**O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

QARSHI DAVLAT UNIVERSITETI

MUSURMONOVA MA’MURA OMAN QIZI

SFERIK TO‘SIQLI BIR BOG‘LAMLI VA IKKI BOG‘LAMLI G‘OVAK-ELASTIK SOHALARDA NOSTATSIONAR KO‘NDALANG TO‘LQIN JARAYONLARINI MODELLASHTIRISH VA SONLI TADQIQ QILISH

**05.01.07-Matematik modellashtirish. Sonli usullar va dasturlar majmui
(fizika-matematika fanlari)**

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

Toshkent – 2025

UDK 519.63+539.3

Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi avtoreferati mundarijasi

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 RAQAMLI ILMIY KENGASH

QARSHI DAVLAT UNIVERSITETI

MUSURMONOVA MA’MURA OMAN QIZI

SFERIK TO‘SIQLI BIR BOG‘LAMLI VA IKKI BOG‘LAMLI G‘OVAK-ELASTIK SOHALARDA NOSTATSIONAR KO‘NDALANG TO‘LQIN JARAYONLARINI MODELLASHTIRISH VA SONLI TADQIQ QILISH

**05.01.07-Matematik modellashtirish. Sonli usullar va dasturlar majmui
(fizika-matematika fanlari)**

**FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

Toshkent – 2025

Falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2021.2.PhD/T2285 raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya Qarshi davlat universitetida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (резюме)) Ilmiy kengash veb-sahifasi (http://ik-fizmat.nuu.uz) va "ZiyoNet" Axborot ta'lim portalida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:	**Jurayev Gayrat Umarovich,** fizika-matematika fanlari doktori, professor
Rasmiy opponentlar:	**Polatov Asxad Muxamedjanovich**, fizika-matematika fanlari doktori, professor
	Qudratov Sulton G'ulomovich, fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent
Yetakchi tashkilot:	**Nukus davlat texnika universiteti**

Dissertatsiya himoyasi O'zbekiston Milliy universiteti huzuridagi DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 raqamli Ilmiy kengashning 2025-yil "20" iyun soat 16[00] dagi majlisida bo'lib o'tadi. (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko'chasi, 4-uy. Tel.: (+99871) 227-12-24, faks: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertatsiya bilan O'zbekiston Milliy universitetining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (96 raqami bilan ro'yxatga olingan). Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko'chasi, 4-uy. Tel.: (99871) 246-02-24.

Dissertatsiya avtoreferati 2025-yil "05" iyun kuni tarqatildi.

(2025-yil "22" aprel dagi № 2 -raqamli reyestr bayonnomasi).

M.M.Aripov
Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash raisi, f.-m.f.d., professor

Z.R.Raxmonov
Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash ilmiy kotibi, f.-m.f.d., professor

A.S.Matyakubov
Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash huzuridagi ilmiy seminar raisi, f.-m.f.d., dotsent

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zaruriyati. Jahon miqyosida olib borilayotgan koʻplab ilmiy-amaliy tadqiqotlar koʻp hollarda suyuqlik bilan toʻyingan gʻovak-elastik muhitlarda toʻlqin tarqalishi va difraksiyasi jarayonlarini matematik hamda sonli tadqiq qilish masalalariga keltiriladi. Seysmik mikrohududlarni loyihalashtirish, yerusti va yerosti inshootlarni mustahkamligini oʻrganish, qidiruv geofizikasi amaliyotida neft qatlamlarini aniqlash, neft va gaz konlarida toʻlqin harakati parametrlarini tanlash, shuningdek, geofizikaning amaliy masalalarining yechimini aniqlovchi gʻovak-elastik muhitlarda toʻlqin tarqalishi masalalarini ilmiy tadqiq qilish matematik fizika, tutash muhitlar mexanikasi, gidrodinamika va matematik modellashtirish kabi sohalardagi tadqiqotlarning obyektidir. Shu sababli, nostatsionar toʻlqin tarqalishi va ularning difraksiyasi masalalar bilan tavsiflanuvchi turli xil muhit va jismlarda toʻlqin jarayonlarini modellashtirish, masalalarning yechish algoritmini ishlab chiqish, dasturiy vositalar majmuini yaratish amaliy matematikaning muhim va dolzarb vazifalaridan biri boʻlib qolmoqda.

Hozirgi kunda jahonda seysmologiya, geofizika va zarbali toʻlqinlarga inshootlarning bardoshligini oʻrganish sohalarida suyuqlik bilan toʻyingan gʻovak muhitlarda nostatsionar toʻlqin tarqalish jarayonlarining adekvat modelini qurish keng tadqiq etilmoqda. Suyuqlik bilan toʻyingan gʻovak-elastik muhitlarning murakkab sohalarida nostatsionar toʻlqinlarning tarqalishi va difraksiyasi jarayonlarini tavsiflovchi matematik modellarni qurish, mos boshlangʻich-chegaraviy masalalarni sonli yechimi va ularning tahlili seysmologiya, geofizika, neft qatlamlarini aniqlash, neft va gaz konlarida toʻlqin harakati parametrlarini tanlash, seysmik jarayonlarni loyihalashda keng tatbiq etiladi. Shu bois, suyuqlik bilan toʻyingan gʻovak-elastik muhitda toʻlqinlarning tarqalishini tavsiflovchi matematik modellarni qurish va sonli yechish algoritmilarini ishlab chiqish dolzarb va maqsadli ilmiy tadqiqotlardan hisoblanadi.

Mamlakatimizda fundamental fanlarning ilmiy va amaliy tadbiqiga ega boʻlgan matematik fizika, mexanika va energetika sohalaridagi masalalarning sonli va analitik yechish usullarini ishlab chiqish kabi dolzarb yoʻnalishlarga katta e’tibor qaratilmoqda. Xususan, toʻlqin tarqalishi tenglamalarining amaliy tatbiqiga ega koʻp bogʻlamli murakkab sohalarda nostatsionar toʻlqin tarqalishi jarayonlarini oʻrganishga oid masalalarning sonli-analitik yechishga alohida e’tibor qaratildi. Bunda, chegaralovchi sirtlar bir koordinata sistemasiga tegishli boʻlgan tutash muhit sohasida nostatsionar toʻlqin jarayonining matematik modelini qurish va sonli yechish boʻyicha sezilarli natijalarga erishildi. “Funksional analiz, algebra, differensial tenglamalar, matematik fizika, matematik modellashtirish, hisoblash matematikasi va diskret matematika, ehtimollar nazariyasi va matematik statistika” kabi ustuvor yoʻnalishlar boʻyicha xalqaro standartlar darajasidagi ilmiy izlanishlar olib borish OʻzR FA V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti faoliyatining asosiy vazifalaridan biri hisoblanadi[1]. Qaror ijrosini ta’minlashda gʻovak

[1] Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 7-maydagi “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy- tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari toʻgʻrisida”gi PQ-4708-son Qarori.

muhitlardagi nostatsionar to‘lqin jarayonlarini matematik modellashtirish, g‘ovak-elastik muhitning dinamik tenglamalar sistemasini analitik va sonli yechish usullarini takomillashtirish muhim ahamiyatga ega.

O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 28-yanvardagi PF-60-son “2022 – 2026-yillarga mo‘ljallangan Yangi O‘zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to‘g‘risida” gi Farmoni, 2020-yil 7-maydagi PQ-4708-son “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi Qarori, 2019-yil 8-oktabrdagi PF-5847-son “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi Farmoni, 2019-yil 27-apreldagi PQ-3682-son “Innovatsion g‘oyalar, texnologiyalar va loyihalarni amaliyotga joriy qilish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi Qarori va 2021-yil 1-apreldagi PF-6198-son “Ilmiy va innovatsion faoliyatni rivojlantirish bo‘yicha davlat boshqaruvi tizimini takomillashtirish to‘g‘risida”gi Farmonlari hamda mazkur faoliyatga tegishli boshqa normativ-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishda ushbu dissertatsiya tadqiqoti muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining asosiy ustuvor yo‘nalishlariga bog‘liqligi. Mazkur tadqiqot respublika fan va texnologiyalar rivojlantirishning IV. “Matematika, mexanika va informatika” ustuvor yo‘nalishi doirasida bajarilgan.

Muammoning o‘rganilganlik darajasi. Tutash muhitlarda to‘lqin tarqalishi va difraksiyasi jarayonlarini ko‘chish, kuchlanish va potensial funksiyalarga nisbatan modellashtirish mumkin. Bu masalalarni analitik-taqribiy yechishda to‘liq bo‘lmagan o‘zgaruvchilarni ajratish usuli, chekli-ayirmali variatsion usuli, chekli elementlar usuli, chekli-ayirmali usul, chegaraviy elementlar usuli va boshqa usullar keng foydalaniladi. Ushbu usullar A.G.Gorshkov, A.N.Guz, V.Kabulov, T.Bo‘riyev, M.Mirsaidov, K.Sultonov, F.Badalov, M.Aripov, I.Mirzayev, R.Aloyev, N.Ravshanov, B.Qurmanboyev, A.Xaldjigitov, A.Polatov va boshqalarning ishlarida keng qaralgan.

Suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak muhitlarda to‘lqin jarayonlarini o‘rganish Y.I.Frenkelning ishlari bilan boshlangan. XX-asrning 50-60-yillarida M.Bio (M.Biot) bir o‘lchovli yaqinlashishda gaz bilan to‘yingan g‘ovak muhitda tovush to‘lqinlarining tarqalish tenglamasi muammosini hal qilish modelini taqdim etgan. L.Y.Kosachevskiy, J. Geertsm va R.S.Smith, H. Deresiewicz va J.T. Rice, D.Uayt, N.G.Mixaylova va F.M.Lyaxovitskiylarning ishlarida turli xossali ikki suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik muhitlarning chegarasidan elastik to‘lqinlarning qaytishi va sinishi jarayonlari o‘rganilgan. T.U.Artikov va A.R.Xujayevlar tomonidan suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik muhitlarning egrichiziqli chegarasida garmonik to‘lqinlarning qaytishi va sinishi hamda egrichiziqli chegarali qatlamli muhitlarda elastik to‘lqinlarning tarqalishi haqidagi masalalarning yechimlari olingan.

Ikki komponentali elastik va suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak muhitlarda yassi, sferik va silindrik to‘lqinlarning tarqalishi haqidagi o‘qsimmetrik masalalar X.L.Raxmatulin, Y.U.Saatov, I.G.Filippov, T.U.Artikovlarning ilmiy tadqiqot ishlarida qaralgan. Hozirgi kunda O‘zbekistonda matematik fizika tenglamalari yordamida tavsiflanadigan jarayonlarni matematik modellashtirish, sonli va ularni taqribiy yechish usullari M.M.Aripov, N.Ravshanov, X.X.Imomnazarov, N.M.Jabborov, R.Dj.Aloyev, A.M.Polatov, I.Q.Xo‘jayev, A.Xaydarov, F.Nuraliyev, G.U.Jurayev, A.E.Xolmurodov, Sh.A.Sadullayeva, E.SH.Nazirova, Z.R.Raxmonov, A.S.Matyakubov va boshqa olimlar tomonidan o‘rganilmoqda.

Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya bajarilgan oliy ta’lim muassa-sasining ilmiy-tadqiqot ishlari rejalari bilan bog‘liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti Qarshi davlat universitetining “Tutash muhitlarning ko‘p bog‘lamli sohalarida nostatsionar to‘lqin jarayonlarining tadqiqoti” ilmiy-tadqiqot ishlari rejasiga muvofiq bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi sferik to‘siqli bir bog‘lamli va ikki bog‘lamli g‘ovak-elastik muhitli sohalarda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishi va difraktsiyasi jarayonini matematik modellashtirish va samarali yechish algoritmlarni ishlab chiqish asosida dasturlar majmuasini yaratishdan iboratdir.

Tadqiqotning vazifalari:

sferik to‘siqli bir bog‘lamli va ikki bog‘lamli g‘ovak-elastik muhitda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishi jarayonining matematik modelini qurish;

bir bog‘lamli sohalarda g‘ovak-elastik muhitda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishi jarayoniga mos masalaning yechish algoritmini ishlab chiqish;

ikki bog‘lamli sohalarni chegaralovchi sirtlar turli koordinata sistemasiga tegishli bo‘lganda g‘ovak-elastik muhitda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqa-lishi jarayoniga mos masalaning yechish algoritmini ishlab chiqish;

ishlab chiqilgan algoritmlar asosida g‘ovak-elastik muhitda to‘lqin tarqalishi jarayoninining tahlili uchun dasturlar majmuini yaratish va sonli natijalar olish;

chegaraviy sirtlarining muhitning kuchlanish-deformatsiya holatiga ta’sirini o‘rganishdan iboratdir.

Tadqiqotning obyekti sferik to‘siqli murakkab sohaga ega suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak muhitdagi nostatsionar to‘lqin jarayonlaridan iborat.

Tadqiqotning predmeti suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak muhitda nostatsio-nar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishining dinamik jarayonlarini matematik modellash-tirish, sonli hisoblash uchun samarali algoritmlar va dasturlar majmuini ishlab chiqishdan iborat.

Tadqiqotning usullari. Dissertatsiyada vaqt bo‘yicha Laslas integral almashtirishlarining tasvirlar fazosida to‘liq bo‘lmagan o‘zgaruvchilarga ajratish-ning umumlashgan Furye usuli bilan matematik fizika tenglamalarini yechish, turli koordinatadan birdan ikkinchisiga o‘tishda Bessel funksiyalari uchun qo‘shish teoremasi, chiziqli cheksiz algebraik tenglamalar sistemasini cheksiz qatorlar yordamida yechish, rekurrent munosabatlar va Laplas almashtirishlaring tasvirlar fazosidan originalga o‘tishda kompleks o‘zgaruvchilar nazariyasining qoldiqlar nazariyasidan foydalanilgan.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

g‘ovak-elastik muhitning sferik to‘siqli bir bog‘lamli va ikki bog‘lamli sohalarida nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishi jarayonining tavsiflovchi xususiy hosilali differensial tenglamadan iborat matematik modeli qurilgan;

g‘ovak-elastik muhitning bir bog‘lamli sohasida nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishi jarayoniga mos masalalarning tasvirlar fazosida yechimlari olingan;

ikki bog‘lamli sohalarni chegaralovchi sirtlar bir koordinata sistemasiga tegishli bo‘lmaganda g‘ovak-elastik muhitda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishi jarayoniga mos masalalarning tasvirlar fazosida yechimlari topilgan;

sferik to‘siqli bir bog‘lamli g‘ovak-elastik muhitda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishi jarayoniga mos masalaning yechish algoritmini ishlab chiqilgan;

ikki bog‘lamli sohalarni chegaralovchi sirtlar bir koordinata sistemasiga tegishli bo‘lmaganda g‘ovak-elastik muhitda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishi jarayoniga mos masalaning yechish algoritmini ishlab chiqilgan;

chegaraviy sirtlarning muhitning kuchlanish-deformatsiya holatiga ta’siri, ya’ni muhitni chegaralovchi sirtlardan to‘lqinlarning ko‘p marta qaytishi muhitning kuchlanish-deformatsiya holatini o‘zgarishiga olib kelishi aniqlangan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

g‘ovak-elastik muhitda to‘lqin tarqalishi jarayonining tahlili uchun dasturlar majmui yaratilgan va sonli natijalar olingan;

g‘ovak-elastik muhitda nostatsionar jarayonlari uchun boshlang‘ich – chegaraviy masalalarning analitik yechishning algoritmi ishlab chiqilgan va sonli hisoblash uchun dasturlar majmuasi yaratilgan.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi. Dissertatsiyada olingan matematik modelning korrektligi, tutash muhitlarning ishonchli modeli foydalanilganligi, ko‘p marta sinovlardan o‘tgan matematik apparatlarining qo‘llanilganligi, yechimni topishda matematik asoslangan usullardan foydalanilganligi hamda aniq analitik hollarda olingan natijalar va xulosalarni ma’lum yechimlar bilan o‘zaro mos kelishi bilan ta’minlangan.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati matematik modellashtirish nazariyasida muhim bo‘lgan murakkab sohalar uchun yangi masalalarning yechimi qurilganligi hamda ko‘chish va kuchlanishlar uchun sonli eksperementlarning natijalari bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati shundan iboratki, chegaraviy sirtlarning muhitning kuchlanish deformatsiya holatiga ta’sirlari tahlillaridan olingan natijalarni ilmiy-tadqiqot institutlari va loyihalashtirish tashkilotlarida konstruksiyalar va inshootlarning mustakamlikligini va seysmik bardoshlikni hisoblashlarda foydalanish mumkinligi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Sferik to‘siqli bir bog‘lamli va ikki bog‘lamli g‘ovak-elastik sohalarda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin jarayonlarini modellashtirish va sonli tadqiq qilish bo‘yicha olingan ilmiy natijalar asosida:

