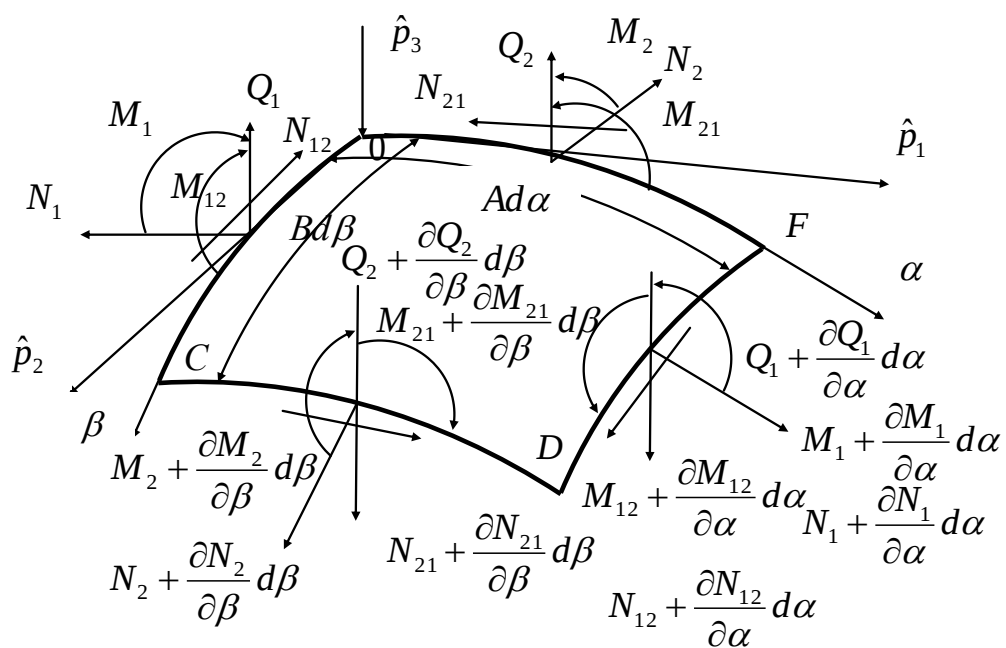
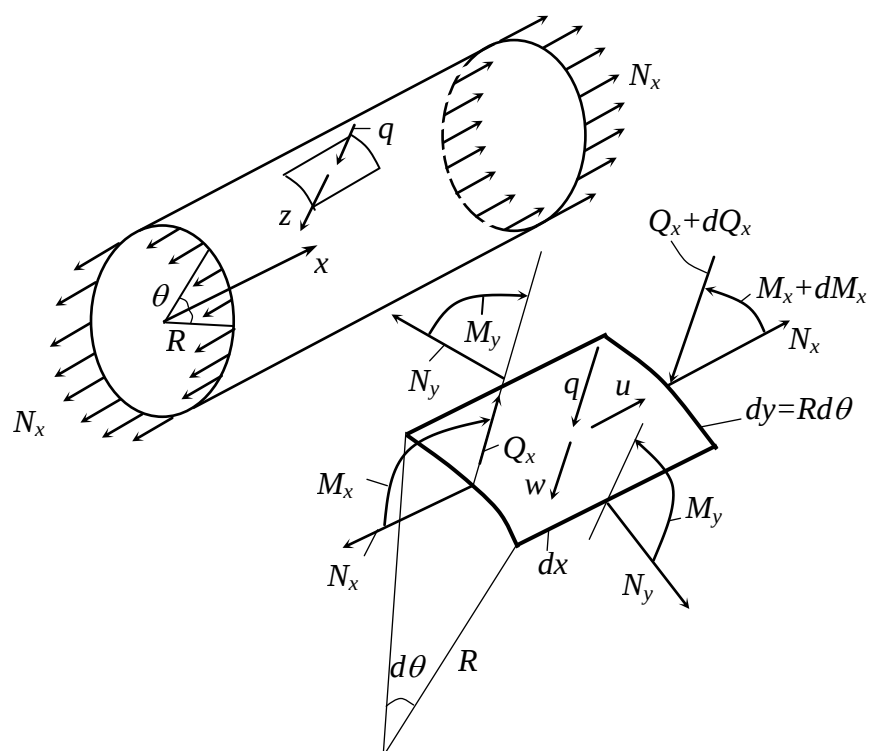


