

**RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR VA SUN'YI INTELLEKTNI
RIVOJLANTIRISH ILMIY-TADQIQOT INSTITUTI HUZURIDAGI
ILMIY DARAJALAR BERUVCHI DSc.13.30.12.2021.T.142.01 RAQAMLI
ILMIY KENGASH**

**RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR VA SUN'YI INTELLEKTNI
RIVOJLANTIRISH ILMIY-TADQIQOT INSTITUTI**

DJUMAYOZOV UMIDJON ZAFARJONOVICH

**ELASTIKLIK NAZARIYASINING DEFORMATSIYALARGA NISBATAN
MATEMATIK VA SONLI MODELLARI**

05.01.07 – Matematik modellashtirish. Sonli usullar va dasturlar majmui

**TEXNIKA FANLARI DOKTORI (DSc)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

Toshkent – 2025

Texnika fanlari doktori (DSc) dissertatsiyasi avtoreferati mundarijasi

**Оглавление автореферата диссертации
доктора наук (DSc) по техническим наукам**

**Contents of dissertation abstract for Doctor of Sciences (DSc)
on technical sciences**

Djumayozov Umidjon Zafarjonovich

Elastiklik nazariyasining deformatsiyalarga nisbatan matematik va sonli modellari.....3

Джумаёзов Умиджон Зафаржонович

Математические и численные модели теории упругости в деформациях27

Djumayozov Umidjon Zafarjonovich

Mathematical and numerical models theory of elasticity in strains.....51

E'lon qilingan ishlar ro'uxati

Список опубликованных работ

List of published works.....55

**RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR VA SUN'YI INTELLEKTNI
RIVOJLANTIRISH ILMIY-TADQIQOT INSTITUTI HUZURIDAGI
ILMIY DARAJALAR BERUVCHI DSc.13.30.12.2021.T.142.01 RAQAMLI
ILMIY KENGASH**

**RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR VA SUN'YI INTELLEKTNI
RIVOJLANTIRISH ILMIY-TADQIQOT INSTITUTI**

DJUMAYOZOV UMIDJON ZAFARJONOVICH

**ELASTIKLIK NAZARIYASINING DEFORMATSIYALARGA NISBATAN
MATEMATIK VA SONLI MODELLARI**

05.01.07 – Matematik modellashtirish. Sonli usullar va dasturlar majmui

**TEXNIKA FANLARI DOKTORI (DSc)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

Toshkent – 2025

Texnika fanlari doktori (DSc) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2024.2.DSc/T788 raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellektni rivojlantirish ilmiy-tadqiqot institutida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezume)) Ilmiy kengash veb-sahifasida (www.airi.uz) va "Ziyonet" Axborot ta'lim portalida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy maslahatchi:

Xaldjigitov Abduvali Abdisamadovich
fizika-matematika fanlari doktori, professor

Rasmiy opponentlar:

Muxamadiyev Abdivali Shukurovich
fizika-matematika fanlari doktori, dotsent

Abirov Rustam Abdullaevich
fizika-matematika fanlari doktori, katta ilmiy xodim

Djaykov Gafur Muratbaevich
texnika fanlari doktori, dotsent

Yetakchi tashkilot:

Toshkent davlat transport universiteti

Dissertatsiya himoyasi Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellektni rivojlantirish ilmiy-tadqiqot instituti huzuridagi DSc.13.30.12.2021.T.142.01 raqamli Ilmiy kengashning 2025-yil "16" may soat 14:00 dagi majlisida bo'lib o'tadi (Manzil: 100125, Toshkent shahri, M. Ulug'bek tuman, Bo'z-2 mavzesi, 17A uy. Tel.: (+99871) 263-41-98; e-mail: info@airi.uz).

Dissertatsiya bilan Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellektni rivojlantirish ilmiy-tadqiqot institutining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (59 -raqam bilan ro'yxatga olingan). (Manzil: 100125, Toshkent shahri, M. Ulug'bek tuman, Bo'z-2 mavzesi, 17A uy. Tel.: (+99871) 263-41-98; e-mail: info@airi.uz).

Dissertatsiya avtoreferati 2025-yil "01" may kunida tarqatildi.
(2025-yil "14" aprel dagi 11 raqamli reestr bayonnomasi.)



N.Ravshanov
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash raisi,
texnika fanlari doktori, professor

F.M.Nuraliyev
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash ilmiy kotibi,
texnika fanlari doktori, professor

E.Sh.Nazirova
Ilmiy darajalar beruvchi
ilmiy kengash qoshidagi ilmiy seminar raisi,
texnika fanlari doktori, professor

Kirish (fan doktori (DSc) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Jahonda olib borilayotgan ko‘plab ilmiy-amaliy tadqiqotlar turli omillarning ta‘sirini inobatga olgan holda inshootlarning mustahkamlik va ishonchlilik zaxiralarini hisoblashga qaratilgan. Turli obyektlar va ularning tarkibiy qismlarining mustahkamlik zaxirasini aniqlashning tajribalar davomida olingan empirik formulalari ko‘chishlar, kuchlanishlar hamda deformatsiyalarni hisoblash bilan bog‘liq chegaraviy masalalarni sonli yechishga asoslanadi. Deformatsiyalarni sonli hisoblashda ma‘lum approksimatsiya xatoliklari yuzaga keladi, bu esa qattiq jismlarning mustahkamlik zaxiralarini aniqlash aniqligiga sezilarli ta‘sir ko‘rsatadi. Shu bois, deformatsiyalarda chegaraviy masalalarni shakllantirish va sonli yechish, shuningdek, inshootlarning mustahkamlik zaxiralarini yanada aniqroq va samaraliroq hisoblash masalasi xalqaro miqyosda deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasining eng dolzarb muammolaridan biri bo‘lib qolmoqda. Izotrop jismlarning chiziqli va nochiziqli deformatsiyalarini hisoblash uchun matematik modellar va algoritmlarni ishlab chiqish muammolari AQSH, Kanada, Buyuk Britaniya, Yevropa Ittifoqi mamlakatlari, Rossiya Federatsiyasi, Yaponiya, Hindiston, Xitoy, Janubiy Koreya, Indoneziya va Malayziya kabi sanoati rivojlangan mamlakatlarda dolzarb hisoblanadi.

Zamonaviy tadqiqotlar va amaliy tatbiqlarda elastiklik nazariyasining chegaraviy masalalarini matematik modellashtirish ehtiyoji murakkab konstruksiyalar va materiallarning mexanik xususiyatlarini aniq va ishonchli tahlil qilish zaruriyati bilan bog‘liq. Elastiklik nazariyasining chegaraviy masalalari turli jismlardagi kuchlanishlar va deformatsiyalarning taqsimlanishini tushunish uchun asos bo‘lib, bu ularning mustahkamligi va chidamliligini ta‘minlashda muhim ahamiyatga ega. Yangi kompozit va nanomateriallardan konstruksiyalarni loyihalash, biotibbiyot qurilmalarini ishlab chiqish, mikro va nanotexnologiyalarda mikroskopik tuzilmalarni tahlil qilish kabi zamonaviy muhandislik vazifalarining murakkablashuvi bilan matematik modellashtirishning aniq va samarali usullariga bo‘lgan ehtiyoj tobora ortib bormoqda. Shunday qilib, elastiklik nazariyasining chegaraviy masalalarini matematik modellashtirish zamonaviy ilmiy va muhandislik muammolarini yechish uchun zarur vosita bo‘lib, murakkab tizimlar va materiallarning mexanik xususiyatlarini tahlil qilishda kerakli aniqlik va ishonchlilikni ta‘minlab beradi.

Mamlakatimizda matematika, amaliy matematika, matematik modellashtirish va sonli modellashtirish rivojlantirishga, ayniqsa fundamental fanlar va zamonaviy axborot texnologiyalari doirasida ustuvor ahamiyat berilmoqda. Chiziqli va nochiziqli deformatsiyalanish jarayonlarini matematik va sonli modellashtirish, shuningdek, chekli ayirmalar usullarini, jumladan oshkor va oshkormas sxemalarni hamda ketma-ket yaqinlashish usullarini takomillashtirish borasida sezilarli yutuqlarga erishildi. Fundamental tadqiqotlarning asosiy vazifasi “Matematika-fizika, amaliy matematika va matematik modellashtirish” kabi muhim yo‘nalishlarda xalqaro darajada ilmiy ishlarni olib borishdan iborat. Qattiq jismlar deformatsiyalanish jarayonini matematik va sonli modellashtirish sohasidagi ilmiy

tadqiqotlar ushbu vazifalarni amalga oshirishda dolzarb deb tan olingan. Deformatsiyalanish jarayonlari asosida matematik va sonli modellarni yaratish hamda samarali dasturiy ta'minotni ishlab chiqish asosli qarorlar qabul qilish uchun muhim ahamiyatga ega.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2023-yil 11-sentabrdagi PF-158-son "O'zbekiston - 2030 strategiyasi to'g'risida"gi Farmoni, 2018-yil 19-fevraldagi PF-5349-son "Axborot texnologiyalari va kommunikatsiyalari sohasini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi Farmoni, 2018-yil 27-apreldagi PQ-3682-son "Innovatsion g'oyalar, texnologiyalar va loyihalarni amalga oshirish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi Qarori, 2017-yil 17-fevraldagi PQ-2789-son "Fanlar akademiyasi faoliyati, ilmiy tadqiqot ishlarini tashkil etish, boshqarish va moliyalashtirishni yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi Qarori, 2017-yil 20-apreldagi PQ-2909-son "Oliy ta'lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi Qarori va O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.M. Mirziyoyevning 2019-yil 24-may kuni O'zbekiston Milliy universitetida ta'lim va fan sohasi vakillari bilan bo'lib o'tgan uchrashuvdagi nutqi hamda ushbu sohaga oid boshqa me'yoriy-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishga mazkur dissertatsiya tadqiqoti muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo'nalishlariga mosligi. Mazkur tadqiqot respublika fan va texnologiyalar rivojlanishining IV. "Axborotlashtirish va axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini rivojlantirish" ustuvor yo'nalishiga muvofiq amalga oshirilgan.

Dissertatsiya mavzusi yuzasidan chet el ilmiy tadqiqotlari tahlili. Deformatsiya va kuchlanishlarda elastiklik nazariyasining chegaraviy masalalarini yechish uchun matematik modellar, samarali algoritmlar va dasturiy ta'minotni ishlab chiqishga yo'naltirilgan ilmiy tadqiqotlar jahonning yetakchi ilmiy markazlari va oliy ta'lim muassasalarida olib borilmoqda. Bularga University of Naples Federico II, University of Brescia, Polytechnic University of Turin (Italiya), Institute of General Mechanics, RWTH Aachen University (Germaniya), Technical and Vocational University, Urmia University of Technology (Eron), National Aviation University (Ukraina), The University of Michigan (AQSH), China Agricultural University (Xitoy), N.E. Bauman nomidagi Moskva davlat texnika universiteti, M.V.Lomonosov nomidagi Moskva davlat universiteti (Rossiya Federatsiyasi), Ozarbayjon davlat universiteti (Ozarbayjon), Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universiteti, M.T. O'rozboyev nomidagi Mexanika va inshootlar seysmik mustahkamligi instituti (O'zbekiston), Raqamli texnologiyalar va sun'iy intellektni rivojlantirish ilmiy-tadqiqot instituti (O'zbekiston) kabi muassasalar kiradi.

Elastiklik va termoelastiklik nazariyalarining chegaraviy masalalari (bog'langan va bog'lanmagan) bo'yicha deformatsiyalarga nisbatan sonli modellashtirish hamda elastiklik va termoelastiklik nazariyalarining chegaraviy masalalarini yechish uchun hisoblash algoritmlarini ishlab chiqish yuzasidan olib borilgan tadqiqotlar natijasida quyidagi natijalar qo'lga kiritildi: Beltrami-Michell tenglamalari doirasida elastiklik nazariyasining chegaraviy masalalarini sonli usulda

yechish uchun matematik modellar ishlab chiqildi. Cheksiz yarim tekislik uchun deformatsiyalarga oid tenglamalar ko‘rib chiqildi (China Agricultural University, Xitoy). Deformatsiyalarga nisbatan elastiklik nazariyasining simmetrik va garmonik deformatsiya tenzorlari uchun matematik modellari ishlab chiqilgan. Bundan tashqari, garmonik tenzorning deformatsiya tenzori orqali ifodalanishi aniqlandi. Har ikkala taqdimot ham elastiklik nazariyasining uch o‘lchovli masalasi uchun yangi o‘zgartirishni ifodalaydi (National Aviation University, Ukraina); kuchlanishlardagi uchta muvozanat tenglamalari hamda uchta Beltrami-Michell tenglamalari va muvozanat tenglamalarining natijasi ekanligi isbotlangan. Izotrop muhit uchun kuchlanishlarda elastiklik nazariyasi masalasining yangi qo‘yilishi shakllantirilgan (Rossiya Fanlar akademiyasining Sibir bo‘limi, Rossiya Federatsiyasi); ko‘chishlardagi chiziqli elastik masalalarning klassik qo‘yilishi kuchlanishlarda qo‘yilishi bilan bog‘liqligi o‘rganilgan. Agar Nave va B.E. Pobedri differensial operatorlari elliptik bo‘lsa, tegishli chegaraviy masalalar ekvivalent bo‘lishi ko‘rsatilgan. B.E Pobedri chegaraviy masalasi Fredholm xossasiga ega bo‘ladigan parametrlarning qiymatlari aniqlangan (M.V. Lomonosov nomidagi Moskva davlat universiteti, Rossiya Federatsiyasi). Agar Nave va Pobedri differensial operatorlari elliptik bo‘lsa, u holda mos chegaraviy masalalar ekvivalent bo‘lishi ko‘rsatilgan.

Jahonda turli omillar ta‘sirini hisobga olgan holda konstruksiyalarning mustahkamlik va ishonchlilik zaxiralarini aniqlash samaradorligini oshirish bo‘yicha qator tadqiqotlar olib borilmoqda. Ushbu izlanishlar quyidagi ustuvor yo‘nalishlarda amalga oshirilmoqda: deformatsiya va kuchlanishlarga nisbatan elastiklik va termoelastiklik nazariyasining chegaraviy masalalarini sonli yechishning matematik modellari, sonli usullari va samarali algoritmlarini ishlab chiqish; elastik va termoelastik masalalarni yechish usullarini ishlab chiqish; elastiklik nazariyasining statik va dinamik masalalarini ishlab chiqish, obyektlarning mustahkamlik zaxiralarini aniqlash masalasini takomillashtirish uchun samarali algoritmlar va dasturiy ta‘minot yaratish.

Muammoning o‘rganilganlik darajasi. Deformatsiyalanuvchi qattiq jism mexanikasida statik chegaraviy masala muvozanat tenglamasi, Guk qonuni, Koshi munosabati va tegishli chegaraviy shartlardan iborat bo‘lib, odatda ko‘chish komponentlariga nisbatan Lamé tenglamasiga keltiriladi. Bunda zaruriy deformatsiya va kuchlanishlar ma‘lum ko‘chishlar asosida Koshi munosabatlari va Guk qonuniga muvofiq hisoblanadi. Shu bilan birga, bu hisob-kitoblar sonli differensiallashning ma‘lum xatoligi bilan amalga oshiriladi. Kuchlanish va deformatsiyalarga nisbatan chegaraviy masalalarni shakllantirish esa mazkur xatoliklardan qochish imkonini beradi.

Odatda elastiklik nazariyasining chegaraviy masalalarini sonli yechishda chekli elementlar usuli, chekli ayirmalar usuli, chegaraviy elementlar usuli va boshqa usullardan keng foydalaniladi. Bu usullarning asoslari O. Zenkevich, B. Pobedrya, V. Kabulov, T. Bo‘riyev, M. Mirsaidov, K. Sultanov, F. Badalov, M. Aripov, I. Mirzayev, R. Aloyev, N. Ravshanov, B. Kurmanbayev, A.A. Xaldjigitov, B. Xusanov, R.A. Abirov va boshqalarning ishlarida o‘rganilgan.

Deformatsiyalarga oid chegaraviy masalalar elastiklik nazariyasining kam tadqiq qilingan sohasi hisoblanadi. Deformatsiya tenzoriga nisbatan elastiklik nazariyasining chegaraviy masalasini shakllantirish deformatsiyalanuvchi qattiq jism mexanikasining dolzarb masalasidir.

Deformatsiyalarning birgalikda bo'lish sharti ilk bor Novatskiyning ishida deformatsiyalarga nisbatan differensial tenglamalar ko'rinishida yozilgan va o'rganilgan. Elastiklik nazariyasining deformatsiyalarga nisbatan chegaraviy masalalarini to'g'ri qo'yish masalalari esa B.E. Pobedryaning ishlarida tadqiq etilgan. Yarim cheksiz soha uchun elastiklik nazariyasi masalasining yechimi sifatida deformatsiyalarga nisbatan integral tenzor tasavvurlar Borodachevning tadqiqotlarida ko'rib chiqilgan. B.E. Pobedryaning ishlarida deformatsiyalarning birgalikda bo'lish tenglamalari muvozanat tenglamasi bilan birgalikda deformatsiyalar va kuchlanishlar tenzori komponentlariga nisbatan oltita differensial tenglama ko'rinishida ifodalangan. Xususiyl holda, kuchlanishlarga nisbatan yangi qo'yilishdan Beltrami-Michellning klassik tenglamalari kelib chiqadi. Borodachevning ishlarida Beltrami-Michell tenglamalarining birinchi guruhi ikkinchi guruh tenglamalariga bog'liqligi aniqlangan. Novatskiyning tadqiqotlarida esa deformatsiyalarning birgalikda bo'lish sharti haroratni hisobga olgan holda ham o'rganilgan.

Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya bajarilgan oliy ta'lim muassasasining ilmiy-tadqiqot ishlari rejaları bilan bog'liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti FZ-2020092877 "Birjinslimas g'ovak muhitlarda anomal moddalar ko'chishi va suyuqliklar sızishi jarayonlarining matematik modellarini tuzish va sonli tadqiq etish" mavzusidagi ilmiy loyiha doirasida bajarilgan.

Tadqiqot maqsadi obyektlarning mustahkamlik zaxiralarini yuqori aniqlikda hisoblash uchun deformatsiyalarga nisbatan elastiklik va termoelastiklik nazariyasining chegaraviy masalalarini sonli usulda yechishga mo'ljallangan matematik modellar, samarali hisoblash algoritmlari va dasturiy ta'minotlar majmuasini ishlab chiqishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

elastiklik nazariyasining deformatsiyalarga nisbatan tekis va fazoviy statik hamda dinamik chegaraviy masalalarining model tenglamalarini ishlab chiqish;

deformatsiyalarga nisbatan termoelastiklik nazariyasining bog'lanmagan statik model tenglamalarini ishlab chiqish;

deformatsiyalarda termoelastiklik nazariyasining bog'langan ikki va uch o'lchovli model tenglamalarini ishlab chiqish;

elastik va termoelastik nazariyasi masalalarini yechishning sonli algoritmlarini ishlab chiqish;

deformatsiyalarda elastiklik va termoelastiklik nazariyasining statik va dinamik masalalarini sonli yechish uchun dasturiy majmuani ishlab chiqish;

turli boshlang'ich va chegaraviy issiqlik-mexanik sharoitlarda to'g'ri burchakli plastina va parallelepipedning deformatsiyalarga nisbatan elastiklik va termoelastiklik nazariyasining statik va dinamik masalalarini sonli yechish.