g‘ovak-elastik muhitlarda turli koordinata sistemasi sirtlari bilan chegaralangan sohalarda to‘lqin difraksiyasining jarayonlarining chiziqli matematik modeli va analitik yechimi qiymatlaridan OT-Atex-2018-340-“Ikki tezlikli muhit dinamikasining amaliy geofizik masalalarini nazariy va sonli tadqiq etish” grant loyihasida foydalanilgan (Qarshi Davlat universitetining 2025-yil 30-yanvardagi №04/146 sonli ma’lumotnomasi). Ilmiy natijalarni qo‘llash olingan nostatsionar to‘lqin jarayonlariga mos modellar va giperbolik tenglama uchun boshlag‘ich-chegaraviy masalalarning yechish algoritmlari hamda dasturiy ta’minoti bo‘yicha olingan sonli natijalar tahlil qilishda va sonli eksperiment sinovlarini baholash imkonini bergan;

seysmomikrohududlashtirishda inshootlarning seysmikbardoshligi va seysmik xavfsizligini ta’minlash uchun sferik to‘siqdan nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishi jarayonida yer yuzasiga yaqin nuqtalarda ko‘ndalang siljish $u_{\vartheta,max}$=0,58m va kuchlanishning $\sigma_{r\vartheta,max}$=6,2MPa, $\sigma_{\theta\vartheta,max}$=2,05MPa maksimal qiymatlari kabi ilmiy natijalaridan Seysmologiya institutida bajarilishi 2020 – 2024-yillarga mo‘ljallangan “Yer qobig‘idagi lokal seysmik faol tektonik yoriqlarning texnogen kuchlanganlik va deformatsiyalanish holatini baholaydigan miqdoriy modellarni ishlab chiqish” mavzusidagi fundamental tadqiqot natijalari parametrlarini tahlil qilishda va baholashda foydalanilgan (O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining 2024-yil 14-maydagi № 2/1255-1056 sonli ma’lumotnomasi). Ilmiy natijalarni qo‘llash yer sirtiga yakin nuqtalardagi nostatsionar to’lqinlar jarayonlari ta’siriga bardoshli inshootlarni loyihalashtirish imkonini bergan.

Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi. Mazkur tadqiqot natijalari 16 ta ilmiy-amaliy anjumanlarda, shu jumladan, 13 ta xalqaro va 3 ta respublika ilmiy-amaliy anjumanlarida muhokamadan o‘tkazilgan.

Tadqiqot natijalarining e’lon qilinganligi. Tadqiqot mavzusi bo‘yicha 25 ta ilmiy ish chop etilgan, shulardan O‘zbekiston Respublikasi Oliy Attestatsiya Komissiyasining doktorlik dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 9 ta maqola, jumladan, 3 tasi xorijiy va 6 tasi respublika jurnallarida nashr etilgan. Shuningdek, yaratilgan kompyuter dasturiy mahsulotlar uchun 3 ta mualliflik guvohnomasi olingan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya kirish qismi, uch bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati va ilovalardan tashkil topgan. Dissertatsiyaning hajmi – 105 bet.

DISSERTATSIYA ISHINING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati asoslangan, tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mosligi ko‘rsatilgan, muammoning o‘rganilganlik darajasi bayon qilingan, tadqiqot maqsadi, vazifalari, obyekti va predmeti tavsiflangan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning ishonchliligi asoslab berilgan, olingan natijalarning nazariy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarining joriy qilinishi, nashr etilgan ishlar va dissertatsiya tuzilishi bo‘yicha ma’lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning **“Suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik muhitlar nazariyasining dinamik munosabatlari”** deb nomlanuvchi birinchi bobi suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik muhitning chiziq to‘lqinlar tarqalishini va difraksiyasi jarayonlarini tavsiflovchi nazariyasining dissipativ kuchlarni e’tiborga olmagan holda asosiy munosabatlariga bag‘ishlangan. Adabiyotlarning qisqacha tahlili berilgan. Zarbali to‘lqinlarning to‘siqlar bilan o‘zaro ta’siri uchun chegaraviy shartlar hamda murakkab sohalar uchun masalalarning qo‘yilishi keltirilgan. Nostatsionar masalalarni yechishda foydalaniladigan Bessel funksiyalari va Gegenbaeur ortogonal ko‘phadlarning ba’zi xossalari, Bessel funksiyalari uchun qo‘shish teoremasi hamda Laplas integral almashtirishlarining fazosida eksponentlar bo‘yicha cheksiz qator originalining chekliligi haqida teoremasi ifodalangan.

Dissertatsiyaning ikkinchi bobi **“Bir koordinata sistemasi sirtlari bilan chegaralangan sohalarda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin jarayonlari”** deb nomlangan bo‘lib, unda birinchi bobda berilgan muhitning harakat tenglamalari, chegaraviy shartlar asosida bir bog‘lamli hamda faqat bir sferik (r, θ, ϑ) koordinata sistemasiga tegishli sirtlari bilan chegaralangan sohalarda nostatsionar masalalarni o‘rganishga bag‘ishlangan. Bu sferik koordinata sistemasining boshlang‘ich nuqtasi o‘zaro konsentrik sferik sirtlar markazida joylashgan.

Ikkinchi bobning **2.1 paragrafida** suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik muhitning ichki va tashqi radiuslari mos ravishda R_1 va R_2 $(R_1 < R_2)$ bo‘lgan o‘zaro konsentrik sferik sirtlar bilan chegaralangan sferik qatlamda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin jarayonlari o‘rganilgan bo‘lib, unda muhit nuqtalarida ko‘chish va kuchlanish tenzori komponentalari uchun formulalar olingan. Vaqtning boshlang‘ich $\tau = 0$ momentida sferik qatlam tinch holatda bo‘ladi.

A masala. Sferik qatlamning ichki sirtida o‘qsimmetrik (ϑ burchakka bog‘liq emas) urinma sirt kuchi $q(\tau, \theta)$ qo‘yilgan bo‘lib, u muhitni sferalar markazidan o‘tuvchi o‘q atrofida aylanma harakatini yuzaga keltiradi:

$$\sigma_{r\vartheta}\big|_{r=R_1} = q(\tau, \theta). \qquad (1)$$

B masala. Qatlamning ichki sirtida urinma ko‘chish $V(\tau, \theta)$ berilgan:

$$u_\vartheta\big|_{r=R_1} = V(\tau, \theta). \qquad (2)$$

Qatlamning tashqi sirti erkin sirt

$$\sigma_{r\vartheta}\big|_{r=R_2} = 0 \qquad (3)$$

yoki unda ko‘chish nolga teng

$$u_\vartheta\big|_{r=R_2} = 0. \qquad (4)$$

Muhitning harakati potensialga nisbatan ψ to‘lqin tenglamasi bilan tasvirlanadi:

$$\gamma^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} = \Delta\psi - \frac{\psi}{r^2 \sin^2\theta}, \qquad \Delta = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta}\right) \qquad (5)$$

Boshlang‘ich shartlar – bir jinsli

$$\psi\big|_{\tau=0} = \dot{\psi}\big|_{\tau=0} = 0. \qquad (6)$$

(1) - (6) boshlang‘ich-chegaraviy masala τ vaqt bo‘yicha Laplas integral almashtirishlari (L almashtirishlar transpormantasini, s esa almashtirishlar parametri bildiradi) va to‘liq bo‘lmagan o‘zgaruvchilarni ajratish usuli bilan yechiladi. Tasvirlar fazosida ψ^L potensialni, ko‘chish vektorining u_ϑ^L komponentasi va kuchlanish tenzorining $\sigma_{r\vartheta}^L$ komponentasini Gegenbauer ortogonal $C_{n-1}^{3/2}(\cos\theta)$ ko‘phadlari bo‘yicha cheksiz qatorlari ko‘rinishida tasvirlab olingan.

Bu holda (1) - (6) boshlang‘ich-chegaraviy masalaning qo‘yilishi cheksiz qatorlar koeffitsiyentlariga nisbatan quyidagi ko‘rishga keladi:

$$\sigma_{r\vartheta n}^{L}\Big|_{r=R_1}=q_n^L(s),\qquad \text{yoki}\quad u_{\vartheta n}^{L}\Big|_{r=R_1}=V_n^L(s),\tag{7}$$

$$\sigma_{r\vartheta n}^{L}\Big|_{r=R_2}=0,\qquad \text{yoki}\quad u_{\vartheta n}^{L}\Big|_{r=R_2}=0,\tag{8}$$

$$\gamma^2 s^2\psi_n^L=\Delta_n\psi_n^L.\tag{9}$$

Tasvirlar fazosida (9) tenglamaning yechimi soha chegaralanganligi uchun

$$\psi_n^L(r,s)=\frac{1}{\sqrt{r}}A_n^L(s)K_{n+1/2}(r\gamma s)+\frac{1}{\sqrt{r}}B_n^L(s)I_{n+1/2}(r\gamma s),\tag{10}$$

ko‘rinishda izlanadi. Bu yerda $I_{n+1/2}(x)$ va $K_{n+1/2}(x)$ - mos ravishda Besselning birinchi va ikkinchi tur modifikatsiyalangan funksiyalari; $A_n^L(s)$ va $B_n^L(s)$ lar s parametrning noma’lum funksiyalari.

Ko‘chish va kuchlanishlarning o‘zaro bog‘lanishi hamda ko‘chishning potensial orqali bog‘lanishlaridan foydalanib, topilgan ifodalar bilan (7) va (8) chegaraviy shartlarni qanoatlantirgandan so‘ng, Laplas integral almashtirishining tasvirlar fazosida cheksiz algebraik tenglamalar sistemasiga kelamiz va uni matritsali tenglamalar sistemasi ko‘rinishida yozib olamiz:

$$\begin{cases}\mathbf{MA}y^2+\mathbf{F}_1\mathbf{B}-\mathbf{F}_2\mathbf{B}y^2=\mathbf{k}y\\ \mathbf{NA}x^2+\mathbf{T}_1\mathbf{B}-\mathbf{T}_2\mathbf{B}x^2=0\end{cases}\tag{11}$$

$$\mathbf{k}(s)=\left\|k_1(s),k_2(s),...\right\|^T,\qquad \mathbf{A}(s)=\left\|A_1^L(s),A_2^L(s),...\right\|^T,\qquad \mathbf{B}(s)=\left\|B_1^L(s),B_2^L(s),...\right\|^T,$$

$$x=e^{-R_2\gamma s},\qquad y=e^{-R_1\gamma_3 s}.$$

Bu yerda $\mathbf{F}_i$, $\mathbf{T}_i$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{N}$ lar elementlari mos ravishda $F_{in}(s)$, $T_{in}(s)$ $(i=1,2)$, $M_n(s)$, $N_n(s)$ bo‘lgan cheksiz diagonalli matritsalar.

(11) tenglamalar sistemasining yechimni eksponentalar bo‘yicha cheksiz qatorlar shaklida tasvirlaymiz:

$$\mathbf{A}=\sum_{i,j=0}^{\infty}\mathbf{a}_{ij}(s)x^i y^{-j-1},\qquad \mathbf{B}=\sum_{i,j=0}^{\infty}\mathbf{b}_{ij}(s)x^i y^{-j-1}\tag{12}$$

$$\mathbf{a}_{ij}(s)=\left\|a_{ij}^{(1)}(s),a_{ij}^{(2)}(s),...\right\|^T,\qquad \mathbf{b}_{ij}(s)=\left\|b_{ij}^{(1)}(s),b_{ij}^{(2)}(s),...\right\|^T.$$

(12) cheksiz qatorlar va (11) matritsali tenglamalar sistemasidan $a_{ij}^{(n)}(s)$, $b_{ij}^{(n)}(s)$, $(n=1,2,...)$ koeffitsiyentlar uchun rekurrent munosabatlar va ularga boshlang‘ich shartlar kelib chiqadi. Bu rekurrent munosabatlar $\mathbf{a}_{ij}(s)$, $\mathbf{b}_{ij}(s)$ funksiyalarni Laplas integral almashtirishlari s parametrining ratsional funksiyalari ko‘rishida aniqlashga imkon beradi. Bu esa ko‘chish va kuchlanish qatorlarining koeffitsiyentlarini ham ratsional funksiyalari ko‘rinishida olishga va ularning originallarini qoldiqlar nazariyasidan foydalanib topishga imkon yaratadi.

Sferik qatlam nuqtalaridagi ko‘chish va kuchlanish uchun analitik formulalar olingan. Ularning originallari qoldiqlar nazariyasi yordamida juda qiyinchiliksiz topiladi va ular Gegenbauer ortogonal ko‘phadlari bo‘yicha qatorlar bilan qo‘yilgan masalaning yechimini beradi.

Ikkinchi bobning **2.2 paragrafida** esa murakkabroq masala o‘rganilgan, ya’ni suyuqlik bilan to‘yingan chegaralanmagan g‘ovak-elastik fazoda joylashgan, ichki va tashqi radiuslari mos ravishda R_1 va R_2 ($R_1 < R_2$) bo‘lgan o‘zaro konsentrik sferik sirtlar bilan chegaralangan bir jinsli izotropik qalin sferik qobiqdan nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalish jarayonining matematik modeli tuzilib, yechish algoritmi ishlab chiqilgan. Bu yerda ham berilgan va izlanayotgan funksiyalar Gegenbauer ortogonal ko‘phadlari bo‘yicha cheksiz qatorlari yoyilib, vaqt bo‘yicha Laplas integral almashtirishlari fazosida masalani yechish (11) kabi cheksiz algebraik tenglamalar sistemasiga keltirilgan. Qalin sferik qobiq va atrof muhit nuqtalarida ko‘chish vektori va kuchlanish tenzori komponentalari uchun aniq ifodalar olingan.

Ikkinchi bobning **2.3 paragrafi** suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik fazoda joylashgan R radiusli sferik (bo‘shliq yoki qattiq shar) to‘siqda nostatsionar yassi ko‘ndalang to‘lqinning difraksiyasi jarayonini matematik modellashtirish bilan o‘rganishga bag‘ishlangan.

Vaqtning boshlang‘ich $\tau = 0$ momentida sferik to‘siq sirtining old tomonida joylashgan nuqtasiga berilgan ψ_s potensial bilan

$$\psi_s(r,\theta,\tau) = f[\tau + \gamma(r\cos\theta - R)]H[\tau + \gamma(r\cos\theta - R)] \tag{13}$$

nostatsionar yassi ko‘ndalang (*S*-to‘lqin) to‘lqin fronti kelib urinadi. Bu sferik to‘siq markazidan o‘tuvchi Ox o‘q atrofida muhitning aylanma hakatini yuzaga keltiradi. Bu yerda $f(\tau)$ berilgan funksiya bo‘lib, u vaqt bo‘yicha potensialning o‘zgarishini ifrodalaydi; $H(\tau)$ esa Xevisayd birlik funksiyasi.

A masala. Sferik bo‘shliq sirtida kuchlanish nolga teng

$$(\sigma_{r\vartheta} + \sigma_{r\vartheta s})\big|_{r=R} = 0, \tag{14}$$

ya’ni erkin sirt. Bu sferik bo‘shliqqa mos keladi.

B masala. Qattiq shar sirtida ko‘chish nolga teng

$$(u_\vartheta + u_{\vartheta s})\big|_{r=R} = 0. \tag{15}$$

Bu holda to‘siq sirti qattiq sirtdir. Bu qattiq sharga mos keladi. $u_{\vartheta s}$ va $\sigma_{r\vartheta s}$ lar mos ravishda berilgan ψ_s potensial bilan aniqlanuvchi ko‘chish vektori va kuchlanish tenzorining komponentlari; «s» indeks bilan tushuvchi to‘lqin bilan aniqlanuvchi muhitning kuchlanish-deformatsiya holatiga komponentalari belgilangan.

Masalaning o‘qsimmetrikligini e’tiborga olib, muhitning harakati elastik ψ potensialga nisbatan (5) to‘lqin tenglamasi bilan tasvirlanadi. Boshlang‘ich shartlar – bir jinsli (6).

