty\}$ to‘g‘ri to‘rtburchakdan iborat soha bo‘lsin. $a(x)$, $f(x,t)$, $K(x,t)$, $u_0(x)$, $u_1(x)$ va $\mu(t)$ funksiyalar $x\in[0,1]$, $t\in[0,T]$ da berilgan funksiyalar bo‘lsin.

$\mathbf{A_s}$ teskari masala quyidagi ko‘rinishda kiritilgan.

Q to‘g‘ri to‘rtburchakda ushbu

$$\begin{cases} u_{tt}-u_{xx}+\ \gamma s(t)a(x)(u_t\text{-}v_t)= f(x,t), \\ v_{tt}-\ s(t)a(x)(u_t\text{-}v_t)=\ f(x,t) \end{cases} \qquad (42)$$

tenglamalar sistemasidan $u(x,\ t)$ funksiyasi uchun

$$u(0,t) \ = \ u(1,t) \ = \ 0,\ 0 \ < \ t \ < \ T \qquad (43)$$

chegaraviy shart hamda $u(x,\ t)$ va $v(x,\ t)$ funksiyalar uchun

$$\begin{cases} u(x,0) \ = \ u_0(x),\ u_t(x,0) \ = \ u_1(x), \quad x\in D, \\ v(x,0) \ = \ 0,\ v_t(x,0) \ =0, \quad x\in D \end{cases} \qquad (44)$$

boshlang‘ich shartlarni qanoatlantiruvchi, shuningdek

$$\int_0^1 K(x,t)u(x,t)dx \ =\mu(t), \quad 0 \ < \ t \ < \ T \qquad (45)$$

qo‘shimcha shart bajarilganda $u(x,t)$, $v(x,t)$ va $s(t)$ funksiyalar topilsin.

(42) sistemada $u(x,t)$ va $v(x,t)$ funksiyalar mos ravishda o‘zgarmas ρ_s va ρ_l parsial zichlikli elastik-g‘ovak jism va suyuqlik zarralarining siljish tezligi

vektorining komponentalari. To‘lqin tarqalish tezligini o‘zgarmas va birga teng deb olamiz, $\gamma=\rho_l/\rho_s$. $s(t)a(x)$ ko‘rinishdagi funksiya Darsi koeffitsiyentini xarakterlaydi va sistemada energiyaning dissipatsiyasiga javob beradi. Bundan tashqari, soddalik uchun $a(1)=1$ deb olamiz.

Chegaralangan silliq funksiyalari sinflarida ko‘rib chiqilayotgan bir o‘lchovli teskari masalalar uchun yagonalik va mavjudlik teoremalari isbotlangan va ular uchun turg‘unlik baholar olingan.

5-teorema. *Faraz qilaylik, quyidagi shartlar bajarilsin:*

$$\alpha\sqrt{\beta}T<2,\ a(x)\in C^1\left[0,1\right],\ K(x,t)\in C^2(\bar{Q}),\ \mu(t)\in C^2[0,T];$$

$$F(t)\ -\mu''(t)\le -m_0<0,\quad \mu'(t)\le -m_1<0\quad t\in\left[0,T\right];$$

$$R_0\le m_0,\ R_1<m_1;$$

$$\int_0^1 K(x,\ 0)u_0(x)dx=\ \mu\left(0\right),\ \int_0^1 K(x,0)u_1(x)dx+\int_0^1 K_t(x,\ 0)u_0(x)dx=\ \mu'\left(0\right).$$

U holda $f(x,t)\in L_2\left(Q\right)$, $f_t(x,t)\in L_2\left(Q\right)$ *bo‘lgan ixtiyoriy* $f(x,t)$ *funksiya va* $u_0\left(x\right)\in H^2\left(D\right)\cap \overset{0}{H}{}^1\left(D\right)$, $u_1(x)\in \overset{0}{H}{}^1(D)$ *bo‘lgan ixtiyoriy* $u_0\left(x\right)$ *va* $u_1\left(x\right)$ *funksiyalar uchun* A_s *teskari masala* $u(x,t)\in V_0$, $v\left(x,\ t\right)\in L_\infty\left(0,\ T;L_2\left(Q\right)\right)$, $v_t(x,t)\in L_\infty\left(0,\ T;L_2\left(Q\right)\right), v_{tt}(x,t)\in L_2\left(Q\right)$, $s(t)\in L_\infty[0,T]$ $\left\{u\left(x,\ t\right),\ s\left(t\right)\right\}$ *yechimga ega*.

A_s teskari masalani yechimining yagonaligini ko‘rib chiqamiz.

W_1 quyidagicha to‘plam bo‘lsin:

$$W_1=\left\{\left\{u(x,t),v(x,t),s(t)\right\}\ :u(x,t)\in V_0, v\left(x,\ t\right)\in L_\infty\left(0,\ T;L_2\left(Q\right)\right),\right.$$
$$v_t(x,t)\in L_\infty\left(0,\ T;L_2(Q)\right), v_{tt}(x,t)\in L_2(Q), s(t)\in L_\infty[0,T],$$
$$\left.\mu'(t)-\ \psi(t,u,v)\ \ge\ k_0>\ 0,\ s(t)\ge\ 0\ ,\ t\in\left[0,\ T\right]\right\}.$$

6-teorema. $a(x,t)$, $f(x,t)$, $K(x,t)$ *va* $\mu(t)$ *funksiyalar uchun 5-teorema shartlari bajarilsin. U holda* W_1 *to‘plamda* A_s *teskari masala bittadan ortiq yechimga ega bo‘lmaydi.*

XULOSA

Dissertatsiya g‘ovak-elastik tenglamalar sistemasi uchun bir o‘lchovli to‘g‘ri va teskari masalalar qo‘yish va tadqiq etishga bag‘ishlangan.

Birinchi bobda g‘ovak-elastik muhitning termodinamik mutanosib matematik modeli, ikkinchi bobda g‘ovak muhitda SH to‘lqin tenglamasi uchun to‘g‘ri va teskari dinamik masala, uchinchi bobda g‘ovak-elastik muhitning bir o‘lchovli teskari dinamik masalalari o‘rganildi.

Tadqiqotning asosiy natijalari quyidagilardan iborat:

SH to‘lqinlarining g‘ovak-elastik muhitda tarqalishining teskarilanmaydigan yaqinlashishda saqlanish qonunlari usuli asosida matematik modelini tavsiflovchi xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemasi ishlab chiqilgan;

Dissipativ holatda g‘ovak-elastikning dinamik tenglamalari uchun Gursa masalasining korrektligi Volterra integro-differensial tenglamasining korrektligi yordamida isbotlangan;

Qatlamli g‘ovak-elastik muhit uchun teskari dinamik masalaning yechimi uchun Gupillaning gipotezasi bajarilganligi haqidagi faraz ostida rekurrent formulalar olingan va g‘ovak-elastik muhitning bir o‘lchovli teskari dinamik masalalarini regulyarizatsiyalangan algoritmlari ishlab chiqilgan;

Erkin sirt nuqtalari tebranishlarining qo‘shimcha ma’lumotlaridan g‘ovak-elastiklik tenglamalarining bir o‘lchovli sistemasining bo‘lakli-silliq siljish koeffitsiyentini aniqlash masalasining korrektligi kesish usuli, regulyarizatsiya usuli va qo‘zg‘almas nuqta usullarining kombinatsiyasidan foydalanib isbotlangan;

Ko‘ndalang to‘lqinlar uchun g‘ovak-elastiklikning bir o‘lchovli integral shartli teskari dinamik masalalarining yechimi mavjudlik va yagonalik teoremalari funksional tahlil usullaridan foydalanib isbotlangan va ular uchun turg‘unlik baholashlar olingan;

G‘ovak-elastiklik tenglamalar sistemasi uchun bir o‘lchovli to‘g‘ri va teskari masalalarni o‘rganishda matematik modellashtirish usullari, kesish usuli, qo‘zg‘almas nuqta usuli, giperbolik sistemalar uchun xarakteristikalar usuli, integral tenglamalar usuli, funksional tahlil usullari, regulyarizatsiya usullaridan foydalanilgan.