Tadqiqot obyekti sifatida yassi va fazoviy jismlarning mexanik va termomexanik kuchlar ta'sirida deformatsiyalanish jarayoni olingan.

Tadqiqot predmeti deformatsiyalarga nisbatan qattiq jismlarning deformatsiyalanish jarayonining matematik va sonli modellari hisoblanadi.

Tadqiqot usullari. Tadqiqot jarayonida sonli modellashtirish usullari, chekli ayirmalar sxemalari, iteratsion usullar, progonka usuli, o'zgaruvchan yo'nalishlar usuli, dasturiy mahsulotlarni ishlab chiqish uchun dasturlash texnologiyasi usullari hamda hisoblash tajribasi usullaridan foydalanildi.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

elastiklik nazariyasining statik masalalari deformatsiyalarning birgalikda bo'lish sharti asosida deformatsiyalarga nisbatan matematik model tenglamalari ishlab chiqilgan;

elastiklik nazariyasining dinamik (tekis va fazoviy) masalalari Sen-Venan shartini hisobga olgan holda deformatsiyalarga nisbatan matematik model tenglamalari ishlab chiqilgan;

ikki va uch o'lchovli termoelastik chegaraviy masalalar deformatsiya tenzori komponentalariga nisbatan Puasson tenglamalari sistemasiga keltirilgan;

bog'langan termoelastik nazariyasining dinamik chegaraviy masalalari Sen-Venan sharti asosida deformatsiya hamda haroratga nisbatan matematik model tenglamalari ishlab chiqilgan;

elastik, termoelastik nazariyalarining bog'langan hamda bog'lanmagan chegaraviy masalalari deformatsiyalarga nisbatan ikki va uch o'lchovli chekli-ayirmali tenglamalari taklif etilgan;

deformatsiyalarda elastiklik, termoelastiklik nazariyasining statik va dinamik bog'langan hamda bog'lanmagan masalalarini yechish uchun sonli algoritm ishlab chiqilgan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat: turli konstruksiyalar va ularning tarkibiy qismlarining mustahkamlik va ishonchlilik zaxiralarini samarali aniqlash imkonini beruvchi matematik va sonli modellar ishlab chiqilgan;

qattiq jismlarning termomexanik yuklamalar ta'siridagi kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini o'rganish imkonini beruvchi C++ dasturlash tilida dasturiy majmua yaratilgan.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi Matematik formulalarning qat'iyligi, sonli natijalarni ma'lum yechimlar bilan taqqoslanganligi hamda hisoblash tajribalarini o'tkazilganligi orqali asoslanadi.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Ma'lum usullardan farqli ravishda, elastik va termoelastik masalalar uchun deformatsiya va haroratga nisbatan matematik modellar ishlab chiqilganligi va qattiq jismlarning mustahkamlik darajasini yuqori aniqlikda hisoblash imkonini berishi bilan izohlangan.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati sonli modellarni qurish, qattiq jismlarning kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini hisoblash algoritmlari va dasturlar majmuini ishlab chiqishda foydalanish mumkinligi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Deformatsiyalanish jarayonini ifodalovchi yangi matematik va sonli modellar hamda dasturiy majmua ishlab chiqish asosida:

elastik va termoelastik nazariyasining deformatsiyalanish jarayonini ifodalovchi matematik model tenglamalar asosida ishlab chiqilgan dasturiy majmua “O‘zbektelekom” AJ Samarqand filialida joriy qilingan (O‘zbekiston Respublikasi Raqamli texnologiyalar vazirligining 2024-yil 21-maydagi 33-8/3325-sonli ma’lumotnomasi). Natijada plastinasimon yupqa elementning geometrik, mexanik va termomexanik parametrlarini aniqroq hisoblash, nostatsionar elektrodinamik kuchlar ta’sirida plitaning mustahkamligini 7-10% ga oshishiga, vaqt va mehnat sarfini 10-14% ga kamaytirish imkonini bergan;

elastik va termoelastik nazariyasining deformatsiyalarga nisbatan tekis va fazoviy masalalarini sonli yechish yordamida ishlab chiqilgan dasturiy majmua “UNICON SOFT” MChJ Samarqand filialida joriy qilingan (O‘zbekiston Respublikasi Raqamli texnologiyalar vazirligining 2024-yil 21-maydagi 33-8/3325-sonli ma’lumotnomasi). Natijada token qurilmalarini ishlab chiqishda turli ta’sirlar ostidagi deformatsiya va kuchlanishning taqsimlanishini aniqlash, optimal elastiklikka ega bo‘lgan mustahkam materialni tanlash, qurilmalar konstruksiyasining kuchlanish va deformatsiyaga chidamliligini hisoblash asosida materialning mustahkamligi 5-8% ga ortishiga hamda mehnat va xarajat sarfini 8-10% ga kamaytirish imkonini bergan;

jismlarning mexanik va termik faktorlar asosida deformatsiyalanish jarayonini ifodalovchi sonli modellar va dasturiy majmua “ARXPROEKT” MChJ, “ZARKAMRUS QURILISH LOYIXA” MChJ, “BINO INSHOOT ME’MOR” MChJ, “MD GROUP” MChJ qurilish tashkilotlarida joriy qilingan (O‘zbekiston Respublikasi Raqamli texnologiyalar vazirligining 2024-yil 21-maydagi 33-8/3325-sonli ma’lumotnomasi). Ilmiy natijalarning qo‘llanilishi mehnat unumdorligini 10-12% ga oshirish va xarajatlarni 8-10% ga kamaytirishga imkon bergan.

Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi. Mazkur dissertatsiya tadqiqotining natijalari 5 ta xalqaro ilmiy-amaliy anjumanlarida muhokama qilingan.

Tadqiqot natijalarining e’lon qilinganligi. Dissertatsiya mavzusi bo‘yicha jami 25 ta ilmiy ish chop etilgan, shulardan, O‘zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasining doktorlik dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 17 ta maqola, jumladan, 9 tasi xalqaro va 8 tasi respublika jurnallarida nashr etilgan hamda 3 ta EHM uchun yaratilgan dasturiy mahsulotlarni qaydlash guvohnomalari olingan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiyaning hajmi 172 betni tashkil etgan bo‘lib, kirish, beshta bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati va ilovalardan iborat.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida dissertatsiya mavzusining O‘zbekiston Respublikasi fani va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mos ravishda dolzarbligi va zaruriyati asoslangan, maqsad va vazifalar shakllantirilgan, tadqiqotning obyekti va predmeti ko‘rsatilgan, uning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning ishonchliligi asoslangan, nazariy va amaliy ahamiyatlari ochib berilgan, tadqiqot natijalarining amaliyotga joriy etish holatlari, shuningdek, tadqiqot natijalarining chop etilganligi hamda dissertatsiya tuzilishi haqida ma’lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning “**Deformatsiyalarda elastiklik nazariyasining statik masalalari**” deb nomlangan birinchi bobi qattiq jismlarning deformatsiyalarga nisbatan chiziqli deformatsiyalanish jarayonini ifodalovchi model tenglamalarni shakllantirishga bag‘ishlangan.

1.1-paragrafda kuchlanish va deformatsiyalarda elastiklik nazariyasining chegaraviy masalalarini matematik modellashtirish bo‘yicha adabiyot manbalarining sharhi va tahlili keltirilgan.

1.2-paragrafda deformatsiyalarning birgalikda bo‘lish sharti ko‘rib chiqilgan va deformatsiyalarning uzluksiz differensial tenglamasi shakllantirilgan. Ma’lumki, deformatsiyalarning birgalik bo‘lish sharti (Sen-Venan sharti) quyidagi ko‘rinishga ega

$$\nabla^2 \varepsilon_{ij} + \theta_{,ij} - \varepsilon_{ik,kj} - \varepsilon_{jk,ki} = 0, \quad \theta = \varepsilon_{kk}. \quad (1)$$

Deformatsiyalarga nisbatan ifodalangan muvozanat tenglamasi yordamida

$$\lambda \theta_{,i} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} + X_i = 0, \quad (2)$$

(1) shartni deformatsiyalarning uzluksiz differensial tenglamasi ko‘rinishida yozish mumkin

$$\mu \nabla^2 \varepsilon_{ij} + (\lambda + \mu) \theta_{,ij} + \frac{1}{2} (X_{i,j} + X_{j,i}) = 0. \quad (3)$$

1.3-paragrafda elastiklik nazariyasining deformatsiyalardagi statik chegaraviy masalalari shakllantirilgan. (3) differensial tenglamaga (2) muvozanat tenglamalarini va deformatsiyalar orqali ifodalangan chegaraviy shartlarni qo‘shish orqali

$$(\lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}) n_j \Big|_{\Sigma_2} = S_i. \quad (4)$$

elastiklik nazariyasining deformatsiyalarga nisbatan chegaraviy masalasini hosil qilamiz (*A masala*).

Deformatsiya tenzorining oltita noma’lum komponentlarini aniqlash uchun uchta chegaraviy shartli to‘qqizta tenglamaga ega bo‘lamiz. Yopiq chegaraviy masalani hosil qilish uchun odatdagi uchta sirt chegaraviy shartlariga muvozanat tenglamasi asosida yana uchta “qo‘shimcha” chegaraviy shartlarni qo‘shish zarur, ya’ni

$$(\lambda \theta_{,i} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} + X_i) \Big|_{\Sigma} = 0. \quad (5)$$

Natijada muvozanat tenglamalari (2), deformatsiyalarning uzluksiz differensial tenglamalari (3), chegaraviy shartlar (4) va qo‘shimcha chegaraviy shartlar (5) deformatsiyalardagi elastiklik nazariyasining umumiy chegaraviy masalasini tashkil etadi (*A masala*).

A masala deformatsiyalarga nisbatan to‘qqizta, ya’ni uchta muvozanat tenglamasidan (hajmiy kuchlar bo‘lmaganda)

$$\begin{aligned}(\lambda + 2\mu)\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x} + \lambda\left(\frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x}\right) + 2\mu\left(\frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial z}\right) &= 0, \\(\lambda + 2\mu)\frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial y} + \lambda\left(\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial y}\right) + 2\mu\left(\frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial z}\right) &= 0, \\(\lambda + 2\mu)\frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial z} + \lambda\left(\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial z} + \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial z}\right) + 2\mu\left(\frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial y}\right) &= 0,\end{aligned}\tag{6}$$

va deformatsiyalarning uzluksiz oltita differensial tenglamasidan iborat

$$\begin{aligned}\mu\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial z^2}\right) + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x^2}\right) &= 0, \\ \mu\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial z^2}\right) + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial y^2}\right) &= 0, \\ \mu\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial z^2}\right) + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial z^2}\right) &= 0, \\ \mu\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial z^2}\right) + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x \partial y}\right) &= 0, \\ \mu\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial z^2}\right) + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x \partial z}\right) &= 0, \\ \mu\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial z^2}\right) + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial y \partial z}\right) &= 0.\end{aligned}\tag{7}$$

Muvozanat tenglamalari (6) yordamida deformatsiyalarning uzluksiz differensial tenglamalarining birinchi guruhi (deformatsiyalar tenzorining diagonal komponentlari) (7) deformatsiyalarning birgalikda bo‘lish shartining birinchi uchtagiga ekvivalent ekanligini ko‘rsatish mumkin. Shuningdek, (7) tenglamalarni qo‘shish orqali quyidagi garmonik tenglamani topish mumkin, ya’ni

$$\Delta(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) = 0.\tag{9}$$

(6-8) differensial tenglamalar asosida bir nechta chegaraviy masalalarni tuzish mumkin.

Birinchi holda, Eri tipidagi potensial funksiyalarni kiritish orqali, (6) muvozanat tenglamalarini (9) bilan birgalikda qanoatlantiruvchi chegaraviy masala sifatida ko‘rib chiqish mumkin (*B masala*).

(6) muvozanat tenglamalari va (8) deformatsiyalarning uzluksiz differensial tenglamalari ikkinchi masalasini tashkil etadi (*C masala*).

$$\begin{aligned}
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x} + \lambda \left(\frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial z} \right) &= 0, \\
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial y} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial z} \right) &= 0, \\
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial z} + \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial z} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial y} \right) &= 0, \\
\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x \partial y} \right) &= 0, \\
\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x \partial z} \right) &= 0, \\
\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial y \partial z} \right) &= 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

Agar (6) muvozanat tenglamalarini x, y, z bo'yicha differensiallangan holda (8) bilan birgalikda qarash, elastiklik nazariyasining deformatsiyalardagi yana bir chegaraviy masalasini hosil qilamiz (*D masala*).

$$\begin{aligned}
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x \partial z} \right) &= 0, \\
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial y^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y \partial z} \right) &= 0, \\
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial z^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y \partial z} \right) &= 0, \\
\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x \partial y} \right) &= 0, \\
\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x \partial z} \right) &= 0, \\
\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial y \partial z} \right) &= 0.
\end{aligned} \tag{11}$$

A, B, C va D chegaraviy masalalar uchun (4) chegaraviy shartlar hamda (5) qo'shimcha chegaraviy shartlar bir xil hisoblanadi.

1.4-paragrafda ikki o'lchamli holda A, B, C va D chegaraviy masalalar ko'rib chiqilgan.

1.5-paragrafda B.E. Pobedrya tomonidan taklif etilgan kuchlanishlardagi yangi model tenglamalar ko'rib chiqilgan. Ular deformatsiyalarga nisbatan yozilgan bo'lib, chegaraviy va qo'shimcha chegaraviy shartlarni hisobga olgan holda deformatsiyalarga nisbatan chegaraviy masala ko'rinishida shakllantirilgan (*E masala*).

Dissertatsiyaning ikkinchi bobi “**Elastiklik nazariyasining termoelastik masalalari**” deb nomlanib, unda deformatsiyalarga nisbatan termoelastiklik nazariyasining yassi va fazoviy masalalari qo‘yilishi ko‘rib chiqilgan.

2.1-paragrafda haroratni hisobga olgan holda deformatsiyalarning uzluksiz differensial tenglamalari keltirilgan.

$$\nabla^2 \varepsilon_{ij} + K\theta_{,ij} = -\frac{1}{2\mu}(X_{i,j} + X_{j,i}) + \frac{1}{2\mu}(3\lambda + 2\mu)\alpha T_{,ij}. \quad (12)$$

bu yerda α – issiqlik kengayish koeffitsiyenti, T – harorat, $K = 1 + \lambda / \mu$.

2.2-paragrafda deformatsiyalarda termoelastik nazariyasining fazoviy masalasi qo‘yilishi ko‘rib chiqilgan bo‘lib, u (12) tenglama va deformatsiyalarga nisbatan yozilgan muvozanat tenglamasidan iborat (A_T masala).

$$\lambda\theta_{,i} + 2\mu\varepsilon_{ij,j} - (3\lambda + 2\mu)\alpha T_{ij,j} + X_i = 0, \quad (13)$$

chegaraviy shartlar deformatsiyalarga nisbatan quyidagi ko‘rinishga ega

$$(\lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} - (3\lambda + 2\mu)\alpha T_{ij})n_j \Big|_{\Sigma_2} = S_i, \quad (14)$$

va qo‘shimcha chegaraviy shart

$$(\lambda\theta_{,i} + 2\mu\varepsilon_{ij,j}(3\lambda + 2\mu)\alpha T_{ij,j} + X_i) \Big|_{\Sigma} = 0. \quad (15)$$

Muvozanat tenglamalari (13) va deformatsiyalarning birgalikdagi bo‘lish shartining nodiogonal differensial tenglamalari (12), ya’ni

$$\nabla^2 \varepsilon_{ij} + K\theta_{,ij} = -\frac{1}{2\mu}(X_{i,j} + X_{j,i}) + \frac{1}{2\mu}(3\lambda + 2\mu)\alpha T_{,ij}, \quad i \neq j. \quad (16)$$

deformatsiyalarga nisbatan termoelastiklikning chegaraviy masalasini tashkil etadi (C_T masala).

C_T masalada muvozanat tenglamasini differensiallangan holda qo‘llasak, elastiklik nazariyasining deformatsiyalardagi yana bir chegaraviy masalasini hosil qilamiz (D_T masala). A_T , C_T va D_T chegaraviy masalalari uchun (14) chegaraviy shartlar va (15) qo‘shimcha shartlar bir xil bo‘ladi.

2.3-paragrafda Sen-Venan differensial tenglamalari deformatsiya tenzorining oltita komponentiga nisbatan Puasson differensial tenglamalari shaklida yangi ko‘rinishda ifodalangan (F_T masala).

$$\nabla^2 \varepsilon_{ij} = \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \alpha T_{,ij}. \quad (17)$$

bu tenglamalar uchun chegaraviy (14) va qo‘shimcha chegaraviy (15) shartlar bilan qaraladi.

2.4-paragrafda to‘g‘ri to‘rtburchakli soha uchun A_T , C_T , D_T va F_T chegaraviy masalalar ko‘rib chiqilgan.

2.5-paragraf A_T , C_T va D_T chegaraviy masalalaridan kelib chiqqan holda termoelastiklikning yassi qisman bog‘langan chegaraviy masalalarini shakllantirishga bag‘ishlangan.

Dissertatsiyaning uchinchi bobi “**Deformatsiyalardagi elastiklik va termoelastiklik nazariyasining dinamik masalalari**” deb nomlanib, unda

elastiklik va termoelastiklik nazariyasining deformatsiyalardagi dinamik bog‘langan va bog‘lanmagan chegaraviy masalalarini shakllantirish ko‘rib chiqilgan.

3.1-paragrafda deformatsiyalarning birgalikda bo‘lish tenglamalari Guk qonuni va harakat tenglamalari yordamida deformatsiyalarga nisbatan giperbolik differensial tenglamalar sistemasiga keltirilgan.

$$\mu \nabla^2 \varepsilon_{ij} + (\lambda + \mu) \theta_{,ij} + \frac{1}{2} \rho (X_{i,j} + X_{j,i}) = \rho \ddot{\varepsilon}_{ij}. \quad (18)$$

3.2-paragrafda (18) ga deformatsiyalarga nisbatan harakat tenglamasini qo‘shib

$$\lambda \theta_{,i} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} + \rho X_i = \rho \ddot{u}_i, \quad (19)$$

boshlang‘ich

$$\varepsilon_{ij} \Big|_{t=0} = \xi(x, y, z), \quad \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} \Big|_{t=0} = \mathcal{G}(x, y, z), \quad (20)$$

hamda chegaraviy shartlar

$$\varepsilon_{ij} \Big|_{\Sigma_1} = \psi(t), \quad \sigma_{ij} n_j \Big|_{\Sigma_2} = \zeta(t). \quad (21)$$

orqali elastiklik nazariyasining deformatsiyalardagi dinamik chegaraviy masalasi shakllantirilgan (*A_D masala*). (19) tenglamadagi u_i dan qutulish maqsadida, uni mos ravishda x_i bo‘yicha differensiallaymiz, ya’ni

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x \partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial t^2}, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial y^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y \partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial t^2}, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial z^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y \partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Harakat tenglamalari (22) ikkinchi guruh tenglamalari (18) bilan birgalikda C_D chegaraviy masalasini tashkil etadi. A_D , C_D va D_D chegaraviy masalalari uchun boshlang‘ich va chegaraviy shartlar (20) va (21) ko‘rinishida berilgan.

3.3-paragrafda elastiklik nazariyasining dinamik chegaraviy masalalari deformatsiyalarga nisbatan ikki o‘lchovli holda ko‘rib chiqilgan.

