**O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM,
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
V. I. ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI,
TOSHKENT ARXITEKTURA-QURILISH UNIVERSITETI**

JUMAYEV DAVRON ILXOMOVICH

KOMPAKTLI TIPIDAGI FAZOLAR VA ULARNING GIPERFAZOLARI

01.01.04 – Geometriya va topologiya

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

Toshkent – 2024

UDK: 515.12

Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi avtoreferati mundarijasi

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Content of the abstract of doctor of philosophy (PhD) dissertation on physical-mathematical sciences

O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM,
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
V. I. ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI,
TOSHKENT ARXITEKTURA-QURILISH UNIVERSITETI

JUMAYEV DAVRON ILXOMOVICH

KOMPAKTLI TIPIDAGI FAZOLAR VA ULARNING GIPERFAZOLARI

01.01.04 – Geometriya va topologiya

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI

Toshkent – 2024

Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (Doctor of Philosophy) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2019.3.PhD/FM399 raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya ishi V. I. Romanovskiy nomidagi matematika instituti hamda Toshkent arxitektura-qurilish universitetida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume)) Ilmiy kengash veb-sahifasi (www.ik-fizmat.nuu.uz)da va "Ziyonet" Axborot ta'lim portali (www.ziyonet.uz)da joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:	**Zaitov Adilbek Ataxanovich** fizika-matematika fanlari doktori, professor
Rasmiy opponentlar:	**Beshimov Ruzinazar Bebutovich** fizika-matematika fanlari doktori, dotsent
	Eshqobilova Dilrabo Turaxonovna fizika-matematika fanlari falsafa doktori (PhD)
Yetakchi tashkilot:	**Nizomiy nomidagi Toshkent davlat pedagogika universiteti**

Dissertasiya himoyasi Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 raqamli Ilmiy kengashning 2025 yil "03" 01 soat 15:00 dagi majlisida bo'lib o'tadi (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko'chasi, 4-uy. Tel.: (+99878) 227-12-24, faks: (+99878) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertasiya bilan O'zbekiston Milliy universitetining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (179 raqami bilan ro'yxatga olingan) (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko'chasi, 4-uy. Tel.: (+99878) 246-02-24).

Dissertasiya avtoreferati 2024 yil "20" 12 kuni tarqatildi.
(2024 yil "20" 12 dagi 2 raqamli reestr bayonnomasi).

A. S. Sadullayev
Ilmiy darajalar beruvchi
Ilmiy kengash raisi,
f.-m. f. d., akademik

R. M. Jo'rayev
Ilmiy darajalar beruvchi
Ilmiy kengash ilmiy kotibi,
f.-m. f. f. d. (PhD)

R. B. Beshimov
Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash
qoshidagi Ilmiy seminar raisi
f.-m. f. d., dotsent

KIRISH
(falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Jahon miqyosida ilmiy-texnik taraqqiyotning jadal sur'atlar bilan rivojlanishi fundamental tadqiqotlarning, shu jumladan, matematikaning yangi sohalarini rivojlantirish va olingan natijalarni amaliyotga tatbiq qilishni talab etmoqda. Umumiy topologiyadagi amaliyot talablaridan kelib chiqadigan ko'pgina masalalar differensial topologiya, algebraik topologiya, matematik analiz, matematik modellashtirish va optimal boshqarish masalalariga keltirilmoqda. Keyingi paytlardagi dunyoda olib borilayotgan ilmiy izlanishlar, shuningdek topologik fazolarni metrikalashtirish masalasi haligacha jozibali muammolardan biri bo'lib qolmoqda. Kompaktli tipidagi fazolar va ularning giperfazolariga oid erishilgan natijalar ham nazariy, ham tatbiqiy jihatdan ahamiyatli va bu nazariya zamonaviy matematikaning dolzarb masalalarini hal qilishda muhim ahamiyatga ega hisoblanadi.

Jahon tajribasida zamonaviy matematikada fundamental tadqiqotlarning yangi yo'nalishlarini, xususan, topologik fazolar nazariyasini rivojlantirish va olingan natijalarni amaliyotga tatbiq etish borasida qator ilmiy tadqiqotlar olib borilgan. Iqtisodiyot va sanoat ehtiyojlaridan kelib chiqadigan amaliy va sof matematikaning ko'plab muammolari kompaktli Xausdorf fazolari sinfiga qaraganda kengroq topologik fazolar muammolariga, xususan, superparakompakt va Π-to'la fazolarga keltiriladi. Bunday holda qaraladigan tanlanmalarga giperfazoning elementlari mos keladi hamda uning baza atroflari sifatida holatlar to'plami qaraladi. Shuning uchun superparakompakt va Π-to'la fazolar va ularning giperfazolari bo'yicha olingan natijalar ham nazariy, ham amaliy ahamiyatga ega bo'lib, zamonaviy matematikaning eng muhim tadqiqot yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Yuqorida qayd etilgan yo'nalishlarda olib borilgan ilmiy izlanishlar tadqiqot ishining dolzarbligini belgilaydi.

Mamlakatimizda aniq va tabiiy fanlar sohasidagi hozirgi tendensiyalarga, xususan, umumiy topologiya, funktorlar nazariyasida mavjud muammolarni o'rganish va olingan natijalarni tadbiq qilishga alohida e'tibor qaratilmoqda. Matematika fanining asosiy vazifalari va faoliyati yo'nalishlari "Funksional analiz, geometriya va topologiya" fanlarining ustuvor yo'nalishlarida xalqaro standartlar darajasida ilmiy tadqiqotlar ishlari ko'lamini kengaytirish, ularning natijadorligi va amaliy ahamiyatini oshirish topologiya fanining faoliyat yo'nalishlari va muhim vazifalari sifatida belgilab berilgan[1]. Qaror ijrosini ta'minlashda kompaktli tipidagi fazolar (superparakompaktlik, Π-to'lalik va boshqalar), funktorlar nazariyasi, xususan, topologik fazolarning giperfazolari bo'yicha tadqiqotlar olib borish muhim ahamiyat kasb etmoqda.

Mazkur dissertatsiya ishining mavzusi va tadqiqot obyekti O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 17-iyundagi "2019-2023-yillarda Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universitetida talab yuqori bo'lgan

[1] O'zbekiston Respublikasi Vazirlar mahkamasi 2017-yil 18-maydagi "O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining yangidan tashkil etilgan ilmiy tadqiqot muassasalari faoliyatini tashkil etish to'g'risida"gi 292-sonli qarori.

malakali kadrlar tayyorlash tizimini tubdan takomillashtirish va ilmiy salohiyatni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4358-sonli Qarori, 2019-yil 9-iyuldagi “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zR FA V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4387-sonli Qarori, 2020-yil 7-maydagi “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4708-sonli Qarorlariga hamda mazkur faoliyatga tegishli boshqa normativ-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarga mos keladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga bog‘liqligi. Mazkur tadqiqot respublika fan va texnologiyalar rivojlanishining IV “Matematika, mexanika va informatika” ustuvor yo‘nalishi doirasida bajarilgan.

Muammoning o‘rganilganlik darajasi. Superparakompaktli va Π -to‘la fazolar bo‘yicha tizimli tadqiqotlarning boshlanishi B. A. Pasinkov, V. I. Ponomarevlarning ishlariga borib taqaladi. Bundan tashqari D. Buhagiar va T. Miwa Tixonov fazosining superparakompaktli va Π-to‘laligi alomatlarini oldi, bu esa tadqiqot uchun yana navbatdagi afzalliklarni berdi. Superparakompaktli va Π -to‘la fazolar va ularning giperfazolarini o‘rganish hozirgi vaqtda mantiqiy asosga ega. Ushbu ilmiy yo‘nalishni rivojlantirish uchun P. S. Aleksandrov, A. V. Arxangelskiy, V. I. Ponomarev, D. K. Musayev, Sh. A. Ayupov, T. F. Jurayev, V. N. Basmanov, R. B. Beshimov, A. I. Ivanov, V. V. Fedorchuk, V. Gutev, T. H. Nguyen, V. Valov, A. A. Zaitov kabi olimlar va boshqalar katta hissa qo‘shdilar. Undan tashqari, topologik fazolar nazariyasi o‘zining jadal rivojlanishini davom ettirmoqda. Bu hodisaga mamlakatimiz olimlari ham o‘zlarining faol hissalarini qo‘shishmoqda. Funktorlar nazariyasi bo‘yicha xorijiy hamda mamlakatimiz tadqiqotchilarining ilmiy izlanishlari vujudga kelmoqda. A. I. Ivanov va O. V.Fomkina, A. V. Ivanov, A. V. Arhangel‘skii va Choban M. M., B. A. Pasynkov va T. H. V. Nguyen, V. Valov, A A. Zaitov, S. Iliadis va Yu V. Sadovnichy, K. Begjanova va boshqalarning ishlari shuni ko‘rsatadiki, topologik fazolarni metrikalashtirish masalasi nafaqat nazariy, balki amaliy ahamiyatga ham ega.

Topologik fazolar sinflari orasida juda ko‘p ajoyib xususiyatlarga ega bo‘lgan kompaktli Xausdorf fazolar sinfi eng muhim sinflardan biri hisoblanadi. Kuchli parakompaktli Xausdorf fazolar sinfi undanda kengroq sinf bo‘lish bilan birga ajoyib (masalan, o‘lchov) xossalarga ega bo‘lgan, barcha regulyar final-kompakt fazolarni va xususan, barcha separabel metrik fazolarni o‘z ichiga oladigan sinf hisoblanadi. Shuni ta’kidlash joizki, kuchli parakompaktli fazolar sinfi o‘ziga nisbatan kengroq, umumiy topologiyadagi asosiy sinf – parakompaktli Xausdorf fazolari sinfiga nisbatan boyroq xossalarga ega. Bir qaraganda kompaktli va parakompaktli Xausdorf fazolar sinflari oralig‘ida joylashgan kompaktli tipidagi fazolarning barcha xossalar allaqachon o‘rganilgan, deb o‘ylash mumkin. B. A. Pasinkov kompaktli va parakompaktli Xausdorf fazolar sinflari oralig‘ida joylashgan superparakompaktli Xausdorf fazolar sinfini ajratishga muvaffaq bo‘ldi. Bu yo‘nalishda quyidagi ishlarni ta’kidlash maqsadga muvofiq bo‘ladi: A. V. Arxangelskiy, D. K. Musayev va B. A. Pasinkov, D. K. Musayev, V. I. Ponomarev, V. I. Ponomarev va L. B. Shapiro, V. V. Fedorchuk, A. V. Arxangelskiy va van Mill J., A. A. Borubayev va A. A. Chekeev, D. Buhagiar va B. A. Pasinkov, V. Gutev, B. A. Pasinkov, B. A. Pasinkov va T.Karavayeva.

Funktorlar nazariyasi o‘tgan asrning 80 yillarida rivojlana boshlagan. Ye. V. Shepin bu yo‘nalishdagi tadqiqotlar uchun fundamental asos yaratdi. V. V. Fedorchuk funktorlar nazariyasi mustaqil mavjud bo‘la olishi mumkin ekanligini amalda asoslab berdi. B. N. Basmanov funktorlar nazariyasining keyingi rivojlanishiga muhim turtki beruvchi g‘oyalarni ilgari surdi. T. F. Jurayev tomonidan funktorlar nazariyasining yutuqlari qo‘llanilib, ushbu nazariya bo‘yicha tadqiqotning yaxlit sikli yakunladi. Rivojlanishning keyingi bosqichi funktorni topologik fazolarning torroq sinfidan topologik fazolarning kengroq sinfiga davom ettirish (kengaytirish) bilan bog‘liq. A. Ch. Chigogidze normal funktorlarni kompaktli Xausdorf fazolari kategoriyasidan Tixonov fazolari kategoriyasiga davom ettirish usullaridan birini taklif qildi. Keyinchalik (nafaqat normal) funktorlarni kengaytirish uchun boshqa konstruksiyalar paydo bo‘ldi. Yu. V. Sadovnichiy ishorasi o‘zgaruvchi τ -silliq va Radon o‘lchovlari funktorlarini kompaktli Xausdorf fazolar kategoriyasidan chegaralangan metrik fazolar va ravnomer fazolar kategoriyalariga davom ettirishning noyob usullarini qo‘lladi. V. V. Popov yopiq qism to‘plamlar fazosi (ya’ni giperfazo)ni metrikalashtirish bo‘yicha bir qator natijalar oldi. Bu yo‘nalishda yetarlicha bilimlar bazasi mavjud bo‘lsada, superparakompaktli va Π -to‘la fazolarning giperfazosining kompaktli tipidagi xossalarini, shuningdek, bunday fazolarni uzluksiz akslantirishlarini o‘rganish amalga oshirilmagan edi.

Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya bajarilgan oliy ta’lim muassasasining ilmiy tadqiqot ishlari rejalari bilan bog‘liqligi.

Dissertatsiya tadqiqoti Toshkent arxitektura qurilish institutining Matematika va tabiiy fanlar kafedrasining bosh ilmiy yo‘nalishi “Nochiziqli analiz, fizika va mexanikaning zamonaviy muammolari” mavzusidagi ilmiy tadqiqotlar loyihasi doirasida bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi kompaktli Xausdorf fazolarning to‘rli vazni, vazni, psevdovazni, shuningdek, (O - C)-kompakt sust Π -to‘la fazoning har qanday yopiq to‘plamdagi xarakteri, psevdoxarakteri orasidagi kompaktli Xausdorf fazolarida o‘rinli bo‘lgan tengliklarni, superparakompaktli va Π -to‘la fazolarning giperfazo-larini o‘rganishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

superparakompakt fazoning metrikalashtirish alomatini olish;

Tixonov fazosi uchun uning Stoun-Chex kengaytmasining giperfazosi berilgan fazoning kompakt qismto‘plamlari giperfazosining mukammal kengaytmasi ekanligini o‘rnatish;

(dastlabki) Tixonov fazosi uchun uning kompakt qismto‘plamlari giperfazosi faqat va faqat dastlabki fazo Π -to‘la bo‘lgandagina Π -to‘la bo‘lishini ko‘rsatish;

Tixonov fazolarining (dastlabki) uzluksiz akslantirishi uchun giperfazo funktori tomonidan indutsirlangan akslantirish faqat va faqat dastlabki akslantirish Π -to‘la bo‘lsagina Π -to‘la bo‘lishini o‘rnatish;

Tadqiqotning obyekti superparakompaktli va Π -to‘la fazolar, ularning giper-fazolari va uzluksiz akslantirishlari.

Tadqiqotning predmeti umumiy topologiya, funktorlar nazariyasi.

Tadqiqotning usullari Tadqiqot ishida umumiy topologiya, funktorlar nazariyasi usullaridan foydalanilgan.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

superparakompaktli p -fazolarning absolyuti bo‘ladigan topologik fazolar sinfi sanoqli σ -cheklikomponentali π -bazasi sanoqli cheklikomponentali qoplamalarining sanoqli sistemasiga yoyiladigan fazolardan iborat ekanligi aniqlangan;

Tixonov fazosi uchun uning Stoun-Chex kengaytmasining giperfazosi berilgan fazoning kompakt qismto‘plamlari giperfazosining mukammal kengaytmasi ekanligi, ya’ni berilgan ikkita ochiq to‘plamlar birlashmasining eng katta ochiq to‘plami shu to‘plamlarnining eng katta ochiq to‘plamlari birlashmasiga teng ekanligi o‘rnatilgan;

(Dastlabki) Tixonov fazosi uchun uning kompakt qismto‘plamlari giperfazosi faqat va faqat dastlabki fazo Π -to‘la bo‘lgandagina Π -to‘la bo‘lishi, ya’ni giperfazoning narostidan olingan ixtiyoriy nuqtasini giperfazoning maksimal kompakt kengaytmasida ajratib oladigan cheklikomponentali qoplama mavjud bo‘lishi ko‘rsatilgan;

Tixonov fazolarining (dastlabki) uzluksiz akslantirishi uchun giperfazo funktori tomonidan indutsirlangan akslantirish faqat va faqat dastlabki akslantirish Π -to‘la bo‘lsagina Π -to‘la bo‘lishi, ya’ni dastlabki va indutsirlangan akslantirishlarning obrazlari Π -to‘la fazo bo‘lishi o‘zaro teng kuchli ekanligi o‘rnatilgan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

kompaktli Xausdorf fazolarning to‘rli vazni, vazni, psevdovazni, shuningdek, (O-C)-kompakt sust Π-to‘la fazoning har qanday yopiq to‘plamdagi xarakteri, psevdoxarakteri orasidagi kompaktli Xausdorf fazolarida o‘rinli bo‘lgan tengliklar o‘rnatildi, shuningdek superparakompakt fazoning metrikalashtirish alomati olingan;

Tixonov fazolarining (dastlabki) uzluksiz akslantirishi uchun giperfazo funktori tomonidan indutsirlangan akslantirish faqat va faqat dastlabki akslantirish Π -to‘la bo‘lsagina Π -to‘la bo‘lishi o‘rnatilgan;

Xususan, Tixonov fazolarining (dastlabki) uzluksiz akslantirishi uchun giperfazo funktori tomonidan indutsirlangan akslantirish faqat va faqat dastlabki akslantirish superparakompaktli bo‘lsagina superparakompaktli bo‘lishi o‘rnatilgan.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi natijalarni aniqlashda umumiy topologiya, funktorlar nazariyasi usullari va to‘plamlar nazariyasi usullari qat’iy matematik mulohazalar asosida qo‘llanilgani bilan asoslanadi.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati.

Dissertatsiya ishi natijalarining ilmiy ahamiyati olingan natijalardan kompaktli tipidagi fazolar, jumladan, superparakompaktli va Π -to‘la fazolar nazariyasi va ularning giperfazolari bo‘yicha keyingi tadqiqotlarda foydalanish imkoniyati bilan baholanadi.

Dissertatsiya ishi natijalarining amaliy ahamiyati olingan natijalarni superparakompakt va Π -to‘la fazolar va ularning giperfazolarini kombinatorika va aktuar matematika masalalarida qo‘llash imkoniyatlari bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Kompaktli tipidagi fazolarning kardinal invariantlari, superparakompakt va Π -to‘la fazolar, ularning giperfazolari va uzluksiz akslantirishlari bo‘yicha olingan natijalar asosida:

Kompaktli Xausdorf fazolarning to‘rli vazni, vazni, psevdovazni, shuningdek, (O-C)-kompakt sust Π-to‘la fazoning har qanday yopiq to‘plamdagi xarakteri, psevdoxarakteri orasidagi kompaktli Xausdorf fazolarida o‘rinli bo‘lgan tengliklar № OT-F4-42 “Yarim additiv τ-silliq va radon funksionallar fazolarining kardinal va topologik xossalari” mavzusidagi fundamental ilmiy loyihasida yarim additiv τ -silliq fazolarining geometrik va topologik xossalariga oid kategoriyaviy, funktorial hamda kardinal invariantlarni saqlash masalalarini yechishda foydalanilgan (Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy Universiteti tomonidan 2024-yil 10-sentyabrda berilgan 04-11-6801 raqamli ma’lumotnoma). Dissertatsiya natijalari yarim additiv τ-silliq funksionallar funktorining topologik, kategorik, geometrik va kardinal xossalari bo‘yicha izlanish olib borish imkonini bergan;

- J. Balasagin nomidagi Qirg‘iziston Milliy universiteti “Algebra, geometriya, topologiya va Oliy matematikani o‘qitish” kafedrasi “Tekis topologiya va uning funksional tahlil va topologik algebrada qo‘llanilishi” mavzusidagi ilmiy tadqiqotlar doirasida loyihaning nazariy asoslanishi sifatida foydalanilgan. (J. Balasagin nomidagi Qirg‘iziston Milliy universiteti ilmiy ishlar bo‘yicha prorektori N.Ishekeev tomonidan 2024-yil 11-sentyabrda imzolangan 01/1126-sonli ma’lumotnoma). Dissertatsiya natijalari grant mualliflari tomonidan tekis fazolar kategoriyasida ta’sir etadigan kovariant funktorlarning umumiy topologiya va kardinal invariantlar muammolarini va ularning tekis uzluksiz akslantirishlarini o‘rganishda qo‘llanilgan. Giperfazo funktorining kompakt Hausdorf fazolari va ularning uzluksiz akslantirishlari kategoriyasidan Π -to‘la fazolar va ularning uzluksiz Π -to‘la akslantirishlari kategoriyaga ko‘tarilish umumiy topologiya va tekis fazolar nazariyasini o‘rganishda foydalanilgan.

Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi. Mazkur tadqiqot natijalari O‘zbekiston milliy universiteti Geometriya va topologiya kafedrasining “Geometriya va topologiyaning zamonaviy muammolari” ilmiy seminarida, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi V. I. Romanovskiy nomidagi Matematika institutining “Operatorlar algebralari va ularning tatbiqlari” ilmiy seminarida, Toshkent arxitektura-qurilish universiteti Matematika va tabiiy fanlar kafedrasi ilmiy seminarida, 9 ta xalqaro va 7 ta respublika ilmiy-amaliy anjumanlarida muhokama qilingan.

Tadqiqot natijalarining e’lon qilinganligi. Tadqiqot mavzusi bo‘yicha jami 25 ta ilmiy ish chop etilgan, shulardan, O‘zbekiston Respub-likasi Oliy Attestatsiya komissiyasining falsafa doktori dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 6 ta maqola, jumladan, 3 tasi xorijiy va 3 tasi respublika jurnallarida nashr etilgan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya kirish qism, uchta bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxatidan tashkil topgan. Dissetatsiyaning hajmi 72 betni tashkil etadi.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Dissertatsiya ishining kirish qismida O‘zbekiston Respublikasi fan va texnologiyalarini rivojlantirishning ustuvor yo‘nalishlari bo‘yicha olib borilgan tadqiqotlarga muvofiq dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va dolzarbligi asoslab berilgan. Shuningdek, kirish qismida dissertatsiya mavzusi bo‘yicha xalqaro ilmiy tadqiqotlar haqida umumiy ma’lumot berilgan, muammoni o‘rganish darajasi va ilmiy yo‘nalish bilan bog‘liqligi aniqlangan, maqsad va vazifalar shakllantirilgan, shuningdek tadqiqot obyekti va mavzusi, ilmiy yangilik va amaliy tadqiqot natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning ishonchliligi asoslangan, uning nazariy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, nashr etilgan ishlar soni qayd etilgan, olingan natijalarning aprobatsiyasi va dissertatsiyaning tuzilishi to‘g‘risida ma’lumotlar berilgan.

Dissertatsiyaning **«Kompaktli tipidagi fazolar. Kardinal invariantlar»** deb nomlangan birinchi bobi ikki paragrafdan iborat bo‘lib, unda dissertatsiya natijalarini yoritishda kerak bo‘ladigan asosiy tushuncha va faktlar keltirib o‘tilgan.

X biror to‘plam, ω uning to‘plamostilarining qandaydir sistemasi bo‘lsin. Agar ω sistemaning $x \in X$ nuqtani o‘z ichiga oladigan elementlari soni ko‘pi bilan n natural sondan oshmasa, u holda $Kp(x,\omega) \le n$ tengsizlik yoziladi. Barcha $x \in X$ nuqtalarda $Kp(x,\omega) \le n$ tengsizlik bajarilgan holda $Kp\,\omega \le n$ tengsizlik yoziladi.

X to‘plamning chekli sondagi M_0, …, M_s qism to‘plamlari har bir $i = 1,...,s$ uchun $M_{i-1} \cap M_i \ne \varnothing$ munosabatni qanotalantirsa, M_0, …, M_s ketma-ketlik zanjir deyiladi. Agar har qanday M, $M' \subset X$ to‘plamlarni olganda ham ω sistemada shunday zanjir mavjud bo‘lib, bu zanjirning birinchi elementi M bilan, oxirgi elementi esa M' bilan ustma-ust tushsa, u holda ω zanjirlangan sistema deyiladi. ω sistemaning maksimal zanjirlangan qismsistemalariga ω ning zanjirlanganlik komponentlari (yoki komponentalari) deyiladi. Agar X fazoning ochiq qoplamasining barcha zanjirlangan komponentalari chekli bo‘lsa, u holda bu qoplama chekli komponentali qoplama deyiladi.