Dissertatsiya ishida o‘rganilgan barcha masalalar yangi bo‘lib ulardan to‘g‘ri va teskari masalalar nazariyasini yanada rivojlantirish uchun foydalanish mumkin.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЁНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ФЕРГАНСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

КАРШИНСКИЙ ФИЛИАЛ ТАШКЕНТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ИНФОРМАЦИОННЫЙ ТЕХНОЛОГИЙ ИМЕНИ МУХАММАДА АЛ-ХОРАЗМИЙ

ХУЖАЕВ ЛОЧИН ХУСАНОВИЧ

ОДНОМЕРНАЯ ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ПОРОУПРУГОСТИ

01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации доктора философии (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Фергана – 2024

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико – математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссиия при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан под №B2021.4.PhD/FM648.

Диссертация выполнена в Каршинском филиале Ташкентского университета информационных технологий.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб – странице Научного совета (www.fdu.uz) и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель: **Имомназаров Холматжон Худайназарович,**
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Хасанов Анварджан,**
доктор физико-математических наук, профессор

Бегматов Акрам Хасанович,
доктор физико-математических наук, профессор

Ведущая организация: **Термезский государственный университет**

Защита диссертации состоится «02» 11 2024 года в 10.00 часов на заседании Научного совета PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 при Ферганском государственном университете. (Адрес: 150100, г. Фергана, ул. Мураббийлар, дом 19. Тел: (+99873) 244-44-02, факс: (+99873) 244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно–ресурсном центре Ферганского государственного университета (зарегистрирована за №402) (Адрес: 150100, г. Фергана, ул. Мураббийлар, дом 19). Тел.: (+99873) 244-44-94.

Автореферат диссертации разослан «18» 10 2024 года.
(протокол рассылки №5 от «18» 10 2024 года).

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI FARG'ONA DAVLAT UNIVERSITETI
O'ZBEKISTON

А.К.Уринов
Председатель ученого совета по присуждению ученых степеней, д.ф-м.н., профессор

И.У.Хайдаров
Ученый секретарь научного совета по присуждению ученых степеней, к.ф-м.н., доцент

Ю.П.Апаков
Заместитель председатель научного семинара при научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD**))**

Актуальность и востребованность темы диссертации. В мире проводимые многие научные и практические исследования, в большинстве случаев сводятся к решению чисто математических задач. Изучение краевых задач для гиперболических уравнений является одной из классических проблем теории дифференциальных уравнений с частными производными и вызывает постоянный интерес исследователей. Переход от инженерных задач к чисто математическим нередко представляет большие трудности, поэтому создание математических моделей физических процессов - важнейшее направление современной науки. Потребности практики требуют реализации обратных задач, которые приводят к задаче определения коэффициентов дифференциального уравнения (обыкновенного или в частных производных) по некоторым известным функционалам его решения. Обратные задачи используются в различных областях человеческой деятельности: сейсмологии, разведке полезных ископаемых, биологии, медицине, контроле качества промышленной продукции, в разведочной геофизике, при поиске нефтяных пластов и при выборе параметров волнового воздействия на месторождения нефти и газа с целью интенсификации добычи и т.д., использование в десятках других сферах считается важным.

В мире проводятся научно-исследовательские работы, направленные на исследование волновых процессов в различных средах и системах, в том числе математических моделей, описывающих распространение сейсмических волн в обратных задачах динамики для пористых сред, ориентированные на геофизические вопросы. В связи с этим в обратных динамических задачах для пористых сред, помимо скорости распространения и плотности сейсмических волн, в отличие от обратных динамических задач для упругих сплошных сред, особое внимание уделяется выявлению и исследованию дополнительных кинетических параметров, определяющих пористость, проницаемость и другие характеристики среды.

В нашей республике в последние годы уделяется большое внимание актуальным направлениям фундаментальной науки с практическим применением. В частности, проводится исследование волновых процессов и явлений в различных средах и системах, в свою очередь, разрабатываются аналитические, приближенные и численные методы, реализуемые на компьютерах, реализуются комплексные мероприятия и достигаются конкретные результаты. В постановлении Президента Республики Узбекистан от 9 июля 2019 года были определены важные задачи: «Проведение научных исследований на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям дифференциальных уравнений и математической физики, динамических систем и оптимального управления, прикладной математики и математического моделирования, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, алгебры и функционального анализа...».[2] В реализации этих задач математическое моделирование и изучение корректности постановки прямых и обратных задач распространения SH (Shear horizontal-горизонтальный сдвиг) волн в пористых средах, а также разработка алгоритмов для обратных динамических задач пороупругости представляет, как теоретический, так и практический интерес.

Проблема исследования настоящей диссертации находится в русле задач, обозначенных в Постановлениях Президента Республики Узбекистан ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии Наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института математики имени В.И. Романовского Академии Наук Республики Узбекистан», ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики», а также в других нормативно-правовых актах, касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Первые двухскоростные математические модели для описания распространения сейсмических волн в насыщенных жидкостью пористых средах были разработаны в работах Я.И.Френкеля, М.Био. Неизотермическая модель фильтрации в предположении аддитивности энтропии компонент пористой среды была получена методом законов сохранения в работах П.Робертса, Д.Лопе. Первые постановки динамических обратных задач для гиперболических уравнений и систем были сформулированы и исследованы М.М.Лаврентьевым и В.Г.Романовым, А.С.Благовещенским, А.С.Алексеевым. Различные подходы и методы исследования данных задач предложены и развиты в работах А.И.Прилепко, Ю.Е.Аниконова, А.Л.Бухгейма, Ю.Л.Гапоненко, Б.С.Парийского, Ю.Я.Белова, Н.И.Иванчова (Украина), Б.А.Бубнова, Е.Г.Саватеева, Н.Я.Безнощенко, В.В.Соловьева, Д.Г.Орловского, А.Л.Иванкова, А.В.Баева, Х.Х.Имомназарова и др. Из перечисленных выше работ отметим работы А.И.Кожанова, И.Р.Валитова, которые в своей постановке наиболее близки к диссертационной работе.

В нашей стране различные подходы и методы исследования обратных

---

[2] Постановление Президента Республики Узбекистан от 9 июля 2019 года №ПП-4387 «О государственной поддержке дальнейшее развитие математического образования и предметов, а также меры по коренному улучшению деятельность Института математики имени В.И.Романовского Академии наук республики Узбекистана».

динамических задач для гиперболических уравнений и систем, предложены и развиты в работах А.Хайдарова, С.З.Джамолова, Д.К.Дурдиева, А.Э.Холмурадова, З.Ш.Янгибоева и др. В результатах этих исследований рассмотрена одномерная обратная задача для волнового уравнения, задача определения наименьшего нестационарного коэффициента для упругой модели среды по некоторой дополнительной информации предварительного определения интеграла, задача и доказана теорема о ее разрешимости в классе конечных гладких функций, но в недостаточной степени изучены регуляризованные алгоритмы определения некоторых коэффициентов правильной и обратной задач для системы пороупругих уравнений, исследование корректности решения.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждением высшего образования, где выполнялось диссертация. Диссертационное исследование выполнено в рамках плана научно-исследовательских работ Каршинского филиала Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий.

Цель исследования: исследование одномерных прямых и обратных динамических процессов распространения сейсмических SH волн, в рамках которого доказываются теоремы о разрешимости соответствующих прямых и обратных динамических задач пороупругости, оценки устойчивости для них, а также построение алгоритма для рассматриваемых одномерных обратных динамических задач пороупругости.

Задачи исследования:

вывод математической модели распространения SH волн в упруго-пористых средах в необратимом приближении;

исследование задачи Гурса для динамических уравнений пороупругости в диссипативном случае, доказать теорему о разрешимости поставленной задачи;

получение рекуррентных формул и построение регуляризованных алгоритмов при предположении выполнении гипотезы Гупилла о равном времени распространении возмущений по слоям пористой среды;

исследование задачи определения кусочно-гладкого коэффициента сдвига одномерной системы уравнений пороупругости по дополнительной информации колебаний точек свободной поверхности;

исследование вопросов корректности одномерных обратных динамических задач пороупругости для поперечных волн с интегральным переопределением.

Объект исследования. Объектом исследования является насыщенная жидкостью пористая среда со сложной реологией и математическая модель волнового процесса.

