

**MEXANIKA VA INSHOOTLAR SEYSMIK MUSTAHKAMLIGI  
INSTITUTI HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI  
DSc.02/30.12.2019. T/FM.61.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH ASOSIDA  
BIR MARTALIK ILMIY KENGASH**

---

**NAVOIY DAVLAT UNIVERSITETI**

**AXMATOV AZIZBEK ABDUVAXOB O‘G‘LI**

**BOSHQARILADIGAN MEXANIK TIZIMLARNI DISKRET  
BOSHQARISH**

**01.02.01 – Nazariy mexanika**

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)  
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

**Toshkent – 2025**

**Falsafa doktori (PhD) dissertasiyasi avtoreferati mundarijasi**  
**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD)**  
**Content of the dissertation abstract of doctor of Philosophy(PhD)**

**Оглавление**

**Ахматов Азизбек Абдувахоб о‘g‘li**  
Boshqariladigan mexanik tizimlarni diskret boshqarish..... 1

**Ахматов Азизбек Абдувахоб угли**  
Дискретное управление управляемыми механическими системами..... 21

**Akhmatov Azizbek Abduvakhob ugli**  
Discrete control of controlled mechanical systems ..... 40

**E‘lon qilingan ishlar ro‘yxati**  
**Список опубликованных работ**  
**List of published work .....53**

**MEXANIKA VA INSHOOTLAR SEYSMIK MUSTAHKAMLIGI  
INSTITUTI HUZURIDAGI ILMY DARAJALAR BERUVCHI  
DSc.02/30.12.2019. T/FM.61.01 RAQAMLI ILMY KENGASH ASOSIDA  
BIR MARTALIK ILMY KENGASH**

---

**NAVOIY DAVLAT UNIVERSITETI**

**AXMATOV AZIZBEK ABDUVAXOB O'G'LI**

**BOSHQARILADIGAN MEXANIK TIZIMLARNI DISKRET  
BOSHQARISH**

**01.02.01 – Nazariy mexanika**

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO'YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)  
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

**Toshkent – 2025**

**Falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2024.1.PhD/FM1018 raqam bilan ro'yxatga olingan.**

Dissertatsiya ishi Navoiy davlat universitetida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume)) Ilmiy kengash veb-sahifasida ([www.insmech.uz](http://www.insmech.uz)) va "Ziyonet" Axborot ta'lim portalida ([www.ziyonet.uz](http://www.ziyonet.uz)) joylashtirilgan.

**Ilmiy rahbar:**

**Xusanov Djumma XXX**

fizika-matematika fanlari doktori, professor

**Rasmiy opponentlar:**

**Teshayev Muhsin Xudoyberdiyevich**

fizika-matematika fanlari doktori (DSc),

**Xodjabekov Murodjon Usarovich**

fizika-matematika fanlari doktori (DSc),

**Yetakchi tashkilot:**

Rossiya Fanlar akademiyasining V.A.

Trapeznikov nomidagi Boshqarish muammolari

instituti

Dissertatsiya himoyasi Mexanika va inshootlar seysmik mustahkamligi instituti huzuridagi fan doktori ilmiy darajasini beruvchi DSc.02/30.12.2019. T/FM.61.01 raqamli Ilmiy Kengash asosidagi bir martalik Ilmiy Kengashning 2024 yil \_\_\_\_\_ soat \_\_\_\_ dagi majlisida bo'lib o'tadi (Manzil: 100047, Toshkent, Do'rmon yo'li ko'chasi, 40 uy, Tel.: (99871) 262-71-52; Faks: (99871) 262-71-32, e-mail: [insmech@academy.uz](mailto:insmech@academy.uz)).

Dissertatsiya bilan Mexanika va inshootlar seysmik mustahkamligi instituti Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (№ \_\_\_\_ raqam bilan ro'yxatga olingan.). Manzil: 100125, Toshkent, Do'rmon yo'li ko'chasi, 40 uy, Tel: (99871) 262-71-52;

Dissertatsiya avtoreferati 2025 yil \_\_\_\_\_ kuni tarqatildi.

(2025 yil \_\_\_\_\_dagi \_\_\_\_ raqamli reestr bayonnomasi)

**M.M. Mirsaidov**

Ilmiy darajalar beruvchi bir martalik ilmiy kengash raisi, texnika fanlari doktori, professor, O'ZRFA akademigi.

**M.K. Usarov**

Ilmiy darajalar beruvchi bir martalik ilmiy kengash ilmiy kotibi, fizika-matematika fanlari doktori, professor.

**A.A. Rizayev**

Ilmiy darajalar beruvchi bir martalik ilmiy kengash qoshidagi ilmiy seminar raisi, texnika fanlari doktori, professor.

## **KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasining annotatsiyasi)**

**Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati.** Jahonda manipulyatorlar va mobil robotlardan bajaradigan operatsiyalar murakkabligining ortib borishi, aniqlik, ishonchlilik, energiya samaradorligiga bo'lgan talablarning oshishi natijasida mexanik tizimlar uchun yangi samarali boshqaruv tuzilmalarini ishlab chiqish va loyihalash bo'yicha izlanishlarga alohida ahamiyat berilmoqda. Hozirgi kunda rivojlangan mamlakatlarda mexanik tizimlarni samarali boshqarish muammolarini hal qilish uchun tashqi ta'sirlarni boshqarish, real vaqt rejimida optimallashtirish, energiya samaradorligini oshirish, tarmoqli boshqaruvdagi kechikishlarni minimallashtirish, diskret va moslashuvchan boshqaruv tizimlarini joriy etish hamda xavfsizlik va ishonchlilikni ta'minlashga qaratilgan usullarni ishlab chiqish muhim ahamiyat kasb etmoqda. Bu borada, jumladan sun'iy intellekt va real vaqt rejimida optimallashtirish texnologiyalarini qo'llash, diskret va moslashuvchan boshqaruv tizimlarini joriy etish asosida samaradorlikni oshirishga alohida e'tibor qaratilmoqda.

Jahonda mexanik tizimlarni matematik modellarini ishlab chiqish va barqarorlashtirish masalalarini takomillashtirishga qaratilgan ilmiy tadqiqotlar olib borilmoqda. Ushbu yo'nalishda, jumladan mexanik tizimlarning harakat xususiyatlarini yaxshilash, tashqi ta'sirlarga chidamli qilish, ularning ishlash samaradorligini oshirish va energiya tejamkorligini yaxshilash, matematik modellar va boshqaruv usullarini ishlab chiqish hamda tebranishlar, harorat o'zgarishlari yoki ish sharoitlaridagi noaniqliklar kabi qiyin sharoitlarda ham ularning to'g'ri ishlashini ta'minlash bo'yicha tadqiqotlar ustuvor hisoblanmoqda. Shu bilan birga, mexanik tizimlarning barqaror ishlashini kafolatlash uchun ularning barqarorlik shartlarini aniqlash, ularni tahlil qilish va samarali boshqarish mexanizmlarini yaratish usullari dolzarb vazifalardan hisoblanmoqda.

Respublikamizda so'nggi yillarda robototexnika, ishlab chiqarishni avtomatlashtirish bo'yicha zamonaviy boshqaruv usullarini joriy etish, murakkab mexanik tizimlarni barqarorlashtirishga innovatsion yondashuvlarni ishlab chiqish va qo'llashga qaratilgan ko'plab ilmiy-tadqiqotlar o'tkazilmoqda hamda ularni amalda qo'llash bo'yicha keng ko'lamli chora-tadbirlar amalga oshirilmoqda. 2020-2030 yillarga mo'ljallangan mamlakatimizda raqamli iqtisodiyotni rivojlantirish strategiyasida, jumladan, "...Innovatsion avtomatlashtirilgan boshqaruv tizimlari,...", "ishchi joylarni bosqichma-bosqich avtomatlashtirish hamda ishlab chiqarish jarayonlarini robotlashtirish,.."<sup>1</sup> bo'yicha muhim vazifalar belgilangan. Ushbu vazifalarni amalga oshirishda, xususan, ilg'or boshqaruv texnologiyalarni joriy etish hamda ular ishlab chiqarish jarayonlarining samaradorligini oshiruvchi diskret boshqaruv usullarini aniqlash muhim hisoblanadi.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 7-fevraldagi PF-4947-sonli "O'zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo'yicha Harakatlar strategiyasi to'g'risida", 2022-yil 28-yanvardagi PF-60-sonli "2022-2026 yillarga

---

<sup>1</sup> O'zbekiston Respublikasi Prezidenti tomonidan 2020-yil 5-oktabrda qabul qilingan "Raqamli O'zbekiston-2030" strategiyasi tasdiqlangan to'g'risidagi PF-6079-son farmoni

mo'ljallangan yangi O'zbekistonni rivojlantirish strategiyasi" farmonlar, O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 7-iyuldagi PQ-3117-sonli "Qishloq xo'jaligi mashinasozligi sohasida ilmiy-texnik bazani yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida" qaror, shuningdek, 2020-yil 30-iyuldagi PQ-4794-sonli "O'zbekiston Respublikasi hududlari va aholisini seysmik xavfsizligini ta'minlash tizimini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida" prezident qarori va ushbu faoliyat bilan bog'liq boshqa normativ-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishga ushbu dissertatsiya tadqiqoti muayyan darajada xizmat qiladi.

**Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo'nalishlariga mosligi.** Mazkur ilmiy ish respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining IV. «Matematika, mexanika va informatika» ustuvor yo'nalishi doirasida bajarilgan.

**Muammoning o'rganilganlik darajasi.** Hozirgi vaqtda xorijiy olimlar tomonidan mexanik tizimlarni barqarorlashtirish bo'yicha bir qator ilmiy tadqiqotlar olib borilmoqda, jumladan quyidagi olimlar tomonidan: Kelly R., Santibanez V., Loria A., Alonge F., D'Ippolito F., Raimondi F. M., Alvarez J., Cervantes I., Kelly R, Campa R, Miyazaki F, Naniwa T., Suzuki H, Åström K. J., Hägglund T, Berghuis H., Nijmeijer H. A, Burkov I.V, Fischer N., Dani A., Sharma N., Dixon, W.E, Gorez R., Halanay A., Rasvan V, Meza J, Orrante J., Ortega R., Parada P. Sun D., Hu S., Shao X., Liu C, Wen J. T., Murphy S, Yarza A., Zavala-Rio A., Aguinaga-Ruiz E., Palenov M.V., Kudashova E.A., Karapetyan A.V., Lysiakov V.N., A.S. Andreev, O.A. Peregudova, S. Arimoto, R.G. Muxarlyamov va boshqa ko'plab olimlar muhim ilmiy izlanishlar olib borib, ma'lum natijalarga erishgan.

Respublikamizda ushbu yo'nalishda A.G. Azizov, D. Azimov, Q. Xusanov, N.A. Korshunova, O.M. Dusmatov, M.M. Mirsaidov, Dj.X. Xusanov, K.S. Sultanov, A.A. Rizaev, K.A. Karimov, G'.A. Baxodirov, I.I.Safarov, M.X Teshayev, M.U.Xodjabekov va boshqa bir qator olimlar ilmiy tadqiqotlar olib borishgan va ijobiy natijalarga erishgan.

Shu bilan birga, boshqariladigan mexanik tizimning dasturiy harakatini barqarorlashtirish masalasini yechish uchun umumiy usullar va algoritmlar mavjud emasligi sababidan masala yechimi hali ham ochiqsigicha qolmoqda. Hozirgi kunga qadar robot-manipulyatorlarni boshqarishda diskret boshqaruvlardan foydalanish muammolari yetarli darajada o'rganilmagan.

**Dissertatsiya mavzusining dissertatsiya bajarilgan oliy ta'lim muassasasining ilmiy-tadqiqot ishlari rejalariga bog'liqligi.** Dissertatsiya ishi Navoiy davlat universiteti ilmiy-tadqiqot ishlari rejaları doirasida bajarilgan.

**Tadqiqotning maqsadi** dinamika tenglamalarining noxiziqililigini hisobga olgan holda mexanik tizimlarning harakatlarini boshqarishning diskret modellarini hamda ko'p bo'g'inli robot manipulyatorlarning dasturlashtirilgan harakatlarini barqarorlashtirish masalalarida diskret teskari bog'lanish tuzilmasini ishlab chiqishdan iborat.

### **Tadqiqotning vazifalari:**

golonom mexanik tizimlarning harakatlarini boshqarish masalalarida diskret boshqaruvni ishlab chiqish;

golonom mexanik tizimlarning dasturiy harakatlarini barqarorligini ta'minlaydigan diskret teskari bog'lanishli boshqarish ishlab chiqish;

silindrik sharnirli ko'p bo'g'inli manipulyatorlar uchun uzluksiz va diskret boshqarish modellarini ishlab chiqish;

manipulyatorlarning o'rnatilgan harakatlarini barqarorlashtirishni, vertikal asosli bo'g'inga ega uch bo'g'inli manipulyatorning global trayektoriyasini kuzatishni ta'minlovchi boshqaruv usulini takomillashtirish;

burchak tezliklarini hisobga olmagan holda robot-manipulyatorning tutqichini boshqarish masalasini yechish usulini ishlab chiqish.

**Tadqiqotning obykti** sifatida II tur Lagranj tenglamasi bilan ifodalanadigan boshqariladigan golonom mexanik tizimlar hamda ko'p bo'g'inli robot manipulyatorlarni boshqarish qonunlarini ishlab chiqishi olingan.

**Tadqiqotning predmetini** golonom mexanik tizimlarning traektoriyalarini kuzatish va ularni pog'onali diskret boshqarish usullari orqali barqarorlashtirish, silindrik sharnirli ikki va uch bo'g'inli manipulyatorlar uchun harakat tenglamalari keltirib chiqarish hamda antropomorfik robot qo'li va robot-manipulyatorning tutqichini dasturiy harakatlarini asimptotik turg'unligini ta'minlaydigan boshqarish qonunlarini ishlab chiqish tashkil etadi.

**Tadqiqotning usullari.** Dissertatsiyada boshqaruv nazariyasi metodlaridan, nohiziqli tahlil, nazariy mexanika, sonli usullardan hamda funksional-differentsial tenglamalar muhim xossalari va mexanik tizimlarni boshqarishdan foydalanilgan.

**Tadqiqotning ilmiy yangiligi** quyidagilardan iborat:

boshqariladigan golonom mexanik tizimlarning traektoriyalari kuzatish, belgilangan dasturiy harakatlarni barqarorlashtirish masalalari uchun pog'onali diskret boshqarish qonuniyatining analitik ifodasi Lyapunovning bevosita usuli asosida ishlab chiqilgan;

ko'p bo'g'inli robot manipulyatorlarning harakatlarini barqarorlashtirish nohiziqli masalasi fazoviy fazoning silindrik xususiyati hisobga olgan holda yechish usuli ishlab chiqilgan;

silindrik sharnirli ko'p bo'g'inli robot manipulyator pozitsiyasiga asoslangan teskari bog'lanishli yarim global traektoriyani kuzatishni ta'minlaydigan uzluksiz va diskret boshqaruv modellari sharnirlarda yopishqoq ishqalanish hosil qilish bilan Lyapunovning bevosita usuli asosida ishlab chiqilgan;

silindrik sharnirli ikki va uch bo'g'inli manipulyatorlar uchun Lyapunov bevosita usuli yordamida boshqaruv qonuniyatining analitik ifodasi ishlab chiqilgan;

robotning antropomorfik qo'li, robot-manipulyator tutqichi, ularning belgilangan dasturiy harakatlari barqarorligi ta'minlaydigan boshqaruv tuzilmasini qurish usullari ishlab chiqilgan.

**Tadqiqotning amaliy natijalari** quyidagilardan iborat:

belgilangan dasturiy harakatlarni barqarorlashtirish masalalari uchun yangi turdagi nohiziqli regulyatorlar ishlab chiqilgan bo'lib, ular tizimning asimptotik

turg'unligini yuqori aniqlilik bilan ta'minlangan;

ko'p bo'g'inli robot-manipulyatorlarning traektoriyalarini kuzatish va boshqarish masalalarida qo'llash uchun innovatsion boshqaruv usullari ishlab chiqilgan;

ikki va uch bo'g'inli robot-manipulyatorlar uchun maxsus nohiziqli uzluksiz hamda diskret regulyatorlar ishlab chiqilgan bo'lib, ular manipulyatorlarning murakkab harakatlarini barqarorlashtirish va traektoriyalarini kuzatish masalalarida qo'llash mumkinligini asoslagan.

**Tadqiqot natijalarining ishonchliligi.** Tadqiqot natijalarining ishonchliligi teorema va tasdiqlar, turg'unlik nazariyasi usullar, mexanik tizimlarning turg'unligi va harakatini boshqarish, aniq matematik dalillar hamda hisobiy va Scilab 5.5.2, Maple 2016 maxsus paketlarida sonli modellashtirish natijalarining o'zaro mos kelishi bilan izohlanadi.

**Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati.** Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati robot-manipulyatorlarning belgilangan dasturiy harakat va holat uchun yangi turdagi uzluksiz va diskret boshqaruv qonunlari ishlab chiqilgani mexanik tizimlarni boshqarish nazariyasi va amaliyoti rivojiga qo'shgan hissasi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati ko'p bo'g'inli robot-manipulyatorlar, ikki va uch bo'g'inli robot manipulyatorlar, robotning antropomorf qo'li, robot-manipulyator tutqichlari uchun yaratilgan boshqaruv modellari bilan izohlanadi.

**Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi.** Boshqariladigan mexanik tizimlarni diskret boshqarish qonunlarini ishlab chiqish bo'yicha olingan natijalar asosida:

silindrik sharnirli ikki va uch bo'g'inli manipulyatorlar uchun ishlab chiqilgan teskari bog'lanishli diskret boshqaruv qonunlari "Navoiy kon-metallurgiya kombinati" aksiyadorlik jamiyatining 7-Gidrometallurgiya zavodi amaliyotiga joriy etildi ("Navoiy kon-metallurgiya kombinati" aksiyadorlik jamiyatining 2024-yil 30-sentyabrdagi 23/01-01-07/580-sonli ma'lumotnomasi). Natijada ishlab chiqarish jarayonlarida robot-manipulyatorlarning samaradorligini 1,2 baravarga oshirib hamda payvandlash, yig'ish va kesishdagi xatolar mos ravishda 16-19%, 10-15% va 12-18% ga kamaytirish imkonini bergan.

RNF № 22-71-00062 «Matematik usullar va mobil robot-manipulyatorlarni boshqarish tizimlarini yaratish bo'yicha yangi axborot texnologiyalari» loyihasini amalga oshirish davomida (rahbar E.A. Sutyorkina) mobil robot-manipulyatorlarni boshqarish modellarini yaratish uchun dissertatsiya natijalar qo'llanilgan (Ulyanovsk davlat universitetining 2024-yil 16-oktabrdagi 198/03-sonli ma'lumotnoma, Rossiya). Natijada boshqariladigan mexanik tizimlar va mobil robot-manipulyatorlar uchun yangi diskret modellar ishlab chiqilgan, hamda mos algoritmlar va mobil robot-manipulyatorlarni boshqarish dasturlari ishlab chiqish imkonini bergan.

**Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi.** Dissertatsiya ishining asosiy natijalari bo'yicha 5 ta xalqaro va 2 ta respublika ilmiy konferensiyalarida ma'ruza qilingan va muhokamadan o'tgan.

Dissertatsiya ishi to'raligicha quyidagi seminarlarda muhokamadan

o'tkazilgan: Navoiy davlat pedagogika institutining "Matematika" kafedrasining ilmiy seminarida (2024-yil, 28-sentyabr, bayonnoma №2); "Toshkent irrigatsiya va qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash muhandislari instituti" Milliy tadqiqot instituti "Mexanika va kompyuterli modellashtirish" kafedrasida qoshidagi "Mexanika muammolari" bo'yicha OTM Respublika ilmiy seminarida (2024-yil, 19-oktabr, bayonnoma №27); "Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti "Muhandislik mexanikasi" va "Avtomatlashtirish va Boshqarish" kafedralarining kengaytirilgan ilmiy seminarida (2024-yil, 29-oktabr, bayonnoma №71); "Samarqand davlat arxitektura va qurilish universiteti "Qurilish mexanikasi va materiallar qarshiligi" kafedrasida (2024-yil 8-noyabr, bayonnoma №6) muhokamadan o'tgan.

**Tadqiqot natijalarining e'lon qilinganligi.** Tadqiqot natijalari bo'yicha 12 ta ilmiy ish chop etilgan, O'zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasi tomonidan tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 4 ta maqola - ulardan 2 ta xorijiy (Scopus va Web of science ma'lumotlar bazalarida) va 2 ta mahalliy ilmiy jurnallarda chop etilgan, shuningdek, O'zbekiston Respublikasi Adliya Vazirligi huzuridagi Intellektual mulk agentligi 1 ta EHM uchun dasturga guvohnoma olingan.

**Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi.** Dissertatsiya kirish, uchta bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati va ilovalardan iborat. Dissertatsiya hajmi 109 betni tashkil etadi.

## DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Birinchi bobda dissertatsiyada ko'rib chiqilayotgan muammoni tadqiq qilish metodikasi va qo'yilgan masalalarni hal qilish yo'llari bayon etilgan. Bu masalalarni hal qilish tadqiqotning funksional-differensial tenglamalar va kechikuvchi turdagi diskret tenglamalar turg'unligini o'rganish metodlariga asoslangan. Birinchi paragrafda kechikish bilan bog'liq tenglamalar turg'unligi haqidagi asosiy qoidalar va teoremlari, shu jumladan ilmiy rahbarning natijalari bayon qilingan. Ikkinchi paragrafda Lyapunov funksiyalaridan foydalanish orqali diskret tenglamalar turg'unligi haqidagi teoremlari isbotlangan.

Uchinchi paragrafda qo'yilgan umumiy masalalarni tadqiq qilish metodikasi, avtomatik boshqaruvning navbatdagi masalasining turg'unligini hal qilish misolida ochib berilgan. Kechikishli teskari bog'lanish strukturasi bilan bog'liq avtomatik boshqaruvning noaniq tizimining barqarorligi masalasi ko'rib chiqilgan.

Raqamli modellashtirish natijasida turg'unlik jarayoni tahlil qilingan va tegishli grafiklar keltirilgan.

Ikkinchi bobda tizimning barqaror va dasturiy harakatini ta'minlovchi boshqaruvni qurish masalalari o'rganiladi. Masalalar tezliklarni o'lchash imkoniyati mavjudligi yoki mos dissipativ kuchlar mavjudligi sharti bilan uzluksiz va diskret teskari bog'lanishli qat'iy chiziqli bo'lmagan holda hal qilinadi.

Birinchi paragrafda mexanik tizimlarning dasturiy harakatlarini turg'unlashtirish masalasini hal qiluvchi uzluksiz va pog'onali impuls boshqarishlarni sintez qilish masalasi o'rganiladi.

Boshqariladigan golonom mexanik tizim ko'rib chiqiladi, uning vaziyati  $n$

$q_1, q_2, \dots, q_n$ , umumlashgan koordinatalar bilan aniqlanadi va harakati Lagranj tenglamalari bilan tavsiflanadi:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q + U \quad (1)$$

bu yerda  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)' \in R^n$  koordinata vektori,  $T = \frac{1}{2} \dot{q}' A(q) \dot{q}$  — tizimning kinetik energiyasi,  $A \in R^{n \times n}$  bu musbat aniqlangan va uzluksiz ravishda differensiallanadigan matritsa,  $Q = Q(t, q, \dot{q})$  — umumlashgan boshqarilmaydigan kuchlar vektori,  $U \in R^n$  — boshqarish vektori. Bu yerda va keyinchalik  $(\cdot)'$  — transponirlash operatsiyasi,  $\|q\| = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + \dots + q_n^2}$  —  $R^n$  da Evklid normasi

(1) tenglamalarni quyidagicha ifodalash mumkin

$$A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = Q + U, \quad (2)$$

bu yerda  $C(q, \dot{q})\dot{q}$  tarkibiy qismi koriolis va markazdan qochma kuchlar va momentlarning ta'sirini ifodalaydi

Bizga  $X = \{q^{(0)}(t): [t_0, +\infty) \rightarrow R^n$  dasturiy harakatlar to'plami berilgan bo'lsin va  $G_0 = \{q, \dot{q}, \ddot{q}\} \in R^{3n}: \|q\| \leq g_0 = const, \|\dot{q}\| \leq g_1 = const, \|\ddot{q}\| \leq g_2 = const$  soha bilan chegaralangan.

$q^{(0)}(t) \in X$  dasturiy boshqarish  $U = U^{(0)}(t)$ , yordamida amalga oshiriladigan harakat bo'lsin, shunda

$$U^{(0)}(t) \equiv A(q^{(0)}(t))\ddot{q}^{(0)}(t) + C(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))\dot{q}^{(0)}(t) - Q(t, q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t)) \quad (3)$$

tenglik bajariladi.

G'alayon  $x = q - q^{(0)}(t)$  boshqarish ta'siri  $U^{(1)} = U - U^{(0)}(t)$  kiritamiz. (2)-ga muvofiq, g'alayon harakat tenglamalari quyidagi shaklda yozilishi mumkin.

$$A^{(1)}(t, x)\ddot{x} + C^{(1)}(t, x, 2\dot{q}^{(0)}(t) + \dot{x})\dot{x} = Q^{(1)}(t, x) + Q^{(2)}(t, x, \dot{x}) + U^{(1)} \quad (4)$$

Agar  $U^{(1)} \equiv 0$  bo'lsa  $Q^{(1)}(t, 0) \equiv 0$ ,  $Q^{(2)}(t, x, 0) \equiv 0$  bo'lsa, unda (4) tenglama  $\dot{x} = x = 0$  nol yechimga ega bo'ladi, bu esa dasturiy harakat  $(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))$  ga mos keladi: Shunga muvofiq,  $(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))$  stabilizatsiya masalasi quyidagicha qo'yiladi.

Tenglamalari sistemasining (4) nol yechim  $\dot{x} = x = 0$  ni asimptotik turg'unligini ta'minlaydigan uzluksiz boshqarish ta'siri  $U^{(1)} = U^{(1)}(t, x, \dot{x})$ ,  $U^{(1)}(t, 0, 0) \equiv 0$  ko'rinishida teskari bog'lanish strukturasi aniqlash talab qilinadi.

Faraz qilaylik (4) tenglama tarkibiy qismlarining quyidagi ko'rinishlari mavjud bo'lishi faraz qilinadi:

$$Q^{(1)}(t, x) = F(t, x)x, \quad Q^{(2)}(t, x, \dot{x}) = D(t, x, \dot{x})\dot{x} \quad (5)$$

Avval (4) sistema uchun uzluksiz boshqarish ta'sir quyidagi ko'rinishda bo'lgan

$$U^{(1)}(t, x, \dot{x}) = -B\dot{x} - Px, \quad B, P - const, \quad B' = B, \quad P' = P \quad (6)$$

Avvalambor g'alayon ta'siri bo'lmaganda  $x = \dot{x} = 0$  harakatni stabilizatsiya qilish masalasi ko'rib chiqiladi:

bu yerda  $B, P \in R^{n \times n}$  — teskari bogʻlanish strukturasiidagi kuchaytirish koeffitsientlarining musbat aniqlangan matritsalar boʻlib, ular aniqlanishi kerak. Bu matritsalar stabilizatsiya shartlarini qanoatlantirish uchun tanlanadi. Quyidagi tasdiq isbotlandi.

**Tasdiq 1.** Kuchaytirish koeffitsientlari matritsalar  $P$  va  $B$  shunday tanlaylik, ular  $R^+ \times G_1$  sohada quyidagi tengsizliklarni qanoatlansin.

$$G_1 = \{(x, \dot{x}) \in R^{2n}: \|x\| \leq \Delta, \|\dot{x}\| \leq \Delta, \Delta > 0\}$$

$$\dot{x}' \left( B - \frac{1}{2} \left( C^{(11)}(t, x) + \left( C^{(11)}(t, x) \right)' \right) - \frac{1}{2} \left( D(t, x, \dot{x}) + \dot{D}'(t, x, \dot{x}) \right) - s_0 A^{(1)}(t, x) \right) \dot{x} \geq \alpha_1 \|\dot{x}\|^2 \quad (\alpha_1 > 0)$$

$$s_0 x' \left( P - \frac{1}{2} (F(t, x) + F'(t, x)) - \frac{1}{2} s_0 \left( C^{(12)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)) + \left( C^{(12)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)) \right)' \right) \right) x \geq \alpha_2 \|x\|^2 \quad (\alpha_2 > 0)$$

$$C^{(11)}(t, x) = C^{(1)}(t, x, s_0 x - \dot{q}^{(0)}(t)) \quad C^{(12)}(t, x) = C^{(1)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t))$$

$$2x' \left( \frac{1}{2} s_0 \left( C^{(11)}(t, x) + \left( C^{(11)}(t, x) \right)' \right) + C^{(12)}(t, x) + \left( C^{(12)}(t, x) \right)' + 2D(t, x, \dot{x}) + 2s_0 A^{(1)}(t, x) \right) - F'(t, x) \dot{x} \leq (\alpha_1 \|\dot{x}\|^2 + \alpha_2 \|x\|^2 - \varepsilon (\|\dot{x}\|^2 + \|x\|^2)) \quad (\varepsilon > 0) \quad (7)$$

Shunda (6)-tenglamadagi boshqarish ta'siri 1-masalani qanoatlanritardi va uni hal qiladi.

(4) Sistema  $\dot{x} = x = 0$  harakatini stabilizatsiya qilish masalasida diskret turdagi boshqarish ta'siri quyidagicha bo'ladi:

$$U^{(1)}[t, x, \dot{x}] = -B\dot{x}(t - T_n) - Px(t - T_n) \quad (8)$$

$$\dot{x}(t - T_n) = \dot{x}(T_n), \quad x(t - T_n) = x(T_n), \quad T_n \leq t < T_n + T, \quad T = \text{const} > 0, \quad n \in Z,$$

Quyidagi tasdiq isbotlanadi.

**Tasdiq 2.** (7)-shartlarga ko'ra, diskretizatsiya davri  $T = \text{const} > 0$  shunday tanlanishi mumkinki, (8)-boshqaruvchi ta'sir 1 masalani hal qiladi.

Dasturiy harakat  $(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))$  ni pog'onali impuls ta'siri (1) bilan stabilizatsiya qilish jarayonini raqamli modellashtirish masalasi o'rganildi. Birinchi bobning ikkinchi paragrafidagi teorema asosida tegishli raqamli usulning yaqinlashishi isbotlandi.

Nazariy natijalarni qo'llash misoli sifatida gorizont tekislikda harakatlanadigan asosda joylashgan ikki bo'g'inli manipulyatorning diskret boshqaruvini qurish masalasi ko'rib chiqildi.

Diskret boshqarish ta'siri parametrlari va diskretizatsiya davri  $T > 0$

aniqlangan.

$$U_1^{(1)} = -e_1 \dot{y}_1(t - T_k) - p_1 y_1(t - T_k); U_2^{(1)} = -e_2 \dot{y}_2(t - T_k) - p_2 y_2(t - T_k)$$

$$y(t - T_k) = y(T_k), \dot{y}(t - T_k) = \dot{y}(T_k), T_k = kT, k \in Z^+, e_1, e_2, p_1, p_2 - const$$

$$y = q - q^{(0)}(t) \text{— g'alayon, } U_1 \text{— bu 2 tasdiqqa muvofiq } q = q^{(0)}(t)$$

Boshqarish parametrlarini hisoblash, stabilizatsiya jarayonining raqamli modellashtirilishi va unga mos grafiklar aniq bir masalada ko'rib chiqilgan.

Ikkinchi paragrafda tezliklarni o'lchamasdan, kichik dissipativ kuchlar mavjudligida o'rnatilgan harakatning stabilizatsiyasiga erishish shartlari aniqlanadi.

Boshqarish ta'siri  $U = U^{(0)}(t)$  bo'lib, bu (3)-tenglik  $U^{(0)}(t) = -Q(t, q^{(0)}, 0)$  ga muvofiq tanlangan deb faraz qilinib, (1)-tenglamalar bilan ifodalanadigan boshqariladigan mexanik tizim ko'rib chiqilgan.

Bu holda (2) sistema berilgan  $q(t) \equiv q^{(0)}$  holatga ega bo'ladi va bunda nol holatni qabul qilish mumkin  $\dot{q} = 0, q = 0$ .

Tezliklarni o'lchamasdan  $\dot{q}, \ddot{q} = 0, q = 0$  holatni stabilizatsiya qiladigan  $U^{(1)} = U - U^{(0)}(t)$  boshqarish ta'siri qurish masalasi o'rganiladi, ya'ni boshqarish  $U^{(1)} = U^{(1)}(t, q)$  ko'rinishida bo'ladi.

Shuningdek,  $Q(t, q, \dot{q}) - Q(t, 0, 0)$  barcha yoki ayrim tezliklar bo'yicha to'liq dissipasiyaga ega bo'lgan dissipativ kuchlar, giroskopik kuchlar, potensial va nokonservativ kuchlarga ajratilishi mumkin deb faraz qilamiz.

$$Q(t, q, \dot{q}) - Q(t, 0, 0) = Q_{(1)}(t, q, \dot{q}) + Q_{(2)}(t, q), Q_{(1)}(t, q, 0) \equiv 0, Q_{(2)}(t, 0) \equiv 0$$

Nokonservativ kuchlar boshqarish ta'siri yordamida potensial kuchlarga qadar kompensatsiyalanishi mumkin. Umumlashgan koordinatalar  $q$  quyidagi shaklda ajratilishi mumkin,

$$q' = (q^{(1)'}, q^{(2)'})', q^{(1)} = (q_1, q_2, \dots, q_k)', q^{(2)} = (q_{k+1}, q_{k+2}, \dots, q_n)'$$

( $1 \leq k \leq n$ ) bunda umumlashgan kuchlar va boshqarish ta'sirilar mos ravishda ifodalanadi. Bunda  $Q_{(1)}$  kuch giroskopik kuchlar va barcha yoki ayrim tezliklar  $\dot{q}^{(1)}, Q_{(1)}'(q \leq -\gamma \|\dot{q}^{(1)}(t)\|^2, \gamma = const > 0$  bo'yicha to'liq dissipasiyaga ega bo'lgan dissipativ kuchlar ta'sirini ifodalaydi.