К.Исмайлов

ЭЛАСТИК-ПЛАСТИК ҚОБИҚЛАР



Ташкент 2007



**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА
МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

К. Исмаилов

ЭЛАСТИК ПЛАСТИК ҚОБИҚЛАР

(ўқув қўлланма)

Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги олий ўқув юртлараро илмий услубий ва ўқув услубий бирлашмалар фаолиятини мувофиқлаштирувчи кенгаши ўқув қўлланма сифатида тавсия этган.

ТАШКЕНТ – 2007

Исмаилов К. Эластик пластика қобиклар (ўқув қўлланма). Самарқанд, 2007 - 140 бет.

Ўқув қўлланмада турли юклар таъсиридаги ва контури бўйича турли чегара шартли эластик ва эластик-пластик қобиклар ҳисоби асослари қисқача келтирилган.

Ушбу ўқув қўлланма Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта таълим вазирлиги томонидан тасдиқланган намунавий дастур асосида, университет ва техника олий ўқув юр்தларининг талабалари учун мўлжалланган.

В учебное пособие приведено краткое изложение основ расчета упругих и упруго-пластических оболочек при различных нагружениях и граничных условиях по контуру.

Учебное пособие написано на основе типового программа Министерство высшего среднего специального образования Узбекистана, в качества учебного пособие для студентов технических высших технических учебных заведений.

In the manual the brief statement of bases of account of elastic and elastic - plastic environments is given at various naqrugenyax and boundary conditions on a contour.

The manual is written on the basis of the typical program the Ministry of maximum average special education of Uzbekistan, in qualities the educational grant(manual) for the students of technical maximum technical educational institutions.

Масъул муҳаррир
Академик

Т.Ш.Ширинкулов

Такризчилар:

Т.ф.д., профессор
т.ф.д., профессор

З.С.Сирожиддинов
Х.Х.Худайназаров

© Ўзбекистон Республикаси файласуфлар
жамияти нашриёти, 2007

СЎЗ БОШИ

Мустақил Республикамизда авиасозлик, машинасозлик, гидротехник ва фуқора қурилишида жуда кўпгина ҳолларда юпка деворли тизимларни ишлатиш катта самара бермоқда. Иншоотларни лойиҳалашда оптимал, энг самарали ва юқори мустаҳкамликка эга бўлган турли хил шаклдаги қобикларга эътибор берилмоқда. қобиклар назарияси, конструкция ишларини чуқур анализ қилиш асосида амалий ҳисоблаш усулларини ва соддлашган назариясини ишлаб чиқиш бўйича жадал ривожлана бормоқда.

Шунинг учун ҳам ушбу ўқув қўлланмада қобикларнинг кучланганлик деформация ҳолати ва устиворлик назарияси муаммолари эластиклик чегарасидан кейин қаралган.

Қобик юкланиши эластиклик чегарасидан кейин оддий юкланган ва унинг материали сиқилмайди деб фараз қиламиз, бу эса кичик эластик-пластик деформация назариясидан фойдаланишга имконият беради.

Текис - таралган юк билан юкланган қобикнинг эластик - пластик мувозанат ҳолатини ифодаловчи чизикли бўлмаган асосий дифференциал тенгламани А.А.Ильющиннинг “эластик ечим” усулидан фарқ қилувчи кетма - кет яқинлашиш усулининг янги варианты асосида ечилган. Янги усулнинг моҳияти шундан иборатки, биринчи яқинлашувда эгувчи момент ва зўриқиш кучларининг чизикли бўлмаган компоненталарини эластик - пластик участка узунлиги бўйича учбурчак қонуни асосида ўзгарсин деб қараймиз. Бу усулнинг афзаллиги шундаки, биринчи яқинлашувнинг ўзидаёқ физик нозичиликни эътиборга олиб, эластик-чизикли ечимга боқлиқ бўлмаган ечимни олишга имкон беради.