3.4-paragrafda termoelastiklikning bog‘langan dinamik chegaraviy masalasi shakllantirilgan bo‘lib, u deformatsiya va haroratga nisbatan ifodalangan harakat tenglamalaridan, $i \neq j$ holatdagi (18) tenglama hamda issiqlik oqimi tenglamasidan tashkil topgan.

3.5-paragraf to‘g‘ri to‘rtburchakli soha uchun o‘zaro bog‘langan termoelastiklik masalalarini ifodalashga bag‘ishlangan.

Dissertatsiyaning to‘rtinchi bobi “**Chekli-ayirmali tenglamalar va ularni yechish usullari**” deb nomlanib, oldingi boblarda ko‘rib chiqilgan elastik va termoelastik chegaraviy masalalar uchun deformatsiyalarga nisbatan chekli-ayirmali tenglamalarni tuzishga bag‘ishlangan.

4.1-paragrafda tekis C^{2D} , D^{2D} va E^{2D} hamda fazoviy C , D va E masalalar uchun chekli-ayirmali tenglamalar keltirilgan. D^{2D} chegaraviy masalaning chekli-ayirmali analogi quyidagi ko‘rinishga ega, ya’ni

$$\begin{aligned}
(\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{11} - 2\varepsilon_{i,j}^{11} + \varepsilon_{i-1,j}^{11}}{h_1^2} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} - 2\varepsilon_{i,j}^{22} + \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{h_1^2} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{12} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{12} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{12} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{12}}{4h_1h_2} &= 0, \\
(\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{22} - 2\varepsilon_{i,j}^{22} + \varepsilon_{i,j-1}^{22}}{h_2^2} + \lambda \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{11} - 2\varepsilon_{i,j}^{11} + \varepsilon_{i,j-1}^{11}}{h_2^2} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{12} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{12} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{12} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{12}}{4h_1h_2} &= 0, \\
\mu \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i,j}^{12}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{h_2^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{11} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{11} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{11} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{11}}{4h_1h_2} + \right. & \\
\left. + \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{22} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{22} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{22} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{22}}{4h_1h_2} \right) &= 0.
\end{aligned} \tag{23}$$

(23) chekli-ayirmali tenglamalarni yechish uchun tegishli o‘qlar bo‘yicha o‘zgaruvchan yo‘nalishlar usulini qo‘llaymiz.

$$\begin{aligned}
a_i \varepsilon_{i+1,j}^{11} + b_i \varepsilon_{i,j}^{11} + c_i \varepsilon_{i-1,j}^{11} &= f_{i,j}^x, \\
\begin{cases} \alpha_{01} \varepsilon_{0,j}^{11} + \beta_{01} \varepsilon_{1,j}^{11} = \gamma_{01}, \\ \alpha_{02} \varepsilon_{n-1,j}^{11} + \beta_{02} \varepsilon_{n,j}^{11} = \gamma_{02}. \end{cases} & \tag{24}
\end{aligned}$$

Guk qonunini inobatga olgan holda, chegaraviy shartlarni deformatsiyalarga nisbatan quyidagi ko‘rinishda ifodalash mumkin.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{0j}^{11} = 0, \quad \varepsilon_{N_1j}^{11} = 0, \quad \varepsilon_{0j}^{12} = 0, \quad \varepsilon_{N_1j}^{12} = 0, \\
\varepsilon_{i0}^{22} = 0, \quad \varepsilon_{iN_2}^{22} = 0, \quad \varepsilon_{i0}^{21} = 0, \quad \varepsilon_{iN_2}^{21} = 0.
\end{aligned} \tag{25}$$

To‘g‘ri to‘rtburchakli soha uchun qo‘shimcha chegaraviy shartlarni, mos ravishda ε^{11} va ε^{22} uchun, $y=0, l_2$ va $x=0, l_1$ bo‘lganda muvozanat tenglamasidan topib olamiz.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{i0}^{11} = -\frac{2\mu}{\lambda} \frac{\varepsilon_{i+1,0}^{21} - \varepsilon_{i-1,0}^{21}}{2h_1}, \quad \varepsilon_{iN_2}^{11} = -\frac{2\mu}{\lambda} \frac{\varepsilon_{i+1,N_2}^{21} - \varepsilon_{i-1,N_2}^{21}}{2h_1}, \\
\varepsilon_{0j}^{22} = -\frac{2\mu}{\lambda} \frac{\varepsilon_{0,j+1}^{12} - \varepsilon_{0,j-1}^{12}}{2h_2}, \quad \varepsilon_{N_1j}^{22} = -\frac{2\mu}{\lambda} \frac{\varepsilon_{N_1,j+1}^{12} - \varepsilon_{N_1,j-1}^{12}}{2h_2}.
\end{aligned} \tag{26}$$

4.2-paragraf deformatsiyalarda termoelastik nazariyasining chegaraviy masalalari uchun chekli-ayirmali tenglamalarni tuzishga bag‘ishlangan.

4.3-paragrafda F_T masalasi uchun deformatsiyalardagi termoelastiklikning yangi chegaraviy masalasiga oid chekli-ayirmali tenglamalar keltirilgan. F_T chegaraviy masalasi ikki va uch o‘lchovli holatlarda ko‘rib chiqilgan. F_T^{2D} chegaraviy masalaning chekli-ayirmali analogi quyidagi ko‘rinishga ega

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{11} - 2\varepsilon_{i,j}^{11} + \varepsilon_{i-1,j}^{11}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{11} - 2\varepsilon_{i,j}^{11} + \varepsilon_{i,j-1}^{11}}{h_2^2} &= \alpha \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h_1^2}, \\ \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} - 2\varepsilon_{i,j}^{22} + \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{22} - 2\varepsilon_{i,j}^{22} + \varepsilon_{i,j-1}^{22}}{h_2^2} &= \alpha \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{h_2^2}. \quad (27) \\ \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i-1,j}^{12}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{h_2^2} &= \alpha \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{T_{i+1,j+1} - T_{i+1,j-1} - T_{i-1,j+1} + T_{i-1,j-1}}{4h_1h_2}. \end{aligned}$$

(27) chekli-ayirmali tenglamalarni yechish uchun iteratsiya usulini qo'llash mumkin. Buning uchun (27) chekli-ayirmali tenglamalar sxemasini $\varepsilon_{i,j}^{11}$, $\varepsilon_{i,j}^{22}$, $\varepsilon_{i,j}^{12}$ ga nisbatan yechganimizda, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i,j}^{11} &= \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j}^{11} + \varepsilon_{i-1,j}^{11}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{11} + \varepsilon_{i,j-1}^{11}}{h_2^2} - \alpha \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h_1^2} \right) / \left(\frac{2}{h_1^2} + \frac{2}{h_2^2} \right), \\ \varepsilon_{i,j}^{22} &= \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} + \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{22} + \varepsilon_{i,j-1}^{22}}{h_2^2} - \alpha \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{h_2^2} \right) / \left(\frac{2}{h_1^2} + \frac{2}{h_2^2} \right), \quad (28) \\ \varepsilon_{i,j}^{12} &= \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j}^{12} + \varepsilon_{i-1,j}^{12}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} + \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{h_2^2} - \alpha \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{T_{i+1}^{j+1} - T_{i+1}^{j-1} - T_{i-1}^{j+1} + T_{i-1}^{j-1}}{4h_1h_2} \right) / \left(\frac{2}{h_1^2} + \frac{2}{h_2^2} \right). \end{aligned}$$

(27) tenglamalarni iteratsion usul yoki o'zgaruvchan yo'nalishlar usuli bilan yechish mumkin.

4.4-paragraf uch va ikki o'lchamli dinamik chegaraviy masalalari uchun sonli modellarni qurishga bag'ishlangan. Tekis dinamik chegaraviy masala C_D^{2D} uchun chekli-ayirmali tenglamalar quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{11} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{11} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{11}}{h_1^2} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{22} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{22} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{22}}{h_1^2} + \\ + 2\mu \frac{\varepsilon_{i+1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i-1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i+1,j-1,k}^{12} + \varepsilon_{i-1,j-1,k}^{12}}{4h_1h_2} &= \rho \frac{\varepsilon_{i,j,k+1}^{11} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{11} + \varepsilon_{i,j,k-1}^{11}}{\tau^2}, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i,j+1,k}^{22} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{22} + \varepsilon_{i,j-1,k}^{22}}{h_2^2} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{11} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{11} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{11}}{h_2^2} + \\ + 2\mu \frac{\varepsilon_{i+1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i-1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i+1,j-1,k}^{12} + \varepsilon_{i-1,j-1,k}^{12}}{4h_1h_2} &= \rho \frac{\varepsilon_{i,j,k+1}^{22} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{22} + \varepsilon_{i,j,k-1}^{22}}{\tau^2}, \quad (29) \\ (\lambda + \mu) \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j+1,k}^{11} - \varepsilon_{i+1,j-1,k}^{11} - \varepsilon_{i-1,j+1,k}^{11} + \varepsilon_{i-1,j-1,k}^{11}}{4h_1h_2} + \frac{\varepsilon_{i+1,j+1,k}^{22} - \varepsilon_{i+1,j-1,k}^{22} - \varepsilon_{i-1,j+1,k}^{22} + \varepsilon_{i-1,j-1,k}^{22}}{4h_1h_2} \right) + \\ + \mu \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{12} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{12} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{12}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1,k}^{12} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{12} + \varepsilon_{i,j-1,k}^{12}}{h_2^2} \right) &= \rho \frac{\varepsilon_{i,j,k+1}^{12} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{12} + \varepsilon_{i,j,k-1}^{12}}{\tau^2}. \end{aligned}$$

Bunda tugun nuqtalardagi boshlang'ich shartlar quyidagi ko'rinishga,

$$\varepsilon_{ij0}^{11} = \xi_1, \quad \frac{\varepsilon_{ij1}^{11} - \varepsilon_{ij0}^{11}}{\tau} = \psi_1, \quad \varepsilon_{ij0}^{22} = \xi_2, \quad \frac{\varepsilon_{ij1}^{22} - \varepsilon_{ij0}^{22}}{\tau} = \psi_2, \quad \varepsilon_{ij0}^{12} = \xi_3, \quad \frac{\varepsilon_{ij1}^{12} - \varepsilon_{ij0}^{12}}{\tau} = \psi_3 \quad (30)$$

to'g'ri to'rtburchakli soha uchun chegaraviy shartlar esa quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi

$i = 0, N_1 : da$

$$(\lambda + 2\mu)\varepsilon_{0jk}^{11} = S_1, \quad 2\mu\varepsilon_{0jk}^{12} = S_2, \quad (31)$$

$$(\lambda + 2\mu)\varepsilon_{N_1jk}^{11} = S_1, \quad 2\mu\varepsilon_{N_1jk}^{12} = S_2,$$

$j = 0, N_2 : da$

$$(\lambda + 2\mu)\varepsilon_{i0k}^{22} = S_2, \quad 2\mu\varepsilon_{i0k}^{12} = S_1, \quad (32)$$

$$(\lambda + 2\mu)\varepsilon_{iN_2k}^{22} = S_2, \quad 2\mu\varepsilon_{iN_2k}^{12} = S_1.$$

(29) tenglamadan quyidagi rekurrent munosabatlarni $\varepsilon_{i,j,k+1}^{11}$, $\varepsilon_{i,j,k+1}^{22}$, $\varepsilon_{i,j,k+1}^{12}$ ga nisbatan topish mumkin.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i,j,k+1}^{11} = & \frac{\tau^2}{\rho} \left((\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{11} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{11} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{11}}{h_1^2} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{22} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{22} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{22}}{h_1^2} - \right. \\ & \left. -\gamma \frac{T_{i+1,j,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i-1,j,k}}{h_1^2} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i+1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i+1,j-1,k}^{12} - \varepsilon_{i-1,j+1,k}^{12} + \varepsilon_{i-1,j-1,k}^{12}}{4h_1h_2} \right) + 2\varepsilon_{i,j,k}^{11} - \varepsilon_{i,j,k-1}^{11}. \end{aligned} \quad (33)$$

qolgan tenglamalar ham xuddi shu usul bilan aniqlanadi.

Oshkormas sxemalarni, (29) tenglamadan k indeksini $k+1$ ga almashtirib, quyidagicha topamiz

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i+1,j,k+1}^{11} - 2\varepsilon_{i,j,k+1}^{11} + \varepsilon_{i-1,j,k+1}^{11}}{h_1^2} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{22} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{22} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{22}}{h_1^2} + \\ + 2\mu \frac{\varepsilon_{i+1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i+1,j-1,k}^{12} - \varepsilon_{i-1,j+1,k}^{12} + \varepsilon_{i-1,j-1,k}^{12}}{4h_1h_2} = \rho \frac{\varepsilon_{i,j,k+1}^{11} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{11} + \varepsilon_{i,j,k-1}^{11}}{\tau^2}. \end{aligned} \quad (34)$$

qolgan tenglamalar uchun ham xuddi shunday yozamiz. (34) chekli-ayirmali tenglamani yechish uchun o'zgaruvchan yo'nalishlar usulini qo'llaymiz.

4.5-paragraf to'g'ri burchakli sohalar va parallelepipedlar uchun termoelastiklikning bog'langan chegaraviy masalalarini deformatsiyalarga nisbatan sonli yechish usullariga bag'ishlangan.

Dissertatsiyaning beshinchi bobi “**Deformatsiyalarda elastiklik va termoelastiklik nazariyasining statik va dinamik masalalarini yechishning sonli misollari**” deb nomlanib, unda deformatsiyalardagi elastik va termoelastik chegaraviy masalalarni sonli usulda yechish ko'rib chiqilgan.

5.1-paragrafda o'lchamlari (2a, 2b) bo'lgan to'rtburchakli plastinkaning OX o'qiga perpendikulyar bo'lgan qarama-qarshi tomonlariga qo'yilgan cho'zuvchi parabolik kuchlar ta'siridagi deformatsiyalanishi masalasi qarab chiqilgan. Qolgan tomonlari erkin hisoblanadi:

$$x = \pm a : da \quad \sigma_{11} = S_0 \left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right), \quad \sigma_{12} = 0,$$

$$y = \pm b : da \quad \sigma_{22} = 0, \quad \sigma_{21} = 0.$$

C^{2D} , D^{2D} va E^{2D} chegaraviy masalalarni sonli yechish orqali olingan σ_{11} kuchlanish qiymatlari 1-jadvalda hamda D^{2D} va E^{2D} tenglamalar sonli yechimlarining grafiklari 1- va 2-rasmlarda keltirilgan. C^{2D} , D^{2D} va E^{2D} chegaraviy

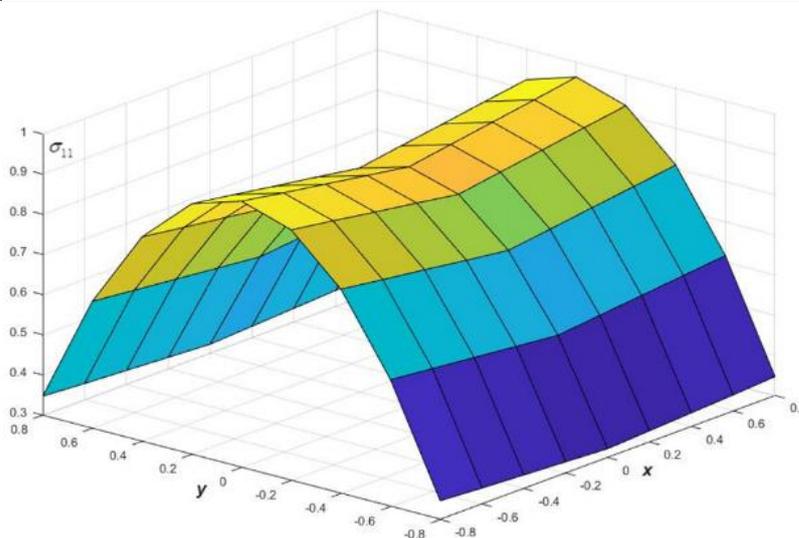
masalalarning sonli yechimlari Timoshenko-Gudyer natijalari bilan taqqoslangan. O'zgarmaslarga quyidagi qiymatlar berilgan:

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{kg}{sm^2}, \quad \nu = \frac{1}{3}, \quad a = 1 \text{ sm}, \quad b = 1 \text{ sm}, \quad S = 1, \quad h_1 = h_2 = 0.2 \text{ sm}.$$

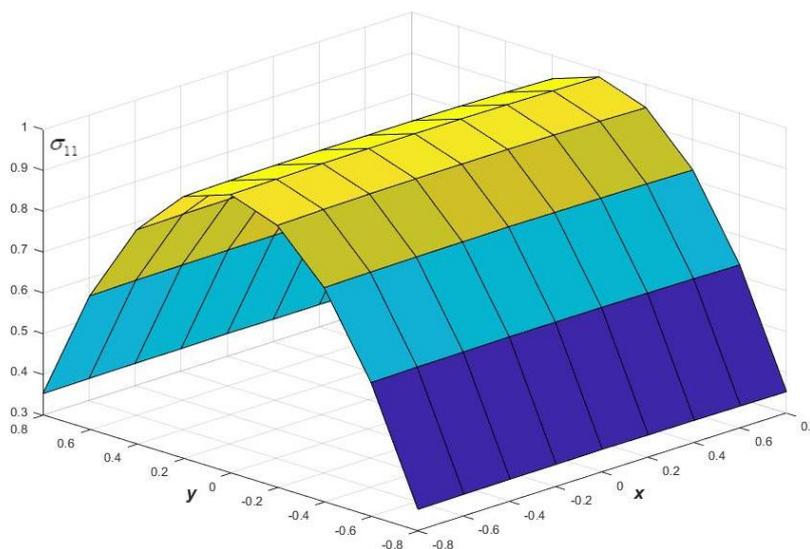
1-Jadval

To'g'ri to'rtburchakning markazidagi σ_{11} kuchlanish tensorini taqqoslash

$y=0$ bo'lganda masalalar	$x=-1$	$x=-0.8$	$x=-0.6$	$x=-0.4$	$x=-0.2$	$x=0$
C^{2D} chegaraviy masala	1.000	0.991	0.984	0.977	0.974	0.971
D^{2D} chegaraviy masala	1.000	0.963	0.945	0.928	0.911	0.894
E^{2D} chegaraviy masala	1.000	0.982	0.984	0.986	0.987	0.987
Timoshenko-Gudyer	1.000	0.978	0.930	0.880	0.843	0.830



1-Rasm. D^{2D} chegaraviy masala natijalari asosida plastinkadagi σ_{11} kuchlanishning taqsimlanishi



2-Rasm. E^{2D} chegaraviy masala natijalari asosida plastinkadagi σ_{11} kuchlanishning taqsimlanishi

O'lchamlari $l_1=2a$, $l_2=2b$, $l_3=2c$ bo'lgan parallelepipedning OZ o'qiga perpendikulyar joylashgan qarama-qarshi yoqlariga ta'sir etuvchi gumbazsimon

kuch ta'sirida muvozanat masalasi ko'rib chiqilgan. Boshqa yoqlarga hech qanday kuch ta'sir etmaydi.