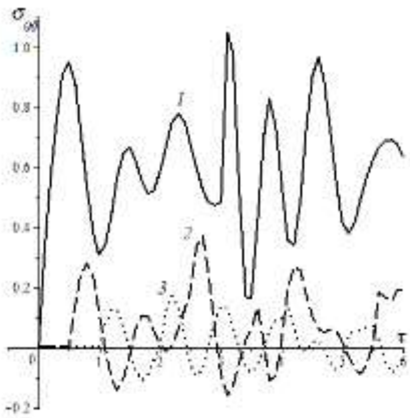
Cheksizlikda to‘lqin mavjud emas

$$\lim_{r\to\infty} \psi = 0. \tag{16}$$

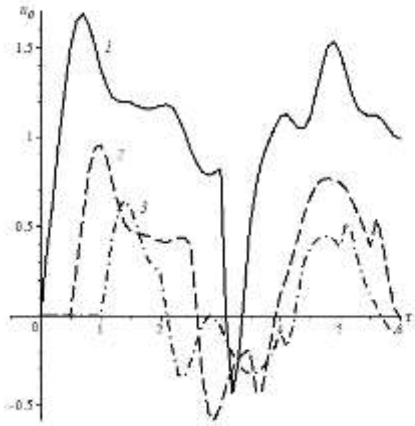
Laplas integral almashtirishlari fazosida izlanayotgan funksiyalar Gegenbauer ortogonal ko‘phadlari bo‘yicha cheksiz qatorlarining koeffitsiyentlari uchun ratsional funksiyalar ko‘rinishida ifodalar olingan. Bu ularning originallarini topishda qoldiqlari nazariyasidan foydalanishga imkon beradi. Ko‘chish vektori va kuchlanish tenzori komponentalari uchun aniq formulalar olingan.

Ikkinchi bobning **2.4 paragrafida** oldingi paragraflardagi masalalarning yechimlari asosida o‘tkazilgan sonli eksperementlarning natijalari keltirilgan. Sonli qiymatlar miqdorlarning vaqt bo‘yicha o‘zgarishlari sifatida grafiklar ko‘rinishida tasvirlangan. Sonli eksperimentlar natijalari τ o‘lchovsiz vaqt bo‘yicha kuchlanish tenzori $\sigma_{\theta\vartheta}$ va ko‘chish vektori u_ϑ komponentalarining o‘zgarishi grafiklar ko‘rinishida keltirilgan. G‘ovak-elastik muhit sifatida kerosin bilan to‘yingan qumloq ($A = 0.4026 \cdot 10^9\,\text{Pa}$, $N = 0.2493 \cdot 10^9\,\text{Pa}$, $R = 0.0672 \cdot 10^9\,\text{Pa}$, $Q = 0.0295 \cdot 10^9\,\text{Pa}$, $\beta_0 = 0.26$, $\rho_s = 2600\ kg/m^3$, $\rho_f = 820\ kg/m^3$) olingan bo‘lib, bunga o‘lchovsiz parametrlarning $\eta_1 = 0.8772$, $\chi = 0.392$, $\gamma = 1.0$, $\beta_3 = 0.0088331$ qiymatlari mos keladi.

Berilgan kuchning vaqt bo‘yicha o‘zgarish qonuni sifatida Xevisayda funksiyasi $q(\tau,\theta) = q_0 H(\tau)$, $q_0 = 1$ tanlandi va sferik qatlamning ichki va tashqi radiuslar mos ravishda $R_1 = 1$, $R_2 = 2.5$ qiymatlarga teng deb olingan. Gegenbauer ortogonal ko‘phadlari bo‘yicha qatorlarning yettita hadining yig‘indisini hisoblangan holda sonli natijalar olindi.



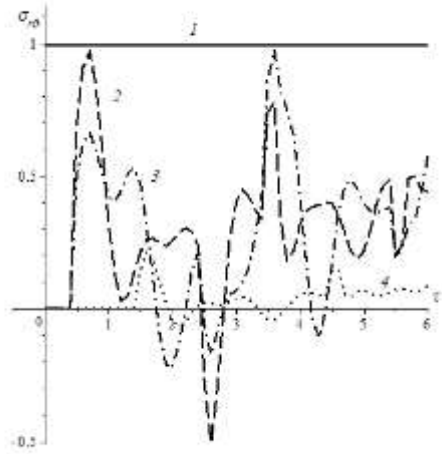
1-rasm.



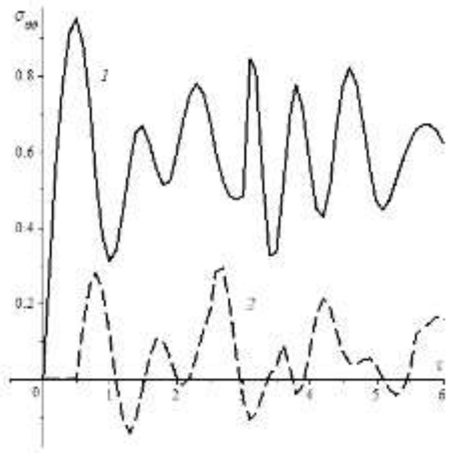
2-rasm.

1-rasmda vaqt bo‘yicha $\sigma_{\theta\vartheta}$ kuchlanishni qatlamning turli nuqtalarida: $r = 1$, $\theta = 3\pi/4$ (1 – egri chiziq), $r = 1.5$, $\theta = 3\pi/4$ (2 – egri chiziq) va $r = 2.0$, $\theta = 3\pi/4$ (3 – egri chiziq) o‘zgarishi grafiklari tasvirlangan. 2-rasmda ko‘chish vektori u_ϑ komponentasining sferik qatlamning turli nuqtalarida vaqt bo‘yicha o‘zgarishlarni aks ettiruvchi: $r = 1$, $\theta = 3\pi/4$ (1-egri chiziq), $r = 1.5$, $\theta = 3\pi/4$ (2-egri chiziq) va $r = 2.0$, $\theta = 3\pi/4$ (3-egri chiziq) grafiklar keltirilgan.

Kerosin bilan to‘yingan qumloqda joylashgan tashqi va ichki radiuslari mos ravishda $R_1 = 1$, $R_2 = 2.5$ bo‘lgan qalin ($E = 0.89 \cdot 10^4\,\text{MPa}$, $\nu = 0.243$, $\rho = 2850\ kg/m^3$) ohak shpatli qobiqdan nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishi qaralgan. Bularga $\beta_1 = 0.0974$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 0.0088331$, $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = 3.3$, $\kappa = 0.321$, $\eta_1 = 0.8772$, $\chi = 0.392$ o‘lchovsiz miqdorlar mos keladi. 3-rasmda qalin qobiq $\sigma_{r\vartheta}^{(1)}$ kuchlanishning vaqt bo‘yicha nuqtalarida o‘zgarishi sonli natijalari $r = 1$, $\theta = \pi/4$ (1-egri chiziq), $r = 1.5$, $\theta = \pi/4$ (2-egri chiziq), $r = 1.5$, $\theta = \pi/2$ (3-egri chiziq) va $r = 2.5$, $\theta = \pi/4$ (4-egri chiziq) grafiklar bilan tasvirlangan. Bu yerda ham berilgan kuchni vaqt bo‘yicha o‘zgarishi $q_1(\tau,\theta) = q_0 H(\tau)$, $q_0 = 1$ Xevisayd funksiyasi ko‘rinishida olingan. 4-rasmda esa $\sigma_{\theta\vartheta}^{(1)}$ kuchlanishning vaqt bo‘yicha nuqtalarida o‘zgarishi sonli natijalari $r = 1$, $\theta = \pi/4$ (1-egri chiziq), $r = 1.5$, $\theta = \pi/4$ (2-egri chiziq) grafiklar bilan berilgan.

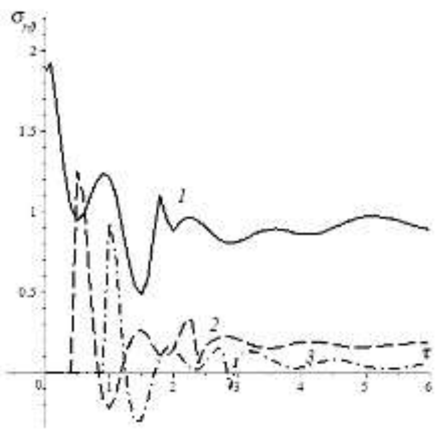


3-rasm.

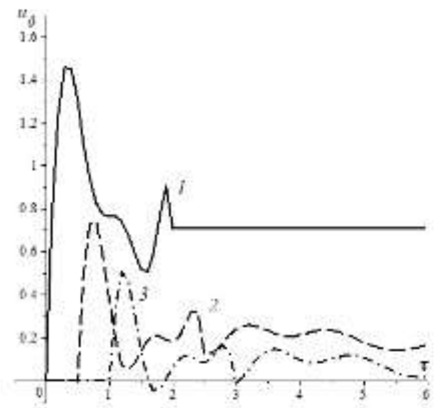


4-rasm.

Misol uchun o‘lchovsiz parametrlari $\beta = 0.0088331$, $\gamma = 1$, $\eta = 0.8772$, $\chi = 0.392$ bo‘lgan kerosin bilan to‘yingan qumloqda joylashgan qattiq sharda nostatsionar yassi ko‘ndalang to‘lqin difraksiyasini qaraymiz. Tushuvchi to‘lqin potensialida kuchlanish o‘zgarishi Xevisayd birlik funksiyasi ko‘rinishida olingan.



5-rasm.



6-rasm.

5-rasmda vaqt bo‘yicha $\sigma_{r\vartheta}$ kuchlanishning $r = 1$, $\theta = \pi/4$ (1-egri chiziq), $r = 1.5$, $\theta = \pi/4$ (2-egri chiziq) va $r = 2.0$, $\theta = \pi/4$ (3-egri chiziq) nuqtalardagi o‘zgarishi grafiklari keltirilgan. 6-rasmda esa vaqt bo‘yicha u_ϑ ko‘chishning ham mos ravishda yuqoridagi nuqtalardagi o‘zgarishi grafiklari berilgan.

Dissertatsiyaning **“Turli koordinata sistemasi sirtlari bilan chegaralangan sohalarda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin jarayonlari”** deb nomlanuvchi uchinchi bobida olingi bobdagi o‘rganilgan masalalarga nisbatan murakkabroq masalalar qaralgan. Unda birinchi bobda berilgan muhitning harakat tenglamalari, chegaraviy shartlar asosida turli koordinata sistemasiga tegishli sirtlar bilan chegaralangan ikki bog‘lamli sohalarda nostatsionar ko‘ndalang tarqalishi va difraksiyasi masalalarni o‘rganishga bag‘ishlangan.

Uchinchi bobning **3.1 paragrafida** suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik yarimfazoning tekis sirtidan h masofa joylashgan R radiusli sferik qo‘yilma (bo‘shliq yoki shar)dan nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishi jarayonlarni modellashtirish va yechish algoritmini ishlab chiqish qaralgan. Bu holda bir jinsli chiziqli suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik $z \geq 0$ yarimfazoning $z = 0$ tekis sirtidan $O_2 z$ o‘q bo‘yicha (O_2 nuqta yarimfazoning tekis chegarasida yotadi) h masofada R ($R < h$) radiusli sferik bo‘shliq yoki absolyut qattiq shar O markazi joylashgan.

A masala. Sferik bo‘shliqning ichki sirtida o‘qsimmetrik (1) urinma sirt kuchi $q(\tau, \theta)$ qo‘yilgan bo‘lib, u muhitni yarimfazoning tekis sirtiga perpendikulyar va sfera markazidan o‘tuvchi o‘q atrofida muhitning aylanma harakatini yuzaga keltiradi.

B masala. Bo‘shliqning ichki sirtida (2) urinma ko‘chish $V(\tau, \theta)$ berilgan.

Masalaning o‘qsimmetrikligini e’tiborga olib, muhitning harakati elastik ψ potensialga nisbatan (5) to‘lqin tenglamasi orqali tasvirlanadi. Boshlang‘ich shartlar – bir jinsli va cheksizlikda to‘lqin so‘nadi.

Yarimfazoning yassi sirti mutlaq qattiq sirt

$$u_{\vartheta}\big|_{z=0} = 0\,, \tag{17}$$

yoki kuchlanishdan holi erkin sirt

$$\sigma_{z\vartheta}\big|_{z=0} = 0\,. \tag{18}$$

Ikkinchi bobdagi kabi bu yerda ham Laplas integral almashtirishining tasvir fazosida masala cheksiz algebraik tenglamalar sistemasini yechishga keltirilgan va uni matritsali tenglama ko‘rinishida yozib olamiz:

$$\mathbf{M}(s)\mathbf{A}(s)y^2 + \mathbf{F}^{(1)}(s)\mathbf{A}(s)x + \mathbf{F}^{(2)}(s)\mathbf{A}(s)xy^2 = \mathbf{q}(s)y\,,\ x = e^{-2h\gamma s}\,,\ y = e^{-\gamma s}\,. \tag{19}$$

(19) matritsali tenglamaning yechimini eksponentalar bo‘yicha cheksiz qator ko‘rinishda izlanadi. Suyuqlik bilan to‘yingan muhit-elastik muhit nuqtalaridagi ko‘chish vektori va kuchlanish tenzori komponentalari qatorlarining koeffitsiyentlari uchun aniq ifodalar olingan.

Uchinchi bobning **3.2 paragrafida** suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik fazoning ikki sferik qo‘yilma (ikki bo‘shliq, yoki ikki qattiq shar, yoki bo‘shliq va shar bo‘lishi mumkin) bilan nostatsionar ko‘ndalang tebranishini modellashtirish va yechish algoritmini ishlab chiqish o‘rganilgan. Bu yerda cheksiz suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik fazoda radiuslari mos ravishda R_1 va R_2 bo‘lgan ikki sferik qo‘yilma joylashgan. Ularning markazlari orasidagi masofa l ($l > R_1 + R_2$) ga teng. Muhit harakatini ikki koordinatalar sistemasini qaraymiz: biri markazi O_1 nuqta bo‘lgan sferik ($r_1, \theta_1, \vartheta_1$) koordinatalar sistemasi, ikkinchisi esa boshlang‘ich nuqtasi O_2 bo‘lgan sferik ($r_2, \theta_2, \vartheta_2$) koordinatalar sistemasi.

A masala. Birinchi sferik qo‘yilma sirtida o‘qsimmetrik urinma sirt kuchi $q_1(\tau, \theta_1)$ qo‘yilgan bo‘lib, u muhitni sferalar markazidan o‘tuvchi o‘q atrofida aylanma harakatini yuzaga keltiradi:

$$\sigma_{r_1\vartheta_1}\big|_{r_1=R_1} = q_1(\tau, \theta_1)\,. \tag{20}$$

B masala. Sirtida urinma ko‘chish $V_1(\tau, \theta_1)$ berilgan:

$$u_{\vartheta_1}\big|_{r_1=R_1} = V_1(\tau, \theta_1)\,. \tag{21}$$

Ikkinchi sferik to‘siq sirti - erkin sirt

$$\sigma_{r_2\vartheta_2}\big|_{r_2=R_2} = 0 \tag{22}$$

yoki unda ko‘chish nolga teng

$$u_{\vartheta_2}\Big|_{r_2=R_2}=0. \qquad (23)$$

Muhitning harakati elastik ψ potensiallarga nisbatan to‘lqin tenglamasi bilan tasvirlanadi. Boshlang‘ich shartlar – bir jinsli va cheksizlikda to‘lqin mavjud emas.

Masalani yechish Laplas integral almashtirishining tasvirlar fazosida (11) kabi cheksiz algebraik tenglamalar sistemasini yechishga keltiriladi. Matritsali tenglamalar sistemasining yechimini eksponentalar bo‘yicha (12) ga o‘xshash cheksiz qatorlar ko‘rinishda izlanadi. Suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik muhit nuqtalaridagi ko‘chish vektori va kuchlanish tenzori komponentalari uchun aniq formulalar topilgan.

Uchinchi bobning **3.3 paragrafidagi** nostatsionar masala 2.3 paragrafi o‘rganilgan masalaga nisbatan murakkabroq bo‘lib, u suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik yarimfazoning tekis sirtidan h masofa joylashgan R radiusli sferik to‘siq (bo‘shliq yoki shar) da nostatsionar yassi ko‘ndalang to‘lqin difraksiyasi jarayonni matematik modellashtirish va yechish algoritmini ishlab chiqishga bag‘ishlangan. Bu holda bir jinsli chiziqli suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik $z\geq 0$ yarimfazoning $z=0$ tekis sirtidan O_2z o‘q bo‘yicha (O_2 nuqta yarimfazoning tekis chegarasida yotadi) h masofada R radiusli sferik to‘siq (bo‘shliq yoki absolyut qattiq shar) O markazi joylashgan ($R<h$).

