SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI DSc.03/30.12.2019.FM.02.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH

SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

MANNONOV G‘AYRAT ABDUVAKIL O‘G‘LI

NOCHIZIQLI HIROTA TENGLAMASINI CHEKSIZ ZONALI DAVRIY FUNKSIYALAR SINFIDA INTEGRALLASH

01.01.02 – Differensial tenglamalar va matematik fizika

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD) DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI

Samarqand – 2025

UDK: 517.957

Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi avtoreferati mundarijasi

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Contents of dissertation abstract of the doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

Mannonov G‘ayrat Abduvakil o‘g‘li
Nochiziqli Hirota tenglamasini cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallash 3

Маннонов Гайрат Абдувакил угли
Интегрирование нелинейного уравнения Хироты в классе периодических бесконечнозонных функций 21

Mannonov Gayrat Abduvakil ugli
Integration of the nonlinear Hirota equation in the class of periodic infinite – gap functions……...39

E’lon qilingan ishlar ro‘yxati
Список опубликованных работ
List of published works……………………………………………………………43

SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
DSc.03/30.12.2019.FM.02.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH

SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

MANNONOV G‘AYRAT ABDUVAKIL O‘G‘LI

NOCHIZIQLI HIROTA TENGLAMASINI CHEKSIZ ZONALI DAVRIY FUNKSIYALAR SINFIDA INTEGRALLASH

01.01.02 – Differensial tenglamalar va matematik fizika

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD) DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI

Samarqand – 2024

Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiya mavzusi O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2023.2.PhD/FM866 raqam bilan ro‘yxatga olingan.

Dissertatsiya Samarqand davlat universitetida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o‘zbek, rus, ingliz (rezyume)) Ilmiy kengashning veb-sahifasida (www.samdu.uz) va «Ziyonet» Axborot ta’lim portalida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:	**Xasanov Aknazar Bekdurdiyevich** fizika-matematika fanlari doktori, professor
Rasmiy opponentlar:	**Taxirov Jozil Ostanovich** fizika-matematika fanlari doktori, frofessor
	Hoitmetov Umid Azadovich fizika-matematika fanlari doktori, dotsent
Yetakchi tashkilot:	**Buxoro davlat universiteti**

Dissertatsiya himoyasi Samarqand davlat universiteti huzuridagi DSc.03/30.12.2019.FM.02.01 raqamli Ilmiy kengashning 2025 yil «___»_________ soat____ dagi majlisida bo‘lib o‘tadi. (Manzil: 140104, Samarqand sh., Universitet xiyoboni, 15-uy. Tel.: (+99866)231–06–32, faks: (+99866) 235–19–38, e-mail: patent@samdu.uz).

Dissertatsiya bilan Samarqand davlat universitetining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (___ raqam bilan ro‘yxatga olingan). (Manzil: 140104, Samarqand sh., Universitet xiyoboni, 15-uy. Tel.: (+99866) 231–06–32, faks: (+99866) 235–19–38.)

Dissertatsiya avtoreferati 2025 yil «____» _______________kuni tarqatildi.
(2025 yil «____» ___________ dagi _______ raqamli reestr bayonnomasi).

A.S. Soleyev
Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash raisi, fizika-matematika fanlari doktori, professor

A.M. Xalxo‘jayev
Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash ilmiy kotibi, fizika-matematika fanlari doktori, professor

T. Ishankulov
Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash qoshidagi ilmiy seminar raisi o‘rinbosari, fizika-matematika fanlari doktori, professor

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va ahamiyati. Jahonda olib borilayotgan koʻplab ilmiy va amaliy tadqiqotlarda Dirak va Shturm-Liuvill operatori uchun qoʻyilgan toʻgʻri va teskari spektral masalalarni tadqiq qilishga alohida ahamiyat berilmoqda. Hozirgi kunda rivojlangan mamlakatlarda spektral analizning toʻgʻri va teskari masalalari zamonaviy matematik fizikaning evolyutsion tenglamalari yechimlarini topish va yechimning sinfini aniqlashda muhim ahamiyatga ega boʻlmoqda. Bundan tashqari bu masalalar radiotexnika, nochiziqli optika, kvant mexanikasi, amorf jismlarning kristallik xossalarini modellashtirishda muhim oʻrin tutmoqda. Davriy koeffitsientli Dirak operatoriga qoʻyilgan teskari spektral masalalari usulidan foydalanib nochizqli Hirota tipidagi tenglamalar uchun qoʻyilgan Koshi masalasini yechish algoritmi nochiziqli muhitlarda ultraqisqa impulslarning tarqalishi, nochiziqli elektrodinamikaning ayrim masalalari oʻrganishda, jumladan yuqorida aytib oʻtilgan sohalarda muhim ahamiyatga ega boʻlmoqda.

Jahonda nochiziqli evolyutsion tenglamalarni integrallash ilm-fanning ustuvor yoʻnalishlaridan biri hisoblanadi. Shu bois mazkur yoʻnalishda koʻplab nazariy va amaliy natijalarga erishilmoqda. Hozirgi kunda nochiziqli muhitlarda turli xildagi ultra qisqa yorugʻlik impluslarining tarqalishi, lazer nurlarining tarqalishi, nochiziqli optika kabi sohalarda olib borilayotgan ilmiy tadqiqotlarda yuklangan hadli Hirota tipidagi tenglamani cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallash hamda unga qoʻyilgan Koshi masalasini yechish muhim ahamiyat kasb etmoqda. Shu bilan bir qatorda cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida nochiziqli Hirota tipidagi tenglama uchun qoʻyilgan Koshi masalasining yechimi tekis yaqinlashuvchi funksional qator koʻrinishida ifodalanishi yuqorida aytib oʻtilgan fizik jarayonlarning muhim xossalarini oʻrganishda, ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirishda dolzarb vazifalardan hisoblanmoqda.

Respublikamizda matematik fizikaning nochiziqli evolyutsion tenglamalarining yechimlarini Dirak operatoriga qoʻyilgan toʻgʻri va teskari spektral masalalar usulidan foydalanib aniqlash hamda topilgan yechimlarni amaliyotda qoʻllash boʻyicha keng koʻlamli chora-tadbirlar amalga oshirilmoqda. “Algebra va uning tatbiqlari, differensial tenglamalar va uning tatbiqlari, chiziqsiz tizimlar, dinamik tizimlar va ularning tatbiqlarini matematik modellashtirish, stoxastik tahlil, tibbiy-biologik informatika, hisoblash matematikasi[1]” fanlarining ustuvor yoʻnalishlari boʻyicha xalqaro standartlar darajasida ilmiy tadqiqotlar olib borish matematika fanining asosiy vazifalari va faoliyat yoʻnalishlari etib belgilangan. Ushbu vazifani amalga oshirishda, xususan zamonaviy matematik fizikaning nochiziqli evolyutsion tenglamalarni integrallashda teskari spektral masalalar usulini qoʻllab, davriy cheksiz zonali funksiyalar sinfida Hirota tipidagi

[1] Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 9 iyuldagi PQ-4387-son “Matematika ta’limi va fanlarni yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qoʻllab-quvvatlash, shuningdek, Oʻzbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari toʻgʻrisidagi” qarori

nochiziqli tenglamalarga qo‘yilgan Koshi masalasining yechimi mavjudligini ko‘rsatish muhim ilmiy ahamiyatga ega.

O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 7-fevraldagi PF-4947-son “O‘zbekston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi Farmoni, 2019 yil 9 iyuldagi PQ-4387-son “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivoylantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akmademiyaning V.I. Romanoviskiy nomidagi Matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora tadbirlari to‘g‘risida”gi qarorlari hamda mazkur faoliyatga tegishli boshqa normativ-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishda ushbu dissertatsiya tadqiqoti muayyan darajada xizmat qiladi

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlantirishning ustuvor yo‘nalishlariga muvofiqligi. Ushbu tadqiqot O‘zbekiston Respublikasida fan va texnikani rivojlantirishning IV. “Matematika, mexanika va informatika” ustuvor yo‘nalishiga muvofiq bajarildi.

Muammoning o‘rganilganlik darajasi. 1971-yilda E.V. Zakharov, A.B.Shabatlar zamonaviy matematik fizikaning asosiy tenglamalaridan biri bo‘lgan

$$iu_t + 2|u|^2 u + u_{xx} = 0$$

nochiziqli Shredinger tenglamasini kamayuvchi funksiyalar sinfida Dirak operatori sochilish nazariyasining teskari masalasi usulidan foydalanib integrallashga muvaffaq bo‘lishdi.

Xuddi shu usul bilan 1972-yilda M.Wadati tamonidan yana bir nochiziqli xususiy hosilali differensial tenglamalardan biri bo‘lgan quyidagi

$$u_t + 6u^2 u_x + u_{xxx} = 0$$

ko‘rinishdagi modifitsirlangan Korteveg-de Friz tenglamasini kamayuvchi funksiyalar sinfida integrallanuvchi ekanligi ko‘rsatilgan.

1973-yilda R.Hirota nochiziqli Shredinger va kompleks modifitsirlangan Korteveg-de Friz tenglamalari konbinatsiyalaridan tuzilgan quyidagi

$$iu_t + \beta\left(u_{xx} + 2|u|^2 u\right) - i\alpha\left(u_{xxx} + 6|u|^2 u_x\right) = 0,\ \ t > 0,\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

ko‘rinishdagi nochiziqli xususiy hosilali differensial tenglamani kamayuvchi funksiyalar sinfida integrallanuvchanligi ko‘rsatilgan. Ammo davriy koeffitsentli Dirak operatorining uzluksiz spektrdagi lakunalarning barchasi ochiq bo‘lgan (cheksiz zonali potensial) holida Hirota tenglamasini integrallash masalasi ochiq qolgan edi.

1975-yilda A.R. Its, V.B. Matveevlar tamonidan modifitsirlangan Korteveg-de Friz tenglamasi chekli zonali davriy funksiyalar sinfida integrallanuvchi ekanligi ko‘rsatilgan. 1976-yilda A.R. Its, V.P. Kotlyarov va 1996 yilda A.O. Smirnovlar nochiziqli Shredinger tenglamasi chekli zonali davriy va kvazidavriy funksiyalar sinfida integrallanuvchi ekanligi ko‘rsatilgan.

2019-yilda A.B. Hasanov, M.M. Hasanovlar tamonidan quyidagi ko‘rinishdagi

$$u_t = 2i|u|^2 u - iu_{xx} + \gamma(t)|u(0,t)|^2 u_x$$

yuklangan hadli nochiziqli Shredinger tenglamasi davriy funksiyalar sinfida integrallanuvchi ekanligi ko‘rsatilgan.

2021-yilda A.B. Hasanov, U Mo‘minovlar tamonidan

$$iu_t - 2|u|^2 u + u_{xx} = 0$$

ko‘rinishdagi defokuslangan nochiziqli Shredinger tenglamasini cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallanuvchi ekanligi ko‘rsatilgan, hamda bu tenglamaga qo‘yilgan Koshi masalasi yechimga ega bo‘lishi uchun yetarli shartlar topilgan.

2021-yilda A.B. Hasanov, T.J. Allanazarovalar tamonidan modifitsirlangan Korteveg-de Friz tenglamasi cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallanuvchi ekanligi ko‘rsatilgan, hamda bu tenglamaga qo‘yilgan Koshi masalasi yechimga ega bo‘lishi uchun yetarli shartlar topilgan

Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya tugallangan oliy o‘quv yurti yoki ilmiy-tadqiqot muassasasining ilmiy tadqiqot rejalari bilan bog‘liqligi. Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti ilmiy-tadqiqot ishlari rejasiga muvofiq “Differensial operatorlar spektral nazariyasining nochiziqli evolyutsion tenglamalarga tadbiqlari” nomli ilmiy-tadqiqot ishlari rejasi doirasida bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi. Nochiziqli Hirota tipidagi tenglama va nochiziqli yuklangan hadli Hirota tipidagi tenglamalarni cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallashdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

-Dirak differensial tenglamalar sistemasi uchun qo‘yilgan teskari spektral masalalar usulidan foydalanib cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida Hirota tipidagi tenglamani integrallanuvchanligini isbotlash;

qo‘shimcha hadli Hirota tipidagi tenglamani Dirak differensial tenglamalar sistemasi uchun qo‘yilgan teskari spektral masalalar usulidan foydalanib cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallanuvchi ekanligini isbotlash;

yuklangan hadli Hirota tipidagi tenglamani Dirak differensial tenglamalar sistemasi uchun qo‘yilgan teskari spektral masalalar usulidan foydalanib cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallanuvchanligini isbotlash;

qo‘shimcha va yuklangan hadli Hirota tipidagi tenglama uchun qo‘yilgan Koshi masalasining yechimga egaligini olti marta uzluksiz differensiallanuvchi cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida isbotlash.

Tadqiqot obyekti nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi tenglama, qo‘shimcha hadli nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi tenglama, yuklangan hadli nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi tenglamasidan iborat.

Tadqiqot predmeti nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi tenglamalarni integrallashda davriy koeffitsientli Dirak operatori uchun to‘g‘ri va teskari spektral masalalardan iborat.