Предметом исследования является построение математической модели и алгоритма для одномерных прямых и обратных динамических задач распространения сейсмических SH волн.

Методы исследования: в исследовании динамических процессов использованы методы математического моделирования, метод срезки, метод неподвижной точки, характеристик для гиперболических систем, метод интегральных уравнений, методы функционального анализа, метод регуляризации.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

на основе метода законов сохранения и закона термодинамики о необратимых процессах получена система дифференциальных уравнений, описывающая математическую модель распространения SH (Shear horizontal- сдвиг горизонтальный)-волн в пороупругой среде в необратимом приближении;

с использованием корректности интегро-дифференциального уравнения Вольтерра, на основе последовательного приближения доказана корректность задачи Гурсы для динамических уравнений пороупругости в диссипативном случае;

с применением методов комплексного анализа получены рекуррентные формулы, построены регуляризованные алгоритмы для одномерных обратных динамических задач пороупругости в предположении выполнения гипотезы Гупиллы для решения обратной динамической задачи слоистой пороупругой среды;

доказана корректность задачи определения кусочно-гладкого коэффициента сдвига одномерной системы уравнений пороупругости по дополнительным данным о колебаниях точек свободной поверхности с использованием сочетания метода резания, метода регуляризации и метода неподвижной точки;

с использованием метода функционального анализа для поперечных волн с интегральным переопределением получены оценки устойчивости одномерных обратных динамических задач пороупругости, доказаны теоремы существования и единственности.

Практические результаты исследования.

Разработаны регуляризованные алгоритмы решения одномерных динамических задач для системы пороупругих уравнений.

На основе алгоритмов система поропругих уравнений может быть использована для численного расчета решения задач.

Достоверность результатов исследований. Достоверность результатов исследования обосновывается корректностью математической модели на основе подхода, обеспечивающего гиперболичность уравнений модели и их согласованность с законами термодинамики, строгостью математических выкладок, использованием обоснованных методов решения, также путем сравнения полученных решений с точными решениями в аналогичных постановках для однофазных сред.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость результатов исследования выражается в исследовании широкого класса различных природных и технологических процессов, в частности, в предоставлении возможности изучения задач прямой и обратной динамики пороупругости в необратимой близости.

Практическая значимость результатов исследований определяется тем, что они используются при разработке и эксплуатации месторождений нефти и газа, в сейсмологии, при решении динамических задач, а также в специальных курсах лекций по уравнениям математической физики и дифференциальным уравнениям для старших курсов бакалавриата и магистратуры.

Внедрение результатов исследования. Результаты, полученные в диссертации, внедрены в практику в следующих направлениях:

полученные результаты диссертационной работы, относительно регуляризованных алгоритмов для одномерных обратных задач динамики пороупругости, результаты о единственности, существовании и устойчивости одномерных обратных задач динамики пороупругости для интегральных переопределенных поперечных волн среды использованы в научно-исследовательских работах Каршинского государственного университета, выполненных в рамках проекта ОТ-Атех-2018-340 «Теоретическое и численное исследования прикладных геофизических задач динамики двухскоростных сред» 2018-2020 гг. (справка №04/537 от 20 февраля 2024 года) позволило проверить корректность практических геофизических вопросов двухскоростной динамики среды;

полученные результаты относительно коэффициента кусочно-гладкого смещения системы одномерных уравнений пороупругости по дополнительным данным о точечных флуктуациях свободной поверхности, рекуррентным формулам в предположении, что выполняется гипотеза Гупиллы о равных временах распространения возмущений через слои пористой среды использовались при научных исследованиях прямых и обратных задач по теме гранта РФФИ № 06-05-65110 «Математическое моделирование распространения нелинейных волн в проводящих флюидонасыщенных пористых средах» (справка № 15301/6-01-29 от 28 апреля 2023 года), позволило доказать корректность задачи определения коэффициенти кусочно-гладкого системы пороупругих уравнений.

Апробация результатов исследования. Основные результаты диссертации обсуждались на 5 международных и 5 республиканских научных и научно-практических конференциях.

Публикации результатов исследования. Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 19 научных трудах, из них 9 статей, в том числе 4 в республиканских, 5 в зарубежных журналах, рекомендованных Высшей Аттестационной Комиссией Республики Узбекистан для Публикации основных научных результатов диссертационных работ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка использованной литературы. Текст диссертации изложен на 103 страницах.

СНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведен обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава **«Термодинамически согласованная математическая модель пороупругости»** является вспомогательной и приведена для удобства в которой обсуждаются построения нелинейных уравнений с частными производными для описания распространения нелинейных волн в насыщенных жидкостью пористых средах:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0,$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + (\mathbf{u}, \nabla) u_i = -\frac{1}{\rho}\partial_i p - \frac{\rho_l}{2\rho}\partial_i \mathbf{w}^2 + \frac{\rho_l}{2\rho\rho_s} h_{\alpha\beta}\partial_i g^{\alpha\beta} +$$

$$+\bar{\lambda}\frac{\rho_l}{\rho_s}\partial_i T + \bar{k}\frac{\rho_l}{\rho_s}\left(j_i - \rho u_i\right) - \frac{1}{\rho_s}\partial_k\left(h_{\alpha\beta} e_i^{\alpha} e_k^{\beta}\right),$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) v_i = -\frac{1}{\rho}\partial_i p + \frac{\rho_s}{2\rho}\partial_i \mathbf{w}^2 - \frac{h_{\alpha\beta}}{2\rho}\partial_i g^{\alpha\beta} -$$

$$-\bar{\lambda}\partial_i T - \bar{k}\left(j_i - \rho u_i\right) + \frac{1}{\rho_l}\partial_k\left(\eta\left(\partial_k v_i + \partial_i v_k - \frac{2}{3}\delta_{ik}\operatorname{div}\mathbf{v}\right)\right) +$$

$$+\frac{1}{\rho_l}\partial_i\left(\zeta_1 div\left(\mathbf{j} - \rho\mathbf{u}\right) + \zeta_2 \operatorname{div}\mathbf{v}\right),$$

$$\frac{\partial \mathbf{e}^{\alpha}}{\partial t} + \nabla\left(e^{\alpha}, u\right) = 0, \quad \left(e^{\alpha}, e^{\beta}\right) = g^{\alpha\beta}, \ \rho_s = \frac{const}{\sqrt{\det\left(g_{\alpha\beta}\right)}}, \quad \rho = \rho_s + \rho_l,$$

$$\frac{S}{t} + div\left(\frac{j}{\rho}S - \frac{k}{T}\tilde{N}T - \bar{\lambda}\left(j - \rho u\right)\right) = \frac{R}{T},$$

$$E_0 = E_0\left(\rho, S, j_0, g^{\alpha\beta}\right).$$

Вторая глава под названием **“Прямая и обратная динамическая задача для уравнений SH волн в пористой среде”** посвящена исследованию одномерных прямых и обратных динамических задач пороупругости на основе, полученной в первой главе математической модели, описываемая уравнениями SH волн в пористой среде.

Параграф 2.1. Рассмотрена задача типа Гурса для системы уравнений пороупругости. Пусть $\tilde{D}$ - область на плоскости Oxt, образованная прямыми: $x+t=x_0+t_0$ и $x-t=x_0-t_0$, проходящими через точку (x_0,t_0) для $x\geq x_0$. Рассмотрим случай, когда $(x_0,t_0)=(0,0)$.

Найти функции $u(x,t)$ и $v(x,t)$, связанные в квадрате $D=\{x,t:0\leq x-t\leq 2L, 0\leq x+t\leq 2L\}$ системой уравнений:

$$\begin{cases} u_{tt}-u_{xx}+\ \gamma b(u_t\text{-}v_t)\ =\ f(x,t), \\ v_{tt}-\ b(u_t\text{-}v_t)=\ f(x,t) \end{cases} \tag{1}$$

при выполнении для функций $u(x,\ t)$ и $v(x,\ t)$ условий

$$\begin{cases} u\big|_{t=x}=\tilde{\varphi}(x), \quad 0\leq x\leq L, \\ u\big|_{t=-x}=\tilde{\psi}(x), \quad 0\leq x\leq L, \\ \tilde{\varphi}(0)=\tilde{\psi}(0), \\ v(x,0)\ =\ 0,\ v_t(x,0)=0. \end{cases} \tag{2}$$

В системе (1) $u(x,t)$ и $v(x,t)$ компоненты скорости смещений упругого пористого тела и насыщающей жидкости, соответствующие постоянным парциальным плотностям ρ_s и ρ_l. Для простоты считаем, что модуль сдвига постоянный и скорость распространения поперечной волны равна единице, $b-$ коэффициент Дарси, $L>0-$ заданная постоянная, $\gamma=\rho_l/\rho_s$.

