**MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

**O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI**

**AVAZOV UMARBEK OTABAYEVICH**

# UMUMLASHGAN YUKAVA POTENSIALLI KVANT KINETIK TENGLAMALAR ZANJIRINING YECHIMI

**01.01.02 – Differensial tenglamalar va matematik fizika**
**(fizika-matematika fanlari)**

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD) DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

**Toshkent – 2025**

**UDK 519.2, 533.7**

## Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi avtoreferati mundarijasi

## Оглавление автореферата дисертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

## Content of dissertation abstract of the doctor of philosophy (PhD) on physical - mathematical sciences

**MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

---

**O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI**

**AVAZOV UMARBEK OTABAYEVICH**

# UMUMLASHGAN YUKAVA POTENSIALLI KVANT KINETIK TENGLAMALAR ZANJIRINING YECHIMI

**01.01.02 – Differensial tenglamalar va matematik fizika**
**(fizika-matematika fanlari)**

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD) DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

**Toshkent – 2025**

**Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2018.2. PhD/FM215 raqami bilan ro'yxatga olingan.**

Dissertatsiya O'zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi Yadro Fizikasi inistitutida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume)) Ilmiy kengash veb-sahifasida (http://ik-fizmat.nuu.uz/) va «Ziyonet» axborot-ta'lim portalida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

| | |
|---|---|
| **Ilmiy rahbar:** | **Rasulova Muhayo Yunusovna**<br>fizika-matematika fanlari doktori, professor |
| **Rasmiy opponentlar:** | **Kasimov Shakirbay Gapparovich**<br>fizika-matematika fanlari doktori, professor |
| | **Tursunov Ergash Maxkamovich**<br>fizika-matematika fanlari doktori, professor |
| **Yetakchi tashkilot:** | **V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti** |

Dissertatsiya himoyasi O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi Dsc.03/30.12.2019.FM.01.01 raqamli Ilmiy kengashning 2025 yil «15» aprel soat 15⁰⁰dagi majlisida bo'lib o'tadi. (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko'chasi, 4-uy. Tel.: (+99871) 227-12-24, faks: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertatsiya bilan O'zbekiston Milliy universitetining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (44 raqami bilan ro'yxatga olingan). Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko'chasi, 4-uy. Tel.: (99871) 246-02-24.

Dissertatsiya avtoreferati 2025 yil «1» aprel kuni tarqatildi.

(2025 yil 2-raqamli reestr bayonnomasi).

**A. S.Sadullayev**
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash raisi, f.-m.f.d., akademik

**R.M. Jo'rayev**
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash ilmiy kotibi, f.-m.f.d.(PhD)

**Sh.A.Alimov**
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash huzuridagi Ilmiy seminar raisi, f.-m.f.d., akademik

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI * MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI *

## KIRISH (falsafa doktori dissertatsiyasi annotatsiyasi (PhD)

**Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati.** Jahon miqyosida matematika va fizikaning turli sohalarida olib borilayotgan ilmiy va amaliy tadqiqotlar orasida statistik mexanika matematik modellarini o‘rganish markaziy o‘rinlardan birini egallaydi. Hozirgi kunda tashqi muhit bilan o’zaro ta’sirlashuvchi tizimlar va tuzilmalarning dinamikasini o’rganish uchun turli xil murakkab muammolarni hal qilishda samarali qo‘llaniladigan klassik va kvant kinetik tenglamalar zanjiri yaratilmoqda. Ilm-fanni yanada rivojlantirish, talantli, iqtidorli yoshlarni ilmiy faoliyatga keng jalb etish, hamda, ularning ijodiy va intellektual salohiyatlarini amalga oshirish uchun sharoitlar yaratish bugungi kunning bosh yo‘nalishlardan biri bo‘lib kelmoqda. Jumladan, matematik-fizika tenglamalar sohasida samarali ilmiy izlanishlar olib borish uchun potensiallar nazariyasi va kvant mexanikasi bo‘yicha keng ko‘lamda chora-tadbirlarni ishlab chiqish bugungi kunning muhim ustuvor vazifalaridan biri sanaladi.

Jahon amaliyotida statistik mexanika umumiy mexanikaning muhim bo’limlaridan biri bo‘lib, fan va texnikaning ko‘plab sohalarida qo‘llaniladi. Statistik mexanika eng ko‘p talab qilinadigan sohalardan biri bu tizim energiyasi va muhitning vaqtga bog’liq o’zgarish dinamikasidir. Bizga ma’lumki, har qanday gaz, suyuqlik va qattiq jismlar (tizimlar) mayda zarrachalardan tashkil topgan bo‘lib, bunday tizimlarni o‘rganishda zarrachalarning holatini bilish muhim hisoblanadi. Chunki, istalgan tizimning tashkil etuvchi zarrachalarning holati va harakatini bilgan holda tizimning energiyasi haqida biror asosli fikrni aytish mumkin. Shuning uchun, zich taqsimlangan ko‘p zarrachali tizimlar uchun kvant kinetik tenglamalar zanjirining yechimlarini o‘rganish masalasi bugungi kunda statistik mexanika muammolarining eng muhim masalalaridan biri hisoblanadi.

Mamlakatimizda fundamental fanlarning ilmiy va amaliy tadbiqiga ega bo‘lgan kvant informatika, nanofizika, kvant texnologiyalar masalalarini sonli-analitik yechish usullarini ishlab chiqish kabi dolzarb yo‘nalishlarga katta e’tibor qaratilmoqda. Xususan, matematika va fizika, ular bilan bir qatorda geologiya va geofizika masalalarida ilmiy va amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan dolzarb yo‘nalishlarga e’tibor kuchaydi. Jumladan, so‘nggi yillarda amaliy matematika, differensial va integro-differensial tenglamalar nazariyasi, matematik modellashtirish nazariyasi, operatorlar nazariyasi, dinamik tizimlar nazariyasi, funksional analiz nazariyasiga alohida e’tibor qaratilmoqda[1]. Bularning barchasi qaralayotgan masalalarning naqadar dolzarbligi va zarurligini ko‘rsatadi.

Mazkur dissertatsiya ishining mavzusi va tadqiqot ob’ekti O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi PQ-4947-son «O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha harakatlar strategiyasi to‘g‘risida»gi, 2017 yil 17 fevraldagi PQ-2789-son «Fanlar akademiyasi faoliyati, ilmiy tadqiqot ishlarini tashkil etish, boshqarish va moliyalashtirishni yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida»gi, 2018 yil 27 apreldagi PQ-3682-son «Innovatsion g‘oyalar, texnologiyalar va loyihalarni amaliyotga joriy qilish tizimini yanada

[1] O’zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2017 yil 18 maydagi «O’zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining yangidan tashkil etilgan ilmiy-tadqiqot muassasalari faoliyatini tashkil etish chora-tadbirlari to’g’risida»gi 292-son qarori.

takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida»gi, 2020 yil 7 maydagi PQ-4708-son «Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida»gi qarorlari hamda mazkur faoliyatga tegishli boshqa normativ-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishga muayyan darajada xizmat qiladi.

**Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga bog‘liqligi** Mazkur tadqiqot respublika fan va texnologiyalar rivojlantirishning IV. «Matematika, mexanika va informatika» ustuvor yo‘nalishi doirasida bajarilgan.

**Dissertatsiya mavzusi bo‘yicha xorijiy ilmiy tadqiqotlar sharhi[2].** Gazlar, suyuqliklar, qattiq jismlar va plazmalarning kinetik holatlarini o‘rganishga yo‘naltirilgan ilmiy izlanishlar jahonning yetakchi oliy ta’lim muassasalari va ilmiy markazlari, jumladan, V.A.Steklov nomidagi matematika instituti (Rossiya), V.A.Steklov nomidagi matematika instituti Leningrad bo‘limi (Sankt-Peterburg), Birlashgan yadro tadqiqotlari instituti OIYAI (Rossiya), Moskva energetika institutining yadro tadqiqotlari Qo‘shma instituti MEI (Rossiya), Lomonosov nomidagi Moskva Davlat universiteti mexanika ilmiy-tadqiqot instituti (Rossiya), Ukraina Fanlar Akademiyasining matematika instituti (Ukraina), Lund University (Shvetsiya qirolligi), Mexanika va biomexanika instituti BAN (Bolgariya), Eksperimental va nazariy Fizika ilmiy tadqiqot instituti (Kazaxstan), Omsk Davlat Texnika Universiteti (Rossiya)da olib borilmoqda.

Bugungi kunda, gazlar, suyuqliklar, qattiq jismlar va plazmalar dinamikasini tadqiq etishda eng samarali usul bo‘lgan xolat kinetik tenglamalarini tuzish va ularning yechimlariga asosan so‘nggi tahlil usuli orqali jahonda olib borilgan tadqiqotlar natijasida qator ilmiy natijalar olingan, jumladan, zaryadlangan zarrachalar ierarxiyasini tasnif etuvchi Bogolyubov-Born-Griin-Kirkvuud-Ivon (BBGKI) tenglamalar zanjirining fizik jarayonlarni aniq ifodalovchi yechimlarini topish uchun tizimni ifodalovchi zichlik bo‘yicha qatorga yoyish usuli ishlab chiqilgan (V.A.Steklov nomidagi matematika instituti), ko‘p zarrali tizimlar taqsimot funksiyasi va zichlik matritsasini aniqlashning yarim gruppa usuli orqali BBGKI klassik kinetik tenglamalar zanjirining yechimi aniqlandi (Nazariy Fizika instituti, Kiev). Shuningdek keyingi yillarda zarrachalarning o‘zaro ta’siri Yukava potensiali ko‘rinishida ifodalanishiga ilmiy ishlarda katta e’tibor qaratilmoqda, kulon va darajali potensiallar superpozitsiyasi energetik spektrini hisoblash uchun tebranishni ifodalovchi usul o‘rganilgan (Birlashgan yadro tadqiqotlari instituti OIYAI, Dubna), o‘zaro ta’sir Yukava potensiali, shuningdek, Kulon potensiali bilan chiziqsiz integrallanuvchi Xartri tipidagi tenglamalarning radius bo‘ylab simmetrik yo‘nalgan yechimlari aniqlangan (Moskva energetika instituti MEI), umumlashgan yadro-kulonga oid o‘ziga tortuvchi potensial va darajali o‘suvchi tutib turuvchi potensitallarga ko‘ra radial Shredinger tenglamasining diskret spektrlari, to‘lqin funksiyasining laplas ko‘rinishlarini o‘rganish bilan bog‘liq holda integral almashtirishlar usuli bilan aniqlangan (Moskva Davlat universiteti,

[2] Dissertasiya mavzusiga doir xorijiy ilmiy tadqiqotlar tahlili quyidagi manbalarga asosan ajratilgan: Journal of Experimental and Theoretical Physics, Journal of Physics, Journal of Chemical & Engineering Datal, Journal of Mathematical Physics, International Journal Of Modern Physics, http://dx.doi.org/10.1063/1.4742154; http://https://portal.research.lu.se/en/organisations/computational-chemistry.

Moskva), Helmgolts erkin energiyasiga asoslanib va tebranish nazariyasidan foydalangan holda, ikki tomonlama Yukava potentsialiga ega bo‘lgan oddiy suyuqlik modelining ba’zi termodinamik xususiyatlari hisoblab chiqilgan (Tver State University), Yukava tipidagi potentsiallar uchun radial Shredinger tenglamasini yechish uchun asimptotik iteratsiya usuli doirasida istalgan $n$ va $\ell$ qiymatlari uchun bog‘langan holat energiyasining xos qiymatlari olingan (Akdeniz University), umumlashgan Yukava potentsiali bilan o‘zaro ta’sir qiluvchi zarralar uchun taxminiy maydon nazariyasini ishlab chiqilgan. Ushbu nazariya ilgari sobit zaryad taqsimoti atrofidagi qarshi ionlar uchun ishlab chiqilgan oldingi bo‘linish maydoni nazariyasini yaxshilaydi va kengaytiradi (Lund University), qutbli suyuqliklarning suyuqlik fazasi muvozanati dipolyar Yukava suyuqligi molekulyar modeli yordamida tekshirilgan (Institute of Fluid Physics and Biological Systems (IFLYSIB)), engil sharsimon snaryad yadrolarining og‘ir deformatsiyalangan nishon yadrolari bilan o‘zaro ta’sirining optik potensialining real qismini hisoblash uchun Yukava tipidagi nuklon-nuklonlarning samarali o‘zaro ta’sirining modifikatsiyasi ishlab chiqilgan (Omskiy gosudarstvennыy texnicheskiy universitet), molekulyar dinamikadan foydalangan holda chang zarralarining ikki o‘lchovli tizimining juft korrelyasiya funktsiyasini qo‘shimcha dipol-dipol o‘zaro ta’siri bilan hisoblash natijalari taqdim etilgan (Eksperimental va nazariy Fizika ilmiy tadqiqot instituti, Almata).

**Muammoning o‘rganilganlik darajasi**. Hozirgi vaqtda, gazlar, suyuqliklar, qattiq jismlar va plazmalarning kinetik jarayonlarini topish masalasi jahon ilm-fani oldida turgan muhim masalalardan biri hisoblanadi. Bu masalalar statistik fizikaning eng dolzarb muammolaridan biri hisoblanib, ularni yechishda Bolsman, Liuvill, Vlasov, Shredinger, Bogolyubov kinetik tenglamalari keng qo‘llaniladi.

Agar biror tizim energiyasini topish masalasi qo‘yilgan bo‘lsa, avvalo, bu tizim zarrachalarining taqsimot funksiyasini topish lozim. Chunki tizim zarrachalarining taqsimot funksiyasiga asoslanib, bu tizimning energiyasi haqida biror fikr aytish mumkin.

XIX asr boshida atomlar tuzilishini o‘rganish jarayonida Rezerford, Bor, Eynshteynlar tomonidan atomlarning kvant nazariyasi yaratildi. Kvant nazariyasida zarralar evolyusiyasini ifodalash uchun Bolsman tenglamasi o‘rnida Shredingerning nostatsionar tenglamasi kiritilgan bo‘lib, bu tenglama zarra holatini vaqt va koordinata yoki impuls bo‘yicha aniqlaydi. Keyinchalik atomlar kvant holatini aniqlash uchun Xartri-Fok tenglamasi ham qo‘llanila boshladi.

Statistik fizika fanini rivojlantirishda Luivill tenglamasi katta o‘rin tutadi. Luivill tenglamasi $6N$ fazoda (bu yerda $N$ tizimdagi zarralar soni) gamilton tizimi taqsimot funksiyasining vaqt bo‘yicha evolyusiyasini ifodalaydi. Bu tenglama 1838 yil Luivill tomonidan chiqarilgan matematik tenglama bo‘lib, bu tenglama faqat 1902 yil Gibbs tomonidan statistik fizikaga kiritilib, argumentlari vaqt, koordinata va impuls sifatida qo‘llanilgan. Keyinchalik o‘zaro ta’sirlashuvchi ko‘p zarrali tizimlar evolyusiyasini ifodalovchi tenglama sifatida “Luivill tenglamasi” deb qo‘llanila boshladi.

O‘zaro ta’sirlashuvchi ko‘p zarrali kvant tizimlarining rivojlanish (evolyusiya) tenglamasi zichlik matritsalari uchun kvant Luivill tenglamasi orqali ifodalana boshladi. Bu tenglama fizik adabiyotlarda yana fon-Neyman tenlamasi deb ham ataladi.

Klassik Luivill tenglamasi statistik fizikada muvozanatdagi o‘zaro ta’sirlashuvchi chekli sonli zarralar taqsimoti evolyusiyasini ifodalaydi. Ammo bu tenglamadan fizikada qo‘llaniladigan asosiy tenglamalar bo‘lgan Bolsman, Landau, Vlasov tenglamalarini keltirib chiqarish muammo edi. Bu muammoni, ya’ni Luivill tenglamasidan integral hadli tenglamalarni keltirib chiqarish muammosini N.N.Bogolyubov hal etib 1946-yil o‘zining “Проблемы динамической теории статистической физики” asarida chop etdi. 1949 yil bu muammoni kvant tizimlari uchun “Лекции по статистической физике” asarida hal etdi. Bu muammoni hal etishga asrning birinchi yarmida G‘arb olimlari Born, Grin, Kirkvuud, Ivonlar ham bir qancha ilmiy asarlar yaratdilar, shu sabab bu tenglamalar umumlashtirilib Bogolyubov-Born-Griin-Kirkvuud-Ivon ya’ni BBGKI kinetik tenglamalar zanjiri deb ataladi.

XX asrning ikkinchi yarmida bu ikki, klassik va kvant BBGKI kinetik tenglamalar zanjiri turli fizik jarayonlarni ifodalash uchun ishlatila boshladi. Ularni ishlatish uchun avvalambor bu tenglamalarni yechib, taqsimot funksiyasini yoki zichlik matritsasini aniqlash zarur edi. Chunki bu taqsimotlarni aniqlash fizik jarayonda qatnashayotgan zarralar energiyasi, koordinatasi, impulsi va boshqa kattaliklarning o‘rtacha qiymatini aniqlashga imkon beradi.

Shu sababli taqsimot funksiyalarini aniqlash bo‘yicha Bogolyubov tomonidan tizimni ifodalovchi zichlik bo‘yicha qatorga yoyish usuli ishlab chiqildi va bu qatorning birinchi va ikkinchi hadlari orqali BBGKI klassik kinetik tenglamalar zanjiridan Landau, Vlasov, Bolsman tenglamalari keltirib chiqarildi. Keyingi yillarda Bogolyubov izdoshlari va G‘arb olimlari tomonidan bu usul ko‘p fizik jarayonlarni ifodalashga qo‘llanildi.

Garchi bir zarracha uchun yozilgan Bolsman, Landau, Vlasov tenglamalari ba’zi fizik jarayonlarni ifodalay olsada, haqiqat moddalar o‘zaro bir biri bilan turli ta’sir orqali bog‘langan, vaqt bo‘yicha uzluksiz o‘zgarib turuvchi zarralar tizimidan iboratdir. Zarralar o‘zaro cheksiz energiya orqali bir biriga bog‘langan va shu sababli yagona zarrani tizimdan ajratib olish mushkul. Shu sababli hozirgacha matematik apparatning yo‘qligidan turli-tuman zarrani tizimdan uzish shartlar qo‘yib bir zarra evolyusiyasini o‘rganish bilan chegaralaniladi.