Tadqiqot usullari. Dissertatsiya ishida differensial tenglamalar, matematik fizika, differensial operatorning spektral nazariyasi, kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi va funksional analizni masalalarini yechish usullari qo‘llanildi.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

davriy koeffitsientli Dirak operatori uchun qo‘yilgan teskari spektral masalalar usulidan foydalanib nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi tenglamani olti marta uzluksiz differensiallanuvchi cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallanuvchi ekanligi isbotlangan;

davriy koeffitsientli Dirak operatori lakunalari uzunliklari uchun olingan asimptotik formulalaridan foydalanib nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi tenglama uchun qo‘yilgan Koshi masalasini olti marta uzluksiz differensiallanuvchi cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida yechimi mavjudligi va yagonaligi isbotlangan;

davriy koeffitsienli Dirak operatori uchun qo‘yilgan teskari spektral masalalar usulidan foydalanib qo‘shimcha hadli nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi tenglamani olti marta uzluksiz differensiallanuvchi cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallanuvchi ekanligi isbotlangan;

davriy koeffitsienli Dirak operatori uchun qo‘yilgan teskari spektral masalalar usulidan foydalanib yuklangan hadli nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi tenglamani olti marta uzluksiz differensiallanuvchi cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallanuvchi ekanligi isbotlangan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi tenglamasiga qo‘yilgan Koshi masalasini yechish algoritmidan foydalanib yuklangan hadli moslangan manbali Korteveg-de Friz tenglamasini va yuklangan hadli nochiziqli Shredinger tenglamasi uchun qo‘yilgan Koshi masalasining davriy yechimlari aniq ko‘rinishi topilgan.

qo‘shimcha va yuklangan hadli defokuslangan Hirota tipidagi tenglamalarini cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallash algoritmidan foydalanib turli muhitlarda tarqalayotgan o‘zgarmas amlatudali to‘lqinlarning tezliklari o‘zgarishlarini aniqlashga tadbiq qilingan.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi davriy koeffitsientli differensial operatorlar uchun teskari spektral masalalarni yechishda va ularni nochiziqli evolyutsion tenglamalarni yechish uchun qo‘llashda matematik fizika, spektral analiz, funksional analiz usullaridan foydalanilgan, shuningdek, matematik mulohazalar qat’iy isbotlar yordamida asoslangan.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati-zamonaviy matematik fizikaning evolyutsion tenglamalarini davriy cheksiz zonali funksiyalar sinfida integrallash mumkinligi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati nochiziqli muhitlarda optika, kvant mexanikasi, elektrodinamika, gidrodinamika, zamonaviy matematik fizikada qo‘llanilishi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Nochiziqli Hirota tenglamasini integrallash bo‘yicha olingan ilmiy natijalar asosida:

nochiziqli Hirota tipidagi qo‘shimcha hadli Hirota tipidagi va yuklangan hadli Hirota tipidagi tenglamalarni cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallash algoritmidan, OT-F4-04 (05) “Spektral usulni matritsaviy nochiziqli evolyusion tenglamalarni yechishga tadbiqlari, Yurak-qon tomir tizimining biomexanikasi” mavzusidagi fundamrntal loyihada foydalanilgan (Urganch davlat universitetining 2024-yil 22-noyabrdagi ma’lumotnomasi). Ilmiy natijalarning qo‘llanilishi yuklangan hadli moslangan manbali Korteveg-de Friz tenglamasi va yuklangan hadli nochiziqli Shredinger tenglamasi uchun qo‘yilgan Koshi masalasining davriy yechimlarining aniq ko‘rinishlarini teskari spektral masalalar usuli orqali aniqlash imkonini bergan.

cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida teskari spektral masalalar usulidan foydalanib Hirota tenglamasini, qo‘shimcha va yuklangan hadli Hirota tipidagi tenglamalarini integrallash algoritmidan, NRF-2020R1A2C1003119 “Global Attractors and Inertial Manifolds of Infinite Dimensional Dynamical Systems” mavzusidagi fundamental loyihada foydalanilgan (Janubiy Koreya Respublikasi, Chonnam Milliy Universitetining 2024-yil 21-noyabrdagi ma’lumotnomasi). Ilmiy natijalarning qo‘llanilishi dinamik chegaraviy shartlarga ega kechikilgan reaksiya diffuziya tenglamalari sinfi uchun attraktorlarning xususiyatlarini o‘rganish imkonini bergan.

Tadqiqot natijalarini aprobatsiyasi. Ushbu tadqiqot natijalari 7 ta ilmiy-amaliy konferensiyalarda, jumladan 5 ta xalqaro va 2 ta Respublika konferensiyalarida muhokama qilingan.

Tadqiqot natijalarini e’lon qilinganligi. Dissertatsiya mavzusi bo‘yicha 13 ta ilmiy ish chop etilgan, shundan, O‘zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasining falsafa doktori dissertatsiyalarini himoya qilishda tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 6 ta maqola, jumladan, 1 tasi xorijiy va 5 tasi respublika jurnallarida nashr etilgan

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi Dissertatsiya kirish qismi, uchta bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxatidan iborat. Dissertatsiya hajmi 107 betdan iborat.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va ahamiyati asoslangan, tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mosligi ko‘rsatilgan, dissertatsiya mavzusi bo‘yicha xorijiy ilmiy-tadqiqotlar sharhlari, masalaning o‘rganilganlik darajasi keltirilgan, tadqiqot maqsadi va vazifalari, obyekti va predmeti tavsiflangan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning nazariy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarining joriy qilinishi, nashr etilgan ishlar va dissertatsiya tuzilishi bo‘yicha ma’lumotlar berilgan.

Dissertatsiya ishining **“Davriy Dirak operatori spektral xossalari”** deb nomlanuvchi birinchi bobida Dirak differensial tenglamalar sistemasiga qo‘yilgan to‘g‘ri va teskari spektral masalalar to‘g‘risida oldindan ma’lum bo‘lgan qisqacha zaruriy bo‘lgan ma’lumotlar keltirilgan. Bu ma’lumotlardan keyingi boblarda foydalaniladi.

Quyidagi Dirak differensial tenglamalar sistemasini qaraymiz:

$$L(\tau,t)y \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p(x+\tau,t) & q(x+\tau,t) \\ q(x+\tau,t) & -p(x+\tau,t) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},\ x,\tau \in \mathbb{R},\ t>0\ .(1)$$

Bu yerda λ- kompleks parametr bo‘lib, $p(x+\pi,t) = p(x,t) \in C^2(\mathbb{R})$, $q(x+\pi,t) = q(x,t) \in C^2(\mathbb{R})$ haqiqiy funksiya.

(1) differensial tenglamaning ushbu $c(0,\lambda,\tau,t) = (1,0)^T$ va $s(0,\lambda,\tau,t) = (0,1)^T$ boshlang‘ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimlarini mos ravishda $c(x,\lambda,\tau,t) = (c_1(x,\lambda,\tau,t),\, c_2(x,\lambda,\tau,t))^T$ va $s(x,\lambda,\tau,t) = (s_1(x,\lambda,\tau,t),\, s_2(x,\lambda,\tau,t))^T$ vektor-funksiyalar orqali belgilaymiz. Ma’lumki bu vektor-funksiyalar (1) tenglamaning fundamental yechimlar sistemasidan iborat bo‘ladi va bu funksiyalar uchun quyidagi Vroniskiy ayniyati o‘rinli bo‘ladi:

$$c_1(x,\lambda,\tau,t)s_2(x,\lambda,\tau,t) - c_2(x,\lambda,\tau,t)s_1(x,\lambda,\tau,t) = 1\,.$$

Ta’rif. $\Delta(\lambda,\tau,t) = c_1(\pi,\lambda,\tau,t) + s_2(\pi,\lambda,\tau,t)$ funksiyaga Dirak operatorining Lyapunov funksiyasi yoki Xill diskriminanti deyiladi.

Teorema[2]. Ushbu $\Delta(\lambda,\tau,t) \equiv \Delta(\lambda,t)$ tenglik o‘rinli, ya’ni Lyapunov funksiyasi τ parametrga bog‘liq emas.

Ta’rif. a) (1) tenglamaning $y(0) = y(\pi)$ chegaraviy shartni qanoatlantruvchi yechimini topish masalasiga davriy chegaraviy masala deyiladi.

b) (1) tenglamaning $y(0) = -y(\pi)$ chegaraviy shartni qanoatlantruvchi yechimini topish masalasiga yarimdavriy chegaraviy masala deyiladi.

Teorema[2]. (1) differensial tenglamalar sistemasi uchun qo‘yilgan davriy va yarimdavriy chegaraviy masalaning xos qiymatlari haqiqiy bo‘lib, ular mos ravishda $\Delta(\lambda,t) - 2 = 0$ va $\Delta(\lambda,t) + 2 = 0$ tenglamalarning ildizlari bilan usma-ust tushadi.

---

[2] А.Б.Яхшимуратов. (2000). Почти–периодичность бесконечнозонных потенциалов оператора Дирака. Кандидатская диссертация, Ургенческий Государственный Университет.

(1) tenglamaga qo‘yilgan davriy va yarimdavriy chegaraviy masalalarning xos qiymatlarini $\lambda_n = \lambda_n(\tau,t),\ n\in\mathbb{Z}$ kabi belgilaylik. Ma’lumki $\lambda_n = \lambda_n(\tau,t),\ n\in\mathbb{Z}$ lar $\Delta(\lambda,t)\pm 2=0$ tenglamaning ildizlari bo‘ladi, demak $\lambda_n = \lambda_n(\tau,t) = \lambda_n(t),\ n\in\mathbb{Z}$.

Shuningdek, $L(\tau,0)$ Dirak operatorining spektri ushbu

$$\sigma\left(L(\tau,0)\right) = \left\{\lambda\in\mathbb{R} : |\Delta(\lambda)|\le 2\right\} = \mathbb{R}\setminus\left(\bigcup_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}\right)\right)$$

to‘plamdan iborat bo‘lib, $\left(\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}\right), n\in\mathbb{Z}$ intervallarga lakunalar deyiladi.

Ta’rif. (1) differensial tenglamalar sistemasi ushbu $y_1(0,\tau,t)=0$, $y_1(\pi,\tau,t)=0$ chegaraviy shartlar bilan birga qaralsa, unga Dirixle chegaraviy masalasi deyiladi.

(1) differensial tenglamalar sistemasiga qo‘yilgan Dirixle chegaraviy masalasining xos qiymatlarini $\xi_n = \xi_n(\tau,t),\ n\in\mathbb{Z}$ orqali belgilaymiz. Ma’lumki $\xi_n(\tau,t),\ n\in\mathbb{Z}$ Dirixle chegaraviy masalasining xos qiymatlari $s_1(\pi,\xi_n(\tau,t),\tau,t)=0$ tenglamaning ildizlari bilan usma-ust tushadi va $\xi_n(\tau,t)\in\left[\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}\right], n\in\mathbb{Z}$ munosabat o‘rinli bo‘ladi.

Ta’rif. Agar $\left(\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}\right), n\in\mathbb{Z}$ lakunalarning chegaraviy nuqtalari uchun ushbu

$$\ldots<\lambda_{-3}\le\xi_{-1}\le\lambda_{-2}<\lambda_{-1}\le\xi_0\le\lambda_0<\lambda_1\le\xi_1\le\lambda_2<\ldots$$

shartlar bajarilsa, u holda $L\left(\tau,t\right)$ Dirak operatorining $p(x+\tau,t), q\left(x+\tau,t\right)$ koeffitsiyenti cheksiz zonali funksiya deyiladi.

Ta’rif. $\left\{\xi_n\left(\tau,t\right),\sigma_n\left(\tau,t\right)=\pm1,\ n\in\mathbb{Z}\right\}$ to‘plamga $L\left(\tau,t\right)$ Dirak operatorning spektral parametrlari deyiladi. Bu yerda $\sigma_n\left(\tau,t\right)=sgn\left\{s_2\left(\pi,\xi_n,\tau,t\right)-\right.$ $\left.-c_1\left(\pi,\xi_n,\tau,t\right)\right\},\ n\in\mathbb{Z}$ ishoralar ketma-ketligi.

Ta’rif. Ushbu $\left\{\lambda_n\left(\tau,t\right),\xi_n\left(\tau,t\right),\sigma_n\left(\tau,t\right)=\pm1,\ n\in\mathbb{Z}\right\}$ to‘plamga $L\left(\tau,t\right)$ Dirak operatorning spektral berilganlari deyiladi. Bu yerda $\lambda_n\left(\tau,t\right), n\in\mathbb{Z}$ lar (1) Dirak differensial tenglamalar sistemasiga qo‘yilgan davriy va yarimdavriy chegaraviy masalalarning xos qiymatlari.

Ta’rif. $L\left(\tau,t\right)$ Dirak operatorining spektral berilganlarini topish masalasiga to‘g‘ri spektral masala, $L\left(\tau,t\right)$ Dirak operatorining spektral berilganlari orqali uning $p(x+\tau,t), q(x+\tau,t)$ koeffitsiyentlarini topish masalasi esa teskari spektral masala deyiladi.

Teorema[3]. $L\left(\tau,t\right)$ Dirak operatorining $p(x+\tau,t), q(x+\tau,t)$ koeffitsiyenti o‘zining spektral berilganlari orqali bir qiymatli aniqlanadi.

Dissertatsiya ishining **“Hirota tipidagi tenglamani cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallash”** deb nomlangan ikkinchi bobida olti marta

---

[3] H.N.Normurodov. (2024). Nochiziqli modifitsirlangan Korteveg-de Friz — sinus-Gordon(mKdF–sG) tenglamalarini cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallash. PhD dissertatsiya, Samarqand Davlat Universiteti.

uzluksiz differensiallanuvchi cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida Hirota tipidagi tenglama uchun qo‘yilgan Koshi masalasining yechimga egaligi isbotlangan.

Mazkur bobning birinchi paragrafida ushbu

$$\begin{cases} p_t = a(t)\left[p_{xxx} - 6p_x\left(p^2+q^2\right)\right] + b(t)\left[-q_{xx} + 2q\left(p^2+q^2\right)\right], \\ q_t = a(t)\left[q_{xxx} - 6q_x\left(p^2+q^2\right)\right] + b(t)\left[p_{xx} - 2p\left(p^2+q^2\right)\right], \end{cases} \tag{2}$$

Hirota tipidagi tenglamaning

$$\begin{cases} p(x,t)\big|_{t=0} = p_0(x), \quad q(x,t)\big|_{t=0} = q_0(x), \\ p_0(x+\pi) = p_0(x) \in C^6(\mathbb{R}), \quad q_0(x+\pi) = q_0(x) \in C^6(\mathbb{R}), \end{cases} \tag{3}$$

boshlang‘ich shartlarni hamda quyidagi

$$\begin{cases} p(x+\pi,t) = p(x,t),\ q(x+\pi,t) = q(x,t),\ x\in\mathbb{R},\ t>0, \\ p(x,t), q(x,t) \in C_x^3(t>0)\cap C_t^1(t>0)\cap C(t\ge 0). \end{cases} \tag{4}$$

silliqlik shartlarini qanoatlantiruvchi $\left(p(x,t), q(x,t)\right)$ yechimini cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida topish masalasi qaralgan. Bu yerda $a(t), b(t) \in C\left[0;\infty\right)$ berilgan va chegaralangan funksiya.

(3) boshlang‘ich shartda berilgan $p_0(x+\tau)$, $q_0(x+\tau)$ funksiyalar yordamida $L(\tau,0)$ Dirak operatorini tuzib olamiz. Ma’lumki $L(\tau,0)$ Dirak operatoriga qo‘yilgan davriy va yarimdavriy chegaraviy masalalarning xos qiymatlari $\tau\in\mathbb{R}$ parametrga bog‘liq emas, ya’ni $\lambda_n(\tau) = \lambda_n,\ n\in\mathbb{Z}$. Spektral parametrlari esa $\tau\in\mathbb{R}$ parametrga bog‘liq bo‘lib π davrli funksiyalar bo‘ladi:

$$\xi_n^0(\tau+\pi) = \xi_n^0(\tau),\ \sigma_n^0(\tau+\pi) = \sigma_n^0(\tau),\ n\in\mathbb{Z}.$$

Ushbu paragrafdagi asosiy natijasi quyidagi teoremada bayon etilgan.