Bunda chegaraviy shartlar quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{aligned}x = \pm a : da \quad \sigma_{11} = 0, \quad \sigma_{12} = 0, \quad \sigma_{13} = 0, \\y = \pm b : da \quad \sigma_{22} = 0, \quad \sigma_{12} = 0, \quad \sigma_{23} = 0, \\z = \pm c : da \quad \sigma_{33} = S, \quad \sigma_{13} = 0, \quad \sigma_{23} = 0.\end{aligned}$$

Qo'yilgan gumbazsimon kuch quyidagi shaklda:

$$S = \left(1 + \cos \frac{\pi x}{a}\right) \left(1 + \cos \frac{\pi y}{b}\right).$$

O'zgarmaslarga quyidagi qiymatlar berilgan:

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{kg}{sm^2}, \quad \nu = \frac{1}{3}, \quad a = 0.5 \text{ sm}, \quad b = 0.5 \text{ sm}, \quad c = 1 \text{ sm}, \quad h_1 = h_2 = 0.1 \text{ sm}, \quad h_3 = 0.2 \text{ sm}.$$

2-Jadval

Parallelepiped markazidagi σ_{33} kuchlanish tenzorlarini taqqoslash

$x=0, y=0$ bo'lganda masalalar	$z=-1$	$z=-0.8$	$z=-0.6$	$z=-0.4$	$z=-0.2$	$z=0$
<i>C chegaraviy masala</i>	3.964	3.187	2.447	1.988	1.613	1.459
<i>D chegaraviy masala</i>	3.933	3.102	2.325	1.937	1.598	1.441
<i>Kuchlanishlardagi chegaraviy masala</i>	4.000	3.206	2.565	1.924	1.680	1.436
<i>Kuchlanishlardagi chegaraviy masala</i>	4.000	3.445	2.798	2.017	1.663	1.363
<i>Ko'chishlardagi chegaraviy masala</i>	3.927	2.207	2.333	1.870	1.543	1.429

OZ o'qiga perpendikulyar bo'lgan yoqlari bo'ylab bir tekis taqsimlangan ($S=I$) kuch ta'sirida parallelepipedning siqilishi masalasi sonli yechilgan.

3-Jadval

Parallelepiped markazidagi σ_{33} kuchlanish tenzorlarini taqqoslash

$y=0, z=0.5$ bo'lganda masalalar	$x=-1$	$x=-0.8$	$x=-0.6$	$x=-0.4$	$x=-0.2$	$x=0$
<i>C chegaraviy masala</i>	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
<i>D chegaraviy masala</i>	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
<i>Kuchlanishlardagi chegaraviy masala</i>	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

5.2-paragrafda termoelastiklikning tekis va fazoviy masalalari sonli yechilgan. Quyidagi qonuniyat bo'yicha $T = T_0 \sin \frac{\pi x}{l_1} \sin \frac{\pi y}{l_2}$ belgilangan harorat

maydonida erkin qo'yilgan to'g'ri burchakli to'rtburchak masalasi qaralgan. 4-jadvalda quyidagi

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{kg}{sm^2}, \quad \nu = \frac{1}{3}, \quad \alpha = 125 \cdot 10^{-7} \frac{1}{C}, \quad T_0 = 20^\circ C, \quad l_1 = l_2 = 1 \text{ sm}, \quad N_1 = N_2 = 10.$$

parametrlar uchun to'g'ri to'rtburchakning markazidagi kuchlanishlar tenzori σ_{11} qiymatlari keltirilgan va ko'chishlar hamda kuchlanishlarga nisbatan sonli yechilgan masalalar yechimlari bilan taqqoslangan.

To'g'ri to'rtburchakning markazidagi σ_{11} kuchlanish tenzorini taqqoslash

$y=0.5$ bo'lganda masalalar	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
C_T^{2D} chegaraviy masala	0.000	1.161	2.207	3.038	3.569	3.751
D_T^{2D} chegaraviy masala	0.000	1.159	2.204	3.034	3.566	3.750
F_T^{2D} chegaraviy masala	0.000	1.163	2.211	3.043	3.577	3.760
Ko'chishlardagi chegaraviy masala	0.000	2.699	3.023	3.398	3.677	3.778
Kuchlanishlardagi chegaraviy masala	0.000	1.151	2.188	3.012	3.541	3.723

Endi C_T , D_T va F_T fazoviy chegaraviy masalalarni sonli yechishga o'tamiz. Qirralari $l_1 = l_2 = l_3 = 1$ bo'lgan to'g'ri burchakli parallelepiped ichida harorat quyidagi ko'rinishda berilgan, bunda parallelepipedning yoqlariga kuchlar ta'sir etmasin.

$$T = T_0 \sin \frac{\pi x_i}{l_1} \sin \frac{\pi y_j}{l_2} \sin \frac{\pi z_k}{l_3}.$$

5-jadvalda keltirilgan chegaraviy masalani yechish natijasida olingan parallelepipedning markazidagi σ_{11} kuchlanishlarning qiymatlari keltirilgan.

 $z=0.5$ bo'lganda σ_{11} kuchlanish tenzorining taqqoslanishi

$y=0.5$ bo'lganda masalalar	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
C_T chegaraviy masala	0.000	1.661	3.184	4.355	5.166	5.375
D_T chegaraviy masala	0.000	1.738	3.306	4.551	5.350	5.625
F_T chegaraviy masala	0.000	1.673	3.171	4.350	5.097	5.342
Kuchlanishlardagi chegaraviy masala	0.000	1.588	3.023	4.165	4.902	5.159

5.3-paragrafda to'g'ri to'rtburchakli soha va parallelepiped uchun elastiklik nazariyasining dinamik chegaraviy masalalarini ko'rib chiqilgan. To'g'ri to'rtburchakli soha uchun boshlang'ich va chegaraviy shartlar

$$\varepsilon_{ij}(x, y, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{ij}(x, y, t)|_{t=0} = 0, \quad i = j = 1, 2.$$

$$\sigma_{11}(x, y, t)|_{x=0, l_1} = A \sin\left(\frac{\pi t_k}{t_k^{\max}}\right), \quad \sigma_{12}(x, y, t)|_{x=0, l_1} = 0,$$

$$\sigma_{22}(x, y, t)|_{y=0, l_2} = 0, \quad \sigma_{21}(x, y, t)|_{y=0, l_2} = 0.$$

hamda o'zgarmas koeffitsiyentlar quyidagi ko'rinishda.

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{kg}{sm^2}, \quad \nu = \frac{1}{3}, \quad \rho = 7,85 \cdot 10^{-3} kg / sm^3,$$

$$\tau = 0.01, \quad A = 4, \quad h_1 = h_2 = 0.1 sm, \quad l_1 = l_2 = 1 sm.$$

Oshkor va oshkormas sxemalar bo'yicha, rekurrent munosabatlar va o'zgaruvchan yo'nalishlar usuli orqali olingan sonli natijalar ε_{11} uchun 6-jadvalda keltirilgan.

$t=0.9$ vaqtdagi ε_{11} deformatsiya tenzorining taqqoslanishi

$y=0.5$ bo'lganda masalalar	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
C_D^{2D} chegaraviy masala (oshkor sxema)	0.618	0.857	0.113	0.010	0.000	0.000
C_D^{2D} chegaraviy masala (oshkormas sxema)	0.618	0.848	0.124	0.011	0.001	0.000
D_D^{2D} chegaraviy masala (oshkor sxema)	0.618	0.857	0.114	0.012	0.000	0.000
D_D^{2D} chegaraviy masala (oshkormas sxema)	0.618	0.845	0.149	0.015	0.001	0.000

Endi parallelepiped uchun quyidagi boshlang'ich, chegaraviy shartlar hamda dastlabki ma'lumotlar asosida C_D va D_D fazoviy chegaraviy masalalarning sonli yechimini qaraymiz.

$$\varepsilon_{ij}(x, y, z, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{ij}(x, y, z, t)|_{t=0} = 0, \quad i = j = 1, 2, 3.$$

$$\sigma_{11}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{12}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{13}|_{x=0, l_1} = 0,$$

$$\sigma_{22}|_{y=0, l_2} = 0, \quad \sigma_{21}|_{y=0, l_2} = 0, \quad \sigma_{23}|_{y=0, l_2} = 0,$$

$$\sigma_{33}|_{z=0, l_3} = A \sin\left(\frac{\pi t_k}{l_k^{\max}}\right), \quad \sigma_{31}|_{z=0, l_3} = 0, \quad \sigma_{32}|_{z=0, l_3} = 0.$$

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{kg}{sm^2}, \quad \nu = \frac{1}{3}, \quad \rho = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ kg} / sm^3, \quad A = 4,$$

$$\tau = 0.01, \quad h_1 = h_2 = h_3 = 0.1 \text{ sm}, \quad l_1 = l_2 = l_3 = 1 \text{ sm}.$$

 $t=0.9, y=0.7$ bo'lganda ε_{33} deformatsiya tenzorini taqqoslash

$x=0.1$ bo'lganda masalalar	$z=0$	$z=0.1$	$z=0.2$	$z=0.3$	$z=0.4$	$z=0.5$
C_D chegaraviy masala (oshkor sxema)	0.618	0.859	0.088	0.004	0.000	0.000
D_D chegaraviy masala (oshkor sxema)	0.618	0.836	0.085	0.003	0.000	0.000
D_D chegaraviy masala (oshkormas sxema)	0.618	0.823	0.083	0.003	0.000	0.000

 $t=0.7, y=0.9$ bo'lganda ε_{33} deformatsiya tenzorini taqqoslash

$x=0.5$ bo'lganda masalalar	$z=0.5$	$z=0.6$	$z=0.7$	$z=0.8$	$z=0.9$	$z=0.1$
C_D chegaraviy masala (oshkor sxema)	0.000	0.000	0.001	0.028	0.515	1.618
D_D chegaraviy masala (oshkor sxema)	0.000	0.000	0.001	0.027	0.508	1.618
D_D chegaraviy masala (oshkormas sxema)	0.000	0.000	0.001	0.027	0.508	1.618

7- va 8-jadvallarda ko'rsatilganidek, oshkor va oshkormas sxemalar asosida olingan sonli natijalar bir-biriga juda yaqin va deyarli mos keladi. Bu esa olingan natijalarning ishonchliligini va model tenglamalarning to'g'riligini tasdiqlaydi.

5.4-paragrafda ikki va uch o'lchamli holatlarda termoelastiklikning bog'langan chegaraviy masalalari oshkor va oshkormas sxemalar asosida ko'rib chiqilgan.

To'g'ri to'rtburchakli soha uchun boshlang'ich, chegaraviy shartlar

$$T(x, y, t)|_{t=0} = T_0 + T_0 \sin\left(\frac{\pi x_i}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi y_j}{l_2}\right),$$

$$\varepsilon_{ij}(x, y, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{ij}(x, y, t)|_{t=0} = 0, \quad i = j = 1, 2.$$

$$\sigma_{11}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{12}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{22}|_{y=0, l_2} = 0, \quad \sigma_{21}|_{y=0, l_2} = 0,$$

$$T|_{x=0, l_1} = T_0, \quad T|_{y=0, l_2} = 0.$$

hamda quyidagilar qiymatlarda sonli yechilgan.

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{kg}{sm^2}, \quad \nu = \frac{1}{3}, \quad T_0 = 30^\circ C, \quad \lambda_0 = 0.6 \frac{Vt}{sm \cdot C}, \quad \alpha = 125 \cdot 10^{-7} \frac{1}{C},$$

$$\rho = 7,85 \cdot 10^{-3} kg / sm^3, \quad c_\varepsilon = 450 \frac{Dj}{kg \cdot C}, \quad \tau = 0.01, \quad h_1 = h_2 = 0.1 sm, \quad l_1 = l_2 = 1 sm.$$

9-jadvalda ε_{11} uchun sonli natijalar taqqoslangan.

9-Jadval

$t=0.5$ vaqtda ε_{11} deformatsiya tenzorini taqqoslash

$y=0.5$ bo'lganda masalalar	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
C_{DT}^{2D} chegaraviy masala (oshkor sxema)	0.000	0.015	0.034	0.049	0.059	0.063
C_{DT}^{2D} chegaraviy masala (oshkormas sxema)	0.000	0.015	0.033	0.049	0.059	0.063
D_{DT}^2 chegaraviy masala (oshkor sxema)	0.000	0.022	0.041	0.057	0.067	0.070
D_{DT}^{2D} chegaraviy masala (oshkormas sxema)	0.000	0.022	0.041	0.057	0.066	0.070

Endi parallelepiped uchun termoelastiklikning bog'langan chegaraviy masalalarini C_{DT} va D_{DT} uchun ko'rib chiqamiz. Boshlang'ich va chegaraviy shartlar quyidagi ko'rinishga ega:

$$T(x, y, z, t)|_{t=0} = T_0 \sin\left(\frac{\pi x_i}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi y_j}{l_2}\right) \sin\left(\frac{\pi k_z}{l_3}\right),$$

$$\varepsilon_{ij}(x, y, z, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{ij}(x, y, z, t)|_{t=0} = 0, \quad i = j = 1, 2, 3.$$

$$\sigma_{11}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{12}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{13}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{22}|_{y=0, l_2} = 0, \quad \sigma_{21}|_{y=0, l_2} = 0, \quad \sigma_{23}|_{y=0, l_2} = 0,$$

$$\sigma_{33}|_{z=0, l_3} = 0, \quad \sigma_{31}|_{z=0, l_3} = 0, \quad \sigma_{32}|_{z=0, l_3} = 0, \quad T|_{x=0, l_1} = 0, \quad T|_{y=0, l_2} = 0, \quad T|_{z=0, l_3} = 0.$$

hamda o'zgarmas konstantalar quyidagicha:

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{kg}{sm^2}, \quad \nu = \frac{1}{3}, \quad T_0 = 20^\circ C, \quad \lambda_0 = 0.6 \frac{Vt}{sm \cdot K}, \quad \alpha = 125 \cdot 10^{-7} \frac{1}{C},$$

$$\rho = 7,85 \cdot 10^{-3} kg / sm^3, \quad c_\varepsilon = 420 \frac{Dj}{kg \cdot C}, \quad \tau = 0.01, \quad h_1 = h_2 = h_3 = 0.1 sm, \quad l_1 = l_2 = l_3 = 1 sm.$$

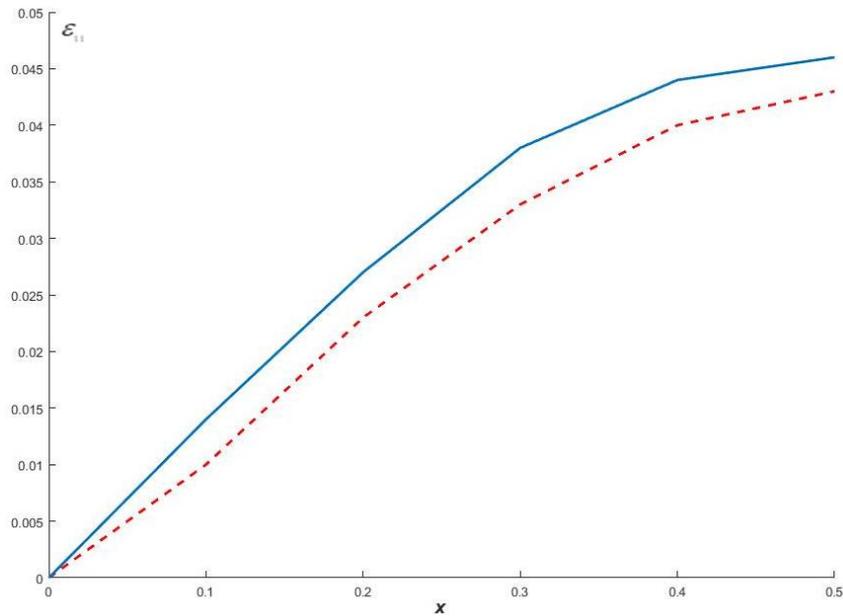
10- va 11-jadvallarda parallelepipedning $y=0.5, z=0.5$ va $y=0.7, z=0.5$ kesimlaridagi ε_{11} deformatsiya qiymatlari taqqoslangan. Ushbu qiymatlar chegaraviy C_{DT} va D_{DT} masalalarini oshkor va oshkormas sxemalar asosida olingan sonli natijalardir.

$t=0.5, z=0.5$ bo'lganda ε_{11} deformatsiya tenzorini taqqoslash

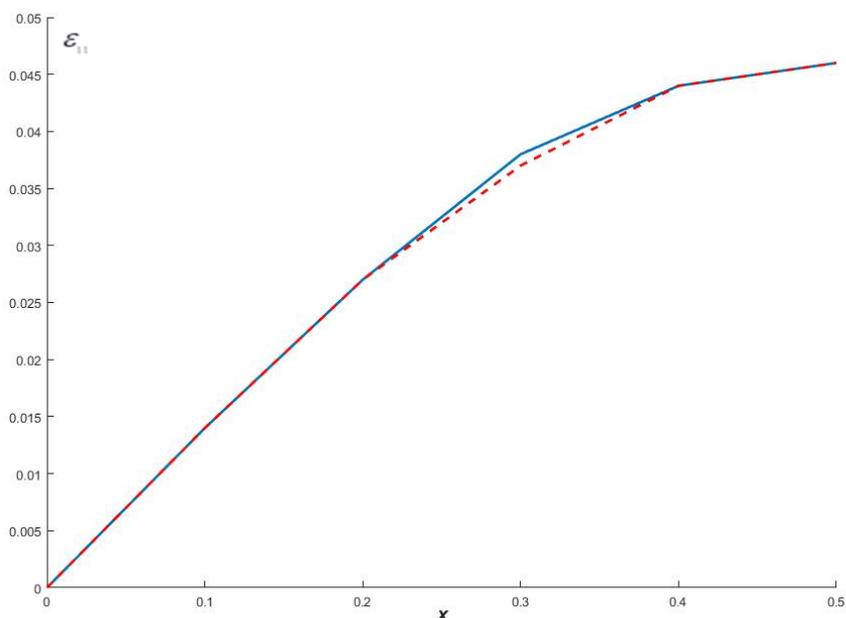
$y=0.5$ bo'lganda masalalar	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
C_{DT} chegaraviy masala (oshkor sxema)	0.000	0.010	0.023	0.033	0.040	0.043
D_{DT} chegaraviy masala (oshkor sxema)	0.000	0.014	0.027	0.038	0.044	0.046
D_{DT} chegaraviy masala (oshkormas sxema)	0.000	0.014	0.027	0.037	0.044	0.046

 $t=0.3, y=0.7$ bo'lganda ε_{11} deformatsiya tenzorini taqqoslash

$z=0.5$ bo'lganda masalalar	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
C_{DT} chegaraviy masala (oshkor sxema)	0.000	0.004	0.008	0.011	0.013	0.013
D_{DT} chegaraviy masala (oshkor sxema)	0.000	0.004	0.008	0.011	0.013	0.014
D_{DT} chegaraviy masala (oshkormas sxema)	0.000	0.004	0.008	0.011	0.013	0.014



3-Rasm. C_{DT} va D_{DT} chegaraviy masalalarining ε_{11} deformatsiyalarini $t=0.5$, $y=0.5$ va $z=0.5$ da oshkor sxema asosida taqqoslash



4-Rasm. D_{DT} chegaraviy masalasi uchun $t=0.5$, $y=0.5$ va $z=0.5$ holatida oshkor va oshkormas sxemalar asosidagi ε_{11} deformatsiyalarni taqqoslash

5.5 paragrafda masalalarni sonli yechishning algoritmi va yaratilgan dasturlar majmuasining asosiy menyusi va fodaluvchilar uchun ko'rsatmalar keltirilgan.