Shuningdek, barcha yoki ayrim koordinatalarni o'lchash mumkin deb faraz qilib  $U$  boshqarishni  $U' = (U'_{(1)}, U'_{(2)})'$  ko'rinishida tuzamiz:

$$U_{(1)}^{(1)}(t, q) + Q_{(2)}(t, q) = -\Pi_q^{(1)}(t, q); (U_{(2)}^{(1)})' = ((U_{(2)}^{(11)})', (U_{(2)}^{(12)})')$$

$$U_{(2)}^{(11)} \in R^k, U_{(2)}^{(12)} \in R^{n-k}, U_{(2)}^{(11)}(q^{(1)}(t - T_j)) = \Pi_{q^{(0)}}^{(2)}(q^{(1)}(T_j)),$$

$$T_j \leq t < T_j + T, T_j = jT, T = const > 0$$

$$U_{(2)}^{(12)}(t, q_{\tau}^{(2)}) = f_{q^{(2)}}(q^{(2)}(t)) \int_{t-h}^t P(t, v) (f(q^{(2)}(t)) - f(q^{(2)}(v))) dv, h = const > 0. \quad (9)$$

bu yerda potensial funksiya  $\Pi^{(1)} = \Pi^{(1)}(t, q)$ ,  $\Pi^{(1)}(t, 0) \equiv 0$ ,  $\Pi_q^{(1)}(t, 0) \equiv 0$ , vaqt bo'yicha o'smaydigan funksiya,  $\Pi_q^{(1)}(t, q) < 0$ ,  $\Pi^{(2)}(0) = 0$ ,  $\Pi_{q^{(1)}}^{(2)}(0) = 0$ ,  $\|\Pi_{q^{(1)}q^{(1)}}\| \leq p_0 = const$ ,  $2p_0h < \gamma$ ; funksiya  $f = f(q^{(2)})$ da cheklangan  $\{q^{(2)} \in R^{n-k}: \|q^{(2)}\| \leq H_2 < +\infty\}$  sohada chekli sonli proobrazlarga ega yoki tenglama  $f(q^{(2)}) = c = const$  ushbu sohada chekli sondagi yechimlarga ega:  $-h \leq s \leq 0$ ;  $P = P(t, v)$  ( $P \in C^1(S \rightarrow R^{(n-k) \times (n-k)})$ ) simmetrik matritsa va uning  $\frac{\partial P(t, v)}{\partial t}$  hosilasi quyidagi tengsizliklarni qanoatlantiradi.

$$\alpha_1(v - t)\|x\|^2 \leq x'P(t, v)x \leq \alpha_2(v - t)\|x\|^2$$

$$x' \frac{\partial P(t, v)}{\partial t} x \leq -\alpha_3(v - t)\|x\|^2 \quad \forall x \in R^{n-k}$$

bu yerda  $\alpha_1 = \alpha_1(s)$ ,  $\alpha_2 = \alpha_2(s)$ , va  $\alpha_3 = \alpha_3(s)$  skalyar uzluksiz musbat funksiyalar  $-h \leq s \leq 0$  oralig'ida aniqlangan.

$$\Pi_q(t, q) = \frac{\partial \Pi(t, q)}{\partial q}, \Pi_t(t, q) = \frac{\partial \Pi(t, q)}{\partial t}, f_q(t, q) = \frac{\partial f(t, q)}{\partial q}, P_t(t, q) = \frac{\partial P(t, q)}{\partial t}..$$

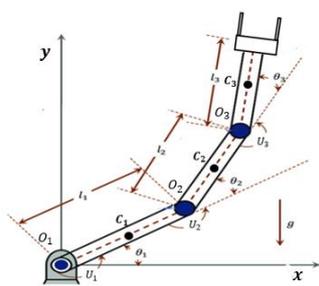
$\Pi(t, q) = \Pi^{(1)}(t, q) + \Pi^{(2)}(q^{(1)})$  funksiya kiritiladi.

Shunga muvofiq quyidagi natijalar olingan.

**Tasdiq 3.** Faraz qilaylik, har qanday  $\|\Pi(t, q)\| \geq \Pi_0(q) \geq 0$ , uchun bunda ushbu  $\{\Pi_0(q) = 0\} \cap \{\|q\| \leq H_1 < H$  to'plam cheklangan sondagi nuqtalardan iborat bo'lsin. Shunda (9) boshqarish ta'siri ostida har qanday (1) cheklangan harakat tizimni cheksiz ravishda barqarorlik holatlaridan biriga, ya'ni  $\dot{q} = 0$ ,  $q = q_0 = const$  ning muvozanat holatlaridan biriga olib keladi, bu esa  $\Pi_0(q_0) = 0$  tenglikni qanoatlantiradi.

**Tasdiq 4.** Agar (9) boshqarish ta'siri quyidagi tengliklarni qanoatlantirsa:

- 1)  $a_1(\|q\|) \leq \Pi(t, q) \leq a_2(\|q\|)$ ;
- 2)  $\left\| \frac{\partial \Pi(t, q)}{\partial q} \right\| \geq \Pi_0(q) \geq 0$ ,  $\Pi_0(q) = 0 \Leftrightarrow q = 0$ ..



1-rasm. Robot-manipulyatorning antropomorf qo'lini

U holda (9) tenglama harakatning  $\dot{q} = 0$ ,  $q = 0$  holatini tekis asimptotik turg'unlikka keltiradigan stabilizatsiya masalasini hal qiladi.

Uchinchi paragrafda robot-manipulyatorning antropomorf qo'lini belgilangan holatga keltirish masalasi ko'rib chiqilgan. Ushbu holatni stabilizatsiya qilishni ta'minlaydigan boshqarish qonuni taqdim etilgan. Robotning antropomorf qo'lining matematik modeli, 1-rasmda ko'rsatilganidek, ko'rib chiqilgan.

Antropomorf qo'lining harakati matritsali Lagranj tenglamalari ko'rinishda tuzilgan.

$$A(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = M - D(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + U$$

bu yerda  $C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$  — Koriolis va markazdan qochish momentlarining ta'sirini ifodalaydi,  $M$  — gravitatsion kuch momentlari,  $D(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$  — dissipativ momentlarni, ya'ni energiya yo'qolishi bilan bog'liq kuchlarni ifodalaydi, va  $U$  — boshqarish ta'siri

$$M_1 = -g(m_1lc_1 + m_2l_1 + m_3l_1)\cos\theta_1 - g(m_2lc_2 + m_3l_2)\cos(\theta_1 + \theta_2) - m_3glc_3\cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$M_2 = -g(m_2lc_2 + m_3l_2)\cos(\theta_1 + \theta_2) - m_3glc_3\cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$M_3 = -m_3glc_3\cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$D = (d_1, d_2, d_3)'$ ,  $d_1, d_2, d_3$  —  $O_1, O_2, O_3$  sharnirlardagi dissipativ momentlarning koeffitsiyentlari

Faraz qilaylik,  $\dot{\theta}=0$ ,  $\theta_1=\theta_1^0$ ,  $\theta_2=\theta_2^0$ ,  $\theta_3=\theta_3^0$  — bu robot qo'lining har qanday berilgan holati bo'lsin. Harakatni stabilizatsiya qilishning uzluksiz va diskret boshqarish momentlar orqali ikkita holati ko'rib chiqiladi:

Birinchi holatda uzluksiz boshqarishni ko'rib chiqamiz va quyidagicha faraz qilamiz:

$$U_i = M_i^0 - k_i \sin \frac{x_i(t)}{2} - p_i \cos \frac{x_i(t)}{2} \int_{t-h_0}^t e^{s_i(\tau-t)} \left( \sin \frac{x_i(\tau)}{2} - \sin \frac{x_i(t)}{2} \right) d\tau, \\ i = 1, 2, 3$$

$x_i = \theta_i - \theta_i^0$  ( $i = 1, 2, 3$ ),  $M_i^0$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — gravitatsion momentlarning ( $\theta_1^0, \theta_2^0, \theta_3^0$ ) holatdagi qiymatlari,  $k_1, k_2, k_3$  doimiy turg'unlik holatidan tanlanadi.

$$k_1 \geq g(m_1lc_1 + m_2(l_2 + lc_2) + m_3(l_1 + l_2 + lc_3)) + \varepsilon_1,$$

$$k_2 \geq g(m_2lc_2 + m_2(l_2 + lc_3)) + \varepsilon_2, k_3 \geq gm_3lc_3 + \varepsilon_3 \quad (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3 > 0),$$

$h, p_i, s_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — ixtiyoriy musbat o'zgarmaslar bo'lishi mumkin 4-tasdiqqa muvofiq boshqarish momenti robotning antropomorf qo'li holatining lokal bo'lmagan masalasini hal qiladi.

Ikkinchi holda,

$$U_i = M_i^0 - p_i \sin \frac{x_i(T_j)}{2}, T_j = jT, j \in Z^+, T > 0$$

deb faraz qilaylik bu yerda  $p_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) musbat doimiyliklar va diskretizatsiya davri  $T > 0$  dissipativ momentlarining samarali ta'sir qilish shartlariga muvofiq tanlanadi.

$$\sum_{j=1}^3 d_j(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_j^2 \leq -\gamma(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_3^2) \quad (\gamma > 0)$$

Shunga o'xshash tarzda, 4-tasdiq bo'yicha, bunday holatda ham boshqarish momentlari antropomorf robot qo'lining holatini nolokal barqarorlashtirish masalasini hal qilishini aniqladik.

Quyidagi parametrlar bilan ko'rsatilgan boshqarish ta'sirida robotlashtirilgan antropomorf qo'lining harakatini raqamli modellashtirish amalga oshirildi:

$$I_1 = 0.12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_2 = 0.12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_3 = 0.12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, m_1 = 2.5 \text{ кг}, m_2 = 15 \text{ кг}, m_3 = 2 \text{ кг}, l_1 = 0.5 \text{ м}, l_2 = 0.1 \text{ м}, l_3 = 0.5 \text{ м}, lc_1 = 0.2 \text{ м}, lc_2 = 0.05 \text{ м}, lc_3 = 0.5 \text{ м}$$

Grafiklar antropomorf robot qo'lini  $(0, 0, -\pi/2)$  holatiga keltirish uchun shu

boshqaruvlar yordamida qanday oʻrnatilganligini koʻrsatadi

Uchinchi bobda silindrik sharnirli robot-manipulyatorning dasturiy harakatini burchak tezliklari oʻlchanmasdan teskari bogʻlanish orqali uzatiladigan boshqarish taʼsirlari yordamida stabilizatsiyalash vazifasi oʻrganilgan. Shuningdek, boʻgʻinlardagi yopishqoq ishqalanish mavjudligi hisobga olinib, uzluksiz va diskret boshqaruv taʼsirlari tahlil qilinadi.

Uchinchi bobning birinchi paragrafida mutlaqo qattiq aylanuvchi boʻgʻinlarga ega koʻp boʻgʻinli robot-manipulyatorlarning nostatsionar traektoriya boʻyicha robust kuzatuv masalasi hal etiladi. Tuzilgan boshqaruv qonunining amaliy qoʻllanilishi uch boʻgʻinli fazoviy manipulyatorning dasturiy harakatini stabilizatsiya qilish vazifasini hal qilishda koʻrsatilgan, shuningdek, mos raqamli modellashtirish dasturi ishlab chiqilgan va grafigi keltirilgan.

Silindrik sharnirlarga ega koʻp boʻgʻinli robot-manipulyatorning harakati quyidagi tenglamalar yordamida tavsiflanishi mumkin.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = u + M_F \quad (10)$$

bu yerda  $q \in R^n$ ,  $\dot{q} \in R^n$  va  $\ddot{q} \in R^n$  mos ravishda boʻgʻinlarning burilish burchaklari, burchak tezliklari va burchak tezlanishlarini ifodalaydi.  $D(q) \in R^{n \times n}$  — inersiya matritsasi,  $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$  — Koriolis va markazdan qochma kuch aʼzolarining matritsasi,  $g(q) \in R^n$  — gravitatsion momentlari.

$$M_F = -\dot{F}q, F \in R^{n \times n}, F - \text{const}, y'Fy \leq 0 \quad \forall y \in R^n$$

$M_F$  — boʻgʻinlardagi ishqalanish momentlari,  $u \in R^n$  esa boshqarish momentlari vektoridir.

(10) tenglamasidagi  $D(q)$ ,  $C(q, \dot{q})$  matritsalar va  $g(q)$  vektori  $q_1, q_2, \dots, q_n$  oʻzgaruvchilarning ayrim davrlarida  $h_i > 0$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) bilan davriy funksiyalar boʻladi. Shunday qilib, agar  $u = 0$  boʻlsa, (10) tenglama nafaqat muvozanat holatiga ega boʻladi, yaʼni  $(q, \dot{q}) = (0, 0)$ , balki quyidagi  $(q, \dot{q})$  koʻrinishda boʻlgan butun bir muvozanat holatlar toʻplamiga ega boʻladi:  $q = (h_1 k_1, h_2 k_2, \dots, h_n k_n)'$ ,  $\dot{q} = 0$ , bu yerda  $k_j \in Z$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ .

Ushbu paragraf va butun boʻlimning asosiy gʻoyasi —  $q_1, q_2, \dots, q_n$  oʻzgaruvchilarning davriy funksiyasi boʻlgan regulyatorni qurishdir. Bu (10) tenglamasidagi nafaqat nol, barcha muvozanat holatlarining turgʻunlik xususiyatlarini oʻrganishga imkon beradi. Bunday yondashuv manipulyator boʻgʻinlari katta tezliklarda harakat qilganda va boshlangʻich xatoliklar katta boʻlganda qulaydir. Yopiq tizimning gʻalayonlar dinamikasini nol muvozanat holatiga olib kelish, uni eng yaqin muvozanat holatiga olib kelishdan koʻra koʻproq sarf talab qilishi koʻrsatilgan.

Endi, bu manipulyatorga (10) tenglama boʻyicha dastlabki har qanday holatdan faqat boʻgʻinlarning burchak oʻlchovlarini ishlatib, kerakli traektoriyani kuzatishga imkon beradigan boshqarish qonunini  $u$  shaklida izlaymiz. Masalani aniqroq shakllantiramiz.

(1) Sistemadagi barcha kerakli traektoriyalar toʻplamini  $Q$  quyidagicha aniqlaymiz:  $Q = \{q_r(t): [t_0, +\infty) \rightarrow R^n: \|\dot{q}_r(t)\| \leq q_{m1}, \|\ddot{q}_r(t)\| \leq q_{m2}\}$ , bu yerda  $q_r(t)$  — ikki marta differensiallanuvchi funksiya,  $q_{mi} = \text{constant} > 0$  ( $i =$

1,2),  $t_0 = \text{constant} \geq 0$ . Masalaning mohiyati shundaki,  $u = u(t, q(t), q(t + s))$  orqali boshqaruv qonuni ( $s \in [-t, 0]$ ) quriladi va qidirilayotgan traektoriya  $q_r(t) \in Q$  manipulyatorning (10) tenglamasi uchun tekis asimptotik turg'un bo'ladi.

Keling,  $q_r(t) \in Q$  bo'lgan biror kerakli traektoriyani tanlaymiz va kuzatish paytidagi siljilishlarni quyidagicha belgilaymiz:

$$e_q = q - q_r(t), \quad \dot{e}_q = \dot{q} - \dot{q}_r(t).$$

(10) tenglamasidan kuzatish dinamikasi tenglamalarini hosil qilishimiz mumkin.

$$D_{st}(t, e_q)\ddot{e}_q + C_{st}(t, e_q, 2\dot{q}_r(t) + \dot{e}_q)\dot{e}_q = u - u_r(t, e_q), \quad (11)$$

(11) uchun silindrik fazaviy fazoni  $\{(e_q, \dot{e}_q) \in K^n \times R^n\}$ , ko'rinishda kiritamiz. Bu yerda  $K^n$  quyidagi ifoda bilan aniqlanadi.

$$K^n = \{x \in R^n: x_1(\text{mod}h_1), x_2(\text{mod}h_2), \dots, x_n(\text{mod}h_n)\}.$$

$u$  boshqarish qonunini quyidagi ko'rinishini ko'ramiz

$$u = u_r(t, e_q) + u_{st}(e_q, x), \quad (12)$$

$$u_{st}(e_q, x) = -B_1 p(e_q) - B_2 x, \dot{x} = -a(x + b\dot{e}_q + cp(e_q) + cp(e_q)) \quad (13)$$

$a, b, c = \text{constant} > 0$ ,  $B_1, B_2 \in R^{n \times n}$  – ba'zi o'zgarmas kuchaytirish koeffitsientlari matritsalarini,  $x = x(t, t_0, e_{q0}, \dot{e}_{q0}, x_0)$  – (13) differensial tenglamaning yechimi,  $p = p(e_q)$ ,  $p: R^n \rightarrow R^n$  – uzluksiz differensiallanuvchi funksiya,  $p(0) = 0$  va  $p(e_q) = (p_1(e_{q1}), p_2(e_{q2}), \dots, p_n(e_{qn}))'$ .