1-teorema[4]. Agar $p(x,t), q(x,t),\ x\in\mathbb{R}, t>0,$ funksiyalar (2)-(4) Koshi masalasining yechimi bo‘lsa, u holda, $L(\tau,t)$ Dirak operatoriga qo‘yilgan davriy va yarimdavriy chegaraviy masalalarning xos qiymatlari $\lambda_n(\tau,t), n\in\mathbb{Z}$ lar τ va t parametrlarga bog‘liq bo‘lmaydi, ya’ni $\lambda_n(\tau,t) = \lambda_n, n\in\mathbb{Z}$, $\xi_n(\tau,t), \sigma_n(\tau,t) = \pm 1,\ n\in\mathbb{Z}$ spektral parametrlari esa quyidagi birinchi va ikkinchi Dubrovin differensial tenglamalar sistemasi analogini qanoatlantiradi:

$$\frac{\partial \xi_n(\tau,t)}{\partial \tau} = 2(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\sqrt{(\xi_n - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n)}\, f_n(\xi)(p+\xi_n),\ n\in\mathbb{Z}; \tag{5}$$

$$\frac{\partial \xi_n(\tau,t)}{\partial t} = 2(-1)^{n}\sigma_n(\tau,t)\sqrt{(\xi_n - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n)}\, f_n(\xi)\, g_n(\xi),\ n\in\mathbb{Z}. \tag{6}$$

Bundan tashqari quyidagi boshlang‘ich shartlar ham o‘rinli:

$$\xi_n(\tau,t)\big|_{t=0} = \xi_n^0(\tau),\ \sigma_n(\tau,t)\big|_{t=0} = \sigma_n^0(\tau),\ n\in\mathbb{Z}. \tag{7}$$

---

[4] G‘.A.Mannonov, A.B.Khasanov. Cauchy Problem for the Nonlinear Hirota Equation in the Class of Periodic Infinite-Zone Functions // St. Petersburg Mathematical Journal, 2023, Vol. 34, No. 5, pp. 821—845.(IF=0,4).

(6) tenglamadagi $f_n(\xi)$ va $g_n(\xi),\, n\in\mathbb{Z}$ ketma-ketliklar esa quyidagi formulalar orqali aniqlanadi:

$$f_n(\xi)=\sqrt{\prod_{\substack{k=-\infty\\ k\neq n}}^{\infty}\frac{(\lambda_{2k-1}-\xi_n)(\lambda_{2k}-\xi_n)}{(\xi_k-\xi_n)^2}},\; g_n(\xi)=a(t)\Big[4\xi_n^3+4p\xi_n^2+2\xi_n(p^2+q^2+$$

$$+q_\tau)+2(pq_\tau-p_\tau q)+2p\left(p^2+q^2\right)-p_{\tau\tau}\Big]+b(t)\Big[(\xi_n+p)^2+q^2+q_\tau+\xi_n^2\Big],\; n\in\mathbb{Z}.$$

Bu yerda

$$p=p(\tau,t),\; q=q(\tau,t),\; \xi_n=\xi_n(\tau,t),\; \xi=\xi(\tau,t)=(\ldots,\xi_{-1}(\tau,t),\xi_0(\tau,t),\xi_1(\tau,t),\ldots).$$

Ma’lumki, $L(\tau,t)$ Dirak operatorining $p(\tau,t)$, $q(\tau,t)$ koeffitsiyentlari uchun quyidagi izlar formulalari o‘rinli[5]:

$$p(\tau,t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{\lambda_{2n}+\lambda_{2n-1}}{2}-\xi_n(\tau,t)\right), \tag{8}$$

$$q(\tau,t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\sqrt{(\xi_n(\tau,t)-\lambda_{2n-1})(\lambda_{2n}-\xi_n(\tau,t))}\,f_n(\xi), \tag{9}$$

$$q^2(\tau,t)+q_\tau^2(\tau,t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{\lambda_{2n}^2+\lambda_{2n-1}^2}{2}-\xi_n^2(\tau,t)\right). \tag{10}$$

1-natija. (6) ikkinchi Dubrovin differensial tenglamalar sistemasi analogini (8), (9) va (10) izlar formulalaridan foydalanib yopiq ko‘rinishga keltirish mumkin.

Ikkinchi bobning ikkinchi paragrafida (6)-(7) Koshi masalasi yechimi mavjudligi va yagonaligi ko‘rsatilgan. Buning uchun

$$\xi_n(\tau,t)=\lambda_{2n-1}+(\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1})\sin^2 x_n(\tau,t),\; n\in\mathbb{Z} \tag{11}$$

almashtirish olingan. Natijada (6)-(7) Koshi masalasini K Banax fazosida quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{dx(\tau,t)}{dt}=H(x),\quad x(\tau,t)\big|_{t=0}=x^0(\tau)\in K. \tag{12}$$

Bu yerda

$$K=\left\{x=x(\tau,t)=(\ldots,x_{-1}(\tau,t),x_0(\tau,t),x_1(\tau,t),\ldots):\|x\|=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(1+|n|^2\right)\gamma_n|x_n(\tau,t)|<\infty\right\},$$

$$H(x)=(\ldots,H_{-1}(x),H_0(x),H_1(x),\ldots),\quad H_n(x)=(-1)^n\sigma_n^0(\tau)\cdot\overline{f}_n(x)\cdot\overline{g}_n(x),$$

$$x^0(\tau)=(\ldots,x_{-1}^0(\tau),x_0^0(\tau),x_1^0(\tau),\ldots),\; x_n^0(\tau)=\arcsin\sqrt{\frac{\xi_n^0(\tau)-\lambda_{2n-1}}{\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1}}},\; n\in\mathbb{Z},$$

$$\sigma_n^0(\tau)=\frac{1}{2}\sigma_n(\tau,t)\operatorname{sgn}\{\sin 2x_n(\tau,t)\},\; \overline{f}_n(x)=f_n(\ldots,\lambda_{-1}+(\lambda_0-\lambda_{-1})\sin^2 x_0(\tau,t),\ldots),$$

$$\overline{g}_n(x)=g_n(\ldots,\lambda_{-1}+(\lambda_0-\lambda_{-1})\sin^2 x_0(\tau,t),\ldots),\; \gamma_n=\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1},\; n\in\mathbb{Z}.$$

[5] А. Б. Хасанов, А. Б. Яхшимуратов, Некоторые тождества для квадратов компонент собственных вектор-функций системы уравнений Дирака с периодическими коэффициентами, Матем. заметки, 2004, том 76, выпуск 3, 459–465.

Ma’lumki[6], $p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R}),\ q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$ shartlar o‘rinli bo‘lganda (1) Dirak differensial tenglamalar sistemasi uchun qo‘yilgan davriy va yarimdavriy chegaraviy masalaning xos qiymatlari asimptotikalari uchun quyidagi baholar kelib chiqadi:

$$\gamma_n \equiv \lambda_{2n}-\lambda_{2n-1}=\frac{\left|q_{2n}^6\right|}{2^5|n|^6}+\frac{\delta_n}{|n|^7}, \tag{13}$$

bu yerda

$$\lambda_{2n},\lambda_{2n-1}=n+\sum_{j=1}^{7}c_j n^{-j}\pm 2^{-6}|n|^{-6}\left|q_{2n}^6\right|+|n|^{-7}\varepsilon_n^{\pm},$$

$$q_{2n}^6=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}Q_0^{(6)}(x)e^{-2inx}dx,\ Q_0(x)=q_0(x)-ip_0(x),\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\varepsilon_n^{\pm}\right)^2<\infty,\ \delta_n=\varepsilon_n^{+}-\varepsilon_n^{-}.$$

Xos qiymatlar asimptotikasi, hamda $\xi_n(\tau,t)\in[\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}],n\in\mathbb{Z}$ munosabatdan

$$\inf_{k\neq n}\left|\xi_n(\tau,t)-\xi_k(\tau,t)\right|\geq a>0$$

baho kelib chiqadi. Bu yerda $a>0$ o‘zgarmas n va k ga bog‘liq emas. Bu tengsizlikdan va (13) asimptotikadan foydalanib, ushbu

$$\left|\bar{f}_n(x)\right|,\left|\frac{\partial\bar{f}_n(x)}{\partial x_m}\right| \text{ va } \left|\bar{g}_n(x)\right|,\left|\frac{\partial\bar{g}_n(x)}{\partial x_m}\right|$$

funksiyalarni baholaymiz.

2-lemma. Ushbu

$$C_1\leq\left|\bar{f}_n(x)\right|\leq C_2,\ \left|\frac{\partial\bar{f}_n(x)}{\partial x_m}\right|\leq C_3\gamma_m, \tag{14}$$

$$\left|\bar{g}_n(x)\right|\leq C_4\left(1+|n|^3\right),\ \left|\frac{\partial\bar{g}_n(x)}{\partial x_m}\right|\leq C_5\gamma_m\left(|n|^2+|m|^2+|n||m|+1\right),\ m,n\in\mathbb{Z} \tag{15}$$

tengsizliklar o‘rinli. Bu yerda $C_j>0,\ j=1,2,3,4,5$ sonlar m va n ga bog‘liq emas.

3-lemma. Agar $p_0(x)$, $q_0(x)$ funksiyalar $p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, $q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$ shartlarni qanoatlantirsa, u holda $H(x)$ vektor-funksiya K Banax fazosida Lipshits shartini qanoatlantradi, ya’ni $\exists\, L_1=const>0$ soni topilib $\forall\, x,y\in K$ elementlar uchun

$$\left\|H(x)-H(y)\right\|\leq L_1\|x-y\|$$

tengsizlik o‘rinli bo‘ladi. Bu yerda

$$L_1=C_6\sum_{\substack{n=-\infty,\\ n\neq 0}}^{\infty}\left(1+|n|^2\right)\left(1+|n|^3\right)\gamma_n<\infty,\ C_6=const>0. \tag{16}$$

2-natija. 1-teorema va 3-lemma (2) - (4) Koshi masalasini cheksiz zonali global yechimini topish algoritmini hosil qiladi. Buning uchun:

---
[6] Мисюра Т.В. Характеристика спектров периодической и антипериодической краевых задач, порождаемых операцией Дирака I // Теория функций, функц. анализ и их прил. 1978. - вып. 30. - С. 90-101.

1. $p_0(x+\tau), q_0(x+\tau)$ koeffitsiyentli $L(\tau,0)$ Dirak operatorining $\lambda_n, \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau)=\pm1,\ n\in\mathbb{Z}$ spektral berilganlarini topib olamiz.

2. Ixtiyoriy τ larda (6)-(7) Koshi masalasini yechib $L(\tau,t)$ Dirak operatorining $\lambda_n,\ \xi_n(\tau,t),\ \sigma_n(\tau,t)=\pm1,\ n\in\mathbb{Z}$ spektral berilganlarini topib olamiz.

3. Topilgan spektral berilganlarni (8), (9) izlar formulalariga qo‘yib (2)-(4) Koshi masalasining $(p(x,t),q(x,t))$ cheksiz zonali global yechimini topamiz.

Shunday qilib biz quyidagi teoremani isbotlashga muvaffaq bo‘ldik.

2-teorema. Agar $p_0(x)$ va $q_0(x)$ funksiyalar $p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, $q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$ shartlarni qanoatlantirsa, u holda (2)-(4) Koshi masalasining (8), (9) formulalar orqali aniqlangan yagona $p(x,t)$, $q(x,t),\ x\in\mathbb{R}, t>0$ global yechimi mavjud bo’ladi.

Dissertatsiya ishining **“Yuklangan hadli Hirota tipidagi tenglamani cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallash”** deb nomlangan uchinchi bobida qo‘shimcha hadli nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi va yuklangan hadli Hirota tipidagi tenglamalarning cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallanuvchanligi isbotlangan va ushbu tenglamalarga qo‘yilgan Koshi masalasi yechimga ega bo‘lishi uchun yetarli shartlar topilgan.

Uchinchi bobning birinchi paragrafida, ushbu

$$\begin{cases} p_t = a(t)\left[p_{xxx}-6p_x\left(p^2+q^2\right)\right]+b(t)\left[-q_{xx}+2q\left(p^2+q^2\right)\right]+c(t)p_x, \\ q_t = a(t)\left[q_{xxx}-6q_x\left(p^2+q^2\right)\right]+b(t)\left[p_{xx}-2p\left(p^2+q^2\right)\right]+c(t)q_x, \end{cases} \tag{17}$$

ko‘rinishdagi qo‘shimcha hadli Hirota tipidagi tenglamaga qo‘yilgan

$$\begin{cases} p(x,t)\big|_{t=0}=p_0(x), \quad p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R}), \\ q(x,t)\big|_{t=0}=q_0(x), \quad q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R}), \end{cases} \tag{18}$$

Koshi masalasining haqiqiy cheksiz zonali hamda

$$\begin{cases} p(x+\pi,t)=p(x,t), q(x+\pi,t)=q(x,t), \\ p(x,t), q(x,t)\in C_{x,t}^{3,1}(t>0)\cap C(t\geq 0), \end{cases} \tag{19}$$

silliqlik shartlarini qanoatlantiruvchi yechimini topish algoritmi keltirilgan. Bu yerda $a(t),\ b(t), c(t)\in C[0,\infty),\ c(t)\neq 0$ berilgan chegaralangan funksiyalar.

Mazkur paragrafdagi asosiy natijalaridan biri quyidagi teorema hisoblanadi.

3-teorema. Agar $(p(x,t),\ q(x,t)),\ x\in\mathbb{R}, t>0$ funksiya (17)-(19) Koshi masalasining yechimi bo‘lsa, u holda, $L(\tau,t)$ Dirak operatorining $\lambda_n(\tau,t),\ \xi_n(\tau,t),\ \sigma_n(\tau,t)=\pm1,\ n\in\mathbb{Z}$ spektral berilganlari quyidagi Dubrovin differensial tenglamalar sistemasining analogini qanoatlantiradi:

$$\frac{\partial\lambda_n(\tau,t)}{\partial t}=0,\ n\in\mathbb{Z};$$

$$\frac{\partial \xi_n(\tau,t)}{\partial t} = 2(-1)^n \sigma_n(\tau,t)\sqrt{(\lambda_{2n}-\xi_n)(\xi_n-\lambda_{2n-1})}\, f_n(\xi) g_{n,1}(\xi),\ n\in\mathbb{Z}. \quad (20)$$

Bundan tashqari quyidagi boshlang‘ich shartlar ham o‘rinli:

$$\xi_n(\tau,t)\big|_{t=0} = \xi_n^0(\tau),\ \sigma_n(\tau,t)\big|_{t=0} = \sigma_n^0(\tau),\ n\in\mathbb{Z}. \quad (21)$$

Bu yerda $\xi_n^0(\tau)$, $\sigma_n^0(\tau)$, $n\in\mathbb{Z}$ - $L(\tau,0)$ Dirak operatorining spektral parametrlari, $p=p(\tau,t)$, $q=q(\tau,t)$, $\xi_n=\xi_n(\tau,t)$, $\xi=\xi(\tau,t)=(\ldots,\xi_{-1}(\tau,t),\xi_0(\tau,t),\xi_1(\tau,t),\ldots)$, $g_{n,1}(\xi)$, $n\in\mathbb{Z}$ ketma-ketlik esa quyidagi ko‘rinishda aniqlanadi:

$$g_{n,1}(\xi) = a(t)\Big[4\xi_n^3 + 4p\xi_n^2 + 2\xi_n\left(p^2+q^2+q_\tau\right) + 2\left(pq_\tau - p_\tau q\right) +$$

$$+2p\left(p^2+q^2\right) - p_{\tau\tau}\Big] + b(t)\Big[\left(\xi_n+p\right)^2 + q^2 + q_\tau + \xi_n^2\Big] - c(t)\left[\xi_n+p\right]\Big\},\ n\in Z.$$

3-natija. (8) - (10) izlar formulalaridan foydalanib (20) Dubrovin differensial tenglamalar sistemasini yopiq ko‘rinishga keltirish mumkin.