Agar ω sistemaning xar bir elementi ω ning sanoqlidan ko‘p bo‘lmagan elementlari bilan kesishsa, u holda ω yulduzli-chekli sistema deyiladi.

X fazo, uning A qismfazosi, A qismfazoning λ (ochiq) qoplamasi va $x \in X \setminus A$ nuqta uchun $x \notin \bigcup[\lambda]_X$ bo‘lsa, u holda A qismfazoning λ qoplamasi x nuqtani X fazodan ajratib oladi deyiladi.

Endi dissertatsiya ishining asosiy tadqiqot obyektlarining ta’riflarini keltiramiz.

Agar fazoning ixtiyoriy ochiq qoplamasiga chekli komponentali qoplama ichki chizish mumkin bo‘lsa, u holda bu fazo superparakompaktli fazo deyiladi.

Har bir komponentasining yig‘indisi (ya’ni, jismi) kompakt bo‘ladigan X fazo K-komponentali fazo deyiladi.

Agar X Tixonov fazosining ixtiyoriy $x \in \beta X \setminus X$ nuqtasini βX dan ajratib oladigan cheklikomponentali qoplamasi mavjud bo‘lsa, u holda X fazo Π-to‘la fazo deyiladi.

Dissertatsiyaning “**Kompaktli tipidagi fazolarning kardinal invariantlari**” deb nomlangan ikkinchi bobida sust Π-to‘la va superparakompaktli fazolarning kardinal invariantlari, shuningdek, lokal Xausdorf kompaktli va lokal bog‘lamli K-komponentli fazolarni metrikalash masalalari tdqiq etilgan. Olingan natijalar, xususan, (sust) Π-to‘la va superparakompaktli fazolar va gruppalarni metrikalashti-rishda ishlatilgan.

Keyinchalik superparakompaktli fazolarning absolyutlari aniqlangan.

Ma’lumki, har qanday lokal kompaktli X fazo uchun, xususan, har qanday kompaktli Xausdorf X fazo va har qanday nuqta $x \in X$ uchun quyidagi tengliklar o‘rinli bo‘ladi:

(#) $$nw(X) = w(X) \qquad \text{va} \qquad \psi(x, X) = \chi(x, X).$$

Tabiiy ravishda tug‘iladigan quyidagi masala B. A. Pasinkov tomonidan qo‘yilgan: har qanday superparakompaktli X fazo uchun (#) tengliklar o‘rinli bo‘ladimi?

Quyidagi misol B. A. Pasinkov tomonidan bu kabi quyilgan masalaning javob salbiy yechilishini ko‘rsatadi. Superparakompaktli fazo bo‘ladigan, lekin lokal kompaktli Xausdorf fazosi bo‘lmaydigan $X = \mathbb{N} \bigcup \{x\}$ fazoni qaraylik (bu yerda $x \in \beta\mathbb{N} \setminus \mathbb{N}$).

2.2.1-tasdiq. X fazo va x nuqta uchun quyidagilar o‘rinli:

1) $nw(X) < w(X)$ (X fazoning to‘rli vazni uning vaznidan kichik);

2) $\psi(x, X) < \chi(x, X)$ (X fazoning nuqtadagi psevdoxarakteri fazoning shu nuqtadagi xarakterdan kichik);

3) $\pi w(X) < w(X)$ (X fazoning π-vazni uning vaznidan kichik);

4) $\pi\chi(X) < \chi(X)$ (X fazoning π-xarakteri uning xarakteridan kichik).

Quyidagi teorema paragrafning asosiy yutuqlaridan biri bo‘lib, B. A. Pasinkovning savoliga ijobiy javob beradi.

2.1.1-teorema. Har qanday:
a) Lokal bog‘lamli Xausdorf K-komponentali X fazo va ixiyoriy $x \in X$ nuqta uchun quyidagi tengliklar o‘rinli:

$$(*) \qquad 1)\ nw(X) = w(X); \qquad 2)\ wd(X) = d(X); \qquad 3)\ \psi(x, X) = \chi(x, X).$$

b) (O-C)- kompaktli sust Π-to‘la X fazo va ixiyoriy yopiq $A \subset X$ qisto‘plam uchun quyidagi tengliklar o‘rinli:

$$(**) \qquad 1)\ nw(X) = w(X) = \rho w(X); \qquad 2)\ \psi(A, X) = \chi(A, X).$$

v) (O-C)-chekli Π-to‘la X fazo uchun tenglik o‘rinli (**).

Bu yerda $\rho w(X)$ oqali X fazoning psevdovazni, $d(X)$ oqali X fazoning zichligi, $wd(X)$ orqali X fazoning sust zichligi, $\chi(A, X)$ orqali A to‘plamning X fazodagi xarakteri, $\psi(A, X)$ orqali A to‘plamning X fazodagi psevdoxarakteri belgilangan.

Quyidagi natijada superparakompaktli Xausdorf fazosi (qisqacha superparakompakt) ning metrikalanishining alomati olingan.

2.1.2-teorema. X superparakompakt fazo faqat va faqat u σ-cheklikomponentali bazaga ega bo‘lsagina metrikalashadi.

V. I. Ponomaryov qoplamalar va akslantirishlar yordamida sanoqli bazaga ega metrik fazolar, xususan, metrik kompaktlarning absolyutlarini topgan.

Superparakompaktli p-fazolarning absolyutlari bo‘ladigan fazolari sinfini aniqlaymiz. Quyidagi lemma superparakompaktli fazolarning kuchli parakompaktli fazolariga nisbatan ustun tomonlarini ko‘rsatadi.

2.2.2-lemma. Agar X superparakompaktli p-fazo bo‘lsa, u holda X fazo o‘zining har qanday ochiq ω qoplamasi uchun Y superparakompaktli metrik fazoga ω-mukammal akslantirishga ega bo‘ladi.

Quyidagi natija V. I. Ponomaryovning natijasiga o‘xshash bo‘lib, metrik fazolar sinfi o‘rniga superparakompaktli p-fazolar sinfi qaralgan.

2.2.1-teorema. X fazo faqat va faqat σ-cheklikomponentali π-bazaga ega bo‘lgan superparakompaktli p-fazo bo‘lsagina, superparakompakt metrik fazoga birqiymatli mukammal keltirilmaydigan akslantirishga ega bo‘ladi.

Quyidagi natija muhimdir.

2.2.2-teorema. X fazo faqat va faqat X superfinalkompaktli fazo sanoqlita cheklikomponetali qoplamalariga yoyiladigan sanoqli σ-cheklikomponentali π-bazaga ega bo‘lsagina superparakompaktli p-fazoga o‘tkazuvchi birqiymatli mukammal keltirilmaydigan akslantirishga ega bo‘ladi.

2.2.2-teoremadan bobning quyidagi asosiy natijasi kelib chiqadi.

2.2.4-natija. Sanoqli bazaga ega superparakompaktli p-fazoning absolyuti faqat va faqat sanoqli cheklikomponentali qoplamalar sistemasiga yoyiladigan superfinal sanoqli σ -cheklikomponentali π -bazaga ega p -fazolargina bo‘la oladi.

Agar:

1) $\dot{X}$ fazo X fazoning mukammal keltirilmaydigan akslantirishdagi proobrazi bo‘lsa;
2) X fazoning barcha mukammal keltirilmaydigan akslantirishdagi proobrazlari $\dot{X}$ ga gomeomorf

bo‘lsa, u holda $\dot{X}$ fazo X regulyar fazoning absolyuti deyiladi.

$\dot{X}$ va $\dot{Y}$ absolyutlari gomeomorf, yoki bu fazolardan birini ikkinchisiga o‘tkazuvchi mukammal keltirilmaydigan (umuman olganda, ko‘p qiymatli) akslantirish mavjud bo‘lsa, X va Y fazolar soabsolyut fazolar deyiladi.

Funktorlarning turli topologik fazolar va ularning uzluksiz akslantirishlarga ta’siri kovariant funktorlar nazariyasining asosiy muammolaridan biri ekanligi yaxshi ma’lum.

“**Π-to‘la va superparakompakt fazolar va akslantirishlarning giperfazolari**” deb nomlangan uchinchi bobda (berilgan fazoning giperfazosini qurish) funktori exp ning Π-to‘la va superparakompaktli fazolarga ta’siri tadqiq etilgan hamda Π-to‘la va superparakompaktli akslantirishlar uchun X Tixonov fazoning kompakt qismto‘plamlaridan tuzilgan $\exp_\beta X$ fazo faqat va faqat X fazo Π-to‘la (superparakompaktli) fazo bo‘lgandagina Π -to‘la (superparakompaktli) fazo bo‘lishi isbotlangan. Bundan tashqari, Tixonov akslantirishining mukammal kompaktli kungaytmasi tushunchasi kiritildi va indutsirlangan $\exp_\beta f : \exp_\beta X \to \exp_\beta Y$ akslantirish faqat va faqat f akslantirish Π -to‘la (superparakompaktli) akslantirish bo‘lgandagina Π -to‘la (superparakompaktli) akslantirish bo‘lishi ko‘rsatildi.

$\exp X$ orqali X fazoning barcha bo‘sh bo‘lmagan yopiq qism to‘plamlari belgilanadi. X dagi $U_1, \ldots, U_n$ ochiq to‘plamlar uchun

$$O\langle U_1, \ldots, U_n\rangle = \left\{F \in \exp X : F \subset \bigcup_{1\le i\le n} U_n, \quad F \cap U_1 \neq \varnothing, \ldots, F \cap U_n \neq \varnothing\right\}$$

ko‘rinishdagi to‘plamlar oilasi $\exp X$ da qandaydir topologiyaning bazasini tashkil etadi. Bu topologiya Viyetoris topologiyasi deyiladi. Viyetoris topologiyasi bilan ta’minlangan $\exp X$ fazo X fazoning giperfazosi deyiladi. X kompakt Xausdorf fazosi uchun uning $\exp X$ giperfazosi ham kompakt Xausdorf fazosi bo‘ladi.

Kompakt fazolarning $f : X \to Y$ uzluksiz akslantirishini qaraylik. $F \in \exp X$ nuqtada

$$(\exp f)(F) = f(F).$$

kabi o‘rnatiladigan tenglik $\exp f : \exp X \to \exp Y$ akslantirishni aniqlaydi. f uzluksiz akslantirish uchun $\exp f$ ham uzluksiz bo‘ladi. Agar $f : X \to Y$ epimorfizm bo‘lsa, u holda $\exp f$ ham epimorfizm bo‘lishini eslatib o‘tamiz.

X Tixonov fazosi uchun

$$\exp_\beta X=\{F\in\exp\beta X : F\subset X\}.$$

to‘plamni aniqlaymiz. $\exp_\beta X\subset\exp X$ ekanligi ravshan. $\exp_\beta X$ to‘plamni $\exp X$ fazoning qismfazosi deb olamiz. X Tixonov fazosi uchun $\exp_\beta X$ fazo ham indutsirlangan topologiyaga nisbatan Tixonov fazosi bo‘ladi.

Tixonov fazolarining uzluksiz $f:X\to Y$ akslantirishi uchun

$$\exp_\beta f=\left(\exp\beta f\right)\Big|_{\exp_\beta X},$$

deb olamiz, bu yerda $\beta f:\beta X\to\beta Y$ orqali f ning (yagona) Stoun-Chex kompaktifikatsiyasi belgilangan.

Ma’lumki, X tixonov fazosi uchun $\exp_\beta X$ to‘plam $\exp\beta X$ da zich, ya’ni $\exp\beta X$ fazo $\exp_\beta X$ ning kompaktifikatsiyasi bo‘ladi. Biz $\exp\beta X$ fazo $\exp_\beta X$ ning mukammal kompaktifikatsiyasi ekanligini da’vo qilamiz. Buni isbotlash uchun quyidagi lemmadan foydalanamiz.

3.1.2-Lemma. γX fazo X fazoning kompakt kengaytmasi bo‘lib, V va W to‘plamlar γX da kesishmaydigan ochiq to‘plamlar bo‘lsin. $V^X=X\bigcap V$ va $W^X=X\bigcap W$ bo‘lsin. U holda quyidagi tenglik o‘rinli:

$$\left[X\setminus V^X\right]_{\gamma X}\bigcap\left[X\setminus W^X\right]_{\gamma X}=\left[X\setminus\left(V^X\bigcup W^X\right)\right]_{\gamma X}.$$

Quyidagi natija dissertatsiyaning muhim yutuqlaridan biridir.