Vaqtning boshlang‘ich $\tau=0$ momentida sferik to‘siq sirtining old tomonida joylashgan nuqtasiga berilgan ψ_s potensial bilan (13) nostatsionar yassi ko‘ndalang (S-to‘lqin) to‘lqin fronti kelib urinadi. Bu sferik to‘siq markazidan o‘tuvchi Ox o‘q atrofida muhitning aylanma harakatini yuzaga keltiradi.

A masala. Sferik to‘siq (bo‘shliq) sirtida kuchlanish nolga teng, ya’ni erkin sirt.

$$(\sigma_{r\vartheta}+\sigma^*_{r\vartheta})\Big|_{r=R}=0, \qquad \sigma^*_{r\vartheta}=\sigma_{r\vartheta 0}+\sigma_{r\vartheta s}. \qquad (24)$$

B masala. Sferik to‘siq (qattiq shar) sirtida ko‘chish nolga teng

$$(u_\vartheta+u^*_\vartheta)\Big|_{r=R}=0, \qquad u^*_\vartheta=u_{\vartheta 0}+u_{\vartheta s}. \qquad (25)$$

Yarimfazoning yassi sirti kuchlanishdan holi, ya’ni erkin sirt

$$(\sigma_{z\vartheta}+\sigma^*_{z\vartheta})\Big|_{z=0}=0, \qquad \sigma^*_{z\vartheta}=\sigma_{z\vartheta 0}+\sigma_{z\vartheta s} \qquad (26)$$

yoki mutlaq qattiq sirt

$$(u_\vartheta+u^*_\vartheta)\Big|_{z=0}=0. \qquad (27)$$

Bu yerda u_x, u_z, $\sigma_{z\vartheta}$ va $\sigma_{r\vartheta}$ - lar ψ potensial tomonidan yuzaga keltirilgan ko‘chish va kuchlanish; u^*_x, u^*_z, σ^*_{zz} va σ^*_{zx} - φ_0 va φ_s potensiallar bilan aniqlanadigan yig‘indi ko‘chish va kuchlanish; «s» va «0» indekslar bilan tushuvchi va qaytuvchi yassi to‘lqinlarda kuchlanish – deformatsiya holatining komponentalari belgilangan.

Masalaning o‘qsimmetrikligini e’tiborga olib, muhitning harakati elastik ψ potensialga nisbatan (5) to‘lqin tenglamasi bilan tasvirlanadi. Boshlang‘ich shartlar – bir jinsli (6) va cheksizlikda to‘lqin (16) so‘nadi.

Masala Laplas integral almashtirishining tasvirlar fazosida cheksiz algebraik tenglamalar sistemasiga yechishga keltirilgan:

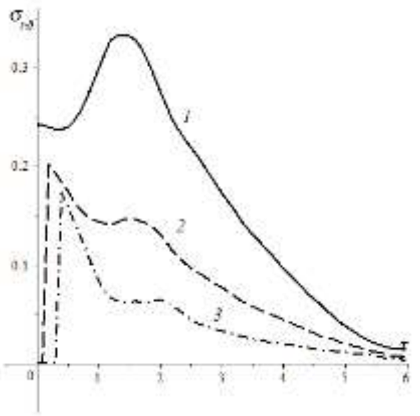
$$\mathbf{M}(s)\mathbf{A}(s)y^2+\mathbf{F}^{(1)}(s)\mathbf{A}(s)x+\mathbf{F}^{(2)}(s)\mathbf{A}(s)xy^2=\mathbf{q}_1(s)y+\mathbf{q}_2(s)xy+\mathbf{q}_3(s)y^3+\mathbf{q}_4(s)xy^3, \quad (28)$$

$$x=e^{-2h\gamma s}, \qquad y=e^{-\gamma s}.$$

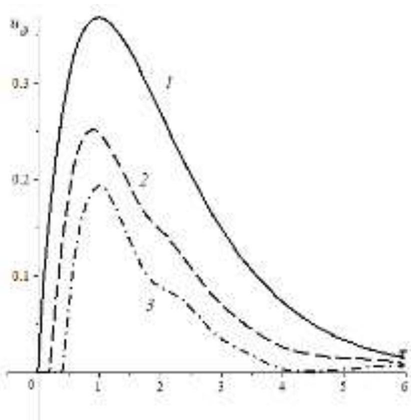
Suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-elastik muhit nuqtalaridagi ko‘chish vektori va kuchlanish tenzori komponentalari qatorlaring koeffitsiyentlari uchun formulalar topilgan.

Uchinchi bobning **3.4 qismida** oldingi paragraflarda o‘rganilgan murakkab sohalardagi nostatsionar to‘lqin jarayonlari uchun o‘tkazilgan hisoblash eksperementlarining natijalari chegaraviy sirtlarning muhitning kuchlanish-deformatsiya holatiga ta’sirining tahlili bilan keltirilgan.

Misol uchun 3.1 bo‘limda o‘rganilgan masala bo‘yicha qattiq sharning kerosin bilan to‘yingan qumloqli yarimfazoda nostatsionar buralishi natijasida muhit kuchlanish-deformatsiya holatining o‘zgarishini qaraymiz.



7-rasm.

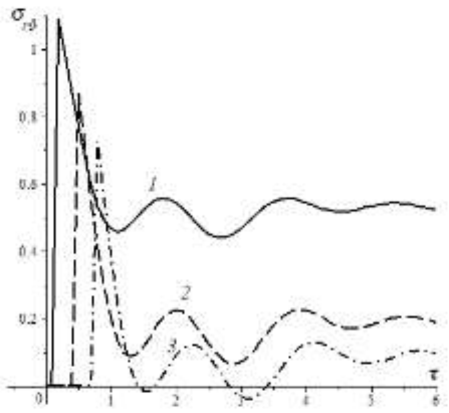


8-rasm.

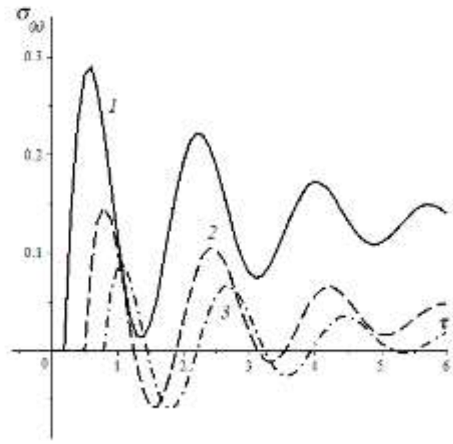
Bunda muhitga mos o‘lchovsiz miqdorlar $\beta=0.0088331$, $\gamma=1$, $\eta_1=0.8772$, $\chi=0.392$ teng va shar yarimfazoning yassi sirtidan $h=1.5$ masofada joylashgan.

Mutloq qattiq sharning nostatsionar buralishi $V(\tau,\theta)=\tau e^{-\tau}H(\tau)$ qonun bilan amalga oshiriladi. 7-rasmda yarimfazoning $r=1$, $\theta=\pi/4$ (1-egri chiziq), $r=1.2$, $\theta=\pi/4$ (2-egri chiziq), $r=1.4$, $\theta=\pi/4$ (3-egri chiziq) nuqtalarida $\sigma_{r\vartheta}$ kuchlanishning vaqt bo‘yicha o‘zgarishi tasvirlangan, u_ϑ ko‘chishning vaqt bo‘yicha o‘zgarishi yarimfazoning $r=1.0$, $\theta=\pi/4$ (1-egri chiziq), $r=1.2$, $\theta=\pi/4$ (2-egri chiziq) va $r=1.4$, $\theta=\pi/4$ (3-egri chiziq) nuqtalaridagi grafiklari 8-rasmda aks ettilgan.

Kerosin bilan to‘yingan qumloqli fazoda markazlari bir-biridan $l=3.5$ masofada joylashgan $R_1=1$ radiusli sferik bo‘shliq va $R_2=1.5$ radiusli qattiq sharni qaraymiz. Bunda ham o‘lchovsiz miqdorlar $\beta=0.0088331$, $\gamma=1$, $\eta_1=0.8772$, $\chi=0.392$ teng va sferik bo‘shliq sirtiga ta’sir etuvchi berilgan kuch Xevisayd $q(\tau,\theta)=q_0H(\tau)$, $q_0=1$ funksiyasi ko‘rinishida berilgan.



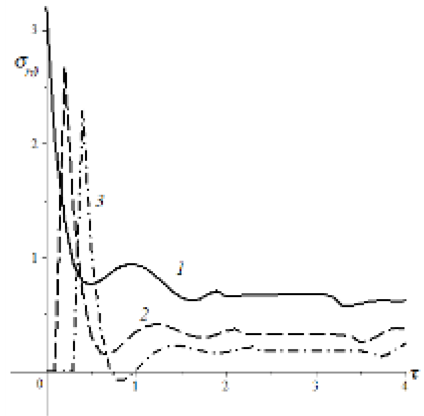
9-rasm.



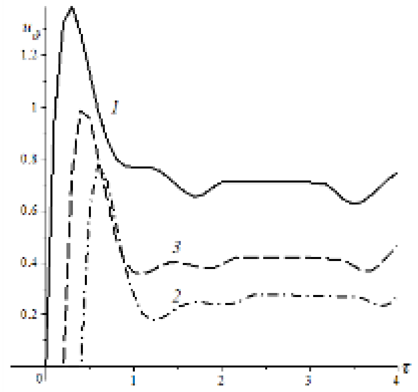
10-rasm.

Vaqt τ bo‘yicha o‘lchovsiz kuchlanish tenzorining $\sigma_{r_1\vartheta_1}$, $\sigma_{\theta_1\vartheta_1}$ komponentalaring grafiklari 9- va 10-rasmlarda keltirilgan. Rasmdagi grafiklar muhitning $r=1.2$, $\theta=\pi/4$ (1-egri chiziq), $r=1.5$, $\theta=\pi/4$ (2-egri chiziq) va $r=1.8$, $\theta=\pi/4$ (3-egri chiziq) nuqtalaridagi $\sigma_{\theta_1\vartheta_1}$, $\sigma_{\theta_1\vartheta_1}$ miqdorlar o‘zgarishini ifodalaydi.

3.3 paragrafdagi masalaga misol sifatida o‘lchovsiz parametrlari $\beta=0.0088331$, $\gamma=1$, $\eta_1=0.8772$, $\chi=0.392$ bo‘lgan kerosin bilan to‘yingan qumloqli yarimfazoda joylashgan qattiq sharda nostatsionar yassi ko‘ndalang to‘lqin difraksiyasini qaraymiz. Tushuvchi to‘lqin potensialida kuchlanish o‘zgarishini ifodalovchi funksiya-Xevisayd birlik funksiyasi ko‘rinishida olingan.



11-rasm.



12-rasm.

11-rasmda vaqt bo‘yicha $\sigma_{r\vartheta}$ kuchlanishning $r=1$, $\theta=\pi/4$ (1-egri chiziq), $r=1.5$, $\theta=\pi/4$ (2-egri chiziq) va $r=2.0$, $\theta=\pi/4$ (3-egri chiziq) nuqtalardagi o‘zgarishi grafiklari keltirilgan. 12-rasmda esa vaqt bo‘yicha u_ϑ ko‘chishning ham mos ravishda yuqoridagi nuqtalardagi o‘zgarishi grafiklari berilgan.

Uchinchi bobning 3.5 bo‘limi hisoblash tajribalarini o‘tkazish dasturlar majmuasini yaratish hamda uning axborot ta’minotini tashkil etishga bag‘ishlangan. Matematik modellar va ishlab chiqilgan algoritmlar asosida suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak muhitda to‘lqin tarqalish jarayonining asosiy ko‘rsatkichlarini hisoblash dasturiy ta’minot ishlab chiqilgan. Foydalanuvchi uchun dasturdan foydalanishda zarur bo‘ladigan dastlabki ma’lumotlar va hisoblash jarayoni bo‘yicha tavsiyalar ishlab chiqilgan. Dasturlar majmuasining bloklari va modullari orasidagi bog‘lanishlarni ifodalovchi funksional sxema ishlab chiqilgan. Dastur foydalanuvchisi bir koordinata sirtlari va turli koordinata sirtlari bilan chegaralangan sohalarda dinamik masalalarni yechishda asosiy ko‘rsatkichlar bo‘yicha turli hisoblash tajribalarini o‘tkazish va kompyuterda olingan natijalar asosida turli tahlillar, shuningdek, bashorat qilish va tadqiqotlar bajarish imkoniyatiga ega bo‘ladi. Dasturlar majmuasi Maple dasturlash tilida yaratilgan.

EHM tipi: Intel (R) Pentium CPU N3700 1.60 GHz 1.60 GHz, ОЗУ 4.00 Gb

Programma talab qiladigan xotira: 34 КВ

XULOSA

“Sferik to‘siqli bir bog‘lamli va ikki bog‘lamli g‘ovak-elastik sohalarda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin jarayonlarini modellashtirish va sonli tadqiq qilish” mavzusidagi dissertatsiya ishining natijalari quyidagilardan iborat:

1. Suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-izotropik muhitlarning bir koordinata sistemasi sirtlari bilan chegaralangan sohalarda nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin jarayonlariga mos matematik modellari tuzilgan va jarayonlar o‘rganilgan;

2. Suyuqlik bilan to‘yingan g‘ovak-izotropik muhitlarning turli koordinata sistemalari sirtlari bilan chegaralangan sohalarda nostasionar ko‘ndalang to‘lqin jarayonlari mos matematik modellari tuzilgan va ular nostatsionar to‘lqin jarayonlarini tadqiq etishda foydalanilgan;

3. Bir koordinata sistemasi sirtlari hamda turli koordinata sistemalari sirtlari bilan chegaralangan chegaralangan sohalar uchun o‘qsimmetrik masalalar yechish metodi ishlab chiqilgan. Bu metod vaqt bo‘yicha Laplas integral almashtirishlari va Gegenbauer ko‘phadlari bo‘yicha umumlashgan Furye qatoriga yoyish bilan to‘liq bo‘lmagan o‘zgaruvchilarni ajratish usuliga asoslangan.

4. Bessel funksiyalari uchun qo‘shishi teoremasidan foydalanilib, bir sferik sistemadan ikkinchi sferik sistemaga o‘tish amalga oshirilgan. Masalalar Laplas almashtirishlarining tasvirlar fazosida cheksiz algebraik tenglamalar sistemasini yechishga keltirilgan. Bu sistemaning yechimini eksponentalar bo‘yicha cheksiz qator shaklida izlanishi qator koeffitsiyentlariga nisbatan rekurrent munosabatlarni topishga olib keladi. Rekurrent munosabatlar esa cheksiz sistemani yechishda reduksiya metodidan foydalanmaslik imkonini beradi hamda bu munosabatlar qator koeffitsiyentlarini Laplas almashtirishlari parametrining ratsional funksiya-lari sifatida aniqlashga olib keladi. Bu esa ularning originallarini qoldiqlar nazariyasi yordamida juda sodda hisoblashga imkon beradi;

5. Turli koordinatalarli sistemalarning sirtlari bilan chegaralangan sohalarning har xil geometrik variantlari: sferik qo‘yilma bilan yarimfazo, ikki sferik qo‘yilma bilan butun fazo va fazoda konsentrik sferik sirtlar bilan chegaralangan sohalar uchun masalalar batafsil o‘rganilgan. Ularda chegaraviy shartlarning har xil tiplari qaralgan;

6. Yarimfazoda sferik qo‘yilma bilan to‘lqin tarqalish va difraksiyasi masalalarida yarimfazoning tekis sirtidan ko‘ndalang to‘lqin qaytishini ta’minlovchi chegaraviy shartlar sinfi olingan;

7. Umumlashgan Furye qatoridan keraklicha sondagi hadlar yig‘indisini olish imkoni bilan taqdim qilgan analitik metod asosida sonli hisoblashlar algoritmi ishlab chiqilgan va amalga oshirilgan va mos parametrik tadqiqotlar o‘tkazilgan;

8. Olingan sonli natijalar tahlili asosida chegaraviy sirtlarining muhitlarning kuchlanish-deformatsiya holatiga ta’siri aniqlangan va manbadan uzoqlashgan nuqtalarda nostatsionar to‘lqinlarning so‘nishi bilan statsionar holatga o‘tishi o‘rganilgan.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.02
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЁНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА

КАРШИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МУСУРМОНОВА МАЪМУРА ОМАН КИЗИ

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ОДНОСВЯЗНЫХ И ДВУСВЯЗНЫХ ПОРИСТО-УПРУГИХ ОБЛАСТЯХ СО СФЕРИЧЕСКИМ ПРЕПЯТСТВИЕМ

05.01.07 – Математическое моделирование. Численные методы и комплексы программ (физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Ташкент – 2025

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан за № B2021.2.PhD/T2285.