(11), (12) va (13) dan foydalanib, biz yopiq sistemani tuzamiz,

$$D_{st}(t, e_q)\ddot{e}_q + C_{st}(t, e_q, 2\dot{q}_r(t) + \dot{e}_q)\dot{e}_q + B_1 p(e_q) + B_2 x = 0, \dot{x} = -a(x + b\dot{e}_q + cp(e_q)) \quad (14)$$

(14) sistemaning muvozanat holati quyidagi to'plamda yotadi;

$$P = \{(e_q, \dot{e}_q, x) \in R^n \times R^n \times R^n: p(e_q) = 0, \dot{e}_q = 0, x = 0\}.$$

(3.1.8) dan qism to'plamni quyidagicha aniqlaymiz

$$S = \{(e_q, \dot{e}_q, x) \in R^n \times R^n \times R^n: s(e_q) = 0, \dot{e}_q = 0, x = 0\}.$$

bu yerda  $s(e_q) = (s_1(e_{q1}), s_2(e_{q2}), \dots, s_n(e_{qn}))'$ ,  $s_j(e_{qj}) = \int_0^{e_{qj}} p_j(z) dz$ ,  $j = \overline{1, n}$ .

Faraz qilaylik, sharnirlardagi kichik yopishqoq ishqalanish to'liq dissipasiyani hosil qiladi.

$$\dot{e}_q^T F \dot{e}_q \geq f_0 \|\dot{e}_q\|^2, \quad f_0 = \text{const} > 0 \quad (15)$$

1 va 2 tasdiqlar hamda unga tegishli xulosadan kelib chiqib, uzluksiz boshqarish ta'siri uchun quyidagi natija olingan.

**Tasdiq 5.** Aytaylik  $B_1 = wE$  va  $B_2 = -abE$ , va  $X \in R^{3 \times 3}$ , matritsa quyidagi formula yordamida aniqlansin.

$$\begin{pmatrix} -\Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_3 + \lambda_{c2}\varepsilon_1\varepsilon_2 p_{max}/2 \\ \Delta_2 & -\varepsilon_2 w & 0 \\ \Delta_3 + \lambda_{c2}\varepsilon_1\varepsilon_2 p_{max}/2 & 0 & -a(1 - \varepsilon_1 b) \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$\Delta_1 = (\varepsilon_1 ab - \varepsilon_2 p_{m2})d_2 - \lambda_{c1}(\varepsilon_2 p_{m1} + q_{m1}),$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{2}\varepsilon_2\lambda_{c2}(2q_{m1} + \varepsilon_2 p_{m1}) + \varepsilon_1 a|\varepsilon_2 b - c|d_1 + \varepsilon_2^2 p_{m2}d_1,$$

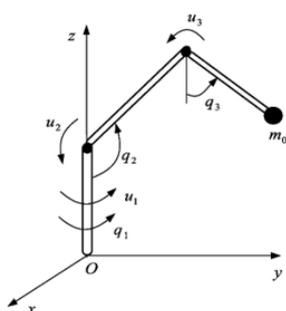
$$\Delta_3 = \frac{1}{2}(\varepsilon_1\lambda_{c2}(2q_{m1} + \varepsilon_2 p_{m1}) + (\varepsilon_1 a|\varepsilon_1 b - 1| + \varepsilon_1\varepsilon_2 p_{m2})d_1),$$

$$w = a(c - \varepsilon_2 b)/\varepsilon_1$$

manfiy aniqlangan bo‘lib, bu yerda  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\lambda_{c1}$ ,  $\lambda_{c2}$   $a$ ,  $b$  va  $c$  ba’zi musbat o‘zgarmas kattaliklar. Shunda diskret pog‘onali impulsli boshqarish ta’siri

$$u_{st} = -B_1 p(e_q(T_k)) - B_2 x(T_k) \quad (17)$$

bu yerda  $T_k = kT$ ,  $T > 0$ ,  $k \in \mathbb{Z}^+$ ,  $x(t)$  – diskretizatsiya davri  $T$  bilan (13) tenglamasining yechimi bo‘lib, dissipatsiya qiymati  $f_0$  orqali (15) tenglamasidan aniqlanadi.



2-rasm. erkinlik daraja 3 ga teng robot-manipulyator modeli

Agar boshqaruv qonuni (17) kuchaytirish matritsalarini  $B_1 = w l E$  va  $B_2 = -a b l E$  ko‘rinishda bo‘lsa, bu yerda  $l > 1$  - yetarlicha katta haqiqiy son, u holda  $P$  to‘plami yarim global tortuvchi bo‘ladi. Boshqarish qonuni (12) ning uzluksiz va diskret (5-tasdiq) shakllarda erkinlik daraja 3 ega bo‘lgan PUMA-560 robot-manipulyator qo‘lida qo‘llanilishi ko‘rib chiqilgan (2-rasmga qarang).

Faraz qilamizki, umumlashgan koordinatalar  $q_1 = \varphi_1$ ,  $q_2 = \varphi_2$  va  $q_3 = \varphi_3$  — bu mos ravishda silindrik bo‘g‘inlar  $O_1$ ,  $O_2$  va  $O_3$  atrofidagi aylanish burchaklari.  $I_1$  — birinchi bo‘g‘inning  $Oz$  o‘qiga nisbatan inersiya momenti.  $l_{c2}, l_{c3}$  — mos ravishda ikkinchi bo‘g‘in va yuk bilan uchinchi bo‘g‘inning massalar markazlari va ushbu bo‘g‘inlarning aylanish o‘qlari orasidagi masofalar uzunliklari. Bunday robot-manipulyatorning dinamikasi (10) tenglamalariga asoslanadi.

$p_j: R \rightarrow R$  funksiya va  $s_j: R \rightarrow R, j = \overline{1, n}$  funksiya manipulyatorning tuzilishiga muvofiq formulalar bilan belgilanadi:

$$p_j(e_{qj}) = \sin\left(\frac{e_{qj}}{2}\right), \quad s_j(e_{qj}) = 2\left(1 - \cos\left(\frac{e_{qj}}{2}\right)\right), \quad j = \overline{1, n}.$$

$P$  va  $S$  to‘plamlarini quyidagicha yozish mumkin  $P = \{(e_q, \dot{e}_q, x) \in R^n \times R^n \times R^n: e_{qj} = 2\pi k_j (j = \overline{1, n}), k_j \in \mathbb{Z}, \dot{e}_q = 0, x = 0\}$ ,

$S = \{(e_q, \dot{e}_q, x) \in R^n \times R^n \times R^n: e_{qj} = 4\pi k_j (j = \overline{1, n}), k_j \in \mathbb{Z}, \dot{e}_q = 0, x = 0\}$ .

Parametrlari bilan raqamli modellashtirish amalga oshirilgan

$$I_1 = 0.1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, m_2 = 13.8 \text{ кг}, m_3 = 4.9 \text{ кг}, m_0 = 3.1 \text{ кг},$$

$$l_2 = 1.6 \text{ м}, l_{c2} = 0.8 \text{ м}, l_{c3} = 0.5 \text{ м}.$$

Kerakli traektoriya quyidagicha tanlangan

$$q_{1r}(t) = (3t) \text{ рад}, q_{2r}(t) = \cos(2t) \text{ рад}, q_{3r}(t) = \sin(3t) \text{ рад}.$$

Boshqaruv qonuni (13) + (17) ko‘rinishga ega bo‘lib, (15) sharnirlardagi ishqalanish ta’siri hisobga olingan. Tegishli parametrlari quyidagicha tanlangan.

$$a = 10, b = 1, c = 1, b_1 = 90, b_2 = -10,$$

qiymatlar quyidagicha olinadi  $f_0 = 1.5 \text{ kГM/c}$ ,  $T = 0.1 \text{ c}$ .

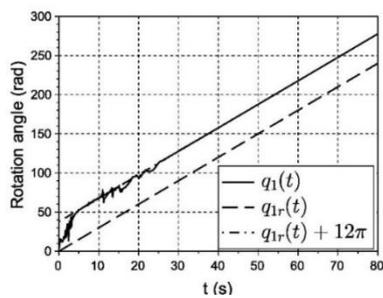
Manipulyatorning boshlang‘ich holati va tezligi shunday tanlangan bo‘lsin:

$$q_1(0) = 3.0 + q_{1r}(0) \text{ rad}, q_2(0) = -2.0 + q_{2r}(0) \text{ rad}, q_3(0) = 2.1 + q_{3r}(0) \text{ rad}, \dot{q}_1(0) = 40 \text{ rad/s}, \dot{q}_2(0) = -35 \text{ rad/s}, \dot{q}_3(0) = -50 \text{ rad/s}.$$

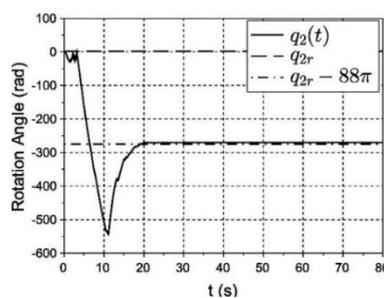
Modellashtirish Scilab 5.5.2 platformasidan foydalangan holda amalga oshirildi. 3–5-rasmlar kerakli trayektoriyani kuzatish jarayonini ko‘rsatadi, 6-rasm esa stabilizatsiyalashtiruvchi momentlar ta’sirini tasvirlaydi

Siljishga ega trayektoriyalarning dasturiy harakatga asimptotik yaqinlashuvi mavjud bo‘lib, u  $2\pi z$  ga teng, bu yerda  $= (z_1, z_2, z_3)'$ ,  $z_j \in Z, j = 1, 2, 3$

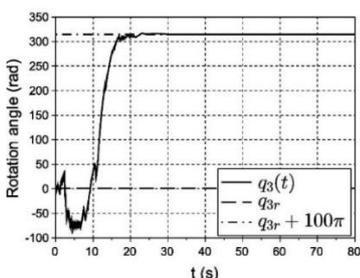
Ikkinchi paragrafning maqsadi - ikki bo‘g‘inli gorizontal manipulyatorning dasturiy holatlarini stabilizatsiyalash uchun yangi boshqarish qonunlarining qo‘llanilishidir. Tegishli masalani yechish ikkinchi bobda va oldingi paragrafda keltirilgan boshqaruv masalalarini tadqiq qilishdagi yangi yondashuv asosida amalga oshiriladi.



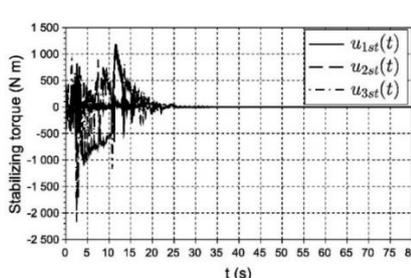
3-rasm.



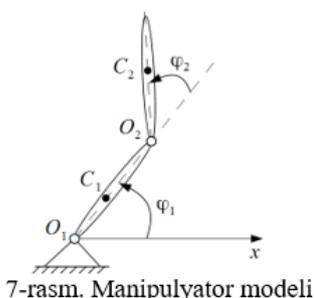
4-rasm.



5-rasm.



6-rasm.



7-rasm. Manipulyator modeli

Manipulyatorning bo‘g‘inlari uzunliklari  $l_1$  va  $l_2$ , massalari  $m_1$  va  $m_2$  bo‘lgan mutlaqo qattiq sterjenlar deb faraz qilamiz (7-rasm). Faraz qilamizki,  $U = (U_1, U_2)^T$  — sharnirlardagi boshqaruv, ularda shuningdek, yopishqoq ishqalanish momentlari ham ta’sir qiladi:

$$M_1 = -k_1(t)\dot{\varphi}_1, M_2 = -k_2(t)\dot{\varphi}_2, 0 \leq k_j(t) \leq k_0 =$$

$const, j = 1, 2.$

Agar  $U_1 = U_2 = 0$  bo‘lsa, muvozanat holat quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi

$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0, \varphi_1 = \varphi_{10} = const, \varphi_2 = \varphi_{20} = const \quad (18)$$

Ushbu holatni stabilizatsiya qilish masalasi nochiziqli regulyatorlar asosida

ko'rib chiqiladi.  $x_1 = \varphi_1 - \varphi_{10}$ ,  $x_2 = \varphi_2 - \varphi_{20}$ .

Faraz qilaylik, ikkinchi sharnirda yopishqoq ishqalanish momenti hosil bo'lsin

$$M_2 = -f_0 \dot{\varphi}_2 \quad (f_0 = \text{const} > 0)$$

(18) holatni global stabilizatsiya qilish masalasi  $\varphi_2$  bo'yicha diskret boshqaruvchi ta'sir bilan cheklangan boshqarish orqali hal qilinishi ko'rsatilgan.

$$U_1 = -\mu_1 \arctan x_1 - (1 + x_1^2)^{-1} \int_{t-h(t)}^t g(\tau - t) (\arctan x_1(t) - \arctan x_1(\tau)) d\tau,$$

$$U_2 = -\mu_2 \arctan x_2(T_k), \quad T_k = kT, \quad k \in Z^+, \quad T > 0$$

bu yerda boshqarish ta'sirining parametrlari quyidagi shartlarni qanoatlantiradi

$$\mu_1 > 0, \quad \mu_2 > 0, \quad g(s) > 0, \quad g'(s) = \frac{dg(s)}{ds} < 0, \quad (-h_1 \leq s \leq 0),$$

$$0 < h_0 \leq h(t) \leq h_1, \quad h_3 \leq \dot{h}(t) \leq 1 - h_4, \quad h_4 = \text{const} > 0, \quad 0 < T \leq \frac{f_0}{\mu_2} - \varepsilon,$$

Ushbu masalani yechishda manipulyatorning holati burchak koordinatalari bilan aniqlanishini inobatga olish mumkin. Birinchi sharnirda  $M_1 = -f_0 \dot{\varphi}_1$  ( $f_0 = \text{const} > 0$ ) yopishqoq ishqalanish momenti bor bo'lsin. Faraz qilaylik

$$U_1 = -\mu_1 \sin \frac{x_1(T_k)}{2}, \quad T_k = kT, \quad k \in Z^+, \quad T > 0,$$

$$U_2 = -\mu_{21} \sin \frac{x_2}{2} + \cos \frac{x_2}{4} \int_{t-h_0}^t g(\tau - t) \sin \frac{x_2(\tau)}{4} d\tau,$$

$$M_2 = \mu_{21} - \frac{1}{2} \int_{-h_0}^0 g(s) ds > 0, \quad j = 1, 2, \quad h_0 > 0, \quad g(s) > 0,$$

$$g'(s) < 0 \quad (-h_0 \leq s \leq 0) < 0, \quad 0 < T \leq \frac{f_0}{\mu_2} - \varepsilon, \quad \varepsilon > 0$$

Bunday boshqaruvda manipulyatorning  $\{x_1 = x_{10} = 4\pi k, x_2 = x_{20} = 4\pi l\}$  ( $k, l \in Z$ ) berilgan holatlari asimptotik turg'un bo'ladi,  $\{x_1 = 2\pi k, x_2 = 2\pi l\}$  ( $k, l \in Z$ ) holda esa tortishuvchi bo'ladi.

Turli boshlang'ich g'alayonlarda shuningdek, manipulyatorning massa-inertsia parametrlari va boshqaruv parametrlari quyidagi qiymatlar bilan manipulyator holatini stabilizatsiya qilish bo'yicha sonli modellashtirish natijalari taqdim etilgan.  $m_1 = m_2 = 5 \text{ kg}$ ,  $l_1 = l_2 = 0,5 \text{ m}$ ,  $I_1 = I_2 = 3,33 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,

$$g(s) = \exp(-s), \quad \mu_1 = \mu_2 = 90 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{c}^2, \quad h = h_0 = 0,1 \text{ c}.$$

$$f_0 = 10 \text{ kgm/c}, \quad T = 0.1 \text{ c}$$

Boshqaruv dinamikasi tenglamalarining sonli integratsiyasi Maple 2016 muhitida Runge-Kutta-Felbergning 4-5-darajali usuli yordamida amalga oshirildi.