Endi (20) - (21) Koshi masalasining yechimga egaligini ko‘rsatamiz. Buning uchun

$$\xi_n(\tau,t) = \lambda_{2n-1} + \left(\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1}\right)\sin^2 x_n(\tau,t),\ n\in\mathbb{Z}$$

almashtirishdan foydalanib, (20)-(21) Koshi masalasini K Banax fazosida quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{cases} \dfrac{dx(\tau,t)}{dt} = \bar{H}(x), \\ x(\tau,t)\big|_{t=0} = x^0(\tau)\in K. \end{cases} \quad (22)$$

Bu yerda

$$K = \left\{ x = x(\tau,t) = (\ldots,x_{-1}(\tau,t),x_0(\tau,t),x_1(\tau,t),\ldots) : \|x\| = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(1+|n|^2\right)\gamma_n |x_n| < \infty \right\},$$

$$\bar{H}(x) = (\ldots,\bar{H}_{-1}(x),\bar{H}_0(x),\bar{H}_1(x),\ldots),\ \bar{H}_n(x) = (-1)^n \sigma_n^0(\tau)\,\bar{f}_n(x)\,\bar{g}_{n,1}(x),$$

$$x^0(\tau) = (\ldots,x_{-1}^0(\tau),x_0^0(\tau),x_1^0(\tau),\ldots),\ x_n^0(\tau) = \arcsin\sqrt{\frac{\xi_n^0(\tau)-\lambda_{2n-1}}{\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1}}},\ n\in\mathbb{Z},$$

$$\sigma_n^0(\tau) = \frac{1}{2}\sigma_n(\tau,t)\operatorname{sgn}\{\sin 2x_n(\tau,t)\},\ \bar{f}_n(x) = f_n(\ldots,\lambda_{-1}+(\lambda_0-\lambda_{-1})\sin^2 x_0(\tau,t),\ldots),$$

$$\bar{g}_{n,1}(x) = g_{n,1}(\ldots,\lambda_{-1}+(\lambda_0-\lambda_{-1})\sin^2 x_0(\tau,t),\ldots),\ \gamma_n = \lambda_{2n}-\lambda_{2n-1},\ n\in\mathbb{Z}.$$

Agar $p_0(x+\pi) = p_0(x)\in C^6(R)$, $q_0(x+\pi) = q_0(x)\in C^6(R)$ bo‘lsa, u holda $L(\tau,t)$ Dirak operatori lakunalari uzunliklari uchun (13) asimptotik formulalar o‘rinli bo‘ladi. Bundan va $\xi_n(\tau,t)\in[\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}], n\in\mathbb{Z}$ ekanligidan

$$\inf_{k\neq n}\left|\xi_n(\tau,t)-\xi_k(\tau,t)\right| \geq a > 0,$$

baho kelib chiqadi. Bu tengsizlikdan va (13) tengliklardan foydalanib, ushbu

$$\left|\bar{f}_n(x)\right|,\ \left|\frac{\partial \bar{f}_n(x)}{\partial x_m}\right|, \left|g_{n,1}(x)\right|,\ \left|\frac{\partial g_{n,1}(x)}{\partial x_m}\right|$$

funksiyalarni baholaymiz.

4-lemma. Ushbu

$$\left|\bar g_{n,1}(x)\right| \le C_7\left(1+|n|^3\right),\ \left|\frac{\partial \bar g_n(x)}{\partial x_m}\right| \le C_8\gamma_m\left(|n|^2+|m|^2+|n||m|+|n|+1\right),\ m,n\in\mathbb{Z},\quad (23)$$

tengsizliklar o‘rinli, $\left|\bar f_n(x)\right|, \left|\frac{\partial \bar f_n(x)}{\partial x_m}\right|$ funksiyalar uchun esa (14) tengsizliklar o‘rinli bo‘ladi. Bu yerda $C_j>0,\ j=7,8$ sonlar m va n ga bog‘liq emas.

5-lemma. Agar $p_0(x), q_0(x)$ funksiyalar $p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, $q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$ shartlarni qanoatlantirsa, u holda $\bar H(x)$ vektor-funksiya K Banax fazosida Lipshits shartini qanoatlantiradi, ya’ni $\forall x(\tau,t), y(\tau,t)\in K$ elementlar uchun $\exists L_2>0$ mavjud bo‘lib, ushbu

$$\left\|\bar H(x)-\bar H(y)\right\| \le L_2\left\|x(\tau,t)-y(\tau,t)\right\|$$

tengsizlik o‘rinli bo‘ladi. Bu yerda

$$L_2 = C_9\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(|n|^2+1\right)\left(|n|^3+1\right)\gamma_n<\infty,\ C_9=const>0\,.$$

4-natija. 3-teorema va 5-lemma (17) - (19) Koshi masalasinining cheksiz zonali global yechimini topish algoritmini hosil qiladi. Buning uchun:

1. $L(\tau,0)$ Dirak operatorining $\lambda_n,\ \xi_n^0(\tau),\ \sigma_n^0(\tau)=\pm1,\ n\in\mathbb{Z}$ spektral berilganlarini topib olamiz.

2. $\lambda_n,\ \xi_n(\tau,t),\ \sigma_n(\tau,t)=\pm1,\ n\in\mathbb{Z}$ orqali $L(\tau,t)$ Dirak operatorining spektral berilganlarini belgilaymiz. Ixtiyoriy $\tau\in\mathbb{R}$ da (20)-(21) Koshi masalasini yechib, $\xi_n(\tau,t),\ \sigma_n(\tau,t),\ n\in\mathbb{Z}$ spektral parametrlarni topib olamiz.

3. (8), (9) izlar formulasidan foydalanib, $\left(p(\tau,t),\ q(\tau,t)\right)$ funksiyani ya’ni, (17) - (19) Koshi masalasining cheksiz zonali global yechimini topamiz.

4-teorema. Agar (18) boshlang‘ich shartda berilgan $p_0(x),\ q_0(x)$ funksiyalar, ushbu $p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, $q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$ shartlarni qanoatlantirsa, u holda (17) - (19) Koshi masalasining (8), (9) formulalar orqali aniqlangan yagona $\left(p(x,t),\ q(x,t)\right),\ x\in\mathbb{R},\ t\ge0$ cheksiz zonali global yechimi mavjud bo‘ladi.

Uchinchi bobning ikkinchi paragrafida, ushbu

$$\begin{cases} p_t = a(t)\left[p_{xxx}-6p_x\left(p^2+q^2\right)\right]+b(t)\left[-q_{xx}+2q\left(p^2+q^2\right)\right]+ \\ +c(t)\,p\left(x_0,t\right)p_x, \\ q_t = a(t)\left[q_{xxx}-6q_x\left(p^2+q^2\right)\right]+b(t)\left[p_{xx}-2p\left(p^2+q^2\right)\right]+ \\ +c(t)\,p\left(x_0,t\right)q_x, \end{cases}\quad (24)$$

ko‘rinishdagi yuklangan hadli Hirota tipidagi tenglamasining (18), (19) shartlarini qanoatlantiruvchi yechimini topish algoritmi keltirilgan.[7] Bu yerda $a(t), b(t), c(t)\in C[0,+\infty), c(t)\neq 0$ chegaralangan funksiyalar.

5-teorema. Agar $p(x,t), q(x,t), x\in\mathbb{R}, t>0$ funksiya (17)-(19) Koshi masalasining yechimi bo‘lsa, u holda $L(\tau,t)$ Dirak operatorining $\lambda_n(\tau,t), \xi_n(\tau,t), \sigma_n(\tau,t)=\pm 1, n\in\mathbb{Z}$ spektral berilganlari quyidagi Dubrovin differensial tenglamalar sistemasining analogini qanoatlantiradi:

$$\frac{\partial\lambda_n(\tau,t)}{\partial t}=0,\ n\in\mathbb{Z};$$

$$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t}=2(-1)^n\sigma_n(\tau,t)\sqrt{(\lambda_{2n}-\xi_n)(\xi_n-\lambda_{2n-1})}\,f_n(\xi)g_{n,2}(\xi),\ n\in\mathbb{Z}. \quad (25)$$

Bundan tashqari quyidagi boshlang‘ich shartlar ham o‘rinli:

$$\xi_n(\tau,t)\big|_{t=0}=\xi_n^0(\tau),\ \sigma_n(\tau,t)\big|_{t=0}=\sigma_n^0(\tau),\ n\in\mathbb{Z}. \quad (26)$$

Bu yerda $\xi_n^0(\tau),\ \sigma_n^0(\tau), n\in\mathbb{Z}$ - $L(\tau,0)$ Dirak operatorining spektral parametrlari, $p=p(\tau,t)$, $q=q(\tau,t)$, $\xi_n=\xi_n(\tau,t)$, $\xi=\xi(\tau,t)=(...,\xi_{-1}(\tau,t),\xi_0(\tau,t),\xi_1(\tau,t),...)$, $g_{n,2}(\xi), n\in\mathbb{Z}$ ketma-ketlik esa quyidagi ko‘rinishda aniqlanadi:

$$g_{n,2}(\xi)=a(t)\Big[4\xi_n^3+4p\xi_n^2+2\xi_n\left(p^2+q^2+q_\tau\right)+2\left(pq_\tau-p_\tau q\right)+$$
$$+2p\left(p^2+q^2\right)-p_{\tau\tau}\Big]+b(t)\Big[\left(\xi_n+p\right)^2+q^2+q_\tau+\xi_n^2\Big]-c(t)p(x_0,t)\left[\xi_n+p\right]\Big\},\ n\in\mathbb{Z}.$$

5-natija. (8) - (10) izlar formulalaridan foydalanib (25) Dubrovin differensial tenglamalar sistemanisini yopiq ko‘rinishga keltirish mumkin.

(25)-(26) Koshi masalasining yechimga egaligi uchinchi bob birinchi paragrafdagidek ko‘rsatilgan. Mazkur paragrafda ham 4-lemma va 5-lemmalar o‘rinli bo‘ladi.

6-natija. 5-teorema va 5-lemma (24), (18), (19) Koshi masalasining cheksiz zonali global yechimini topish algoritmini beradi. Buning uchun:

1. $L(\tau,0)$ Dirak operatorining $\lambda_n,\xi_n^0(\tau),\sigma_n^0(\tau)=\pm 1, n\in\mathbb{Z}$ spektral berilganlarini topib olamiz.

2. $\lambda_n, \xi_n(\tau,t), \sigma_n(\tau,t)=\pm 1, n\in\mathbb{Z}$ orqali $L(\tau,t)$ Dirak operatorining spektral berilganlarini belgilaymiz va $\tau=x_0$ nuqtada (25)-(26) Koshi masalasini yechib, $\xi_n(x_0,t), \sigma_n(x_0,t)=\pm 1, n\in\mathbb{Z}$ spektral parametrlarni topib olamiz.

3. Topilgan spektral berilganlarni (8) izlar formulasiga qo‘yib $p(x_0,t)$ funksiyani topib olamiz.

4. Topilgan $p(x_0,t)$ funksiyani (25) tenglamag qo‘yib $\forall\tau\in\mathbb{R}$ larda (25)-(26) Koshi masalasini yechib $\xi_n(\tau,t), \sigma_n(\tau,t)=\pm 1, n\in\mathbb{Z}$ spektral berilganlarni aniqlab olamiz

---

[7] Г.А. Маннонов. Интегрирование уравнения типа Хироты с нагруженными членами в классе периодических бесконечнозонных функций // СамГУ научный вестник, 2024, No.5.

5. Topilgan $L(\tau,t)$ Dirak operatorining spektral berilganlarini (8), (9) izlar formulalaridan foydalanib, (24), (18), (19) Koshi masalasining $\left(p(\tau,t),q(\tau,t)\right)$, $\tau\in\mathbb{R},\ t\geq 0$ cheksiz zonali global yechimini topamiz.

6-teorema. Agar (18) boshlang‘ich shartda berilgan $p_0(x),q_0(x)$ funksiyalar, ushbu $p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, $q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$ shartlarni qanoatlantirsa, u holda (24), (18), (19) Koshi masalasining (8), (9) formulalar orqali aniqlangan yagona $\left(p(x,t),q(x,t)\right)$, $x\in\mathbb{R},\ t\geq 0$ cheksiz zonali global yechimi mavjud bo‘ladi.

XULOSA

Dissertatsiya ishi nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi tenglamalarni cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallashga bag‘ishlangan bo‘lib, olingan asosiy natijalar quyidagilardan iborat.

Davriy Dirak operatori spektral nazariyasining teskari masalasini yechish usulidan foydalanib:

1. Cheksiz noma’lumli cheksizta birinchi va ikkinchi Dubrovin differensial tenglamalar sistemasiga qo‘yilgan Koshi masalalarining yechimi mavjudligi va yagonaligi mos ravishda $C^2(\mathbb{R})$ va $C^6(\mathbb{R})$ davriy cheksiz zonali funksiyalar sinfida isbotlangan;

2. Nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi xususiy hosilali differensial tenglamaning integrallanuvchanligi va unga qo‘yilgan Koshi masalasi global yechimining mavjudligi va yagonaligi $C^6(\mathbb{R})$ davriy cheksiz zonali funksiyalar sinfida ko‘rsatilgan;

3. Qo‘shimcha hadli nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi xususiy hosilali differensial tenglamaning integrallanuvchanligi va unga qo‘yilgan Koshi masalasi global yechimining mavjudligi va yagonaligi $C^6(\mathbb{R})$ davriy cheksiz zonali funksiyalar sinfida isbotlangan;.