Диссертация выполнена в Каршинском горсударственном университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://ik-fizmat.nuu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» по адресу (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Жураев Гайрат Умарович**, доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Полатов Асхад Мухамеджанович**, доктор физико-математических наук, профессор
	Кудратов Султон Гуломович, кандидат физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	**Нукусский государственный технический университет**

Защита диссертации состоится «20» июня 2025 года в 16^00 часов на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 при Национальном университете Узбекистана (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за № 96). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «5» июня 2025 года.

(протокол рассылки № 2 от «22» апреля 2025 года)

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

М.М.Арипов
Председатель Научного совета по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., профессор

З.Р.Рахмонов
Ученый секретарь Научного совета по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., профессор

А.С.Матякубов
Председатель научного семинара при Научном совете по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., доцент

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научные и практические исследования, проводимые во всем мире, зачастую сосредоточены на математическом и численном изучении процессов распространения и дифракции волн в пористо-упругих средах, насыщенных жидкостями. Проектирование сейсмических микроскважин, изучение прочности надземных и подземных сооружений, выявление нефтяных пластов в практике разведочной геофизики, подбор парамет волновых движений на нефтяных и газовых месторождениях, а такж научное изучение распространения волн в пористо-упругих средах, определяющее решение практических задач геофизики, являются объектами исследований в таких областях, как математическая физика, механика сопредельных сред, гидродинамика, математическое моделирование. Поэтому изучение волновых процессов в различных средах и телах, разработка алгоритмов решения задач и создание комплекса программных средств, характеризующих задачи нестационарного распространения волн и их дифракции, остаются одной из важных и актуальных задач прикладной математики. Построение математических моделей, описывающих процессы распространения и дифракции нестационарных волн в сложных областях насыщенных жидкостью пористо-упругих сред, численное решение соответствующих начально-краевых задач и их анализ широко применяются в сейсмологии, геофизике, идентификации нефтяных пластов, выборе параметров волновых движений на нефтяных и газовых месторождениях, проектировании сейсмических процессов. Поэтому построение математических моделей и разработка алгоритмов численного решения, описывающих распространение волн в пористо-упругой среде, насыщенной жидкостью, является актуальным и целенаправленным научным исследованием.

В нашей стране большое внимание уделяется таким актуальным направлениям, как разработка аналитико-приближенных методов решения и численных методов решения задач в областях математической физики, механики, экономики и энергетики, которые являются научным и практическим применением фундаментальных наук. В частности, особое внимание было уделено численно-аналитическому решению задач, связанных с исследованием нестационарных процессов распространения волн в многозвенных сложных областях с практическим применением уравнений распространения волн из уравнений математической физики. В то же время были достигнуты значительные результаты в построении математической модели нестационарных волновых процессов в сплошных средах, когда поверхности, разграничивающие область, принадлежат одной системе координат и численном решении. Проведение научных исследований на уровне международных стандартов по таким приоритетным направлениям, как «функциональный анализ, алгебра, дифференциальные уравнения, математическая физика, математическое моделирование, вычислительная математика и дискретная математика, теория вероятностей и математическая статистика» является одной из основных задач в деятельности института математики им. В.И.Романовского АН РУз[1]. Для обеспечения выполнения постановления важно улучшить развитие математического моделирования нестационарных волновых процессов в пористых средах, совершенствование методов аналитического и численного решения системы динамических уравнений пористо-упругих сред, насыщенной жидкостью.

Данное диссертационное исследование, в определенной степени служит решению задач, обозначенных в Указе Президента Республики Узбекистан №-УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», в Постановлениях №-ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», №-ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», №-ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», №ПП-4708 от 07 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики», а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области деятельности.

Связь исследования с приоритетными направлениями развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Распространение и дифракция нестационарных волн в сплошных средах можно моделировать относительно перемещений, напряжений и потенциалов. При аналитическо-приближенном и численном решении этих задач широко используются метод неполного разделения переменных, конечно-разностный вариационный метод, метод конечных элементов, метод конечных разностей, метод граничных элементов и другие методы. Эти методы широко рассматриваются в работах многих ученых таких, как А.Г.Горшкова, А.Н.Гузь, В.Кабулова, Т.Буриева, М.Мирсаидова, К.Султанова, Ф.Бадалова, М.Арипова, И.Мирзаева, Р.Алоева, Н.Равшанова, Б.Курманбоева, А. Халджигитова, А.Полатова и др.

Изучение волновых процессов в насыщенных пористо-упругих средах началось с работ Ю.И.Френкеля. В 50–60-х годах М.Био (M.Biot)

---

[1] Постановление Президента Республики Узбекистан № ПП–4708 «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики» от 07 мая 2020 года.

представил модель решения задачи об уравнении распространения звуковых волн в газонасыщенной пористой среде в одномерном приближении. Процессы преломления и отражения упругих волн на границе раздела двух пористых сред, насыщенных жидкостью с различными свойствами, изучались в работах Л.Я.Косачевского, J. Geertsm'a. и P. S. Smith'a, H. Deresiewicz'a и J.T,Rice'a, Д.Уайта, Н.Г.Михайловой и Ф.М.Ляховицкого. Т.У.Артиковым и А.Р.Хужаевым получены решения ряда задач об отражении и преломлении плоских гармонических волн на криволинейной границе раздела насыщенных пористых сред, а также задач о распространении упругих волн в слоистых средах с криволинейными границами раздела.

Осесимметричные задачи распространения плоских, сферических и цилиндрических волн в двухкомпонентных упругих и насыщенных пористо-упругих средах рассматривались в научных исследованиях Х.А.Рахматулина, Я.Саатова, И. Г.Филиппова и Т. У.Артыкова.

В настоящее время в Узбекистане математическое моделирование процессов, описываемых с помощью уравнений математической физики, их численные и приближенные решения изучаются М.М.Ариповым, Н.Равшановым, Х.Х.Имомназаровым, Н.М.Жабборовым, Р.Д.Алоевым, А.М.Полатовым, И.К.Хужаевым, А.Хайдаровым, Ф.Нуралиевым, Г.У.Жураевым, А.Э.Холмурадовым, Ш.А.Садуллаевой, Э.Ш.Назировой, З.Р.Рахмоновым, А.С.Матякубовым и другими учеными.

Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в соответствии с планом НИР «Исследование нестационарных волновых процессов в двусвязных областях сплошных сред» Каршинского государственного университета.

Цель исследования является математическое моделирование процессов распространения и дифракции нестационарых поперечных волн в односвязных и двухсвязных областях пористо-упругих сред со сферическим препятствием и создание комплекса программ на основе разработки эффективных алгоритмов решений задач.

Задачи исследования:

построение математической модели процесса нестационарного распространения поперечных волн в односвязных и двусвязных пористо-упругих средах со сферическим препятствием;

разработка алгоритма решения задачи, подходящей для процесса распространения нестационарной поперечной волны в односвязной области пористо-упругой среды;

разработка алгоритма решения задачи, подходящей для процесса распространения нестационарной поперечной волны в двусвязной области пористо-упругой среды, когда поверхности, ограничивающие принадлежат разным системам координат;

создать комплекс программ для анализа процесса распространения волн в пористой упругой среде на основе разработанных алгоритмов и получить численные результаты;

исследование влияния граничных поверхностей на напряженно-деформированное состояние окружающей среды.

Объектом исследования являются математическое моделирование нестационарных волновых процессов в насыщенной жидкостью пористо-упругой среде в сложных областях со сферическим препятствием.

Предметом исследования являются математическое моделирование динамических процессов распространения нестационарных поперечных волн в насыщенной пористой среде, разработка комплексных программ на основе эффективных алгоритмов для численных расчётов.

Методы исследования. В диссертации использованы обобщенный метод Фурье неполного разделения переменных решения уравнений математической физики в пространстве изображений интегрального преобразования Ласласа во времени, теорема сложения для функций Бесселя в переходе от одной координаты к другой, решение системы линейных бесконечных алгебраических уравнений с использованием бесконечных рядов, рекуррентных соотношений и теория вычетов теории комплексных переменных в переходе из пространств изображений в оригиналы.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

построена математическая модель, состоящая из дифференциального уравнения с частными производными, описывающего процессы распространения нестационарных поперечных волн в односвязных и двусвязных областях сред со сферическим препятствием пористо-упругих сред;

получены решения задач в пространстве изображений, соответствующие процессу распространения поперечной нестационарной волны в односвязных областях пористо-упругой среды;

получены решения задач в пространстве изображений, соответствующих процессу распространения поперечной нестационарной волны в двусвязных областях пористо-упругой среды, когда ограничивающие поверхности не принадлежат одной системе координат;

разработан алгоритм решения задачи, подходящий для процесса распространения поперечной нестационарной волны в односвязной области со сферическим препятствием пористо-упругой среды;

разработан алгоритм решения задачи, подходящий для процесса распространения поперечной нестационарной волны в двусвязной области пористо-упругой среды, когда ограничивающие поверхности не принадлежат одной системе координат;

на основе разработанных алгоритмов создан комплекс программ для анализа процесса распространения волн в пористо-упругой среде и получены численные результаты;

Определено влияние граничных поверхностей на напряженно-деформированное состояние среды, то есть установлено, что многократное отражение волн от поверхностей, ограничивающих среду, приводит к изменению напряженно-деформированного состояния среды.

Практические результаты исследования заключаются в следующим:

результаты распространения и дифракции нестационарных поперечных волн могут быть использованы при проектировании различных конструкций и сооружений, выдерживающих воздействия землетрясений и ударных нестационарных поперечных волн;

создан комплекс программ численных расчетов решений начально-краевых задач для нестационарных процессов в пористо-упругой среде.

Достоверность результатов исследования. Полученные результаты в диссертации обосновываются корректностью полученной в диссертации математической модели, использованием достоверной модели сплошных сред, использованием многократно проверенных математических аппаратов, использованием математически обоснованных методов в поиске решения, совместимостью результатов и выводы, полученные в конкретных случаях с известными решениями.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость результатов исследования обосновывается с решением новых задач для сложных областей, важных в теории математи-ческого моделирования и с результатами численных экспериментов.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что полученные результаты могут найти применение при расчетах устойчивости и сейсмостойкости конструкций и зданий в научно-исследовательских институтах и проектных организаций.

Внедрение результатов исследования. На основе полученных научных результатов по моделированию и численному исследованию нестационарных поперечных волновых процессов в односвязных и двусвязных пористо-упругих областях со сферическим препятствием:

линейные математические модели процессов дифракции волн в областях, ограниченных поверхностями различных систем координат в пористо-упругих средах и значения аналитического решения использовались в проекте ОТ-Atex-2018-340-"Теоретические и численные исследование практических геофизических вопросов динамики двухскоростных сред» (справка № 04/146 Каршинского государственного университета от 30 января 2025 года). Применение научных результатов позволило проанализировать численные результаты, полученные с помощью полученных моделей и алгоритмов решения начально-краевых задач для гиперболических уравнений и программного обеспечения, а также оценить численные экспериментальные испытания;

Для обеспечения сейсмостойкости и сейсмической безопасности зданий в сейсмомикрорайонировании использован из научных результатов такие, как поперечное перемещение $u_{\vartheta,max}$=0,58m и напряжение $\sigma_{r\vartheta,max}$=6,2MPa, $\sigma_{\theta\vartheta,max}$=2,05MPa в близких к поверхности земли точкахпри распространении нестационарной поперечной волны от сферической преграды в анализе и оценке параметров результатов фундаментальных исследований по теме «Разработка количественных моделей, оценивающих техногенное напряжен-ное и деформированное состояние локальных сейсмически активных тектонических разломов земной коры», выполнение которой предусмотерно на 2020-2024 годы в Институте сейсмологии (справка Академии наук Республики Узбекистан от 14 мая 2024 года № 2/1255-1056). Применение научных результатов позволило спроектировать конструкции, устойчивые к воздействию нестационарных волновых процессов у поверхности земли.

Апробация результатов исследования. Результаты исследования обсуждались на 16 научно-практических конференциях, в том числе 13 международных и 3 республиканской научно-практической конференции.

Публикация результатов исследования. По теме исследования опубликовано 25 научных работ, из них 9 статей опубликовано в научных изданиях, в том числе в 3 зарубежном и 6 республиканских журналах, в которых рекомендовано к публикации основные научные результаты докторских диссертаций ВАК Республики Узбекистан. А также получено 3 авторское свидетельство на созданные программные продукты для ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложений. Объем диссертации составляет 105 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность и восстребованность темы диссертации, определены соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики, изложена степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, обоснована достоверность полученных результатов, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования и об опубликованных работах, а также о структуре диссертации.

Первая глава диссертации, под называнием «Динамические соотношения теории пористо-упругих сред, насыщенных жидкостью» посвящена уравнению движения и динамическим соотношениям для описания распространения нестационарных волн в пористо-упругих средах, насыщенных жидкостью. Дан краткий обзор литературы. Приведены основные соотношения без учета диссипативных сил. Даны граничные условия взаимодействия ударных волн с препятствиями и постановка задач для сложных областей. Представлены некоторые свойства функций Бесселя и ортогональных полиномов Гегенбауэра, используемых при решении нестационарных задач, а также даны теоремы о сложении для функций Бесселя и о конечности оригинала бесконечного ряда по экспонентам в пространстве интегральных преобразований Лапласа.

Вторая глава диссертации называется «**Нестационарные попереч-ные волновые процессы в областях, ограниченных поверхностями одной системы координат**», в которой даны уравнения движения среды, приведен-ные в первой главе, исходя из граничных условий, являются односвязными и только одна сферическая (r, θ, ϑ) координата посвящена исследованию нестационарных задач для областей, ограниченных поверхностями, принадлежащими системе. Начальная точка этой сферической системы координат находится в центре между концентрическими сферическими поверхностями.

В **п. 2.1 второй главы** изучались нестационарные поперечные волновые процессы в сферическом слое, ограниченном между концен-трическими сферическими поверхностями соответственно с внутренним R_1 и внешним R_2 $(R_1 < R_2)$ радиусами насыщенной пористо-упругой среды, в которых получены формулы для компонент тензора перемещений и напряжений в точках окружающей среды. В начальный момент времени $\tau = 0$ сферический слой покоится.

Задача **A**. На внутреннюю поверхность сферического слоя приложена осесимметричная (ϑ не зависящая от угла) приложенная поверхностная сила $q(\tau, \theta)$, которая образует вращение среды вокруг оси, проходящей через центр сферы:

$$\sigma_{r\vartheta}\big|_{r=R_1} = q(\tau, \theta). \tag{1}$$

Задача **B**. На внутренней поверхности слоя задано касательное перемещение $V(\tau, \theta)$:

$$u_{\vartheta}\big|_{r=R_1} = V(\tau, \theta). \tag{2}$$

Внешняя поверхность слоя представляет собой свободную поверхность $\sigma_{r\vartheta}\big|_{r=R_2} = 0$

(3)

или смещение равно нулю

$$u_{\vartheta}\big|_{r=R_2} = 0. \tag{4}$$

Движение среды относительно потенциала ψ описывается волновым уравнением:

$$\gamma^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} = \Delta\psi - \frac{\psi}{r^2 \sin^2\theta}, \qquad \Delta = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta}\right) \tag{5}$$

Условия - однородные

$$\psi\big|_{\tau=0} = \dot{\psi}\big|_{\tau=0} = 0. \tag{6}$$

Начально-краевая задача (1) - (6) решается методом интегральных преобразований Лапласа по времени τ (L обозначается преобразование преобразований, и s параметр преобразований) и разделения неполных переменных. В пространстве образов ψ^L описываем потенциал, компоненту вектора u_ϑ^L перемещений и $\sigma_{r\vartheta}^L$ компоненту тензора напряжений в виде бесконечных рядов ортогональных полиномов Гегенбауэра $C_{n-1}^{3/2}(\cos\theta)$.