3.1.1-teorema. X tixonov fazosi uchun $\exp\beta X$ fazo $\exp_\beta X$ fazoning mukammal kompaktifikatsiyasi bo‘ladi.

Superparakompaktli fazolarni tadqiq etishda quyidagi alomat muhim hisoblanadi.

3.2.1-teorema. (Buhagiar D., Miwa T.). X Tixonov fazosi, bX uning mukammal kompakt kengaytmasi bo‘lsin. X superparakompaktli fazo bo‘lishi uchun $bX\setminus X$ da yotuvchi bX da yopiq har qanday F to‘plamni olganda ham, X ning shunday chekli komponentali λ qoplamasi topilib, bX dan F ni ajratishi (ya’ni, $F\bigcap\left(\bigcup[\lambda]_{bX}\right)=\varnothing$ bo‘lishi) zarur va yetarli.

Quyidagi tasdiq asosiy natijani isbotlashda muhim rol o‘ynaydi.

3.2.1-lemma. υ oila X fazoning cheklikomponentali qoplamasi bo‘lsin. U holda

$$\exp_\beta\upsilon=\left\{O\left\langle U_1,\dots,U_n\right\rangle : U_i\in\upsilon,\ i=1,\dots,n;\ n\in\mathbb{N}\right\}$$

oila $\exp_\beta X$ fazoning cheklikomponentali qoplamasi bo‘ladi.

Quyidagi natija dissertatsiyaning asosiy yutuqlaridan biridir.

3.2.2-teorema. X Tixonov fazosi uchun $\exp_\beta X$ giperfazo superparakompaktli fazo bo‘lishi uchun X ning superparakompaktli fazo bo‘lishi zarur va yetarli.

$f:(X,\tau_X)\to(Y,\tau_Y)$ uzluksiz akslantirish va $O\in\tau_Y$ uchun $f^{-1}(O)$ proobraz (O ustida) trubka deb ataladi. $f(x)=f(x')$ bo‘ladigan turlicha x , $x'\in X$ nuqtalar juftidan hech bo‘lmaganda bittasi ikkinchisini o‘z ichiga olmaydigan X da ochiq atrofga ega bo‘lsa, $f:X\to Y$ uzluksiz akslantirish T_0 - akslantirish deyilishini eslatamiz. Agar har bir nuqta $x\in X$ va X da yopiq, x ni o‘z ichiga olmaydigan har qanday F to‘plam uchun $f(x)$ ning O ochiq atrofi mavjud bo‘lib, $\{x\}$ va F to‘plamlar $f^{-1}(O)$ trubkada funksional ajralgan bo‘lsa, $f:X\to Y$ to‘la regulyar akslantirish deyiladi. To‘la regulyar T_0 -akslantirish Tixonov akslantirishi deyiladi.

Ravshanki, har bir X Tixonov fazosini Y Tixonov fazosiga o‘tkazuvchi $f:X\to Y$ uzluksiz akslantirish Tixonov akslantirishi bo‘ladi. Har bir X Tixonov fazosi uchun $\exp_\beta X$ fazo ham Vyetoris topologiyasiga ko‘ra Tixonov fazosi bo‘lgani uchun $\exp_\beta f:\exp_\beta X\to\exp_\beta Y$ akslantirish Tixonov akslantirishi bo‘ladi.

Agar $f:X\to Y$ uzluksiz yopiq akslantirishda har bir $y\in Y$ nuqtaning $f^{-1}(y)$ proobrazi kompakt bo‘lsa, u holda $f:X\to Y$ akslantirish kompakt deyiladi. $f:X\to Y$ uzluksiz akslantirish kompakt bo‘lishi uchun har bir $y\in Y$ nuqta va $f^{-1}(y)$ ni qoplaydigan X da ochiq to‘plamlardan tuzilgan har qanday ω qoplama uchun Y da y ning shunday O ochiq atrofi topilib, $f^{-1}(O)$ trubkani ω oilaning chekli qism oilalar bilan qoplash mumkin bo‘lishi zarur va yetarli ekanligini ko‘rish qiyin emas.

$f:X\to Y$ uzluksiz akslantirishni $bf:b_fX\to Y$ kompakt akslantirishga davom ettirish mumkin bo‘lib, X fazo b_fX fazoda zich bo‘lsa, u holda bf akslantirish f akslantirishning kompaktifikatsiyasi deyiladi. f akslantirishning barcha kompaktifikatsiyalari to‘plamida qisman tartiblanganlik kiritish mumkin: agar f akslantirishning $b_1f:b_{1f}X\to Y$ va $b_2f:b_{2f}X\to Y$ kompaktifikatsiyalar uchun $b_{2f}X$ ni $b_{1f}X$ ga o‘tkazuvchi tabiiy akslantirish mavjud bo‘lsa, u holda $b_1f\le b_2f$ kabi yoziladi. B. A. Pasinkov har bir $f:X\to Y$ Tixonov akslantirishi uchun βf bilan belgilanadigan maksimal $g:Z\to Y$ kompaktifikatsiya mavjudligini ko‘rsatdi va maksimal kompaktifikatsiya Z fazo β_fX orqali belgilanadi. f Tixonov akslantirishning βf maksimal kompaktifikatsiyasi gomeomorfizmgacha aniqlik bilan yagona bo‘ladi.

3.2.1-eslatma. b_1f , b_2f , βf akslantirishlar f akslantirishning kompaktifikatsiyalari ekanligini eslatib o‘tamiz. $b_{1f}X$, $b_{2f}X$, β_fX fazolar esa X fazoning qandaydir kengaytmalari bo‘lib, X fazoning kompaktifikatsiyasi bo‘lishi shart emas. Bunda $f:X\to Y$ (Tixonov) akslantirishining $\beta f:\beta_fX\to Y$

maksimal kompaktifikatsiyasini, uning $\beta f:\beta X\to\beta Y$ kengaytmasi bilan almashtirib yubormaslik kerak.

Biz tabiiy ravishda paydo bo‘lgan quyidagi tushunchani kiritdik.

3.2.1-ta’rif. Tixonov $f:X\to Y$ akslantirishi va uning $bf:b_f X\to Y$ kompaktifikatsiyasi qaraylik. Agar har bir $y\in Y$ nuqta va X fazoda har qanday kesishmaydigan ochiq U_1 va U_2 to‘plamlar uchun y nuqtaning shunday $O\subset Y$ ochiq atrofi topilib,

$$\left(O_{b_f X}(U_1\cup U_2)\right)\cap(bf)^{-1}(O)=\left(O_{b_f X}(U_1)\cup O_{b_f X}(U_2)\right)\cap(bf)^{-1}(O)$$

tenglik o‘rinli bo‘lsa, u holda $bf:b_f X\to Y$ kompaktifikatsiya $f:X\to Y$ akslantirishning mukammal kompaktifikatsiya deyiladi.

Quyidagi tasdiq dissertatsiyaning asosiy yutuqlaridan biridir.

3.2.4-teorema. $\exp_\beta f:\exp_\beta X\to\exp_\beta Y$ Tixonov akslantirishi faqat va faqat $f:X\to Y$ superparakompaktli akslantirish bo‘lsagina superparakompaktli akslantirish bo‘ladi.

3.2.2-natija. $\exp_\beta$ funktor superparakompaktli fazolar va ularning superparakompaktli akslantirishlar kategoriyasiga ko‘tariladi.

Quyidagi alomat Π-to‘la fazolarni tadqiq etishda muhim rol o‘ynaydi.

3.3.1-teorema (Buhagiar D., Miwa T.). X Tixonov fazosi Π -to‘la fazo bo‘lishi uchun uning ixtiyoriy bX kompakt kengaytmasini olganda ham, har bir $x\in bX\setminus X$ nuqta uchun X fazoning $Kp\omega=1$ bo‘ladigan shunday ω ochiq qoplamasi topilib, bu qoplama x nuqtani bX dan ajratishi (ya’ni, $x\notin\bigcup[\omega]_{bX}$ bo‘lishi) zarur va yetarli.

3.3.1-lemma. X Tixonov fazoning υ ochiq qoplamasini qaraylik, $Kp\upsilon=1$ bo‘lsin. U holda

$$\exp_\beta\upsilon=\left\{O\langle U_1,\ldots,U_n\rangle:U_i\in\upsilon,\ i=1,\ldots,n;\ n\in\mathbb{N}\right\}$$

oila $\exp_\beta X$ fazoning ochiq qoplamasi bo‘lib, $Kp\ \exp_\beta\upsilon=1$ bo‘ladi.

Quyidagi tasdiq dissertatsiyaning asosiy natijalaridan biridir.

3.3.2-Teorema. X Tixonov fazosi uchun uning $\exp_\beta X$ giperfazosi Π-to‘la bo‘lishi uchun X fazoning Π-to‘la bo‘lishi zarur va yetarli.

Agar har bir $x\in\beta_f X\setminus X$ nuqtani $\beta_f X$ dan ajratadigan X ning o‘zaro kesishmaydigan ochiq-yopiq qoplamasi mavjud bo‘lsa, $f:X\to Y$ Tixonov akslantirish Π-to‘la deyiladi.

Quyidagi natija 3.1.1 teoremaning akslantirishlar uchun versiyasidir.

3.3.4-teorema. $f:X\to Y$ –Tixonov akslantirishi bo‘lsin. U holda

$$\exp_\beta\beta f\ :\exp_\beta\beta_f X\to\exp_\beta Y$$

akslantirish $\exp_\beta f:\exp_\beta X\to\exp_\beta Y$ akslantirishning mukammal akslantirishi bo‘ladi.

Quyidagi tasdiq asosiy natijalardan biridir.

3.3.5-teorema. X va Y tixonov fazolari $\exp_\beta f:\exp_\beta X\to\exp_\beta Y$ akslantirish Π-to‘la bo‘lishi uchun $f:X\to Y$ akslantirishning Π-to‘la bo‘lishi zarur va yetarli.

3.3.2-natija. $\exp_\beta$ funktor Π -to‘la fazolar va ularning Π -to‘la akslantirishlari kategoriyasiga ko‘tariladi.

XULOSA

Dissertatsiyaning birinchi bobida uning asosiy natijalarini taqdim etish uchun foydalaniladigan tushunchalar kiritilgan. To‘plamlar nazariyasi va umumiy topologiyadan ma’lumotlar keltirilgan.

Birinchi bobning birinchi paragrafida topologik fazolarning kardinal funksiyalarining ta’riflari qisqaroq va tushunarli qilib berilgan. Kompakt Xausdorf fazolarida kardinal funksiyalarning qiymatlari bo‘yicha asosiy natijalar haqida to‘xtalib o‘tilgan.

Ikkinchi paragrafda dissertatsiyaning asosiy o‘rganish obyektlari – kompaktli tipidagi fazolar – Π-to‘la, shuningdek, superparakompaktli fazolar tushunchalari bayon etilgan. Bu boradagi asosiy yutuqlar qayd etilgan.

Ikkinchi bobda fazolarning maxsus sinflari uchun kardinal invariantlarning ba’zi tengliklari o‘rnatiladi, shuningdek, superparakompaktli p -fazolarning absolyutlari ajratib ko‘rsatilgan. Xususan, har qanday lokal bog‘lamli Xausdorf K -komponentli fazo va uning har qanday nuqtasi uchun fazoning to‘rli vazni va vazni, fazoning sust zichligi va zichligi, nuqtaning fazodagi psevdoxarakteri va xarakteri teng ekanligi o‘rnatilgan. Fazoning to‘rli vaznining, vaznining, psevdovaznining tengliklari, shuningdek, (O-C)-kompakt sust Π-to‘la fazodagi har qanday yopiq to‘plam uchun psevdoxarakter, xarakterning tengliklari olingan. Xuddi shunday tengliklar (O-C)-chekli Π-to‘la fazo uchun ham topilgan.

Superparakompakt faqat va faqat u σ -cheklikomponentli bazaga ega bo‘lsagina metrikalashishi ko‘rsatilgan.

Sanoqli bazaga ega superparakompaktli p -fazoning absolyuti faqat va faqat sanoqli cheklikomponentali qoplamalar sistemasiga yoyiladigan superfinal sanoqli σ -cheklikomponentali π -bazaga ega p-fazolargina bo‘la olishi isbotlangan.