4. Yuklangan hadli nochiziqli defokuslangan Hirota tipidagi xususiy hosilali differensial tenglamaning integrallanuvchanligi va unga qo‘yilgan Koshi masalasi global yechimining mavjudligi va yagonaligi $C^6(\mathbb{R})$ davriy cheksiz zonali funksiyalar sinfida ko‘rsatilgan;

Olingan natijalar dissertatsiya tadqiqotining maqsadga erishilganligini tasdiqlaydi. Barcha olingan natijalar teskari spektral masalalar usulini qo‘llagan holda, nochiziqli evolyutsion tenglamalarni integrallash nazariyasiga ma’lum darajada hissa qo‘shadi.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.02.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
САМАРКАНДСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

**САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
ШАРОФА РАШИДОВА**

МАННОНОВ ГАЙРАТ АБДУВАКИЛОВИЧ

ИНТЕГРИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ХИРОТЫ В КЛАССЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ БЕСКОНЕЧНОЗОННЫХ ФУНКЦИЙ

01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

Самарканд–2025

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Министерстве Высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан за номером B2023.2.PhD/FM866.

Диссертация выполнена в Самаркандском государственном университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.samdu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Хасанов Аканазар Бекдурдиевич** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Тахиров Жозил Останович** доктор физико-математических наук, профессор
	Хоитметов Умид Азадович доктор физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	**Бухарский государственный университет**

Защита диссертации состоится «____» _____________2025 года в ____ часов на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.02.01 при Самаркандском государственном университете. (Адрес: 140104, г. Самарканд, Университетский бульвар, 15. Тел.: (+99866) 231-06-32, факс: (+99866) 235-19-38, e-mail: patent@samdu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Самаркандского государственного университета (зарегистрирована за №_____). (Адрес: 140104, г. Самарканд, Университетский бульвар, 15. Тел.: (+99866) 231-06-32, факс: (99866) 235-19-38).

Автореферат диссертации разослан «____» _______________2025 года.
(протокол рассылки №_____ от «____» _______________2025 года).

А.С. Солеев
Председатель научного совета по присуждению научных степеней, доктор физико-математических наук, профессор

А.М. Халхужаев
Ученый секретарь научного совета по присуждению научных степеней, доктор физико-математических наук, профессор

Т.Ишанкулов
Заместитель председателя научного семинара при научном совете по присуждению научных степеней, доктор физико-математических наук, профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и значимость исследовательской работы. Во многих научных и практических исследованиях, проводимых в мире, особое значение уделяется исследованию прямых и обратных спектральных задач для операторов Дирака и Штурма-Лиувилля. В настоящее время в развитых странах большое значение имеют при поиске решений эволюционных уравнений современной математической физики и определении класса решений прямая и обратная задачи спектрального анализа. Кроме того, эти вопросы важны в радиотехнике, нелинейной оптике, квантовой механике, моделировании кристаллических свойств аморфных тел. Алгоритм решения задачи Коши для нелинейных уравнений типа Хироты с использованием метода обратных спектральных задач, наложенных на периодический коэффициент оператора Дирака, важен при исследовании распространения ультракоротких импульсов в нелинейных средах, некоторых задачах нелинейной электродинамики, в том числе в вышеупомянутых полях.

В научных исследованиях, проводимых в мире, в таких как различные типы ультракоротких световых импульсов, распространяющихся в нелинейных средах, вопросы гидродинамики, распространение лазерных лучей в нелинейных средах, нелинейная оптика, квантовая механика большое значение имеют интегрирование уравнения типа Хироты с нагруженным состоянием в классе периодических бесконечнозонных функций и решение задачи Коши для уравнения типа Хироты с нагруженным состоянием. Наряду с этим, интегрирование задачи Коши для нелинейного уравнения типа Хироты в классе бесконечно зонных периодических функций, решение задачи Коши для нелинейного уравнения типа Хироты выражается в виде линейно сходящегося функционального ряда в изучение важных свойств вышеупомянутых физических процессов и считается одной из актуальных задач развития научных исследований.

В нашей республике проводятся исследования по определению решений нелинейных эволюционных уравнений математической физики методом прямых и обратных спектральных задач в приложении к оператору Дирака и применению найденных решений на практике.

Проведение научных исследований на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям таких как «Алгебра и ее приложения, дифференциальные уравнения и ее приложения, математическое моделирование нелинейных систем, динамические системы и их приложения, стохастический анализ, медико-биологическая информатика, вычислительная математика»[8] (2019 г.) определено как

[8]Постановление Президента Республики Узбекистан №PQ-4387 от 9 июля 2019 года «О государственной поддержке дальнейшего развития математического образования и науки, а также мерах по коренному

основные задачи и направления деятельности математической науки. При реализации этой задачи, в частности, при интегрировании нелинейных эволюционных уравнений современной математической физики, большое научное значение имеет доказательство существования решения задачи Коши, поставленной нелинейным уравнениям типа Хироты в классе периодических бесконечнозонных функций методом обратных спектральных задач.

Настоящее диссертационное исследование служит в определенной степени реализации задач, определенных в решениях : “О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан” от 7 февраля 2017 года № ПФ-4947, “О государственной поддержке дальнейшего развития математического образования и науки, а также мерах по коренному совершенствованию деятельности Института математики Академии наук Республики Узбекистан имени В. И. Романовского” от 9 июля 2019 года № ПФ-4387 и “О мерах по повышению качества образования в области математики и развитию научных исследований” от 7 мая 2020 года № ПП-4708, а также в других нормативных правовых актах, касающихся данной деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологии республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. В 1971 году Е.В. Захаровым, А.Б. Шабатом, удалось используя метод обратной задачи теории рассеяния оператора Дирака интегрировать в классе убывающих функций одно из основных уравнений современной математической физики – нелинейное уравнение Шредингера

$$iu_t + 2|u|^2 u + u_{xx} = 0 .$$

Точно так же в 1972 г. М. Вадати показал, что следующее модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза (мКдФ) вида

$$u_t + 6u^2 u_x + u_{xxx} = 0$$

являющееся одним из нелинейных уравнений в частных производных интегрируемо в классе убывающих функций.

В 1973 году Р. Хирота показал, что интегрируемость нелинейного уравнения в частных производных следующего вида

$$iu_t + \beta\left(u_{xx} + 2|u|^2 u\right) - i\alpha\left(u_{xxx} + 6|u|^2 u_x\right) = 0,\;\; t > 0,\, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

построенного на основе комбинаций нелинейных уравнений Шредингера и комплексных модифицированных уравнений Кортевега-де Фриза (кмКдФ)

совершенствованию деятельности Института математики Академии наук Республики Узбекистан имени В. И. Романовского».

показал интегрируемость в классе убывающих функций. Однако проблема интегрирования уравнения Хироты в случае, когда все лакуны в непрерывном спектре периодического оператора Дирака были открыты (бесконечнозонный потенциал) оставалась открытой.

В 1975 году А.Р. Итс В.Б. Матвеев показали интегрируемость модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза в классе периодических функций с конечной зоной. В 1976 году А.Р. Итс, В.П. Котляров и в 1996 году А.О. Смирнов показали интегрируемость нелинейного уравнения Шрёдингера в классе периодических и квазипериодических функций с конечной зоной.

В 2019 году А.Б. Хасанов, М.М. Хасанов показали, что нелинейное уравнение Шредингера с нагруженным членом

$$u_t = 2i\left|u\right|^2 u - iu_{xx} + \gamma(t)\left|u(0,t)\right|^2 u_x$$

интегрируемо в классе периодических функций.

В 2021 году А.Б. Хасанов, У. Муминов показали, что дефокусированное нелинейное уравнение Шрёдингера интегрируется в классе периодических бесконечнозонной функций, и найдены достаточные условия для того, чтобы поставленная в это уравнение задача Коши имела решение.

В 2021 году А.Б. Хасанов, Т.Дж. Алланазарова показали интегрируемость модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза в классе периодических бесконечозонных функций, и найдены достаточные условия для того, чтобы задача Коши поставленная в это уравнение имела решение.

Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ высшего образовательного или научно-исследовательского учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в соответствии с планом научно-исследовательской работы Самаркандского государственного университета имени Шарофа Рашидова в рамках плана научно-исследовательских работ “Приложения спектральной теории дифференциальных операторов к нелинейным эволюционным уравнениям”.

Цель исследования представляют собой интегрирование в классе бесконечнозонных периодических функций нелинейного уравнения типа Хироты и нелинейного уравнения типа Хироты с нагруженным членом.

Задачи исследования:

доказательство интегрируемости уравнения типа Хироты в классе периодических бесконечнозонных функций методом обратных спектральных задач для системы дифференциальных уравнений Дирака;

методом обратных спектральных задач для системы дифференциальных уравнений Дирака доказать интегрируемость уравнения типа Хироты с дополнительным членам в классе периодических бесконечнозонных функций;

методом обратных спектральных задач для системы дифференциальных уравнений Дирака доказать интегрируемость уравнения типа Хироты с нагруженным членом в классе периодических бесконечнозонных функций;

доказательство решения задачи Коши для уравнения типа Хироты с дополнительным и нагруженным членом в классе бесконечнозонных периодических функций, непрерывно дифференцируемых шесть раз.

Объектом исследования состоит из нелинейного дефокусированного уравнения типа Хироты, нелинейного дефокусированного уравнения типа Хироты с дополнительным членом, нелинейного дефокусированного уравнения типа Хироты с нагруженным членом.

Предметом исследования. Состоит из прямых и обратных спектральных задач для оператора Дирака с периодическими коэффициентами при интегрировании нелинейных дефокусированных уравнений типа Хироты

Методы исследования. В диссертационной работе использованы методы решения задач дифференциальных уравнений, математической физики, спектральной теории дифференциального оператора, теории функций комплексной переменной и функционального анализа.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

методом обратных спектральных задач для оператора Дирака с периодическими коэффициентами доказана интегрируемость нелинейного уравнения типа Хироты в классе периодических бесконечнозонных шесть раз непрерывно дифференцируемых функций;

с помощью полученных асимптотических формул для длин лакун периодического оператора Дирака установлено существование и единственность решения задачи Коши для нелинейного уравнения типа Хироты в классе периодических бесконечнозонных шесть раз непрерывно дифференцируемых функций;

методом обратных спектральных задач для оператора Дирака с периодическими коэффициентами доказана интегрируемость нелинейного уравнения типа Хироты с дополнительным членом в классе периодических бесконечнозонных шесть раз непрерывно дифференцируемых функций;

методом обратных спектральных задач для оператора Дирака с периодическими коэффициентами доказана интегрируемость нелинейного уравнения типа Хироты с нагруженным членом в классе периодических бесконечнозонных шесть раз непрерывно дифференцируемых функций.

Практическими результатами являются следующие:

с помощью алгоритма решения задачи Коши, примененного к нелинейному дефокусированному уравнению типа Хироты в классе периодических функций с бесконечной зоной, решены обратные некорректные задачи определения коэффициентов усовершенствованных кинетических уравнений истечения образующихся суспензий решены отложения в нелинейных средах;

изучено определение изменения скорости волн постоянной амплитуды распространяющихся в различных средах с использованием алгоритма интегрирования уравнений типа Хироты с дополнительным и нагруженным членом в классе периодических бесконечнозонных функций.

Достоверность результатов исследования математическая физика методы спектрального анализа и функционального анализа используются при решении обратных спектральных задач для дифференциальных операторов с периодическими коэффициентами и их применении к решению нелинейных эволюционных уравнений, математические рассуждения основаны на строгих доказательствах.

Научная и практическая значимость результатов исследования. **Научная и практическая значимость результатов исследования.** Научная значимость результатов исследования объясняется тем, что эволюционные уравнения современной математической физики можно интегрировать в классе периодических бесконечнозонных функций.

Практическая значимость результатов исследований объясняется их применением в оптике, квантовой механике, электродинамике, гидродинамике и современной математической физике в нелинейных средах.

Внедрение результатов исследования. На основе научных результатов, полученных при интегрировании нелинейного уравнения Хирота:

алгоритм решения нелинейного уравнения типа Хироты, нелинейного уравнения типа Хироты с дополнительным членом и нелинейного уравнения типа Хироты с нагруженным членом в классе периодических бесконечнозонных функций были использованы в фундаментальном гранте ОТ-Ф4-04 (05) «Применение спектрального метода к решению матричных нелинейных эволюционных уравнений, Биомеханика сердечно-сосудистой системы » (справка Ургенчский государственный университет от 22 ноябрь 2024 г.). Применение научных результатов позволило методом обратного спектрального анализа определить точные представления периодических решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза с согласованным источником по нагруженному членом и нелинейного уравнения Шредингера с нагруженным членом.

Алгоритм интегрирования нелинейного уравнения типа Хироты с дополнительным членом и нелинейного уравнения типа Хироты с нагруженным членом в классе периодических бесконечнозонных функций был применен в фундаментальной научной работе NRF -2020R1A2C1003119 «Global Attractors and Inertial Manifolds of Infinite Dimensional Dynamical Systems» (справка Национального университета Чоннам, Южная Корея, от 22 ноябрь 2024 г.). Применение научных результатов позволило изучить свойства аттракторов для класса уравнений диффузии с запаздывающей реакцией с динамическими граничными условиями.

Апробация результатов исследования. Результаты данного исследования обсуждались на 7 научно-практических конференциях, в том числе на 5 международных и 2 республиканских конференциях.

Опубликованность результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 13 научных работ, из них 6 статей входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций на соискание ученой степени доктора философии (PhD), в том числе один из них опубликованы в зарубежных журналах и а остальные в республиканских журналах.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка использованной литературы. Объём диссертации составляет 107 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации под названием **«Спектральные свойства периодического оператора Дирака»,** приведены известные необходимые сведения, касающиеся прямой и обратной спектральной задачи для оператора Дирака с периодическими коэффициентами. Эти факты будут использованы в следующих главах.

Рассмотрим систему уравнений Дирака вида:

$$L(\tau,t)y \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p(x+\tau,t) & q\left(x+\tau,t\right) \\ q\left(x+\tau,t\right) & -p(x+\tau,t) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},\ x,\tau\in\mathbb{R},\ t>0\,.(1)$$

Здесь

$p(x+\pi)=p(x)\in C^2(\mathbb{R}),\ q(x+\pi)=q(x)\in C^2(\mathbb{R})$ - действительная функция, λ - комплексный параметр.

Обозначим через $c(x,\lambda,\tau,t)=(c_1(x,\lambda,\tau,t),\ c_2(x,\lambda,\tau,t))^T$ и $s(x,\lambda,\tau,t)=(s_1(x,\lambda,\tau,t),\ s_2(x,\lambda,\tau,t))^T$ решения уравнения (1) с начальными условиями $c(0,\lambda,\tau,t)=(1,0)^T$ и $s(0,\lambda,\tau,t)=(0,1)^T$. Известно, что эти вектор-функции состоят из системы фундаментальных решений уравнения (1) и для этих функций справедлив следующий равенство Врониского:

$$c_1(x,\lambda,\tau,t)s_2(x,\lambda,\tau,t)-c_2(x,\lambda,\tau,t)s_1(x,\lambda,\tau,t)=1$$

Определение. Функция $\Delta(\lambda,\tau,t)=c_1(\pi,\lambda,\tau,t)+s_2(\pi,\lambda,\tau,t)$ называется функцией Ляпунова или дискриминанта Хилла для оператора Дирака.