В этом случае постановка начально-краевой задачи (1) - (6) относительно коэффициентов бесконечных рядов приводит к следующему виду:

$$\sigma_{r\vartheta n}^L\Big|_{r=R_1} = q_n^L(s), \qquad \text{или} \qquad u_{\vartheta n}^L\Big|_{r=R_1} = V_n^L(s), \tag{7}$$

$$\sigma_{r\vartheta n}^L\Big|_{r=R_2} = 0, \qquad \text{или} \qquad u_{\vartheta n}^L\Big|_{r=R_2} = 0, \tag{8}$$

$$\gamma^2 s^2 \psi_n^L = \Delta_n \psi_n^L . \tag{9}$$

В пространстве изображений решение уравнения (9) ограничено в представлении.

$$\psi_n^L(r,s) = \frac{1}{\sqrt{r}} A_n^L(s) K_{n+1/2}(r\gamma s) + \frac{1}{\sqrt{r}} B_n^L(s) I_{n+1/2}(r\gamma s), \tag{10}$$

Здесь $I_{n+1/2}(x)$ и $K_{n+1/2}(x)$ – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода соответственно; $A_n^L(s)$ и $B_n^L(s)$ являются неизвестными функциями параметра s.

Удовлетворив граничным условиям (7) и (8) с полученными выражениями, используя взаимную связь перемещений и напряжений и связи перемещений через потенциалы, бесконечную алгебраическую в пространстве образов интегральной подстановки Лапласа приходим к систему уравнений и запишем ее в виде системы матричных уравнений:

$$\begin{cases} \mathbf{MA}y^2 + \mathbf{F}_1\mathbf{B} - \mathbf{F}_2\mathbf{B}y^2 = \mathbf{k}y \\ \mathbf{NA}x^2 + \mathbf{T}_1\mathbf{B} - \mathbf{T}_2\mathbf{B}x^2 = 0 \end{cases} \tag{11}$$

$$\mathbf{k}(s) = \left\| k_1(s), k_2(s), \ldots \right\|^T, \qquad \mathbf{A}(s) = \left\| A_1^L(s), A_2^L(s), \ldots \right\|^T, \qquad \mathbf{B}(s) = \left\| B_1^L(s), B_2^L(s), \ldots \right\|^T,$$

$$x = e^{-R_2\gamma s}, \qquad y = e^{-R_1\gamma_3 s}.$$

Здесь $\mathbf{F}_i$, $\mathbf{T}_i$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{N}$ - бесконечные диагональные матрицы, элементами которых являются $F_{in}(s)$, $T_{in}(s)$ $(i=1,2)$, $M_n(s)$, $N_n(s)$ соответственно.

Решение системы уравнений (11) в виде бесконечного ряда по экспонентам:

$$\mathbf{A} = \sum_{i,j=0}^{\infty} \mathbf{a}_{ij}(s) x^i y^{-j-1}, \qquad \mathbf{B} = \sum_{i,j=0}^{\infty} \mathbf{b}_{ij}(s) x^i y^{-j-1} \tag{12}$$

$$\mathbf{a}_{ij}(s) = \left\| a_{ij}^{(1)}(s), a_{ij}^{(2)}(s), \ldots \right\|^T, \qquad \mathbf{b}_{ij}(s) = \left\| b_{ij}^{(1)}(s), b_{ij}^{(2)}(s), \ldots \right\|^T.$$

Из (12) бесконечных рядов и системы матричных уравнений (11) получаем рекуррентные соотношения и начальные условия для коэффициентов $a_{ij}^{(n)}(s)$, $b_{ij}^{(n)}(s)$, $(n=1,2,\ldots)$. Эти рекуррентные соотношения позволяют определять функции $\mathbf{a}_{ij}(s)$, $\mathbf{b}_{ij}(s)$ через рациональные функции параметров интегральных преобразований Лапласа s. Это позволяет получить коэффициенты рядов перемещений и напряжений в виде рациональных функций и найти их оригиналы с помощью теории вычетов.

Получены аналитические формулы для перемещений и напряжений в точках сферического слоя. Оригиналы этих выражений легко находятся с помощью теории вычетов, и они дают решение проблемы рядов в терминах ортогональных многочленов Гегенбауэра.

В **п. 2.2 второй главы** исследуется более сложная задача, т. е. построена математическая модель нестационарных волновых процессов распростра-нения поперечных волн от однородной изотропной толстостенной сферической оболочки, ограниченной концентрическими сферическими поверхностями с внутренним и внешним радиусами соответственно R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$) в неограниченном пористо-упругом пространстве, насыщенном жидкостью и разработан алгоритм решения. И здесь раскладываются заданная и искомые функции в бесконечные ряды по ортогональным многочленам Гегенбауэра, в пространстве интегральных преобразований Лапласа по времени задача сводится в систему бесконечных алгебраических уравнений типа (11). Получены точные выражения для компонент вектора смещения и тензора напряжений в точках толстой сферической оболочки и окружающей среды.

Параграф 2.3 второй главы посвящен исследованию процесса дифракции нестационарных плоских поперечных волн на сферической преграде (полость или жесткий шар) радиусом R, расположенной в пористо-упругом пространстве с математическим моделированием.

В начальный момент $\tau = 0$ времени к лобой точке сферического препятствия касается фронт нестационарной плоской поперечной волны (S-волны) с заданном потенциалом ψ_s, что образует вращательное движение среды вокруг оси Ox

$$\psi_s(r,\theta,\tau) = f[\tau + \gamma(r\cos\theta - R)]H[\tau + \gamma(r\cos\theta - R)], \qquad (13)$$

Здесь $f(\tau)$ - заданная функция; а $H(\tau)$ - функция Хевисайда.

Задача **A**. На поверхности сферической полости напряжение равно нулю, т.е. свободная поверхность

$$(\sigma_{r\vartheta} + \sigma_{r\vartheta s})\big|_{r=R} = 0, \qquad (14)$$

что соответствует полости.

Задача **B**. На поверхности жесткого шара смещение равно нулю

$$(u_{\vartheta} + u_{\vartheta s})\big|_{r=R} = 0. \qquad (15)$$

В этом случае поверхность препятствия – жесткая поверхность, что соответствует жесткому шару. $u_{\vartheta s}$ и $\sigma_{r\vartheta s}$ - компоненты перимещения и тензор напряжения, определяемые с заданным потенциалом ψ_s; с индексом «s»

обозначены компоненты напряженно-деформированное состояние среды, определяемые с наступающей волной.

С учетом осесимметричности задачи движение среды относительно упругого потенциала ψ описывается волновым уравнением (5). Начальные условия – однородные (6).

На бесконечности отсутствует волна

$$\lim_{r\to\infty}\psi = 0. \qquad (16)$$

В пространстве интегральных преобразований Лапласа по времени получены выражения для коэффициентов искомых функций бесконечных рядов по ортогональным полиномам Гегенбауэра в виде рациональных функций. Это позволяет нам использовать теорию вычётов для поиска их оригиналов. Получены точные формулы для компонент вектора перемещений и тензора напряжений.

В пространстве интегральных преобразований Лапласа по времени получены выражения для коэффициентов искомых функций бесконечных рядов по ортогональным полиномам Гегенбауэра в виде рациональных функций. Это позволяет нам использовать теорию вычётов для поиска их оригиналов. Получены точные формулы для компонент вектора перемещений и тензора напряжений.

В **параграфе 2.4** второй главы представлены результаты численных экспериментов, основанных на решениях задач, изложенных в параграфах главы. Числовые значения представляются в виде графиков в виде изменения величин во времени.

Результаты численных экспериментов представлены в виде графиков изменения компонент $\sigma_{\theta\vartheta}$ тензора напряжения и u_ϑ вектора смещения по безразмерному времени τ. В качестве пористо-упругой среды принят песча-ник насыщенный керосином ($\beta_0 = 0.26$, $\rho_s = 2600\ kg/m^3$, $\rho_f = 820\ kg/m^3$, $A = 0.4026\cdot 10^9$ Pa, $N = 0.2493\cdot 10^9$ Pa, $R = 0.0672\cdot 10^9$ Pa, $Q = 0.0295\cdot 10^9$ Pa), которому соответствуют следующие безразмерные параметры $\eta_1 = 0.8772$, $\chi = 0.392$, $\gamma = 1.0$, $\beta_3 = 0.008833$.

В качестве закона изменения нагрузки по времени выбиралась функция Хевисайда $q(\tau,\theta) = q_0 H(\tau)$, $q_0 = 1$, а внутренний и внешний радиусы сферического слоя приняты равными значениям $R_1 = 1$, $R_2 = 2.5$ соответственно. Числовые результаты получены с учетом семи членов рядов по полиномам Гегенбауэра.

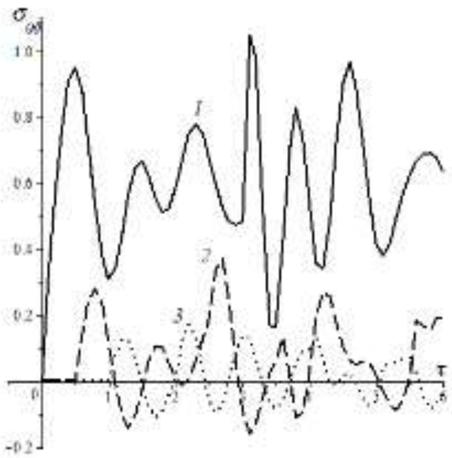


Рис. 1.

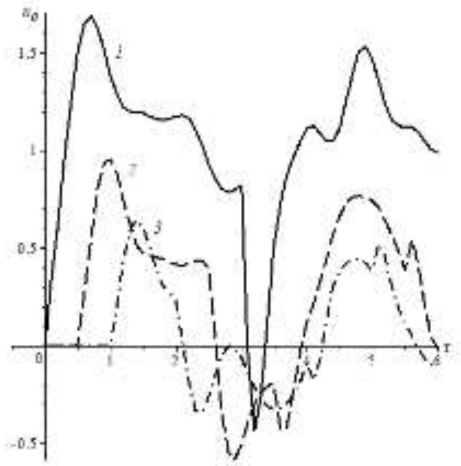


Рис. 2.

На рис. 1 показано изменение напряжения $\sigma_{\theta\vartheta}$ в разных точках слоя во времени: $r = 1$, $\theta = \frac{3\pi}{4}$ (кривая 1), $r = 1.5$, $\theta = \frac{3\pi}{4}$ (кривая 2) и $r = 2.0$, $\theta = \frac{3\pi}{4}$ (кривая 3).

На рис. 2 представлены графики изменения во времени компоненты вектора смещения u_ϑ в различных точках сферического слоя: $r = 1$, $\theta = \frac{3\pi}{4}$ (кривая 1), $r = 1.5$, $\theta = \frac{3\pi}{4}$ (кривая 2) и $r = 2.0$, $\theta = \frac{3\pi}{4}$ (кривая 3).

Рассматривается распространение нестационарных поперечных волн от толстостенной оболочки известкового шпата с физическими характерис-тиками $E = 0.89 \cdot 10^4$ МПа, $\nu = 0.243$, $\rho = 2850\ кг/м^3$, а также внутренним и внешним радиусами $R_1 = 1$, $R_2 = 2.5$ в пространстве песчаника, насыщенного керосином следующими безразмерными параметрами $\beta_1 = 0.0974$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 0.0088331$, $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = 3.3$, $\kappa = 0.321$, $\eta_1 = 0.8772$, $\chi = 0.392$. Здесь тоже в качестве закона изменения заданной нагрузки по времени выбиралась функция Хевисайда $q_1(\tau, \theta) = q_0 H(\tau)$, $q_0 = 1$.

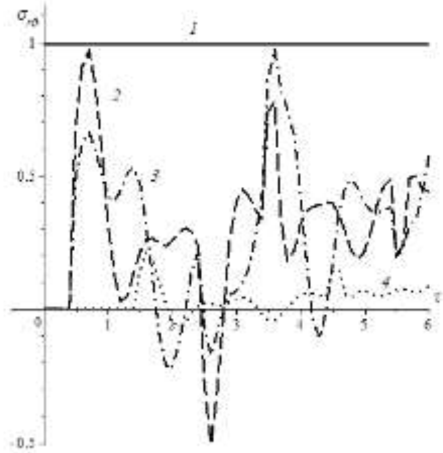


Рис. 3.

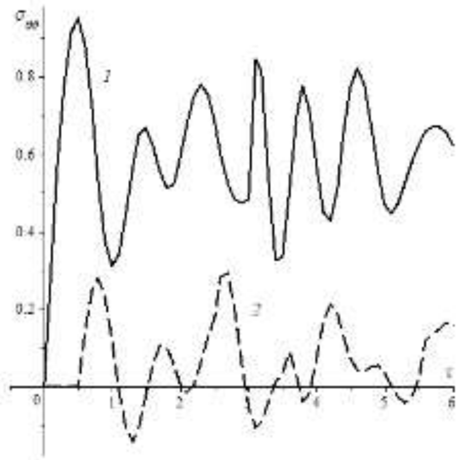


Рис. 4.

На рис. 3 представлены графики изменения тангенциального $\sigma_{r\vartheta}^{(1)}$ напряжения по времени в точках толстостенной оболочки: $r=1$, $\theta=\pi/4$ (кривая 1), $r=1.5$, $\theta=\pi/4$ (кривая 2) $r=1.5$, $\theta=\pi/2$ (кривая 3) и $r=2.5$, $\theta=\pi/4$ (кривая 4). Графики, приведенные на рис. 4, демонстрируют изменение компоненты $\sigma_{\theta\vartheta}^{(1)}$ напряжения в точках толстостенной оболочки: $r=1$, $\theta=\pi/4$ (кривая 1), $r=1.5$, $\theta=\pi/4$ (кривая 2).

Например, рассмотрим дифракцию нестационарной плоской поперечной волны в твердом шаре с безразмерными параметрами $\beta=0.0088331$, $\gamma=1$, $\eta=0.8772$, $\chi=0.392$ в пространстве песчаника, насыщенного керосином. Функция, представляющая изменение потенциала падающей волны, получена в виде единичной функции Хевисайда.

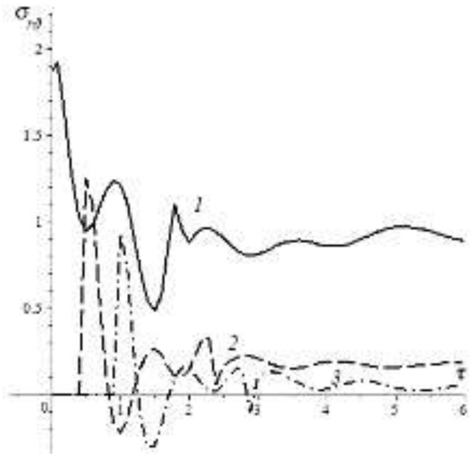


Рис. 5.

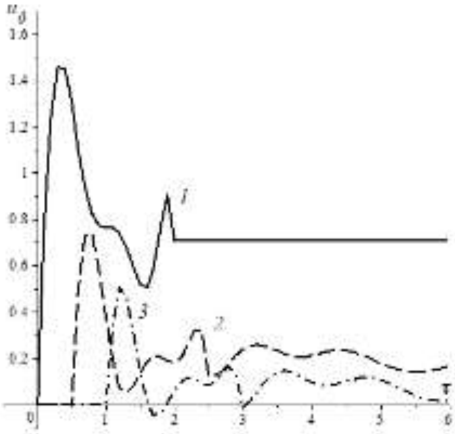


Рис. 6.

На рис. 5 представлены графики изменения напряжения $\sigma_{r\vartheta}$ во времени в точках $r=1$, $\theta=\pi/4$ (кривая 1), $r=1.5$, $\theta=\pi/4$ (кривая 2) и $r=2.0$, $\theta=\pi/4$ (кривая 3). На рис. 6 представлены графики изменения перемещения u_ϑ во времени в указанных выше точках соответственно.

В третьей главе диссертации с названием «**Нестационарные попереч-ные волновые процессы в областях, ограниченных поверхностями различных систем координат**» расмотрены более сложные вопросы относительно вопросов, изученных в предыдущей главе. Она посвящена изучению задач распространения и дифракции нестационарного поперечного волн в двусвязных областях, ограниченных поверхностями принадлежащих разных координатных систем.

В параграфе 3.1 третьей главы расмотрены моделирование процессов распространения нестационарных поперечных волн от сферического включения (полости или шара) радиуса R, расположенной на расстоянии h от плоской поверхности пористо-упругое полупространство, насыщенное жидкостью и разработан алгоритм решения задачи. В этом случае центр O сферического включения радиуса R расположен на глубине h от плоскости $z=0$ на оси O_2z (точка O_2 лежит на границе полупространства) в линейно-однородном изотропном пористо-упругом полупространстве $z \ge 0$ ($R < h$).