Определение 1. *Функции $u(x,t)$ и $v(x,t)$ называются решением задачи (1), (2) если $u, v, u_t, v_t, u_{tt}, v_{tt}, u_{xx}\in C(D)$ и $u(x,t)$, $v(x,t)$, функции удовлетворяют (1), (2).*

Доказана следующая

Теорема 1. *Пусть функция $f(x,t)$ является непрерывной на D и функции $\tilde{\varphi}(x)$ и $\tilde{\psi}(x)$ являются дважды непрерывно дифференцируемыми функциями на $[0,L]$. Тогда существует единственное решение задачи (1), (2).*

Параграф 2.2. Посвящен обратной динамической задаче пороупругости для слоистой среды: рассмотрим процесс распространения колебаний в неоднородном по переменной x полупространстве, описываемый системой уравнений

$$\rho_s(x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu(x)\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\rho_l(x)b(x)\left(\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial v}{\partial t}\right), \quad x\geq 0,\ t\geq 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}=b(x)(u-v), \quad x\geq 0, \quad t\geq 0, \tag{4}$$

при следующих нулевых начальных условиях:

$$u\big|_{t=0}=0, \quad u_t\big|_{t=0}=0, \quad v\big|_{t=0}=0, \quad x\geq 0, \tag{5}$$

и граничном условии

$$u_x|_{x=0}=H(t), \qquad t\geq 0. \tag{6}$$

Нас будет интересовать классическое решение задачи (2.2.1)-(2.2.4). т.е. $u\in C^2(x\geq 0,t\geq 0)$, $v\in C^1(x\geq 0,t\geq 0)$. Также предположим, что функции u, u_t и v, v_t принадлежат $L_2(t>0)$. Продолжим функции u и v нулем для $t<0$. Предположим, что в функции $H(t)\in C^2(t\geq 0)\cap L_2(t\geq 0)$ выполнены условия согласования $H(0)=0$, $H'(0)=0$.

В формулах (3) и (4) функция $\mu(x)$ кусочно-постоянна функция и имеет разрывы в точках $a_1<a_2<...<a_{k,}$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$, $b(x)$ полагая $a_0=0$, можно записать через равенства в следующем виде:

$$\mu(x)=\begin{cases}\mu_m, & \text{для } x\in(a_{m-1},a_m), m=1,...,k, \\ \mu_{k+1}, & \text{для } x>a_k\end{cases} \tag{7}$$

$$\rho_l(x)=\begin{cases}\rho_{lm} & \text{для } x\in(a_{m-1},a_m), \mathrm{m}=1,...,\mathrm{k}, \\ \rho_{lk+1} & \text{для } x>a_k\end{cases} \tag{8}$$

$$\rho_s(x)=\begin{cases}\rho_{sm} & \text{для } x\in(a_{m-1},a_m), \mathrm{m}=1,...,\mathrm{k}, \\ \rho_{sk+1} & \text{для } x>a_k\end{cases} \tag{9}$$

$$b(x)=\begin{cases}b_m & \text{для } x\in(a_{m-1},a_m), \mathrm{m}=1,...,\mathrm{k}, \\ b_{k+1} & \text{для } x>a_k\end{cases} \tag{10}$$

где $b_m,\mu_m,\rho_{lm},\rho_{sm}=const.$

В точках разрыва a_m коэффициента $\mu(x)$ к условиям (3), (4) добавим условия сопряжения

$$[u]_{x=a_m}=\left[\mu(x)u_x\right]_{x=a_m}=0,\ m=1,...,\mathrm{k}. \tag{11}$$

Задачу определения функции $u(x,t)$ и $v(x,t)$ удовлетворяющей равенствам (1) -(4), (9) при заданной функции $b(x)$, $\mu(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$ вида (5)-(8), принято называть *прямой задачей*.

На основе этого параграфа изучаются следующие обратные задачи:

Обратная задача A_μ^1 состоит в следующем: определить коэффициент $\mu(x)$ уравнения (1), т.е. найти набор из $2k+1$ чисел $\{\mu_1,...,\mu_{k+1};\ a_1,...,a_k\}$, если относительно решения задачи (3) -(6), (11) известна информация

$$\varPhi(\omega)=-\int_{-\infty}^{\infty}u_t(0,\mathrm{t})\mathrm{e}^{-i\omega t}\,dt, \qquad \omega\in\Omega, \tag{12}$$

причем $\Omega-$ отделенный от нуля конечный интервал и функции $b(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$ заданы. Далее будем для простоты считать, что функции $b(x)$, $\rho_l(x)$, $\rho_s(x)$ заданными постоянными.

Все дальнейшие построения будем проводить в предположении, что

$$\tau = \frac{a_1 - a_0}{c_1} = \frac{a_2 - a_1}{c_2} = \ldots = \frac{a_k - a_{k-1}}{c_k} \tag{13}$$

и величина τ задана, $c_k = \sqrt{\mu_k / \rho_{sk}}$. Как отмечалось выше в ряде случаев предположение (11) эквивалентно гипотезе Гупилла. Будем считать, что $|\Omega| > \pi / \tau,$ где $|\Omega|$- разделенная нулём мера конечного интервала.

Отметим, что наличие k равенств (13) обратной позволяет говорит о восстановлении в рамках решения обратной задачи 1 лишь $k+1$ констант. Будем считать, что это $\{c_1, ..., c_{k+1}\}$.

Известно, что прямая задача (3)-(6), (11) в случае слоистой среде связана следующей задачей для уравнения Гельмгольца с параметром:

$$U_{xx} + \omega^2 \tilde{B}^2(x,\omega)U = 0, \tag{14}$$

$$U_x(0,\omega) = h(\omega), \quad U_x - i\tilde{B}\omega U \to 0 \text{ при } x \to \infty, \tag{15}$$

$$\left[U\right]_{x=a_m} = \left[\mu U_x\right]_{x=a_m} = 0, \;\; m = 1,...,\mathrm{k}. \tag{16}$$

Здесь $U(x,\omega),\;\; h(\omega) -$ образы Фурье соответственно функций u и H:

$$U(x,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x,t)e^{-i\omega t}dt, \quad h(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} H(t)e^{-i\omega t}dt,$$

$$\tilde{B}(x,\omega) = \frac{\sqrt{(1 + \rho_l(x) / \rho_l(x))b(x) - i\omega}}{c(x)\sqrt{b(x) - i\omega}}.$$

Дополнительная информация (12) для обратной задачи A_μ^1 определения коэффициента $\mu(x)$ будет соответствовать равенству

$$\varPhi(\omega) = i\omega U(0,\omega), \quad \omega \in \Omega. \tag{17}$$

Таким образом, решение обратной задачи A_μ^1 связано с решением следующей задачи.

Следующая **обратная задача** A_μ^2 состоит в определение коэффициента $\mu(x)$ вида (7)-(10) уравнения (14), если относительно решения задачи (14)-(16) известна информация (17).

Введем следующее

Определение 2. *Обратную задачу A_μ^2 об определении функции $\mu(x)$ вида (7) по дополнительной информации (12) в рамках гипотезы (13) назовем k-слойной.*

$$\mathrm{F}_k(\mathrm{z}) = \frac{f_0^{(k)} + f_1^{(k)}z + \ldots + f_k^{(k)}z^k}{g_0^{(k)} + g_1^{(k)}z + \ldots + g_k^{(k)}z^k}. \tag{18}$$

Здесь нижний индекс функции $F_k(z)$ и верхние индексы коэффициентов $f_j^{(k)},\, g_j^{(k)}$ означают «слойность» задачи.