Теорема[9]. Это равенство $\Delta\left(\lambda,\tau,t\right)\equiv\Delta\left(\lambda,t\right)$ справедливо, т. е. функция Ляпунова не зависит от параметра τ.

Определение. а) Задача нахождения решения уравнения (1) удовлетворяющего краевому условию $y(0)=y(\pi)$ называется периодической краевой задачей.

б) Задача нахождения решения уравнения (1) удовлетворяющего краевому условию $y(0)=-y(\pi)$ называется антипериодической краевой задачей.

Теорема[9]. Собственные значения периодической и антипериодической краевых задач поставленных для системы дифференциальных уравнений (1),

---

[9] А.Б.Яхшимуратов. (2000). Почти–периодичность бесконечнозонных потенциалов оператора Дирака. Кандидатская диссертация, Ургенческий Государственный Университет.

вещественны и совпадают с корнями уравнений $\Delta(\lambda,t)-2=0$ и $\Delta(\lambda,t)+2=0$ соответственно.

Обозначим через $\lambda_n=\lambda_n(\tau,t),\, n\in\mathbb{Z},$ собственные значения периодической или антипериодической задачи для уравнения (1). Известно, что $\lambda_n=\lambda_n(\tau,t),\, n\in\mathbb{Z},$ состоят из корней уравнения $\Delta(\lambda,t)\mp 2=0$. Согласно приведенной выше теореме $\lambda_n=\lambda_n(\tau,t),\, n\in\mathbb{Z},$ не зависит от параметра τ, т.е. $\lambda_n(\tau,t)=\lambda_n(t),\, n\in\mathbb{Z}$.

Спектр оператора $L(\tau,0)$ чисто непрерывен и состоит множества

$$\sigma\left(L(\tau,0)\right)=\left\{\lambda\in\mathbb{R}:\left|\Delta(\lambda)\right|\le 2\right\}=\mathbb{R}\setminus\left(\bigcup_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}\right)\right).$$

Интервалы $\left(\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}\right), n\in\mathbb{Z}$ называются лакунами.

Определение. Задача нахождения решения уравнения (1) удовлетворяющего краевому условию $y_1(0,\tau,t)=0$, $y_1(\pi,\tau,t)=0$ называется Дирихле краевой задачей.

Корни уравнения $s_1(\pi,\lambda,\tau,t)=0$ обозначим через $\xi_n(\tau,t),\ n\in\mathbb{Z}$ и при этом $\xi_n(\tau,t)\in[\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}],\, n\in\mathbb{Z}$. Известно, что числа $\xi_n(\tau,t),\ n\in\mathbb{Z}$ является собственным значением задачи Дирихле для уравнения (1).

Определение. Коэффициент $p(x+\tau,t)$, $q(x+\tau,t)$ периодического оператора Дирака $L(\tau,t)$ называются бесконечнозонными функциями, если границы лакун $(\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}),\, n\in\mathbb{Z}$ удовлетворяют условиям

$$\ldots<\lambda_{-3}\le\xi_{-1}\le\lambda_{-2}<\lambda_{-1}\le\xi_0\le\lambda_0<\lambda_1\le\xi_1\le\lambda_2<\ldots .$$

Определение. Набор $\left\{\xi_n\left(\tau,t\right),\sigma_n\left(\tau,t\right)=\pm1,\, n\in\mathbb{Z}\right\}$ называется спектральными параметрами оператора Дирака $L\left(\tau,t\right)$. Здесь последовательность $\sigma_n(\tau,t)=sgn\{s_2(\pi,\xi_n,\tau,t)-c_1(\pi,\xi_n,\tau,t)\}=\pm1,\ n\in\mathbb{Z}$ знаки.

Определение. Это множество $\left\{\lambda_n\left(\tau,t\right),\xi_n\left(\tau,t\right),\sigma_n\left(\tau,t\right)=\pm1,\, n\in\mathbb{Z}\right\}$ называется спектральными данными оператора Дирака $L\left(\tau,t\right)$. Здесь $\lambda_n=\lambda_n(\tau,t),\, n\in\mathbb{Z}$ собственные значения периодической или антипериодической задачи для оператора $L(\tau,t)$.

Определение. Задача восстановления коэффициента $p(x+\tau,t), q(x+\tau,t)$ оператора $L(\tau,t)$ по спектральным данным $\{\lambda_n(\tau,t),\xi_n(\tau,t),\sigma_n(\tau,t)=\pm1\}, n\in\mathbb{Z}$ называется обратной задачей. Задача нахождения спектральных данных оператора Дирака $L(\tau,t)$ называется правильная спектральной задачей.

Теорема[10]. Коэффициент $\Omega(x+\tau,t)$ оператора $L(\tau,t)$ определяется однозначно по спектральным данным $\{\lambda_n(\tau,t),\xi_n(\tau,t),\sigma_n(\tau,t)=\pm1\}, n\in\mathbb{Z}$.

---

[10] Н. Н. Нормуродов. (2024). Интегрирование нелинейных модифицированных уравнений Кортевега-де-Фрис-Синус-Гордон(mKdF–sG) в классе периодических функций с бесконечной зоной. Кандидатская диссертация, Самаркандский государственный университет.

Во второй главе диссертации, под названием **«Интегрирование уравнения типа Хироты в классе периодических бесконечнозонных функций»** доказано разрешимость задачи Коши для уравнения типа Хирота в классе шесть раза непрерывно дифференцируемых периодических бесконечнозонных функций.

В первом параграфе этой главы предлагается алгоритм построения действительных бесконечнозонных π-периодических по x решений задачи Коши для уравнения типа Хирота

$$\begin{cases} p_t = a(t)\left[p_{xxx} - 6p_x\left(p^2+q^2\right)\right] + b(t)\left[-q_{xx} + 2q\left(p^2+q^2\right)\right], \\ q_t = a(t)\left[q_{xxx} - 6q_x\left(p^2+q^2\right)\right] + b(t)\left[p_{xx} - 2p\left(p^2+q^2\right)\right], \end{cases} \tag{2}$$

с начальным данным

$$\begin{cases} p(x,t)\big|_{t=0} = p_0(x), \quad q(x,t)\big|_{t=0} = q_0(x), \\ p_0(x+\pi) = p_0(x) \in C^6(\mathbb{R}), \quad q_0(x+\pi) = q_0(x) \in C^6(\mathbb{R}), \end{cases} \tag{3}$$

и удовлетворяющи условиям гладкости

$$\begin{cases} p(x+\pi,t) = p(x,t),\ q(x+\pi,t) = q(x,t),\ x\in\mathbb{R},\ t>0, \\ p(x,t), q(x,t) \in C_x^3(t>0) \cap C_t^1(t>0) \cap C(t\ge 0). \end{cases} \tag{4}$$

сведением ее к методу обратной спектральной задачи для оператора Дирака (1) с периодическим коэффициентом. Здесь $a(t), b(t) \in C\left[0;\infty\right)$ – заданная ограниченная функция.

(3) построим оператор Дирака $L(\tau,0)$ используя функции $p_0(x+\tau)$, $q_0(x+\tau)$ заданные в начальном условии, что $\lambda_n(\tau), n\in\mathbb{Z}$ собственным значениям периодической или антипериодической задачи для оператора $L(\tau,0)$ не зависят от параметра $\tau\in\mathbb{R}$, то есть $\lambda_n(\tau) = \lambda_n,\ n\in\mathbb{Z}$, а спектральные параметры зависят от параметра $\tau\in\mathbb{R}$ и являются π периодическими функциями:

$$\xi_n^0(\tau+\pi) = \xi_n^0(\tau),\ \sigma_n^0(\tau+\pi) = \sigma_n^0(\tau),\ \tau\in\mathbb{R},\ n\in\mathbb{Z}.$$

Один из основных результатов этого параграфа содержится в следующей теореме.

Теорема[11] 1. Пусть $p(x,t), q(x,t),\ x\in\mathbb{R}, t>0$ решение задачи (2) - (4). Тогда $\lambda_n(\tau,t), n\in\mathbb{Z}$ собственные значения периодической или антипериодической задачи для оператора $L(\tau,t)$ не зависят от параметров τ и t т.е. $\lambda_n(\tau,t) = \lambda_n, n\in\mathbb{Z}$ а спектральные параметры $\xi_n(\tau,t)$, $\sigma_n(\tau,t) = \pm 1,\ n\in\mathbb{Z}$ удовлетворяют соответственно первой и второй системе дифференциальных уравнений Дубровина:

$$\frac{\partial \xi_n(\tau,t)}{\partial\tau} = 2(-1)^{n-1}\sigma_n(\tau,t)\sqrt{\left(\xi_n - \lambda_{2n-1}\right)\left(\lambda_{2n} - \xi_n\right)}\, f_n(\xi)\left(p+\xi_n\right),\ n\in\mathbb{Z}; \tag{5}$$

[11] G‘.A.Mannonov, A.B.Khasanov. Cauchy Problem for the Nonlinear Hirota Equation in the Class of Periodic Infinite-Zone Functions // St. Petersburg Mathematical Journal, 2023, Vol. 34, No. 5, pp. 821—845.(IF=0,4).

$$\frac{\partial \xi_n(\tau,t)}{\partial t} = 2(-1)^n \sigma_n(\tau,t)\sqrt{(\xi_n-\lambda_{2n-1})(\lambda_{2n}-\xi_n)}\, f_n(\xi) g_n(\xi),\ n\in\mathbb{Z}. \quad (6)$$

Кроме того, выполняются следующие начальные условия:

$$\xi_n(\tau,t)\big|_{t=0} = \xi_n^0(\tau),\ \sigma_n(\tau,t)\big|_{t=0} = \sigma_n^0(\tau),\ n\in\mathbb{Z}. \quad (7)$$

Последовательности $f_n(\xi)$ и $g(\xi), n\in\mathbb{Z}$ участвующие в уравнении (6) определяется по формулами:

$$f_n(\xi) = \sqrt{\prod_{\substack{k=-\infty \\ k\neq n}}^{\infty} \frac{(\lambda_{2k-1}-\xi_n)(\lambda_{2k}-\xi_n)}{(\xi_k-\xi_n)^2}},\ g_n(\xi) = a(t)\Big[4\xi_n^3 + 4p\xi_n^2 + 2\xi_n(p^2+q^2+$$

$$+q_\tau) + 2(pq_\tau - p_\tau q) + 2p(p^2+q^2) - p_{\tau\tau}\Big] + b(t)\Big[(\xi_n+p)^2 + q^2 + q_\tau + \xi_n^2\Big],\ n\in\mathbb{Z}.$$

Здесь

$$p = p(\tau,t),\ q = q(\tau,t),\ \xi_n = \xi_n(\tau,t),\ \xi = \xi(\tau,t) = (\ldots,\xi_{-1}(\tau,t),\xi_0(\tau,t),\xi_1(\tau,t),\ldots),$$

$$\sigma = \sigma(\tau,t) = (\ldots,\sigma_{-1}(\tau,t),\sigma_0(\tau,t),\sigma_1(\tau,t),\ldots).$$

Известно, что справедливы следующие формулы следов для коэффициента $p(\tau,t)$, $q(\tau,t)$ оператора Дирака $L(\tau,t)$[12]:

$$p(\tau,t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{\lambda_{2k}+\lambda_{2k-1}}{2} - \xi_k(\tau,t)\right), \quad (8)$$

$$q(\tau,t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}(-1)^{k-1}\sigma_k(\tau,t)\sqrt{(\xi_k(\tau,t)-\lambda_{2k-1})(\lambda_{2k}-\xi_k(\tau,t))}\, f_k(\xi), \quad (9)$$

$$q^2(\tau,t) + q_\tau^2(\tau,t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{\lambda_{2k}^2+\lambda_{2k-1}^2}{2} - \xi_k^2(\tau,t)\right), \quad (10)$$

Следствие 1. Учитывая формулы следов (8), (9), (10), систему (6) можно переписать в замкнутой форме.

Во втором параграфе второй главы показано существование и единственность решения задачи Коши (6)-(7).

В результате замены переменных

$$\xi_n(\tau,t) = \lambda_{2n-1} + (\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1})\sin^2 x_n(\tau,t),\ n\in\mathbb{Z} \quad (11)$$

систему дифференциальных уравнений Дубровина (6) и начальные условия (7) можно переписать в виде одного уравнения в банаховом пространстве K:

$$\frac{dx(\tau,t)}{dt} = H(x),\ x(\tau,t)\big|_{t=0} = x^0(\tau)\in K, \quad (12)$$

где

$$K = \left\{x = x(\tau,t) = (\ldots,x_{-1}(\tau,t),x_0(\tau,t),x_1(\tau,t),\ldots) : \|x\| = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(1+|n|^2\right)\gamma_n |x_n(\tau,t)| < \infty\right\}$$

$$H(x) = (\ldots,H_{-1}(x),H_0(x),H_1(x),\ldots),\ H_n(x) = (-1)^n\sigma_n^0(\tau)\cdot \bar{f}_n(x)\cdot \bar{g}_n(x),$$

[12] А. Б. Хасанов, А. Б. Яхшимуратов, Некоторые тождества для квадратов компонент собственных вектор-функций системы уравнений Дирака с периодическими коэффициентами, Матем. заметки, 2004, том 76, выпуск 3, 459–465.

$$x^0(\tau)=\left(\dots,x_{-1}^0(\tau),x_0^0(\tau),x_1^0(\tau),\dots\right),\ x_n^0(\tau)=\arcsin\sqrt{\frac{\xi_n^0(\tau)-\lambda_{2n-1}}{\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1}}},\ n\in\mathbb{Z},$$

$$\sigma_n^0(\tau)=\frac{1}{2}\sigma_n(\tau,t)\operatorname{sgn}\left\{\sin 2x_n(\tau,t)\right\},\ \bar{f}_n(x)=f_n(\dots,\lambda_{-1}+(\lambda_0-\lambda_{-1})\sin^2 x_0(\tau,t),\dots),$$

$$\bar{g}_n(x)=g_n(\dots,\lambda_{-1}+(\lambda_0-\lambda_{-1})\sin^2 x_0(\tau,t),\dots).$$

Известно[13], что если $p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R}), q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$. Поэтому для длины лакун оператора $L(\tau,0)$, имеет место оценка:

$$\gamma_n\equiv\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1}=\frac{\left|q_{2n}^6\right|}{2^5|n|^6}+\frac{\delta_n}{|n|^7}, \tag{13}$$

где

$$\lambda_{2n},\lambda_{2n-1}=n+\sum_{j=1}^{7}c_j n^{-j}\pm 2^{-6}|n|^{-6}\left|q_{2n}^6\right|+|n|^{-7}\varepsilon_n^{\pm},$$

$$q_{2n}^6=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}Q_0^{(6)}(x)e^{-2inx}dx,\ \ Q_0(x)=q_0(x)-ip_0(x),\ \ \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\varepsilon_n^{\pm}\right)^2<\infty,\ \ \delta_n=\varepsilon_n^+-\varepsilon_n^-.$$

Отсюда, учитывая $\xi_n(\tau,t)\in[\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}],\ n\in\mathbb{Z}$, получим

$$\inf_{k\neq n}\left|\xi_n(\tau,t)-\xi_k(\tau,t)\right|\geq a>0$$

где $a>0$ не зависят от параметра n и k.
Теперь, пользуясь этим неравенством и (13), оценим функции

$$\left|\bar{f}_n(x)\right|,\left|\partial\bar{f}_n(x)/\partial x_m\right| \text{ и } \left|\bar{g}_n(x)\right|,\left|\partial\bar{g}_n(x)/\partial x_m\right|.$$

Лемма 2. Справедливы следующие оценки:

$$C_1\leq\left|\bar{f}_n(x)\right|\leq C_2,\ \left|\frac{\partial\bar{f}_n(x)}{\partial x_m}\right|\leq C_3\gamma_m, \tag{14}$$

$$\left|\bar{g}_n(x)\right|\leq C_4\left(1+|n|^3\right),\ \left|\frac{\partial\bar{g}_n(x)}{\partial x_m}\right|\leq C_5\gamma_m\left(|n|^2+|m|^2+|n||m|+1\right),\ \ m,n\in\mathbb{Z} \tag{15}$$

где $C_j>0,\ j=1,2,3,4,5$ не зависят от параметра m и n.