Bu muammoni, ya’ni ko‘p zarrali tizimlarni o‘rganish uchun avvalombor ko‘p zarrali tizimlar taqsimot funksiyasi va zichlik matritsasini aniqlashning matematik usulini yaratish muammosi paydo bo‘ldi. Bu muammoni yechishda muhim qadam akademiek D.Ya.Petrina va o‘quvchilari tomonidan qo‘yildi. 1985 yil D.Ya.Petrina va A.K.Vidibida tomonidan yarim gruppa usuli orqali BBGKI klassik kinetik tenglamalar zanjirining yechimi aniqlandi. 1976 yil M.Yu.Rasulova tomonidan BBGKI kvant kinetik tenglamalari zanjirining Kato shartini bajaruvchi potensiallar uchun  yarim gruppa usuli orqali yechimi aniqlandi. Bu usul keyinchalik D.Ya.Petrinaning o‘quvchilari va boshqa matematik olimlar tomonidan turli fizik jarayonlar uchun rivojlantirildi. Bu usul shuningdek turli sortdagi zarralar tizimi uchun rivojlantirilgan.

1980 yilda BBGKI kinetik tenglamalar zanjiri uchun M.Yu.Rasulova tomonidan Bogolyubovning qatorga yoyish usuli zich tizimlar uchun mukammallashtirib qatorning istalgan hadini aniqlashga imkon beruvchi usul yaratildi. 2007 yil M.Brokate va M.Yu.Rasulova tomonidan Kulon potensiali bilan ta’sirlashuvchi kvant tizimlari evolyusiyasini ifodalovchi BBGKI kvant kinetik tenglamalari yechimi, 2013 yil N.N.Bogolyubov, M.Yu.Rasulova, U.O.Avazov tomonidan umumlashgan Yukava potensiali bilan ta’sirlashuvchi zarralar tizimini ifodalovchi, 2016 yilda M.Brokate va M.Yu.Rasulova tomonidan o‘zaro kantakt potensiali (delta funksiya orqali ifodalanuvchi potensial) orqali o‘zaro ta’sirlashuvchi zarralar tizimlari uchun BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjiri yechimlari aniqlandi. N.N.Bogolyubov, M.YU.Rasulova va U.O.Avazov tomonidan zichlik matritsasi va korrelyasion matritsalar orasidagi D.Ryuel tomonidan kiritilgan bog‘lanishdan foydalanib BBGKI kvant kinetik tenglamalari asosida korrelyasion matritsalar uchun kinetik tenglamalar zanjiri keltirib chiqarildi va bu zanjir yechimi aniqlandi. Bu korrelyasion matritsalar uchun chiqarilgan tenglamalar zanjiri orqali fizikada ko‘p qo‘llaniladigan nochiziq Shredinger tenglamasining tashqi muhit bilan ta’sirlashuvini ifodalovchi Gross-Pitaevskiy tenglamasining ko‘p zarrali tizim uchun ifodasi BBGKI kvant kinetik tenglamalari ekanligi isbotlangan. Keyingi yillarda bu natijalar M.Yu.Rasulovaning kriptografiyaga bag‘ishlangan ishlarida keng qo‘llanilmoqda.

**Dissertatsiya bajarilgan oliy ta’lim muasssasining ilmiy tadqiqot ishlari bilan bog‘liqligi.**

Dissertatsiya tadqiqoti O‘zbekiston Fan va texnika davlat komitasining F-2.1.56 (2000-2005), O‘zR FA Yadro Fizikasi institutining FA-F1-F003+F067 “Ko‘p zarrachali kvant tizimlarning kinetik va magnit xossalarini o‘rganish” (2007-2011 yillar) va OT-F2-18 “Noturg‘un ko‘p zarrachali tizimlarning elektromagnit xossalarini nazariy va matematik fizika usullari bilan tekshirish” (2017-2020 yillar) mavzularidagi ilmiy tadqiqot loyihalari doirasida bajarilgan.

**Tadqiqotning maqsadi.**

Ushbu dissertatsiya ishi noturg‘un o‘zaro umumlashgan Yukava potensiali bilan ta’sirlashuvchi zarrachalar tizimlari uchun BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjirining yechimining mavjudligini tadqiq qilishdan iborat.

**Tadqiqotning vazifalari.**

Noturg‘un o‘zaro umumlashgan Yukava potensiali bilan ta’sirlashuvchi zarrachalar tizimlari uchun BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjirining yechimini mavjudligini isbotlash;

Noturg‘un o‘zaro umumlashgan Yukava potensiali bilan ta’sirlashuvchi zarrachalar tizimlari rivojini ifodalovchi korrelyasion matritsalar uchun kvant kinetik tenglamalar zanjirini ifodalash va uning yechimini aniqlash;

Zich taqsimlangan ko‘p sortli noturg‘un zarrachalar tizimlari uchun BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjirini ifodalash va yechimini topish;

Zich taqsimlangan ko‘p sortli zarrachalar tizimlari uchun BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjirining soliton yechimini topishdan iborat.

**Tadqiqotning ob’ekti.**

BBGKI kvant kinetik tenglamalari zanjiri, ko‘p sortli zich taqsimlangan zarrachalar tizimlari uchun BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjiri, korrelyasion matritsalar uchun kvant kinetik tenglamalar zanjiri, zichlik matritsasi, tizim Gamil’toniani, korrelyasion matritsa, solitondan iboratdir.

**Tadqiqotning predmeti.**

BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjiri, korrelyasion matritsalar uchun kvant kinetik tenglamalar zanjiri, umumlashgan Yukava potensiali, tizim Gamil’toniani, korrelyasion matritsa, zichlik matritsasi va korrelyatsion matritsalar orachidagi bog‘lanish, soliton, shuningdek, matematik induksiya, chiziqli bo‘lmagan integro-differensial tenglamalar, matematik fizika nazariyasi, operator va integral tenglamalar kiradi.

**Tadqiqot usullari.**

Dissertatsiya ishidagi masalalarni yechishda, asosan, analitik usuldan foydalanilgan. Shuningdek, kvant nazariyasidan, yarimgruppalar nazariyasidan, differensial tenglamalar nazariyasidan, jumladan, integro-differensial tenglamalar sistemasini yechishda ketma-ket yaqinlashish usulidan ham keng foydalanilgan.

**Tadqiqotning ilmiy yangiligi.**

Chegaralangan sohada bir xil taqsimlangan o‘zaro umumlashgan Yukava potensiali bilan ta’sirlashuvchi zarrachalar tizimlari evolyutsiyasini ifodalovchi Bogolyubov-Born-Griin-Kirkvuud-Ivon kvant kinetik tenglamalar zanjirining yechimi aniqlangan;

korrelyatsion matritsalar uchun kvant kinetik tenglamalar zanjiri maxsus yo‘l bilan keltirib chiqarilgan va uning yechimi yordamchi lemmalar orqali topilgan;

o‘zaro Yukava potensiali ko‘rinishida ta’sirlashuvchi, ko‘p sortli zich taqsimlangan zarrachalar tizimi uchun Bogolyubov-Born-Griin-Kirkvuud-Ivon kvant kinetik tenglamalar zanjiriga qo‘yilgan Koshi masalasi yechilgan;

zich taqsimlangan ko‘p sortli zarrachalar tizimlari uchun Bogolyubov-Born-Griin-Kirkvuud-Ivon kvant kinetik tenglamalar zanjirining soliton yechimi aniqlangan.

**Tadqiqotning amaliy natijalari** quyidagilardan iborat:

Nazariy jixatdan, olingan natijalardan gazlar, suyuqliklar, qattiq jisimlar va plazmalarning kinetik jarayonlarini tadqiq etishda foydalanish mumkin.

Bogolyubov kinetik tenglamalar zanjirining yechimi bo‘lgan zichlik matritsasi yordamida ko‘p zarrali tizimning xarakterlovchi o‘rtacha fizik kattaliklarini aniqlash mumkin.

**Tadqiqot natijalarining ishonchliligi** yarim gruppalar nazariyasi usulidan foydalanilganligi, korrelyasion matritsalar uchun kvant kinetik tenglamalar zanjiri, matematik mulohazalarning va isbotlarning qat’iyligi bilan tasdiqlanadi. Bundan tashqari olingan dissertatsiya natijalari impakt-faktorga ega va nufuzli ilmiy jurnallarda chon etilgan hamda Xalqaro va Respublika konfrensiyalarida ma’ruza qlinganligi bilan asoslanadi.

**Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati.**

Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati, ko‘p zarrachali tizimlarning fizik, magnitik xossalarini o‘rganishda qo‘llanilishi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati gazlar, suyuqliklar, qattiq jismlar va plazmalarning kinetik jarayonlarini o‘rganish va tadqiq etishda asos sifatida xizmat qilishi bilan belgilanadi.

**Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi.**

Dissertatsiya tadqiqoti jarayonida olingan ilmiy natijalar quyidagi yo‘nalishda amaliyotga joriy qilingan:

chegaralangan sohada bir xil taqsimlangan o'zaro umumlashgan Yukava potensiali bilan ta'sirlashuvchi zarrachalar tizimlari evolyutsiyasini ifodalovchi kvant kinetik tenglamalar zanjirining yechish usullaridan YOFA-Ftex-2018-78-sonli «Amenabel bo'lmagan graflarda dinamik va termodinamik sistemalar» mavzusidagi fundamental loyihada Keli daraxtida SOS modeli uchun davriy bo'lmagan Gibbs o'lchovlarini mavjudligini tadqiq qilishda foydalanilgan (O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika institutining 2024 yil 25 dekabrdagi 2/467-sonli ma’lumotnomasi). Ilmiy natijaning qo'llanilishi beshinchi tartibli Keli daraxtida SOS modeli uchun tuzilgan funksional tenglamalar sistemasini yechimi mavjudligini isbotlash imkonini bergan;

BBGKI tenglamalar zanjirining soliton yechimini topish bilan bog‘liq olingan natijalardan F-2021-440 «Tarmoqlangan past o‘lchamli tuzilmalarda kvant zarrachalar dinamikasi va kvant tashilishi: Shaffof kvant tarmoqlarini modellashtirish va loyihalash» (2021-2026 y.) mavzusidagi fundamental loyihada zich taqsimlangan zarrachalar sistemasi delta funksiyasi ko‘rinishidagi potentsial bilan o‘zaro ta’sir qiladigan BBGKY kvant kinetik tenglamalar zanjirini qurish uchun foydalanilgan (Toshkent Kimyo xalqaro universitetining 2024 yil 25 dekabrdagi 01/2668-sonli ma’lumotnomasi). Ilmiy natijalar va taklif qilgan usuldan foydalanish tarmoqlangan tuzilmalar bo‘yicha aniqlangan chiziqli bo‘lmagan to‘lqin tenglamalarining soliton yechimlarini olishda yuzaga kelgan muammolarni hal qilishga xizmat qilgan.

**Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi.**

Mazkur tadqiqot natijalari O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi Yadro Fizika instituti “Ko‘p zarrachalar tizimlari” laboratoriyasi seminarlarida muhokama qilingan. Shuningdek, ilmiy tadqiqot ishining asosiy mazmuni, g‘oyalari va natijalari bo‘yicha bir qator xalqaro ilmiy-amaliy va ilmiy–texnik anjumanlarda ma’ruzalar qilingan va muhokamadan o‘tkazilgan. Jumladan, “Quantum theory, partial differential equations of Mathematical physics and their applications” Tashkent, (2003), “Recent Trends in Kinetic Theory and its Applications”, Kiev (2004), “Nuclear Science and its Application”, Samarqand (2012), Fransiyaning Lion universitetida o‘tkazilgan statstik mexanika bo‘yicha o‘tkazilgan (2016), Qohiradagi Zevoll fan va texnologiya shahridagi matematika va axborot fanlari bo‘yicha o‘tkazilgan, Misr (2017), “9-International Sympozium on Image processes and wavelet method”, Kars, Turkey (2017), Kiota universiteti Nazariy Fizika institutida bo‘lgan (2023) “Noturg‘un statistik mexanikaning kelajagi” nomli konferensiyada aprobatsiyadan o‘tgan.

**Tadqiqot natijalarining e’lon qilinganligi.**

Dissertatsiya mavzusi bo‘yicha jami 17 ta ilmiy ish chop etilgan. SHulardan, O‘zbekiston Respublikasi Oliy Attestatsiya komissiyasining doktorlik dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda, 7 ta maqola xorijiy 3 ta maqola Respublika jurnallarida nashr etilgan.

**Dissertatsiyaning hajmi va tuzilishi.**

Ushbu dissertatsiya ishi kirish qismi, uchta bob, xulosa hamda foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan tashkil topgan. Dissertatsiyaning hajmi betni tashkil etadi.

## DISSERTATSIYANING ASOSIY QISMI

**Kirish** qismida dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati asoslangan, tadqiqotning O'zbekiston Respublikasi fan va texnologiyalari taraqqiyotining ustuvor yo'nalishlariga mosligi ko'rsatilgan, tadqiqotning maqsad va vazifalari belgilab olingan hamda tadqiqot ob'ekti va predmeti aniqlangan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning ishonchliligi asoslab berilgan, ularning nazariy va amaliy ahamiyati ochilgan, tadqiqot natijalarini amalda joriy qilish holati, nashr etilgan ishlar va dissertatsiya tuzilishi bo'yicha ma'lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning **"Umumlashgan Yukava potensiali bilan o'zaro ta'sirlashuvchi ko'p zarrali kvant tizimlarning evolyusiyasi haqida"** deb nomlangan birinchi bobida, chegaralangan sohada joylashgan, umumlashgan Yukava potensiali orqali o'zaro ta'sirlashuvchi, massasi va zaryadi bo'yicha aynan o'xshash bo'lgan *N* ta zarralarning kvant sistemasi evolyusiyasi tadqiq qilingan.

Ushbu bobda umumlashgan Yukava potensiali $\phi(r)=\sum_{k=0}^{N} r^{k-1}\int_{\mu_0}^{\infty} e^{-\mu r} dw_k(\mu)$ (bu erda, $w_k(\mu)$-to'liq o'zgaruvchanlik bilan cheklangan o'lchov) bilan ta'sirlashuvi massalari *m*, zaryadlari *e* bo'lgan $V=|\Lambda|$hajmli chegaralangan sohadagi chekli sondagi zarralar kvant tizimi dinamikasini ifodalovchi BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjirining norelyativistik kvant nazariyasi doirasidagi yechimi aniqlanadi. Shu maqsadda BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjiri:

$$
\begin{aligned}
i\frac{\partial\rho_s^{\Lambda}(t,x_1,\dots,x_s;x_1',\dots,x_s')}{\partial t} &= [H_s^{\Lambda},\rho_s^{\Lambda}](t,x_1,\dots,x_s;x_1',\dots,x_s')+\\
&+\frac{N}{V}\left(1-\frac{s}{N}\right)Sp_x\sum_{1\le i\le s}(\phi_{i,s+1}(|x_i-x|)-\phi_{i,s+1}(|x_i'-x|))\times\\
&\times\rho_{s+1}^{\Lambda}(t,x_1,\dots,x_s,x;x_1',\dots,x_s',x),
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

uchun boshlang'ich shartli:

$$\rho_s^{\Lambda}(t,x_1,\dots,x_s;x_1',\dots,x_s')|_{t=0}=\rho_s^{\Lambda}(0,x_1,\dots,x_s;x_1',\dots,x_s') \tag{1.2}$$

Koshi masalasi yechiladi.

Ko'rilayotgan tizim Gamiltoniani quyidagicha aniqlanadi:

$$H_s^{\Lambda}(x_1,\dots,x_s)=\sum_{1\le i\le s}\left(-\frac{1}{2m}\Delta_{x_i}+u^{\Lambda}(x_i)\right)+\sum_{1\le i<j\le s}\Phi_{i,j}(|x_i-x_j|)$$

bu yerda $T_i=-\frac{\hbar^2\Delta_{x_i}}{2m}$ $i$ – zarraning kinetik energiyasi, $u^{\Lambda}(x_i)$ – sohasida tizimni saqlaydigan tashqi maydon energiyasi bo'lib, u quyidagicha aniqlangan:

$$u^{\Lambda}(x_i)=\begin{cases}0, \text{ agarda } x_i\in\Lambda\\ +\infty, \text{ agarda } x_i\notin\Lambda \text{ bo'lsa}\end{cases}$$

$\Phi_{i,j}$ esa umumlashgan Yukava potensiali.