Uchinchi bobda ushbu ajoyib natija olindi: berilgan fazoning cheklikomponentali qoplamasi elementlari orqali indutsirlangan giperfazo qoplamasi giperfazoning cheklikomponentali qoplamasi bo‘ladi. Bu xossadan foydalanib Tixonov fazosining kompakt qismto‘plamlaridan tuzilgan giperfazosi faqat va faqat berilgan Tixonov fazosi superparakompakt bo‘lsagina superparakompakt bo‘lishi o‘rnatildi.

Yana bir qiziqarli yutuq shundan iboratki, fazoning 1-karrali qoplamasi elementlari tomonidan indutsirlangan giperfazo qoplamasi giperfazoning 1-karrali qoplamasi bo‘ladi. Ushbu xossani qo‘llagan holda, Tixonov fazosining kompakt qismto‘plamlaridan tuzilgan giperfazo faqat va faqat berilgan Tixonov fazosi Π-to‘la bo‘lsagina Π-to‘la bo‘lishi isbotlandi.

Tixonov akslantirishning mukammal kompaktifikatsiya tushunchasi kiritilgan.

Mazkur ta’rifni qo‘llab, quyidagi muhim natijalar olindi:

$\exp_\beta f : \exp_\beta X \to \exp_\beta Y$ akslantirish Tixonov akslantirishi bo‘lib, faqat va faqat $f : X \to Y$ akslantirish superparakompakt bo‘lsagina $\exp_\beta f : \exp_\beta X \to \exp_\beta Y$ akslantirish superparakompakt bo‘ladi;

$\exp_\beta f : \exp_\beta X \to \exp_\beta Y$ akslantirish faqat va faqat $f : X \to Y$ akslantirish Π-to‘la bo‘lsagina Π-to‘la bo‘ladi.

$\exp_\beta$ funktori superparakompakt fazolar va ularning superparakompakt akslantirishlari kategoriyasiga, shuningdek Π-to‘la fazolar va ularning Π-to‘la akslantirishlari kategoriyasiga ko‘tariladi, degan xulosa bayon etildi.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ
ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И ИННОВАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМ. В.И.РОМАНОВСКОГО, ТАШКЕНТСКИЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЖУМАЕВ ДАВРОН ИЛХОМОВИЧ

ПРОСТРАНСТВА КОМПАКТНОГО ТИПА И ИХ ГИПЕРПРОСТРАНСТВА

01.01.04 – Геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

ТАШКЕНТ – 2024

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2019.3.PhD/FM399.

Диссертация выполнена в Институт Математики им. В.И.Романовского и Ташкентском архитектурно-строительном университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, английский, русский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://ik-fizmat.nuu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (http://www.ziyonet.uz).

Научный руководитель	**Заитов Адилбек Атаханович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Бешимов Рузиназар Бебутович** доктор физико-математических наук, доцент
	Эшкобилова Дилрабо Турахановна доктор философии по физико-математическим наукам (PhD)
Ведущая организация:	**Ташкентский государственный педагогический университет имени Низами**

Защита диссертации состоится «03» 01 2025 года в 15:00 часов на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана имена Мирзо Улугбека. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99878)227-12-24, факс: (+99878) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №179). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99878) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «20» 12 2024 года.
(протокол рассылки № 2 от «20» 12 2024 года).

А. С. Садуллаев
Председатель научного совета по присуждению ученых степеней, д. ф.-м. н., академик

Р. М. Жураев
Ученый секретарь научного совета по присуждению ученых степеней, д. ф. ф.-м. н. (PhD)

Р. Б. Бешимов
Председатель научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней, д. ф.-м. н., доцент

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

ВВЕДЕНИЕ
(аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В мире наблюдается очередная волна интенсивных исследований по теории топологических пространств. Это явление адекватно отражается учёными нашей республики. Появляются работы по теории функторов (в частности, по функтору гиперпространства) как зарубежных, так и отечественных исследователей. Последние исследовательские работы показывают, что вопрос о метризации топологических пространств до сих пор является привлекательной задачей. Исходя из этого, можно сделать вывод, что исследование по пространствам типа компактности и их гиперпространств является целенаправленным научным исследованием.

Интенсивное развитие научно-технического прогресса в мире требует разработки современной математике новых направлений фундаментальных исследований, в частности, теории топологических пространств и внедрения полученных результатов в практику. Многие задачи как прикладной, так и чистой математики, возникающие из потребностей экономики и промышленности, сводятся к задачам, более широких топологических пространств чем, класс компактных хаусдорфовых пространств, в частности, суперпаракомпактных и П-полных пространств. При этом, возникающим выборкам соответствуют элементы гиперпространства. Поэтому результаты, полученные по суперпаракомпактным и П-полным пространствам и их гиперпространствам, имеют и теоретическую, и практическую значимость и считаются одним из важнейших направлений исследования современной математики.

В нашей стране усиленное внимание уделено актуальным направлениям в области естественных и точных наук, в частности, особое внимание уделяется приложению методов и результатов в задачах общей топологии, теории функторов. Основными задачами и направлениями деятельности математической науки являются проведение научных исследований на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям «Функциональный анализ, геометрия и топология»[1]. Развитие исследование по типам компактности (суперпаракомпактность, П-полнота, и другие), теории функторов, в частности, функтора гиперпространств топологических пространствах, играет важную роль в обеспечении реализации данного постановления.

Исследование данной диссертации в определенной степени служит решению задач, обозначенных в Указах Президента Республики Узбекистан УП-4947 от 7 февраля 2017 года “О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан” и постановлениями Президента

[1] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан».

Республики Узбекистан ПП-2789 от 17 февраля 2017 года "О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности", ПП-2909 от 20 апреля 2017 года "О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования", и ПП-3682 от 27 апреля 2018 года "О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов" и ПП-4358 от 17 июня 2019 года "О мерах по коренному совершенствованию системы подготовки востребованных квалифицированных кадров и развитию научного потенциала в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека в 2019-2023 годах", № УП-5847 от 8 октября 2019 года "Об утверждении концепции развития системы высшего образования Республики Узбекистан до 2030 года", а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области деятельности.

Соответствие исследования с приоритетными направлениями развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы.

Начало систематических исследований по суперпаракомпактным и П-полным пространствам восходит к работам Пасынкова Б. А., Пономарева В. И. Далее, Buhagiar D. и Miwa T. получили критерии суперпаракомпактности и П -полноты тихоновского пространства, что дало дальнейшее преимущество в исследованиях. Исследование суперпаракомпактным и П-полным пространствам и их гиперпространствам в настоящее время стало логически обоснованным. Для развития данного научного направления внесли большой вклад учёные, такие как Александров П. С., Архангельский А. В., Пономарев В. И., Мусаев Д. К., Аюпов Ш. А., Жураев Т. Ф., Басманов В. Н., Бешимов Р. Б., Иванов А. И., Федорчук В. В., Gutev V., Nguyen T. H. V., Valov V., Заитов А. А. и др. Более того, теория топологических пространств продолжает свое интенсивное развитие. Учёные нашей страны также активно повлияют на этот. Появляются работы по теории функторов как зарубежных, так и отечественных исследователей. Работы Иванова А. И. и Фомкиной О. В., Иванова А. В., Arhangel'skii A. V. и Choban M. M., Pasynkov B. A. и Nguyen T. H. V., Valov V., Zaitov A A., Iliadis S. и Sadovnichy Yu V., Бегжановой К. и др., показывают, что вопрос о метризации топологических пространств вызывает не только теоретический, но и прикладной интерес.

Одним из важнейших классов пространств является класс компактных хаусдорфовых пространств, обладающий многими замечательными свойствами. Гораздо более широким, но всё ещё обладающим многими очень хорошими (например, размерностными) свойствами, является класс сильно паракомпактных пространств, содержащий все регулярные финально компактные пространства и, в частности, все сепарабельные метрические пространства. Отметим, что свойства сильно паракомпактных пространств существенно лучше свойств более широкого и также основного в общей топологии класса паракомпактных хаусдорфовых пространств. Казалось бы, что все свойства типа компактности, находящиеся между хаусдорфовой компактностью и хаусдорфовой паракомпактностью, уже изучены. Однако, Б. А. Пасынкову удалось выделить класс суперпаракомпактных пространств, находящийся строго между классами хаусдорфово компактных и сильно паракомпактных пространств. В этом направлении стоит отметить работы Архангельского А. В., Мусаева Д. К. и Пасынков Б. А., Мусаев Д. К., Пономарева В. И., Пономарева В. И. и Шапиро Л. Б., Федорчука В. В., Arhangel'skii A. V. и van Mill J., Borubaev A. A. и Chekeev A. A., Buhagiar D. и Pasynkov B. A., Gutev V., Pasynkov B. A., Pasynkov B. A. и Karavaevой T.

Теория функторов берёт своё начало от восьмидесятых годов прошлого столетия. Щепин Е. В. создал фундаментальную основу для исследований в этом направлении. Федорчук В. В. практически обосновал те обстоятельства, согласно которым теория функторов имеет право на самостоятельное существование. Появление работы Басманова В. Н. дало незаменимый толчок следующего развития теории функторов. Жураев Т. Ф. применяя достижений теории функторов, завершил целый цикл исследований по этой теории. Следующий этап развития связан с продолжением (распространением) функтора с более узкого класса на более широкий класс топологических пространств. Чигогидзе А. Ч. предлагал один из способов продолжения нормальных функторов с категории компактных хаусдорфовых пространств на категорию тихоновских пространств. Позже появились и другие конструкции распространения (не только нормальных) функторов. Садовничий Ю. В. применял уникальные методы для поднятия функторов τ-гладких и радоновых знакопеременных мер с категории компактных хаусдорфовых пространств на категорий ограниченных метрических пространств и равномерных пространств. Попов В. В. установил ряд результатов, касающиеся метризуемости пространства замкнутых подмножеств (т. е. гиперпространства).

Хотя имеется огромная база знаний в этом направлении, исследование свойств типа компактности гиперпространства суперпаракомпактных и П-полных пространств, а также непрерывных отображений таких пространств не было проведено.

Связь диссертационной работы с фундаментальными и прикладными исследованиями, с инновационными проектами, Государственными научно-техническими программами.

Диссертационное исследование проводилось в рамках темы «Нелинейный анализ, современные проблемы физики и механики» (2015-2020) головного научного направления кафедры Математики и естественных дисциплин Ташкентского архитектурно-строительного университета.

Целью исследования является исследование установить равенства сетевого веса, веса, псевдовеса пространства, а также равенства псевдохарактера, характера для любого замкнутого множества в (O-C)-

компактном слабо Π-полном пространстве, а также присущие компактным хаусдорфовым пространствам суперпаракомпактных и П-полных пространств и их гиперпространств.

Задачи исследования:

выделить класс топологических пространств, являющиеся абсолютами суперпаракомпактны p-пространств;

для тихоновского пространства установить, что гиперпространство его расширения Стоуна-Чеха является совершенной компактификацией гиперпространства компактных подмножеств данного пространства;

показать, что для (исходного) тихоновского пространства его гиперпространство компактных подмножеств Π-полно тогда и только тогда, когда исходное пространство Π-полно;

для (исходного) непрерывного отображения тихоновских пространств установить, что индуцированное функтором гиперпространства отображение Π-полно тогда и только тогда, когда исходное отображение Π-полно;

Объектами исследования являются: суперпаракомпактные и П-полные пространства, их гиперпространства и непрерывные отображения.

Предметами исследования являются: общая топология и теория функторов.

Методы исследования: В диссертации применяются методы общей топологии и теории функторов.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

выделен класс топологических пространств, являющиеся абсолютами суперпаракомпактных p-пространств;

для тихоновского пространства установлено, что гиперпространство его расширения Стоуна-Чеха является совершенной компактификацией гиперпространства компактных подмножеств данного пространства;

показано, что для (исходного) тихоновского пространства его гиперпространство компактных подмножеств Π-полно тогда и только тогда, когда исходное пространство Π-полно;

установлено, что для (исходного) непрерывного отображения тихоновских пространств установить, что индуцированное функтором гиперпространства отображение Π-полно тогда и только тогда, когда исходное отображение Π-полно.