Равенства

$$\varphi_m = \int\limits_{\omega_0}^{\omega_0+\pi/\tau} \Phi(\omega) h^{-1}(\omega) e^{-2i\omega m\tau} d\omega \qquad (19)$$

в этих обозначениях принимают вид

$$\varphi_m = \frac{1}{2i\tau \tilde{B}_1} \int\limits_{|z|=1} F_k(z) \frac{dz}{z^{m+1}}, \qquad m = 0,...,\mathrm{k}. \qquad (20)$$

Доказана разрешимость одномерной обратной динамической задачи пороупругости в необратимом приближении для слоистых сред.

Теорема 2. *Пусть выполнены равенства (13), полином (18)* $g_0^{(k)} + g_1^{(k)} z + ... + g_k^{(k)} z^k$ *не имеет корней в круге* $|z| \le 1$ *и образ Фурье* $h(\omega)$ *функции* $\mathrm{H(t)}$ *не обращается в нуль для* $\omega \in [\omega_0, \omega_0 + \pi/\tau] \subset \Omega$. *Тогда для построенной по решению задачи (14)-(16) для функции* $F_k(z)$ *справедливы формулы*

$$F_k^{(m)}(0) = m! \left[2\gamma_m \prod_{p=1}^{m-1} (1-\gamma_p^2) - \sum_{p=1}^{m-1} \frac{h_p^m}{(m-p)!} F_k^{(m-p)}(0) \right]. \qquad (21)$$

Причем коэффициенты γ_m, h_p^m *вычисляются согласно формулам*

$$\gamma_m = \frac{\lambda_m^-}{\lambda_m^+} = -\frac{\mu_{m+1} - \mu_m}{\mu_{m+1} + \mu_m}, \quad m = 1,...,k; \qquad (22)$$

$$h_p^m = h_{m-1}^m h_{m-p-1}^{m-1} + h_p^{m-1}, \quad p = 0,...,m-2, m = 2,...,k;$$

$$h_{m-1}^m = -\gamma_m, \quad m = 2,...,\mathrm{k} \;\; h_0^1 = h_m^m = 0, \quad m = 1,...,k. \qquad (23)$$

Теорема доказывается вспомогательными конструкциями разбив на несколько лемм.

Коэффициенты $f_j^{(k)}$, $g_j^{(k)}$ функции $F_k(z)$ являются однородными полиномами со слагаемыми вида $\lambda_1^{\pm}\lambda_2^{\pm}...\lambda_k^{\pm}$ Поэтому после деления числителя и знаменателя $F_k(z)$ на отличную от нуля величину $\lambda_1^{+}\lambda_2^{+}...\lambda_k^{+}$ получим новые коэффициенты полиномов, за которыми будем сохранять прежние обозначения $f_j^{(k)}$, $g_j^{(k)}$, зависят от параметров $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_k$ причем каждое γ_m входит в числитель и знаменатель функции $F_k(z)$ линейно.

Запишем представление

$$\mathrm{F}_k(\mathrm{z}) = \frac{Q_k(z) + \gamma_k R_k(z)}{S_k(z) + \gamma_k D_k(z)}, \qquad (24)$$

где коэффициенты полиномов Q_k, R_k, S_k, D_k (которые мы будем обозначать соответствующими строчными буквами с нижним индексом, указывающим на степень *z*) не зависят от γ_k.

Далее для k=1,2 функции $F_k(z)$ имеют вид

$$F_1(z)=\frac{1+\gamma_1 z}{1-\gamma_1 z},\quad F_2(z)=\frac{1+\gamma_1 z+\gamma_1\gamma_2 z+\gamma_2 z^2}{1-\gamma_1 z+\gamma_1\gamma_2 z-\gamma_2 z^2}. \tag{25}$$

Лемма 1. *Если из формулы (24) известна функция $F_k(z)$, то $F_{k+1}(z)$ получится из нее после замены коэффициента γ_k функцией*

$$\frac{\gamma_k+\gamma_{k+1}z}{1+\gamma_{k/k+1}z}. \tag{26}$$

Лемма 2. *Коэффициенты полиномов Q_k, R_k, S_k, D_k в формуле (24) удовлетворяют равенствам*

$$q_0^{(k)}=s_0^{(k)}=1,\ r_0^{(k)}=d_0^k=0,$$
$$q_k^{(k)}=0,\ r_k^{(k)}=1,\ d_p^{(k)}=-s_{k-p}^{(k)}. \tag{27}$$

Лемма 3. *Для вычисления производных рациональной функции $F_k(z)$ из (18) при $z=0$ справедливы формулы*

$$F_k^{(m)}(0)=m!\left[\frac{f_m^{(k)}}{g_0^{(k)}}-\sum_{p=1}^{m}\frac{g_p^{(k)}}{g_0^{(k)}}\frac{1}{(m-p)!}F_k^{(m-p)}(0)\right]. \tag{28}$$

Лемма 4. *Для произвольного натурального $m\le k$ справедливо равенство*

$$F_k^{(\mathrm{m})}(0)=F_{k+1}^{(m)}(0). \tag{29}$$

Лемма 5. *Для коэффициентов h_p^m в формуле (21) справедливы равенства (23).*

Лемма 6*. Имеет место формула*

$$F_k^{(\mathrm{k})}(0)=\mathrm{k}!\left(2\gamma_k\prod_{p=1}^{k}(1-\gamma_p^2)+G_k\right), \tag{30}$$

где G_k зависят от $\gamma_1,...,\gamma_{k-1}$ и не зависят от γ_k.

Параграф 2.3. Получен алгоритм решения рассмотренной одномерной обратной задачи пороупругости. Используем формулы (21) для построения алгоритма решения обратной задаче A_μ^2, а тем самым и обратной задачи A_μ^1.

Прежде всего отметим важные следствия леммы 4.

Следствие 1. *Производная $F_k^{(m)}(0)$ $(m\le k)$ зависит лишь от чисел $\gamma_1,...,\gamma_m$ (22).*

Благодаря этому, построен рекуррентный алгоритм решения обратной задачи.

Следствие 2*. При всех натуральных k справедливы*

$$F_k(0)=1,\quad F_k^{'}(0)=2\gamma_1. \tag{31}$$

Прежде чем опишем алгоритм решения обратной задачи напомним условия его применимости.

1. Должны быт выполнены равенства (13), что в терминах системы уравнений Ламе означает справедливость гипотезы Гупилла об одинаковом времени прохождения волны по слоям.

2. Полином $g_0^{(k)} + g_1^{(k)} z + ... g_k^{(k)} z^k$ из (18) не должен иметь корней в круге $z \le 1$ Достаточным условием выполнения этого ограничения в терминах коэффициентов μ_m исходной задачи является то, чтобы скорости в слоях отличались «не сильно».

3. Образ Фурье $h(\omega)$данных $H(t)$ (6) не должен обращаться в нуль для содержащегося в Ω отрезка длины π / τ: $\omega \in [\omega_0, \omega_0 + \pi / \tau]$.

Пример: $H(t) = e^{-t^2/2}$ va $\Omega = R$ и $h(\omega) = e^{-\omega^2/2} > 0$ $\Omega = (0.5, k \cdot \pi)$, k - натуральные числа, $|\Omega| > \pi / \tau$ - за счет выбора k.

При всех сформулированных предположениях решение обратной задачи $(\mu_1, ..., \mu_{k+1})$ можно найти по следующей алгоритм.

1. Вычислить $k+1$ интегралов (19): $\varphi_0, ..., \varphi_k$.

2. Последовательно определить числа $\gamma_1, ..., \gamma_k$:из (30) следует

$$\gamma_1 = \varphi_1 / 2\varphi_0, \qquad (32)$$

а согласно $\varphi_m = \dfrac{1}{m!} \dfrac{\pi}{\tau \tilde{B}_1} F_k^{(m)}(0)$. и (30)

$$\gamma_m = \frac{1}{2\varphi_0} \frac{\varphi_m + \sum_{p=1}^{1} h_p^m \varphi_{m-p}}{\prod_{p=1}^{m-1} \left(1 - \gamma_p^2\right)}, \qquad (33)$$

где коэффициенты h_p^m вычисляются по рекуррентным формулам (23).