Quyidagicha belgilashlarni kiritaylik:

$$(\mathcal{T},\rho)_s(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)=\left[\sum_{1\le i\le s}T_i,\rho_s\right](t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s);$$

$$(\mathsf{U}\rho)_s(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)=\left[\sum_{1\le i<j\le s}\phi_{i,j},\rho_s\right](t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s);$$

$$(\mathcal{H}^\Lambda\rho^\Lambda)_s(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)=[H_s^\Lambda,\rho_s^\Lambda](t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s);$$

$$\left(D_x^\Lambda\rho^\Lambda\right)_s(x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)=\rho_{s+1}^\Lambda(x_1,...,x_s,x;x'_1,...,x'_s,x);$$

$$(A_x^\Lambda\rho^\Lambda)_s(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)=\frac{N}{V}\left(1-\frac{s}{N}\right)\times$$

$$\times\sum_{1\le i\le s}(\phi_{i,s+1}(|x_i-x|)-\phi_{i,s+1}(|x'_i-x|))\rho_s^\Lambda(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s,);$$

$$\rho^\Lambda(t)=\{\rho_0,\rho_1^\Lambda(t,x_1;x'_1),.........,\rho_s^\Lambda(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s),...\},\quad \mathrm{s}=1,2,...,$$

U holda, (1.1), (1.2) masala quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\begin{gathered}i\frac{\partial}{\partial t}\rho_s^\Lambda(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)=(\mathcal{H}^\Lambda\rho^\Lambda)_s(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)+\\+\int_\Lambda\left(A_x^\Lambda D_x^\Lambda\rho^\Lambda\right)_s(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)dx,\end{gathered}\tag{1.3}$$

$$\begin{gathered}\rho_s^\Lambda(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)|_{t=0}=\rho_s^\Lambda(0,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)\equiv\\ \equiv\rho_s^\Lambda(x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s).\end{gathered}\tag{1.4}$$

Koshi masalaning yechimini topish uchun yarimgruppalar usulidan foydalanamiz:

$L_2(\Lambda^s)$ fazo $\psi_s^\Lambda(x_1,\cdots,x_s),\ x_i\in R^3(\Lambda)$ funksiyaning Gilbert fazosi, va $B_s^\Lambda$ fazo esa $L_2(\Lambda^s)$ da musbat aniqlangan, o‘z-o‘ziga akslantiruvchi $\rho_s^\Lambda(x_1,\cdots,x_s;x'_1,\cdots,x'_s)$ operatorlarning banax fazosi bo‘lsin

$$(\rho_s^\Lambda\psi_s^\Lambda)(x_1,\cdots,x_s)=\int_\Lambda\rho_s^\Lambda(x_1,\cdots,x_s;x'_1,\cdots,x'_s)\psi_s^\Lambda(x_1,\cdots,x_s)dx'_1\cdots dx'_s$$

Operatorning normasi quyidagicha aniqlangan:

$$\left|\rho_s^\Lambda\right|_1=\sup\sum_{1\le i\le\infty}\left|\left(\rho_s^\Lambda\psi_i^\Lambda,\varphi_i^\Lambda\right)\right|$$

bu yerda yuqori chegara, $L_2(\Lambda^s),\ s\ge1$ va $\left|\rho_0^\Lambda\right|_1=\left|\rho_0^\Lambda\right|$ da zich taqsimlangan, ikki marta differensiallanuvchi chekli (finit) $\{\psi_i^s\}$ va $\{\varphi_i^s\}$ funksiyalarning barcha ortonormallashgan tizimlari bo‘yicha olinadi.

Faraz qilaylik, $\rho_s^\Lambda(t)$ va $H_s^\Lambda$ operatorlar $L_2(\Lambda^s)$ fazoda nolga teng chegaraviy shart bilan ta'sir qilsin.

$B^\Lambda$ quyidagi yadroviy operatorlar ketma-ketligining Banax fazosi bo'lsin:

$$\rho^\Lambda=\{\rho_0^\Lambda,\rho_1^\Lambda(x_1;x_1'),...,\rho_s^\Lambda(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'),...\},\ \rho_s^\Lambda\subset B_s^\Lambda$$

bu yerda $\rho_0^\Lambda$ kompleks, $s_0$ – chekli son, $s>s_0$ da $\rho_s^\Lambda(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')=0$,

$B^\Lambda$ fazoda norma quyidagi ko'rinishda bo'lsin: $\left|\rho^\Lambda\right|_1=\sum_{s=0}^{\infty}\left|\rho_s^\Lambda\right|_1$.

$\phi(r)=\sum_{k=0}^{N}r^{k-1}\int_{\mu_0}^{\infty}e^{-\mu r}dw_k(\mu)$ umumlashgan Yukava potensiali bo'lib, $-\Delta+\phi$ Gamiltonian $D(-\Delta)$ sohada muhim o'z-o'ziga akslantiruvchi (существенное самосопряженный) operator bo'ladi.

Aytaylik, $\tilde{B}_s^\Lambda$ – tizim, $B_s^\Lambda$ fazoning $B_s^\Lambda\cap D(H_s^\Lambda)\otimes D(H_s^\Lambda)$ qismidagi "yaxshi" elementlarining zich tizimi bo'lsin, bu yerda $\otimes$ – algebraik tenzor ko'paytma va $D(H_s^\Lambda)$ esa $H_s^\Lambda$ operatorning aniqlanish sohasini anglatadi.

$B^\Lambda$ fazada quyidagi operatorlarni ko'rib chiqamiz:

$$(\Omega^\Lambda\rho^\Lambda)_s(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')=\frac{N}{V}\left(1-\frac{s}{N}\right)\times$$

$$\times\int_\Lambda\sum_i\rho_{s+1}^\Lambda(x_1,...,x_s,x;x_1',...,x_s',x)g_i^1(x)\tilde{g}_i^1(x)dx,$$

$$U^\Lambda(t)\rho_s^\Lambda(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')=$$

$$=(e^{\Omega^\Lambda}e^{-iH^\Lambda t}e^{-\Omega^\Lambda}\rho^\Lambda e^{iH^\Lambda t})_s(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'), \tag{1.5}$$

U holda BBGKI zanjiriga qo'yilgan Koshi masalasi uchun quyidagi teorema o'rinli bo'ladi:

**Teorema.** $N$ zarrachali tizimlar zarrachalari orasidagi potensial $\phi(r)=\sum_{k=0}^{N}r^{k-1}\int_{\mu_0}^{\infty}e^{-\mu r}dw_k(\mu)$ umumlashgan Yukava potensiali ko'rinishiga ega bo'lsin. U holda, $B^\Lambda$ fazoda zich taqsimlangan $\tilde{B}^\Lambda$ fazodagi infinitezimal (cheksiz kichik) generatori $-i(\mathcal{H}^\Lambda+Sp_xA_x^\Lambda D_x^\Lambda)$ bilan ustma-ust tushadigan, $U^\Lambda(t)$ operatorlar $B^\Lambda$ fazoda kuchli uzluksiz chegaralangan operatorlarning yarimgruppasini aniqlaydi.

***Isboti:*** Teorema isboti to'rt bosqichda amalga oshiriladi:

1. $U^\Lambda(t)$ operator $B^\Lambda$ fazada chegaralanganligi,
2. $B^\Lambda$ fazoda $U^\Lambda(t)$ operator kuchli uzluksizligi,

3. $B^{\Lambda}$ fazoda $U^{\Lambda}(t)$ operator gruppa xossalarini qanoatlantirishi, ya'ni $U^{\Lambda}(t_1)U^{\Lambda}(t_2)\rho^{\Lambda} = U^{\Lambda}(t_1+t_2)\rho^{\Lambda}$ tenglik o'rinli bo'lishi,

4. $U^{\Lambda}(t)$ operatorning $B^{\Lambda}$ fazoda aniqlangan generatori $\widetilde{B}^{\Lambda}$ fazodagi $-i(\mathcal{H}^{\Lambda} + Sp_x A_x^{\Lambda} D_x^{\Lambda})$ bilan ustma-ust tushishi isbotlangan.

Demak, $\rho_s^{\Lambda}(,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') \subset \widetilde{B}_s^{\Lambda}$ uchun, (1.5) – (1.6) Koshi masalasining yagona yechimi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\rho_s^{\Lambda}(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') = \left(U^{\Lambda}\left(t\right)\right)\rho^{\Lambda})_s(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') =$$

$$= \left(e^{\Omega(\Lambda)}e^{-H^{\Lambda}t}e^{-\Omega(\Lambda)}\rho^{\Lambda}e^{iH^{\Lambda}t}\right)_s\left(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'\right)$$

$U^{\Lambda}(t)$ gruppaning cheksiz kichik generatori ushbu (1.1) BBGKI zanjirining o'ng tomoniga mos tushishi ko'rsatilgan.

Dissertatsiyaning ikkinchi bobi **"Korrelyasion matritsalar uchun umumlashgan Yukava potensiali bilan ta'sirlashuvchi zarrachalar tizimi kvant kinetik tenglamalari ierarxiyasining yechimi"** deb nomlangan bo'lib, dissertatsiyaning ushbu bobida korrelyasion matritsalar uchun kvant kinetik tenglamalar zanjiri hosil qilingan. Noturg'un o'zaro umumlashgan Yukava potensiali bilan ta'sirlashuvchi zarrachalar tizimi uchun BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjirining yechimi mavjudligi isbotlangan.

BBGKI zanjirini plazma fizikasiga qo'llash, nochiziq Shredinger va Gross-Pitaevskiy tenglamalarini turli fizik jarayonlarga tatbiqi, hamda kvant ma'lumotlari va kvant hisoblashlarining rivojlanishi bilan bog'liq holda, korrelyasion matritsalar va ularning xossalarini o'rganishning ham ahamiyati oshdi.

Korrelyasion matritsalar uchun kvant kinetik tenglamalar zanjirini BBGKI kinetik tenglamalar zanjiridan

$$i\frac{\partial}{\partial t}\rho_s^{\Lambda}(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') = \left(\mathcal{H}^{\Lambda}\rho^{\Lambda}\right)_s(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') +$$

$$+\int_{\Lambda}\left(A_x^{\Lambda}D_x^{\Lambda}\rho^{\Lambda}\right)_s(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')dx. \qquad (2.1)$$

keltirib chiqarish uchun quyidagi zichlik matritsalar ketma-ketligi

$$\rho(t) = \left\{\rho_0, \rho_1^{\Lambda}(t,x_1;x_1'),...,\rho_s^{\Lambda}(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'),...\right\} \qquad (2.2)$$

va korrelyasion matritsalar ketma-ketligi

$$\varphi = \left\{\varphi_0, \varphi_1(x_1;x_1'),...,\varphi_s(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'),...\right\}, \quad s \geq 1 \qquad (2.3)$$

orasidagi bog'lanishdan foydalanamiz.

$$\rho(t) = \Gamma\varphi(t) = I + \varphi(t) + \frac{\varphi(t)*\varphi(t)}{2!} + ... + \frac{\left(*\varphi(t)\right)^n}{n!} + ..., \qquad (2.4)$$

$\Gamma$ ifodalashga teskari $\Gamma^{-1}$ mavjud (logarifmga to'g'ri keladi)

$$\Gamma^{-1}\left(I+\varphi'(t)\right)=I+\varphi'(t)+\frac{\varphi'(t)*\varphi'(t)}{2!}+\ldots+\frac{\left(*\varphi'(t)\right)^{n}}{n!}+\ldots,\quad \varphi'(t)\in B_{+}^{\Lambda}$$

bu yerda

$$(\varphi*\varphi)\left(X\right)=\sum_{Y\subset X}\varphi(Y)\varphi(X/Y) \tag{2.5}$$

$X=(x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s), Y=(x_1,...,x_{s'};x'_1,...,x'_{s'}),\quad s'\in s, s=1,2,...,N$ va

$$I*\varphi=\varphi,\qquad (*\varphi)^{s}=\underbrace{\varphi*\varphi*...*\varphi}_{s\ \text{та}},\quad s\ \text{marta;}$$

$$\Gamma\left(-\varphi(t)\right)*\Gamma\left(\varphi(t)\right)=I \tag{2.6}$$

(2.4) $B_{+}^{\Lambda}$ fazosi elementlarini $I+B_{+}^{\Lambda}$ fazosi elementlari bilan ifodalash imkonini beradi.

(2.4)dan foydalanib quyidagi munosabatlar aniqlanadi

$$\frac{\partial}{\partial t}\Gamma\varphi(t)=\frac{\partial}{\partial t}\varphi(t)*\Gamma\varphi(t),\qquad \mathcal{T}\Gamma\varphi(t)=\mathcal{T}\varphi(t)*\Gamma\varphi(t), \tag{2.7}$$

$$D_x^{\Lambda}\Gamma\varphi(t)=D_x^{\Lambda}\varphi(t)*\Gamma\varphi(t),\qquad A_x^{\Lambda}\Gamma\varphi(t)=A_x^{\Lambda}\varphi(t)*\Gamma\varphi(t), \tag{2.8}$$

$$A_x^{\Lambda}D_x^{\Lambda}\Gamma\varphi(t)=A_x^{\Lambda}D_x^{\Lambda}\varphi(t)*\Gamma\varphi(t)+A_x^{\Lambda}\varphi(t)*D_x^{\Lambda}\varphi(t)*\Gamma\varphi(t), \tag{2.9}$$

$$\Phi\Gamma\varphi(t)=\Phi\varphi(t)*\Gamma\varphi(t),\qquad \mathsf{W}\Gamma\varphi(t)=\mathsf{W}\varphi(t)*\Gamma\varphi(t), \tag{2.10}$$

bu yerda $\mathsf{W}(\varphi,\varphi)$ ni quyidagi ko‘rinishda aniqlash mumkin:

$$(\mathsf{W}(\varphi,\varphi))_s(X)=\sum_{Y\subset X}\Phi(Y;X\setminus Y)\varphi(Y)\varphi(X\setminus Y), \tag{2.11}$$

$$(\Phi(Y;X\setminus Y)=\sum_{x_i\in Y,\,x_j\in X\setminus Y}\phi_{i,j}(\left|x_i-x_j\right|)-\sum_{x'_i\in Y,\,x'_j\in X\setminus Y}\phi_{i,j}(\left|x'_i-x'_j\right|)$$

(2.7) - (2.10) larni (2.1) tenglamaga qo‘yib quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}i\frac{\partial}{\partial t}\varphi_s^{\Lambda}(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)&=\left(H^{\Lambda}\varphi_s^{\Lambda}\right)(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)+\\&+\frac{1}{2}\mathsf{W}\left(\varphi^{\Lambda},\varphi^{\Lambda}\right)_s(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)+\int_{\Lambda}A_x^{\Lambda}D_x^{\Lambda}\varphi_s^{\Lambda}(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)dx+\\&+\int_{\Lambda}\left(A_x^{\Lambda}\varphi^{\Lambda}*D_x^{\Lambda}\varphi^{\Lambda}\right)_s(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)dx,\end{aligned} \tag{2.12}$$

bu tenglama korrelyasion matritsalar uchun kvant kinetik tenglamalar zanjirini ifodalaydi.

Bu tenglamalar zanjirini yechish uchun quyidagi munosabatdan foydalanamiz

$$\Gamma e^{\Omega}\varphi=e^{\Omega}\Gamma\varphi, \tag{2.13}$$

Biz quyidagicha kvant operatorini kiritaylik:

$$U'^{\Lambda}(t)\varphi_s^{\Lambda}(0,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') = \Gamma\exp(\Omega^{\Lambda})\Gamma^{-1}\times$$
$$\times\left[\exp\left(iH^{\Lambda}t\right)\Gamma\left(\exp(-\Omega^{\Lambda})\Gamma^{-1}\Gamma\,\varphi_s(0,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')\right)\exp\left(-iH^{\Lambda}t\right)\right]$$

U holda quyidagi teorema o‘rinli bo‘ladi:

**Teorema**. Agar tizim zarrachalari orasidagi potensial $\phi(r)=\sum_{k=0}^{N} r^{k-1}\int_{\mu_0}^{\infty} e^{-\mu r} dw_k(\mu)$ umumlashgan Yukava potensiali bo‘lsa, u holda $B^{\Lambda}$ fazoning hamma joyda zich bo‘lgan $\tilde{B}_+^{\Lambda}$ fazodagi infinitezimal generatori $-i\left(H^{\Lambda}+\frac{1}{2}W^{\Lambda}+\int_{\Lambda} A_x^{\Lambda}D_x^{\Lambda}dx+\int_{\Lambda} A_x^{\Lambda}*D_x^{\Lambda}dx\right)$ bilan ustma-ust tushadigan $U'^{\Lambda}(t)$ operatorlar, $B^{\Lambda}$da kuchli uzluksiz, chegaralangan operatorlarning yarimgruppasini aniqlaydi.

*Bu teorema I bobdagi teorema kabi, to‘rt bosqichda isbotlanadi.*

(2.4) bog‘lanish va $\Gamma^{-1}\Gamma\varphi(t)=\varphi(t)$ ekanligidan foydalanib, zichlik matritsasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\rho_s^{\Lambda}\left(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'\right)=\Gamma\varphi_s^{\Lambda}\left(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'\right)=\Gamma\exp(\Omega^{\Lambda})\Gamma^{-1}\times$$
$$\times\left[\exp\left(iH^{\Lambda}t\right)\Gamma\left(\exp(-\Omega^{\Lambda})\Gamma^{-1}\,\Gamma\varphi_s^{\Lambda}(0,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'\right)\exp\left(-iH^{\Lambda}t\right)\right]= \qquad (2.14)$$
$$=\Gamma\exp(\Omega^{\Lambda})\Gamma^{-1}\left[\exp\left(iH^{\Lambda}t\right)\Gamma\left(\exp(-\Omega^{\Lambda})\,\varphi_s^{\Lambda}(0,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'\right)\exp\left(-iH^{\Lambda}t\right)\right].$$

(2.14) ni $G^{-1}$ ga nisbatan almashtirish yordamida quyidagini xosil qilamiz:

$$\varphi_s^{\Lambda}(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')=\exp(\Omega^{\Lambda})\Gamma^{-1}\left[\exp\left(iH^{\Lambda}t\right)\Gamma\left(\exp(-\Omega^{\Lambda})\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\varphi_s(0,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')\exp\left(-iH^{\Lambda}t\right)\right]\ . \qquad (2.15)$$

$D\left(H_s^{\Lambda}\right)$ to‘plamda yarimgruppaning generatori $-i\left(H^{\Lambda}+\frac{1}{2}W^{\Lambda}+\int_{\Lambda} A_x^{\Lambda}D_x^{\Lambda}dx+\int_{\Lambda} A_x^{\Lambda}*D_x^{\Lambda}dx\right)$ bilan mos keladi (bir xil bo‘ladi).

Shunday qilib, (2.15) ifoda $D\left(-\sum_{-1\le i\le s}\Delta_{x_i}\right)$da, umumlashgan Yukava potensialli korrelyasion matritsalar uchun kinetik tenglamalar zanjirining yagona yechimi.

Dissertatsiyaning uchinchi bobi **“Zich taqsimlangan ko‘p sortli tizimlar uchun Bogolyubov-Born-Grin-Kirkvud-Ivon kvant kinetik tenglamalar zanjirining yechimlari”** deb nomlangan bo‘lib, dissertatsiyaning ushbu bobida o‘zaro Yukava potensiali ko‘rinishida ta’sirlashuvchi, ko‘p sortli zich taqsimlangan zarrachalar tizimi uchun Bogolyubov-Born-Grin-Kirkvud-Ivon kvant kinetik tenglamalar zanjiriga qo‘yilgan Koshi masalasi yechimi aniqlangan.