Практические результаты исследования состоят в следующем:

установлены равенства сетевого веса, веса псевдовеса пространства, а также равенства псевдохарактера, характера для любого замкнутого множества в (O-C)-компактном слабо Π-полном пространстве, присущие компактным хаусдорфовым пространствам, а также получен критерий метризуемость суперпаракомпактного пространства;

для (исходного) непрерывного отображения тихоновских пространств установлено, что индуцированное функтором гиперпространства отображение Π-полно тогда и только тогда, когда исходное отображение Π-полно;

в частности, для (исходного) непрерывного отображения тихоновских пространств установлено, что индуцированное функтором гиперпространства отображение суперпаракомпактно тогда и только тогда, когда исходное отображение суперпаракомпактно.

Достоверность результатов исследования обосновывается тем, что при установлении результатов применены методы общей топологии и теории функторов строго математическими рассуждениями.

Теоретическая и практическая значимости результатов исследования. Научное значение результатов работы заключается в возможности использования полученных результатов в дальнейших исследованиях по теории пространств компактного типа, в частности, суперпаракомпактных и П-полных пространств и их гиперпространств.

Практическое значение результатов диссертационной работы заключается в возможности использования полученных результатов по суперпаракомпактным и П-полным пространствам и их гиперпространствам в задачах комбинаторики и актуарной математики.

Внедрение результатов исследования. Результаты, полученные в процессе над работой диссертации, внедрены в следующих направлениях:

-результаты диссертации использовались в качестве теоретического обоснования проекта в рамках научных исследований по Государственному гранту ОТ-Ф4-42 «Топологические и кардинальные свойства пространства полуаддитивных τ-гладких функционалов». (Справка под номером 04-11-6801, выданная Национальный Университет Узбекистана имена Мирзо Улугбека от 10 сентября 2024 г., подписанная проректором по научной работе и инновациям Ё.С.Эргашовым). Результаты диссертации применялись при исследовании категорных, топологических, геометрических и кардинальных свойств функтора полуаддитивных τ-гладких функционалов, действующего в категории тихоновских пространств и их непрерывных отображений.

-использовались в качестве теоретического обоснования проекта в рамках научных исследований по теме кафедры «Алгебра, геометрия, топология и преподавание высшей математики» Кыргызского Национального университета имени Ж. Баласагына «Равномерная топология и её приложения в функциональном анализе и топологической алгебре». (Справка под номером 01/1126, выданная Кыргызским Национальным университетом имени Ж. Баласагына от 11 сентября 2024 г., подписанная проректором по научной работе н. Ишекеевым). Результаты диссертации, применялись авторами гранта при изучении задач общей топологии и кардинальных инвариантов ковариантных функторов, действующих в категории равномерных пространств и их равномерно непрерывных отображений. Распространение функтора гиперпространства с категории компактных хаусдорфовых пространств и их непрерывных отображений на категорию П-полных пространств и их непрерывных П-полных отображений было использовано в исследованиях общей топологии и теории равномерных пространств.

Апробация работы. Результаты диссертации обсуждались на 9 международных и 7 республиканских научно-практических конференциях.

Опубликованность результатов исследования. По теме исследования диссертационной работы опубликованы 25 научных работ, из них 6 входят в перечень научных изданий, рекомендуемой Высшей аттестационной комиссией при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан для защиты докторских диссертаций, в том числе 3 из них опубликованы в зарубежных журналах и 3 в республиканских научных изданиях.

Структура и объем диссертации. В диссертации после введения следует её основная часть, разбитая на три главы. Диссертация обеспечена заключением и списком использованной литературы. Её полный объем составляет 72 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Актуальность и востребованность темы диссертации в соответствии с исследованиями по приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики Узбекистан обоснованы во введении диссертационной работы. А также во введении дан обзор международных научных исследований по теме диссертации, раскрыта степень изученности проблемы и связь с научным направлением, формулированы цели и задачи, а также объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, обоснована достоверность полученных результатов, раскрыты ее теоретическая и практическая значимость, отмечено количество опубликованных работ, даны сведения об апробации полученных результатов и структуре диссертации.

Первая глава, которая носит название «**Пространства типа компактности. Кардинальные инварианты**», состоит из двух параграфов. В ней перечислены общеизвестные факты и понятие из общей топологии.

Пусть X – множество, ω – система подмножеств X. Для точки $x \in X$ и натурального числа n пишут $Kp(x,\omega) \le n$, если не более чем n элементов ω содержат x. Пишут $Kp\,\omega \le n$, если $Kp(x,\omega) \le n$ для каждого $x \in X$.

Конечная последовательность подмножеств M_0, …, M_s множества X называется цепью, связывающей множества M_0 и M_s, если $M_{i-1} \cap M_i \ne \varnothing$ при любом $i = 1,...,s$. Система ω подмножеств X называется сцепленной, если для любых множеств M, $M' \subset X$ этой системы существует такая цепь элементов ω, что первый элемент цепи есть M, а последний – M'. Максимальные сцепленные подсистемы ω называются компонентами сцепленности (или компонентами) системы ω. Открытое покрытие пространства X называется конечнокомпонентным, если все его компоненты сцепленности конечны.

Система ω подмножеств множества X называется звёздно-счётной, если каждый элемент системы ω пересекается не более чем со счетным числом элементов этой системы.

Для пространства X, его подпространства A и точки $x \in X \setminus A$ говорят, что (открытое) покрытие λ подпространства A выкалывает точку x в X, если $x \notin \bigcup [\lambda]_X$.

Теперь дадим определения основных объектов исследования диссертационной работы.

Пространство называется суперпаракомпактным, если в любое его открытие покрытие можно вписать конечнокомпонентное покрытие.

Пространство X называется K-компонентным, если тело (т. е. объединение) каждой его компоненты компактно.

Тихоновское пространство X называется Π-полным, если для любой точки $x \in \beta X \setminus X$ существует конечнокомпонентное покрытие пространства X, выкалывающее точку x в βX.

Во второй главе диссертации, названной «**Кардинальные инварианты пространств типа компактности**», исследованы кардинальные инварианты слабо Π-полных и суперпаракомпактных пространств, а также вопросы о метризации локально хаусдорфово компактных и локально связных K-компонентных пространств. Полученные результаты будут применены, в частности, при метризации (слабо) Π-полных и суперпаракомпактных пространств и групп.

Далее, будут выявлены абсолюты суперпаракомпактных пространств.

Известно, что для любого локально компактного пространства X, в частности, для любого хаусдорфово компактного пространства X и для любой точки $x \in X$ имеют место следующие равенства:

$$(\#) \qquad nw(X) = w(X) \qquad \text{и} \qquad \psi(x, X) = \chi(x, X).$$

Естественно, возникает следующая задача, которая была поставлена Б. А. Пасынковым: для любого ли суперпаракомпактного пространства X справедливы равенства (#)?

Нами в следующем утверждении установлено, что в такой постановке, задача Б. А. Пасынкова решается отрицательно. Рассмотрим пространство $X = \mathbb{N} \bigcup \{x\}$ (здесь $x \in \beta\mathbb{N} \setminus \mathbb{N}$), которое суперпаракомпактно, но не является локально хаусдорфово компактным пространством.

Предложение 2.1.1. Для пространства X и точки x имеем:
1) $nw(X) < w(X)$ (сетевой вес меньше веса пространства X);
2) $\psi(x, X) < \chi(x, X)$ (псевдохарактер меньше характера точки в пространстве X);
3) $\pi w(X) < w(X)$ (π-вес меньше веса пространства X);
4) $\pi\chi(X) < \chi(X)$ (π-характер меньше характера пространства X).

Следующий результат является основным достижением параграфа, и даёт положительный ответ на вопрос Б. А. Пасынкова.

Теорема 2.1.1. Для любого:
а) локально связного хаусдорфова K-компонентного пространства X и для

любой точки $x \in X$ имеют место следующие равенства:

$$(*) \qquad 1)\ nw(X) = w(X); \qquad 2)\ wd(X) = d(X); \qquad 3)\ \psi(x,X) = \chi(x,X).$$

б) (O - C)-компактного слабо Π -полного пространства X и для любого замкнутого подмножества $A \subset X$ имеют место равенства:

$$(**) \qquad 1)\ nw(X) = w(X) = \rho w(X); \qquad 2)\ \psi(A,X) = \chi(A,X).$$

в) (O - C)-конечного Π -полного пространства X и для любого замкнутого подмножества $A \subset X$ имеют место равенства (**).

Здесь $\rho w(X)$ – псевдовес, $d(X)$ – плотность, $wd(X)$ – слабая плотность пространства X; $\chi(A,X)$ – характер множества A в пространстве, $\psi(A,X)$ – характер множества в пространстве.

В следующем результате получен критерий метризуемости суперпаракомпактного хаусдовфово пространства (для краткости, суперпаракомпакта).

Теорема 2.1.2. Суперпаракомпакт X метризуем тогда и только тогда, когда он обладает σ-конечнокомпонентной базой.

В. И. Пономарёв при помощи методов покрытий и отображений выявил абсолюты метрических пространств со счётной базой, в частности, метрических компактов.

Выделим класс пространств, являющиеся абсолютами суперпаракомпактных p -пространств. Преимущество суперпаракомпактности по сравнению с сильной паракомпактностью демонстрируется следующей леммой.

Лемма 2.2.2. Если X – суперпаракомпактное p -пространство, то для любого своего открытого покрытия ω оно обладает совершенным ω - отображением на суперпаракомпактное метрическое пространство Y.

Следующий результат аналогичен результату В. И. Пономарёва с заменой класс метризуемых пространств на класс суперпаракомпактных p - пространств.

Теорема 2.2.1. Пространство X допускает однозначное совершенное неприводимое отображение на некоторое суперпаракомпактное метризуемое пространство тогда и только тогда, когда X есть суперпаракомпактное p - пространство, обладающее σ -конечнокомпонентной π -базой.

Важным является следующий результат.

Теорема 2.2.2. Пространство X допускает однозначное совершенное неприводимое отображение на суперпаракомпактное p -пространство со счетной базой тогда и только тогда, когда пространство X является суперфинально компактным p -пространством со счетной σ -

конечнокомпонентной π -базой, распадающейся в счетную систему счетно конечнокомпонентных покрытий пространства X .

Из теоремы 2.2.2 вытекает следующий основной результат главы.

Следствие 2.2.4. Те и только те пространства являются абсолютом суперпаракомпактного p -пространства X со счетной базой, которые являются суперфинально компактным p -пространством со счетной σ - конечнокомпонентной π -базой, распадающейся в счетную систему счетно конечнокомпонентных покрытий пространства X .

Напомним, что пространство $\dot{X}$ называется абсолютом регулярного пространства X , если:

1) $\dot{X}$ есть совершенный неприводимый прообраз пространства X;

2) всякий совершенный неприводимый прообраз X гомеоморфен $\dot{X}$.

Два пространства X и Y называются соабсолютными, если их абсолюты $\dot{X}$ и $\dot{Y}$ гомеоморфны или, что то же самое, если существует (вообще говоря, многозначное) совершенное неприводимое отображение одного из этих пространств на другое.

Хорошо известно, что действие функторов на различные категории топологических пространств и их непрерывных отображений является одной из основных проблем теории ковариантных функторов.

В третьей главе, под названием «**Гиперпространство Π -полных и суперпаракомпактных пространств и отображений**», исследовано действие функтора exp (построение взятия гиперпространства заданного пространства) на Π -полные и суперпаракомпактные пространства, а также на Π -полные и суперпаракомпактные отображения, и установим, что пространство $\exp_\beta X$ компактных подмножеств тихоновского пространства X является Π -полным (суперпаракомпактным) тогда и только тогда, когда X является Π -полным (суперпаракомпактным) пространством. Далее, введено понятие совершенной компактификации тихоновского отображения и доказано, что индуцированное отображение $\exp_\beta f : \exp_\beta X \to \exp_\beta Y$ Π -полно (суперпаракомпактно) тогда и только тогда, когда исходное отображение f Π -полно (суперпаракомпактно).