3. Найти решение обратной задачи: в силу (31), (33)

$$\mu_1 = \pi / \tau \varphi_0, \qquad (34)$$

а в соответствии с (22)

$$\mu_{m+1} = \frac{1 - \gamma_m}{1 + \gamma_m} \mu_m. \qquad (35)$$

Итак, в сформулированных предположениях формулы (19), (23), (32)-(35) дают решение обратной задачи A_μ^2. Численная реализация этих формул состоит лишь в процедуре вычисления интегралов (19) и алгебраических преобразований (32)-(35), (23).

Важным является то, моменты (26) могут вычисляться на отделенном от нуля интервале изменения ω.

Алгоритм допускает наличие фиктивных слоев $\mu_m = \mu_{m+1}$ что расширяет возможность его применения.

В третьей главе диссертации рассмотрены **“Одномерные обратные динамические задачи пороупругости”**. Подобная постановка задачи для уравнения колебаний струны рассматривалась И.Р. Валитовым и А.И. Кожановым.

Параграф 3.1. Обсуждаются возможные постановки обратных задач пороупругости: случай неизвестного коэффициента при члене, зависящем от времени.

Пусть D есть интервал (0,1), Q есть прямоугольник $\{(x,t): x\in D, t\in(0,T), 0<T<+\infty\}$. Далее, пусть $a(x)$, $f(x,t)$, $K(x,t)$, $u_0(x)$, $u_1(x)$ и $\mu(t)$ есть функции, заданные при $x\in[0,1]$, $t\in[0,T]$.

Обратная задача $\mathbf{B_s}$ состоит в следующем: найти функции $u(x,t)$, $v(x,t)$ и $s(t)$, связанные в прямоугольнике Q системой уравнений

$$\begin{cases} u_{tt}-u_{xx}+\ \gamma b(u_t\text{-}v_t)+s(t)a(x)u\ =\ f(x,t), \\ v_{tt}-\ b(u_t\text{-}v_t)\ =\ f(x,t), \end{cases} \tag{36}$$

при выполнении для функции $u(x,t)$ граничных условий

$$u(0,t)\ =\ u(1,t)\ =\ 0,\ 0\ <\ t\ <\ T, \tag{37}$$

и выполнении для функций $u(x,t)$ и $v(x,t)$ начальных условий

$$\begin{cases} u(x,0)\ =\ u_0(x),\ u_t(x,0)\ =\ u_1(0), \quad x\in D, \\ v(x,0)\ =\ 0,\ v_t(x,0)=0, \quad x\in D, \end{cases} \tag{38}$$

при дополнительном условии

$$\int_0^1 K(x,t)u(x,t)\,dx\ =\mu(t), \quad 0\ <\ t\ <\ T. \tag{39}$$

Далее решение системы понимаем в смысле обобщенных решений, а именно для задачи Коши приведем определение обобщенного решения.

Определение 3. *Функции $u,v\in L_{2,loc}(R^2)$ назовем обобщенным решением системы (36) в R^2, если существует классических (класса $C^2(R^2)$) решений u_k, v_k таких, что $\|u_k-u\|_{L_2(\Omega)}\to 0,\quad \|v_k-v\|_{L_2(\Omega)}\to 0,\quad k\to\infty,$*

где Ω - произвольная ограниченная область в R^2.

В системе (36) $u(x,t)$ и $v(x,t)$- компоненты скорости смещений упругого пористого тела и насыщающей жидкости с соответствующими постоянными парциальными плотностями ρ_s и ρ_l. b- коэффициент Дарси, $\gamma=\rho_l/\rho_s$, функция вида $s(t)a(x)$ отвечает за диссипацию энергии в системе. Далее для простоты считаем, что скорость распространения сдвиговой волны постоянна и равна единице, будем считать, что $a(1)=1$.

Доказаны теоремы единственности и существования рассматриваемых одномерных обратных задач в классах ограниченных гладких функций и получены оценки их устойчивости.

Теорема 3. *Пусть выполняются условия*

$$\tilde{\alpha}\sqrt{\tilde{\beta}}T<2,\ a(x)\in C^1[0,1],\ K(x,t)\in C^2\left(\bar{Q}\right),\ \mu(t)\in C^2[0,T];$$

$$\mu(t)\ \geq\mu_1>0\ \textit{при}\ t\in[0,T];\ \frac{2R_3\sqrt{\tilde{\beta}}}{2-\tilde{\alpha}\sqrt{\tilde{\beta}}T}\ \leq\ \mu_0,$$

$$\int_0^1 K(x,t)u_0(x)dx = \mu(0), \quad \int_0^1 K(x,0)u_1(x)dx + \int_0^1 K_t(x,0)u_0(x)dx = \mu'(0).$$

Тогда для любой функции $f(x,t)$ *такой, что* $f(x,t)\in L_2(Q)$, $f_t(x,t)\in L_2(Q)$ *и для любых функций* $u_0(x)$ *и* $u_1(x)$ *таких, что* $u_0(x)\in H^2(D)\cap \overset{0}{H}{}^1(D)$, $u_1(x)\in \overset{0}{H}{}^1(D)$ *обратная задача* B_s *имеет решение* $\{u(x,t),\ s(t)\}$ *такое, что* $u(x,\ t)\in V_0$, $v(x,t)\in L_\infty\left(0,\ T; H^2(D)\cap \overset{0}{H}{}^1(D)\right)$,

$$v_t(x,t)\in L_\infty\left(0,\ T;\overset{0}{H}{}^1(D)\right), v_{tt}(x,t)\in L_2(Q),\ s(t)\in L_\infty[0,T]$$

Обратная задача $\mathbf{B}_s^*$. Рассмотрим начально-краевую задачу: найти функцию $u(x,t)$, являющуюся в прямоугольнике Q решением уравнения

$$u_{tt}-u_{xx}+\ \gamma b u_t-\gamma b^2\int_0^t u_\eta(x,\eta)\exp\left[-b(t-\eta)\right]d\eta + s_1(t,u)a(x)u\ =\ \mathrm{g}(x,t) \quad (40)$$

и такую, что для нее выполняются условия (3.1.2) и

$$u(x,\ 0)\ =\ u_0(x),\ u_t(x,\ 0)\ =\ u_1(x),\quad x\in D \quad (41)$$

В формуле (37)

$$\mathrm{g}(x,t)=f(x,t)+\gamma b\int_0^t f(x,\eta)\exp\left[-b(t-\eta)\right]d\eta\ .$$

Определим множество W_2:

$$W_2=\{\{u(x,t),s(t)\}\ :u(x,t)\in V_0,\ s(t)\in L_\infty[0,T],$$
$$\mu(t)\ -\ \psi_1(t,u)\ \ge\ \tilde{k}_0 >\ 0,\ \text{при}\, t\in[0,T]\}.$$

Теорема 4. *Пусть для функций* $a(x)$, $f(x,t)$, $K(x,t)$ *и* $\mu(t)$ *выполняются условия теоремы 3. Тогда в множестве* W_2 *обратная задача* B_s^* *не может иметь более одного решения.*

Во втором параграфе исследуется обратная задача для системы уравнений пороупругости: случай с неизвестным коэффициентом Дарси зависящем от времени.

Пусть D есть интервал (0,1), Q есть прямоугольник $\{(x,t): x\in D, t\in(0,T), 0<T<+\infty\}$. Далее, пусть $a(x)$, $f(x,t)$, $K(x,t)$, $u_0(x)$, $u_1(x)$ и $\mu(t)$ есть функции, заданные при $x\in[0,1]$, $t\in[0,T]$.