Tabiatda moddalar turli sortli zarralardan iborat bo‘lgani uchun bunday ko‘p sortli zarralardan iborat tizimlar dinamikasini o‘rganish tabiiydir. Bunday tizimlar dinamikasini BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjiri yordamida o‘rganish mumkin:

$$i\frac{\partial\rho^{\Lambda}_{a_1\ldots a_s}(t,x_1,\ldots,x_s;x'_1,\ldots,x'_s)}{\partial t}=[H^{\Lambda}_{a_1\ldots a_s},\rho^{\Lambda}_{a_1\ldots a_s}](t,x_1,\ldots,x_s;x'_1,\ldots,x'_s)+$$
$$+\frac{\sum_{1\le a_{s+1}\le M}(N_{a_{s+1}}-\sum_{a_k=a_1\ldots a_s}N_{a_{s+1}}\delta(a_{s+1}-a_k))}{V}\times$$
$$\times\sum_{\substack{a_k=a_1\ldots a_s\\ i_k=1,2,\ldots,N_{a_s}}}Sp_x(\phi_{\substack{a_k,a_{s+1}\\ i_k}}(|x_{a_k,i_k}-x|)-\phi_{\substack{a_k,a_{s+1}\\ i_k}}(|x'_{a_k,i_k}-x|))\times$$
$$\times\rho^{\Lambda}_{a_1\ldots a_s,a_{s+1}}(t,x_1,\ldots,x_s,x;x'_1,\ldots,x'_s,x). \qquad (3.1)$$
$$\rho^{\Lambda}_{a_1\ldots a_s}(t,x_1,\ldots,x_s;x'_1,\ldots,x'_s)\Big|_{t=0}=\rho^{\Lambda}_{a_1\ldots a_s}(0,x_1,\ldots,x_s;x'_1,\ldots,x'_s) \qquad (3.2)$$

boshlang‘ich shart bilan yechiladigan BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjiri bilan tavsiflanadi.

Ko‘rilayotgan tizimning Gamiltoniani quyidagicha aniqlangan:

$$H^{\Lambda}_{a_k}=\sum_{\substack{a_k=a_1\ldots a_s\\ i_k=i_1\ldots i_s}}\left(-\frac{1}{2m_{a_k,i_k}}\Delta_{x_{a_k,i_k}}+u^{\Lambda}\left(x_{a_k,i_k}\right)\right)+\frac{1}{2}\sum_{\substack{a_k,a_p=a_1\ldots a_s,\\ i_k=1,2,\ldots N_{a_k},\ i_p=1,2,\ldots N_{a_p}}}\left(Ze\cdot Ze\cdot\Phi\right)_{\substack{a_k,a_p\\ i_k,i_p}},$$

bu yerda $\Delta_{x_{a_k,i_k}}$ –Laplasian, $\Delta_{x_{a_k,i_k}}=\frac{\partial^2}{\partial(x^1_{a_k,i_k})^2}+\frac{\partial^2}{\partial(x^2_{a_k,i_k})^2}+\frac{\partial^2}{\partial(x^3_{a_k,i_k})^2}$,

$\phi(r)=\sum_{k=0}^{N}r^{k-1}\int_{\mu_0}^{\infty}e^{-\mu r}dw_k(\mu)$ va $u^{\Lambda}(x_{a_k,i_k})$ esa $\Lambda$ sohada tizimni saqlaydigan tashqi maydon bo‘lib,

$$u^{\Lambda}(x_{a_k,i_k})=\begin{cases}0\ , & agar\ \ x_{a_k,i_k}\in\Lambda\\ \infty, & agar\ \ x_{a_k,i_k}\notin\Lambda\end{cases}$$

biz tashqi maydon nol bo‘lgan xolni ko‘ramiz. Bu yerda $\phi_{\substack{a_k,a_p\\ i_k,i_p}}$ – simmetrik.

(3.1) va (3.2) orqali Koshi masalasining yechimini topish uchun I-bobdagidek yarimgruppalar usulidan foydalanamiz.

U holda quyidagi teorema o‘rinli bo‘ladi

**Teorema.** Zarrachalar tizimining zarralari orasidagi potensiali Yuqava potensiali $\phi(r)=\sum_{k=0}^{N}r^{k-1}\int_{\mu_0}^{\infty}e^{-\mu r}dw_k(\mu)$ ko‘rinishda bo‘lsin. U holda, $B^{\Lambda}_s$ fazoda zich taqsimlangan $\tilde{B}^{\Lambda}_{+}-$ fazodagi cheksiz kichik generatori $-i(H_{a_1\ldots a_s}{}^{\Lambda}+Sp_xA^{\Lambda}_xD^{\Lambda}_x)$ bilan ustma-ust tushadigan, $U^{\Lambda}(t)$ operatorlar $B^{\Lambda}$ fazoda kuchli uzluksiz, chegaralangan operatorlarning yarimgruppasini aniqlaydi.

*Bu teorema I bobdagi kabi, to‘rt bosqichda isbotlanadi.*

Demak, $\rho^{\Lambda}_{a_1...a_s}(,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)\in\tilde{B}^{\Lambda}_s$ uchun, (3.2) – (3.1) Koshi masalasining yagona yechimi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\rho^{\Lambda}_{a_1...a_s}(t,x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)=\left(U^{\Lambda}(t)\rho^{\Lambda}\right)_{a_1...a_s}(x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s)=$$

$$=\left(e^{\Omega^{\Lambda}}e^{-iH^{\Lambda}t}e^{-\Omega^{\Lambda}}\rho^{\Lambda}e^{iH^{\Lambda}t}\right)_{a_1...a_s}\left(x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s\right).$$

Ushbu bobning davomida o‘zaro ta’sirlashuvchi potensiali delta funksiya ko‘rinishidagi, ko‘p sortli zich taqsimlangan zarrachalar tizimi uchun Bogolyubov-Born-Grin-Kirkvud-Ivon (BBGKI) kvant kinetik tenglamalar zanjiri tuzilgan va uning soliton yechimi aniqlangan. BBGKI kvant kinetik tenglamalar zanjirini yechish masalasi  nochizik Shredinger tenglamalarini yechishga keltirilgan. Nochizik SHredinger tenglamalarining soliton yechimi orkali Bogolyubov-Born-Grin-Kirkvud-Ivon zanjirining soliton yechimi aniqlangan.

Ma’lumki, gazlar, suyuqliklar, qattiq jism va plazmalardagi kinetik jarayonlarni o‘rganishning eng samarali usuli bu - kinetik tenglamalarini tuzish va ularning yechimlariga asosan so‘nggi tahlil usuli hisoblanadi.

Dissertatsiyaning bu bo‘limida yuqoridagi bo‘limlardan farqli ravishda zich joylashgan ko‘p sortli zarralar tizimi uchun Bogolyubov-Born-Grin-Kirkvud-Ivon kvant kinetik tenglamalar zanjirining soliton yechimini topish masalasini ko‘ramiz.

(3.1) zanjirni yechish uchun ikkinchi bobdagi singari belgilashlardan hamda zichlik matritsasi va korrelyasion matritsalar orasidagi bog‘lanishdan foydalanamiz. Faqat bu yerda zarrachalar tizimi ko‘p sortli ekanligini etiborga olgan holda belgilashlar va qo‘shimcha tengliklarni yana bir bor tekshirib (3.1) tenglamaga qo‘yamiz va $\varphi_{a_1...a_s}(t,\ X)$ korrelyasion matritsa uchun quyidagi tenglamaga ega bo‘lamiz:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\varphi_{a_1...a_s}(t)(X)=\left(H\varphi\right)_{a_1...a_s}(t,X)+\frac{1}{2}W(\varphi_{a_1...a_s},\ \varphi_{a_1...a_s})(t,X)+$$
$$+Sp_x\mathrm{A}_x\mathrm{D}_x\varphi_{a_1...a_s}(t,X)+Sp_x\mathrm{A}_x\varphi_{a_1...a_s}*\mathrm{D}_x\varphi_{a_1...as}(t,X) \qquad (3.3)$$

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz

$$\Phi_{a_i,a_j}=\vartheta\theta_{a_i,a_j} \qquad (3.4)$$

$$\varphi_{a_1...a_s,n}(t,\ X)=\vartheta^{\text{n-1}}\psi_{a_1...a_s,n}(t,\ X)\,. \qquad (3.5)$$

(3.4) va (3.5) ni (3.3) tenglamaga qo‘ysak quyidagi tenglamani olamiz:

$$i\frac{\partial\psi_{a_1...a_s,n}(t,X)}{\partial t}=\left[\sum_{i=1}^{n}T_i\psi_{a_1...a_s,n}(t,\ X)\right]+\vartheta\left(U\psi_{a_1...a_s,n}\right)(t,X)+$$
$$+\frac{\vartheta^2}{2}(W(\psi_{a_1...a_s},\psi_{a_1...a_s}))_n(t,X)+\vartheta^2Sp_{\mathrm{x}}(\mathrm{A}_{\mathrm{x}}\mathrm{D}_{\mathrm{x}}\psi_{a_1...a_s,n})(t,X)+$$
$$+\vartheta Sp_{\mathrm{x}}(\mathrm{A}_{\mathrm{x}}\psi_{a_1...a_s}*\mathrm{D}_{\mathrm{x}}\psi_{a_1...a_s})_n(t,X). \qquad (3.6)$$

Bu tenglamalarning yechimini quyidagi qator ko‘rinishida izlaymiz:

$$\psi_{a_1\ldots a_s,n}(t,X)=\sum_{\mu}\vartheta^{\mu}\psi^{\mu}_{a_1\ldots a_s,n}(t,X) \tag{3.7}$$

bu yerda $n$=1, 2, 3, …, $\mu$=0, 1, 2, ….

(3.7) ifodani (3.6) tenglamaga qo‘yamiz va $\vartheta$ ning bir xil darajali hadlari oldidagi koeffitsientlarni tenglashtirib, quyidagi tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}+L_1\right)\psi^0_{a_1,1}(t)=0, \tag{3.8}$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}+L_1+L_2\right)\psi^0_{a_1,a_2,2}(t)=S^0_2,$$

…………………………………..

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n}L_i\right)\psi^m_{a_1\ldots a_s,n}(t)=S^m_n.$$

bu yerda

$$L_1\psi^0_{a_1,1}(t)=\frac{\Delta_{x'_1}-\Delta_{x_1}}{2}\psi^0_{a_1,1}(t,x_1;x'_1)\text{-}$$

$$-N_{a_1}Sp_x\left(\theta(x_1-x)-\theta(x'_1-x)\right)\psi^0_{a_1,1}(t,x_1;x'_1)\psi(t,x;x);$$

$$L_i\psi^{\mu}_{a_1\ldots a_s,n}(t)=\frac{\Delta_{x'_i}-\Delta_{x_i}}{2}\psi^{\mu}_{a_1\ldots a_s,n}(t,X)\text{-}\,Sp_x\sum_{1\le a_{s+1}\le M}N_{a_{s+1}}\sum_{\substack{a_p=a_1\ldots a_s\\ i_p=i_1\ldots i_s}}(\theta(x_{a_p,i_p}-x)-$$

$$-\theta(x'_{a_p,i_p}-x))\psi^{\mu}_{a_1\ldots a_s,n}(t,X)\psi(t,x;x) \tag{3.9}$$

$$S^m_n=(U\psi^{\mu-1}_{a_1\ldots a_s,n}(t))(X)+\frac{1}{2}\sum_{\eta_1+\eta_2=\mu}(W(\psi^{\eta_1}_{a_1\ldots a_s}(t),\psi^{\eta_2}_{a_1\ldots a_s}(t))_n(X)+$$

$$+\vartheta\,Sp_x\sum_{1\le a_{s+1}\le M}N_{a_{s+1}}(A_xD_x\psi^{\mu-1}_{a_1\ldots a_s,n}(t))(X)+$$

$$+\vartheta Sp_x\sum_{\substack{1\le a_{s+1}\le M\\ \eta_1+\eta_2=\mu}}N_{a_{s+1}}(A_x\psi^{\eta_1}_{a_1\ldots a_s}(t)*D_x\psi^{\eta_2}_{a_1\ldots a_s}(t))(X)$$

(3.8) tenglama fon-Noyman tenglamasi deb ataladi. Bizga ma’lumki, $\psi_{a_1\ldots a_s,n}(t)=\sum_{\mu}\vartheta^{\mu}\psi^{\mu}_{a_1\ldots a_s,n}(t)$ qator (3.9) tenglamalarning yechimi. Bu yerda $\psi^0_{a_1,1}(t)$ – (3.8) fon-Noyman tenglamasining yechimi, $\psi^{\mu}_{a_1\ldots a_s,n}(t)$ esa quyidagi formulalar asosida aniqlanadi:

$$\psi^{\mu}_{a_1\dots a_s,n}(t,\ X)=\int dY\int_{-\infty}^{t}dt'S^{\mu}_{n}(t',\ Y)\quad\prod_{1\le i\le n}G(t-t',\ X\setminus Y)$$

Fon-Noyman tenglamasini ko‘rib chiqamiz:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi^0_{a_1}(t,x_1;x'_1)=-\frac{1}{2}(\Delta_{x_1}\psi^0_{a_1}(t,x_1;x'_1)-\Delta_{x'_1}\psi^0_{a_1}(t,x_1;x'_1))+$$

$$+Sp_x\left(\theta(x_1-x)-\theta(x'_1-x)\right)\psi^0_{a_1}\left(t,x_1;x'_1\right)\psi^0_{a_1}\left(t,x;x\right) \tag{3.10}$$

$\psi^0_{a_1}$ zichlik matritsasini quyidagi formulada keltirilgani kabi aniqlaymiz:

$$\psi^0_{a_1}\left(t,x_1,x'_1\right)=\sum_{p,p'}\tilde{\varphi}_{a_1}\left(t,x_1\right)C(p)\tilde{\varphi}^*_{a_1}\left(t,x'_1\right)C^*(p') \tag{3.11}$$

bu yerda $\sum_{p,p'}C(p)C^*(p')=1.$

(3.11) ifodani (3.10) tenglamaga qo‘yamiz va $\Theta\left(x_i-x_j\right)$ ni $\delta\left(x_i-x_j\right)$ sifatida qabul qilib, quyidagi tenglamalarni hosil qilamiz:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\tilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1)=-\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\tilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1)+2c\tilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1)\left|\tilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1)\right|^2, \tag{3.12}$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\tilde{\varphi}^*_{a_1}(t,x'_1)=\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\tilde{\varphi}^*_{a_1}(t,x'_1)+2c\tilde{\varphi}^*_{a_1}(t,x'_1)\left|\tilde{\varphi}^*_{a_1}(t,x'_1)\right|^2. \tag{3.13}$$

Bizga ma’lumki, $s>0$ bo‘lganda (3.12) tenglamalarning yechimi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi: [B.E.Zaxarov, A.B.Shabat]

$$\tilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1)=\sqrt{\frac{2}{c}}\,\frac{(\lambda+i\nu)^2+\exp[2\nu(x_1-x_0-2\lambda t)]}{1+\exp[2\nu(x_1-x_0-2\lambda t)]} \tag{3.14}$$

bu yerda $\nu$ - tezlik, $\lambda-$ amplituda. $\nu$ tezlik $\lambda$ amplituda bilan quyidagicha bog‘langan: $\nu=\sqrt{1-\lambda^2}$ .

Bu erda,

$$\frac{c}{2}\left|\tilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1)\right|^2=1-\frac{\nu^2}{ch^2\nu(x_1-x_0-2\lambda t)}$$

va $\int\left|\tilde{\varphi}(t,x)\right|^2dx=n$ ifodalar e’tiborga olingan. *n* – tizimdagi zarralar soni.

(3.12) nochiziq Shredinger tenglamalarining (3.14) soliton yechimlari yordamida fon-Noyman tenglamasini soliton yechimlari bo‘lgan $\psi^0_{a_1}$ ni yuqoridagi (3.11) formula orqali quyidagicha aniqlash mumkin:

$$\psi^0_{a_1}(t,x_1,x'_1)=\sum_{p,p'}C(p)\,\tilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1)\,\tilde{\varphi}_{a_1}*(t,x'_1)C*(p'),$$

bu yerda $p=m\nu$ .

So‘ngra (3.4) va (3.5) almashtirishlar yordamida $\varphi_{a_1 \dots a_s, n}(t, X)$ korrelyatsion matritsani aniqlash mumkin. Keyin korrelyatsion matritsa va zichlik matritsasi orasidagi munosabatdan foydalangan holda, Bogolyubov kvant kinetik tenglamalar zanjiri soliton yechimi hisoblangan $\rho_{a_1 \dots a_s, n}(t, X)$ zichlik matritsani aniqlash mumkin.

## XULOSA

Dissertatsiya ishi umumlashgan Yukava potensiali bilan o‘zaro ta’sirlashuvchi ko‘p zarrali kvant tizimlarning evolyusiyasi, shuningdek, korrelyasion matritsalar uchun umumlashgan Yukava potensiali bilan ta’sirlashuvchi zarrachalar tizimi kvant kinetik tenglamalari ierarxiyasining yechimi, zich taqsimlangan ko‘p sortli tizimlar uchun Bogolyubov-Born-Grin-Kirkvud-Ivon kvant kinetik tenglamalar zanjirining soliton yechimini topishga bag‘ishlangan.