XULOSA

Dissertatsiya ishi deformatsiyalarga nisbatan qattiq jismlarning deformatsiyalanish jarayonini matematik va sonli modellashtirishga bag'ishlangan. Dissertatsiya ishida deformatsiyalarning birgalikdagi bo'lish sharti asosida deformatsiyalarga nisbatan elastiklik va termoelastiklik nazariyasining quyidagi yangi matematik modellari ishlab chiqilgan:

1. Deformatsiyalarda elastiklik nazariyasining statik masalasi uchun yopiq differensial tenglamalar sistemasi taklif etilgan. Bunda yetishmayotgan chegaraviy shartlar sifatida berilgan soha chegarasidagi muvozanat tenglamalari qaralgan;

2. Deformatsiyalarga nisbatan klassik va yangi turdagi termoelastiklikning bog'lanmagan chegaraviy masalalari shakllantirilgan. Yangi turdagi tenglamalar deformatsiya tenzorining komponentlariga nisbatan oltita Puasson tenglamalariga keltirilgan;

3. Oltita (uchta normal va uchta urinma) deformatsiyalarning birgalikdagi differensial tenglamalari, shuningdek uchta harakat tenglamalari va uchta urinma deformatsiyalar birgalikdagi tenglamalaridan tashkil topgan termoelastiklikning dinamik bog'langan masalalarining ikki turi ishlab chiqilgan;

4. Elastiklik va termoelastiklik nazariyasining deformatsiya va temperaturaga nisbatan dinamik va statik yassi va fazoviy chegaraviy masalalari uchun iteratsion va o'zgaruvchan yo'nalishlar usulida yechiladigan oshkor va oshkormas sxemalar ko'rinishidagi chekli ayirmali tenglamalar ishlab chiqilgan;

5. Taklif etilgan model tenglamalarni asoslash uchun turli boshlang'ich va chegaraviy issiqlik-mexanik sharoitlarda to'g'ri burchakli plastina va parallelepiped uchun elastiklik va termoelastiklik nazariyasining bir qator statik va dinamik masalalari (bog'langan va bog'lanmagan masalalar) sonli yechilgan:

to'g'ri to'rtburchakning qarama-qarshi tomonlariga qo'yilgan parabolik kuch bilan to'g'ri to'rtburchakli plastinaning cho'zilishi haqidagi masala yechilgan va sonli natijalar Timoshenko-Gudyerning ma'lum yechimi bilan taqqoslangan;

gumbazsimon kuch va tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi parallelepipedning muvozanat masalasi yechilgan va kuchlanishlardagi chegaraviy masala natijalari bilan taqqoslangan;

harorat maydonida joylashgan to'g'ri burchakli plastinka va parallelepiped uchun termoelastik masalalar sonli yechilgan va sonli natijalar kuchlanishlardagi chegaraviy masalalar va ko'chishlardagi Lame tenglamalari yechimlari bilan taqqoslangan;

termoelastiklikning sonli yassi va fazoviy bog'langan dinamik masalalari turli usullar bilan yechilgan va deformatsiyalarga nisbatan qo'yilgan chegaraviy masalalarning o'rinli ekanligi asoslangan.

6. Deformatsiyalarda elastiklik nazariyasining chegaraviy masalalarini sonli yechish uchun C++ dasturlash tilidagi Embarcadero Rad Studio muhitida samarali sonli algoritmlar va dasturiy ta'minot ishlab chiqilgan. Dasturiy mahsulotni ro'yxatdan o'tkazish sertifikatlari olingan.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.13.30.12.2021.Т.142.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ
УЧЕНЫЕ СТЕПЕНИ ПРИ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОМ
ИНСТИТУТЕ РАЗВИТИЯ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И
ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

**НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ЦИФРОВЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ И ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

ДЖУМАЁЗОВ УМИДЖОН ЗАФАРЖОНОВИЧ

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ В
ДЕФОРМАЦИЯХ**

05.01.07 – Математическое моделирование. Численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ
ДОКТОРА НАУК (DSc) ПО ТЕХНИЧЕСКИМ НАУКАМ**

Ташкент - 2025

Тема докторской диссертации (DSc) по техническим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан под номером B2024.2.DSc/T788.

Диссертация выполнена в Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта.

Автореферат диссертации размещён на трёх языках (узбекский, русский, английский (резюме)) на сайте Научного совета (www.airi.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный консультант: Халджигитов Абдували Абдисамадович
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: Мухамадиев Абдивали Шукурович
доктор физико-математических наук, доцент

Абиров Рустам Абдуллаевич
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник

Джайков Гафур Муратбаевич
доктор технических наук, доцент

Ведущая организация: Ташкентский государственный транспортный университет

Защита диссертации состоится « 16 » мая 2025 г. в 14⁰⁰ часов на заседании Научного совета DSc.13.30.12.2021.Т.142.01 при Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта. (Адрес: 100125, г. Ташкент, Мирзо Улугбекский р-н, Буз-2, 17А Тел.: (+99871) 263-41-98; e-mail: info@airi.uz)

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Научно-исследовательского институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта (регистрационный номер № 59). (Адрес: 100125, г. Ташкент, Мирзо Улугбекский р-н, Буз-2, 17А Тел.: (+99871) 263-41-98; e-mail: info@airi.uz).

Автореферат диссертации разослан « 01 » мая 2025 года.
(реестр протокола рассылки № 11 от « 14 » апреля 2025 года)



Н. Равшанов
Председатель Научного совета по присуждению ученых степеней,
доктор технических наук, профессор

Ф.М. Нуралиев
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученых степеней,
доктор технических наук, профессор

Э.Ш. Назирова
Председатель Научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней,
доктор технических наук, профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора наук (DSc))

Актуальность и востребованность диссертации. В мире проводимые многие научно-прикладные исследования, направлены на расчёт запасов прочности и надёжности конструкций с учётом воздействия различных факторов. Определение запаса прочности различных объектов и их компонентов базируется на эмпирических формулах, полученных в ходе экспериментов, или на численном решении краевых задач, связанных с перемещениями и расчётом соответствующих напряжений и деформаций. При численных расчётах деформаций неизбежно возникают определённые ошибки аппроксимации, которые существенно влияют на точность определения запасов прочности твёрдых тел. В связи с этим задача создания и численного решения краевых задач, касающихся деформаций, а также более точного и эффективного определения запасов прочности конструкций, остаётся одной из наиболее актуальных проблем механики деформируемого твёрдого тела на международном уровне. Математические модели и проблемы разработки алгоритмов для расчета линейных и нелинейных деформаций изотропных тел, актуальны в таких промышленно развитых странах, как США, Канада, Великобритания, страны ЕС, Российская Федерация, Япония, Индия, Китай, Южная Корея, Индонезия и Малайзия.

Востребованность математического моделирования краевых задач теории упругости в современных исследованиях и практических приложениях обусловлена необходимостью точного и надёжного анализа механических характеристик сложных конструкций и материалов. Краевые задачи теории упругости лежат в основе понимания распределения напряжений и деформаций в различных объектах, что критично для обеспечения их прочности и долговечности. С ростом сложности современных инженерных задач, таких как проектирование конструкций из новых композитных и наноматериалов, разработка биомедицинских устройств, а также анализ микроскопических структур в микро- и нанотехнологиях, возрастает потребность в точных и эффективных методах математического моделирования. Таким образом, математическое моделирование краевых задач теории упругости является востребованным инструментом для решения современных научных и инженерных задач, обеспечивая необходимую точность и надёжность в анализе механических свойств сложных систем и материалов.

В нашей стране приоритетное внимание уделяется развитию математики, прикладной математики, математического моделирования и численного моделирования, особенно в рамках фундаментальных наук и современных информационных технологий. Существенные успехи достигнуты в математическом и численном моделировании процессов деформирования, как линейных, так и нелинейных, а также в совершенствовании методов конечных разностей, включая явные и неявные схемы, и методов последовательных приближений. Основной задачей фундаментальных исследований является проведение научных работ на

международном уровне в таких важных направлениях, как «Математика-физика, прикладная математика и математическое моделирование». Научные исследования в области математического и численного моделирования деформации твёрдых тел признаны актуальными для реализации этих задач. Создание математических и численных моделей на основе деформационных процессов и разработка эффективного программного обеспечения являются ключевыми для принятия обоснованных решений.

Указ Президента Республики Узбекистан от 11 сентября 2023 года № УП-158 «О Стратегии «Узбекистан — 2030»», Указ от 19 февраля 2018 года № УП-5349 «О мерах по дальнейшему совершенствованию сферы информационных технологий и коммуникаций», Постановление от 27 апреля 2018 года № ПП-3682 «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», Постановление от 17 февраля 2017 года № ПП-2789 «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», Постановление от 20 апреля 2017 года № ПП-2909 «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования» и выступление Президента Республики Узбекистан Ш.М. Мирзиёева на встрече с представителями сферы образования и науки в Национальном университете Узбекистана 24 мая 2019 года, и данная диссертация служат в некоторой степени для реализации других нормативно-правовых документов, относящихся к данной области.

Соответствие исследований приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий Республики Узбекистан IV. «Информатизация и развитие информационнокоммуникационных технологий».

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации. Научными исследованиями, направленными на разработку математических моделей, эффективных алгоритмов и программного обеспечения для решения краевых задач теории упругости в деформациях и напряжениях, занимаются в ведущих научных центрах мира и высших образовательных учреждениях, в том числе в University of Naples Federico II, University of Brescia, Polytechnic University of Turin (Италия), Institute of General Mechanics, RWTH Aachen University (Германия), Technical and Vocational University, Urmia University of Technology (Иран), The University of Michigan (США), China Agricultural University (Китай), Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова (Российская Федерация), National Aviation University (Украина), Государственном университете Азербайджана (Азербайджан), Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева (Узбекистан), НИИ Развития цифровых технологий и искусственного интеллекта (Узбекистан).

В результате проведенных исследований по численному моделированию краевых задач теории упругости термоупругости (связанные и несвязанные) относительно деформаций, и разработка вычислительных алгоритмов для решения краевых задач теории упругости и термоупругости были получены следующие результаты: разработаны математические модели для численного решения краевых задач теории упругости деформациях в рамках уравнений Бельтрами-Мичелла рассмотрены уравнения относительно деформаций для бесконечной полуплоскости (China Agricultural University Китай); созданы математические модели теории упругости в деформациях в терминах симметричного и гармонического тензора деформаций. Также найдено представление гармонического тензора в терминах тензора деформации. Оба представления представляют собой новое преобразование для трехмерной задачи теории упругости (National Aviation University, Украина); Доказано, что три уравнения совместности в напряжениях являются следствием трех других уравнений Бельтрами-Мичелла и уравнений равновесия. Сформулирована новая постановка задачи теории упругости в напряжениях для изотропной среды (Сибирское отделение Российской академии наук, Российская Федерация); Изучена связь классической формулировки линейных упругих задач в перемещениях с формулировкой напряжений. Показано, что если дифференциальные операторы Навье и Б.Е. Победри эллиптические, то соответствующие краевые задачи эквивалентны. Найдены значения параметров, при которых краевая задача Б.Е. Победри обладает свойством Фредгольма (Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Российская Федерация).

В мире прилагается ряд усилий по повышению эффективности для определения расчёт запасов прочности и надёжности конструкций с учётом воздействия различных факторов, проводятся исследования по следующим приоритетным направлениям: разработка математических моделей, численных методов и эффективных алгоритмов для численного решения краевых задач теории упругости и термоупругости относительно деформаций и напряжений; разработка методов для решения упругих и термоупругих задач; разработка статических и динамических задач теории упругости, создание эффективных алгоритмов, и программного обеспечения для усовершенствования задачи определения запасов прочности объектов.

Степень изученности проблемы. В механике деформируемого твердого тела статическая краевая задача состоит из уравнения равновесия, закона Гука, соотношения Коши и соответствующих граничных условий и обычно сводится к уравнению Ламе относительно компонентов перемещения. При этом, необходимые деформации и напряжения вычисляются согласно соотношениям Коши и закону Гука, по известным перемещениям. При этом эти вычисления сопровождаются с определенной погрешностью численного дифференцирования. Формулировка краевых задач относительно напряжений и деформаций позволяют избежать этих погрешностей.

Обычно при численном решении краевых задач теории упругости широко используются МКР, МКЭ, МГЭ и другие методы. Основы этих методов рассмотрены в работах О. Зенкевича, Б. Победри, В. Кабулова, Т. Буриева, М. Мирсаидова, К. Султанова, Ф. Бадалова, М. Арипова, И. Мирзаева, Р. Алоева, Н. Равшанова, Б. Курманбаева, А.А. Халджигитова, Б. Хусанова, Р.А. Абиров и др. Краевые задачи относительно деформаций является малоизученной областью теории упругости. Формулировка краевой задачи теории упругости относительно тензора деформаций является актуальной задачей механики деформируемого твердого тела.

Впервые условия совместности деформаций записаны в виде дифференциальных уравнений относительно деформаций рассмотрены в работе Новацкого. А вопросы корректной формулировки краевых задач теории упругости относительно деформаций рассмотрены в работах Б.Е. Победри. Интегральные тензорные представления относительно деформаций в качестве решения задачи теории упругости для полубесконечной области рассмотрены в работах Бородачева. В работах Б.Е. Победри уравнения совместности деформаций в сочетании с уравнением равновесия записана в виде шести дифференциальных уравнений относительно компонентов тензора деформаций, и напряжений. В частном случае из новой постановки в напряжениях следуют классические уравнения Бельтрами-Мичелла. В работах Бородачева показаны, что первая группа трех уравнений Бельтрами-Мичелла зависимы от второй группы уравнений. В работах Новацкого условия совместности деформаций рассмотрены также с учетом температуры.

Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в рамках научного проекта ФЗ-2020092877 Самаркандского государственного университета имени Шарафа Рашидова «Разработка и численное исследование математических моделей процессов аномального переноса веществ и фильтрации жидкостей в неоднородных пористых средах».

Целью исследования является разработка математических моделей, эффективных вычислительных алгоритмов и комплекса программ для численного решения краевых задач теории упругости и термоупругости относительно деформаций с целью более точного определения запасов прочности объектов.

Задачи исследования:

разработка модельных уравнений для плоских и пространственных статических и динамических краевых задач теории упругости относительно деформаций;

разработка несвязанных статических моделей краевых задач термоупругости относительно деформаций;

разработка модельных уравнений для связанных двумерных и трехмерных задач термоупругости в деформациях;

разработка численных алгоритмов решения задач теории упругости и термоупругости;

разработка программного комплекса для численного решения статических и динамических задач теории упругости и термоупругости в деформациях;

численное решение статических и динамических задач теории упругости и термоупругости относительно деформаций для прямоугольной пластины и параллелепипеда при различных начальных и краевых тепломеханических условиях.

Объектом исследования является процесс деформирования плоских и пространственных твердых тел под действием механических и термомеханических сил;

Предметом исследования являются математические и численные модели деформирования твердых тел, относительно деформаций.

Методы исследований. В процессе исследования применены методы численного моделирования, конечно-разностные схемы, итерационные методы, метод прогонки, метод переменных направлений, современные технологии программирования для разработки программных продуктов, а также методы вычислительного эксперимента.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

на основе условий совместности деформаций разработаны математические модельные уравнения для статических задач теории упругости в деформациях;

на основе условия Сен-Венана разработаны математические модельные уравнения для динамических (плоских и пространственных) задач теории упругости в деформациях;

двумерные и трёхмерные термоупругие краевые задачи сведены к системе уравнений Пуассона относительно компонент тензора деформации;

на основе условия Сен-Венана разработаны математические модельные уравнения для связанных термомеханических задач относительно деформаций и температуры;

предложены двумерные и трехмерные конечно-разностные уравнения для связанных и несвязанных краевых задач теорий упругости и термоупругости относительно деформаций;

разработан численный алгоритм для решения статических и динамических, связанных и несвязанных задач теории упругости и термоупругости в деформациях.

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

разработаны математические и численные модели позволяющие эффективно определять запасы прочности и надежности различных конструкций и их элементов;

разработан комплекс программ на алгоритмическом языке C++ позволяющий исследовать напряженно-деформированное состояние твердых тел под действием термомеханических нагрузок.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических постановок, сравнением численных результатов с известными решениями, а также проведением вычислительных экспериментов.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость результатов исследования объясняется тем, что в отличие от известных методов, математические модели для упругих и термоупругих задач разработаны относительно деформаций и температуры, что позволяет более точно определить ресурсы прочности твердых тел.

Практическая значимость результатов исследований объясняется тем, что они могут быть использованы при построении численных моделей, разработке алгоритмов и комплекса программ для расчета напряженно-деформированного состояния твердых тел.

Внедрение результатов исследования. На основе разработки новых математических и численных моделей, а также программного комплекса, описывающих процесс деформации:

программный комплекс, разработанный на основе математических моделей и уравнений, описывающих процесс деформации в теории упругости и термоупругости, внедрен в Самаркандском филиале АО «Узбектелеком» (справка Министерства цифровых технологий Республики Узбекистан № 33-8/3325 от 21 мая 2024 года). В результате более точный расчет геометрических, механических и термомеханических параметров пластинчатого тонкого элемента позволил повысить прочность плиты под воздействием нестационарных электродинамических сил на 7-10% и сократить затраты времени и труда на 10-14%.

программный комплекс, разработанный с помощью численного решения плоских и пространственных задач теории упругости и термоупругости относительно деформаций, внедрен в Самаркандском филиале ООО «UNICON SOFT» (справка Министерства цифровых технологий Республики Узбекистан № 33-8/3325 от 21 мая 2024 года). В результате позволило определить распределение деформаций и напряжений под различными воздействиями при разработке токенных устройств, выбрать прочный материал с оптимальной эластичностью, повысить прочность материала на 5-8% и снизить трудозатраты и расходы на 8-10% на основе расчета устойчивости конструкции устройств к напряжениям и деформациям.

численные модели и программный комплекс, описывающие процесс деформации тел под воздействием механических и термических факторов, внедрены в строительных организациях ООО «ARXPROEKT», ООО «ZARKAMRUS QURILISH LOYIXA», ООО «BINO INSHOOT ME'MOR», ООО «MD GROUP» (справка Министерства цифровых технологий Республики Узбекистан № 33-8/3325 от 21 мая 2024 года). Применение

научных результатов позволило повысить производительность труда на 10-12% и снизить затраты на 8-10%.

Апробация результатов исследования. Научные результаты диссертационной работы обсуждены на 5 международных конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликованы 25 научных работ, из них 17 журнальных статей, в том числе 9 в международных и 8 в республиканских журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов докторских диссертаций, также получены 3 свидетельства о регистрации программных продуктов для ЭВМ.

Объём и структура диссертации. Диссертация содержит 172 страниц и состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованной литературы и приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики. Приведен обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и обсуждена степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации «**Статические задачи теории упругости в деформациях**» посвящена формулировке модельных уравнений, описывающих процесс линейного деформирования твердых тел относительно деформаций.

В параграфе 1.1 приведен обзор и анализ литературных источников по математическому моделированию краевых задач теории упругости в напряжениях и деформациях.

В Параграфе 1.2 рассмотрены условия совместности деформаций и сформулированы дифференциальное уравнение совместности деформаций. Известно, что условие совместности деформаций (условия Сен-Венана) имеют вид

$$\nabla^2 \varepsilon_{ij} + \theta_{,ij} - \varepsilon_{ik,kj} - \varepsilon_{jk,ki} = 0. \quad \theta = \varepsilon_{kk}. \quad (1)$$

С помощью уравнения равновесия выраженных относительно деформаций

$$\lambda \theta_{,i} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} + X_i = 0, \quad (2)$$

условие (1) может быть записано в виде дифференциальное уравнение совместности деформаций т.е.

$$\mu \nabla^2 \varepsilon_{ij} + (\lambda + \mu) \theta_{,ij} + \frac{1}{2} (X_{i,j} + X_{j,i}) = 0. \quad (3)$$

В Параграфе 1.3 сформулированы статические краевые задачи теории упругости в деформациях. Присоединяя к дифференциальному уравнению (3), уравнения равновесия (2) и граничные условия выраженные относительно деформаций

$$(\lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij})n_j|_{\Sigma_2} = S_i. \quad (4)$$

получим краевую задачу теории упругости в деформациях (*задача А*).