Эластиклик чегарасидан кейин сиқилган стержен устиворлигини йўқотишининг пастки чегараси, стерженни чексиз кичик эгилган мувозанат ҳолатда тутиб турувчи критик кучланиш билан аниқланиши, унинг мувозанат шакли иккиланган (бифуркация) лаҳзаси кўрсатилган. Эластиклик чегарасидан кейин сиқилган стерженнинг чексиз кичик эгилишида кесувчи модул унинг бўйлама толаларининг юкланиш, шунингдек юксизланиш қисмларининг чексиз кичик участкасида материал сиқилиш диаграммасининг критик нуқтасига уринма бўйича силжиши, ҳамда кесувчи модулнинг юкланиш қисмида камайиши юксизланиш қисмида эса ортиши кўрсатилган. Шундай қилиб, бифуркация вақтидаги критик нуқта муҳим нуқта эмаслиги тасдиқланади.

Бу натижа эластиклик чегарасидан кейин сиқилган стержен устиворлик назариясида фундаментал аҳамиятга эга. Бу муҳим хулоса асосида муаллиф пластик деформация назарияси доирасида сиқилган стержен учун устиворлик тенгламасини ечишни ва бу ёндашувини сиқилган доиравий, тўғри бурчакли пластинкалар, цилиндрик ва сферик қобиклар учун умумлаштирди. Қурилиш пўлати учун эластиклик чегарасидан кейин Берлин Далемск лабораториясида олинган классик натижаларини тасдиқловчи, сиқилиш диаграммасининг аналитик ифодаси тенгламаси тақлиф этилган.

Учлари турли хил маҳкамланган сиқилган стерженлар, контур бўйича текис таралган юк таъсирида сиқилган доиравий ва тўғри бурчакли пластинкалар, бўйлама йўналиш бўйича сиқилган ёпиқ цилиндрик қобиклар, сиқилган цилиндрик панель, ташқи босим таъсирида бўлган ёпиқ цилиндрик қобик ва сферик қобиклар устиворлик масалаларининг фундаментал ечимлари олинган.

Муаллиф қўлёзма билан танишиб қимматли маслаҳатларини ва эътирозларини билдирган академик Т.Ш.Ширинкуловга ва т.ф.д., профессор З.С.Сирождидинов, т.ф.д., профессор Х.Х.Худайназаровга ўз миннатдорчилигини билдиради.

Ўқув қўлланма тўғрисидаги барча фикр ва мулоҳозаларни муаллиф мамнуният билан қабул қилади.

1.БОБ. ҚОБИҚЛАР НАЗАРИЯСИ АСОСИЙ ТЕНГЛАМАЛАРИ

1.1. Асосий тушунчалар. қобикларнинг геометрияси ва уларнинг классификацияси

Қобик - деб қалинлиги h қолган икки ўлчамларига нисбатан кичик бўлган эгри сирт билан чегараланган жисмга айтилади. Биз қалинлиги ўзгармас бўлган қобик ҳисобини қараймиз. қобикнинг h қалинлигини тенг иккига бўлувчи текислик, унинг ўрта сирти деб аталади.

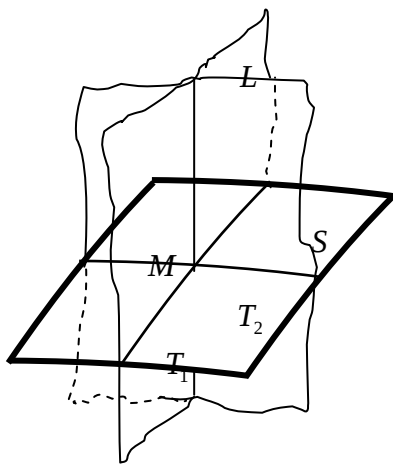
Агар қобик h қалинлигининг, унинг энг кичик радиус $R_{\min}$ бўлган нисбатан $1/1500 \leq (h/R_{\min}) \leq 1/20$ бўлса юпка, агар $(h/R_{\min}) > 1/2$ бўлса қалин қобиклар деб аталади.