Задача **A**. В случае полости к поверхности приложена осесимметричная заданная касательная поверхностная нагрузка $q(\tau, \theta)$ (1), что образует вращательное движение среды вокруг оси, проходящей через центр полости.

Задача **B**. На поверхности шара задано касательное перемещение $V(\tau, \theta)$ (2).

С учётом осевой симметрии задачи движение среды ψ относительно упругого потенциала описывается (5) волновым уравнением. Начальные условия – однородные (6) и на бесконечности отсутствует возмущение (16).

Плоская граница полупространства является либо жесткой стенкой

$$u_{\vartheta}\big|_{z=0} = 0, \tag{17}$$

либо свободной поверхностью

$$\sigma_{z\vartheta}\big|_{z=0} = 0. \tag{18}$$

Как и во второй главе, в пространстве изображений интегрального преобразования Лапласа задача сведена к решению системы бесконечных алгебраических уравнений и запишем ее в виде матричного уравнения

$$\mathbf{M}(s)\mathbf{A}(s)y^2 + \mathbf{F}^{(1)}(s)\mathbf{A}(s)x + \mathbf{F}^{(2)}(s)\mathbf{A}(s)xy^2 = \mathbf{q}(s)y, \quad x = e^{-2h\gamma s}, \quad y = e^{-\gamma s}. \tag{19}$$

Решение матричного уравнения (36) ищется в виде бесконечного ряда по экспонентам. Получены точные выражения для коэффициентов рядов компонент вектора перемещений и тензора напряжений в насыщенной пористо - упругой среде.

В **пункте 3.2** третьей главы изучена моделирование нестационарных поперечных колебаниях пористо-упругого пространства с двумя сферическими включениями и разработен алгоритм решения задачи. В бесконечной насыщенной пористо-упругой среде расположены две сферических включений (полость или шар) соотвествнно с радиусами R_1 и R_2, расстояние между центрами которых равно l ($l > R_1 + R_2$). Движение среды рассматривается в двух сферических системах координат ($r_i, \theta_i, \vartheta_i$), начальные точки O_i которых находятся соответственно в центрах включений ($i = 1, 2$). До начального момента $\tau = 0$ времени среда находится в невозмущенном состоянии.

Задача **A**. На поверхности первого сферического включения приложена осесимметричная заданная касательная поверхностная нагрузка $q_1(\tau, \theta_1)$, что образует вращательное движение среды вокруг оси, проходящей через центры сфер:

$$\sigma_{r_1\vartheta_1}\big|_{r_1=R_1} = q_1(\tau, \theta_1). \tag{20}$$

Задача **B**. На поверхности шара задано касательное перемещение $V_1(\tau, \theta_1)$:

$$u_{\vartheta_1}\Big|_{r_1=R_1}=V_1(\tau,\theta_1)\,. \qquad (21)$$

Поверхность второго сферического включения свободна от нагрузки

$$\sigma_{r_2\vartheta_2}\Big|_{r_2=R_2}=0 \qquad (22)$$

или на ней перемещение равно нулю

$$u_{\vartheta_2}\Big|_{r_2=R_2}=0\,. \qquad (23)$$

Движение среды описывается волновым уравнением относительно ψ упругих потенциалов. Начальные условия - однородные и отсутствуют волны на бесконечности. Решение задачи сводится к решению системы бесконечных алгебраических уравнений типа (11) в пространстве изображений интегрального преобразования Лапласа. Аналогично (12), решение системы матричных уравнений ищется в виде бесконечного ряда по экспонентам. Найдены точные формулы для компонент вектора перемещений и тензора напряжений в точках пористо-упругой среды, насыщенной жидкостью.

Нестационарная задача **параграф 3.3** третьей главы является более сложной, чем задача, изученная в пункте 2.3, и посвящена математическому моделированию и алгоритму решения процесса дифракции нестационарной плоской поперечной волны на сферическом препятствии с радиусом R, расположенным на расстоянии h от плоской поверхности пористо-упругого полупространства, насыщенного жидкостью. Здесь центр O сферического препятствия (полость или абсолютно жесткий шар) радиуса R расположен на глубине h от плоской границе $z=0$ на оси O_2z (точка O_2 лежит на границе полупространства) в однородном изотропном пористо-упругом полупространстве $z\geq 0$ ($R<h$).

В начальный момент времени $\tau=0$ лобовой точке сферического включения касается фронт нестационарной плоской поперечной волны (S-волны) с заданным потенциалом ψ_s (13), что образует вращательное движение среды вокруг оси Ox, проходящей через центр сферы.

Задача **А.** На поверхности сферического препятствия (полости) напряжение равно нулю, то есть свободная поверхность.

$$(\sigma_{r\vartheta}+\sigma^*_{r\vartheta})\Big|_{r=R}=0\,,\qquad \sigma^*_{r\vartheta}=\sigma_{r\vartheta 0}+\sigma_{r\vartheta s} \qquad (24)$$

Задача **В**. На поверхности сферического препятствия (жесткого шара) перемещение равно нулю

$$(u_\vartheta+u^*_\vartheta)\Big|_{r=R}=0\,,\qquad u^*_\vartheta=u_{\vartheta 0}+u_{\vartheta s}\,. \qquad (25)$$

Плоская граница полупространства является либо свободной поверхностью

$$(\sigma_{z\vartheta}+\sigma^*_{z\vartheta})\Big|_{z=0}=0\,.\qquad \sigma^*_{z\vartheta}=\sigma_{z\vartheta 0}+\sigma_{z\vartheta s} \qquad (26)$$

либо жесткой поверхностью

$$(u_\vartheta+u^*_\vartheta)\Big|_{z=0}=0\,. \qquad (27)$$

Здесь u_x, u_z, $\sigma_{z\vartheta}$ и $\sigma_{r\vartheta}$ – компоненты перемещения и напряжения, определяемые потенциалом ψ; u_x^*, u_z^*, σ_{zz}^* и σ_{zx}^* - суммарный перемещений и напряжений, определяемых потенциалами φ_0 и φ_s; индексами «s» и «0» отмечены компоненты напряженно-деформированного состояния в пада-ющей и набегающей волне плоской волне.

С учётом осевой симметрии задачи движение среды относительно упругого потенциала ψ описываются (5) волновым уравнением. Начальные условия – однородные (6) и на бесконечности затухает возмущение (16).

В пространстве изображение интегральное преобразование Лапласа задача сводится к решению системы бесконечных алгебраических уравнений и запишем её в виде матричного уравнения:

$$\mathbf{M}(s)\mathbf{A}(s)y^2+\mathbf{F}^{(1)}(s)\mathbf{A}(s)x+\mathbf{F}^{(2)}(s)\mathbf{A}(s)xy^2=\mathbf{q}_1(s)y+\mathbf{q}_2(s)xy+\mathbf{q}_3(s)y^3+\mathbf{q}_4(s)xy^3, \quad (28)$$

$$x=e^{-2h\gamma s}, \qquad y=e^{-\gamma s}.$$

Получены формулы для компонент вектора перемещений и тензора напряжений в точках пористо-упругой среды, насыщенной жидкостью.

В **пункте 3.4** третьей главы представлены результаты расчетных экспериментов, проведенных для нестационарных волновых процессов в изучаемых сложных месторождениях с анализом влияния граничных поверхностей на напряженно-деформированное состояние среды.

Например, для численного исследования на основе разработанного алгоритма решения задачи о распространении нестационарных поперечных волн сдвига от сферического включения в полупространстве песчаника, насыщенного керосином с безразмерными параметрами $\beta=0.0088331$, $\gamma=1$, $\eta_1=0.8772$, $\chi=0.392$ в параграфе 3.1 проведены численные эксперименты. Центр включения расположен на расстоянии $h=1.5$ от плоской границы полупространства, плоская граница которого – свободная поверхность. Нестационарное вращение абсолютно твердого шара осуществляется по закону $V(\tau,\theta)=\tau e^{-\tau}H(\tau)$, $H(\tau)$ - единичная функция Хевисайда.

На рис. 7 представлены графики изменения $\sigma_{r\vartheta}$ напряжения по времени в точках полупростанства: $r=1$, $\theta=\pi/4$ (кривая 1), $r=1.2$, $\theta=\pi/4$ (кривая 2) и $r=1.4$, $\theta=\pi/4$ (кривая 3). На рис. 8 построены кривые, характеризующие изменения компоненты u_ϑ перемещения от времени в различных точках полупространства: $r=1.0$, $\theta=\pi/4$ (кривая 1), $r=1.2$, $\theta=\pi/4$ (кривая 2) и $r=1.4$, $\theta=\pi/4$ (кривая 3).

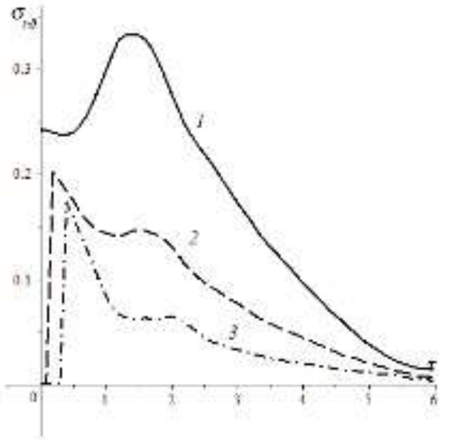


Рис. 7.

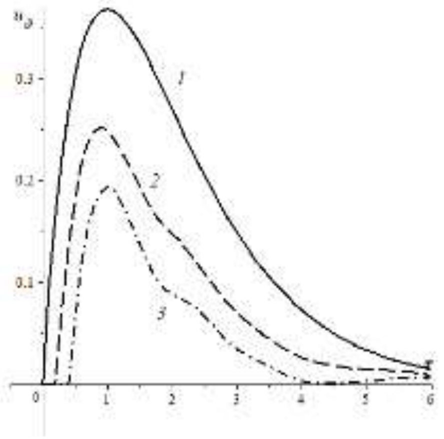


Рис. 8.

Рассмотрим сферическое пространство с радиусом $R_1 = 1$ и жесткий шар с радиусом $R_2 = 1.5$, центры которых находятся на расстоянии $l = 3.5$ друг от друга пространства песчаника, насыщенного керосином. В этом случае безразмерные величины равны $\beta = 0.0088331$, $\gamma = 1$, $\eta_1 = 0.8772$, $\chi = 0.392$ и заданная сила, действующая на поверхность сферического пространства, задается в виде функции Хевисайда $q(\tau,\theta) = q_0 H(\tau)$, $q_0 = 1$.

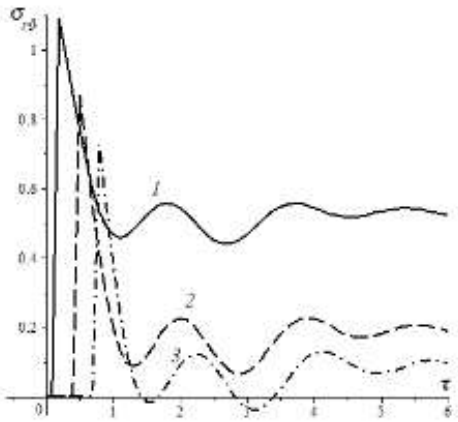


Рис. 9.

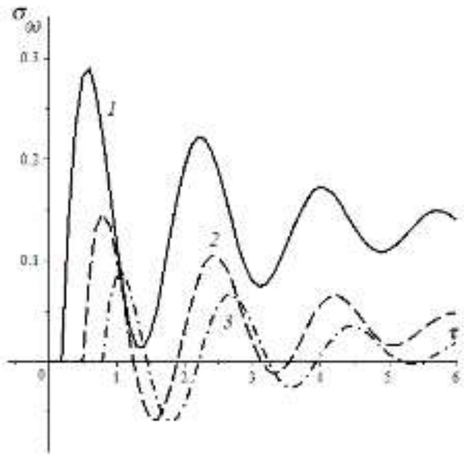


Рис. 10.

Результаты численных экспериментов для изменения компонент $\sigma_{r_1\vartheta_1}$, $\sigma_{\theta_1\vartheta_1}$ тензора напряжения по безразмерному времени τ представлены в виде графиков на рис.9 и 10. Графики, приведенные на рисунках демонстрируют изменение компоненты $\sigma_{r_1\vartheta_1}$, $\sigma_{\theta_1\vartheta_1}$ напряжения в точках среды: $r = 1.2$, $\theta = \pi/4$ (кривая 1), $r = 1.5$, $\theta = \pi/4$ (кривая 2) и $r = 1.8$, $\theta = \pi/4$ (кривая 3).

Для задачи п. 3.4 рассмотрим в качестве примера дифракцию нестационарной плоской поперечной волны на твердом шаре, расположенном в полупространстве песчаника, насыщенного керосином с безразмерными параметрами $\beta = 0.0088331$, $\gamma = 1$, $\eta_1 = 0.8772$, $\chi = 0.392$. Функция, представляющая изменение потенциала падающей волны, получена в виде единичной функции Хевисайда.

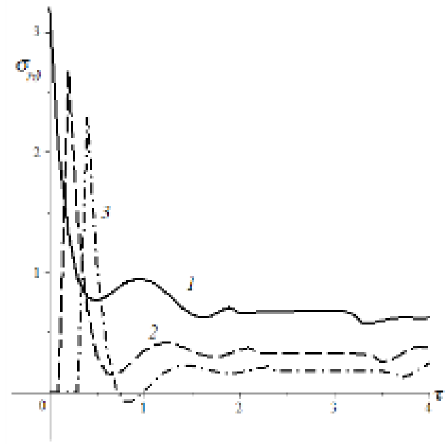


Рис. 11

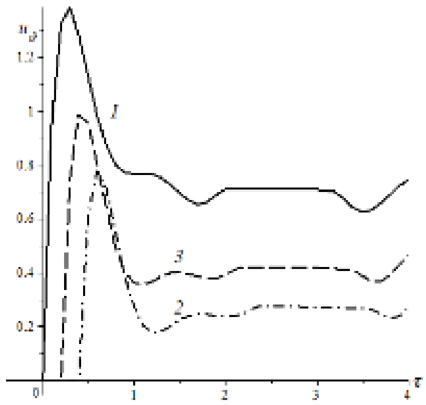


Рис. 12

На рис. 11 представлены графики изменения напряжения $\sigma_{r\vartheta}$ по времени в точках $r=1$, $\theta=\pi/4$ (кривая 1), $r=1.5$, $\theta=\pi/4$ (кривая 2) и $r=2.0$, $\theta=\pi/4$ (кривая 3). На рис. 12 представлены графики изменения u_{ϑ} перемещения по времени в указанных выше точках соответственно.

Раздел 3.5 третьей главы посвящен созданию комплекса программ для проведения вычислительных экспериментов и организации его информа-ционного обеспечения. На основе математических моделей и разработанных алгоритмов разработано программное обеспечение для расчета основных параметров процесса распространения волн в пористой среде, насыщенной жидкостью. Разработаны рекомендации по исходной информации и расчетному процессу, необходимые пользователю для использования программы. Разработана функциональная схема, представляющая связи между блоками и модулями программного комплекса. Пользователь программы будет иметь возможность проводить различные вычислительные эксперименты над основными показателями и выполнять различные анализы, а также прогнозы и исследования, основанные на результатах, полученных на компьютере, при решении динамических задач в областях, ограниченных одной координатной поверхностью и различные координатные поверхности.

Пакет программ создан на языке программирования Maple.