Manipulyatorning tashqi muhit obyekti bilan bevosita o'zaro ta'sirini ta'minlash uchun odatda manipulyatorning oxirgi bo'g'iniga ulangan ishchi organ xizmat qiladi. U manipulyatorning belgilangan harakatini ta'minlovchi oraliq moslashuvchan konstruktiv elementlar orqali ulanadi (mexanik yig'ish, yo'nalish bo'ylab ko'chirish, qoplama qoplash, sirtni tozalash va h.k.). Ishchi organ modeli sifatida yetarlicha og'ir qattiq jismlarga ega bo'lgan va mahkamlangan nuqtaga ega mexanizm xizmat qilishi mumkin. Uchinchi paragrafda shunday mexanik tizimni boshqarish masalasi o'rganilgan.

## **Xulosa**

1. Diskret vektor tenglamalarining barqarorligini tadqiq qilish uchun Lyapunovning bevosita usuli ishlab chiqilgan. Ishlab chiqilgan usul funksional-differensial tenglamalarining barqarorligini tadqiq qilishda Lyapunov funksional usuli bo'yicha teoremlariga asoslangan holda golonom mexanik tizimlar va robot-manipulyatorlar uchun yangi turdagi uzluksiz va diskret regulyatorlar asosida dasturiy harakatni tashqi ta'sirlar bo'lganda ham boshqarish imkonini bergan.

2. Kechikishli teskari bog'lanishli boshqariladigan mexanik tizimlar avtomatik boshqarish tizimining asimptotik turg'unligi masalasi yechilgan. Natijada yarim global va global turg'unlik sohasi aniqlangan, shuningdek, turg'unlikni ta'minlovchi boshqaruv parametrlari va diskret qadamlarni aniqlash imkonini beruvchi tengsizlik ko'rinishida shartlar qurilgan.

3. Golonom mexanik tizim trayektoriyasini kuzatish masalasini yechishda impulsli pog'onali diskret boshqarish qonunining qo'llanilishi asoslab berilgan. Bunday boshqarishning diskret qadamini baholash imkonini beruvchi shartlar keltirib chiqarilgan. Diskret boshqarishning barqarorlik shartlari tegishli uzluksiz boshqarishning shartlari bilan mosligi ta'minlangan.

4. Golonom mexanik tizimning holatini barqaror qilish masalasi tezlikni o'lchamasdan uzluksiz teskari bog'lanishli nohiziqli PI-regulyator yordamida yechish usuli ishlab chiqilgan. Ishlab chiqilgan yechish usuli yopishqoq ishqalanish koeffitsientining kichik qiymatlarida, tegishli diskret regulyatorni qo'llash imkonini beradi.

5. Silindrik sharnirlarli ko'p bo'g'inli robot-manipulyator trayektoriyani kuzatish masalasini yechishda faqat koordinata o'lchovlari yordamida boshqarish qonuniyatining ifodasi ishlab chiqilgan.

6. Burchak tezliklarini o'lchamasdan ikki bo'g'inli gorizontal manipulyatorning dasturiy holatini global barqarorlashtirish masalasi yechishda diskret boshqarish qonuniyatining ifodasi ishlab chiqilgan.

7. Yuk bilan manipulyatorning ishchi organining dasturiy holatini global barqarorlashtirish masalasi uchun og'ir qattiq jismning mahkamlangan nuqtaga ega mexanizm sifatida modellashtirilishi orqali tegishli uzluksiz va diskret regulyator qonuniyatining ifodasi ishlab chiqilgan.

**РАЗОВЫЙ НАУЧНЫЙ СОВЕТ ПРИ НАУЧНОМ СОВЕТЕ  
DSc.02/30.12.2019. T/FM.61.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ  
СТЕПЕНЕЙ ПРИ ИНСТИТУТЕ МЕХАНИКИ И  
СЕЙСМОСТОЙКОСТИ СООРУЖЕНИЙ**

---

**НАВОИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**АХМАТОВ АЗИЗБЕК АБДУВАХОБ УГЛИ**

**ДИСКРЕТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ УПРАВЛЯЕМЫМИ  
МЕХАНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ**

**01.02.01 – Теоретическая механика**

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)  
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК**

**Ташкент – 2025**

**Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована Высшей аттестационной комиссией при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан за № B2024.1.PhD/FM1018**

Диссертация выполнена в Навоийском государственном университете  
Афтореферат диссертации на трех языках (узбекском, русском, английском) размещен на веб-странице Научного совета ([www.instmech.uz](http://www.instmech.uz)) и информационно-образовательном портале “Ziyonet” ([www.ziyonet.uz](http://www.ziyonet.uz)).

**Научный руководитель:**

**Хусанов Джумма ХХХ**  
доктор физико-математических наук,  
профессор

**Официальные оппоненты:**

**Тешаев Мухсин Худайбердиевич**  
доктор физико-математических наук (DSc),

**Ходжабеков Муроджон Усарович**  
доктор физико-математических наук (DSc),

**Ведущая организация:**

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН)

Защита диссертации состоится «\_\_» \_\_\_\_\_ 2025 года в \_\_ часов на заседании Научного совета DSc.02/30.12.2019. T/FM.61.01 при Институте механики и сейсмостойкости сооружений Адрес: 100000, г. Ташкент, ул. Дурман йули, 33, зал заседаний – 1. Тел.:(99871) 262-71-52; факс:(99871) 262-71-32, e-mail: [instmech@academy.uz](mailto:instmech@academy.uz)).

С диссертацией (PhD) можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института механики и сейсмической стойкости сооружений (регистрационный номер -19). Адрес: 100000, г. Ташкент, ул. Дурман йули, 33. Тел. (99871) 262-71-32.

Автореферат диссертации разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2025 года.  
(реестр Протокола рассылки № \_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2025 года)

**М.М. Мирсаидов**

Председатель Научного совета по  
присуждению ученых степеней,  
д.т.н., профессор, академик АН РУз

**М.К. Усаров**

Ученый секретарь Научного совета  
по присуждению ученых степеней,  
д.ф.-м.н., профессор

**А.А.Ризаев**

Председатель Научного семинара при  
Научном совете по присуждению  
ученых степеней, д.т.н., профессор .

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность и востребованность темы диссертации.** В мире особое внимание уделяется разработке и проектированию новых эффективных структур управления для механических систем в связи с увеличением сложности операций, выполняемых манипуляторами и мобильными роботами, а также ростом требований к точности, надежности и энергоэффективности. В развитых странах для решения задач эффективного управления механическими системами важное значение придается разработке методов управления внешними воздействиями, оптимизации в реальном времени, повышению энергоэффективности, минимизации задержек в реальном времени системах управления, внедрению дискретных и адаптивных систем управления, а также обеспечению безопасности и надежности работы систем. В связи с этим, особое внимание уделяется применению технологий искусственного интеллекта и оптимизации в реальном времени, а также внедрению дискретных и адаптивных систем управления для повышения эффективности управления.

На сегодняшний день в мире ведутся научные исследования, направленные на совершенствование математических моделей и задач стабилизации механических систем. В этом направлении приоритет отдается исследованиям по улучшению динамических характеристик механических систем, повышению их устойчивости к внешним воздействиям, повышению эффективности работы и энергосбережения, разработке математических моделей и методов управления, а также обеспечению корректной работы систем в сложных условиях, таких как вибрации, изменения температуры или неопределённости массо-инерционных параметров. Вместе с тем, одной из актуальных задач является выявление и анализ условий устойчивости механических систем, а также построение эффективных механизмов управления, способных гарантировать их стабильную работу.

В нашей республике в последние годы проводятся многочисленные научные исследования, направленные на внедрение современных методов управления в робототехнике и автоматизации производства, разработку и применение инновационных подходов к стабилизации сложных механических систем а также предпринимаются масштабные меры по их практическому применению.

В стратегии развития цифровой экономики нашей страны на 2020–2030 годы в том числе с учетом «... разработке и реализации аппаратно-программных средств, робототехнике, ...»<sup>1</sup> определены важнейшие задачи. Мерах по ее эффективной реализации указывает на необходимость внедрения интеллектуальных систем управления и передовых технологий. В реализации этих задач, в частности, значимую роль играет внедрение передовых технологий управления, а также определение дискретных методов управления, которые повышают эффективность производственных

---

<sup>1</sup> Указ Президента Республики Узбекистан от 5 октября 2020 года № УП-6079 об утверждении стратегии «Цифровой Узбекистан-2030»

процессов.

Представленное диссертационное исследование, в определенной мере, способствует выполнению задач, изложенных в Указе Президента Республики Узбекистан №УП - 4947 от 7 февраля 2017 года «О Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», № УП-60 от 28.01.2022 г. «О Стратегии развития Нового Узбекистана на 2022-2026 годы», Постановлении Президента Республики Узбекистан №ПП - 3117 от 7 июля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию научно-технической базы в сфере сельскохозяйственного машиностроения», а также служит в реализации задач, поставленных в ПП-4794 от 30 июля 2020 года “О мерах по коренному совершенствованию системы обеспечения сейсмической безопасности населения и территории Республики Узбекистан” и других нормативно-правовых актах, связанных с данной деятельностью.

**Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики.** Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий Республики Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

**Степень изученности проблемы.** В настоящее время зарубежными учеными проводится ряд научных исследований по стабилизации механических систем, в том числе следующими учеными: Келли Р., Сантибаньес В., Лория А., Алонге Ф., Д’Ипполито Ф., Раймонди Ф.М., Альварес Х., Сервантес И., Кампа Р., Миядзаки Ф., Нанива Т., Судзуки Х., Острем К.Й., Хагглунд Т., Бергхейс Х., Неймейер Х.А., Бурков И.В., Фишер Н., Дани А., Шарма Н., Диксон У.Э., Горез Р., Халанай А., Расван В., Меза Х., Орранте Х., Ортега Р., Парада П., Сун Д., Ху С., Шао Х., Лю С., Вэнь Дж.Т., Мёрфи С., Ярса А., Завала-Рио А., Агуинага-Руис Э., Палёнов М.В., Кудашова Е.А., Карапетян А.В., Лысяков В.Н., А.С. Андреев, О.А. Перегудова, С. Аримото, Р.Г. Мухарлямов и многими другими учеными, которые добились определенных результатов в своих научных изысканиях.

В нашей республике в этом направлении научные исследования проводили такие ученые, как А.Г.Азизов, Д.Азимов, К. Хусанов, Н.А. Коршунова, О.М. Дусматов, М.М. Мирсаидов, Ж.Х. Хусанов, К.С. Султанов, А.А. Ризаев, К.А. Каримов, Г.А. Баходиров, И.И. Сафаров, М.Х. Тешаев, М.У.Ходжабеков и другие, которые также достигли положительных результатов.

Следует отметить, что из-за отсутствия общих методов и алгоритмов для решения задачи стабилизации программного движения управляемой механической системы её решение до сих пор остается открытым. До настоящего времени результаты применения дискретных моделей управления по стабилизации систем роботов-манипуляторов недостаточно.

**Связь темы диссертации с планами научно-исследовательских работ высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация.** Диссертационная работа выполнена в рамках планов научно-исследовательских работ Навоийского государственного университета.

**Цель исследования.** Целью диссертационной работы является обоснование дискретных моделей управления движений механических систем с учетом нелинейности уравнений их динамики, разработка структуры дискретной обратной связи в задачах о стабилизации программных движений многозвенных роботов-манипуляторов.

**Задачами исследования** являются:

разработка и применение дискретного управления в задачах управления движениями голономных механических систем;

разработка моделей управления с обратной непрерывной и дискретной связью, обеспечивающих стабилизацию программных движений голономных механических систем;

разработка непрерывных и дискретных моделей управления многозвенными манипуляторами с цилиндрическими шарнирами;

совершенствование метода управления, обеспечивающего стабилизацию установившихся движений плоских манипуляторов, глобального отслеживания траекторий трехзвенного манипулятора с вертикальным базовым звеном;

разработка метода решения задачи об управлении захватом робота-манипулятора без измерения его угловых скоростей.

**Объектом исследования** являются управляемые голономные механические системы, описываемые уравнениями Лагранжа 2-го рода, управление многозвенными роботами-манипуляторами.

**Предметом исследования** являются:

Предметом исследования является отслеживание траекторий голономных механических систем и их стабилизация с помощью ступенчатых дискретных методов управления, вывод уравнений движения для двух- и трёхзвенных манипуляторов с цилиндрическими шарнирами, а также разработка законов управления, обеспечивающих асимптотическую устойчивость программных движений антропоморфной руки робота и захвата робота-манипулятора.

**Методы исследования.** В диссертации используются методы теории управления, нелинейного анализа, теоретической механики, численных методов. Кроме того, используются методы исследования качественных свойств функционально-дифференциальных уравнений и управления механическими системами, в том числе, многозвенными манипуляторами.

**Научная новизна.**

разработано аналитическое выражение применение ступенчатого дискретного управления в задачах о стабилизации программных установившихся движений, отслеживания траекторий управляемых голономных механических систем, основанное на прямом методе Ляпунова;

Разработаны непрерывные и дискретные модели управления многозвенными роботами манипуляторами, при которых задача о стабилизации установившихся движений решается в нелинейной постановке с учетом цилиндричности фазового пространства;

на основе прямого метода Ляпунова разработаны модели непрерывного

и дискретного управления для обеспечения полуглобального отслеживания траектории с обратной связью, основанной на положении многозвенного робота-манипулятора с цилиндрическими шарнирами, с учетом возникновения вязкого трения в шарнирах;

разработаны законы непрерывного и дискретного управлений двух- и трехзвенным манипуляторами с цилиндрическими шарнирами.

разработаны методы построения структуры управления антропоморфной руки робота, захвата робота-манипулятора, обеспечивающей стабилизацию их программных установившихся движений.

#### **Практические результаты исследования.**

для задач стабилизации установившихся программных движений разработаны новые типы нелинейных регуляторов, которые обеспечивают асимптотическую устойчивость системы с высокой точностью;

разработаны инновационные методы управления для решения задач отслеживания и управления траекториями многозвенных роботов-манипуляторов;

для двух- и трехзвенных роботов-манипуляторов созданы специальные нелинейные непрерывные и дискретные регуляторы, применение которых обосновано для задач стабилизации сложных движений манипуляторов и отслеживания их траекторий.

**Достоверность результатов исследований.** Достоверность результатов исследования обоснована теоремами и утверждениями, методами теории устойчивости, управлением устойчивостью и движением механических систем, точными математическими доказательствами, а также взаимным соответствием результатов численного моделирования, выполненного с использованием специализированных пакетов Scilab 5.5.2 и Maple 2016.

#### **Научная и практическая значимость результатов исследования.**

Научная значимость результатов исследования объясняется вкладом в развитие теории и практики управления механическими системами за счёт разработки новых типов непрерывных и дискретных законов управления для стабилизации положений и установившихся движений, отслеживании траекторий многозвенных роботов-манипуляторов в строго нелинейной постановке с учетом периодичности уравнений их динамики по угловым переменным

Практическая значимость результатов исследования состоит в том, что построенные модели управления многозвенными роботами-манипуляторами, двух- и трехзвенных роботов-манипуляторов, антропоморфной руки робота, захвата робота-манипулятора могут иметь эффективное применение в построении структуры управления промышленными робототехническими системами.

**Внедрение результатов исследования.** На основе результатов, полученных по разработке метода дискретного управления управляемыми механическими системами:

законы дискретного управлений с обратной связью двух- и трехзвенным

манипуляторами с цилиндрическими шарнирами, были внедрены на предприятии “Гидрометаллургический завод №7” акционерного общества “Навоийский горно-металлургический комбинат”, (Справка акционерного общества “Навоийский горно-металлургический комбинат” от 30 сентября 2024 года № 23-01-01-07 / 580) что в результате эффективность роботоманипуляторов в производственных процессах увеличилась в 1,2 раза, а ошибки при сварке, сборке и резке уменьшились соответственно на 16-19%, 10-15% и 12-18%.

При выполнении проекта РФФ № 22-71-00062 «Математические методы и новые информационные технологии конструирования систем управления мобильными роботами-манипуляторами» (руководитель Е.А. Сутыркина) использовали результаты для построения и обоснования моделей управления управляемых механических систем и мобильных роботоманипуляторов разработаны новые дискретные модели, соответствующие алгоритмы и программы по управлению мобильными роботами-манипуляторами. (справка Ульяновского государственного университета от 16 октября 2024 г. № 198/03, Россия).

**Апробация результатов исследования.** Результаты данного исследования обсуждены на 5 международных и 2 республиканских научно-практических конференциях.

Диссертационная работа была полностью обсуждена на следующих семинарах: на научном семинаре кафедры “Математика” Навоийского государственного университета (28 сентября 2024 года, протокол №2); на научном семинаре “Проблемы механики” кафедры “Механика и компьютерное моделирование” при Национальном исследовательском университете “Ташкентского института инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства” (19 октября 2024 года, протокол №27); на расширенном научном семинаре кафедр «Инженерная механика» и «Автоматизация и управление» Навоийского государственного горного и технологического университета (29 октября 2024 года, протокол №71); на научном семинаре кафедры «Строительная механика и сопротивление материалов» Самаркандского государственного архитектурно-строительного университета (8 ноября 2024 года, протокол №6).