Для определения шести неизвестных компонентов тензора деформаций, мы имеем девять уравнений с тремя граничными условиями. Для того, чтобы получить замкнутую краевую задачу, к обычным трем поверхностным граничным условиям, необходимо присоединить еще три “дополнительных” граничных условий на основе уравнения равновесия т.е.

$$(\lambda\theta_{,i} + 2\mu\varepsilon_{ij,j} + X_i)|_{\Sigma} = 0. \quad (5)$$

Таким образом, уравнения равновесия (2), дифференциальные уравнения совместности деформаций (3), граничные условия (4) и дополнительные граничные условия (5) представляют собой общую краевую задачу теории упругости в деформациях (*Задача А*).

Задача А состоит из девяти, а именно трех уравнений равновесия (при отсутствии объемных сил) относительно деформаций

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu)\frac{\partial\varepsilon_{11}}{\partial x} + \lambda\left(\frac{\partial\varepsilon_{22}}{\partial x} + \frac{\partial\varepsilon_{33}}{\partial x}\right) + 2\mu\left(\frac{\partial\varepsilon_{12}}{\partial y} + \frac{\partial\varepsilon_{13}}{\partial z}\right) &= 0, \\ (\lambda + 2\mu)\frac{\partial\varepsilon_{22}}{\partial y} + \lambda\left(\frac{\partial\varepsilon_{11}}{\partial y} + \frac{\partial\varepsilon_{33}}{\partial y}\right) + 2\mu\left(\frac{\partial\varepsilon_{12}}{\partial x} + \frac{\partial\varepsilon_{23}}{\partial z}\right) &= 0, \\ (\lambda + 2\mu)\frac{\partial\varepsilon_{33}}{\partial z} + \lambda\left(\frac{\partial\varepsilon_{11}}{\partial z} + \frac{\partial\varepsilon_{22}}{\partial z}\right) + 2\mu\left(\frac{\partial\varepsilon_{13}}{\partial x} + \frac{\partial\varepsilon_{23}}{\partial y}\right) &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

и шести дифференциальных уравнений совместности деформаций

$$\begin{aligned} \mu\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{11}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{11}}{\partial z^2}\right) + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{22}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{33}}{\partial x^2}\right) &= 0, \\ \mu\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{22}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{22}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{22}}{\partial z^2}\right) + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{11}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{22}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{33}}{\partial y^2}\right) &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mu\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{33}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{33}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{33}}{\partial z^2}\right) + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{11}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{22}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{33}}{\partial z^2}\right) &= 0, \\ \mu\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{12}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{12}}{\partial z^2}\right) + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{11}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2\varepsilon_{22}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2\varepsilon_{33}}{\partial x\partial y}\right) &= 0, \\ \mu\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{13}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{13}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{13}}{\partial z^2}\right) + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{11}}{\partial x\partial z} + \frac{\partial^2\varepsilon_{22}}{\partial x\partial z} + \frac{\partial^2\varepsilon_{33}}{\partial x\partial z}\right) &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mu\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{23}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{23}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{23}}{\partial z^2}\right) + (\lambda + \mu)\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{11}}{\partial y\partial z} + \frac{\partial^2\varepsilon_{22}}{\partial y\partial z} + \frac{\partial^2\varepsilon_{33}}{\partial y\partial z}\right) = 0.$$

С помощью уравнений равновесия (6) можно показать, что первая группа уравнений совместности деформаций (диагональные компоненты тензора деформаций) (7) эквивалентны первым трем уравнениям совместности деформаций, а также складыванием уравнений(7) можно найти следующее гармоническое уравнение т.е.

$$\Delta(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) = 0. \quad (9)$$

На основе дифференциальных уравнений (6-8) могут быть сформулированы несколько краевых задач.

В первом случае, с введением потенциальных функций типа Эри, удовлетворяющих уравнения равновесия (6) в сочетании с (9) могут быть рассмотрены как отдельная краевая задача (*Задачу В*).

Уравнения равновесия (6) совместно с дифференциальными уравнениями совместности деформаций (8) составляют вторую задачу в деформациях (*задача С*).

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x} + \lambda \left(\frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial x} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial z} \right) &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial y} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial z} \right) &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial z} + \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial z} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial y} \right) &= 0, \\ \mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x \partial y} \right) &= 0, \\ \mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x \partial z} \right) &= 0, \\ \mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial y \partial z} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Если рассматривать уравнения равновесия (6) продифференцированном виде по x , y , z соответственно, и рассмотреть совместно с (8) получим ещё одну краевую задачу теории упругости в деформациях (*Задача D*).

$$\begin{aligned}
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x \partial z} \right) &= 0, \\
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial y^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y \partial z} \right) &= 0, \\
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial z^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y \partial z} \right) &= 0, \\
\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x \partial y} \right) &= 0, \\
\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x \partial z} \right) &= 0, \\
\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial z^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial y \partial z} \right) &= 0.
\end{aligned} \tag{11}$$

Для краевых задач A , B , C и D граничные условия (4), а дополнительные граничные условия (5) являются одинаковыми.

В параграфе 1.4 обсуждены краевые задачи A , B , C и D в двумерном случае.

В параграфе 1.5 рассматриваются новые модельные уравнение предложенной Б. Победрей в напряжениях, и они записаны относительно деформаций, и с учетом граничных и дополнительных граничных условий сформулирована в виде краевой задачи (*задача E*).

Вторая глава диссертации «Термоупругие задачи теории упругости» посвящена постановке плоских и пространственных задач термоупругости относительно деформаций.

В параграфе 2.1 выписано дифференциальное уравнение совместности деформаций с учетом температуры

$$\nabla^2 \varepsilon_{ij} + K \theta_{,ij} = -\frac{1}{2\mu} (X_{i,j} + X_{j,i}) + \frac{1}{2\mu} (3\lambda + 2\mu) \alpha T_{,ij}. \tag{12}$$

где α – коэффициент теплового расширения, T – температура, $K = 1 + \lambda / \mu$.

В параграфе 2.2 рассмотрена постановка пространственной задачи термоупругости в деформациях (*Задача A_T*), состоящая уравнения (12) и уравнения равновесия записанных относительно деформаций

$$\lambda \theta_{,i} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} - (3\lambda + 2\mu) \alpha T_{ij,j} + X_i = 0, \tag{13}$$

с граничными условиями выраженные относительно деформаций, т.е.,

$$(\lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - (3\lambda + 2\mu) \alpha T_{ij}) n_j \Big|_{\Sigma_2} = S_i, \tag{14}$$

и, дополнительного граничного условия

$$(\lambda \theta_{,i} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} - (3\lambda + 2\mu) \alpha T_{ij,j} + X_i) \Big|_{\Sigma} = 0. \tag{15}$$

Уравнения равновесия (13) вместе с недиагональными уравнениями совместности деформаций (12) т.е.

$$\nabla^2 \varepsilon_{ij} + K\theta_{,ij} = -\frac{1}{2\mu}(X_{i,j} + X_{j,i}) + \frac{1}{2\mu}(3\lambda + 2\mu)\alpha T_{,ij}, \quad i \neq j. \quad (16)$$

составляют краевую задачу термоупругости относительно деформаций (*Задача C_T*).

В задаче C_T , если уравнению равновесия использовать в продифференцированном виде, получим ещё одну краевую задачу теории упругости в деформациях (*Задача D_T*). Для краевых задач A_T , C_T и D_T краевые (14) и дополнительные (15) условия являются одинаковыми.

В параграфе 2.3 дифференциальные уравнения Сен-Венана записаны в новой форме в виде дифференциального уравнения Пуассона относительно шести компонентов тензора деформаций (*Задача F_T*)

$$\nabla^2 \varepsilon_{ij} = \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \alpha T_{,ij}. \quad (17)$$

с граничными (14) и дополнительными (15) граничными условиями.

В параграфе 2.4 обсуждены краевые задачи A_T , C_T , D_T и F_T для прямоугольной области.

Параграф 2.5 посвящен формулировке плоской частично-связанной краевой задачи термоупругости исходя из краевых задач A_T , C_T , и D_T .

Третья глава «**Динамические задачи теории упругости и термоупругости в деформациях**» посвящена формулировке динамических связанных и несвязанных краевых задач теории упругости и термоупругости в деформациях.

В параграфе 3.1 уравнения совместности деформаций, с помощью закона Гука и уравнений движения сведена к системе гиперболических дифференциальных уравнений относительно деформаций

$$\mu \nabla^2 \varepsilon_{ij} + (\lambda + \mu)\theta_{,ij} + \frac{1}{2}\rho(X_{i,j} + X_{j,i}) = \rho \ddot{\varepsilon}_{ij}. \quad (18)$$

Параграфе 3.2 с присоединением к (18) уравнения движения относительно деформаций

$$\lambda \theta_{,i} + 2\mu \varepsilon_{ij,j} + \rho X_i = \rho \ddot{u}_i, \quad (19)$$

с начальными

$$\varepsilon_{ij}|_{t=0} = \xi(x, y, z), \quad \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}|_{t=0} = \mathcal{G}(x, y, z), \quad (20)$$

и, краевые условиями

$$\varepsilon_{ij}|_{\Sigma_1} = \psi(t), \quad \sigma_{ij} n_j|_{\Sigma_2} = \zeta(t). \quad (21)$$

сформулирована динамическая краевая задача теории упругости в деформациях (*Задача A_D*). Для того, чтобы избавиться от u_i , в (19), дифференцируем его по x_i соответственно, т.е.

$$\begin{aligned}
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x \partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial t^2}, \\
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial y^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y \partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial t^2}, \quad (22) \\
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial z^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial y \partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial t^2},
\end{aligned}$$

Уравнения движения (22) в месте с второй группой уравнений (18) составляет краевую задачу C_D . Начальные и граничные условиями для краевые задачи A_D , C_D и D_D имеют (20) и (21).

В параграфе 3.3 динамические краевые задачи теории упругости в деформациях рассмотрены в двумерном случае.

В параграфе 3.4 сформулирована связанная динамическая краевая задачи термоупругости, состоящая из уравнений движения выраженных относительно деформаций и температуры, уравнения (18) при $i \neq j$, а также уравнения притока.

Параграф 3.5 посвящён формулировке связанных термоупругих задач для прямоугольной области.

Четвертая глава диссертации «**Конечно-разностные уравнения и методы решения**» посвящена построению конечно-разностных уравнений относительно деформаций для упругих и термоупругих краевых задач, рассмотренных в предыдущих главах.

В параграфе 4.1 для плоских C^{2D} , D^{2D} и E^{2D} также пространственных C и D задач приведены конечно-разностные уравнение. Конечно-разностный аналог краевой задачи D^{2D} имеет следующий вид т.е.

$$\begin{aligned}
(\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{11} - 2\varepsilon_{i,j}^{11} + \varepsilon_{i-1,j}^{11}}{h_1^2} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} - 2\varepsilon_{i,j}^{22} + \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{h_1^2} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{12} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{12} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{12} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{12}}{4h_1h_2} &= 0, \\
(\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{22} - 2\varepsilon_{i,j}^{22} + \varepsilon_{i,j-1}^{22}}{h_2^2} + \lambda \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{11} - 2\varepsilon_{i,j}^{11} + \varepsilon_{i,j-1}^{11}}{h_2^2} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{12} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{12} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{12} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{12}}{4h_1h_2} &= 0, \quad (23) \\
\mu \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i,j}^{12}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{h_2^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{11} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{11} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{11} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{11}}{4h_1h_2} + \right. \\
\left. + \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{22} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{22} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{22} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{22}}{4h_1h_2} \right) &= 0.
\end{aligned}$$

для решения разностных уравнений (23) удобно применять метод переменных направлений по соответствующим осям

$$\begin{aligned}
a_i \varepsilon_{i+1,j}^{11} + b_i \varepsilon_{i,j}^{11} + c_i \varepsilon_{i-1,j}^{11} &= f_{i,j}^x, \\
\begin{cases} \alpha_{01} \varepsilon_{0,j}^{11} + \beta_{01} \varepsilon_{1,j}^{11} = \gamma_{01}, \\ \alpha_{02} \varepsilon_{n-1,j}^{11} + \beta_{02} \varepsilon_{n,j}^{11} = \gamma_{02}. \end{cases} & \quad (24)
\end{aligned}$$

С учетом закона Гука граничные условия могут быть записаны относительно деформаций в следующем виде

$$\begin{aligned}\varepsilon_{0j}^{11} = 0, \quad \varepsilon_{N_1j}^{11} = 0, \quad \varepsilon_{0j}^{12} = 0, \quad \varepsilon_{N_1j}^{12} = 0, \\ \varepsilon_{i0}^{22} = 0, \quad \varepsilon_{iN_2}^{22} = 0, \quad \varepsilon_{i0}^{21} = 0, \quad \varepsilon_{iN_2}^{21} = 0.\end{aligned}\quad (25)$$

Дополнительные граничные условия для прямоугольной области могут быть найдены из уравнения равновесия при $y=0, l_2$ при $x=0, l_1$, соответственно, для ε^{11} и ε^{22}

$$\begin{aligned}\varepsilon_{i0}^{11} = -\frac{2\mu}{\lambda} \frac{\varepsilon_{i+1,0}^{21} - \varepsilon_{i-1,0}^{21}}{2h_1}, \quad \varepsilon_{iN_2}^{11} = -\frac{2\mu}{\lambda} \frac{\varepsilon_{i+1,N_2}^{21} - \varepsilon_{i-1,N_2}^{21}}{2h_1}, \\ \varepsilon_{0j}^{22} = -\frac{2\mu}{\lambda} \frac{\varepsilon_{0,j+1}^{12} - \varepsilon_{0,j-1}^{12}}{2h_2}, \quad \varepsilon_{N_1j}^{22} = -\frac{2\mu}{\lambda} \frac{\varepsilon_{N_1,j+1}^{12} - \varepsilon_{N_1,j-1}^{12}}{2h_2}.\end{aligned}\quad (26)$$

Параграф 4.2 посвящен построению конечно-разностных уравнений для краевых задач термоупругости в деформациях.

В параграфе 4.3 сформулированы разностные уравнения для новой краевой задачи термоупругости в деформациях для задачи F_T . Рассматривается краевая задача F_T двумерном и трехмерном случаях. Конечно-разностный аналог краевой задачи F_T^{2D} имеет следующий вид

$$\begin{aligned}\frac{\varepsilon_{i+1,j}^{11} - 2\varepsilon_{i,j}^{11} + \varepsilon_{i-1,j}^{11}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{11} - 2\varepsilon_{i,j}^{11} + \varepsilon_{i,j-1}^{11}}{h_2^2} = \alpha \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h_1^2}, \\ \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} - 2\varepsilon_{i,j}^{22} + \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{22} - 2\varepsilon_{i,j}^{22} + \varepsilon_{i,j-1}^{22}}{h_2^2} = \alpha \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{h_2^2}, \\ \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i-1,j}^{12}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{h_2^2} = \alpha \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{T_{i+1,j+1} - T_{i+1,j-1} - T_{i-1,j+1} + T_{i-1,j-1}}{4h_1h_2}.\end{aligned}\quad (27)$$

для решения разностных уравнений (27) можно использовать метод итерации.

Разрешая схему разностных уравнений (27) относительно $\varepsilon_{i,j}^{11}$, $\varepsilon_{i,j}^{22}$, $\varepsilon_{i,j}^{12}$ имеем

$$\begin{aligned}\varepsilon_{i,j}^{11} = \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j}^{11} + \varepsilon_{i-1,j}^{11}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{11} + \varepsilon_{i,j-1}^{11}}{h_2^2} - \alpha \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h_1^2} \right) / \left(\frac{2}{h_1^2} + \frac{2}{h_2^2} \right), \\ \varepsilon_{i,j}^{22} = \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} + \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{22} + \varepsilon_{i,j-1}^{22}}{h_2^2} - \alpha \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{h_2^2} \right) / \left(\frac{2}{h_1^2} + \frac{2}{h_2^2} \right), \\ \varepsilon_{i,j}^{12} = \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j}^{12} + \varepsilon_{i-1,j}^{12}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} + \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{h_2^2} - \alpha \frac{3\lambda + 2\mu}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{T_{i+1}^{j+1} - T_{i+1}^{j-1} - T_{i-1}^{j+1} + T_{i-1}^{j-1}}{4h_1h_2} \right) / \left(\frac{2}{h_1^2} + \frac{2}{h_2^2} \right).\end{aligned}\quad (28)$$

Уравнения (27) могут быть решены итерационным или методом переменных направлений.

Параграф 4.4 посвящен построению численных моделей для трехмерных и двумерных динамических краевых задач. В случае плоской динамической краевой задачи C_D^{2D} , конечно-разностные уравнения имеют вид

$$\begin{aligned}
& (\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{11} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{11} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{11}}{h_1^2} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{22} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{22} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{22}}{h_1^2} + \\
& + 2\mu \frac{\varepsilon_{i+1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i-1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i+1,j-1,k}^{12} + \varepsilon_{i-1,j-1,k}^{12}}{4h_1h_2} = \rho \frac{\varepsilon_{i,j,k+1}^{11} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{11} + \varepsilon_{i,j,k-1}^{11}}{\tau^2}, \\
& (\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i,j+1,k}^{22} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{22} + \varepsilon_{i,j-1,k}^{22}}{h_2^2} + \lambda \frac{\varepsilon_{i,j+1,k}^{11} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{11} + \varepsilon_{i,j-1,k}^{11}}{h_2^2} + \\
& + 2\mu \frac{\varepsilon_{i+1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i-1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i+1,j-1,k}^{12} + \varepsilon_{i-1,j-1,k}^{12}}{4h_1h_2} = \rho \frac{\varepsilon_{i,j,k+1}^{22} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{22} + \varepsilon_{i,j,k-1}^{22}}{\tau^2}, \\
& (\lambda + \mu) \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j+1,k}^{11} - \varepsilon_{i+1,j-1,k}^{11} - \varepsilon_{i-1,j+1,k}^{11} + \varepsilon_{i-1,j-1,k}^{11}}{4h_1h_2} + \frac{\varepsilon_{i+1,j+1,k}^{22} - \varepsilon_{i+1,j-1,k}^{22} - \varepsilon_{i-1,j+1,k}^{22} + \varepsilon_{i-1,j-1,k}^{22}}{4h_1h_2} \right) + \\
& + \mu \left(\frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{12} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{12} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{12}}{h_1^2} + \frac{\varepsilon_{i,j+1,k}^{12} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{12} + \varepsilon_{i,j-1,k}^{12}}{h_2^2} \right) = \rho \frac{\varepsilon_{i,j,k+1}^{12} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{12} + \varepsilon_{i,j,k-1}^{12}}{\tau^2}.
\end{aligned} \tag{29}$$

При этом начальные условия в узловых точках принимают следующий вид

$$\varepsilon_{ij0}^{11} = \xi_1, \quad \frac{\varepsilon_{ij1}^{11} - \varepsilon_{ij0}^{11}}{\tau} = \psi_1, \quad \varepsilon_{ij0}^{22} = \xi_2, \quad \frac{\varepsilon_{ij1}^{22} - \varepsilon_{ij0}^{22}}{\tau} = \psi_2, \quad \varepsilon_{ij0}^{12} = \xi_3, \quad \frac{\varepsilon_{ij1}^{12} - \varepsilon_{ij0}^{12}}{\tau} = \psi_3 \tag{30}$$

а граничные условия для прямоугольной области имеют вид

$$\text{при } i = 0, N_1$$

$$(\lambda + 2\mu)\varepsilon_{0jk}^{11} = S_1, \quad 2\mu\varepsilon_{0jk}^{12} = S_2, \tag{31}$$

$$(\lambda + 2\mu)\varepsilon_{N_1jk}^{11} = S_1, \quad 2\mu\varepsilon_{N_1jk}^{12} = S_2,$$

$$\text{при } j = 0, N_2$$

$$(\lambda + 2\mu)\varepsilon_{i0k}^{22} = S_2, \quad 2\mu\varepsilon_{i0k}^{12} = S_1, \tag{32}$$

$$(\lambda + 2\mu)\varepsilon_{iN_2k}^{22} = S_2, \quad 2\mu\varepsilon_{iN_2k}^{12} = S_1,$$

Из уравнения (29) могут быть найдены следующие рекуррентные соотношения, относительно $\varepsilon_{i,j,k+1}^{11}$, $\varepsilon_{i,j,k+1}^{22}$, $\varepsilon_{i,j,k+1}^{12}$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{i,j,k+1}^{11} = & \frac{\tau^2}{\rho} \left((\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{11} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{11} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{11}}{h_1^2} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{22} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{22} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{22}}{h_1^2} - \right. \\
& \left. - \gamma \frac{T_{i+1,j,k} - 2T_{i,j,k} + T_{i-1,j,k}}{h_1^2} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i+1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i+1,j-1,k}^{12} - \varepsilon_{i-1,j+1,k}^{12} + \varepsilon_{i-1,j-1,k}^{12}}{4h_1h_2} \right) + 2\varepsilon_{i,j,k}^{11} - \varepsilon_{i,j,k-1}^{11}.
\end{aligned} \tag{33}$$

аналогичным образом находятся остальные уравнения.