Ushbu dissertatsiya ishida quyidagi asosiy natijalar olindi:

1. Chegaralangan sohada joylashgan, umumlashgan Yukava potensiali orqali o‘zaro ta’sirlashuvchi, massasi va zaryadi bo‘yicha aynan o‘xshash bo‘lgan $N$ ta zarralarning kvant tizimlari evolyusiyasi tadqiq qilindi;
2. Bogolyubov-Born-Grin-Kirkvud-Ivon kvant kinetik tenglamalar zanjiri yadro operatorlar ketma-ketligi fazosida ko‘rilgan va yarimgruppalar nazariyasi yordamida, umumlashgan Yukava potensialli Bogolyubov-Born-Grin-Kirkvud-Ivon kvant kinetik tenglamalar zanjirining yagona yechimi mavjudligi isbotlandi;
3. Korrelyasion matritsalar uchun kvant kinetik tenglamalar zanjiri hosil qilindi;
4. Korrelyasion matritsalar uchun noturg‘un o‘zaro umumlashgan Yukava potensiali bilan ta’sirlashuvchi zarrachalar tizimi Bogolyubov-Born-Grin-Kirkvud-Ivon kvant kinetik tenglamalar zanjirining yechimi mavjudligi isbotlandi;
5. o‘zaro Yukava potensiali ko‘rinishida ta’sirlashuvchi, ko‘p sortli zich taqsimlangan zarrachalar tizimi uchun Bogolyubov-Born-Grin-Kirkvud-Ivon kvant kinetik tenglamalar zanjiriga qo‘yilgan Koshi masalasi yechimi aniqlandi.
6. o‘zaro ta’sirlashuvchi potensiali delta funksiya ko‘rinishidagi, ko‘p sortli zich taqsimlangan zarrachalar tizimi uchun Bogolyubov-Born-Grin-Kirkvud-Ivon kvant kinetik tenglamalar zanjiri tuzildi va uni yechish masalasi nochizik Shredinger tenglamalarini yechishga keltirildi va nochizik Shredinger tenglamalarining soliton yechimi orqali Bogolyubov-Born-Grin-Kirkvud-Ivon zanjirining soliton yechimi aniqlandi.

Dissertatsiya ishida nazariy jihatdan bajarilgan masalalarning tatbiqi, ayrim amaliy masalalarni hal qilishda, shuningdek, ushbu ilmiy ishda yechilgan masalalarning xarakteriga yaqin bo‘lgan muhim masalalarni hal qilishda katta ahamiyat kasb etadi.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА
ИМЕНИ МИРЗО УЛУГБЕКА**

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА**

**АВАЗОВ УМАРБЕК ОТАБАЕВИЧ**

# РЕШЕНИЕ ЦЕПОЧКИ КВАНТОВЫХ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ОБОБЩЕННЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ ЮКАВЫ

**01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика
(физико-математические науки)**

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

**Ташкент – 2025**

**Тема диссертации на соискание степени доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинета Министров Республики Узбекистон за B2018.2. PhD/FM215.**

Диссертация выполнена в Институте ядерной физики Академии Наук Республики Узбекистан.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://ik-fizmat.nuu.uz/) и информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

| | |
|---|---|
| **Научный руководитель:** | **Расулова Мухаё Юнусовна**<br>доктор физико-математических наук, профессор |
| **Официальные оппоненты:** | **Касимов Шакирбай Гаппарович**<br>доктор физико-математических наук, профессор |
| | **Турсунов Эргаш Махкамович**<br>доктор физико-математических наук, профессор |
| **Ведущая организация:** | **Математическая институт имени В.И.Романовского** |

Защита диссертации состоится «15» апреля 2025 года в $15^{00}$ часов на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №44). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «01» 04 2025 года.

(протокол рассылки №2 от 01.04 2025 года).

**А. С.Садуллаев**
Председатель Научного совета по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., академик

**Р.М. Жураев**
Ученый секретарь Научного совета по присуждению научных степеней, (PhD) по ф.-м.н., и.о. доцента

**Ш.А.Алимов**
Председатель научного семинара при Научном совете по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., академик

## ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

**Актуальность и востребованность темы диссертации.** В мировом масштабе среди научных и прикладных исследований в различных областях математики и физики изучение математических моделей статистической механики занимает одно из центральных мест. Для изучения динамики систем и структур, взаимодействующих с внешней средой, создана цепочка классических и квантово-кинетических уравнений, которые эффективно применяются при решении различных сложных задач. Создание условий для дальнейшего развития науки, широкого вовлечения талантливой, одаренной молодежи в научную деятельность, а также для реализации их творческого и интеллектуального потенциала. В частности, разработка мер по созданию новых лабораторий для проведения эффективных научных исследований в системе высших учебных заведений является одним из важнейших приоритетов на сегодняшний день.

В настоящее время в мире статистическая механика является одной из важных отраслей механики и используется во многих областях науки и техники. Одной из наиболее востребованных областей статистической механики является нестационарная динамика среды и энергии системы. Как мы знаем, любые газы, жидкости и твердые тела (системы) состоят из крошечных частиц, поэтому знание состояния частиц считается важным при изучении таких систем. Потому что, зная положение и движение частиц, составляющих любую систему, можно сделать обоснованное предположение об энергии системы. Поэтому вопрос исследования решений цепочки квантово-кинетических уравнений для плотно распределенных многочастичных систем на сегодняшний день является одним из важнейших в задачах статистической механики.

В нашей стране большое внимание уделяется таким актуальным направлениям, как квантовая информатика, нанофизика, разработка численно-аналитических методов решения задач квантовых технологий, имеющих научное и практическое применение в фундаментальных науках. В частности, усилилось внимание к актуальным направлениям, имеющим научное и практическое значение в вопросах математики и физики, а также геологии и геофизики. В частности, в последние годы особое внимание уделяется прикладной математике, теории дифференциальных и Интегро-дифференциальных уравнений, теории математического моделирования, теории операторов, теории динамических систем, теории функционального анализа[1]. Все это показывает, насколько актуальны и необходимы рассматриваемые вопросы.

Тема и объект исследования данной диссертации соответствуют задачам, определенным в Указами Президента Республики Узбекистан от 7 февраля 2017 года № УП-4947 «О стратегии действий по дальнейшему

[1] Постановление Кабинета Минстров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан».

развитию Республики Узбекистан», Постановлениями Президента Республики Узбекистан №ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», №ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», №ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», №ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики», а также в других нормативно-правовых актах, связанных с фундаментальной наукой.

**Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий в Республике.** Данная диссертационная работа выполнена в соответствии с приоритетными направлениями развития науки и технологий Республики Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

**Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации [2].**

Научные исследования, направленные на изучение кинетических состояний газов, жидкостей, твердых тел и плазмы, проводятся ведущими высшими учебными заведениями и научными центрами мира, в том числе Математическим институтом им. В.А. Стеклова (Россия), Ленинградским отделением Математического института им. В.А. Стеклова (Санкт-Петербург), Объединенный институт ядерных исследований ОИЯИ (Россия), Объединенный институт ядерных исследований Московского энергетического института МЭИ (Россия), Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова (Россия), Институт математики АН Украины (Украина), Lund University (Королевство Швеция), Институт механики и биомеханики БАН (Болгария), НИИ экспериментальной и теоретической физики (Казахстан), Омский государственный технический университет (Россия).

Сегодня в результате исследований, проводимых в мире с помощью новейшего метода анализа, который является наиболее эффективным методом изучения динамики газов, жидкостей, твердых тел и плазмы, получен ряд научных результатов. В частности, для поиска решений, корректно описывающих физические процессы для цепочки Боголюбова-Борна-Грина-Кирквуда-Ивона (ББГКИ), классифицирующей иерархию заряженных частиц, был разработан метод разложения в ряд плотности, представляющий систему. (Институт математики им. В.А. Стеклова), решение цепочки классических кинетических уравнений ББГКИ определялось полугрупповым методом определения функции распределения и матрицы плотности многочастичных систем (Институт теоретической

---

[2] Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации составлен на основе следуюших источников: Journal of Experimental and Theoretical Physics, Journal of Physics, Journal of Chemical & Engineering Datal, Journal of Mathematical Physics, International Journal Of Modern Physics, http://dx.doi.org/10.1063/1.4742154; http:// https://portal.research.lu.se/en/organisations/computational-chemistry.

физики, Киев). В последние годы в научных работах большое внимание уделяется выражению взаимодействия частиц в виде потенциала Юкавы, а также изучается метод выражения вибрации для расчета энергетического спектра суперпозиции кулоновского и уровневого потенциалов (Объединённый институт ядерных исследований ОИЯИ, Дубна), найдены радиально-симметричные решения уравнений типа Хартри, нелинейно интегрирующиеся с потенциалом Юкавы и кулоновским потенциалом (МЭИ), дискретные спектры радиального уравнения Шредингера по обобщенному потенциалу притяжения ядерной катушки и градуированным возрастающим потенциалам захвата, определенные методом интегральных подстановок в связи с исследованием лапласовских представлений волновой функции (МГУ, Москва), на основе свободной энергии Гельмгольца с применением теории возмущений выполнен расчёт некоторых термодинамических свойств модели простой жидкости с двойным потенциалом Юкавы (Tver State University). Для потенциалов типа Юкавы собственные значения энергии связанного состояния для произвольных значений n и ℓ были получены в рамках метода асимптотической итерации для решения радиального уравнения Шредингера (Akdeniz University), разработана приближенная теория поля для частиц, взаимодействующих с обобщенным потенциалом Юкавы. Эта теория улучшает и расширяет предыдущую теорию поля распределения, разработанную для противоионов с фиксированным распределением заряда (Lund University), фазовое равновесие полярных жидкостей исследовали с использованием молекулярной модели диполярной жидкости Юкавы (Институт физики жидкости и биологических систем (IFLYSIB)), детально разработана модификация эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия типа Юкавы для ускорения расчета реальной части оптического потенциала взаимодействия легких сферических ядер-снарядов с тяжелыми деформированными ядрами-мишенями (Омский государственный технический университет), представлены результаты расчета парной корреляционной функции двумерной системы пылевых частиц методом молекулярной динамики с дополнительным диполь-дипольным взаимодействием (НИИ экспериментальной и теоретической физики, Алматы).

**Степень изученности проблемы.** В настоящее время проблема обнаружения кинетических процессов в газах, жидкостях, твердых телах и плазме является одной из важнейших задач, стоящих перед мировой наукой. Эти задачи считаются одними из наиболее актуальных задач статистической физики, и для их решения широко используются кинетические уравнения Больцмана, Лиувилля, Власова, Шрёдингера, Боголюбова.

Если стоит вопрос о нахождении энергии системы, прежде всего необходимо найти функцию распределения частиц этой системы. Потому что, исходя из функции распределения частиц системы, можно кое-что сказать об энергии этой системы.

В начале XIX века в процессе изучения строения атомов Резерфорд, Бор и Эйнштейн создали квантовую теорию атомов. Чтобы выразить эволюцию частиц в квантовой теории, вместо уравнения Больцмана вводится нестационарное уравнение Шредингера, определяющее состояние частицы с точки зрения времени и координаты или импульса. Позже уравнение Хартри-Фока было также использовано для определения квантового состояния атомов.

Уравнение Луисвилля играет важную роль в развитии статистической физики. Уравнение Луисвилля представляет собой временную эволюцию функции распределения гамильтоновой системы в пространстве 6N (где N — число частиц в системе). Это уравнение представляет собой математическое уравнение, выведенное Луисвиллем в 1838 году, а в статистическую физику это уравнение было введено только в 1902 году Гиббсом, аргументами которого являются время, координата и импульс. Позже оно стало известно как «уравнение Луисвилля» как уравнение, представляющее эволюцию взаимодействующих многочастичных систем.

Уравнение развития (эволюции) взаимодействующих многочастичных квантовых систем стало выражаться через квантовое уравнение Луисвилля для матриц плотности. В физической литературе это уравнение также называют уравнением фон Неймана.

Классическое уравнение Луисвилля представляет собой эволюцию распределения конечного числа взаимодействующих частиц, находящихся в равновесии в статистической физике. Но вывести из этого уравнения уравнения Больцмана, Ландау, Власова, являющиеся основными уравнениями, используемыми в физике, было проблемой. Эту задачу, т. е. задачу вывода уравнений интегральной формы из уравнения Луисвилля, Н.Н. Боголюбов решил в 1946 г. в своей работе «Проблемы динамической теории статистической физики». В 1949 году он решил эту задачу в «Лекциях по статистической физике квантовых систем». Для решения этой проблемы в первой половине века западные учёные Борн, Грин, Кирквуд, Ивон создали несколько научных работ. Поэтому эти уравнения суммируются как Боголюбов-Борн-Грин-Кирквуд-Ивон, т.е. цепочка кинетических уравнений ББГКИ.

Во второй половине XX века эти две цепочки кинетических уравнений, классические и квантовые ББГКИ стали использоваться для описания различных физических процессов. Чтобы их использовать, сначала необходимо было решить эти уравнения и определить функцию распределения или матрицу плотности. Потому что определение этих распределений позволяет определить среднее значение энергии, координаты, импульса и других величин частиц, участвующих в физическом процессе.

По этой причине Боголюбов разработал метод разложения системы по плотности функции распределения, и через первое и второе члены этого ряда из цепочки классических кинетических уравнений ББГКИ были выведены уравнения Ландау, Власова и Больцмана. В последующие годы этот метод использовался последователями Боголюбова и западными учёными для изображения многих физических процессов.

Хотя уравнения Больцмана, Ландау, Власова, написанные для одной частицы, могут отражать некоторые физические процессы, реальность состоит из системы частиц, связанных друг с другом различными взаимодействиями, непрерывно меняющихся во времени. Частицы связаны между собой бесконечной энергией, и поэтому трудно выделить из системы хоть одну частицу. По этой причине из-за отсутствия математического аппарата выделение различных частиц из системы ограничивается изучением эволюции отдельной частицы путем задания условий.

Для изучения этой проблемы, т.е. многочастичных систем, впервые возникла задача создания математического метода определения функции распределения и матрицы плотности многочастичных систем. Академик Д.Я. Петрина и его ученики сделали важный шаг в решении этой проблемы. 1985 г. Д.Я. Петрина и А.К. Видибида определили решение цепочки классических кинетических уравнений ББГКИ методом полугрупп. 1976 г. М.Ю. Расулова методом полугрупп определила решение цепочки квантово-кинетических уравнений ББГКИ для потенциалов, удовлетворяющих условию Като. Этот метод впоследствии был развит учениками Д.Я. Петриной и другими учёными-математиками для различных физических процессов. Этот метод также был разработан для различных типов систем частиц.

В 1980 году М.Ю. Расулова разработала метод цепочки кинетических уравнений ББГКИ, усовершенствовав метод разложения в ряд Боголюбова для плотных систем, позволяющий определять любой член ряда. В 2007 году было представлено решение квантовых кинетических уравнений ББГКИ, представляющих эволюцию квантовых систем, действующих с кулоновским потенциалом, М. Брокейтом и М.Ю. Расуловой, в 2013 году с обобщенным потенциалом Юкавы Н.Н. Боголюбовым, М.Ю. Расуловой, У.О. Авазовым, представляющего систему взаимодействующих частицы, в 2016 г. М. Брокейт и М.Ю. Расулова определили решения цепочки квантовых кинетических уравнений ББГКИ для систем взаимодействующих частиц через потенциал взаимного контакта (потенциал, представленный дельта-функцией). Н.Н. Боголюбов, М.Ю.Расулова и У.О.Авазов разработали цепочку кинетических уравнений для корреляционных матриц на основе квантово-кинетических уравнений ББГКИ, используя введенную Д. Руэлем связь между матрицей плотности и корреляционными матрицами и решение этой цепочки был полон решимости. Через цепочку уравнений, выведенных для этих корреляционных матриц, доказано, что выражением уравнения Гросса-Питаевского для многочастичной системы, представляющего взаимодействие нелинейного уравнения Шредингера с внешней средой, являются квантовые кинетические уравнения ББГКИ. В последующие годы эти результаты широко используются в работах М.Ю. Расуловой по криптографии.

**Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ высшего учебного заведения, где выполнена диссертация.** Диссертация выполнена при поддержке Государственного комитета по науке и технологиям Узбекистана F-2.1.56 (2000-2005 гг.), Института ядерной физики Академии наук Республики Узбекистан ФА-Ф1-Ф003+Ф067 «Исследование кинетические и магнитные свойства многочастичных квантовых систем» (2007-2011 гг.) и ОТ-Ф2-18 выполнялись в рамках научно-исследовательских проектов по темам «Исследование электромагнитных свойств нестабильных многочастичных систем методами теоретической и математической физики» (2017-2020).

**Целью исследования** данной диссертационной работы, продолжая вышеуказанные исследования, является доказательство существования решений цепочки квантовых кинетических уравнений ББГКИ для систем частиц, взаимодействующих через нестационарный обобщённый потенциал Юкавы.

Также ставится задача определить решения цепочки квантовых кинетических уравнений для корреляционных матриц, описывающих эволюцию данных систем частиц.

**Задачи исследования:**

Доказательство существования решения цепочки квантовых кинетических уравнений ББГКИ для систем частиц, взаимодействующих с неустойчивым взаимным обобщенным потенциалом Юкавы.

Выражение цепочки квантово-кинетических уравнений для корреляционных матриц, представляющих эволюцию систем частиц, действующих с неустойчивым взаимным обобщенным потенциалом Юкавы, и определение ее решения.

Выражение и решение цепочки квантовых кинетических уравнений ББГКИ для плотно распределенных многомерных нестабильных систем частиц.

Нахождение солитонного решения цепочки квантовых кинетических уравнений ББГКИ для систем плотно распределенных многомерных частиц.

**Объект исследования** – цепочка квантовых кинетических уравнений ББГКИ, цепочка квантовых кинетических уравнений ББГКИ для многомерных плотно распределенных систем частиц, цепочка квантовых кинетических уравнений для корреляционных матриц, матрица плотности, системный гамильтониан, корреляционная матрица, солитон.

**Предмет исследования** – цепочка квантовых кинетических уравнений ББГКИ, цепочка квантовых кинетических уравнений для корреляционных матриц, обобщенный потенциал Юкавы, системный гамильтониан, корреляционная матрица, связь между матрицей плотности и корреляционными матрицами, солитон, нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, а также теорию математической физики, теорию операторных и интегральных уравнений.

**Методы исследования.** Для решения задач диссертационной работы в основном использовался аналитический метод. Также широко используются квантовая теория, теория полугрупп, теория дифференциальных уравнений, в том числе метод последовательного приближения при решении системы интегро-дифференциальных уравнений, а также методы математической индукции, интегральных уравнений, функционального анализа и применение теории дифференциальных операторов.