Обратная задача $\mathbf{A}_s$ состоит в следующем: найти функции $u(x,t)$, $v(x,t)$ и $s(t)$, связанные в прямоугольнике Q системой уравнений

$$\begin{cases} u_{tt}-u_{xx}+\ \gamma s(t)a(x)(u_t\text{-}v_t)\ =\ f(x,t), \\ v_{tt}-\ s(t)a(x)(u_t\text{-}v_t)\ =\ f(x,t), \end{cases} \quad (42)$$

при выполнении для функции $u(x,\ t)$ граничных условий

$$u(0,t)\ =\ u(1,t)\ =\ 0,\ 0<t<T, \quad (43)$$

и выполнении для функций $u(x,t)$ и $v(x,t)$ начальных условий

$$\begin{cases} u(x,0) = u_0(x),\ u_t(x,0) = u_1(x), & x \in D, \\ v(x,0) = 0,\ v_t(x,0) = 0, & x \in D, \end{cases} \tag{44}$$

при дополнительном условии

$$\int_0^1 K(x,t)u(x,t)\,dx = \mu(t), \quad 0 < t < T. \tag{45}$$

В системе (42) $u(x,t)$ и $v(x,t)$ - компоненты скорости смещений упругого пористого тела и насыщающей жидкости соответствующими постоянными парциальными плотностями ρ_s и ρ_l, в данной работе для простоты считаем, что распространения сдвиговой волны постоянной и равной единице, $\gamma = \rho_l / \rho_s$, функция вида $s(t)a(x)$ характеризует коэффициент Дарси и отвечает за диссипацию энергии в системе. При этом для простоты считаем, что $a(1) = 1$.

Доказаны теоремы существования и единственности рассматриваемых одномерных обратных задач в классах ограниченных гладких функций и получены оценки их устойчивости.

Теорема 5. *Пусть выполняются условия*

$$\alpha\sqrt{\beta}T < 2, \quad a(x) \in C^1[0,1],\ K(x,t) \in C^2(\bar{Q}),\ \mu(t) \in C^2[0,T];$$

$$F(t) - \mu''(t) \le -m_0 < 0,\ \mu'(t) \le -m_1 < 0 \text{ при } t \in [0,T];$$

$$R_0 \le m_0,\ R_1 < m_1;$$

$$\int_0^1 K(x,0)u_0(x)dx = \mu(0),\ \int_0^1 K(x,0)u_1(x)dx + \int_0^1 K_t(x,0)u_0(x)dx = \mu'(0).$$

Тогда для любой функции $f(x,t)$ *такой, что* $f(x,t) \in L_2(Q)$, $f_t(x,t) \in L_2(Q)$ *и для любых функций* $u_0(x)$ *и* $u_1(x)$ *таких, что* $u_0(x) \in H^2(D) \cap \overset{0}{H}{}^1(D)$, $u_1(x) \in \overset{0}{H}{}^1(D)$ *обратная задача* A_s *имеет решение* $\{u(x,t),\ s(t)\}$ *такое, что* $u(x,\ t) \in V_0$, $v(x,t) \in L_\infty(0,\ T; L_2(Q))$, $v_t(x,t) \in L_\infty(0,\ T; L_2(Q)), v_{tt}(x,t) \in L_2(Q),\ s(t) \in L_\infty[0,\ T]$.

Далее рассматривается вопрос единственности решения обратной задачи A_s.

Обозначим через W_1 следующее множество

$$W_1 = \{\{u(x,t), v(x,t), s(t)\} \ : u(x,t) \in V_0, v(x,\ t) \in L_\infty(0,\ T; L_2(Q)),$$
$$v_t(x,t) \in L_\infty(0,\ T; L_2(Q)), v_{tt}(x,t) \in L_2(Q), s(t) \in L_\infty[0,T],$$
$$\mu'(t) - \psi(t,u,v) \ge k_0 > 0,\ s(t) \ge 0 \text{ при } t \in [0,\ T]\}.$$

Теорема 6. *Пусть для функций* $a(x,t)$, $f(x,t)$, $K(x,t)$ *и* $\mu(t)$ *выполняются включения теоремы 5. Тогда в множестве* W_1 *обратная задача* A_s *не может иметь более одного решения.*

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация посвящена постановке и исследованию одномерных прямых и обратных задач для системы уравнений пороупругости.

В первой главе изучена термодинамическая пропорциональная математическая модель пороупругости, во второй главе прямая и обратная динамическая задача для уравнения SH волны в пористой среде, в третьей главе одномерные обратные динамические задачи пороупругости.

Основные результаты диссертации:

На основе метода законов сохранения получена система дифференциальных уравнений, описывающая математическую модель распространения SH-волн в пороупругой среде в необратимом приближении;

Доказана корректность задачи Гурсы для динамических уравнений пороупругости в диссипативном случае с использованием корректности интегро-дифференциального уравнения Вольтерра;

Получены рекуррентные формулы, построены регуляризованные алгоритмы для одномерных обратных динамических задач пороупругости в предположении выполнения гипотезы Гупиллы для решения обратной динамической задачи для слоистой пороупругой среды;

Доказана корректность задачи определения кусочно-гладкого коэффициента сдвига одномерной системы уравнений пороупругости по дополнительным данным о колебаниях точек свободной поверхности с использованием сочетания метода резания, метода регуляризации и методов неподвижной точки;

С использованием методов функционального анализа доказаны теоремы существования, единственности решения одномерных обратных динамических задач пороупругости для поперечных волн с интегральным переопределением и получены оценки их устойчивости;

При исследовании динамических процессов использовались методы математического моделирования, метод срезки, метод неподвижной точки, характеристический метод для гиперболических систем, метод интегральных уравнений, методы функционального анализа, методы регуляризации.

Все задачи, изученные в диссертационной работе, являются новыми и могут быть использованы для дальнейшего развития теории правильных и обратных задач.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 FERGANA STATE UNIVERSITY

KARSHI BRANCH OF TASHKENT UNIVERSITY OF INFORMATION TECHNOLOGIES NAMED AFTER MUHAMMAD AL-KHWARIZMI

KHUJAEV LOCHIN HUSANOVICH

ONE-DIMENSIONAL DIRECT AND INVERSE PROBLEM FOR A SYSTEM OF POROELASTICITY EQUATIONS

01.01.02 – Differential Equations and Mathematical Physics

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Fergana – 2024

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Ministry of Higher Education, Science and Innovation of the Republic of Uzbekistan under number B2021.4.PhD/FM648.

Dissertation has been prepared at Karshi branch Tashkent university of information technologies.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website (www.fdu.uz) and the "ZiyoNet" information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisors:	**Imomnazarov Kholmatjon Khudaynazarovich,** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Khasanov Anvardjan,** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Begmatov Akram Khasanovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Leading organization:	**Termiz State University**

Defense will take place «02» 11 2024 at 10.00 at the meeting of Scientific Council number PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 at Fergana State University. (Address: Murabbiylar str. 19, Fergana, Uzbekistan, 150100, Phone: (+99873)244-44-02, fax: (+99873)244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Fergana State University (is registered № 400). (Address: Murabbiylar str. 19, Fergana, Uzbekistan, 150100, Phone: (+99873)244-44-94.

Abstract of dissertation sent out on « 19 » 10 2024 year.
(Mailing report № 5 on « 19 » 10 2024 year).

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI FARG'ONA DAVLAT UNIVERSITETI

A.K.Urinov
Chairman of Scientific Council on award of scientific degrees, D.Ph.M.S., Professor

I.U.Khaydarov
Scientific Secretary of Scientific Council on award of scientific degrees, C.Ph.M.S., Dotsent

Y.P.Apakov
Deputy chairman of the Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.Ph.M.S., Professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research is to study one-dimensional direct and inverse dynamic problems of seismic SH wave propagation in a porous-elastic medium, to prove theorems about the solution of direct and inverse dynamic problems of suitable porous-elasticity, for which it consists in obtaining stability estimates, as well as developing an algorithm for solving the considered one-dimensional inverse dynamic problem.

The scientific novelty of the study is as follows:

the system of proprietary differential equations describing the mathematical model of propagation of SH (Shear horizontal) waves with irreversible approximation in a porous-elastic medium was developed based on the method of conservation laws and the law of thermodynamics of irreversible processes;

using the correctness of Volterra's integro-differential equation, the correctness of Gursa's problem for dynamic equations of pore-elastic in the dissipative state was proved using the method of successive approximation;

recurrent formulas, regularized algorithms for the solution of one-dimensional inverse dynamic problems of pore-elasticity were developed using complex analysis methods under the assumption that Gupilla's hypothesis was fulfilled for the inverse dynamic problem in a layered porous-elastic medium;

the correctness of the problem of determining the lumped-smooth displacement coefficient of the one-dimensional system of pore-elastic equations using the combination of the cutting method, the regularization method and the fixed point method based on the additional data of the free surface point vibrations is proved;

stability estimates of solutions of one-dimensional integral conditional inverse dynamic problems of pore-elasticity for transverse waves were obtained, existence and uniqueness theorems for them were proved using functional analysis methods.