В случае неявных схем, заменяя индекс k на $k+1$ из уравнения (29) найдем

$$\begin{aligned}
& (\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i+1,j,k+1}^{11} - 2\varepsilon_{i,j,k+1}^{11} + \varepsilon_{i-1,j,k+1}^{11}}{h_1^2} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j,k}^{22} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{22} + \varepsilon_{i-1,j,k}^{22}}{h_1^2} + \\
& + 2\mu \frac{\varepsilon_{i+1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i-1,j+1,k}^{12} - \varepsilon_{i+1,j-1,k}^{12} + \varepsilon_{i-1,j-1,k}^{12}}{4h_1h_2} = \rho \frac{\varepsilon_{i,j,k+1}^{11} - 2\varepsilon_{i,j,k}^{11} + \varepsilon_{i,j,k-1}^{11}}{\tau^2}.
\end{aligned} \tag{34}$$

аналогичным образом напишем для остальных уравнений. Для решения разностных уравнений (34) удобно применять метод переменных направлений.

Параграф 4.5 посвящен численному решению связанных краевых задач термоупругости в деформациях для прямоугольной области и для параллелепипеда.

Пятая глава диссертации «**Численные примеры решения статических и динамических задач теории упругости и термоупругости в деформациях**» посвящена численному решению упругих и термоупругих краевых задач в деформациях.

В параграфе 5.1 рассматривается задача о растяжении прямоугольной пластины размера $(2a, 2b)$ под действием параболических сил, приложенных по оси OX . Остальные стороны свободны:

$$\text{при } x = \pm a: \sigma_{11} = S_0 \left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right), \quad \sigma_{12} = 0,$$

$$\text{при } y = \pm b: \sigma_{22} = 0, \quad \sigma_{21} = 0.$$

Значения σ_{11} полученные по решению краевых задач C^{2D} , D^{2D} и E^{2D} приведены в таблице 1. Численные результаты краевых C^{2D} , D^{2D} и E^{2D} сравнены с результатами Тимошенко-Гудьера. Исходные данные имели следующие значения: $E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$, $\nu = \frac{1}{3}$, $a = 1 \text{ см}$, $b = 1 \text{ см}$, $S = 1$, $h_1 = h_2 = 0.2 \text{ см}$.

Таблица 1

Сравнение тензора напряжений σ_{11} в середине прямоугольника

Задачи при $y=0$;	$x=-1$	$x=-0.8$	$x=-0.6$	$x=-0.4$	$x=-0.2$	$x=0$
Краевая задача C^{2D}	1.000	0.991	0.984	0.977	0.974	0.971
Краевая задача D^{2D}	1.000	0.963	0.945	0.928	0.911	0.894
Краевая задача E^{2D}	1.000	0.982	0.984	0.986	0.987	0.987
Тимошенко-Гудьер	1.000	0.978	0.930	0.880	0.843	0.830

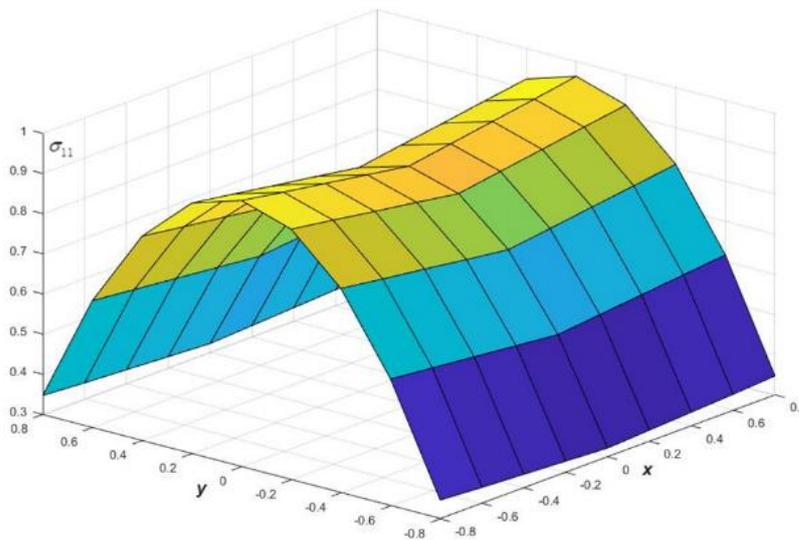


Рис 1. Распределение напряжения σ_{11} в пластине по результатам краевой задачи D^{2D}

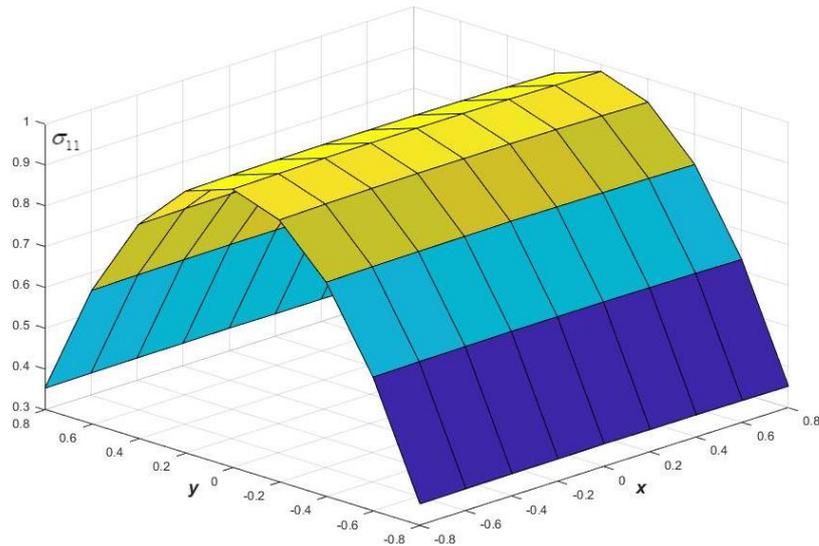


Рис 2. Распределение напряжения σ_{11} в пластине по результатам краевой задачи E^{2D}

Рассмотрена задача о равновесии параллелепипеда размера $l_1 = 2a$, $l_2 = 2b$, $l_3 = 2c$, под действием куполообразной нагрузки, приложенной по противоположным граням перпендикулярным к оси OZ . Остальные грани свободны от нагрузок.

При этом граничные условия имеют вид:

$$\text{при } x = \pm a : \sigma_{11} = 0, \sigma_{12} = 0, \sigma_{13} = 0,$$

$$\text{при } y = \pm b : \sigma_{22} = 0, \sigma_{12} = 0, \sigma_{23} = 0,$$

$$\text{при } z = \pm c : \sigma_{33} = S, \sigma_{13} = 0, \sigma_{23} = 0.$$

Пусть приложенная нагрузка имеет куполообразную форму, т.е.,

$$S = \left(1 + \cos \frac{\pi x}{a}\right) \left(1 + \cos \frac{\pi y}{b}\right).$$

При этом исходные данные имели следующие значения:

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{кГ}}{\text{см}^2}, \nu = \frac{1}{3}, a = 0.5 \text{ см}, b = 0.5 \text{ см}, c = 1 \text{ см}, h_1 = h_2 = 0.1 \text{ см}, h_3 = 0.2 \text{ см}.$$

Таблица 2

Сравнение тензора напряжений σ_{33} в центре параллелепипеда

Задачи $x=0, y=0$	$z=-1$	$z=-0.8$	$z=-0.6$	$z=-0.4$	$z=-0.2$	$z=0$
Краевая задача C	3.964	3.187	2.447	1.988	1.613	1.459
Краевая задача D	3.933	3.102	2.325	1.937	1.598	1.441
Задача в напряжениях	4.000	3.206	2.565	1.924	1.680	1.436
Задача в напряжениях	4.000	3.445	2.798	2.017	1.663	1.363
Задача в перемещениях	3.927	2.207	2.333	1.870	1.543	1.429

Также решена задача о сжатии параллелепипеда под действием равномерно распределённой нагрузки ($S=1$), приложенной по граням перпендикулярных к оси OZ .

Таблица 3

Сравнение тензора напряжений σ_{33} в центре параллелепипеда

Задачи $y=0, z=0.5$	$x=-1$	$x=-0.8$	$x=-0.6$	$x=-0.4$	$x=-0.2$	$x=0$
Краевая задача C	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Краевая задача D	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Задача в напряжениях	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

В параграфе 5.2 численно решены плоские и пространственные задачи термоупругости. Рассмотрена свободный прямоугольник и внутренним температурным полем $T = T_0 \sin \frac{\pi x}{l_1} \sin \frac{\pi y}{l_2}$. В таблице 4, при следующих параметрах

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \nu = \frac{1}{3}, \alpha = 125 \cdot 10^{-7} \frac{1}{^\circ\text{C}}, T_0 = 20^\circ\text{C}, l_1 = l_2 = 1 \text{ см}, N_1 = N_2 = 10.$$

приведены и сравнены значения тензора напряжений σ_{11} в середине прямоугольника, полученные по решению краевых задач сформулированных относительно перемещений, напряжений и деформаций.

Таблица 4

Сравнение тензора напряжений σ_{11} в середине прямоугольника

Задачи $y=0.5;$	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
Краевая задача C_T^{2D}	0.000	1.161	2.207	3.038	3.569	3.751
Краевая задача D_T^{2D}	0.000	1.159	2.204	3.034	3.566	3.750
Краевая задача F_T^{2D}	0.000	1.163	2.211	3.043	3.577	3.760
Задача в перемещениях	0.000	2.699	3.023	3.398	3.677	3.778
Задача в напряжениях	0.000	1.151	2.188	3.012	3.541	3.723

Теперь переходим к численному решению пространственных краевых задач C_T , D_T и F_T . Пусть внутри прямого параллелепипеда с ребрами $l_1 = l_2 = l_3 = 1$ температура задана в следующем виде, при этом грани параллелепипеда свободны от нагрузок.

$$T = T_0 \sin \frac{\pi x_i}{l_1} \sin \frac{\pi y_j}{l_2} \sin \frac{\pi z_k}{l_3}.$$

В таблице 5 приведены значения напряжений σ_{11} в середине параллелепипеда полученные по решению упомянутых краевых задач.

Таблица 5

Сравнение тензора напряжений σ_{11} при $z=0.5$

Задачи $y=0.5;$	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
Краевая задача C_T	0.000	1.661	3.184	4.355	5.166	5.375
Краевая задача D_T	0.000	1.738	3.306	4.551	5.350	5.625
Краевая задача F_T	0.000	1.673	3.171	4.350	5.097	5.342
Задача в напряжениях	0.000	1.588	3.023	4.165	4.902	5.159

В параграфе 5.3 рассмотрим динамические краевые задачи теории упругости в прямоугольной области и параллелепипеде. Начальные и граничные условия для прямоугольной области имеет следующий вид:

$$\varepsilon_{ij}(x, y, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{ij}(x, y, t)|_{t=0} = 0, \quad i = j = 1, 2.$$

$$\sigma_{11}(x, y, t)|_{x=0, l_1} = A \sin\left(\frac{\pi t_k}{t_{\max}}\right), \quad \sigma_{12}(x, y, t)|_{x=0, l_1} = 0,$$

$$\sigma_{22}(x, y, t)|_{y=0, l_2} = 0, \quad \sigma_{21}(x, y, t)|_{y=0, l_2} = 0.$$

и, исходные данные:

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \quad \nu = \frac{1}{3}, \quad \rho = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ кг} / \text{см}^3, \quad \tau = 0.01, \quad A = 4,$$

$$h_1 = h_2 = 0.1 \text{ см}, \quad l_1 = l_2 = 1 \text{ см}.$$

Численные результаты, полученные по явной и неявной схемам, полученные по рекуррентным соотношениям и методом переменных направлений, для ε_{11} приведены в таблице 6.

Таблица 6

Сравнение тензора деформаций ε_{11} при $t=0.9$

Задачи $y=0.5$;	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
Краевая задача C_D^{2D} (явная схема)	0.618	0.857	0.113	0.010	0.000	0.000
Краевая задача C_D^{2D} (неявная схема)	0.618	0.848	0.124	0.011	0.001	0.000
Краевая задача D_D^2 (явная схема)	0.618	0.857	0.114	0.012	0.000	0.000
Краевая задача D_D^{2D} (неявная схема)	0.618	0.845	0.149	0.015	0.001	0.000

Теперь переходим к численному решению пространственных краевых задач C_D и D_D при следующих начальных и краевых условиях, и исходных данных для параллелепипеда

$$\varepsilon_{ij}(x, y, z, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{ij}(x, y, z, t)|_{t=0} = 0, \quad i = j = 1, 2, 3.$$

$$\sigma_{11}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{12}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{13}|_{x=0, l_1} = 0,$$

$$\sigma_{22}|_{y=0, l_2} = 0, \quad \sigma_{21}|_{y=0, l_2} = 0, \quad \sigma_{23}|_{y=0, l_2} = 0,$$

$$\sigma_{33}|_{z=0, l_3} = A \sin\left(\frac{\pi t_k}{t_{\max}}\right), \quad \sigma_{31}|_{z=0, l_3} = 0, \quad \sigma_{32}|_{z=0, l_3} = 0.$$

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \quad \nu = \frac{1}{3}, \quad \rho = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ кг} / \text{см}^3, \quad A = 4,$$

$$\tau = 0.01, \quad h_1 = h_2 = h_3 = 0.1 \text{ см}, \quad l_1 = l_2 = l_3 = 1 \text{ см}.$$

Таблица 7

Сравнение тензора деформаций ε_{33} при $t=0.9, y=0.7$

Задачи $x=0.1$;	$z=0$	$z=0.1$	$z=0.2$	$z=0.3$	$z=0.4$	$z=0.5$
Краевая задача C_D (явная схема)	0.618	0.859	0.088	0.004	0.000	0.000
Краевая задача D_D (явная схема)	0.618	0.836	0.085	0.003	0.000	0.000
Краевая задача D_D (неявная схема)	0.618	0.823	0.083	0.003	0.000	0.000

Таблица 8

Сравнение тензора деформаций ε_{33} $t=0.7, y=0.9$

Задачи $x=0.5$;	$z=0.5$	$z=0.6$	$z=0.7$	$z=0.8$	$z=0.9$	$z=0.1$
Краевая задача $C_{Д}$ (явная схема)	0.000	0.000	0.001	0.028	0.515	1.618
Краевая задача $D_{Д}$ (явная схема)	0.000	0.000	0.001	0.027	0.508	1.618
Краевая задача $D_{Д}$ (неявная схема)	0.000	0.000	0.001	0.027	0.508	1.618

По таблицам 7-8 можно увидеть, что численные результаты, полученные на основе явной и неявной схем очень близки, и почти совпадают, чем обеспечивается достоверность полученных результатов и справедливость модельного уравнения.

В параграфе 5.4 рассматриваются связанные краевые задачи термоупругости двумерном и трехмерном случаях на основе явных и неявных схем.

Рассмотрена связанная краевая задача для прямоугольной области при следующих начальных и граничных условиях

$$T(x, y, t)|_{t=0} = T_0 + T_0 \sin\left(\frac{\pi x_i}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi y_j}{l_2}\right),$$

$$\varepsilon_{ij}(x, y, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{ij}(x, y, t)|_{t=0} = 0, \quad i = j = 1, 2.$$

$$\sigma_{11}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{12}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{22}|_{y=0, l_2} = 0, \quad \sigma_{21}|_{y=0, l_2} = 0,$$

$$T|_{x=0, l_1} = T_0, \quad T|_{y=0, l_2} = 0.$$

и, исходных данных

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{кГ}}{\text{см}^2}, \quad \nu = \frac{1}{3}, \quad T_0 = 30^\circ \text{C}, \quad \lambda_0 = 0.6 \frac{\text{Вт}}{\text{см} \cdot \text{C}}, \quad \alpha = 125 \cdot 10^{-7} \frac{1}{^\circ \text{C}},$$

$$\rho = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ кГ} / \text{см}^3, \quad c_e = 450 \frac{\text{Дж}}{\text{кГ} \cdot \text{C}}, \quad \tau = 0.01, \quad h_1 = h_2 = 0.1 \text{ см}, \quad l_1 = l_2 = 1 \text{ см}.$$

По таблице 9 можно сравнить численные результаты для ε_{11} .

Таблица 9

Сравнение тензора деформаций ε_{11} при $t=0.5$

Задачи $y=0.5$;	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
Краевая задача $C_{ДТ}^{2D}$ (явная схема)	0.000	0.015	0.034	0.049	0.059	0.063
Краевая задача $C_{ДТ}^{2D}$ (неявная схема)	0.000	0.015	0.033	0.049	0.059	0.063
Краевая задача $D_{ДТ}^2$ (явная схема)	0.000	0.022	0.041	0.057	0.067	0.070
Краевая задача $D_{ДТ}^{2D}$ (неявная схема)	0.000	0.022	0.041	0.057	0.066	0.070

Теперь рассмотрим связанные краевые задачи термоупругости $C_{ДТ}$ и $D_{ДТ}$ в параллелепипеде. Начальные и краевые условия имеют следующий вид:

$$T(x, y, z, t)|_{t=0} = T_0 \sin\left(\frac{\pi x_i}{l_1}\right) \sin\left(\frac{\pi y_j}{l_2}\right) \sin\left(\frac{\pi k_z}{l_3}\right),$$

$$\varepsilon_{ij}(x, y, z, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{ij}(x, y, z, t)|_{t=0} = 0, \quad i = j = 1, 2, 3.$$

$$\sigma_{11}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{12}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{13}|_{x=0, l_1} = 0, \quad \sigma_{22}|_{y=0, l_2} = 0, \quad \sigma_{21}|_{y=0, l_2} = 0, \quad \sigma_{23}|_{y=0, l_2} = 0,$$

$$\sigma_{33}|_{z=0, l_3} = 0, \quad \sigma_{31}|_{z=0, l_3} = 0, \quad \sigma_{32}|_{z=0, l_3} = 0, \quad T|_{x=0, l_1} = 0, \quad T|_{y=0, l_2} = 0, \quad T|_{z=0, l_3} = 0.$$

и, исходные данные

$$E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}, \quad \nu = \frac{1}{3}, \quad T_0 = 20^\circ \text{C}, \quad \lambda_0 = 0.6 \frac{\text{Вт}}{\text{см} \cdot \text{К}}, \quad \alpha = 125 \cdot 10^{-7} \frac{1}{^\circ \text{C}},$$

$$\rho = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{кг} / \text{см}^3, \quad c_\varepsilon = 420 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}, \quad \tau = 0.01, \quad h_1 = h_2 = h_3 = 0.1 \text{ см}, \quad l_1 = l_2 = l_3 = 1 \text{ см}.$$

В таблицах 10-11 сравнены значения деформаций ε_{11} в сечении параллелепипеда при $y=0.5, z=0.5$ и $y=0.7, z=0.5$, по решению краевых $C_{ДТ}$ и $Д_{ДТ}$ задач на основе явных и неявных схем.