**Научная новизна диссертационного исследования** следующая:

Найдено решение цепочки квантовых кинетических уравнений ББГКИ, представляющей эволюцию систем взаимодействующих частиц с равномерно распределенным взаимным обобщенным потенциалом Юкавы в ограниченной области.

Найдено решение цепочки квантовых кинетических уравнений для корреляционных матриц.

Найдено решение задачи Коши, наложенной на цепочку квантовых кинетических уравнений ББГКИ для системы плотно распределенных частиц, действующих в виде взаимного потенциала Юкавы.

Найдено солитонное решение цепочки квантовых кинетических уравнений ББГКИ для систем плотно распределенных многовидовых частиц.

**Практические результаты исследования** заключаются в следующем:

С теоретической точки зрения полученные результаты могут быть использованы при исследовании кинетических процессов газов, жидкостей, твердых тел и плазмы.

С помощью матрицы плотности, которая является решением цепочки кинетических уравнений Боголюбова, можно определить средние физические величины, характеризующие многочастичную систему.

**Достоверность результатов исследований** заключается в том, что использование метода теории полугрупп цепочки квантовых кинетических уравнений для корреляционных матриц оправдано строгостью математических соображений и доказательств. Помимо того, опубликование результатов диссертации в уважаемых научных изданиях, включая те, которые имеют импакт-факторы, и представление работы на научных семинарах, а также на республиканских и международных конференциях, подтверждает достоверность результатов диссертации.

**Научная и практическая значимость результатов исследования.** Научная значимость результатов исследования объясняется их применением при изучении физических и магнитных свойств многочастичных систем.

Практическая ценность результатов исследований определяется тем, что они служат основой для изучения и исследования кинетических процессов газов, жидкостей, твердых тел и плазмы.

**Внедрение результатов исследования.** Полученные в ходе диссертационного исследования научные результаты нашли практическое применение в следующих областях:

методы решения цепочек квантовых кинетических уравнений, представляющих эволюцию систем взаимодействующих частиц с равномерно распределенным взаимным обобщенным потенциалом Юкавы в ограниченной области, были использованы для исследования существования непериодических мер Гиббса для модели SOS в дереве Келли в фундаментальном проекте YOFA-Ftex-2018-78 по теме «Динамические и термодинамические системы в неаменабельных графах» (Справочник № 2/467 Института математики АН РУз им. В.И. Романовского от 25 декабря 2024 г.). Применение научного результата позволило доказать существование решения системы функциональных уравнений, построенной для модели SOS в дереве Кели пятого порядка;

результаты, полученные в связи с нахождением солитонного решения цепочки уравнений ББГКИ, представлены в фундаментальном проекте Ф-2021-440 «Квантовая динамика частиц и квантовый транспорт в сетевых низкоразмерных структурах: Моделирование и проектирование прозрачных квантовых сетей» (2021-2026). использован для построения цепочки квантовых кинетических уравнений BBGKY, в которой система частиц взаимодействует с потенциалом в виде дельта-функции (Справка Ташкентского международного химического университета №01/2668 от 25 декабря 2024 года). Полученные научные результаты и использование предложенного метода позволили получить солитонные решения нелинейных волновых уравнений, заданных на разветвленных структурах.

**Апробация результатов исследования.** Результаты этих исследований обсуждались на семинарах лаборатории «Многочастичные системы» Института ядерной физики Академии наук Республики Узбекистан. Также на ряде международных научно-практических и научно-технических конференций проводились лекции и дискуссии по основному содержанию, идеям и результатам научно-исследовательской работы. Например, «Квантовая теория, уравнения в частных производных математической физики и их приложения» Ташкент, (2003), «Новейшие тенденции в кинетической теории и ее приложениях», Киев (2004), «Ядерная наука и ее применение», Самарканд (2012 г.), статистическая механика в Лионском университете, Франция (2016 г.), 9-й Международный симпозиум по процессам изображения и вейвлет-методу, Карс, Турция (2017), одобрено на конференции «Будущее нестационарной статистической механики» в Институте теоретической физики Киотского университета (2023 г.).

**Опубликованность результатов исследования.** Всего по теме диссертации опубликовано 17 научных работ. Из них 7 статей опубликовано в зарубежных журналах и 3 статьи – в научных изданиях, рекомендованных к публикации основных научных результатов докторских диссертаций ВАК Республики Узбекистан.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет ___ страниц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТИЦИИ

Во **введении** обосновывается актуальность и востребованность темы диссертации, в соответствии исследованиям приоритетных направлений развития науки и технологий Республики Узбекистан, формулируются цель и задачи, а также объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, обоснована достоверность полученных результатов, раскрыты теоретическая и практическая значимость полученных результатов, приведены перечень внедрений в практику результатов исследования, сведения по опубликованным работам и структуре диссертации.

В первой главе диссертации, озаглавленной **«Об эволюции многочастичных квантовых систем, взаимодействующих с обобщенным потенциалом Юкавы»**, описана эволюция квантовой системы из $N$ точно одинаковых по массе и заряду частиц, взаимодействующих через обобщенный потенциал Юкавы, находящийся в ограниченном поле.

В этой главе рассматривается решение цепочки квантово-кинетических уравнений Боголюбова-Борна-Грина-Кирквуда-Ивона, которая представляет динамику квантовой системы конечного числа частиц в ограниченной по объему сфере $V = |\Lambda|$ с массами $m$ и зарядами $e$, взаимодействующих с обобщенным потенциалом Юкавы, $\phi(r) = \sum_{k=0}^{N} r^{k-1} \int_{\mu_0}^{\infty} e^{-\mu r} dw_k(\mu)$, (здесь, $w_k(\mu)$- ограниченная мера с полной вариацией) определяется в рамках нерелятивистской квантовой теории. Для этого решается задача Коши, где ББГКИ представляет собой цепочку квантовых кинетических уравнений:

$$i\frac{\partial \rho_s^{\Lambda}(t, x_1, ..., x_s; x_1', ..., x_s')}{\partial t} = [H_s^{\Lambda}, \rho_s^{\Lambda}](t, x_1, ..., x_s; x_1', ..., x_s') +$$
$$+\frac{N}{V}\left(1 - \frac{s}{N}\right) Sp_x \sum_{1 \le i \le s} (\phi_{i,s+1}(|x_i - x|) - \phi_{i,s+1}(|x_i' - x|)) \times \qquad (1.1)$$
$$\times \rho_{s+1}^{\Lambda}(t, x_1, ..., x_s, x; x_1', ..., x_s', x),$$

с начальным условием:

$$\rho_s^{\Lambda}(t, x_1, ..., x_s; x_1', ..., x_s')|_{t=0} = \rho_s^{\Lambda}(0, x_1, ..., x_s; x_1', ..., x_s') \qquad (1.2)$$

Гамильтониан рассматриваемой системы определяется следующим образом:

$$H_s^{\Lambda}(x_1, ..., x_s) = \sum_{1 \le i \le s}\left(-\frac{1}{2m}\Delta_{x_i} + u^{\Lambda}(x_i)\right) + \sum_{1 \le i < j \le s} \Phi_{i,j}(|x_i - x_j|)$$

Здесь, $T_i = -\frac{\hbar^2 \Delta_{x_i}}{2m}$ кинетическая энергия $i$-й частицы, [,] - квантовая скобка Пуассона [AB]=AB-BA. $u^{\Lambda}(x_i)$ - энергия внешнего поля, удерживающая систему в поле, которая определяется следующим образом :

$$u^{\Lambda}(x_i) = \begin{cases} 0 \text{ если, } x_i \in \Lambda \\ +\infty \text{ если, } x_i \notin \Lambda \end{cases}$$

$\Phi_{i,j}$ - обобщенный потенциал Юкавы.

Введем следующие определения:

$$(\mathcal{T},\rho)_s(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') = \left[\sum_{1\le i\le s} T_i,\rho_s\right](t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s');$$

$$(\mathrm{U}\rho)_s(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') = \left[\sum_{1\le i<j\le s} \phi_{i,j},\rho_s\right](t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s');$$

$$(\mathcal{H}^\Lambda\rho^\Lambda)_s(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') = [H_s^\Lambda,\rho_s^\Lambda](t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s');$$

$$\left(D_x^\Lambda\rho^\Lambda\right)_s(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') = \rho_{s+1}^\Lambda(x_1,...,x_s,x;x_1',...,x_s',x);$$

$$(A_x^\Lambda\rho^\Lambda)_s(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') = \frac{N}{V}\left(1-\frac{s}{N}\right)\times$$

$$\times\sum_{1\le i\le s}(\phi_{i,s+1}(|x_i-x|)-\phi_{i,s+1}(|x_i'-x|))\rho_s^\Lambda(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s',);$$

$$\rho^\Lambda(t) = \{\rho_0,\rho_1^\Lambda(t,x_1;x_1'),........,\rho_s^\Lambda(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'),...\},\quad \mathrm{s}=1,2,...,$$

В этом случае задача (1.1), (1.2) будет выглядеть так:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\rho_s^\Lambda(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') = (\mathcal{H}^\Lambda\rho^\Lambda)_s(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') + \\ +\int_\Lambda\left(A_x^\Lambda D_x^\Lambda\rho^\Lambda\right)_s(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')dx, \tag{1.3}$$

$$\rho_s^\Lambda(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')|_{t=0} = \rho_s^\Lambda(0,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') \equiv \\ \equiv \rho_s^\Lambda(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'). \tag{1.4}$$

Используем метод полугрупп для нахождения решения задачи Коши:

$L_2(\Lambda^s)$ пространство - это пространство Гильберта функции $\psi_s^\Lambda(x_1,\cdots,x_s),\ x_i\in R^3(\Lambda)$, и пусть пространство $B_s^\Lambda$ - Банахово пространство положительно определенных самосопряженный операторов $\rho_s^\Lambda(x_1,\cdots,x_s;x'_1,\cdots,x'_s)$ в $L_2(\Lambda^s)$

$$(\rho_s^\Lambda\psi_s^\Lambda)(x_1,\cdots,x_s) = \int_\Lambda \rho_s^\Lambda(x_1,\cdots,x_s;x'_1,\cdots,x'_s)\psi_s^\Lambda(x_1,\cdots,x_s)dx'_1\cdots dx'_s$$

Норма оператора определяется следующим образом:

$$\left|\rho_s^\Lambda\right|_1 = \sup\sum_{1\le i\le\infty}\left|\left(\rho_s^\Lambda\psi_i^\Lambda,\varphi_i^\Lambda\right)\right|$$

где получена верхняя оценка для всех ортонормированных систем конечных (финит) функции $\{\psi_i^s\}$ и $\{\varphi_i^s\}$ плотно распределенных в $L_2^s(\Lambda), s\ge 1$ и $\left|\rho_0^\Lambda\right|_1 = \left|\rho_0^\Lambda\right|$.

Предположим, что операторы $\rho_s^\Lambda(t)$ и $H_s^\Lambda$ действуют на пространстве $L_2(\Lambda^s)$ с нулевым граничным условием.

$B^\Lambda$ банахово пространство следующей последовательности ядерных операторов:

$$\rho^\Lambda = \{\rho_0^\Lambda, \rho_1^\Lambda(x_1; x_1'),..., \rho_s^\Lambda(x_1,...,x_s; x_1',...,x_s'),...\},\ \rho_s^\Lambda \subset B_s^\Lambda$$

здесь $\rho_0^\Lambda$ комплексное число, $s_0 -$ конечное число, $\rho_s^\Lambda(x_1,...,x_s; x_1',...,x_s') = 0$ когда, $s > s_0$.

Пусть норма в $B^\Lambda$ пространстве следующая: $\left|\rho^\Lambda\right|_1 = \sum_{s=0}^{\infty}\left|\rho_s^\Lambda\right|_1$.

$\phi(r) = \sum_{k=0}^{N} r^{k-1} \int_{\mu_0}^{\infty} e^{-\mu r} dw_k(\mu)$ - обобщенный потенциал Юкавы, а Гамильтониан $-\Delta + \phi$ - существенный самосопряженный оператор в поле $D(-\Delta)$.

Предположим, что система $\widetilde{B}_s^\Lambda$ – плотная система «хороших» элементов в части $B_s^\Lambda \bigcap D(H_s^\Lambda) \otimes D(H_s^\Lambda)$ пространства $B_s^\Lambda$, где $\otimes$ – алгебраическое тензорное произведение, а $D(H_s^\Lambda)$ - поле определения оператора $H_s^\Lambda$.

Рассмотрим следующие операторы в пространстве $B^\Lambda$:

$$(\Omega^\Lambda \rho^\Lambda)_s(x_1,...,x_s; x_1',...,x_s') = \frac{N}{V}\left(1 - \frac{s}{N}\right) \times$$

$$\times \int_\Lambda \sum_i \rho_{s+1}^\Lambda(x_1,...,x_s, x; x_1',...,x_s', x) g_i^1(x) \tilde{g}_i^1(x) dx,$$

$$U^\Lambda(t) \rho_s^\Lambda(x_1,...,x_s; x_1',...,x_s') =$$

$$= (e^{\Omega^\Lambda} e^{-iH^\Lambda t} e^{-\Omega^\Lambda} \rho^\Lambda e^{iH^\Lambda t})_s(x_1,...,x_s; x_1',...,x_s'), \tag{1.5}$$

Тогда для задачи Коши, помещенной на цепочку ББГКИ, справедлива следующая теорема:

**Теорема.** Пусть потенциал между частицами системы из $N$ частиц имеет вид обобщенного потенциала Юкавы $\phi(r) = \sum_{k=0}^{N} r^{k-1} \int_{\mu_0}^{\infty} e^{-\mu\, r} dw_k(\mu)$. Тогда операторы $U^\Lambda(t)$ определяют сильно непрерывную полугруппу ограниченных операторов на $B^\Lambda$, инфинитезимальный (бесконечно маленький) генератор которой совпадает с $-i(\mathcal{H}^\Lambda + Sp_x A_x^\Lambda D_x^\Lambda)$ на пространстве $\widetilde{B}^\Lambda$, всюду плотном в $B^\Lambda$.

**Доказательство:** Доказательство теоремы проводится в четыре этапа:

1. Ограниченность оператора $U^{\Lambda}(t)$ в пространстве $B^{\Lambda}$,

2. Сильная непрерывность оператора $U^{\Lambda}(t)$ в пространстве $B^{\Lambda}$,

3. В пространстве $B^{\Lambda}$ оператор $U^{\Lambda}(t)$ удовлетворяет свойствам группы, т. е. справедливо равенство $U^{\Lambda}(t_1)U^{\Lambda}(t_2)\rho^{\Lambda} = U^{\Lambda}(t_1+t_2)\rho^{\Lambda}$,

4. Доказано, что генератор оператора $U^{\Lambda}(t)$, определенного в пространстве $B^{\Lambda}$, перекрывается с генератором оператора $-i(\mathcal{H}^{\Lambda} + Sp_x A_x^{\Lambda} D_x^{\Lambda})$ в пространстве $\widetilde{B}^{\Lambda}$. *Теорема доказана.*

Тогда для $\rho_s^{\Lambda}(,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') \subset \widetilde{B}_s^{\Lambda}$ единственное решение задачи Коши (1.1)–(1.2) имеет следующий вид:

$$\rho_s^{\Lambda}(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') = \left(U^{\Lambda}\left(t\right)\right)\rho^{\Lambda})_s(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') =$$

$$= \left(e^{\Omega(\Lambda)}e^{-H^{\Lambda}t}e^{-\Omega(\Lambda)}\rho^{\Lambda}e^{iH^{\Lambda}t}\right)_s\left(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'\right)$$

Показано, что бесконечно малый генератор группы $U^{\Lambda}(t)$ соответствует правой части этой цепочки Боголюбова-Борна-Грина-Кирквуда-Ивона (1.1).

Вторая глава диссертации называется **«Решение иерархии квантовых кинетических уравнений системы частиц, действующих с обобщенным потенциалом Юкавы для корреляционных матриц»**. В этой главе диссертации рассматривается цепочка квантовых кинетических уравнений для корреляционных матриц. Доказано, что существует решение цепочки квантовых кинетических уравнений ББГКИ для системы частиц, взаимодействующих с неустойчивым взаимным обобщенным потенциалом Юкавы.

В связи с применением цепочки ББГКИ в физике плазмы, применением нелинейных уравнений Шрёдингера и Гросса-Питаевского к различным физическим процессам, развитием квантовой информации и квантовых вычислений, возросла также важность изучения корреляционных матриц и их свойств.

Используя следующую связь между последовательностью матриц плотности

$$\rho(t) = \left\{\rho_0, \rho_1^{\Lambda}(t,x_1;x_1'),...,\rho_s^{\Lambda}(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'),...\right\} \qquad (2.1)$$

и последовательностью корреляционных матриц

$$\varphi = \left\{\varphi_0, \varphi_1(x_1;x_1'),...,\varphi_s(x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'),...\right\}, \quad s \geq 1 \qquad (2.2)$$

мы получаем цепочку квантовых кинетических уравнений для корреляционных матриц из цепочки кинетических уравнений ББГКИ.

$$i\frac{\partial}{\partial t}\rho_s^\Lambda(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') = \left(\mathcal{H}^\Lambda\rho^\Lambda\right)_s(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s') +$$

$$+\int_\Lambda\left(A_x^\Lambda D_x^\Lambda\rho^\Lambda\right)_s(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')dx. \qquad (2.3)$$

Обозначим через $B_+^\Lambda$ подпространство в $B^\Lambda$, образованное элементами $\varphi$ , у которых $\varphi_0 = 0$.