Лемма 3. Если функции $p_0(x), q_0(x)$ удовлетворяет условию $p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, $q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, то вектор-функция $H(x)$ удовлетворяет условию Липщица в банаховом пространстве K, т.е. существует константа $L_1>0$ такая, что для произвольных элементов $x(\tau,t),y(\tau,t)\in K$ выполняется следующее неравенство

$$\left\|H(x)-H(y)\right\|\leq L_1\left\|x(\tau,t)-y(\tau,t)\right\|,$$

где

[13] Мисюра Т.В. Характеристика спектров периодической и антипериодической краевых задач, порождаемых операцией Дирака I // Теория функций, функц. анализ и их прил. 1978. - вып. 30. - С. 90-101.

$$L_1 = C_6 \sum_{n=-\infty, n\neq 0}^{\infty} \left(1+|n|^2\right)\left(1+|n|^3\right)\gamma_n < \infty,\ C_6 = const > 0. \tag{16}$$

Следствие 2. Теорема 1 и лемма 3 дают алгоритм нахождения бесконечнозонного глобального решения задачи Коши (2) - (4):

1. Находим $\lambda_n, \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau) = \pm 1,\ n \in \mathbb{Z}$ спектральных данных оператора Дирака $L(\tau,0)$ с коэффициентами $p_0(x+\tau)$ и $q_0(x+\tau)$.

2. Обозначим спектральные данные оператора $L(\tau,t)$ через $\lambda_n,\ \xi_n(\tau,t),\ \sigma_n(\tau,t) = \pm 1,\ n \in \mathbb{Z}$. Теперь, решив задачу Коши (6)-(7) при произвольном значении τ находим спектральные параметры $\xi_n(\tau,t),\ \sigma_n(\tau,t),\ n \in \mathbb{Z}$.

3. Используя формулы следов (8), (9) находим функция $\left(p(\tau,t), q(\tau,t)\right)$, т.е. глобальное решения задачи Коши (2) - (4).

Таким образом, нами доказана следующая теорема.

Теорема 2. Если функции $p_0(x)$ и $q_0(x)$ удовлетворяет условию $p_0(x+\pi) = p_0(x) \in C^6(\mathbb{R})$, $q_0(x+\pi) = q_0(x) \in C^6(\mathbb{R})$, то существует однозначно определяемое глобальное решение $\left(p(x,t), q(x,t)\right),\ x \in \mathbb{R}, t > 0$, задачи Коши (2) - (4) которое определяемое формулы (8), (9).

В третьей главе диссертации **«Интегрирование уравнения типа Хироты с нагруженным членом в классе периодических бесконечнозонных»** рассмотрена интегрируемость нелинейных дефокусированных уравнений типа Хироты с дополнительным и уравнений типа Хироты с нагруженным членом в доказан класс периодических функций с бесконечнозонных и найдены достаточные условия существования решения задачи Коши, поставленной перед этими уравнениями.

В первом параграфе этой главы предлагается алгоритм построения решения задачи Коши для уравнения Хироты с дополнительным членам вида

$$\begin{cases} p_t = a(t)\left[p_{xxx} - 6p_x\left(p^2+q^2\right)\right] + b(t)\left[-q_{xx} + 2q\left(p^2+q^2\right)\right] + c(t)p_x, \\ q_t = a(t)\left[q_{xxx} - 6q_x\left(p^2+q^2\right)\right] + b(t)\left[p_{xx} - 2p\left(p^2+q^2\right)\right] + c(t)q_x, \end{cases} \tag{17}$$

с начальным условием

$$\begin{cases} p(x,t)\big|_{t=0} = p_0(x), \quad q(x,t)\big|_{t=0} = q_0(x), \\ p_0(x+\pi) = p_0(x) \in C^6(\mathbb{R}), \quad q_0(x+\pi) = q_0(x) \in C^6(\mathbb{R}), \end{cases} \tag{18}$$

в классе действительных бесконечнозонных π - периодических по x функций и удовлетворяющей условиям гладкости:

$$\begin{cases} p(x+\pi,t) = p(x,t), q(x+\pi,t) = q(x,t), \\ p(x,t), q(x,t) \in C_{x,t}^{3,1}(t>0) \cap C(t \geq 0), \end{cases} \tag{19}$$

Здесь $a(t),\ b(t), c(t) \in C[0,\infty),\ c(t) \neq 0$ заданные ограниченные функции.

Один из основных результатов этого параграфа содержится в следующей теореме.

Теорема 3. Пусть $p(x,t), q(x,t)$, $x\in\mathbb{R}, t>0$ решение задачи Коши (17) - (19). Тогда спектральные данные $\lambda_n(\tau,t), \xi_n(\tau,t), \sigma_n(\tau,t)=\pm1,\ n\in\mathbb{Z}$ оператора $L(\tau,t)$, удовлетворяют аналогу системы дифференциальных уравнений Дубровина:

$$\partial\lambda_n(\tau,t)\Big/\partial t=0,\ n\in\mathbb{Z}; \tag{20}$$

$$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t}=2(-1)^n\sigma_n(\tau,t)\sqrt{(\lambda_{2n}-\xi_n)(\xi_n-\lambda_{2n-1})}\,f_n(\xi)g_{n,1}(\xi),\ n\in\mathbb{Z}. \tag{21}$$

Кроме того, выполняются следующие начальные условия:

$$\xi_n(\tau,t)\big|_{t=0}=\xi_n^0(\tau),\ \sigma_n(\tau,t)\big|_{t=0}=\sigma_n^0(\tau),\ n\in\mathbb{Z}. \tag{22}$$

Здесь $\xi_n^0(\tau),\ \sigma_n^0(\tau), n\in\mathbb{Z}$ - спектральные параметры оператора $L(\tau,0)$, $p=p(\tau,t)$, $q=q(\tau,t)$, $\xi_n=\xi_n(\tau,t)$, $\xi=\xi(\tau,t)=(...,\xi_{-1}(\tau,t),\xi_0(\tau,t),\xi_1(\tau,t),...)$, $\sigma=\sigma(\tau,t)=(...,\sigma_{-1}(\tau,t),\sigma_0(\tau,t),\sigma_1(\tau,t),...)$последовательность $g_{n,1}(\xi),\ n\in\mathbb{Z}$, определяются из равенство:

$$g_{n,1}(\xi)=a(t)\Big[4\xi_n^3+4p\xi_n^2+2\xi_n\left(p^2+q^2+q_\tau\right)+2\left(pq_\tau-p_\tau q\right)+$$
$$+2p\left(p^2+q^2\right)-p_{\tau\tau}\Big]+b(t)\Big[\left(\xi_n+p\right)^2+q^2+q_\tau+\xi_n^2\Big]-c(t)\left[\xi_n+p\right]\Big\},\ n\in\mathbb{Z}$$

Следствие 3. Учитывая формулы следов (8) - (10) систему (21) можно переписать в замкнутой форме.

Теперь проверим, существование решения задачи Коши (21)-(22). В результате замены переменных

$$\xi_n(\tau,t)=\lambda_{2n-1}+(\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1})\sin^2 x_n(\tau,t),\ n\in\mathbb{Z}$$

систему дифференциальных уравнений Дубровина (21) и начальные условия (22) можно переписать в виде одного уравнения в банаховом пространстве K:

$$\frac{dx(\tau,t)}{dt}=H(x),\ \ x(\tau,t)\big|_{t=0}=x^0(\tau)\in K. \tag{22}$$

Здесь

$$K=\left\{x=x(\tau,t)=(...,x_{-1}(\tau,t),x_0(\tau,t),x_1(\tau,t),...):\|x\|=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(1+|n|^2\right)\gamma_n|x_n|<\infty\right\},$$

$$\bar H(x)=(...,\bar H_{-1}(x),\bar H_0(x),\bar H_1(x),...),\ \bar H_n(x)=(-1)^n\sigma_n^0(\tau)\,\bar f_n(x)\,\bar g_{n,1}(x),$$

$$x^0(\tau)=(...,x_{-1}^0(\tau),x_0^0(\tau),x_1^0(\tau),...),\ x_n^0(\tau)=\arcsin\sqrt{\frac{\xi_n^0(\tau)-\lambda_{2n-1}}{\lambda_{2n}-\lambda_{2n-1}}},\ n\in\mathbb{Z},$$

$$\sigma_n^0(\tau)=\frac{1}{2}\sigma_n(\tau,t)\operatorname{sgn}\{\sin 2x_n(\tau,t)\},\ \bar f_n(x)=f_n(...,\lambda_{-1}+(\lambda_0-\lambda_{-1})\sin^2 x_0(\tau,t),...)$$

$$\bar g_{n,1}(x)=g_{n,1}(...,\lambda_{-1}+(\lambda_0-\lambda_{-1})\sin^2 x_0(\tau,t),...)$$

Известно, что если $p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R}),\ q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, то (13) справедливы асимптотические формулы для длины лакуны оператора $L(\tau,0)$.

Отсюда, учитывая включение $\xi_n(\tau,t)\in[\lambda_{2n-1},\lambda_{2n}],\ n\in\mathbb{Z}$, получим

$$\inf_{k\neq n}|\xi_n(\tau,t)-\xi_k(\tau,t)|\geq a>0.$$

Используя эти неравенства вместе с (13), оценим функции

$$\left|\bar f_n(x)\right|,\left|\frac{\partial\bar f_n(x)}{\partial x_m}\right|,\left|\bar g_{n,1}(x)\right|,\left|\frac{\partial\bar g_{n,1}(x)}{\partial x_m}\right|.$$

Лемма 4. Справедливы следующие оценки:

$$\left|\bar g_{n,1}(x)\right|\leq C_7\left(1+|n|^3\right),\ \left|\frac{\partial\bar g_n(x)}{\partial x_m}\right|\leq C_8\gamma_m\left(|n|^2+|m|^2+|n||m|+|n|+1\right),\ m,n\in\mathbb{Z}. \quad (23)$$

Неравенства (14) справедливы для функций $\left|\bar f_n(x)\right|,\left|\dfrac{\partial\bar f_n(x)}{\partial x_m}\right|$.

Где $C_7>0,\ C_8>0$ не зависят от параметров m и n.

Лемма 5. Если функции $p_0(x),q_0(x)$ удовлетворяют условиям $p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, $q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, то вектор-функция $\bar H(x)$ удовлетворяет условию Липщица в банаховом пространстве K, т.е. существует константа $L_2>0$ такая, что для произвольных элементов $x(\tau,t),y(\tau,t)\in K$ выполняется следующе неравенство

$$\left\|\bar H(x)-\bar H(y)\right\|\leq L_3\left\|x(\tau,t)-y(\tau,t)\right\|$$

где

$$L_2=C_9\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(|n|^2+1\right)\left(|n|^3+1\right)\gamma_n<\infty,\ C_9=const>0.$$

Следствие 4. Теорема 3 и лемма 5 дают алгоритм нахождения бесконечнозонного глобального решения задачи Коши (17) - (19). Для этого:

1. Сначала найдем спектральные данные $\lambda_n,\ \xi_n^0(\tau),\ \sigma_n^0(\tau)=\pm1,\ n\in\mathbb{Z}$ оператора Дирака $L(\tau,0)$.

2. Обозначим спектральные данные оператора $L(\tau,t)$ через $\lambda_n,\ \xi_n(\tau,t),\ \sigma_n(\tau,t)=\pm1,\ n\in\mathbb{Z}$. Теперь, решив задачу Коши (30), (29) при произвольном значении τ находим спектральные параметры $\xi_n(\tau,t),\ \sigma_n(\tau,t),\ n\in\mathbb{Z}$.

3. Используя формулы следа (8), (9) находим функции $p(\tau,t),\ q(\tau,t)$, т.е. глобальное решения задачи Коши (17) - (19).

Таким образом, нами доказана следующая теорема.

Теорема 4. Если начальная функции $p_0(x),\ q_0(x)$ удовлетворяет условиям $p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, $q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, то существует единственное $p(x,t),\ q(x,t),\ x\in\mathbb{R},t\geq0$ глобальное решение задачи Коши (17) – (19) определяемое формулами (8), (9).