Для пространства X через $\exp X$ обозначают множество всех его непустых замкнутых подмножеств. Семейство множеств вида

$$O\langle U_1,\ldots,U_n\rangle = \left\{F \in \exp X : F \subset \bigcup_{1\le i\le n} U_n, \quad F \bigcap U_1 \ne \varnothing,\ldots,F \bigcap U_n \ne \varnothing\right\}$$

образует базу топологии на $\exp X$, где U_1 , …, U_n – открытые непустые множества в X . Эта топология называется топологией Виеториса. Пространство $\exp X$, обеспеченное топологией Виеториса, называется гиперпространством X . Для компакта X его гиперпространство $\exp X$ также является компактом.

Пусть $f : X \to Y$ – непрерывное отображение компактов, $F \in \exp X$.

Равенство

$$\left(\exp f\right)\left(F\right)=f\left(F\right).$$

определяет отображение $\exp f:\exp X\to\exp Y$. Для непрерывного отображения f отображение $\exp f$ также непрерывно. Заметим, что если $f:X\to Y$ – эпиморфизм, то $\exp f$ – также эпиморфизм.

Для тихоновского пространства X положим

$$\exp_\beta X=\left\{F\in\exp\beta X:F\subset X\right\}.$$

Ясно, что $\exp_\beta X\subset\exp X$. Рассмотрим множество $\exp_\beta X$ как подпространство пространства $\exp X$. Для тихоновского пространства X пространство $\exp_\beta X$ также является тихоновским пространством относительно индуцированной топологии.

Для непрерывного отображения $f:X\to Y$ тихоновских пространств пологают

$$\exp_\beta f=\left(\exp\beta f\right)\Big|_{\exp_\beta X},$$

где $\beta f:\beta X\to\beta Y$ – (единственная) стоун-чеховская компактификация f .

Хорошо известно, что для тихоновского пространства X множество $\exp_\beta X$ всюду плотно в $\exp\beta X$, т. е. $\exp\beta X$ является компактификацией пространства $\exp_\beta X$. Утверждаем, что $\exp\beta X$ является совершенной компактификацией $\exp_\beta X$. Для этого применяем следующее техническое утверждение.

Лемма 3.1.2. Пусть γX – компактное расширение пространства X , а V и W – непересекающиеся открытые множества в γX . Пусть $V^X=X\bigcap V$ и $W^X=X\bigcap W$. Тогда верно следующее равенство:

$$\left[X\setminus V^X\right]_{\gamma X}\bigcap\left[X\setminus W^X\right]_{\gamma X}=\left[X\setminus\left(V^X\bigcup W^X\right)\right]_{\gamma X}.$$

Одним из важных достижений диссертации является следующий результат.

Теорема 3.1.1. Для тихоновского пространства X пространство $\exp\beta X$ является совершенной компактификацией пространства $\exp_\beta X$.

При исследованиях суперпаракомпактных пространств ключевую роль играет следующий критерий суперпаракомпактности.

Теорема 3.2.1(D. Buhagiar, T. Miwa). Тихоновское пространство X суперпаракомпактно тогда и только тогда, когда для любого замкнутого в совершенной компактификации bX и лежащего в наросте $bX\setminus X$ множества F существует открытое конечно компонентное покрытие λ пространства X, выкалывающее F в bX (т. е. $F\bigcap\left(\bigcup[\lambda]_{bX}\right)=\varnothing$).

Следующее утверждение существенно применяется при доказательстве основного результата.

Лемма 3.2.1. Пусть υ является конечнокомпонентным покрытием пространства X. Тогда семейство

$$\exp_\beta \upsilon = \left\{ O\langle U_1, ..., U_n \rangle : U_i \in \upsilon,\ i = 1, ..., n;\ n \in \mathbb{N} \right\}$$

– конечнокомпонентное покрытие пространства $\exp_\beta X$.

Одним из основных достижений диссертации является следующий результат.

Теорема 3.2.2. Для тихоновского пространства X его гиперпространство $\exp_\beta X$ является суперпаракомпактным тогда и только тогда, когда X суперпаракомпактно.

Для непрерывного отображения $f:(X,\tau_X) \to (Y,\tau_Y)$ и $O \in \tau_Y$ прообраз $f^{-1}(O)$ называется трубкой (над O). Напомним, непрерывное отображение $f: X \to Y$ называется T_0-отображением, если для каждой пары различных точек x, $x' \in X$, таких, что $f(x) = f(x')$, в точке хотя бы одна из этих точек имеет открытую окрестность в X, не содержащую другой точки. Непрерывное отображение $f: X \to Y$ называется вполне регулярным, если для каждой точки $x \in X$ и любого замкнутого множества F в X, не содержащего x, существует открытая окрестность O точки $f(x)$ такая, что в трубке $f^{-1}(O)$ множества $\{x\}$ и F функционально отделимы. Вполне регулярное T_0-отображение называется тихоновским отображением.

Очевидно, каждое непрерывное отображение $f: X \to Y$ тихоновского пространства X в топологическое пространство Y является тихоновским отображением. В этом случае в силу того, что множество $\exp_\beta X$ является тихоновским пространством относительно топологии Вьеториса для каждого тихоновского пространства X, отображение $\exp_\beta f : \exp_\beta X \to \exp_\beta Y$ является тихоновским отображением.

Непрерывное замкнутое отображение $f: X \to Y$ называется компактным, если прообраз $f^{-1}(y)$ каждой точки $y \in Y$ компактен. Легко видеть, что непрерывное отображение $f: X \to Y$ компактно тогда и только тогда, когда для каждой точки $y \in Y$ и любого покрытия ω слоя $f^{-1}(y)$, состоящего из открытых множеств в X, существует открытая окрестность O точки y в Y, такая, что трубку $f^{-1}(O)$ можно покрыть конечным подсемейством семейства ω.

Компактное отображение $bf : b_f X \to Y$ называется компактификацией непрерывного отображения $f: X \to Y$, если X всюду плотно в $b_f X$ и $bf|_X = f$. На множестве всех компактификаций отображения f можно ввести частичный порядок: для компактификаций $b_1 f : b_{1f} X \to Y$ и $b_2 f : b_{2f} X \to Y$ отображения f полагают $b_1 f \le b_2 f$, если существует естественное отображение $b_{2f}X$ на $b_{1f}X$. Б. А. Пасынков показал, что для каждого тихоновского отображения $f:X\to Y$ существует его максимальная компактификация $g:Z\to Y$, которую он обозначил через βf , и пространство Z где эта максимальная компактификация определяется через $\beta_f X$. С точностью до гомеоморфизма для данного тихоновского отображения f его максимальная компактификация βf единственна.

Замечание 3.2.1. Заметим, что отображения $b_1 f$, $b_2 f$, βf являются компактификациями отображения f. Пространства $b_{1f}X$, b_{2f} , $\beta_f X$ являются некоторыми расширениями X , но они не обязаны быть компактификациями. При этом не надо путать максимальную компактификацию $\beta f:\beta_f X\to Y$ (тихоновского) отображения $f:X\to Y$ от его расширения $\beta f:\beta X\to\beta Y$.

Нами было введено следующее естественно возникающее понятие.

Определение 3.2.1. Компактификация $bf:b_f X\to Y$ тихоновского отображения $f:X\to Y$ называется совершенной компактификацией f, если для каждой точки $y\in Y$ и любых непересекающихся открытых множеств U_1 и U_2 в X существуют открытая окрестность $O\subset Y$ точки y такая, что выполняется равенство

$$\left(O_{b_f X}\left(U_1\cup U_2\right)\right)\cap\left(bf\right)^{-1}\left(O\right)=\left(O_{b_f X}\left(U_1\right)\cup O_{b_f X}\left(U_2\right)\right)\cap\left(bf\right)^{-1}\left(O\right).$$

Тихоновское отображение $f:X\to Y$ называется суперпаракомпактным, если для любого замкнутого в $\beta_f X$ множества F , лежащего в наросте $\beta_f X\setminus X$ найдется конечнокомпонентное покрытие λ пространства X , выкалывающее множества F в $\beta_f X$ (т. е. $F\cap\left(\bigcup[\lambda]_{\beta_f X}\right)=\varnothing$)

Следующее утверждение является одним из основных достижений диссертации.

Теорема 3.2.4. Тихоновское отображение $\exp_\beta f:\exp_\beta X\to\exp_\beta Y$ суперпаракомпактно тогда и только тогда, когда отображение $f:X\to Y$ суперпаракомпактно.

Следствие 3.2.2. Функтор $\exp_\beta$ поднимается на категорию суперпаракомпактных пространств и их суперпаракомпактных отображений.

Следующий критерий играет ключевую роль в исследовании класса Π-полных пространств.

Теорема 3.3.1(Buhagiar D., Miwa T.). Тихоновское пространство X является Π-полным, если для каждой точки $x\in bX\setminus X$ нароста произвольной совершенной компатификации bX существует открытое покрытие ω пространства X с $Kp\,\omega=1$ и, выкалывающее x в bX (т. е. $x\notin\bigcup\left[\omega\right]_{bX}$).

Для доказательства основного результата параграфа существенно используется следующий факт.

Лемма 3.3.1. Пусть υ – открытое покрытие тихоновского пространства X с $Kp\,\upsilon = 1$. Тогда семейство

$$\exp_\beta \upsilon = \left\{ O\langle U_1, \ldots, U_n \rangle : U_i \in \upsilon,\ i = 1, \ldots, n;\ n \in \mathbb{N} \right\}$$

– открытое покрытие пространства $\exp_\beta X$ с $Kp\ \exp_\beta \upsilon = 1$.

Следующее утверждение является одним из основных результатов диссертации.

Теорема 3.3.2. Для тихоновского пространства X его гиперпространство $\exp_\beta X$ Π-полно тогда и только тогда, когда X Π-полно.

Тихоновское отображение $f : X \to Y$ называется Π-полным, если для каждой точки $x \in \beta_f X \setminus X$ существует дизъюнктное открыто-замкнутое покрытие X, выкалывающее x в $\beta_f X$.

Следующий результат является вариантом теоремы 3.1.1 для случая отображений.

Теорема 3.3.4. Пусть $f : X \to Y$ – тихоновское отображение. Тогда отображение

$$\exp_\beta \beta f : \exp_\beta \beta_f X \to \exp_\beta Y$$

является совершенной компактификацией отображения

$$\exp_\beta f : \exp_\beta X \to \exp_\beta Y.$$

Следующее утверждение является одним из основных результатов.

Теорема 3.3.5. Для тихоновских пространств X и Y (тихоновское) отображение $\exp_\beta f : \exp_\beta X \to \exp_\beta Y$ является Π-полным тогда и только тогда, когда (тихоновское) отображение является $f : X \to Y$ Π-полным.

Следствие 3.3.2. Функтор $\exp_\beta$ поднимается на категорию Π-полных пространств и их Π-полных отображений.

Заключение

Первая глава является вспомогательной. Тут перечислены материалы из теории множеств и общей топологии.

В первом параграфе первой главы даны определения кардинальных функций топологических пространств на более ясном языке. Продемонстрированы результаты, касающиеся о значениях кардинальных функций на компактных хаусдорфовых пространствах.

Во втором параграфе изложены понятия основных объектов исследования диссертации – пространства типа компактности – Π-полные, а также суперпаракомпактные пространства. Упомянуты ключевые достижения в этом направлении.

Во второй главе установлены некоторые равенства кардинальных инвариантов для специальных классов пространств, а также выявлены пространства, абсолюты суперпаракомпактных p-пространств. В частности, установлено, что для любого локально связного хаусдорфова K -компонентного пространства и для любой его точки сетевой вес и вес пространства, слабая плотность и плотность пространства, псевдохарактер и характер точки в пространстве равны. Получены равенства сетевого веса, веса псевдовеса пространства, а также равенства псевдохарактера, характера для любого замкнутого множества в (O - C)-компактном слабо Π -полном пространстве. Аналогичные равенства обнаружены для (O-C)-конечного Π-полного пространства.

Показано, что суперпаракомпакт метризуем тогда и только тогда, когда он обладает σ-конечнокомпонентной базой.

Установлено, что те и только те пространства являются абсолютом суперпаракомпактного p -пространства X со счетной базой, которые являются суперфинально компактным p -пространством со счетной σ -конечнокомпонентной π -базой, распадающейся в счетную систему счетно конечнокомпонентных покрытий пространства X .

В третьей главе обнаружен замечательный результат, согласно которому покрытие гиперпространства, индуцированное элементами конечнокомпонентного покрытия исходного пространства, является конечнокомпонентным покрытием гиперпространства. Это свойство позволило доказать, что пространство компактных подмножеств тихоновского пространства суперпаракомпактно тогда и только тогда, когда заданное тихоновское пространство суперпаракомпактно.