**Опубликование результатов исследования.** По теме диссертации опубликованы 12 научных работ, в том числе: 2 научных статей в республиканских и 2 в международных журналах (проиндексированы в Scopus и Web of science), рекомендованных высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертационных работ. Также получены сертификат для программного обеспечения (DГУ 30509) агентства интеллектуальной собственности РУз.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения трех глав, заключения, списков использованной литературы, списков опубликованных работ и использованной литературы, а также приложения. Объем диссертации составляет 109 страницы.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

В первой главе излагается методика исследования рассматриваемой в диссертации проблемы и решение поставленных задач. Решение этих задач основывается на методах исследования устойчивости функционально-дифференциальных уравнений запаздывающего типа и дискретных уравнений. В первом параграфе излагаются основные положения и теоремы об устойчивости уравнений с запаздыванием, включая результаты научного руководителя. Во втором параграфе доказываются теоремы об устойчивости дискретных уравнений с использованием функций Ляпунова.

В третьем параграфе на примере решения следующей задачи об устойчивости нелинейной системы автоматического управления раскрывается методика исследования поставленных общих задач. Рассмотрена задача об устойчивости нелинейной системы автоматического управления с запаздыванием в структуре обратной связи. Проведено численное моделирование процесса устойчивости с представлением соответствующих графиков.

Во второй главе исследуются задачи о построении управления, обеспечивающего стабилизацию установившегося и программного движения системы. Задачи решаются в строго нелинейной постановке на основе непрерывной и дискретной обратной связи в предположении возможного измерения скоростей или при наличии соответствующих диссипативных сил.

В первом параграфе исследуется задача синтеза непрерывного и ступенчатого импульсного управления, решающих задачу стабилизации программных движений механических систем.

Рассматривается управляемая голономная механическая система, положение которой определяется  $n$  обобщенными координатами  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , а движение описывается уравнениями Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q + U \quad (1)$$

где  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)' \in R^n$  — вектор координат,  $T = \frac{1}{2} \dot{q}' A(q) \dot{q}$  — кинетическая энергия системы,  $A \in R^{n \times n}$  — является положительно-определенной и непрерывно дифференцируемой матрицей,  $Q = Q(t, q, \dot{q})$  — вектор обобщенных неуправляемых сил,  $U \in R^n$  — вектор управления. Здесь и далее  $(\cdot)'$  — операция транспонирования,  $\|q\| = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + \dots + q_n^2}$  — евклидова норма в  $R^n$ .

Уравнения (1) можно представить в виде

$$A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = Q + U, \quad (2)$$

где составляющая  $C(q, \dot{q})\dot{q}$  описывает действие кориолисовых и центробежных сил и моментов.

Пусть  $X = \{q^{(0)}(t): [t_0, +\infty) \rightarrow R^n\}$  — заданное множество программных движений, ограниченных областью  $G_0 = \{q, \dot{q}, \ddot{q}\} \in R^{3n}: \|q\| \leq g_0 = \text{const}, \|\dot{q}\| \leq g_1 = \text{const}, \|\ddot{q}\| \leq g_2 = \text{const}$

Пусть  $q^{(0)}(t) \in X$  есть движение, осуществляемое посредством программного управления  $U = U^{(0)}(t)$ , так что выполнено тождество

$$U^{(0)}(t) \equiv A(q^{(0)}(t))\ddot{q}^{(0)}(t) + C(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))\dot{q}^{(0)}(t) - Q(t, q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t)) \quad (3)$$

Введены возмущение  $x = q - q^{(0)}(t)$  управляющее воздействие  $U^{(1)} = U - U^{(0)}(t)$  Согласно (2), уравнения возмущенного движения могут быть записаны в виде

$$A^{(1)}(t, x)\ddot{x} + C^{(1)}(t, x, 2\dot{q}^{(0)}(t) + \dot{x})\dot{x} = Q^{(1)}(t, x) + Q^{(2)}(t, x, \dot{x}) + U^{(1)} \quad (4)$$

При  $U^{(1)} \equiv 0$  в силу того, что  $Q^{(1)}(t, 0) \equiv 0$ ,  $Q^{(2)}(t, x, 0) \equiv 0$  уравнение (4) имеет нулевое решение  $\dot{x} = x = 0$ , отвечающее программному движению  $(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))$ . Соответственно задача о стабилизации  $(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))$  сводится к следующей постановке.

**Задача 1.** Требуется определить структуру обратной связи в виде непрерывного управляющего воздействия  $U^{(1)} = U^{(1)}(t, x, \dot{x})$ ,  $U^{(1)}(t, 0, 0) \equiv 0$ , обеспечивающего асимптотическую устойчивость нулевого решения  $\dot{x} = x = 0$  системы уравнений (4).

Полагается, что в соответствии с наложенными связями и действующими силами имеют место следующие представления составляющих уравнений (4)

$$Q^{(1)}(t, x) = F(t, x)x, \quad Q^{(2)}(t, x, \dot{x}) = D(t, x, \dot{x})\dot{x} \quad (5)$$

Вначале рассмотрена задача о стабилизации невозмущенного движения  $\dot{x} = x = 0$  системы (4) управляющим воздействием вида

$$U^{(1)}(t, x, \dot{x}) = -B\dot{x} - Px, \quad B, P - const, \quad B' = B, \quad P' = P \quad (6)$$

где  $B, P \in R^{n \times n}$  есть положительно определенные матрицы коэффициентов усиления в структуре обратной связи, подлежащие определению.

Доказано следующее утверждение.

**Утверждение 1.** Пусть матрицы коэффициентов усиления  $P$  и  $B$  подобраны так, чтобы в области  $R^+ \times G_1$

$$G_1 = \{(x, \dot{x}) \in R^{2n}: \|x\| \leq \Delta, \|\dot{x}\| \leq \Delta, \Delta > 0\}$$

выполняются неравенства

$$\dot{x}' \left( B - \frac{1}{2} \left( C^{(11)}(t, x) + \left( C^{(11)}(t, x) \right)' \right) - \frac{1}{2} \left( D(t, x, \dot{x}) + D'(t, x, \dot{x}) - s_0 A^{(1)}(t, x) \right) \right) \dot{x} \geq \alpha_1 \|\dot{x}\|^2 \quad (\alpha_1 > 0)$$

$$s_0 x' \left( P - \frac{1}{2} (F(t, x) + F'(t, x)) - \frac{1}{2} s_0 \left( C^{(12)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)) + \left( C^{(12)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)) \right)' \right) \right) x \geq \alpha_2 \|x\|^2 \quad (\alpha_2 > 0)$$

$$C^{(11)}(t, x) = C^{(1)}(t, x, s_0 x - \dot{q}^{(0)}(t)) \quad C^{(12)}(t, x) = C^{(1)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t))$$

$$2x' \left( \frac{1}{2} s_0 \left( C^{(11)}(t, x) + \left( C^{(11)}(t, x) \right)' + C^{(12)}(t, x) + \left( C^{(12)}(t, x) \right)' + 2D(t, x, \dot{x}) + 2s_0 A^{(1)}(t, x) \right) - F'(t, x) \right) \dot{x} \leq (\alpha_1 \|\dot{x}\|^2 + \alpha_2 \|x\|^2 - \varepsilon (\|\dot{x}\|^2 + \|x\|^2)) \quad (\varepsilon > 0) \quad (7)$$

Тогда управляющее воздействие (6) решает задачу 1.

**Задача 2.** В задаче о стабилизации движения  $\dot{x} = x = 0$  системы (4) управляющим воздействием дискретного типа

$$U^{(1)}[t, x, \dot{x}] = -B\dot{x}(t - T_n) - Px(t - T_n) \quad (8)$$

$\dot{x}(t - T_n) = \dot{x}(T_n)$ ,  $x(t - T_n) = x(T_n)$ ,  $T_n \leq t < T_n + T$ ,  $T = const > 0$ ,  $n \in Z$ , доказано следующее утверждение.

**Утверждение 2.** При условиях (7) период дискретизации  $T = const > 0$  может быть подобран так, что управляющее воздействие (8) решает задачу 1.

Исследована задача о численном моделировании процесса стабилизации программного движения  $(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))$  при ступенчатом импульсном воздействии (1). На основании теоремы из параграфа 2 первой главы доказана сходимость соответствующего численного метода. В качестве применения теоретических результатов, рассмотрена задача построения дискретного управления двухзвенным манипулятором на подвижном основании в горизонтальной плоскости.

Найдены параметры дискретного управляющего воздействия с периодом дискретизации  $T > 0$

$U_1^{(1)} = -e_1 \dot{y}_1(t - T_k) - p_1 y_1(t - T_k)$ ;  $U_2^{(1)} = -e_2 \dot{y}_2(t - T_k) - p_2 y_2(t - T_k)$   
 $y(t - T_k) = y(T_k)$ ,  $\dot{y}(t - T_k) = \dot{y}(T_k)$ ,  $T_k = kT$ ,  $k \in Z^+$ ,  $e_1, e_2, p_1, p_2 = const$   
 $y = q - q^{(0)}(t)$  — возмущение,  $U_1$  — управляющее воздействие, создаваемой обратной связи, обеспечивающее стабилизацию программного движения  $q = q^{(0)}(t)$  в соответствии с утверждением 2.

Рассмотрена конкретная задача с вычислением параметров управления, численным моделированием процесса стабилизации и соответствующими графиками.

Во втором параграфе определяются условия, при которых стабилизация установившегося движения достигается без измерения скоростей при наличии малых диссипативных сил.

Рассматривается управляемая механическая система, описываемая уравнениями (1) в предположении, что управляющее воздействие  $U = U^{(0)}(t)$  подобрано в соответствии с тождеством (3)  $U^{(0)}(t) = -Q(t, q^{(0)}, 0)$ .

В этом случае система (2) имеет заданное положение  $q(t) \equiv q^{(0)}$ , за которое без ограничения общности можно принять нулевое положение  $\dot{q} = 0$ ,  $q = 0$ .

**Задача 3.** Исследуется задача о построении управляющего воздействия

$U^{(1)} = U - U^{(0)}(t)$  обеспечивающего стабилизацию положения  $\dot{q} = 0$ ,  $q = 0$  без измерения обобщенных скоростей  $\dot{q}$ , т. е. в виде зависимости  $U^{(1)} = U^{(1)}(t, q)$ .

Полагается, что действие  $Q(t, q, \dot{q}) - Q(t, 0, 0)$  можно разложить на совокупность диссипативных сил с полной диссипацией по всем или части скоростей, гироскопических, потенциальных и неконсервативных сил.

$Q(t, q, \dot{q}) - Q(t, 0, 0) = Q_{(1)}(t, q, \dot{q}) + Q_{(2)}(t, q)$ ,  $Q_{(1)}(t, q, 0) \equiv 0$ ,  $Q_{(2)}(t, 0) \equiv 0$  неконсервативные силы могут быть компенсированы управляющим воздействием до потенциальных сил. обобщенные координаты  $q$  могут быть разделены в виде

$$q' = (q^{(1)'}, q^{(2)'})', q^{(1)} = (q_1, q_2 \dots, q_k)', q^{(2)} = (q_1, q_2 \dots, q_k)' (1 \leq k \leq n)$$

при соответствующем представлении обобщенных сил и управляющих воздействий. При этом сила  $Q_{(1)}$  представляет собой действие гироскопических сил и диссипативных сил с полной диссипацией по  $q^{(1)}$

$$Q_{(1)}'(q \leq -\gamma \|\dot{q}^{(1)}(t)\|^2, )\gamma = const > 0$$

Предполагается также возможным измерение всех или части координат, на основании которого составляется управление  $U$  в виде  $U' = (U'_{(1)}, U'_{(2)})'$

$$U_{(1)}^{(1)}(t, q) + Q_{(2)}(t, q) = -\Pi_q^{(1)}(t, q); \quad (U_{(2)}^{(1)})' = ((U_{(2)}^{(11)})', (U_{(2)}^{(12)})')$$

$$U_{(2)}^{(11)} \in R^k, U_{(2)}^{(12)} \in R^{n-k}, \quad U_{(2)}^{(11)}(q^{(1)}(t - T_j)) = \Pi_{q^{(0)}}^{(2)}(q^{(1)}(T_j)),$$

$$T_j \leq t < T_j + T, \quad T_j = jT, \quad T = const > 0$$

$$U_{(2)}^{(12)}(t, q^{(2)}) = f_{q^{(2)}}(q^{(2)}(t)) \int_{t-h}^t P(t, v) (f(q^{(2)}(t)) - f(q^{(2)}(v))) dv,$$

$$h = const > 0. \tag{9}$$

где потенциальные функции:  $\Pi^{(1)} = \Pi^{(1)}(t, q)$ ,  $\Pi^{(1)}(t, 0) \equiv 0$ ,  $\Pi_q^{(1)}(t, 0) \equiv 0$ ,

является невозрастающей по времени,  $\Pi_q^{(1)}(t, q) < 0$ ,

$\Pi^{(2)}(0) = 0$ ,  $\Pi_{q^{(1)}}^{(2)}(0) = 0$ ,  $\|\Pi_{q^{(1)}q^{(1)}}\| \leq p_0 = const$ ,  $2p_0h < \gamma$ ; функция  $f =$

$f(q^{(2)})$  имеет конечное число прообразов в ограниченной области  $\{q^{(2)} \in R^{n-k}: \|q^{(2)}\| \leq H_2 < +\infty\}$  или уравнение  $f(q^{(2)}) = c = const$  имеет

конечное число решений в этой области;  $-h \leq s \leq 0$ ; симметричная матрица

$P = P(t, v)$  ( $P \in C^1(S \rightarrow R^{(n-k) \times (n-k)})$ ) и ее производная  $\frac{\partial P(t, v)}{\partial t}$

удовлетворяют следующим соотношениям

$$\alpha_1(v - t)\|x\|^2 \leq x'P(t, v)x \leq \alpha_2(v - t)\|x\|^2$$

$$x' \frac{\partial P(t, v)}{\partial t} x \leq -\alpha_3(v - t)\|x\|^2 \quad \forall x \in R^{n-k}$$

где скалярные непрерывные положительные функции  $\alpha_1 = \alpha_1(s)$ ,  $\alpha_2 = \alpha_2(s)$  и  $\alpha_3 = \alpha_3(s)$  определены при  $-h \leq s \leq 0$ ,

$$\Pi_q(t, q) = \frac{\partial \Pi(t, q)}{\partial q}, \Pi_t(t, q) = \frac{\partial \Pi(t, q)}{\partial t}, f_q(t, q) = \frac{\partial f(t, q)}{\partial q}, P_t(t, q) = \frac{\partial P(t, q)}{\partial t}..$$

Вводится функция  $\Pi(t, q) = \Pi^{(1)}(t, q) + \Pi^{(2)}(q^{(1)})$ .

Соответственно, получены следующие результаты.

**Утверждение 3.** Допустим, что  $\|\Pi(t, q)\| \geq \Pi_0(q) \geq 0$ , при этом множество  $\{\Pi_0(q) = 0\} \cap \{\|q\| \leq H_1 < H\}$  состоит из конечного числа точек. Тогда под действием управления с управляющим воздействием (9) каждое ограниченное движение (1) неограниченно приближается к одному из положений равновесия  $\dot{q} = 0, q = q_0 = const.$ , отвечающему равенству  $\Pi_0(q_0) = 0$ .

**Утверждение 4.** Пусть управляющее воздействие (9) таково, что имеют место соотношения:

- 1)  $a_1(\|q\|) \leq \Pi(t, q) \leq a_2(\|q\|)$ ;
- 2)  $\left\| \frac{\partial \Pi(t, q)}{\partial q} \right\| \geq \Pi_0(q) \geq 0, \Pi_0(q) = 0 \Leftrightarrow q = 0$ .

Тогда (9) решает задачу о стабилизации положения  $\dot{q} = 0, q = 0$  до равномерной асимптотической устойчивости.

В третьем параграфе рассматривается задача о приведении в заданное положение антропоморфной руки робота-манипулятора. Представлен закон действия управления, обеспечивающего стабилизацию этого положения.

Рассмотрена математическая модель антропоморфной руки робота, изображенной на рис. 1.

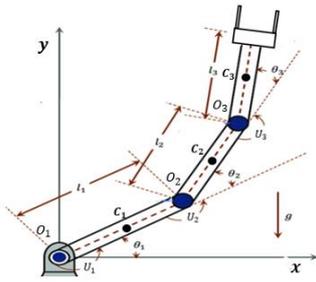


Рис. 1. Антропоморфная рука робота

Составлен матричный вид движения в форме Лагранжа:

$$A(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = M - D(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + U$$

где  $C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$  – действие кориолисовых и центробежных моментов,  $M$  – момент гравитационных сил,  $D(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$  – диссипативные моменты  $U$ –управление

$$M_1 = -g(m_1 l c_1 + m_2 l_1 + m_3 l_1) \cos \theta_1 - g(m_2 l c_2 + m_3 l_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) - m_3 g l c_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$M_2 = -g(m_2 l c_2 + m_3 l_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) - m_3 g l c_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$M_3 = -m_3 g l c_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$D = (d_1, d_2, d_3)'$ ,  $d_1, d_2, d_3$  – коэффициенты диссипативных моментов в шарнирах  $O_1, O_2, O_3$ .