Таблица 10

Сравнение тензора деформаций ε_{11} при $t=0.5, z=0.5$

Задачи $y=0.5$;	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
Краевая задача $C_{ДТ}$ (явная схема)	0.000	0.010	0.023	0.033	0.040	0.043
Краевая задача $Д_{ДТ}$ (явная схема)	0.000	0.014	0.027	0.038	0.044	0.046
Краевая задача $Д_{ДТ}$ (неявная схема)	0.000	0.014	0.027	0.037	0.044	0.046

Таблица 11

Сравнение тензора деформаций ε_{11} при $t=0.3, y=0.7$

Задачи $z=0.5$;	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$
Краевая задача $C_{ДТ}$ (явная схема)	0.000	0.004	0.008	0.011	0.013	0.013
Краевая задача $Д_{ДТ}$ (явная схема)	0.000	0.004	0.008	0.011	0.013	0.014
Краевая задача $Д_{ДТ}$ (неявная схема)	0.000	0.004	0.008	0.011	0.013	0.014

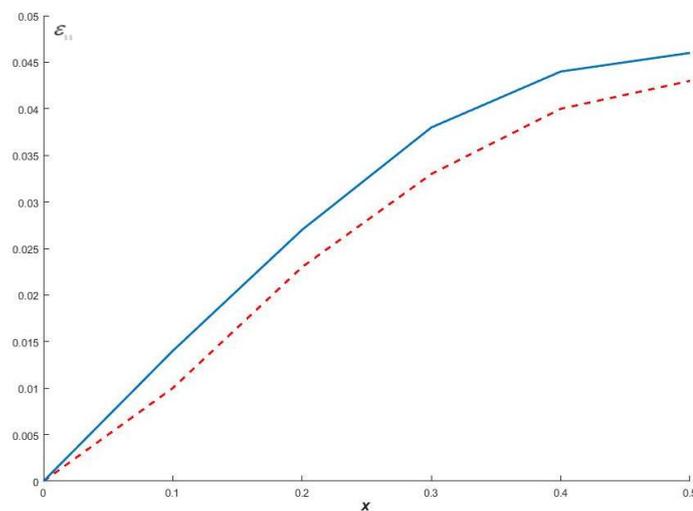


Рис. 3. Сравнение деформаций ε_{11} для краевых задач $C_{ДТ}$ и $Д_{ДТ}$ на основе рекуррентных формул при $t=0.5, y=0.5$ и $z=0.5$

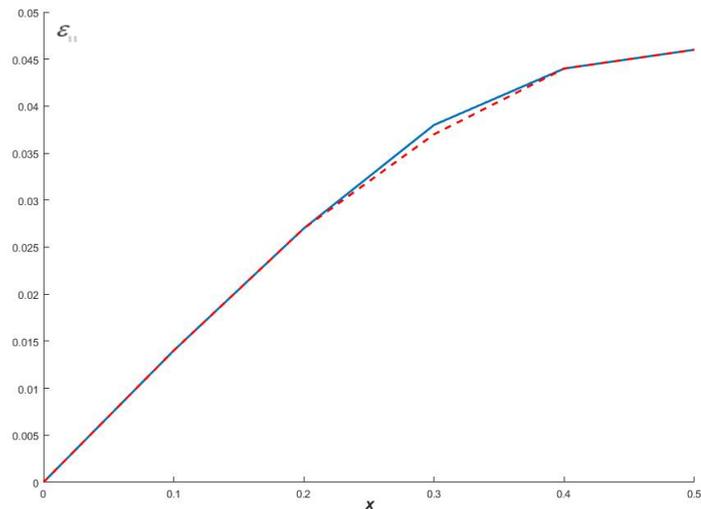


Рис. 4. Сравнение деформаций ε_{11} для краевой задачи D_{DT} на основе явных и неявных схем при $t=0.5$, $y=0.5$ и $z=0.5$

В параграфе 5.5 представлен алгоритм решения численных задач и главное меню набора созданных программ и инструкций для пользователей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена математическому и численному моделированию процесса деформирования твердых тел относительно деформаций. В диссертационной работе, в рамках условий совместности деформаций разработаны следующие новые математические модели теории упругости и термоупругости относительно деформаций:

1. Предложена замкнутая система дифференциальных уравнений для статической задачи теории упругости в деформациях. При этом, в качестве недостающих граничных условий рассмотрены уравнения равновесия на границе заданной области;

2. Сформулированы несвязанные краевые задачи термоупругости классического и нового типа относительно деформаций. Новый тип уравнение представляют собой систему шести уравнений Пуассона относительно компонентов тензора деформаций;

3. Разработаны два типа динамических связанных задач термоупругости, состоящие из шести (трех нормальных и трех касательных) дифференциальных уравнений совместности деформаций, а также из трех уравнений движения и трех касательных уравнений совместности деформаций;

4. Разработаны конечно-разностные уравнения в виде явных и неявных схем для динамических и статических плоских и пространственных краевых задач теории упругости и термоупругости относительно деформаций и температуры, решаемые итерационным методом и методом переменных направлений;

5. Для обоснования предложенных модельных уравнений решены ряд статические и динамические задачи теории упругости и термоупругости (связанные и несвязанные задачи) для прямоугольной пластины и параллелепипеда при различных начальных и краевых тепломеханических условиях:

решена задача о растяжении прямоугольной пластины с нагрузкой параболической формы, приложенных на противоположных сторонах прямоугольника, и численные результаты сравнены с известным решением Тимошенко-Гудьера;

решена задача о равновесии параллелепипеда под действием куполообразное нагрузки и равномерно распределенной нагрузки, и сравнены с результатами краевой задачи в напряжениях;

численно решены термоупругие задачи для прямоугольной пластины и параллелепипеда находящиеся в температурном поле, и численные результаты сравнены с решениями краевых задач в напряжениях и уравнений Ламе в перемещениях;

решены численно плоские и пространственные связанные динамические задачи термоупругости различными методами, и обоснованы справедливости сформулированных краевых задач относительно деформаций.

6. Разработан эффективный численный алгоритм и программное обеспечение в среде Embarcadero Rad Studio на языке C++ для численного решения краевых задач теории упругости в деформаций. Получен сертификат о регистрации программного продукта.

**SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES
DSc.13.30.12.2021.T.142.01 AT RESEARCH INSTITUTE FOR
DEVELOPMENT OF DIGITAL TECHNOLOGIES AND ARTIFICIAL
INTELLIGENCE**

**DIGITAL TECHNOLOGIES AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE
RESEARCH INSTITUTE**

DJUMAYOZOV UMIDJON ZAFARJONOVICH

**MATHEMATICAL AND NUMERICAL MODELS THEORY OF
ELASTICITY IN STRAINS**

05.01.07 – Mathematical modeling. Numerical methods and software complexes

**DISSERTATION ABSTRACT OF THE DOCTOR (DSc) ON TECHNICAL
SCIENCES**

Tashkent - 2025

The dissertation topic of the Doctor of Science (DSc) in Technical Sciences is registered in the Higher Attestation Commission under the Ministry of Higher Education, Science and Innovation of the Republic of Uzbekistan under the number B2024.2.DSc/T788.

The dissertation has been prepared at the Research Institute for Development of Digital Technologies and Artificial Intelligence.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website www.airi.uz and website "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific adviser:

Khaldjigitov Abduvali Abdisamatovich

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Official opponents:

Mukhamadiev Abdivali Shukurovich

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

Abirov Rustam Abdullaevich

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher

Djaykov Gafur Muratbaevich

Doctor of Technical Sciences, Associate Professor

Leading organization:

Tashkent State Transport University

The defense will take place on "16" may 2025 at 14⁰⁰ the meeting of Scientific council No. DSc.13.30.12.2021.T.142.01 at the Research Institute for the Development of Digital Technologies and Artificial Intelligence. (Address: 100125, Tashkent city, M. Ulugbek district, Buz-2, 17A. Tel.: (+99871) 263-41-98; e-mail: info@airi.uz).

The dissertation can be reviewed at the Information Resource Center of the Research Institute for Development of Digital Technologies and Artificial Intelligence (is registered under No. 59). (Address: 100125, Tashkent city, M. Ulugbek district, Buz-2, 17A. Tel.: (+99871) 263-41-98; e-mail: info@airi.uz).

Abstract of dissertation sent out on "01" may 2025 y.
(mailing report No. 11 on "14" april 2025 y.)



[Handwritten signature]

N. Ravshanov
Chairman of the scientific council awarding scientific degrees,
Doctor of Technical Sciences, Professor

F.M. Nuraliev
Scientific secretary of the scientific council awarding scientific degrees,
Doctor of Technical Sciences, Professor

E.Sh. Nazirova
Chairman of the academic seminar under the scientific
council awarding scientific degrees,
Doctor of Technical Sciences, Professor

[Handwritten signature]

INTRODUCTION (Abstract of (DSc) thesis)

The aim of the research is to develop mathematical models, efficient computational algorithms, and a software package for the numerical solution of boundary value problems in elasticity and thermoelasticity theory with respect to deformations, in order to determine the safety factors of objects more accurately.

The object of the research is the deformation process of planar and spatial bodies under the action of mechanical and thermomechanical forces;

The scientific novelty of the research is as follows:

mathematical model equations for static problems of elasticity theory in terms of strains have been developed based on strain compatibility conditions;

mathematical model equations for dynamic (planar and spatial) problems of elasticity theory in terms of strains have been developed based on the Saint-Venant condition;

two-dimensional and three-dimensional thermoelastic boundary value problems have been reduced to a system of Poisson equations with respect to the components of the strain tensor;

mathematical model equations for coupled thermomechanical problems in terms of strains and temperature have been developed based on the Saint-Venant condition;

two-dimensional and three-dimensional finite-difference equations for coupled and uncoupled boundary value problems of elasticity and thermoelasticity theories in terms of strains have been proposed;

a numerical algorithm for solving static and dynamic, coupled and uncoupled problems of elasticity and thermoelasticity theory in terms of strains has been developed.

Implementation of the research results. On the basis of development of new mathematical and numerical models, as well as a program complex describing the deformation process:

a software complex developed on the basis of mathematical models and equations describing the deformation process in the theory of elasticity and thermoelasticity has been implemented in the Samarkand branch of “Uzbektelecom” JSC (certificate of the Ministry of Digital Technologies of the Republic of Uzbekistan No. 33-8/3325 dated May 21, 2024). As a result, a more accurate calculation of the geometric, mechanical, and thermomechanical parameters of the plate-like thin element has allowed for an increase in the strength of the plate under the influence of non-stationary electrodynamic forces by 7-10% and a reduction in time and labor costs by 10-14%;

a software package, developed using numerical solutions for planar and spatial problems in the theory of elasticity and thermoelasticity related to deformations, has been implemented at the Samarkand branch of LLC “UNICON SOFT” (certificate of the Ministry of Digital Technologies of the Republic of Uzbekistan No. 33-8/3325 dated May 21, 2024). As a result, it has enabled the determination of stress and strain distribution under various influences during the development of token devices, allowing for the selection of durable materials with

optimal elasticity. This has led to a 5-8% increase in material strength and an 8-10% reduction in labor costs and expenses, based on calculations of the device's structural resistance to stress and strains.

numerical models and a software package describing the deformation process of materials under mechanical and thermal influences have been implemented in the construction companies "ARXPROEKT" LLC, "ZARKAMRUS QURILISH LOYIXA" LLC, "BINO INSHOOT ME'MOR" LLC and "MD GROUP" LLC (certificate of the Ministry of Digital Technologies of the Republic of Uzbekistan No. 33-8/3325 dated May 21, 2024). The application of these scientific results has led to a 10-12% increase in labor productivity and an 8-10% reduction in costs.

The structure and scope of the dissertation. The dissertation consists of 172 pages, including the introduction, five chapters, conclusion, a list of references, and appendices.

E'LON QILINGANISHLAR RO'YXATI

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (1 часть; part 1)

1. Khaldjigitov A. A., Djumayozov U. Z. Model Equations of the Theory of Elasticity in Strains: Classical and new Formulations // E3S Web of Conferences. – 2024. – Vol. 497. – 02015. (№3; Scopus, IF=0.182).
2. Turimov D., Khaldjigitov A., Djumayozov U., Wooseng K. Formulation and Numerical Solution of Plane Problems of the Theory of Elasticity in Strains // Mathematics. – 2024. – Vol. 12. – No. 71. – P. 28-42. (№3; Scopus, IF=0.475).
3. Халджигитов А. А., Адамбаев У. Э., Джумаёзов У. З., Хасанова З. З. Новые модельные уравнения в деформациях для анизотропных тел // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2024. – № 2(56). – С. 17-29. (05.00.00; №23).
4. Khaldjigitov A.A., Djumayozov U.Z., Khasanova Z., Rakhmonova R. Numerical Solution of the Plane Problem of Thermo-Elasticity in Strains // E3S Web of Conferences. – 2024. – Vol. 563. – 02019. (№3; Scopus, IF=0.182).
5. Khaldjigitov A. A., Khasanova Z., Djumayozov U. Z., Tiloviv O., Bobonazarov A. Plane Problems in Strains for orthotropic bodies // AIP Conference Proceedings. – 2025. – Vol. 3265. – 050009. (№3; Scopus, IF=0.152).
6. Khaldjigitov A. A., Djumayozov U. Z., Khasanova Z. Z, Rakhmonova R. A. Coupled Problems of Thermoelasticity in Strains // E3S Web of Conferences. – 2024. – 497. – 02008. (№3; Scopus, IF=0.182).
7. Djumayozov U. Z., Eshmanova N. F. Coupled Problem on Thermo-Elasticity in Strains for an Isotropic Parallelepiped // E3S Web of Conferences. – 2024. – Vol. 497. – 02016. (№3; Scopus, IF=0.182).
8. Джумаёзов У. З. Новые модельные уравнения связанных краевых задач термоупругости в деформациях: для изотропного стержня, прямоугольной пластины и параллелепипеда // Международный Журнал Теоретических и Прикладных Вопросы Цифровых Технологий. – 2024. – №7(3). – С. 21-33. (ОАК Rayosatining 29.08.2023 yildagi №342/5–son qarori).
9. Халджигитов А. А., Джумаёзов У. З., Хасанова З. З. Связанные задачи плоской термоупругости в деформациях // Узбекский Журнал Проблемы Механики. – 2024. № 1. – С. 3-11. (05.00.00; №6).

10. Khaldjigitov A.A., Djumayozov U.Z., Sagdullayeva D.A. Numerical Simulation of Elastoplastic Problems in Strains and Displacements // E3S Web of Conferences. – 2024. – Vol. 563. – 02030. (№3; Scopus, IF=0.182).
11. Халджигитов А. А., Джумаёзов У. З., Усмонов Л. С. New Coupled Thermoelasticity Boundary-Value Problems in Strains // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2024. – № 5(61). – С. 43-58. (05.00.00; №23).
12. Джумаёзов У. З. Связанная задача термоупругости в деформациях для изотропного параллелепипеда // Ilim ham jamiyet. – 2024. – №2/1. – С. 5-7. (05.00.00; №37).
13. Джумаёзов У. З. Новые связанные краевые задачи термоупругости в деформациях для изотропного параллелепипеда // Международный Журнал Теоретических и Прикладных Вопросы Цифровых Технологий. – 2024. – № 7(1). – С. 7-15 (ОАК Rayosatining 29.08.2023 yildagi №342/5–son qarori).
14. Khaldjigitov A. A., Tilovov O., Djumayozov U. Z. Numerical Solution of Problem of Equilibrium of Parallelepiped in Stresses // E3S Web of Conferences. – 2023. – Vol. 401. – 02019. (№3; Scopus, IF=0.182).
15. Khaldjigitov A. A., Djumayozov U. Z. Finite Difference Method for Nonlinear Elasticity Problems in Finite Deformations // AIP Conference Proceedings. – 2023. – Vol. 2746. – 060018. (№3; Scopus, IF=0.152).
16. Халджигитов А. А., Тиловов О., Джумаёзов У. З., Гуломова В. Д. Численное решение плоской задачи термоупругости в напряжениях // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2023. – № 6(53). – С. 94-103. (05.00.00; №23).
17. Халджигитов А. А., Каландаров А. А., Джумаёзов У. З. Численное моделирование связанной задачи термоупругости в деформациях // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2023. – № 6(53). – С. 114-122. (05.00.00; №23).

II бўлим (2 часть; part 2)

18. Khaldjigitov A. A., Djumayozov U. Z., Bobonazarov A. A. New Model Equations of Thermoelasticity in Strains // Modern Problems of Applied Mathematics and Information Technologies - Al- Khorezmi 2024.
19. Джумаёзов У. З. Об одном алгоритме численного решения краевых задач упруго-пластичности // Raqamli texnologiyalar va iqtisodiyot: zamonaviy muammolari va istiqbollari mavzusida xalqaro ilmiy-amaliy konferensiyasi, 24-25 aprel 2024-yil.
20. Джумаёзов У. З. Численное моделирование двумерных краевых задач термо-упругости в деформациях // Международная научно-практическая конференция на тему Роль цифровых технологий в экономике и образовании, 26-27 апреля 2024 года, г. Самарканд, Узбекистан.

21. Джумаёзов У. З. Плоские задачи теории упругости в деформациях и перемещениях // Международная научно-практическая конференция на тему Роль цифровых технологий в экономике и образовании, 26-27 апреля 2024 года, г. Самарканд, Узбекистан.
22. Djumayozov U. Z., Eshonqulov A., Murtazaev U. Modelling Equations in Strains // Actual Problem of Applied Mathematics and Information Technologies Al-Khwarizmi, 2023, SamSU, Samarkand, September 25-26, 2023.
23. Джумаёзов У. З. Программный комплекс для численного решения связанных краевых задач теории упругости относительно деформаций // O‘zbekiston Respublikasi Adliya vazirligi, №DGU 33483.
24. Джумаёзов У. З., Халджигитов А.А. Программный комплекс для численного решения краевых задач термоупругости в деформациях // O‘zbekiston Respublikasi Adliya vazirligi, №DGU 33794.
25. Джумаёзов У. З., Халджигитов А.А. Программный комплекс для численного решения краевых задач термо-упруго-пластичности относительно деформаций // O‘zbekiston Respublikasi Adliya vazirligi, №DGU 34087.