Ещё другим интересным достижением является то, что покрытие гиперпространства, индуцированное элементами покрытия кратности 1 исходного пространства, является покрытием кратности 1 гиперпространства. Применяя это свойство, установлено, что пространство компактных подмножеств тихоновского пространства Π -полно тогда и только тогда, когда заданное тихоновское пространство Π -полно.

Введено понятие совершенной компактификации тихоновского отображения.

Применяя это определение, получены результаты, показывающие что:

тихоновское отображение $\exp_\beta f : \exp_\beta X \to \exp_\beta Y$ суперпаракомпактно в том и только в том случае, когда отображение $f : X \to Y$ суперпаракомпактно;

тихоновское отображение $\exp_\beta f : \exp_\beta X \to \exp_\beta Y$ является Π -полным тогда и только тогда, когда заданное отображение $f : X \to Y$ является Π -полным.

Сделаны выводы, что функтор $\exp_\beta$ поднимается на категорию суперпаракомпактных пространств и их суперпаракомпактных отображений, а также на категорию Π -полных пространств и их Π -полных отображений.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION, SCIENCE AND INNOVATION OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN
V.I.ROMANOVSKY INSTITUTE OF MATHEMATICS,
TASHKENT UNIVERSITY OF ARCHITECTURE AND CIVIL ENGINEERING

JUMAEV DAVRON ILXOMOVICH

COMPACT TYPE SPACES AND THEIR HYPERSPACES

01.01.04 – Geometry and topology

ABSTRACT
OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent – 2024

The theme of the dissertation of doctor of philosophy (PhD) was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2019.3.PhD/FM399.

The dissertation has been prepared at V.I.Romanovsky Institute of Mathematics and Tashkent University of Architecture and Civil Engineering.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Zaitov Adilbek Atakhanovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor
Official opponents:	**Beshimov Ruzinazar Bebutovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, associate profesor
	Eshkobilova Dilrabo Turakhanovna Doktor of philosophy in Physical and Mathematical Sciences (PhD)
Leading organization:	**Tashkent state pedagogical university named after Nizami**

Defense will take place «03» 01 2025 at 15:00 at the meeting of Scientific Council number DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 at National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek. (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99878) 227-12-24, fax: (+99878) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource center at National University of Uzbekistan (is registered №179) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99878) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on «20» 12 2024 year
(Mailing report № 2 on «20» 12 2024 year)

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

A. S. Sadullaev
Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
D. F.-M. S., Academician

R. M. Juraev
Scientific Secretary of Scientific Council
on award of scientific degrees,
PhD in Math. and Physics

R. B. Beshimov
Chairman of Scientific Seminar under
Scientific Council on award of scientific degrees,
D. F.-M. S., associate profesor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work is to investigate superparacompact and Π-complete spaces and their hyperspaces.

The research object: superparacompact and Π -complete spaces, their hyperspaces and continuous maps.

The research subject: general topology and functor theory.

Research methods: in the dissertation we use methods of general topology and functor theory.

Scientific novelty of the research work consists of the following:

a class of topological spaces which are absolutes of superparacompact p-spaces, is allocated;

for a given Tychonoff space we established that the hyperspace of its Stone-Cech extension is a perfect compactification of the hyperspace consisting of compact subsets of the given space;

we proved that for a (given) Tikhonov space its hyperspace of compact subsets is Π-complete if and only if the given space is Π-complete;

we proved that for a (given) Tikhonov space its hyperspace of compact subsets is superparacompact if and only if the given space is superparacompact.

Implementation of the research results. The results obtained in the dissertation are implemented in the following areas:

-the results of the dissertation were used as a theoretical justification of the project within the framework of scientific research under the State grant OT-F4-42 "Topological and cardinal properties of the space of semi-additive τ-smooth functionals". (Certificate number 04-11-6801, issued by the National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek dated September 10, 2024, signed by Vice-rector for Research and Innovation E.S.Ergashov). The results of the dissertation were used in the study of the categorical, topological, geometric and cardinal properties of the functor of semi-additive τ-smooth functionals acting in the category of Tychonoff spaces and their continuous maps.

-used as a theoretical justification of the project within the framework of scientific research on the topic "Uniform topology and its applications in functional analysis and topological algebra" of the department "Algebra, Geometry, Topology and teaching of Higher Mathematics" of the Kyrgyz National University named after J. Balasagyn. (Certificate No. 01/1126 issued by the Kyrgyz National University named after J. Balasagyn dated September 11, 2024, signed by Vice-Rector for Scientific Work N. Ishekeev). The extension of the hyperspace functor from the category of compact Hausdorff spaces and their continuous maps to the category of Π-complete spaces and their uniformly continuous maps were applied by the grant authors in the study of problems of general topology, cardinal invariants and the theory of uniform spaces.

The structure and volume of the dissertation. In the dissertation, after the introduction, its main part follows, divided into three chapters. The dissertation is provided with a conclusion and a list of references. Its total volume is 72 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
LIST OF PUBLISHED WORKS
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

I bo‘lim (1 часть; part 1)

[1] Жумаев Д. И. О пространствах, соабсолютных с суперпаракомпактными метрическими пространствами. //Узбекский Математический Журнал. 2011, № 1, P. 51–61. (**01.00.00; №6**).

[2] Мусаев Д. К., Жумаев Д. И, Кардинальные инварианты и метризации суперпаракомпактных пространств и групп. //Узбекский Математический Журнал. 2010, № 4, стр. 142–151. (**01.00.00; №6**).

[3] Zaitov A. A., Jumaev D. I. Hyperspace of the П-complete spaces and maps. //Eurasian Mathematical journal. 2021, Vol. 12, Issue 2, P. 104–110. DOI: 10.32523/2077-9879-2021-12-2-104-110. **(№3. Scopus IF=0,54**).

[4] Zaitov A. A., Jumaev D. I. Hyperspaces of superparacompact spaces and continuous maps. //Universal journal of mathematics and applications, 2019, Vol. 2, Issue 2. P. 65–69. (**№3. Scopus IF=0,36**).

[5] Жумаев Д. И, Бешимова Д. Р. Эквивариантные отображения гиперпространства. //Бюллетень Института математики, 2022, Vol. 5, № 1, стр. 37–43. (**01.00.00; № 17**)

[6] Zaitov A. A., Jumaev D. I., Beshimova D. R. On a metric on a hyperspace. //Herald of Institute of Mathematics of NAS of KR, 2022, No. 2, P. 27–34. **(№35. CrossRef**).

II bo‘lim (2 часть; part 2)

[7] Жумаев Д. И. (O-C)-компактные пространства и функтор гиперпространств. //Бюллетень науки и практики. 2019, том 5, № 4, стр. 30–37.

[8] Мусаев Д. К., Мусаева С. Д., Жумаев Д. И. О размерности суперпаракомпактных отображений. //Вычислительные технологии и математическое моделирование. Материалы республиканской научной конференции. Ташкент – 2009 г. 27-30 апреля, стр. 17–18.

[9] Жумаев Д. И. Некоторые кардинальные инварианты суперпаракомпактных пространств и групп. //Ҳозирги замон математикаси ва уни ўқитишнинг долзарб муаммолари Республика илмий-амалий конференция. Низомий номидаги Тошкент давлат педагогика университети 1-қисм. Тошкент – 2010 й., 80–81 бб.

[10] Jumaev D. I. About some cardinal invariants and metrization of superparacompact and coabsolute spaces. //The 4th Congress of the Turkic World Mathematical Society (TWMS), Azerbaijan. Baku – 2011, 1-3 July, P. 97.

[11] Жумаев Д. И. Топологические и размерностные свойства бесконечномерных суперпаракомпактных пространств. //Институт

Математики при Национальном университете Узбекистана им. М. Улугбека. Республиканская научная конференции с участием зарубежных ученых «Операторные алгебры и смежные проблемы» 12-14 сентября 2012 года.

[12] Жумаев Д. И. О равномерно локально суперпаракомпактных пространствах. //«Zamonaviy topologiya tatbiqlari va muammolari» nomli xalqaro konferensiya 20-24 may, 2013 y. Toshkent.

[13] Zaitov A. A., Jumaev D. I. Hyperspace of the superparacompact spaces. //The V Congress of Turkic World Mathematicians, Bulan-Sogottu, Kyrgyzstan, June 5-7, 2014. P. 58.

[14] Заитов А. А., Жумаев Д. И. О суперпаракомпактности отображений вида $\exp f$. //Материалы научной конференции с участием зарубежных ученых «Актуальные вопросы геометрии и ее приложения». Ташкент, 27-28 ноября, 2014 г. НУУз. стр. 104–105.

[15] Жумаев Д. И. О Π -полноте гиперпространства Π -полного пространства. //Национальный Университет Узбекистана им М. Улугбека Институт Математики. Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых «Алгебра, анализ и квантовая вероятность» 10-12 сентября 2015 года, стр. 72–73.

[16] Жумаев Д. И. О суперпаракомпактности отображений вида λX . //Международная конференция «Топологическая алгебра и теоретико-множественная топология» посвящённая 80-летию профессора А. В. Архангельского. Москва, 23–28 августа 2018 года, стр. 74–76.

[17] Заитов А. А., Жумаев Д. И. Пространство идемпотентных вероятностных мер и суперпаракомпактность. //Тезисы докладов Республиканской научной конференции «Проблемы современной топологии и её приложения». Ташкент. ТГПУ им. Низами. 11-12 сентября 2018 года, стр. 129–130.

[18] Жумаев Д. И. О равенстве плотности и слабой плотности. //International conference “Mathematical analysis and its application to mathematical physics”, September 17-20, 2018, Samarkand.

[19] Заитов А. А., Жумаев Д. И. Суперрасширение суперпаракомпактных пространств. //Тезисы докладов Республиканской научной конференции «Проблемы современной топологии и её приложения». Ташкент. ТГПУ им. Низами. 11-12 сентября 2018 года. стр. 130–131.

[20] Заитов А. А., Жумаев Д. И. Свойства типа компактности и гиперпространство. //Тезисы докладов научной конференции «Новые теоремы молодых математиков – 2018». Наманган, Узбекистан, 18 – 19 октября 2018 года, стр. 61–62.

[21] Jumaev D. I. Hyperspaces of the weak Π -complete spaces. //STEMM. Abstracts of Uzbek-Israel joint international conference. May 13-17, 2019.

[22] Jumaev D. I. τ - Π -completeness and hyperspace. //National University of Uzbekistan, Moscow State University, National University of Kirgizstan, Institute of Mathematics, Tashkent State Pedagogical University. Modern

problems of geometry and topology And its applications, 21-23 november 2019, Tashkent, P. 48.

[23] Zaitov A. A., Jumaev D. I. A topological transformation group of a hyperspace. //Algebraic and Geometric Methods of Analysis, International Online Conference, May 25-28, 2021, Odesa, Ukraine, P. 58–60.

[24] Zaitov A. A., Jumaev D. I. On a group of topological transformations on hyperspace. //Problems of Modern Mathematics and its Applications, International Conference, June 15-19, 2021, Bishkek, Kyrgyz Republic, P. 13.

[25] Заитов А. А., Жумаев Д. И. Компакты Дугунджи и группа топологических преобразований пространства вероятностных мер. //Амалий математика ва ахборот технологияларининг замонавий муаммолари. Халқаро илмий-амалий анжуман материаллари, Бухоро, 2022 йил, 11-12 май, 117–118 бб.

Avtoreferat «O‘zMU xabarlari» jurnali tahririyatida tahrirdan o‘tkazilib, o‘zbek, rus va ingliz tillaridagi matnlar o‘zaro muvofiqlashtirildi.

Bosmaxona litsenziyasi:

9338

Bichimi: 84x60 $^{1}/_{16}$. «Times New Roman» garniturasi.
Raqamli bosma usulda bosildi.
Shartli bosma tabog‘i: 2,75. Adadi 100 dona. Buyurtma № 53/24.

Guvohnoma № 851684.
«Tipograff» MCHJ bosmaxonasida chop etilgan.
Bosmaxona manzili: 100011, Toshkent sh., Beruniy ko‘chasi, 83-uy.