Юпка қобиклар назарияси Кирхгоф-Ляв гипотезасига асосланди:

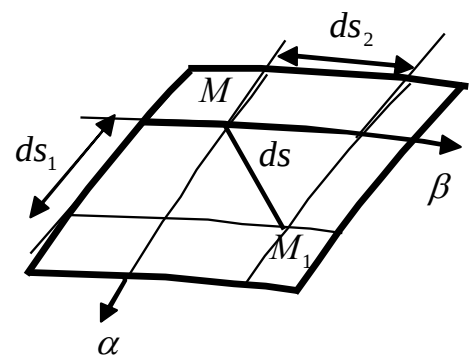
- деформациягача қобик ўрта сиртига перпендикуляр бўлган элемент деформациядан кейин ҳам ўрта текисликка перпендикулярлигича қолади, қобик қалинлиги ўзгармайди;

- қобикнинг ўрта сиртига параллел бўлган қатламлар орасида босим ҳосил бўлмайди деб қаралади.

Берилган S эгри сиртга нормал қилиб унинг ихтиёрий бирор M нуқтасидан, L ҳамда N текисликларини ўтказиш мумкин (1.1.а-чизма). Бу текисликларнинг, S сирт билан кесишган эгри чизиклари T_1 ва T_2 экстремал қийматларга эга бўлади ва улар бош йўналишлар деб аталади. Бу эгри чизикларнинг радиуслари мос равишда R_1 ва R_2 бўлсин.



а)



б)

1.1-чизма.

Қобикларнинг радиусига тескари бўлган катталиқ, унинг бош эгрилиги деб аталади. Ўтказилган L ва N текисликлар ортогонал текисликлар бўлгани учун M нуқтадаги бош йўналишлар ҳам ортогоналдир (1.б-чизма). Берилган сиртга бир қанча эгри чизиклар ўтказиш мумкин, бу эгри чизикларнинг ҳар бир нуқтасига ўтказилган уринма, бош йўналишлар бўйича йўналади.

Декарт координата x, y, z системасида S эгри сиртни қуйидаги тенглама орқали ифодалаш мумкин:

$$\begin{aligned} X &= X(\alpha, \beta), \\ Y &= Y(\alpha, \beta), \\ Z &= Z(\alpha, \beta). \end{aligned} \quad (1.1)$$

Бу функциялар маълум бўлса A ва B Ляме параметрлари деб аталувчи параметрларни қуйидаги формуладан топиш мумкин:

$$\begin{aligned} A^2 &= \left(\frac{\partial X}{\partial \alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial \alpha}\right)^2, \\ B^2 &= \left(\frac{\partial X}{\partial \beta}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \beta}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial \beta}\right)^2. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Берилган M нуктадан, M_1 нукта эгри сирт бўйича чексиз кичик масофада турди. Бу чексиз кичик кесма, сирт назариясида чизикли элемент деб юритилади. Жуда кичик чизикли элемент квадрати ортогонал координата системасида қуйидагича аниқлаймиз:

$$\begin{aligned} dS^2 &= dS_1^2 + dS_2^2; \\ dS^2 &= A^2 d\alpha^2 + B^2 d\beta^2; \\ dS_1 &= A d\alpha; dS_2 = B d\beta. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Бу тенглама биринчи квадратли сирт шакли тенгламаси дейилади. A ва B Лямэ параметрлар умумий ҳолда эгри чизикли (α, β) координаталарнинг функцияси ҳисобланади, яъни

$$\begin{aligned} A &= A(\alpha, \beta); \\ B &= B(\alpha, \beta). \end{aligned} \quad (1.4)$$