Пусть  $\dot{\theta} = 0, \theta_1 = \theta_1^0, \theta_2 = \theta_2^0, \theta_3 = \theta_3^0$  – любое заданное положение руки робота. Рассмотрены отдельно случаи стабилизации непрерывным и дискретным управляющими моментами.

В первом случае положим

$$U_i = M_i^0 - k_i \sin \frac{x_i(t)}{2} - p_i \cos \frac{x_i(t)}{2} \int_{t-h_0}^t e^{s_i(\tau-t)} \left( \sin \frac{x_i(t)}{2} - \sin \frac{x_i(\tau)}{2} \right) d\tau, \quad i = 1, 2, 3$$

$x_i = \theta_i - \theta_i^0$  ( $i = 1,2,3$ ),  $M_i^0$  ( $i = 1,2,3$ ) – значения гравитационных моментов в положении  $(\theta_1^0, \theta_2^0, \theta_3^0)$ , постоянные  $k_1, k_2, k_3$  подбираются из условия устойчивости положения):

$$k_1 \geq g \left( m_1 l_{c_1} + m_2 (l_2 + l_{c_2}) + m_3 (l_1 + l_2 + l_{c_3}) \right) + \varepsilon_1,$$

$$k_2 \geq g \left( m_2 l_{c_2} + m_3 (l_2 + l_{c_3}) \right) + \varepsilon_2, k_3 \geq g m_3 l_{c_3} + \varepsilon_3 \quad (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3 > 0),$$

а постоянные  $h, p_i, s_i$  ( $i = 1,2,3$ ) могут быть произвольными положительными.

Согласно утверждению, 4 управляющие моменты решают задачу о нелокальной стабилизации положения антропоморфной руки робота.

Во втором случае положим

$$U_i = M_i^0 - p_i \sin \frac{x_i(T_j)}{2}, T_j = jT, j \in Z^+, T > 0$$

где положительные постоянные  $p_i$  ( $i = 1,2,3$ ) и период дискретизации  $T > 0$  подбираются из условия эффективности действия диссипативных моментов

$$\sum_{j=1}^3 d_j(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta}_j^2 \leq -\gamma(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_3^2) \quad (\gamma > 0).$$

Аналогично согласно утверждению 4 находим, что в этом случае также управляющие моменты решают задачу о нелокальной стабилизации положения антропоморфной руки робота.

Проведено численное моделирование движения роботизированной антропоморфной руки при действии указанных управлений при следующих параметрах:

$$I_1 = 0.12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_2 = 0.12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_3 = 0.12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, m_1 = 2.5 \text{ кг}, m_2 = 15 \text{ кг}, m_3 = 2 \text{ кг}, l_1 = 0.5 \text{ м}, l_2 = 0.1 \text{ м}, l_3 = 0.5 \text{ м}, l_{c_1} = 0.2 \text{ м}, l_{c_2} = 0.05 \text{ м}, l_{c_3} = 0.5 \text{ м}$$

Представлены графики приведения антропоморфной руки робота в положение  $(0,0, -\pi/2)$  этими управлениями соответственно.

В третьей главе исследуется задача о стабилизации программного движения робота-манипулятора с цилиндрическими шарнирами управлениями с обратной связью без измерения угловых скоростей посредством непрерывных управляющих воздействий, дискретных воздействий с учетом наличия вязкого трения в шарнирах.

В первом параграфе третьей главы решается задача о робастном отслеживании нестационарных траекторий многозвенных роботов манипуляторов с абсолютно жесткими вращательными шарнирами. Практическая применимость построенного закона управления показана в решении задачи о стабилизации программного движения трехзвенного пространственного манипулятора с разработкой программы соответственного численного моделирования и приведением графиков.

Движение многозвенного робота-манипулятора с цилиндрическими шарнирами может быть описано следующими уравнениями

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = u + M_F \quad (10)$$

где  $q \in R^n$ ,  $\dot{q} \in R^n$  и  $\ddot{q} \in R^n$  представляют углы поворота шарниров, угловые скорости и угловые ускорения соответственно,  $D(q) \in R^{n \times n}$  – матрица

инерции,  $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$  – матрица Кориолиса и центробежных членов,  $g(q) \in R^n$  – гравитационные моменты,

$$M_F = -\dot{F}q, \quad F \in R^{n \times n}, \quad F - const, \quad y'Fy \leq 0 \quad \forall y \in R^n$$

есть моменты вязкого трения в шарнирах,  $u \in R^n$  – вектор управляющих моментов.

Основная идея данного параграфа и всего раздела заключается в построении регулятора, являющегося периодической функцией переменных  $q_1, q_2, \dots, q_n$ . Это позволяет изучить свойство устойчивости множества всех положений равновесия системы (10), а не только нулевого. Такой подход удобен, когда звенья манипулятора движутся с большими скоростями и велики начальные ошибки. Показано, что приведение замкнутой системы динамики ошибок к нулевому положению равновесия оказывается более затратным, чем приведение ее к ближайшему положению равновесия.

Будем искать закон управления  $u$ , позволяющий манипулятору (10) отслеживать желаемую траекторию из любого начального состояния, используя только измерения угловых положений звеньев. Сформулируем задачу точнее.

Определим множество  $Q$  всех желаемых траекторий системы (1), таких как  $Q = \{q_r(t): [t_0, +\infty) \rightarrow R^n: \|\dot{q}_r(t)\| \leq q_{m1}, \|\ddot{q}_r(t)\| \leq q_{m2}\}$ , где  $q_r(t)$  – дважды дифференцируемая функция,  $q_{mi} = constant > 0$  ( $i = 1, 2$ ),  $t_0 = constant \geq 0$ . Задача состоит в построении регулятора  $u = u(t, q(t), q(t+s))$  ( $s \in [-t, 0]$ ) такого, что искомая траектория  $q_r(t) \in Q$  манипулятора (10) равномерно асимптотически устойчива.

Выберем некоторую желаемую траекторию  $q_r(t) \in Q$  и обозначим возмущения при слежении следующим образом:

$$e_q = q - q_r(t), \quad \dot{e}_q = \dot{q} - \dot{q}_r(t).$$

Из (10) можно получить уравнения динамики слежения

$$D_{st}(t, e_q)\ddot{e}_q + C_{st}(t, e_q, 2\dot{q}_r(t) + \dot{e}_q)\dot{e}_q = u - u_r(t, e_q), \quad (11)$$

Введем цилиндрическое фазовое пространство для (11), такое как  $\{(e_q, \dot{e}_q) \in K^n \times R^n\}$ , где  $K^n$  определяется выражением

$$K^n = \{x \in R^n: x_1(\text{mod}h_1), x_2(\text{mod}h_2), \dots, x_n(\text{mod}h_n)\}.$$

Рассмотрим закон управления  $u$  следующего вида

$$u = u_r(t, e_q) + u_{st}(e_q, x), \quad (12)$$

$$u_{st}(e_q, x) = -B_1 p(e_q) - B_2 x, \dot{x} = -a(x + b\dot{e}_q + cp(e_q)), \quad (13)$$

$a, b, c = constant > 0$ ,  $B_1, B_2 \in R^{n \times n}$  – некоторые постоянные матрицы коэффициентов усиления,  $x = x(t, t_0, e_{q0}, \dot{e}_{q0}, x_0)$  является решением дифференциального уравнения (13),  $p = p(e_q)$ ,  $p: R^n \rightarrow R^n$  – непрерывно

дифференцируемая функция такая, что  $p(0) = 0$  и  $p(e_q) = (p_1(e_{q1}), p_2(e_{q2}), \dots, p_n(e_{qn}))'$ .

Используя (11), (12) и (13), получаем замкнутую систему,

$$D_{st}(t, e_q)\ddot{e}_q + C_{st}(t, e_q, 2\dot{q}_r(t) + \dot{e}_q)\dot{e}_q + B_1 p(e_q) + B_2 x = 0, \quad \dot{x} = -a(x + b\dot{e}_q + cp(e_q)) \quad (14)$$

Положения равновесия системы (14) содержатся в множестве

$$P = \{(e_q, \dot{e}_q, x) \in R^n \times R^n \times R^n: p(e_q) = 0, \dot{e}_q = 0, x = 0\}.$$

Определим подмножество из (3.1.8) следующим образом

$$S = \{(e_q, \dot{e}_q, x) \in R^n \times R^n \times R^n: s(e_q) = 0, \dot{e}_q = 0, x = 0\}.$$

где  $s(e_q) = (s_1(e_{q1}), s_2(e_{q2}), \dots, s_n(e_{qn}))'$ ,  $s_j(e_{qj}) = \int_0^{e_{qj}} p_j(z) dz, j = \overline{1, n}$ .

Допустим, что вязкое трение в шарнирах образует полную диссипацию, возможно малую

$$\dot{e}_q' F \dot{e}_q \geq f_0 \|\dot{e}_q\|^2, \quad f_0 = \text{const} > 0 \quad (15)$$

В соответствии с утверждениями 1 и 2 и выводом соответствующего утверждения для непрерывного управляющего воздействия получен следующий результат.

**Утверждение 5.** Пусть  $B_1 = wE$  и  $B_2 = -abE$ , а также матрица  $X \in R^{3 \times 3}$ , определенная формулой

$$\begin{pmatrix} -\Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_3 + \lambda_{c2}\varepsilon_1\varepsilon_2 p_{max}/2 \\ \Delta_2 & -\varepsilon_2 w & 0 \\ \Delta_3 + \lambda_{c2}\varepsilon_1\varepsilon_2 p_{max}/2 & 0 & -a(1 - \varepsilon_1 b) \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$\Delta_1 = (\varepsilon_1 ab - \varepsilon_2 p_{m2})d_2 - \lambda_{c1}(\varepsilon_2 p_{m1} + q_{m1}),$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{2}\varepsilon_2 \lambda_{c2}(2q_{m1} + \varepsilon_2 p_{m1}) + \varepsilon_1 a|\varepsilon_2 b - c|d_1 + \varepsilon_2^2 p_{m2} d_1,$$

$$\Delta_3 = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 \lambda_{c2}(2q_{m1} + \varepsilon_2 p_{m1}) + (\varepsilon_1 a|\varepsilon_1 b - 1| + \varepsilon_1 \varepsilon_2 p_{m2})d_1),$$

$$w = a(c - \varepsilon_2 b)/\varepsilon_1$$

является отрицательно определенной, где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda_{c1}, \lambda_{c2}, a, b$  и  $c$  некоторые положительные постоянные. Тогда дискретное ступенчатое импульсное управляющее воздействие

$$u_{st} = -B_1 p(e_q(T_k)) - B_2 x(T_k) \quad (17)$$

где  $T_k = kT, T > 0, k \in Z^+, x(t)$  – решение уравнения (13) с периодом дискретизации  $T$ , определяемым величиной диссипации  $f_0$  из (15), решает задачу о притяжении решений множеством  $P$ , а множество решений  $S$  является равномерно асимптотически устойчиво. Множество  $P$  является полуглобально притягивающим, если закон управления (17) имеет матрицы усиления  $B_1 = wlE$  и  $B_2 = -ablE$ , где  $l > 1$  – достаточно большое вещественное число.

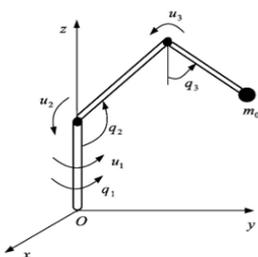


Рис.2

Рассмотрено применение закона управления (12) в непрерывной и дискретной (утверждение 5) формах для имеющей 3 степени свободы руки робота-манипулятора PUMA-560 (см.2). Предположим, что обобщенные

координаты  $q_1 = \varphi_1$ ,  $q_2 = \varphi_2$  и  $q_3 = \varphi_3$  – углы поворотов вокруг цилиндрических соединений  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$  соответственно.  $I_1$  – момент инерции первого звена относительно  $Oz$ ;  $l_{c2}$  и  $l_{c3}$  – длины промежутков между центрами масс второго звена и третьего звена с нагрузкой и осями вращения этих звеньев соответственно.

Динамика такого робота-манипулятора определяется уравнениями (10). Функции  $p_j: R \rightarrow R$  и функции  $s_j: R \rightarrow R, j = \overline{1, n}$  в соответствии со структурой манипулятора определяются формулами:

$$p_j(e_{qj}) = \sin\left(\frac{e_{qj}}{2}\right), \quad s_j(e_{qj}) = 2\left(1 - \cos\left(\frac{e_{qj}}{2}\right)\right), \quad j = \overline{1, n}.$$

Легко видеть, что множества  $P$  и  $S$  можно записать в виде  $P = \{(e_q, \dot{e}_q, x) \in R^n \times R^n \times R^n: e_{qj} = 2\pi k_j (j = \overline{1, n}), k_j \in Z, \dot{e}_q = 0, x = 0\}$ ,

$S = \{(e_q, \dot{e}_q, x) \in R^n \times R^n \times R^n: e_{qj} = 4\pi k_j (j = \overline{1, n}), k_j \in Z, \dot{e}_q = 0, x = 0\}$

Проведено численное моделирование с параметрами робота

$$I_1 = 0.1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, m_2 = 13.8 \text{ кг}, m_3 = 4.9 \text{ кг}, m_0 = 3.1 \text{ кг},$$

$$l_2 = 1.6 \text{ м}, l_{c2} = 0.7 \text{ м}, r_3 = 0.5 \text{ м}.$$

Искомая траектория выбрана в виде

$$q_{1r}(t) = (3t) \text{ рад}, q_{2r}(t) = \cos(2t) \text{ рад}, q_{3r}(t) = \sin(3t) \text{ рад}.$$

Закон управления имеет вид (13), (17) с учетом действия вязкого трения в шарнирах (15). Соответствующие параметры выбраны следующими

$$a = 10, b = 1, c = 1, b_1 = 90, b_2 = -10,$$

значения взяты как  $f_0 = 1.5 \text{ кгм/с}$ ,  $T = 0.1 \text{ с}$ .

Пусть начальное состояние и скорость манипулятора выбраны такими:  $q_1(0) = 3.0 + q_{1r}(0) \text{ рад}$ ,  $q_2(0) = -2.0 + q_{2r}(0) \text{ рад}$ ,  $q_3(0) = 2.1 + q_{3r}(0) \text{ рад}$ ,  $\dot{q}_1(0) = 40 \text{ рад/с}$ ,  $\dot{q}_2(0) = -35 \text{ рад/с}$ ,  $\dot{q}_3(0) = -50 \text{ рад/с}$ .

Моделирование выполнено с использованием платформы Scilab 5.5.2. Рисунки 3-5 показывают процесс отслеживания желаемой траектории, рис. 6 – действие стабилизирующих моментов.

Имеет место асимптотическую сходимость возмущенных траекторий звеньев к программному плюс  $2\pi z$ , где  $z = (z_1, z_2, z_3)'$ ,  $z_j \in Z, j = 1, 2, 3$ .

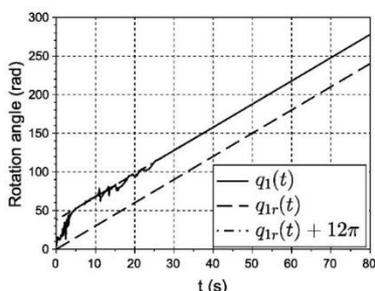


Рис. 3.

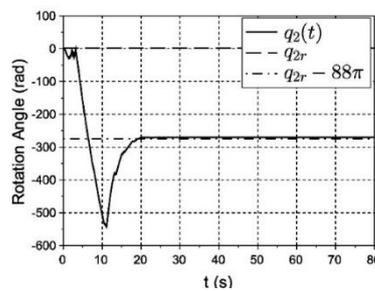


Рис. 4.

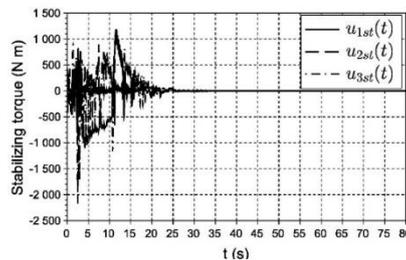
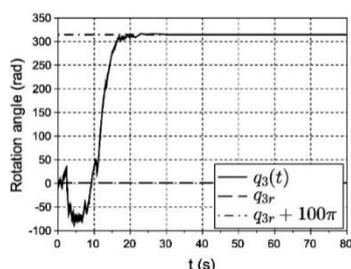


Рис. 5.

Рис. 6.