Разложение экспоненты в степенной ряд позволяет определить однозначное отображение *Г* идеала $B_+^\Lambda$ в $I + B_+^\Lambda$

$$\rho(t) = \Gamma\varphi(t) = I + \varphi(t) + \frac{\varphi(t)*\varphi(t)}{2!} + ... + \frac{\left(*\varphi(t)\right)^n}{n!} + ..., \quad \varphi(t)\in B_+^\Lambda \qquad (2.4)$$

Отображение *Г* обладает обратным $Г^{-1}$ (которое соответствует логарифму)

$$\Gamma^{-1}\left(I+\varphi'(t)\right) = I + \varphi'(t) + \frac{\varphi'(t)*\varphi'(t)}{2!} + ... + \frac{\left(*\varphi'(t)\right)^n}{n!} + ..., \quad \varphi'(t)\in B_+^\Lambda$$

здесь

$$(\varphi*\varphi)(X) = \sum_{Y\subset X}\varphi(Y)\varphi(X/Y) \qquad (2.5)$$

$X = (x_1,...,x_s;x'_1,...,x'_s), Y = (x_1,...,x_{s'};x'_1,...,x'_{s'}), \quad s'\in s, s = 1,2,...,N$ и

$I*\varphi = \varphi, \quad (*\varphi)^s = \underbrace{\varphi*\varphi*...*\varphi}_{s}, \quad s$ раз;

$$\Gamma\left(-\varphi(t)\right)*\Gamma\left(\varphi(t)\right) = I \qquad (2.6)$$

Используя (2.4), определяются следующие соотношения

$$\frac{\partial}{\partial t}\Gamma\varphi(t) = \frac{\partial}{\partial t}\varphi(t)*\Gamma\varphi(t), \qquad \mathcal{T}\Gamma\varphi(t) = \mathcal{T}\varphi(t)*\Gamma\varphi(t), \qquad (2.7)$$

$$D_x^\Lambda\Gamma\varphi(t) = D_x^\Lambda\varphi(t)*\Gamma\varphi(t), \qquad A_x^\Lambda\Gamma\varphi(t) = A_x^\Lambda\varphi(t)*\Gamma\varphi(t),$$

(2.8) $A_x^\Lambda D_x^\Lambda\Gamma\varphi(t) = A_x^\Lambda D_x^\Lambda\varphi(t)*\Gamma\varphi(t) + A_x^\Lambda\varphi(t)*D_x^\Lambda\varphi(t)*\Gamma\varphi(t),$

(2.9)

$$\Phi\Gamma\varphi(t) = \Phi\varphi(t)*\Gamma\varphi(t), \qquad \mathsf{W}\Gamma\varphi(t) = \mathsf{W}\varphi(t)*\Gamma\varphi(t), \qquad (2.10)$$

где $\mathsf{W}(\varphi,\varphi)$ можно определить следующим образом :

$$(\mathsf{W}(\varphi,\varphi))_s(X) = \sum_{Y\subset X}\Phi(Y;X\setminus Y)\varphi(Y)\varphi(X\setminus Y), \qquad (2.11)$$

$$(\Phi(Y;X\setminus Y) = \sum_{x_i\in Y,\, x_j\in X\setminus Y}\phi_{i,j}(|x_i - x_j|) - \sum_{x'_i\in Y,\, x'_j\in X\setminus Y}\phi_{i,j}(|x'_i - x'_j|)$$

Подставляя (2.7) – (2.10) в уравнение (2.3), получаем следующее уравнение :

$$i\frac{\partial}{\partial t}\varphi_s^{\Lambda}(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')=\left(H^{\Lambda}\varphi_s^{\Lambda}\right)(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')+$$

$$+\frac{1}{2}\mathsf{W}\left(\varphi^{\Lambda},\varphi^{\Lambda}\right)_s(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')+\int\limits_{\Lambda}A_x^{\Lambda}D_x^{\Lambda}\varphi_s^{\Lambda}(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')dx+ \quad (2.12)$$

$$+\int\limits_{\Lambda}\left(A_x^{\Lambda}\varphi^{\Lambda}*D_x^{\Lambda}\varphi^{\Lambda}\right)_s(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s')dx,$$

это уравнение представляет собой цепочку квантовых кинетических уравнений для корреляционных матриц.

Для решения этой цепочки уравнений воспользуемся следующим соотношением

$$\Gamma e^{\Omega}\varphi=e^{\Omega}\Gamma\varphi, \quad (2.13)$$

Введем квантовый оператор следующим образом:

$$U'^{\Lambda}(t)\varphi_s^{\Lambda}(0,x_1,\dots,x_s;x_1',\dots,x_s')=\Gamma\exp(\Omega^{\Lambda})\Gamma^{-1}\times$$

$$\times\left[\exp\left(iH^{\Lambda}t\right)\Gamma\left(\exp(\text{-}\Omega^{\Lambda})\Gamma^{-1}\Gamma\,\varphi_s(0,x_1,\dots,x_s;x_1',\dots,x_s')\right)\exp\left(-iH^{\Lambda}t\right)\right]$$

Тогда справедлива следующая теорема:

**Теорема**. Если потенциал между частицами системы является обобщенным потенциалом Юкавы $\phi(r)=\sum_{k=0}^{N}r^{k-1}\int_{\mu_0}^{\infty}e^{-\mu\,r}dw_k(\mu)$, тогда операторы $U'^{\Lambda}(t)$ определяют сильно непрерывную полугруппу ограниченных опрераторов на $B^{\Lambda}$, инфинитезимальный (бесконечно маленький) генератор которой совпадает с $-i\left(H^{\Lambda}+\frac{1}{2}\mathsf{W}^{\Lambda}+\int\limits_{\Lambda}A_x^{\Lambda}D_x^{\Lambda}dx+\int\limits_{\Lambda}A_x^{\Lambda}*D_x^{\Lambda}dx\right)$ на пространстве $\tilde{B}_+^{\Lambda}$, всюду плотном в $B^{\Lambda}$.

*Эта теорема, как и теорема из главы I, доказывается в четыре этапа.*

Использую соотношение (2.4) и тот факт, что $\Gamma^{-1}\Gamma\varphi(t)=\varphi(t)$, матрицу плотности можно выразить следующим образом:

$$\rho_s^{\Lambda}\left(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'\right)=\Gamma\varphi_s^{\Lambda}\left(t,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'\right)=\Gamma\exp(\Omega^{\Lambda})\Gamma^{-1}\times$$

$$\times\left[\exp\left(iH^{\Lambda}t\right)\Gamma\left(\exp(\text{-}\Omega^{\Lambda})\Gamma^{-1}\,\Gamma\varphi_s^{\Lambda}(0,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'\right)\exp\left(-iH^{\Lambda}t\right)\right]= \quad (2.14)$$

$$=\Gamma\exp(\Omega^{\Lambda})\Gamma^{-1}\left[\exp\left(iH^{\Lambda}t\right)\Gamma\left(\exp(\text{-}\Omega^{\Lambda})\,\varphi_s^{\Lambda}(0,x_1,...,x_s;x_1',...,x_s'\right)\exp\left(-iH^{\Lambda}t\right)\right].$$

Подставив (2.14) относительно $\Gamma^{-1}$, получим следующее:

$$\varphi_s^{\Lambda}(t, x_1, ..., x_s; x_1', ..., x_s') = \exp(\Omega^{\Lambda}) \Gamma^{-1} \Big[ \exp\left( iH^{\Lambda} t \right) \Gamma\left( \exp(-\Omega^{\Lambda}) \times \right.$$

$$\left. \times \varphi_s(0, x_1, ..., x_s; x_1', ..., x_s') \exp\left( -iH^{\Lambda} t \right) \right) \Big] . \qquad (2.15)$$

В множестве $D\left(H_s^{\Lambda}\right)$ генератор полугруппы соответствует (тождественен)

$$-i\left( H^{\Lambda} + \frac{1}{2} W^{\Lambda} + \int\limits_{\Lambda} A_x^{\Lambda} D_x^{\Lambda} dx + \int\limits_{\Lambda} A_x^{\Lambda} * D_x^{\Lambda} dx \right)$$

Таким образом, выражение (2.15) в $D\left( -\sum_{-1 \le i \le s} \Delta_{x_i} \right)$ является единственным решением цепочки кинетических уравнений для обобщенных потенциальных корреляционных матриц Юкавы.

Третья глава диссертации называется **«Решения цепочки квантовых кинетических уравнений Боголюбова-Борна-Грина-Кирквуда-Ивона для плотно распределенных многомерных систем»**. В данной главе диссертации определяется решение задачи Коши, помещенной в цепочку квантово-кинетических уравнений Боголюбова-Борна-Грина-Кирквуда-Ивона, для системы плотно распределенных частиц, действующих в виде взаимного потенциала Юкавы.

Поскольку вещества в природе состоят из частиц разных сортов, естественно изучать динамику систем, состоящих из таких частиц. Динамика таких систем изучается с помощью цепочки квантово-кинетических уравнений ББГКИ:

$$i \frac{\partial \rho_{a_1 \dots a_s}^{\Lambda}(t, x_1, ..., x_s; x_1', ..., x_s')}{\partial t} = [H_{a_1 \dots a_s}^{\Lambda}, \rho_{a_1 \dots a_s}^{\Lambda}](t, x_1, ..., x_s; x_1', ..., x_s') +$$
$$+ \frac{\sum_{1 \le a_{s+1} \le M} (N_{a_{s+1}} - \sum_{a_k = a_1 \dots a_s} N_{a_{s+1}} \delta(a_{s+1} - a_k))}{V} \times$$
$$\times \sum_{\substack{a_k = a_1 \dots a_s \\ i_k = 1,2,\dots,N_{a_s}}} Sp_x(\phi_{\substack{a_k, a_{s+1} \\ i_k}}(|x_{a_k, i_k} - x|) - \phi_{\substack{a_k, a_{s+1} \\ i_k}}(|x'_{a_k, i_k} - x|)) \times$$
$$\times \rho_{a_1 \dots a_s, a_{s+1}}^{\Lambda}(t, x_1, ..., x_s, x; x_1', ..., x_s', x). \qquad (3.1)$$

Такие системы характеризуются цепочкой квантовых кинетических уравнений Боголюбова-Борна-Грина-Кирквуда-Ивона, разрешимых с начальным условием:

$$\rho_{a_1 \dots a_s}^{\Lambda}(t, x_1, ..., x_s; x_1', ..., x_s')\Big|_{t=0} = \rho_{a_1 \dots a_s}^{\Lambda}(0, x_1, ..., x_s; x_1', ..., x_s') \qquad (3.2)$$

Гамильтониан рассматриваемой системы определяется следующим образом:

$$H_{a_k}^{\Lambda} = \sum_{\substack{a_k=a_1\dots a_s\\ i_k=i_1\dots i_s}} \left( -\frac{1}{2m_{a_k,i_k}} \Delta_{x_{a_k,i_k}} + u^{\Lambda}\left(x_{a_k,i_k}\right) \right) + \frac{1}{2} \sum_{\substack{a_k,a_p=a_1\dots a_s,\\ i_k=1,2,\dots N_{a_k},\ i_p=1,2,\dots N_{a_p}}} \left(Ze \cdot Ze \cdot \phi\right)_{\substack{a_k,a_p\\ i_k,i_p}},$$

здесь $\Delta_{x_{a_k,i_k}}$ –Лапласиан, $\Delta_{x_{a_k,i_k}} = \frac{\partial^2}{\partial(x^1_{a_k,i_k})^2} + \frac{\partial^2}{\partial(x^2_{a_k,i_k})^2} + \frac{\partial^2}{\partial(x^3_{a_k,i_k})^2}$,

$\phi(r) = \sum_{k=0}^{N} r^{k-1} \int_{\mu_0}^{\infty} e^{-\mu r} dw_k(\mu)$ и а $u^{\Lambda}(x_{a_k,i_k})$ - это внешнее поле, которое удерживает систему в области,

$$u^{\Lambda}(x_{a_k,i_k}) = \begin{cases} 0\ , & \text{если } x_{a_k,i_k} \in \Lambda \\ \infty, & \text{если } x_{a_k,i_k} \notin \Lambda \end{cases}$$

и мы видим точку, где внешнее поле равно нулю. Здесь $\phi_{\substack{a_k,a_p\\ i_k,i_p}}$ симметрично.

В уравнениях (3.1) и (3.2) воспользуемся методом полугрупп, как и в главе I, для нахождения решения задачи Коши.

Тогда справедлива следующая теорема:

**Теорема.** Пусть потенциал между частицами системы частиц имеет вид $\phi(r) = \sum_{k=0}^{N} r^{k-1} \int_{\mu_0}^{\infty} e^{-\mu r} dw_k(\mu)$. Тогда операторы $U^{\Lambda}(t)$ определяют сильно непрерывную полугруппу ограниченных операторов на $B_s^{\Lambda}$, инфинитезимальной (бесконечно маленький) генератор которой совпадает с $-i(H_{a_1\dots a_s}{}^{\Lambda} + Sp_x A_x^{\Lambda} D_x^{\Lambda})$ на пространстве $\tilde{B}_+^{\Lambda}$, всюду плотном в $B^{\Lambda}$.

*Эта теорема доказывается в четыре этапа, как в главе I.*

Итак, $\rho^{\Lambda}_{a_1\dots a_s}(, x_1,\dots,x_s; x_1',\dots,x_s') \in \tilde{B}_s^{\Lambda}$, (3.1) – (3.2) единственное решение задачи Коши имеет следующий вид:

$$\rho^{\Lambda}_{a_1\dots a_s}(t, x_1,\dots,x_s; x_1',\dots,x_s') = \left(U^{\Lambda}\left(t\right)\rho^{\Lambda}\right)_{a_1\dots a_s}(x_1,\dots,x_s; x_1',\dots,x_s') =$$

$$= \left(e^{\Omega^{\Lambda}} e^{-iH^{\Lambda}t} e^{-\Omega^{\Lambda}} \rho^{\Lambda} e^{iH^{\Lambda}t}\right)_{a_1\dots a_s} \left(x_1,\dots,x_s; x_1',\dots,x_s'\right).$$

В ходе данной главы построена цепочка квантово-кинетических уравнений ББГКИ для многотипной плотно распределенной системы частиц с взаимодействующим потенциалом в виде дельта-функции и найдено ее солитонное решение. Задача решения цепочки квантовых кинетических уравнений ББГКИ сводится к решению нелинейных уравнений Шрёдингера. Анализируется солитонное решение схемы ББГКИ с солитонным решением нелинейных уравнений Шредингера.

Известно, что наиболее эффективным методом исследования кинетических процессов в газах, жидкостях, твердых телах и плазме является метод итогового анализа, основанный на формулировке кинетических уравнений и их решений.

В этом разделе диссертации, в отличие от предыдущих разделов, рассматривается задача нахождения солитонного решения цепочки квантовых кинетических уравнений ББГКИ для системы плотноупакованных многовидовых частиц.

Для решения цепочки (3.1) воспользуемся теми же обозначениями, что и во второй главе, и связью матрицы плотности с корреляционной матрицей. Только здесь, учитывая, что система частиц многомерна, еще раз проверяем обозначения и дополнительные равенства, подставляем их в уравнение (3.1) и получаем следующее уравнение для корреляционной матрицы:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\varphi_{a_1\ldots a_s}(t)(X)=\left(H\varphi\right)_{a_1\ldots a_s}(t,X)+\frac{1}{2}W(\varphi_{a_1\ldots a_s},\,\varphi_{a_1\ldots a_s})(t,X)+$$
$$+Sp_x\mathrm{A}_x\mathrm{D}_x\varphi_{a_1\ldots a_s}(t,X)+Sp_x\mathrm{A}_x\varphi_{a_1\ldots a_s}*\mathrm{D}_x\varphi_{a_1\ldots as}(t,X) \tag{3.3}$$

Введем следующие определения:

$$\boldsymbol{\Phi}_{a_i,a_j}=\boldsymbol{\vartheta\theta}_{a_i,a_j} \tag{3.4}$$

$$\varphi_{a_1\ldots a_s,n}(t,\;X)=\vartheta^{\mathrm{n-1}}\psi_{a_1\ldots a_s,n}(t,\;X)\,. \tag{3.5}$$

Подставив (3.4) и (3.5) в уравнение (3.4), получим следующее уравнение:

$$i\frac{\partial\psi_{a_1\ldots a_s,n}(t,X)}{\partial t}=\left[\sum_{i=1}^{n}T_i\psi_{a_1\ldots a_s,n}(t,\;X)\right]+\vartheta\left(U\psi_{a_1\ldots a_s,n}\right)(t,X)+$$
$$+\frac{\vartheta^2}{2}(W(\psi_{a_1\ldots a_s},\psi_{a_1\ldots a_s}))_n(t,X)+\vartheta^2Sp_{\mathrm{x}}(\mathrm{A_x D_x}\psi_{a_1\ldots a_s,n})(t,X)+$$
$$+\vartheta Sp_{\mathrm{x}}(\mathrm{A_x}\psi_{a_1\ldots a_s}*\mathrm{D_x}\psi_{a_1\ldots a_s})_n(t,X). \tag{3.6}$$

Решение этих уравнений ищем в виде следующей строки:

$$\psi_{a_1\ldots a_s,n}(t,X)=\sum_{\mu}\vartheta^{\mu}\psi^{\mu}_{a_1\ldots a_s,n}(t,X) \tag{3.7}$$

где $n$=1, 2, 3, …, $\mu$=0,1, 2, 3, …,

Подставим выражение (3.7) в уравнение (3.6) и, приравняв коэффициенты перед членами одной и той же степени $\vartheta$, получим следующую систему уравнений:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}+L_1\right)\psi^0_{a_1,1}(t)=0, \tag{3.8}$$
$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}+L_1+L_2\right)\psi^0_{a_1,a_2,2}(t)=S^0_2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n}L_i\right)\psi^m_{a_1\ldots a_s,n}(t)=S^m_n.$$

Здесь

$$L_1\psi^0_{a_1,1}(t)=\frac{\Delta_{x'_1}-\Delta_{x_1}}{2}\psi^0_{a_1,1}(t,x_1;x'_1)-$$

$$-N_{a_1}Sp_x\left(\theta(x_1-x)-\theta(x'_1-x)\right)\psi^0_{a_1,1}(t,x_1;x'_1)\psi(t,x;x);$$

$$L_i\psi^{\mu}_{a_1\dots a_s,n}(t)=\frac{\Delta_{x'_i}-\Delta_{x_i}}{2}\psi^{\mu}_{a_1\dots a_s,n}(t,X)-Sp_x\sum_{1\le a_{s+1}\le M}N_{a_{s+1}}\sum_{\substack{a_p=a_1\dots a_s\\ i_p=i_1\dots i_s}}(\theta(x_{a_p,i_p}-x)-$$

$$-\theta(x'_{a_p,i_p}-x))\psi^{\mu}_{a_1\dots a_s,n}(t,X)\,\psi(t,x;x) \tag{3.9}$$

$$S^m_n=(U\psi^{\mu-1}_{a_1\dots a_s,n}(t))(X)+\frac{1}{2}\sum_{\eta_1+\eta_2=\mu}(W(\psi^{\eta_1}_{a_1\dots a_s}(t),\psi^{\eta_2}_{a_1\dots a_s}(t))_n(X)+$$

$$+\vartheta\,Sp_x\sum_{1\le a_{s+1}\le M}N_{a_{s+1}}(A_xD_x\psi^{\mu-1}_{a_1\dots a_s,n}(t))(X)+$$

$$+\vartheta Sp_x\sum_{\substack{1\le a_{s+1}\le M\\ \eta_1+\eta_2=\mu}}N_{a_{s+1}}(A_x\psi^{\eta_1}_{a_1\dots a_s}(t)*D_x\psi^{\eta_2}_{a_1\dots a_s}(t))(X)$$

Уравнение (3.8) называется уравнением фон Неймана. Мы знаем, что ряд $\psi_{a_1\dots a_s,n}(t)=\sum_{\mu}\vartheta^{\mu}\psi^{\mu}_{a_1\dots a_s,n}(t)$ является решением уравнений (3.9).