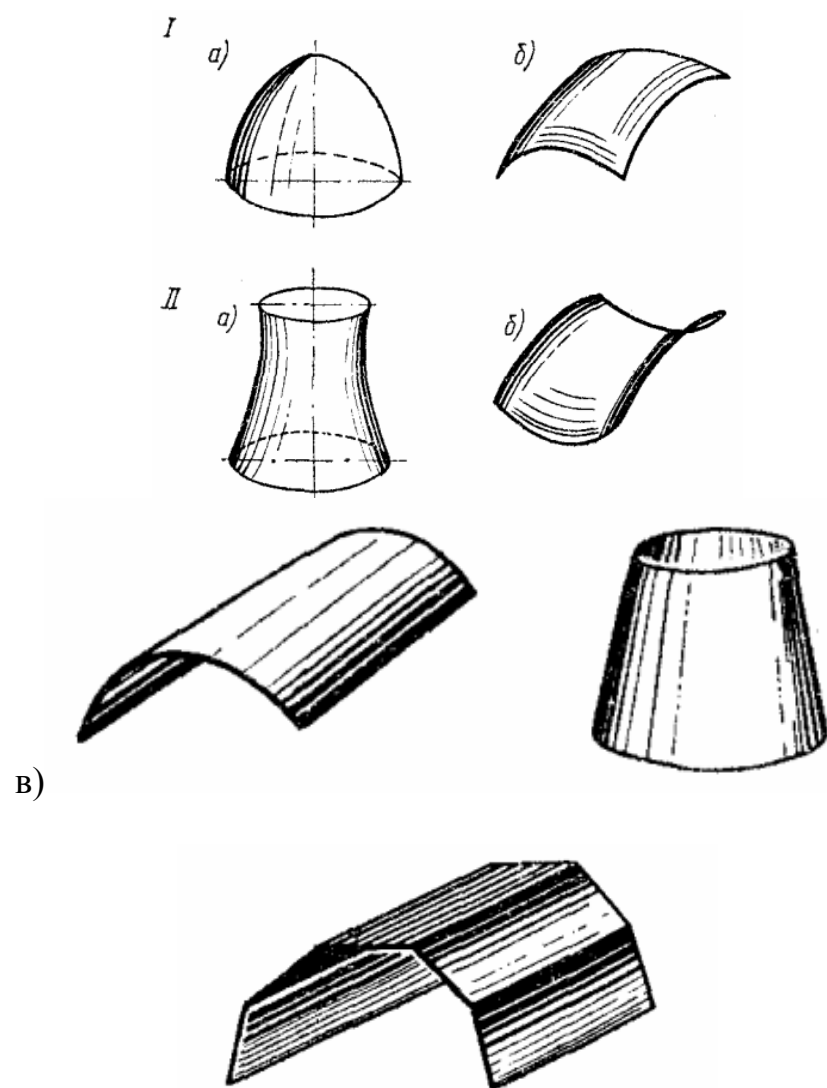
Агар фақат битта координата ўзгарса, α ўзгарувчи $\beta = \text{const}$ бўлса, унда α нинг орттирмаси $d\alpha$ бўлиб ёйнинг орттирмаси эса $dS_1 = A d\alpha$ бўлади. Худди шунинг каби $dS_2 = B d\beta$ орттирмаси ҳам ҳосил қилиш мумкин. Шундай қилиб, координата чизиклари $\alpha = \text{const}$, $\beta = \text{const}$ бўйича тегишлича орттирма $d\alpha = 1$ ёки $d\beta = 1$ бўлганда A ва B параметрларни сирт бўйича ёй узунлиги деб қараш мумкин. Бош R_1 ва R_2 радиусларга тескари бўлган катталиклар тегишлича бош $K_1 = 1/R_1$, $K_2 = 1/R_2$ эгриликлар деб аталади. Сирт назариясида, тегишлича бош радиусларга тескари бўлган K_1 ва K_2 эгриликлардан ташқари Гаусс эгрилиги катта аҳамиятга эга.

Қобик ўрта сиртнинг бирор “М” нуктаси бош эгриликларнинг кўпайтмасига қобикнинг Гаусс эгрилиги дейилади.

$$\Gamma = K_1 K_2. \quad (1.5)$$

Қобиклар Гаусс эгрилигига қараб қуйидаги турларга бўлинади:

1. мусбат Гауссли эгриликли, $\Gamma > 0$ қобиклар сферик, эллиптик, параболик (1.2.а-чизма);
2. манфий Гауссли эгриликли, $\Gamma < 0$ қобиклар гиперболик (1.2.б-чизма);
3. ноль Гауссли эгриликли, $\Gamma = 0$ қобиклар цилиндрик, конусимон (1.2.в-чизма).