Целью второго параграфа является обоснование применимости новых законов управления для стабилизации программных положений горизонтального двухзвенного манипулятора посредством нелинейных регуляторов. Решение соответствующих задач достигается на основе нового подхода в исследовании задач управления, представленного во второй главе и в предыдущем параграфе.

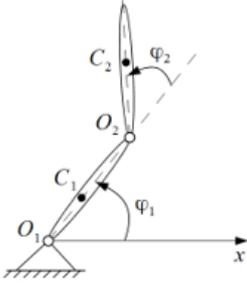


Рис. 7 – Модель манипулятора

Полагается, что звенья манипулятора являются абсолютно жесткими стержнями длин  $l_1$  и  $l_2$ , массами  $m_1$  и  $m_2$ . (рис. 7). Ведущее звено вращается вокруг закрепленного у основания шарнира  $O_1$ , ведомое звено – вокруг шарнира  $O_2$  между этими звеньями. Центр масс  $C_1$  первого звена лежит на оси  $O_1O_2$ . Обозначим:  $O_1C_1 = l_1$ ,  $O_1O_2 = l$ ,  $O_2C_2 = l_2$  ( $C_2$  – центр масс второго звена,  $I_1$  и  $I_2$  – моменты инерции звеньев координаты, определяющие положение манипулятора, принято: угол  $\varphi_1$  между фиксированной на плоскости осью  $O_1x$  и осью  $O_1O_2$ ; угол  $\varphi_2$  между  $O_1O_2$  и  $O_2C_2$ . Полагается, что  $U = (U_1, U_2)'$  – управление в шарнирах, в них также действуют моменты сил вязкого трения  $M_1 = -k_1(t)\dot{\varphi}_1$ ,  $M_2 = -k_2(t)\dot{\varphi}_2$ ,  $0 \leq k_j(t) \leq k_0 = const$ ,  $j = 1, 2$ .

При  $U_1 = U_2 = 0$  имеются положения равновесия вида  $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0$ ,  $\varphi_1 = \varphi_{10} = const$ ,  $\varphi_2 = \varphi_{20} = const$  (18)

Рассмотрены задачи о стабилизации этого положения на основе нелинейных регуляторов.

$$x_1 = \varphi_1 - \varphi_{10}, \quad x_2 = \varphi_2 - \varphi_{20}.$$

Пусть во втором шарнире создается момент вязкого трения

$$M_2 = -f_0\dot{\varphi}_2 \quad (f_0 = const > 0)$$

Показано, что задача о глобальной стабилизации положения (18) решается ограниченным управлением с дискретным управляющим воздействием по  $\varphi_2$

$$U_1 = -\mu_1 \arctan x_1 - (1 + x_1^2)^{-1} \int_{t-h(t)}^t g(\tau - t) (\arctan x_1(t) - \arctan x_1(\tau)) d\tau,$$

$$U_2 = -\mu_2 \arctan x_2(T_k), \quad T_k = kT, \quad k \in Z^+, \quad T > 0$$

где параметры управляющего воздействия удовлетворяют условиям

$$\mu_1 > 0, \quad \mu_2 > 0, \quad g(s) > 0, \quad g'(s) = \frac{dg(s)}{ds} < 0, \quad (-h_1 \leq s \leq 0),$$

$$0 < h_0 \leq h(t) \leq h_1, \quad h_3 \leq \dot{h}(t) \leq 1 - h_4, \quad h_4 = const > 0, \quad 0 < T \leq \frac{f_0}{\mu_2} - \varepsilon,$$

Для решения этой же задачи можно использовать тот факт, что положение манипулятора определяется угловыми координатами. Пусть в первом шарнире создается момент вязкого трения  $M_1 = -f_0\dot{\varphi}_1$  ( $f_0 =$

$const > 0$ ). Положим

$$U_1 = -\mu_1 \sin \frac{x_1(T_k)}{2}, \quad T_k = kT, \quad k \in Z^+, \quad T > 0,$$

$$U_2 = -\mu_{21} \sin \frac{x_2}{2} + \cos \frac{x_2}{4} \int_{t-h_0}^t g(\tau - t) \sin \frac{x_2(\tau)}{4} d\tau,$$

$$\mu_2 = \mu_{21} - \frac{1}{2} \int_{-h_0}^0 g(s) ds > 0, \quad j = 1, 2, \quad h_0 > 0, \quad g(s) > 0,$$

$$g'(s) < 0 \quad (-h_0 \leq s \leq 0) < 0, \quad 0 < T \leq \frac{f_0}{\mu_2} - \varepsilon, \quad \varepsilon > 0$$

При таком управлении заданные положения манипулятора  $\{x_1 = x_{10} = 4\pi k, x_2 = x_{20} = 4\pi l\}$  ( $k, l \in Z$ ) будут асимптотически устойчивыми, а положения  $\{x_1 = 2\pi k, x_2 = 2\pi l\}$  ( $k, l \in Z$ ) притягивающими.

Представлены результаты численного моделирования стабилизации положения манипулятора при различных начальных возмущениях.

Численное интегрирование уравнений динамики управления проводилось методом Рунге-Кутты-Фельберга 4-5-го порядка в среде Maple 2016.

Для непосредственного взаимодействия манипулятора с объектом внешней среды служит его рабочий орган, присоединяемый, как правило, к последнему звену манипулятора через промежуточные податливые конструктивные элементы, которые осуществляют заданное движение манипулятора (механическая сборка, перемещение по направляющей, нанесение покрытия, зачистка поверхности и т. д.). Моделью рабочего органа в достаточной степени может служить тяжелое твердое тело с закрепленной точкой. В третьем параграфе исследована задача об управлении такой механической системой.

## Заключение

1. Разработан прямой метод Ляпунова для исследования устойчивости дискретных векторных уравнений. На его основе, а также на основе метода функционалов Ляпунова для функционально-дифференциальных уравнений построены новые типы непрерывного и дискретного управления для голономных механических систем и роботов-манипуляторов, обеспечивающих стабилизации даже при внешних воздействиях.

2. Решение задачи об устойчивости системы автоматического управления с учетом запаздывания, используемого в структуре обратной связи управляемых механических систем. В результате определено полуглобальной и глобальной стабилизации, а также неравенств для сохранения устойчивости в зависимости от параметров управления и дискретных шагов.

3. Обоснование применимости ступенчатого закона управления в решении задачи об отслеживании траектории голономной механической системы. Выведены условия, позволяющие оценить величину дискретизации такого управления, при которых условия стабилизируемости системы совпадают с аналогичными условиями при действии соответствующего

непрерывного управления.

4. Разработан метод решения задачи стабилизации установившихся движений голономной механической системы без измерения скоростей с использованием непрерывной обратной связи нелинейного PI-регулятора. При малых значениях коэффициента вязкого трения предложено применение соответствующего дискретного регулятора.

5. Для решения задачи отслеживания траектории многозвенного робота-манипулятора с цилиндрическими шарнирами разработан закон управления, основанный на измерении координат.

6. Разработано выражение закона дискретного управления для задачи о глобальной робастной стабилизации программного положения горизонтального двухзвенного манипулятора без измерения угловых скоростей.

7. Разработано выражение соответствующего непрерывного и дискретного закона регулятора для задачи о глобальной стабилизации программного положения рабочего органа манипулятора с грузом посредством моделирования в виде тяжелого твердого тела с неподвижной точкой.

**ONE-TIME SCIENTIFIC COUNCIL AT THE SCIENTIFIC COUNCIL  
AWARDING THE SCIENTIFIC DEGREES OF  
DSc.02/30.12.2019.T/FM.61.01 UNDER INSTITUTE OF MECHANICS AND  
SEISMIC STABILITY OF STRUCTURES**

---

**NAVOIY STATE UNIVERSITY**

**AKHMATOV AZIZBEK ABDUVAKHOB UGLI**

**DISCRETE CONTROL OF CONTROLLED MECHANICAL SYSTEMS**

01.02.01 – Theoretical Mechanics

**DISSERTATION ABSTRACT OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD)  
ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

**Tashkent – 2025**

**The theme of doctor of philosophy (PhD) was registered at the Supreme Attestation Commission at the Ministry of Higher Education, Science and innovations of the Republic of Uzbekistan under number № B2024.1.PhD/FM1018**

---

The dissertation has been prepared in the Navoiy State University

The abstract of the dissertation in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website of Scientific Council ([www.instmech.uz](http://www.instmech.uz)) and on the information- educational portal "ZiyoNet" at the address ([www.ziynet.uz](http://www.ziynet.uz)).

**Scientific supervisor:**

**Khusanov Djumma**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

**Official opponents:**

**Teshayev Muhsin Khudoyberdiyevich**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences (DSc)

**Xodjabekov Murodjon Usarovich**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences (DSc)

**Leading organization:**

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences.

Defense will take place «\_\_» \_\_\_\_\_ 2025 at \_\_ at the meeting of the Scientific Council DSc.02/30.12.2019.T/FM.61.01 at the Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures (Address 100125, Tashkent, Durman yuli street, 33, Conference hall – 1. Tel: (99871) 262-71-52; fax: (99871) 262-71-32, e-mail:instmech@academy.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource center of the Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures (registration number № 19). (Address: 100125, Tashkent, st. Durmon Yuli, 33. Tel. (99871) 262-71-52).

Abstract of the dissertation sent out on “\_\_” \_\_\_\_\_ 2025 year.  
(mailing report №. \_\_ on “\_\_” \_\_\_\_\_ 2025 year)

**M.M. Mirsaidov**

Chairman of the Scientific Council  
for awarding scientific degrees, doctor  
of technical sciences, professor, academician

**M.K. Usarov**

Scientific secretary of Scientific Council  
for awarding degrees, doctor of Physical and  
mathematical sciences, professor

**A.A.Rizayev**

Chairman of the council seminar at the  
Scientific Council for the awarding  
degrees, doctor of Physical and  
mathematical sciences

## INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

**The purpose of the study.** The relevance of the topic of the dissertation is to justify discrete control models for the motion of mechanical systems, considering the nonlinearity of their dynamic equations, and to develop a discrete feedback structure for the stabilization of programmed motions in multi-link robotic manipulators.

### **The objectives of the research:**

development and application of discrete control methods in motion control problems of holonomic mechanical systems;

development of control models with continuous and discrete feedback to ensure the stabilization of programmed motions in holonomic mechanical systems;

formulation of continuous and discrete control models for multi-link manipulators with cylindrical joints;

enhancement of control methods to stabilize steady-state motions of planar manipulators and achieve global trajectory tracking of a three-link manipulator with a vertical base link;

development of a method for controlling the grasping mechanism of a robotic manipulator without measuring its angular velocities.

**The object of the research work.** The object of the research is controllable holonomic mechanical systems described by Lagrange's equations of the second kind, and the control of multi-link robot manipulators.

### **Scientific Novelty.**

an analytical expression has been developed for the application of stepwise discrete control in the problems of stabilizing programmed steady-state motions and trajectory tracking of controlled holonomic mechanical systems, based on Lyapunov's direct method.

continuous and discrete control models for multi-link robotic manipulators have been developed, ensuring the stabilization of steady-state motions in a nonlinear setting, considering the cylindrical nature of the phase space.

based on Lyapunov's direct method, continuous and discrete control models have been developed to provide semi-global trajectory tracking with feedback based on the position of a multi-link robotic manipulator with cylindrical joints, taking into account the occurrence of viscous friction in the joints.

continuous and discrete control laws have been developed for two- and three-link manipulators with cylindrical joints.

methods have been developed for constructing the control structure of an anthropomorphic robotic hand and a robotic manipulator gripper, ensuring the stabilization of their programmed steady-state motions.

### **Implementation of the Research Results.**

Based on the results obtained in the development of the discrete control method for controlled mechanical systems:

Discrete feedback control laws for two- and three-link manipulators with cylindrical joints were implemented at the "Hydrometallurgical Plant No. 7" of the joint-stock company "Navoi Mining and Metallurgical Combinat" (reference from

the joint-stock company “Navoi Mining and Metallurgical Combinat” dated September 30, 2024, No. 23-01-01-07/580). As a result, the efficiency of robotic manipulators in production processes increased by 1.2 times, while errors in welding, assembly, and cutting were reduced by 16-19%, 10-15%, and 12-18%, respectively.

Within the framework of the RSF project No. 22-71-00062 “Mathematical Methods and New Information Technologies for Designing Control Systems for Mobile Robotic Manipulators” (project leader: E.A. Sutyorkina), the obtained results were used for the development and justification of control models for controlled mechanical systems and mobile robotic manipulators. New discrete models, corresponding algorithms, and software for controlling mobile robotic manipulators were developed. (Reference from Ulyanovsk State University, dated October 16, 2024, No. 198/03, Russia).

**Publication of Research Results.** Twelve scientific papers have been published on the topic of the dissertation, including: two scientific articles in national journals and three in international journals indexed in Scopus and Web of Science, recommended by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for publishing the main scientific results of dissertations. Additionally, a software certificate (DGU 30509) has been obtained from the Intellectual Property Agency of Uzbekistan.

**Structure and Volume of the Dissertation.** The dissertation consists of an introduction of three chapters, a conclusion, references, lists of published works and references, as well as an appendix. The volume of the dissertation is 109 pages.

**E'LON QILINGAN ISHLAR RO'YXATI**  
**СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ**  
**LIST OF PUBLISHED WORKS**

**Часть I**

1. Ахматов А.А. Управление движением двузвенного горизонтального манипулятора // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. - Ташкент, 2021. - №5. С. 21-24. (01.00.00; №7).

2. Akhmatov A., Buranov J., Khusanov J., Peregudova O. On Semi-Global Output Position Feedback Trajectory Tracking Control of a Multi-Link Revolute-Jointed Robotic Manipulator // 25th International Conference on System Theory, Control and Computing. - Romania, 2021, P. 290-295. (01.00.00; 1, Web of science and 3, Scopus).

3. Akhmatov A., Khusanov J., Berdiyarov A., Yusupova Z., Buranov J. On The Motion Control Models Of A Two-Link Manipulator // Проблемы механики. -Ташкент, 2022, №2. С. 42-48. (01.00.00; №4).

4. Akhmatov A., Khusanov J., Yusupova Z. Об управлении движениями пятизвенного манипулятора // Устойчивость и колебания Нелинейных систем Управления (конференция Пятницкого) Материалы XVI Международной конференции. - Москва, 2022, С. 483- 487. (3, Scopus).

**Часть II**

5. Akhmatov A., Buranov J., Khusanov J., Peregudova O. Global Position Feedback Tracking Control of a Serial Robot Manipulator with Revolute Joints. System theory, control and computing journal. - Romania, 2022, №2. P. 8-12

6. Ахматов А.А., Ikki bo'g'inli gorizontal manipulyatorning diskret boshqaruvi. Программа для ЭВМ. Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Свидетельство № DGU 30509 от 05.12.2023 г.

7. Ахматов А.А., Хусанов Д.Х., Буранов Ж.И. Об устойчивости нелинейной автоматической системы управления с запаздывающей обратной связью. «Порядковый анализ и смежные вопросы Математического моделирования теория операторов и Дифференциальные уравнения» тезисы докладов XVI Международной коференции. РСО-Алания, 20-24 сентября 2021 года. С. 64-66.

8. Ахматов А.А., Хусанов Д.Х. Глобальное управление рабочим органом манипулятора без измерения скоростей. «Фундаментальные и прикладные проблемы математики и информатики» материалы XIV Международной конференции, приуроченной к 90-летию Дагестанского государственного университета. Махачкала, 16–19 сентября 2021 года. С. 64-67.

9. Akhmatov A.A., Abjalilov S.X., Yakubova M. Методика обучения учащихся академических лицеев решению прикладных задач с помощью математического моделирования. “Globallashuv davrida matematika va amaliy matematikaning dolzarb masalalari” respublika ilmiy anjumani materiallar to'plami. Toshkent. 2021-y. 280-284 bet.

10. Ахматов А.А., Хусанов Д.Х., Бердияров А.Ш. Цифровое управление механической системой. “Amaliy matematika va axborot texnologiyalarining zamonaviy muammolari” xalqoro ilmiy-amaliy anjumani materiallari. Buxoro. 11-12 may 2022-y. 192-193-bet.

11. Ахматов А.А., Хусанов Д.Х. Стабилизация программных движений голономной механической системы с цифровым управлением. Международная научно-практическая конференция «Рахматулинские чтения». Ташкент 26-27 мая 2023 года. С.192-194.

12. Ахматов А.А. Кечикishli teskari bog‘lanishli chiziqli bo‘lmagan avtomatik boshqaruv tizimining turg‘unligi. Fizaika-matematika fanlari doktori, Saforov Ismoil Ibrohimovich tavalludining 70 yilligiga bag‘ishlangan “Mexanika va matematikaning amaliy muammolari” respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi. Toshkent. 17-18 may 2024-y. 265-266 bet.



Avtoreferatning o‘zbek, rus va ingliz tillaridagi nusxalari  
«Mexanika muammolari O‘zbekiston jurnali» tahririyatida  
tahrirdan o‘tkazildi