Во втором параграфе третьей главы предложен алгоритм нахождения решения, удовлетворяющего условиям (18), (19) уравнения типа Хироты с нагруженным членом вида

$$\begin{cases} p_t = a(t)\left[p_{xxx} - 6p_x\left(p^2+q^2\right)\right] + b(t)\left[-q_{xx} + 2q\left(p^2+q^2\right)\right] + c(t)p\left(x_0,t\right)p_x, \\ q_t = a(t)\left[q_{xxx} - 6q_x\left(p^2+q^2\right)\right] + b(t)\left[p_{xx} - 2p\left(p^2+q^2\right)\right] + c(t)p\left(x_0,t\right)q_x. \end{cases} \tag{24}$$

Здесь $a(t),\, b(t),\, c(t) \in C[0,+\infty),\, c(t) \neq 0$ - заданные ограниченные функции.[14]

Теорема 5. Пусть $\left(p(x,t),\, q(x,t)\right),\; x\in\mathbb{R},\, t>0$ решение задачи Коши (24), (18), (19). Тогда спектральные данные $\lambda_n(\tau,t),\, \xi_n(\tau,t),\, \sigma_n(\tau,t)=\pm 1,\; n\in\mathbb{Z}$ оператора $L(\tau,t)$, удовлетворяют аналогу системы дифференциальных уравнений Дубровина:

$$\partial\lambda_n(\tau,t)\big/\partial t = 0,\; n\in\mathbb{Z}\,;$$

$$\frac{\partial\xi_n(\tau,t)}{\partial t} = 2(-1)^n\sigma_n(\tau,t)\sqrt{(\lambda_{2n}-\xi_n)(\xi_n-\lambda_{2n-1})}\,f_n(\xi)g_{n,2}(\xi),\; n\in\mathbb{Z}. \tag{25}$$

Кроме того, выполняются следующие начальные условия:

$$\xi_n(\tau,t)\big|_{t=0} = \xi_n^0(\tau),\; \sigma_n(\tau,t)\big|_{t=0} = \sigma_n^0(\tau),\; n\in\mathbb{Z}. \tag{26}$$

Здесь $\xi_n^0(\tau),\, \sigma_n^0(\tau),\, n\in\mathbb{Z}$ - спектральные параметры оператора $L(\tau,0)$, $p=p(\tau,t)$, $q=q(\tau,t)$, $\xi_n=\xi_n(\tau,t)$, $\xi=\xi(\tau,t)=\left(\ldots,\xi_{-1}(\tau,t),\xi_0(\tau,t),\xi_1(\tau,t),\ldots\right)$, $\sigma=\sigma(\tau,t)=\left(\ldots,\sigma_{-1}(\tau,t),\sigma_0(\tau,t),\sigma_1(\tau,t),\ldots\right)$ последовательность $g_{n,2}(\xi),\, n\in\mathbb{Z}$, участвующие в уравнении (25) определяются из равенство:

$$g_{n,2}(\xi) = a(t)\left[4\xi_n^3 + 4p\xi_n^2 + 2\xi_n\left(p^2+q^2+q_\tau\right) + 2\left(pq_\tau - p_\tau q\right) + \right.$$
$$\left. +2p\left(p^2+q^2\right) - p_{\tau\tau}\right] + b(t)\left[\left(\xi_n+p\right)^2 + q^2 + q_\tau + \xi_n^2\right] - c(t)p(x_0,t)\left[\xi_n+p\right]\Big\},\; n\in Z.$$

Следствие 5. Исползуя формулы следов (8) - (10) систему (25) можно переписать в замкнутой форме.

Решение задачи Коши (25)-(26) показано в третьей главе так же, как и в первом параграфе. Лемма 4 и лемма 5 также актуальны в этом параграфе

Следствие 6. Теорема 5 и лемма 5 дают алгоритм нахождения бесконечнозонного глобального решения задачи Коши (24), (18), (19). Для этого:

1. Сначала найдем спектральные данные $\lambda_n, \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau)=\pm 1,\, n\in\mathbb{Z}$ оператора Дирака $L(\tau,0)$.

2. Обозначим спектральные данные оператора $L(\tau,t)$ через $\lambda_n,\, \xi_n(\tau,t),\, \sigma_n(\tau,t)=\pm 1,\, n\in\mathbb{Z}$. Теперь, решив задачу Коши (25)-(26) при значении $\tau = x_0$ находим спектральные параметры $\xi_n(x_0,t),\, \sigma_n(x_0,t)=\pm 1,\, n\in\mathbb{Z}$.

[14] Г.А. Маннонов. Интегрирование уравнения типа Хироты с нагруженными членами в классе периодических бесконечнозонных функций // СамГУ научный вестник, 2024, No.5.

3. функцию $p(x_0,t)$ можно найти, подставив найденные спектральные данные в формулу следа (8).

4. решив задачу Коши (25)-(26) при значении $\forall\tau\in\mathbb{R}$ находим спектральные параметры $\xi_n(x_0,t),\ \sigma_n(x_0,t)=\pm1,\ n\in\mathbb{Z}$.

5. Используя формулы следа (8), (9) находим функции $\left(p(\tau,t),\, q(\tau,t)\right)$, т.е. глобальное решения задачи Коши (24), (18), (19).

Теорема 8. Если функции $p_0(x),\, q_0(x)$ заданные в начальном условии (18) удовлетворяют этим условиям $p_0(x+\pi)=p_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$, $q_0(x+\pi)=q_0(x)\in C^6(\mathbb{R})$ то существует однозначно определяемое глобальное решение $\left(p(x,t),\, q(x,t)\right),\ x\in\mathbb{R},\, t\geq 0$ задачи (24), (18), (19), которое определяется по формулы (8), (9).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена интегрированию нелинейных уравнений типа Хироты в классе периодических бесконечнозонных функций.

Используя метод решения обратной задачи спектральной теории периодического оператора Дирака получены следующие основные результаты:

1. В классе $C^2(\mathbb{R})$ и $C^6(\mathbb{R})$ периодических бесконечнозонных функций соответственно доказано существование и единственность решения задач Коши наложенных на систему первого и второго дифференциальных уравнений Дубровина с бесконечными неизвестными;

2. Показаны интегрируемость в классе $C^6(\mathbb{R})$ периодических бесконечнозонных функций нелинейного дифференциального уравнения типа Хироты. Установлена разрешимость задачи Коши для уравнения типа Хироты в классе шесть раз непрерывно дифференцируемых периодических бесконечнозонных функций;

3. В классе периодических бесконечнозонных функций $C^6(\mathbb{R})$ доказано интегрируемость нелинейного дифференциального уравнения типа Хироты с дополнительным членами, найдены достаточные условия существования и единственности глобального решения задачи Коши;

4. Показаны интегрируемость в классе $C^6(\mathbb{R})$ периодических бесконечнозонных функций, нелинейного дифференциального уравнения типа Хироты с нагруженым членом, доказано существование и единственность глобального решения задачи Коши.

Полученные результаты подтверждают достижение целей исследования диссертации. Все полученные результаты вносят определенный вклад в теорию интегрирования нелинейных эволюционных уравнений

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES DSc.03/30.12.2019.FM.02.01 AT SAMARKAND STATE UNIVERSITY

SAMARKAND STATE UNIVERSITY NAMED AFTER SHAROF RASHIDOV

MANNONOV GAYRAT ABDUVAKIL UGLI

INTEGRATION OF THE NONLINEAR HIROTA EQUATION IN THE CLASS OF PERIODIC INFINITE GAP FUNCTIONS

01.01.02 - Differential equations and mathematical physics

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Samarkand – 2024

The theme of the dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Ministry higher education, science and innovations of the Republic of Uzbekistan under number B2023.2.PhD/FM866.

Dissertation was prepared at Samarkand State University named after Sharof Rashidov.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.samdu.uz) and the «Ziyonet» Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Khasanov Aknazar Bekdurdievich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Takhirov Jozil Ostanovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Hoitmetov Umid Azadovich Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate professor
Leading organization:	**Bukhara State University**

Defense will take place «____» _____________2025 at _____ at the meeting of Scientific Council number DSc.03/30.12.2019.FM.02.01 at Samarkand State University named after Sharof Rashidov. (Address: University Boulevard 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan, Ph.: (+99866) 231-06-32, fax: (+99866) 235-19-38, e-mail: patent@samdu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource center at Samarkand State University named after Sharof Rashidov (is registered №______) (Address: University Boulevard 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan, Ph.: (+99866) 231-06-32).

Abstract of dissertation sent out on «____» _______________2025 year
(Mailing report № ___________on «____» _______________2025 year)

A.S.Soleyev
Chairman of scientific council on award of scientific degrees, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

A.M.Khalkhuzhaev
Scientific secretary of scientific council on award of scientific degrees, Doctor of Physical and Mathematical Sciences,Professor

T.Ishankulov
Vice Chairman of the Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

INTRODUCTION (abstract of the PhD dissertation)

The purpose of the research is to integrate nonlinear Hirota-type equation and nonlinear Hirota-type equation with a loaded term in the class of periodic infinite gap functions.

The objects of the research consists of a nonlinear defocused Hirota-type equation, nonlinear defocused Hirota-type equation with additional term, nonlinear defocused Hirota-type equation with loaded term.

Research methods. The dissertation used methods for solving problems from differential equations, mathematical physics, spectral theory of differential operators, theory of functions of complex variables, and functional analysis.

The scientific novelties of the research are as follows:

using the method of inverse spectral problems for the Dirac operator with periodic coefficients, it is proved that the nonlinear defocused Hirota-type equation is integrable in the class of six-times continuously differentiable periodic infinite gap functions;

using asymptotic formulas obtained for the lengths of the gaps of the Dirac operator with periodic coefficients, the existence and uniqueness of the Cauchy problem for a nonlinear defocused Hirota-type equation in the class of six-time continuously differentiable periodic infinite gap functions is proved;

it is proved that the nonlinear defocused Hirota-type equation with an additional term is integrable in the class of six-times continuously differentiable periodic infinite gap functions, using the method of inverse spectral problems for the Dirac operator with periodic coefficients;

it is proved that the integrability of nonlinear defocused Hirota-type equation with a loaded term in the class of six-times continuously differentiable periodic infinite gap functions, using the method of inverse spectral problems for the Dirac operator with periodic coefficients.

The practical results of the research are as follows:

using the algorithm for solving the Cauchy problem for the nonlinear defocused Hirota-type equation in the class of periodic infinite gap functions, the exact form of the periodic solutions of the Korteweg-de Vries equation with a self-consistent source and the nonlinear Schrodinger equation with a loaded term was found;

the algorithm of the integrating of nonlinear defocused Hirota-type equation with an additional and a loaded term in the class of periodic infinite functions is used to determine the changes in the velocities of waves with constant amplitude propagating in different media.

Implementation of the research results. Based on the scientific results obtained on the integration of the nonlinear Hirota equation:

the algorithm for integrating nonlinear Hirota type equation and nonlinear Hirota type equation with a loaded term in the class of periodic infinite gap functions was used in the fundamental project OT-F4-04 (05) “Applications of the spectral method to solving matrix nonlinear evolution equations, Biomechanics of the cardiovascular system” (Reference of Urgench State University dated November 22, 2024). The application of scientific results made it possible to determine the exact forms of periodic solutions of the Cauchy problem for the Korteweg-de Vries equation with self-consistence source and the nonlinear Schrodinger equation with a loaded term by the method of inverse spectral problems.

the algorithm of integration of the nonlinear defocused Hirota type equation and the nonlinear defocused Hirota type equation with an additional and a loaded term in the class of periodic infinite gap functions were applied in the fundamental scholarship NRF-2020R1A2C1003119 “Global Attractors and Inertial Manifolds of Infinite Dimensional Dynamical Systems” (reference of Chonnam National University, South Korea, dated November 22, 2024). The application of scientific results made it possible to study the properties of attractors for a class of delayed reaction diffusion equations with dynamic boundary conditions.

Approbation of the research results. The results of this research were discussed at 7 scientific and practical conferences, including 5 international and 2 republican conferences.

Publication of the research results. 13 scientific scientific papers were published on the topic of the dissertation, of which 6 papers were published in scientific publications recommended by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for the defense of Doctor of Philosophy dissertations, including 1 in foreign and 5 in republican journals.

Structure and volume of the dissertation. The dissertation consists of an introduction, three chapters, a conclusion and a list of used literature. The volume of the dissertation is 107 pages.

E’LON QILINGAN ISHLAR RO‘YXATI

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

LIST OF PUBLISHED WORKS

I bo‘lim (I часть; I part)

1. G.A. Mannonov, A.B. Khasanov. Cauchy Problem for the Nonlinear Hirota Equation in the Class of Periodic Infinite-Zone Functions // St. Petersburg Mathematical Journal. – Россия, 2023, Vol. 34, №5. pp. 821—845. (Scopus, IF=0,4).
2. R.Kh. Eshbekov, G.A. Mannonov. Integration of a nonlinear Hirota type equation with additional terms // Uzbek Mathematical Journal. - Tashkent 2024, Vol. 68, №1, pp. 46–56 (01.00.00; №06).
3. А.Б. Хасанов, Г.А. Маннонов. Интегрирования нелинейного уравнения Хирота в классе периодических бесконечнозонных функций // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. – Ташкент, 2022, №1, стр. 7–11 (01.00.00; №07).
4. O.Mirzayev, G‘.Mannonov, H.Normurodov. Izospektral Shturm-Liuvill chegaraviy masalalar oilasi haqida // SamDU ilmiy axborotnomasi. – Samarqand, 2019, №5, 23–28 bb (01.00.00; №02).
5. G.Mannonov, K.Kuyanbayeva, F.Bulakova. Integration of a Nonlinear Complex Modified Korteweg–De Vries Equation with Additional Terms // Samarkand University Scientific Bulletin. – Samarkand, 2024, №1. pp 44–53 (01.00.00; №02).
6. G‘.Mannonov. Yuklangan hadli Hirota tipidagi tenglamani cheksiz zonali davriy funksiyalar sinfida integrallash // SamDU ilmiy axborotnomasi. – Samarqand, 2024, №5, 98-107 b (01.00.00; №02).

II bo‘lim (II часть; II part)

7. Г.А. Маннонов, Р.Х. Эшбеков, М. Рустамова. “Интегрирование нелинейного уравнения типа Хироты с дополнительными членами”. Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве, III Международный форум, 8 ноября, 2023 г, Санкт-Петербург. стр 13-16.
8. R.Kh. Eshbekov, G.A. Mannonov. “The Cauchy problem for the modified Korteweg-de Vries equation with finite density in the class of periodic function” VII World Congress of Turkic World Mathematicians, International conference. 20-23 September, 2023, Turkestan, Kazakhstan. pp 1-11.
9. А.Б. Хасанов, Х.Н. Нормуродов, Р.Х. Эшбеков, Г.А. Маннонов. “Интегрирование нелинейного уравнения типа синус-Гордона в классе периодических функций”. Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения, Международная научная конференция, 23-25 ноября, 2023, Ташкент. стр. 278-280.
10. А.Б. Хасанов, Г.А. Маннонов, Р.Х. Эшбеков. “Задачи Коши для уравнения Хирота в классе периодических бесконечнозонных функции”.

Mathematical analysis and its applications in modern mathematical physics. International conference, 23-24 September, 2022, Samarkand.

11. T. Allanazarova, G.A. Mannonov. "The Cauchy problem for the modified Korteweg-de Vries equation with finite density in the class of periodic function". Actual problem of applied mathematics and information technologies-Al-Khwarizmi. International scientific conference, 25-26 September, 2023, Samarkand. pp 178

12. А.Б. Хасанов, О. Мирзаев, Г. Маннонов "Izospektral Shturm-Liuvill chegaraviy masalalari oilasi haqida". Actual problems of applied mathematics and information technologies. International scientific conference, 14-15 November, 2019, Tashkent. bb 23-26.

13. Г.А. Маннонов. "Интегрирование уравнения типа Хироты с нагруженными членами в классе периодических бесконечнозонных функций" Zamonaviy analiz va matematik fizika masalalari. Respublika ilmiy-amaliy konfrensiyasi, 16-17-Sentyabr, 2024, Samarkand. 311-313 bb.