Implementation of research results. Based on the results of the research of one-dimensional direct and inverse problems for the system of porous-elastic equations:

Regularized algorithms for one-dimensional inverse dynamics problems of pore-elasticity, results obtained on uniqueness, existence and stability of one-dimensional inverse dynamics problems of pore-elasticity for integral overdetermined transverse waves was used in scientific research on the project of OT-Atex -2018-340 -"Theoretical and numerical research of practical geophysical issues of two-speed environment dynamics" (Karshi State University reference No. 04\537 dated February 20, 2024). As a result, it allowed to verify the correctness of practical geophysical issues of two-speed environment dynamics;

lumpy-smooth displacement coefficient of the system of one-dimensional pore-elasticity equations from additional data of free surface point fluctuations, the obtained results on the recurrent formulas under the assumption that Gupilla's hypothesis of equal times of propagation of disturbances through layers of porous medium were used in iscientific research on the project of RFBR grant No. 06-05-65110 on the topic "Mathematical modeling of the thermodynamically mathematical model of two-phase medium with mutual effects in dissipative approximation" (Reference No. 15301/6-01-29 of STW of Russia, HM and MG dated April 28, 2023). As a result, it made it possible to prove the correctness of the problem of determining the lumpy-smooth coefficienti of the system of porous-elastic equations.

E’lon qilingan ishlar ro‘yxati

Список опубликованных работ
List of published works

I bo‘lim (I часть; part I)

1. Хужаев.Л.Х., Янгибоев.З.Ш. Обратная задача пороупругости для слоистой среды. // Илм сарчашмалари журнали.Урганч. Узбекистан. 5.2020. с.3-9. (01.00.00, №12).

2. Imomnazarov Kh.Kh., Khujaev L.Kh., Yangiboev Z.Sh. The inverse problem for a system of poroelasticity equations: the case of an unknown coefficient with a lower term depending on time. // Bulletin of the Institute of Mathematics. Vol. 5, №3, 2022, pp.143-150. (01.00.00, №17).

3. Imomnazarov Kh.Kh., Khujaev L.Kh., Yangiboev Z.Sh. Goursa type problem for a system of equations of poroelasticity.// Bulletin of National University of Uzbekistan: Mathematics and Natural Sciences. Vol. 5, №2, 2022, pp.56-66. (01.00.00, №8).

4. Имомназаров Б.Х., Хужаев Л.Х., Янгибоев З.Ш. Задача типа Гурса для системы уравнений гиперболического типа. // ҚарДУ хабарлари. 1(51),2022. с. 16-23. (01.00.00, №19).

5. Imomnazarov Kh.Kh., Khujaev L.Kh., Yangiboev Z.Sh. On one inverse dynamic problem of poroelasticity for a porous medium. // Математические заметки СВФУ Апрель—июнь, Том 29, № 2, 2022. с.19-30. (Scopus).

6. Имомназаров Б.Х., Хужаев Л.Х., Янгибоев З.Ш. Об одной обратной динамической задаче пороупругости для слоистой среды.// ИНТЕРЭКСПО ГЕО-СИБИРЬ Сибирский государственный университет геосистем и технологий (Новосибирск). 4-981X-2022, pp. 93-101.(3. Journal IF: 1.2).

7. Khujaev L.Kh. Nonlinear inverse problems for the system of poroelasticity equations. //Scientific reports of Bukhara state. Vol.5, 2022, pp. 3-16.(01.00.00, №6)

8. Imomnazarov Kh.Kh., Khujaev L.Kh., Yangiboev Z.Sh. The inverse problem for a system of poroelasticity equations: the case with an unknown Darcy time-dependent coefficient. // European Journal of Research 5(7), 2020, pp. 3-17.(3. Journal SJIF:6.22).

9. Imomnazarov Kh.Kh., Khujaev L.Kh., Yangiboev Z.Sh. The inverse problem for the system of equations of poroelasticity: the case of an unknown coefficient with a younger term, depending on time. // Philosophical Readings XIII.4 (2021), pp. 796-808. (3. Journal SJIF:6.38).

II bo‘lim (II часть; II part)

1. Имомназаров Б.Х., Хужаев Л.Х., Янгибоев З.Ш. Задача типа Гурса для системы уравнений пороупругости. // Международные научные конференци. «Современные проблемы дифференциальных уравнений и сежных разделов математики» Фергана. 2020. 12-13 март. с. 308-312.

2. Хужаев Л.Х., Имомназаров Б.Х., Янгибоев З.Ш. Обратная задача пороупругости для слоистой среды. // Международные научные конференци. «Современные проблемы дифференциальных уравнений и сежных разделов математики» Фергана. 2020. 12-13 март. с. 348-352.

3. Хужаев Л.Х., Янгибоев З.Ш. Обратная задача пороупругости для слоистой среды. // XVI Международные научные конференци. Полша. 2020. 7-15 Февраль.с. 49-53.

4. Имомназаров Х.Х., Хужаев Л.Х., Янгибоев З.Ш. Обратная задача для системы равнений пороупругости: случай неизвестного коэффициента при младшем члене, зависящем от времени. // Илмий онлайн -конференция. "Matematikaning zamonaviy muammolari". Нукус. 2020. 20 май. с.155-157.

5. Янгибоев З.Ш., Хужаев Л.Х. Решение системы уравнений пороупругости. //Академик С.Ҳ.Сирожиддинов таваллудининг 100 йиллигига бағишланган «Математика ва амалий математиканинг замонавий муаммолари» Республика миқёсидаги ёш олимлар илмий онлайн-конференцияси. Тошкент. 2020. 21-май. с. 138-140.

6. Imomnazarov Kh.Kh., Khujaev L.Kh., Yangiboev Z.Sh. Inverse problem for a system of poroelasticity equations: the case with an unknown time-dependent Darcy coefficient. // Of the vii international scientific conference conference «Modern problems of applied mathematics and information technologies al-khwarizmi 2021». Fergana. 2021. 15-17 november. pp. 66.

7. Имомназаров Х.Х., Хужаев Л.Х., Янгибоев З.Ш. Задача типа Гурса для системы уравнений пороупругости. // Хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси. «Дифференциал тенгламалар ва анализнинг турдош масалалари” Бухоро, Ўзбекистон, 2021. 04–05 ноябр, с.218-219.

8. Imomnazarov Kh.Kh., Khujaev L.Kh., Yangiboev Z.Sh. The problem of determining time-dependent Darcy coefficient from the poroelasticity system. // International scientific conference. «Contemporary mathematics and its application». Tashkent, Uzbekistan, 2021, 19-21 November. pp 36-37.

9. Имомназаров Х.Х., Хужаев Л.Х., Янгибоев З.Ш. Задача типа Гурса для системы уравнений пороупругости. (случай поперечных волн). // Научной конференции «Операторные алгебры, неассоциативные структуры и смежные проблемы». 14–15 сентября 2022 года Ташкент, Узбекистан с. 227-228.

10. Имомназаров Б.Х., Хужаев Л.Х., Янгибоев З.Ш. Об одной обратной динамической задаче пороупругости для пористой среды. // Научной конференции «Операторные алгебры, неассоциативные структуры и смежные проблемы». 14–15 сентября 2022 года Ташкент, Узбекистан с. 266-268.

Avtoreferat Farg‘ona davlat universiteti «FarDU. Ilmiy xabarlar – Научный вестник. ФерГУ» ilmiy – metodik jurnal tahririyatida tahrirdan o‘tkazilib, o‘zbek, rus va ingliz tillaridagi matnlar o‘zaro muvofiqlashtirildi.

FDU “Nusxa ko‘paytirish bo‘limi”da
chop etildi. 2024-yil.
Adadi 100 nusxa. Nashriyot bosma tabog‘i – 2,5.
Shartli bosma tabog‘i – 1,25.
«Times New Roman» garniturasi.
150100. Farg‘ona shahri Murabbiylar ko‘chasi, 19-uy.