Тип процессора: Intel (R) Pentium CPU N3700 1,60 ГГц 1,60 ГГц, ОЗУ 4,00 ГБ

Память, необходимая программе: 34 КБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты диссертации на тему «Моделирование и численное исследование нестационарных поперечных волновых процессов в односвязных и двусвязных пористо-упругих областях со сферическим препятствием» следующие:

1. Построены и изучены математические модели, соответствующие для нестационарных поперечных волновых процессов в областях насыщенной жидкостью пористо-упругой среды, ограниченных поверхностями одной системы координат;
2. Построены математические модели, соответствующие для нестационарных поперечных волновых процессов в областях, ограниченных поверхностями различных систем координат пористо-упругой среды, насыщенной жидкостью. Эти модели использованы для исследования волно-вых процессов;
3. Разработан метод решения осесимметричных задач для областей, ограниченных поверхностями одной системы координат и поверхностями разных систем координат. Этот метод основан на разделении неполных переменных с помощью зависящих от времени интегральных преобразований Лапласа и разложения в обобщенный ряд Фурье по полиномам Гегенбауэра.
4. С помощью теоремы сложения для функций Бесселя осуществлен переход от одной сферической системы к другой. Задачи решаются путем решения системы бесконечных алгебраических уравнений в пространстве изображений преобразований Лапласа. Нахождение решения этой системы в виде бесконечного ряда экспонент приводит к нахождению рекуррентных соотношений в коэффициентах ряда. Рекуррентные соотношения, с другой стороны, позволяют избежать использования метода редукции при решении бесконечной системы, и эти соотношения приводят к определению коэффициентов ряда как рациональных функций параметров преобразований Лапласа. Это позволяет очень просто рассчитать их оригиналы, используя теорию вычетов;
5. Подробно изучены различные геометрические варианты сфер, ограниченных поверхностями разных систем координат: полупространство со сферическим включением, все пространство с двумя сферическими включениями, а также задачи для сфер, ограниченных концентрическими сферическими поверхностями в пространстве. Они рассматриваются на различных видах граничных условий;
6. В задачах распространения и дифракции волн со сферическим включением в полупространстве получен класс граничных условий, обеспечивающих поперечное отражение волны от плоской поверхности полупространства;
7. Разработан и реализован численный алгоритм расчета на основе представленного аналитического метода, позволяющий получить

необходимое количество членов обобщенного ряда Фурье, и проведены соответствующие параметрические исследования;

8. На основе анализа полученных численных результатов определено влияние граничных поверхностей на напряженно-деформированное состояние сред, а также изучен переход нестационарных волн в стационарное состояние с их затуханием в точках, удаленных от источника.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 UNDER THE NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

KARSHI STATE UNIVERSITY

MUSURMONOVA MA'MURA OMAN KIZI

MODELING AND NUMERICAL STUDY OF NONSTATIONARY TRANSVERSE WAVE PROCESSES IN SIMPLY AND DOUBLY CONNECTED POROUS-ELASTIC DOMAINS WITH A SPHERICAL OBSTACLE

05.01.07 – Mathematical modelling. Numerical methods and complexes of applications (Physical and mathematical sciences)

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent – 2025

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Ministry of Higher Education, Science and Innovation of the Republic of Uzbekistan under number №B2021.2.PhD/T2285.

Dissertation has been prepared at Karshi State University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (http://ik-fizmat.nuu.uz/) and the "ZiyoNet" Information and educational portal (http://www.ziyonet.uz/).

Scientific supervisor: **Juraev Gayrat Umarovich,**
Doctor of physical and mathematical sciences, professor

Official opponents: **Polatov Askhad Mukhamedjanovich,**
Doctor of physical and mathematical sciences, professor

Kudratov Sulton Gulomovich,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor

Leading organization: Nukus State Technical University

Defense will take place "20" June 2025 at 16[00] at the meeting of Scientific Council number DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 at National University of Uzbekistan (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (99871) 227-12-24, fax: (99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered № 96) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (99871) 227-12-24).

Abstract of dissertation is sent out on "5" June 2025.

(Mailing report № 2 on "22" April 2025).

M.M. Aripov
Chairman of Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.-M.S., professor

Z.R. Rakhmonov
Scientific secretary of Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.-M.S., professor

A.S.Matyakubov
Chairman of Scientific seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.-M.S., associate professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research is mathematical modeling of the processes of propagation and diffraction of non-stationary transverse waves in singly and doubly connected regions of porous-elastic media with a spherical obstacle and the creation of a software package based on the development of effective algorithms for solving problems.

The object of the research is the mathematical modeling of non-stationary wave processes in a porous-elastic medium saturated with liquid in complex areas with a spherical obstacle.

Scientific novelty of the research is as follows:

a mathematical model was built, consisting of a differential equation with partial derivatives, describing the processes of propagation of non-stationary transverse waves in simply connected and doubly connected areas of media with a spherical obstacle of porous-elastic medium;

solutions of problems corresponding to the process of propagation of a transverse unsteady wave in simply connected regions of a porous-elastic medium are obtained;

solutions of problems corresponding to the process of propagation of a transverse unsteady wave in doubly connected regions of a porous-elastic medium are obtained, when the bounding surfaces do not belong to the same coordinate system;

an algorithm for solving the problem has been developed that is suitable for the process of propagation of a transverse unsteady wave in a simply connected region with a spherical obstacle in a porous-elastic medium;

an algorithm for solving the problem has been developed that is suitable for the process of propagation of a transverse unsteady wave in a doubly connected region of a porous-elastic medium, when the bounding surfaces do not belong to the same coordinate system;

based on the developed algorithms, a set of programs for analyzing the process of wave propagation in a porous-elastic medium was created and numerical results were obtained;

The influence of boundary surfaces on the stress-strain state of the medium has been determined, that is, it has been established that the multiple return of waves from surfaces limiting the medium causes a change in the stress-strain state of the medium.

Implementation of the research results. Based on the obtained scientific results on modeling and numerical study of non-stationary transverse wave processes in simply and doubly connected porous-elastic regions with a spherical obstacle:

linear mathematical models of wave diffraction processes in areas bounded by surfaces of various coordinate systems in porous-elastic media and the values of the analytical solution were used in the project OT-Atex-2018-340-"Theoretical and numerical study of practical geophysical issues of the dynamics of two-velocity media" (certificate No. 04/146 of Karshi State University dated January

30, 2025). The use of scientific results made it possible to analyze the numerical results obtained using the obtained models and algorithms for solving initial-boundary value problems for hyperbolic equations and software, as well as to evaluate numerical experimental tests;

To ensure seismic resistance and seismic safety of buildings in seismic microzoning, the following scientific results were used: transverse displacement $u_{\vartheta,max}$ = 0.58 m and stress $\sigma_{r\vartheta,max}$ = 6.2 MPa, $\sigma_{\theta\vartheta,max}$ = 2.05 MPa at points close to the earth's surface during propagation of a non-stationary transverse wave from a spherical barrier in the analysis and evaluation of the parameters of the results of fundamental research on the topic "Development of quantitative models assessing the man-made stress and strain state of local seismically active tectonic faults of the earth's crust", the implementation of which is planned for 2020-2024 at the Institute of Seismology (certificate of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan dated May 14, 2024 No. 2/1255-1056). The use of scientific results made it possible to design structures resistant to the effects of non-stationary wave processes near the earth's surface.

The structure and volume of the research thesis. The dissertation consists of an introduction, three chapters, a conclusion, a list of references and appendices. The volume of the dissertation is 105 pages.

E’LON QILINGAN ISHLAR ROʻYXATI
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I boʻlim (I часть; part I)

1. Joʻrayev Gʻ.U., Musurmonova M.O. Suyuqlik bilan toʻyingan gʻovak-eleastik muhitning elastik qatlamida nostatsionar koʻndalang toʻlqinlar jarayoni // QarDU xabarlari. №4, 2021. – B. 8-14. (01.00.00. OAK Rayosatining 2021-yil 31-martdagi 295/6 - son qarori.)
2. Мусурмонова М.О. Распространение продольной волны напряжения от тонкой сферической оболочки в упруго-пористой среде, насыщенной жидкостью// Научно-технический и информационно-аналитический журнал ТУИТ. 2021, №1 (57). – С. 12-21. (05.00.00 № 67)
3. Juraev G.U., Мусурмонова M.O., An algorithm for solving the problem of radial expansion of a spherical cavity supported by a thin spherical shell in an elastic-porous fluid-saturated medium// the 1-st international conference on problems and perspectives of modern science: icppms-2021. AIP Conference Proceedings. Volume 2432, Issue 1. 10.1063/5.0089549 https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/5.0089549 Published Online: 16 June 2022. (№3, Scopus, IF=0.243)
4. Жураев Г.У., Мусурмонова М.О. Нестационарные поперечные волны от толстостенной сферической оболочки в пористо-упругом пространстве// Журнал проблемы вычислительной и прикладной математики, № 3(41) 2022, 48-59. (01.00.00 №9)
5. Мусурмонова М.О. Задача о дифракции нестационарной плоской поперечной волны на сферическом включении в упруго-пористом пространстве // Ажиниёз номидаги Нукус Давлат педагогика институтининг “Фан ва жамият” журнали, 2022, № 4. – Б. 16-18. (01.00.00 №15)
6. Мусурмонова М.О. Задача о дифракции нестационарной плоской поперечной волны на жестком шаре в пористо-упругом пространстве// SamDU “Ilmiy axborotnoma” jurnali, 2022-yil, № 5. – B. 4-9. (01.00.00 №2)
7. Жураев Г.У., Мусурмонова М.О. Нестационарное вращение абсолютно жесткого шара в пористо-упругом полупространстве// Журнал проблемы вычислительной и прикладной математики, № 5(43) 2022, 5-15. (01.00.00 №9)
8. Musurmonova M.O., Shukurov A.M. Propagation of skew-symmetric nonstationary waves in an elastic spherical layer // International Scientific and Practical Conference on “Modern Problems of Applied Mathematics and Information Technology (MPAMIT2022)” AIP Conf. Proc. 3004, 040009-1–040009-8; MARCH 11 2024 https://doi.org/10.1063/5.0199588 (№3, Scopus, IF=0.164)
9. Musurmonova M. Propagation of Non-stationary Skew-Symmetric Waves from a Spherical Cavity in a Porous-elastic Half-space// WSEAS Transactions on

Applied and Theoretical Mechanics, 2024, vol. 19, pp. 135-142. DOI: 10.37394/232011.2024.19.15 (№3, Scopus, IF=1.8)

II bo‘lim (часть II; part II)

10. Локтева Н.А, Тарлаковский Д.В., Мусурмонова М.О., Салиев А.А. Дифракция нестационарных плоских волн сдвига на абсолютно жестком шаре в упруго-пористом полупространстве, насыщенном жидкостью // Материалы XXIV международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова, Вятичи, 19-23 марта 2018 г. – С. 95-98. (публикация в базе РИНЦ).
11. Салиев А.А., Мусурмонова М.О., Тарлаковский Д.В., Шукуров А.М. Нестационарные колебания упруго-пористого пространства с двумя сферическими полостями под действием сдвиговых волн // Материалы XXV международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова, Вятичи, 18-22 марта 2019 г. – С. 131-133. (публикация в базе РИНЦ).
12. Салиев А.А., Мусурмонова М.О., Шукуров О.М. Нестационарные волновые процессы в упруго-пористом пространстве с двумя жесткими шарами// Сборник тезисов докладов международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий». – Ташкент, 14-15 ноября 2019 г. – С. 105-106.
13. Салиев А.А., Мусурмонова М.О., Тарлаковский Д.В., Шукуров А.М. Распространение нестационарных волн сдвига в упругой среде, ограниченной двумя концентричными сферическими поверхностями// Материалы XXVI международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова, Вятичи, 16-20 марта 2020 г. – С. 109-110. (Публикация в базе РИНЦ).
14. Мусурмонова М.О. G‘ovak-izotropik fazoda qattiq sharning erkin sirtli sferik bo‘shliq yaqnida nostatsionar buralishi // “Amaliy matematika va axborot texnologiyalarining zamonaviy muammolari” Xalqaro imiy-amaliy anjuman tezislar to‘plami. – Buxoro 15-aprel 2021-y. – B. 122-124.
15. Жураев Г.У., Мусурмонова М.О.Нестационарные поперечные волны сдвига в упруго-пористой среде, ограниченной двумя концентрическими сферическими поверхносями // Тезисы докладов Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых “Дифференциальные уравнения и родственные проблемы анализа”. – Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 г. – С. 320-322.
16. Juraev G.U., Musurmonova M.O. Propagation of non-stationary shear waves from a thick-walled shell in a porous-elastic space //«Contemporary mathematics and its application» International conference. Tashkent, Uzbekistan. November 19-21, 2021, p. 37.

17. Мусурмонова М.О., Махмарахимов С.М. Дифракция нестационарных поперечных волн на сферической полости в пористо-упругом пространстве, насыщенной жидкостью // Международная научно-практическая конференция «Современные проблемы математической физики и математического моделирования». – Карши, 2021. – С. 108-109.
18. Мусурмонова М.О. Распространение нестационарных поперечных волн от сферической полости, расположенной вблизи жесткого шара в упруго-пористом пространстве // Материалы Международной научно-практической конференции «Проблемы инновационного развития науки, образования и технологий». – Андижан, 14 апреля 2022 г. – С. 302-305.
19. Juraev G.U., Musurmonova M.O. Diffraction of a non-stationary transverse plane wave by a thick-walled elastic spherical shell in a porous-elastic space // "Amaliy matematika va axborot texnologiyalarining zamonaviy muammolari" Xalqaro ilmiy-amaliy Anjuman tezislar to'plami. – Buxoro, 11-12 may 2022-y. – B. 257-258.
20. Мусурмонова М.О. Распространение нестационарных поперечных волн сдвига от сферической полости в пористо-упругом полупространстве. Вторая Узбекско-Малазийская международная конференция "Вычислительные модели и технологии (ВМТ2022)", Национальный университет Узбекистана, – Ташкент, Узбекистан, Сентябрь 16-17, 2022 г. – С. 131-132.
21. Жураев Г.У., Мусурмонова М.О. Нестационарное вращение абсолютно-жесткого шара в пористо-упругом полупространстве // Международная конференция «Математический анализ и его приложения в современной математической физике». – Самарканд, Узбекистан. Часть 2. 23-24 сентября 2022. – С. 33-34.
22. Musurmonova M.O., Eshmurodov M.R., Karimov M.M. Suyuqlik bilan to'yingan g'ovak-izotropik fazoda qalin izotropik sferik qatlamdan nostatsionar bo'ylama to'lqinning tarqalishi // "Matematika, mexanika va intellektual texnologiyalar" mavzusida yosh olimlar va tadqiqotchilarning respublika ilmiy konferensiyasi. – Toshkent, 28-29 mart, 2023.
23. Juraev G.U., Musurmonova M.O., Shukurov A.M. Difraction of non-stationary plane transversal waves on a hard sphere in a porous-elastic half-space//Actual problems of applied mathematics and information technologies-al-khwarizmi 2023. – Samarkand - Uzbekistan, september 25–26, 2023.
24. Мусурмонова М.О., Шукуров А.М. Распространение нестационарных поперечных волн от сферической полости вблизи жесткого шара в пространстве упругой среды// Международный семинар, посвященного 90-летию М.И.Исроилова "Вычислительные модели и технологии" 27 апреля 2024. – Ташкент, – С. 117-119.
25. Musurmonova M.O. G'ovak-elastik fazoni sferik bo'shliq va qattiq shar bilan nostatsionar ko'ndalang tebranishi haqida masala // "Amaliy matematikaning zamonaviy muammolari va istiqbollar" mavzusidagi Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi. – Qarshi, 24-25-may, 2024. – B. 105-107.
26. Abdullayev T.R., Jurayev G'.U., Musurmonova M.O. G'ovak-elastik fazoda qalin sferik qobiqdan nostatsionar to'lqin tarqalishi masalasining yechish algoritmi

va hisoblash dasturi. № DGU 23258 // Elektron hisoblash mashinalari uchun yaratilgan dasturning rasmiy ro‘yhatdan o‘tkazilganligi to‘g‘risidagi guvohnoma. 26.02.2023.

27. Musurmonova M.O. G‘ovak-elastik fazodagi qattiq sharda nostatsionar yassi ko‘ndalang to‘lqin difraksiyasi haqida masalasining yechimining qiymatlarini hisoblash dasturi. № DGU 25814 // Elektron hisoblash mashinalari uchun yaratilgan dasturning rasmiy ro‘yhatdan o‘tkazilganligi to‘g‘risidagi guvohnoma. 25.05.2023.

28. Musurmonova M.O. Erkin sirtli g‘ovak-izotropik yarim fazoda sferik bo’shliqdan nostatsionar ko‘ndalang to‘lqin tarqalishi haqida masalaning yechish algoritmi bo‘yicha hisoblash dasturi. № DGU 33199 // Elektron hisoblash mashinalari uchun yaratilgan dasturning rasmiy ro‘yxatdan o‘tkazilganligi to‘g‘risidagi guvohnoma. 29.01.2024.

Avtoreferat “O‘zbekiston: til va madaniyat: Lingvistika” jurnalida tahrirdan o‘tkazildi.

Bosishga ruxsat etildi: 30.05.2025-yil.
Bichimi 60x84 1/16, “Times New Roman”
garniturada raqamli bosma usulida bosildi.
Shartli bosma tabog‘i: 4. Adadi: 100. Buyurtma №: 197.

“TRAINMAX” MChJ bosmaxonasida chop etildi.
100194, Toshkent shahri, Yunusobod-11, 62-uy.