где $\psi^0_{a_1,1}(t)$ - решение уравнения фон Неймана (3.8), а $\psi^{\mu}_{a_1\dots a_s,n}(t)$ определяется по следующей формуле:

$$\psi^{\mu}_{a_1\dots a_s,n}(t,\ X)=\int dY\int_{-\infty}^{t}dt'S^{\mu}_n(t',\ Y)\quad\prod_{1\le i\le n}G(t-t',\ X\setminus Y)$$

Рассмотрим уравнение фон Неймана:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi^0_{a_1}(t,x_1;x'_1)=-\frac{1}{2}(\Delta_{x_1}\psi^0_{a_1}(t,x_1;x'_1)-\Delta_{x'_1}\psi^0_{a_1}(t,x_1;x'_1))+$$

$$+Sp_x\left(\theta(x_1-x)-\theta(x'_1-x)\right)\psi^0_{a_1}\left(t,x_1;x'_1\right)\psi^0_{a_1}\left(t,x;x\right) \tag{3.10}$$

Мы определяем матрицу плотности $\psi^0_{a_1}$ как заданную в следующей формуле:

$$\psi^0_{a_1}(t,x_1,x'_1)=\sum_{p,p'}\tilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1)C(p)\tilde{\varphi}^*_{a_1}(t,x'_1)C^*(p') \tag{3.11}$$

где $\sum_{p,p'}C(p)C^*(p')=1.$

Подставив выражение (3.11) в уравнение (3.10) и приняв $\Theta\left(x_i - x_j\right)$ за $\delta\left(x_i - x_j\right)$, получим следующие уравнения :

$$i\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1) = -\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\widetilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1) + 2c\widetilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1)\left|\widetilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1)\right|^2, \qquad (3.12)$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{\varphi}^*_{a_1}(t,x'_1) = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\widetilde{\varphi}^*_{a_1}(t,x'_1) + 2c\widetilde{\varphi}^*_{a_1}(t,x'_1)\left|\widetilde{\varphi}^*_{a_1}(t,x'_1)\right|^2. \qquad (3.13)$$

Мы знаем, что при *c>0* решение уравнений (3.16) имеет следующий вид: [Захаров Б.Е., Шабат А.Б.]

$$\widetilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1) = \sqrt{\frac{2}{c}}\,\frac{(\lambda + i\nu)^2 + \exp[2\nu(x_1 - x_0 - 2\lambda t)]}{1 + \exp[2\nu(x_1 - x_0 - 2\lambda t)]} \qquad (3.14)$$

где $v$ - скорость, $\lambda$ - амплитуда. Скорость $v$ связана с амплитудой $\lambda$ следующим образом: $v = \sqrt{1-\lambda^2}$.

Здесь,

$$\frac{c}{2}\left|\widetilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1)\right|^2 = 1 - \frac{\nu^2}{ch^2\nu(x_1 - x_0 - 2\lambda t)}$$

и рассматриваются выражения $\int\left|\varphi\left(t,x\right)\right|^2 dx = n.$ $n$ – количество частиц в системе.

Используя солитонные решения нелинейных уравнений Шрёдингера (3.12), (3.14), уравнение фон Неймана с солитонными решениями $\psi^0_{a_1}$ можно определить по приведенной выше формуле (3.11) следующим образом:

$$\psi^0_{a_1}(t,x_1,x'_1) = \sum_{p,p'} C(p)\,\widetilde{\varphi}_{a_1}(t,x_1)\,\widetilde{\varphi}_{a_1}{}^*(t,x'_1)\,C^*(p')$$

где $p = m\nu$.

Тогда корреляционную матрицу $\varphi_{a_1\ldots a_s,n}(t,\ X)$ можно определить с помощью замен (3.4) и (3.5). Затем, используя связь между корреляционной матрицей и матрицей плотности, можно определить матрицу плотности $\rho_{a_1\ldots a_s,n}(t,\ X)$, из которой вычисляется солитонное решение цепочки квантово-кинетических уравнений Боголюбова.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация посвящена эволюции квантовых систем с множеством частиц, взаимодействующих с обобщенным потенциалом Юкавы, а также решению иерархии квантовых кинетических уравнений для систем частиц, взаимодействующих с корреляционными матрицами через обобщенный потенциал Юкавы. В работе рассматривается поиск солитонных решений цепочки квантовых кинетических уравнений ББГКИ для плотных многокомпонентных систем.

**В диссертационной работе были получены следующие основные результаты:**

1. Изучена эволюция квантовой системы $N$ частиц, одинаковых по массе и заряду, взаимодействующих через обобщенный потенциал Юкавы, расположенный в ограниченной области;
2. Цепочка квантово-кинетических уравнений ББГКИ рассмотрена в пространстве последовательности ядерных операторов и с помощью теории полугрупп доказано, что цепочка имеет единственное решение для многочастичных систем;
3. Для корреляционных матриц создана цепочка квантовых кинетических уравнений;
4. Доказано существование решения цепочки квантовых кинетических уравнений ББГКИ для системы частиц, взаимодействующих с неустойчивым взаимным обобщенным потенциалом Юкавы для корреляционных матриц;
5. Найдено решение задачи Коши, наложенной на цепочку квантово-кинетических уравнений ББГКИ для системы плотно распределенных частиц, действующих в виде взаимного потенциала Юкавы;
6. Для системы плотно распределенных частиц с взаимодействующим потенциалом в виде дельта-функции была построена цепочка квантовых кинетических уравнений ББГКИ, для решения которого задача приведена к решению нелинейных уравнений Шредингера, а солитонное решение цепочки Боголюбова определялась через солитонное решение нелинейных уравнений Шрёдингера.

Применение теоретически завершенных проблем в диссертации имеет большое значение при решении некоторых практических задач, а также при решении важных вопросов, близких к природе оных, решаемых в данной научной работе.

**SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 AT NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN**

---

**NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN**

**AVAZOV UMARBEK OTABAYEVICH**

# SOLUTION OF THE CHAIN OF QUANTUM KINETIC EQUATIONS WITH THE GENERALIZED YUKAWA POTENTIAL

**01.01.02 – Differential Equations and Mathematical Physics**

**ABSTRACT**
**OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PHD)**
**ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

**Tashkent – 2025**

**The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under namber № B2018.2. PhD/FM215.**

The dissertation was carried out at the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan Institute of Nuclear physics.

The abstract of dissertation in three languages (Uzbek, Russian, English (summary)) is placed on the website of the Scientific Council (www.ik-fizmat.nuu.uz) and on the website of "ZiyoNet" information-educational portal (www.ziyonet.uz)

| | |
|---|---|
| **Scientific supervisor:** | **Rasulova Muhayo Yunusovna**<br>Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor |
| **Official opponents:** | **Kasimov Shakirbay Gapparovich**<br>Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor |
| | **Tursunov Ergash Maxkamovich**<br>Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor |
| **Leading organization:** | **Mathematical Institute named after V.I. Romanovsky** |

Defense will take place on "15" april 2025 at $15^{00}$ at the meeting of Scientific council number DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 at the National University of Uzbekistan (Address: 100174, Uzbekistan, Tashkent city, Almazar area, University str. 4, Ph.: (99871) 227-12-24, fax: (99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

The dissertation is possible to review in Information-resource centre at the National University of Uzbekistan after Mirzo Ulugbek (registered № 44 ) (Address: 100174, Uzbekistan, Tashkent city, Almazar area, University str., 4. Ph.: (99871) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on "1" april 2025.

(mailing report № 2 on 01.04. 2025).

**A.Sadullaev**
Chairman of Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.M.S., Academicain

**R.M. Juraev**
Scientific Secretary of Scientific Council on award of scientific degrees, PhD in Math and Phisics

**Sh.A.Alimov**
Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.M.S., Academicain

## INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

**The aim of this research** is to prove the existence of the solution of the BBGKI chain of quantum kinetic equations for particle systems acting with an unstable mutual generalized Yukawa potential and to determine the solution of the chain of quantum kinetic equations for the correlation matrices representing the evolution of these particle systems.

**Research tasks include:**

BBGKI chain of quantum kinetic equations, BBGKI chain of quantum kinetic equations for multivariate densely distributed particle systems, chain of quantum kinetic equations for correlation matrices, density matrix, system Hamiltonian, correlation matrix, soliton, as well as the theory of mathematical physics, operator theory, and integral equtions theory.

**The scientific novelty of the research** is as follows:

the solution of the chain of quantum kinetic equations of the BBGKI, which describes the evolution of systems of interacting particles with a uniformly distributed generalized Yukawa potential in a bounded domain, has been determined;

the solution of the chain of quantum kinetic equations for correlation matrices is determined;

the solution of the Cauchy problem imposed on the BBGKI chain of quantum kinetic equations for a system of densely distributed particles acting in the form of a mutual Yukawa potential is determined;

the soliton solution of the BBGKI chain of quantum kinetic equations for systems of densely distributed multispecies particles is determined.

**Implementation of the research results:**

The scientific results obtained during the dissertation research were put into practice in the following areas:

methods for solving chains of quantum kinetic equations representing the evolution of systems of interacting particles with a uniformly distributed mutual generalized Yukawa potential in a bounded domain were used to investigate the existence of non-periodic Gibbs measures for the SOS model in the Kelly tree in the fundamental project YOFA-Ftex-2018-78 on the topic "Dynamic and thermodynamic systems in non-Amenable graphs" (Reference No. 2/467 of the V.I. Romanovsky Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan dated December 25, 2024). The application of the scientific result made it possible to prove the existence of a solution to the system of functional equations constructed for the SOS model in a fifth-order Kelley tree;

the results obtained in finding the soliton solution of the BBGKI chain of equations were used in the fundamental project F-2021-440 "Quantum particle dynamics and quantum transport in networked low-dimensional structures:

Modeling and design of transparent quantum networks" (2021-2026) to construct a chain of BBGKY quantum kinetic equations in which a densely distributed system of particles interacts with a potential in the form of a delta function (Reference No. 01/2668 of the Tashkent International University of Chemistry dated December 25, 2024). Scientific results and the use of the proposed method made it possible to obtain soliton solutions of nonlinear wave equations determined by branched structures.

**Dissertation structure and volume.** The dissertation consists of an introduction, three chapters, a conclusion and a list of used literature. The total volume of the dissertation is ____ pages.

## ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
## LIST OF PUBLISHED WORKS

### I boʻlim (I часть; part I)

1.N.N.Bogolubov, M.Yu.Rasulova, U.Avazov, Evolution of a Quantum System of Many Particles Interacting Via The Generalized Yukawa Potential, Teoretical and Mathematical Physics, 189(3), 1790–1795, (2016). **(Scopus, IF= 1.512)**

2.N.N.(Jr.)Bogolubov, M.Yu.Rasulova, U.Avazov, The Solution of the Hierarchy of Quantum Kinetic Equations for Correlation Matrices with Generalized Yukawa Potential, Applied. Math. And Information. Sciences. 11(6), 1-6 (2017). **(Scopus, IF= 1.699)**

3.N.N.(Jr.)Bogolubov, M.Yu.Rasulova, T.Akramov, U.A.Avazov, A chain of kinetic equations of Bogoliubov-Born-Green-Kirkwood-Yvon and its application to noneqiulibrium complex systems, Multi-Chaos, Fractal and Multi-Fractional Artificial Intelligence of Different Complex Systems, 12-Chapter, Elsivier, 201-213, (2022) **(Scopus, IF=1,382)**

4.Nicolai (Jr) Bogolubov, Mukhayo Rasulova, Umarbek Avazov, The solution of BBGKY quantum kinetic equations for the system of many type particles, Scientific Bulletin physical and mathematical research, Andijan State University, V.3(1), 63-69, (2021). **(01.00.00, №13)**

5.M.Yu.Rasulova., U.Avazov, A.H.Siddiqi, M.Rahmatullaev, The solutions of BBGKY hierarchy of quantum kinetic equations for dense systems, Mathematical Models and Methods, Chapman & Hall, CRC, Taylor & Francis Group, New-York-London-Singapore, 421-427, (2005). **(Scopus, IF= 2.860)**

6.M.Yu. Rasulova, U. Avazov, The soliton solution of BBGKY quantum kinetic equations chain for different type particles system, Indian Journal Of Industrial And Applied Mathematics Copyright © 2008 Indian Society of Industrial and Applied Mathematics Vol. 1 No. 2 July-December 2008, pp. 1-14 **(Scopus, IF= 0.4286)**

7.M.Yu.Rasulova, U.Avazov, The Explisit Solution of BBGKY Chain of Quantum Kinetic equations, Modern Mathematical Models, Methods and Algoritms for real world systems, Anshan, Tunbridge Wells, UK, P. 367-372, (2007). https://doi.org/10.1201/9781420026511 **(Scopus, IF= 7.536)**

8.M.Yu.Rasulova, T.Hassan, U.Avazov, The soliton solution of BBGKY quantum kinetic equations chain for different type particles system, Preprint IC/2006/092 ICTP, Trieste, Italy, International Atomic Energy Agency (IAEA) (2006). **(01.00.00)**

9.М.Ю. Расулова, У. О. Авазов, Э. Душанов, А.Х. Сиддикий «Зич жойлашган зарралар системаси учун ББГКИ квант кинетик тенгламалар занжирининг солитон ечими». Ўзбекистон математиклар журнали. 3,4- сон, 93-97 бетлар, (2003). **(01.00.00, №6)**

10. U.O. Avazov, Definition of the first three orders of the single-particle density matrix of the solution of the chain BBGKY of quantum kinetic equations,

Scientific Bulletin physical and mathematical research, Andijan State University, V.1(6), 98-101, (2024). **(01.00.00, №13)**

**II bo‘lim (II часть; part II)**

11.M.Yu. Rasulova, U.O Avazov, E. Dushanov, A.H. Siddiqi. «The soliton solution of BBGKY's chain of quantum kinetic equations for dense systems of particles», Abstracts of Conference for young phys. Of Uzbekistan, 3-4 Decem. 2002. Tashkent, P 14.

12.M.Yu. Rasulova, U.O. Avazov «The soliton solution of BBGKY's chain of quantum kinetic equations for dense system of particles», Abstracts of Int. Conf «Quantum theory, partial differential equations of Mathematical physics and their applications» Tashkent, 2003.**(International conference)**

13.M.Yu. Rasulova, U.O. Avazov «The Soliton solution of BBGKY's chain of quantum kinetic equations for dence systems of different kinds particles», Конференция «Recent Trends in Kinetic Theory and its Applications». Киев, 11-15 Май, 2004. **(International conference)**

14.Rasulova M., Avazov U. Cauchy problem for the quantum hierarchy BBGKY with Yukawa potential. Book of abstracts: Int. Conf. «Nuclear Science and its Application» Samarkand, Uzbekistan, September 25-28, 2012, P. 145. **(International conference)**

15.M.Yu.Rasulova, N.N.Bogolubov, U.Avazov, The solution of the BBGKY hierarchy of quantum kinetic equations with generalized Yukawa potential, Book of abstracts STATPHYS26, Lion, France, pp.208, 2016. **(International conference)**

16.Bogolubov (Jr.) N.N., Rasulova M.Yu., Avazov U.A. «The solution of chain of quantum kinetic equations for correlation matrices with generalized yukawa potential», Int. Conf. on Mathematics and Information Science, 8-11 Febrary at the Zewall City of Science and Technology in Cairo, Egypt - p. 23. 2017**(International conference)**

17.N.N. Bogolubov (Jr.), V.Yu. Rasulova, U.A. Avazov, «The Solution of the Hierarchy of Quantum Kinetic Equations for Correlation Matrices with Generalized Yukawa Potential», 9-International Sympozium on Image processes and wavelet method, Kars, Turkey, 20-бет, 5-8 November, 2017. **(International conference)**

Avtoreferat “O‘zMU Xabarlari” jurnali tahririyatida tahrirdan o‘tkazilib, o‘zbek, ingliz var rus tillaridagi matnlar o‘zaro muvofiqlashtirildi.

№ 10-3279

Bosishga ruxsat etildi: 28.03.2025.
Bichimi: 60x84 $^{1/16}$ «Times New Roman»
garniturada raqamli bosma usulda bosildi.
Shartli bosma tabog‘i 4,8. Adadi 100. Buyurtma: № 66
Tel: (99) 832 99 79; (77) 300 99 09
Guvohnoma reestr № 10-3279
“IMPRESS MEDIA” MChJ bosmaxonasida chop etildi.
Manzil: Toshkent sh., Yakkasaroy tumani, Qushbegi ko‘chasi, 6-uy.