1.2-чизма.

1.2. Деформация ва кўчишлар

Қобик ўрта сиртининг α координата йўналишидаги деформацияни аниқлашни кўриб чиқамиз (1.3-чизма). Нисбий чизикли ε_1 даформацияси уч қисмдан иборат, яъни

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^I + \varepsilon_1^{II} + \varepsilon_1^{III} \quad (2.1)$$

бу ерда

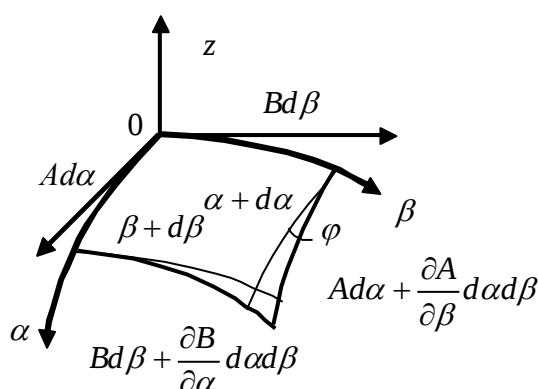
$$\varepsilon_1^I = \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} \quad - \quad \text{кўчишнинг } \beta = \text{const} \text{ координата чизиғи бўйича}$$

ўзгаришидан аниқланади.

$$\varepsilon_1^{II} = \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} v \quad - \quad \text{кўчишнинг } \alpha = \text{const} \text{ координата чизиғи бўйича ўзгариши}$$

ва биринчи квадрат шакли коэффициенти ўзгаришидан аниқланади.

$$\varepsilon_1^{III} = \frac{w}{R_1} \quad \text{нормал } w \text{ кўчишга боғлиқ бўлган деформация.}$$



1.3-чизма.

Унда нисбий чизикли деформацияни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{A \partial \alpha} + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} v + \frac{w}{R_1}. \quad (2.2)$$

Худди шунингдек β координата бўйича нисбий чизикли деформацияни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\varepsilon_2 = \frac{\partial v}{B \partial \beta} + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} u + \frac{w}{R_2}. \quad (2.3)$$

Қобик ўрта сиртининг силжиш деформацияси эгрилигининг ўзгариши ва бурилиши қуйидагича ифодаланади:

$$\gamma = \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right) + \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right). \quad (2.4)$$

$$\chi_1 = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - \frac{u}{R_1} \right) - \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} - \frac{v}{R_2} \right),$$

$$\chi_2 = \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} - \frac{v}{R_2} \right) - \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} - \frac{u}{R_1} \right). \quad (2.5)$$

$$\lambda = \frac{1}{AB} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} - \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial v}{\partial \alpha} - \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{\partial u}{\partial \beta} \right) +$$

$$+ \frac{1}{R_1} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial u}{\partial \beta} - \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} u \right) + \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{A} \frac{\partial v}{\partial \alpha} - \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} v \right). \quad (2.6)$$

Бу (2.2-2.6) формулалардан кўринадик, деформация, эгрилик ва бурилишнинг ўзгариши умумий ҳолда биринчи квадрат шакл A ва B коэффициентларига боғлиқ бўлган ҳадлардан иборат эканлиги. Қобикнинг қалинлиги бўйлаб $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ва γ силжиш деформациялари чизикли қонун асосида ўзгаради.

Юпка қобикнинг ўрта сиртидан z масофадаги $\varepsilon_1^{(z)}, \varepsilon_2^{(z)}, \gamma^{(z)}$ деформацияларни қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^{(z)} &= \varepsilon_1 + z\chi_1, \\ \varepsilon_2^{(z)} &= \varepsilon_2 + z\chi_2 \\ \gamma^{(z)} &= \gamma + 2z\lambda. \end{aligned} \quad (2.7)$$

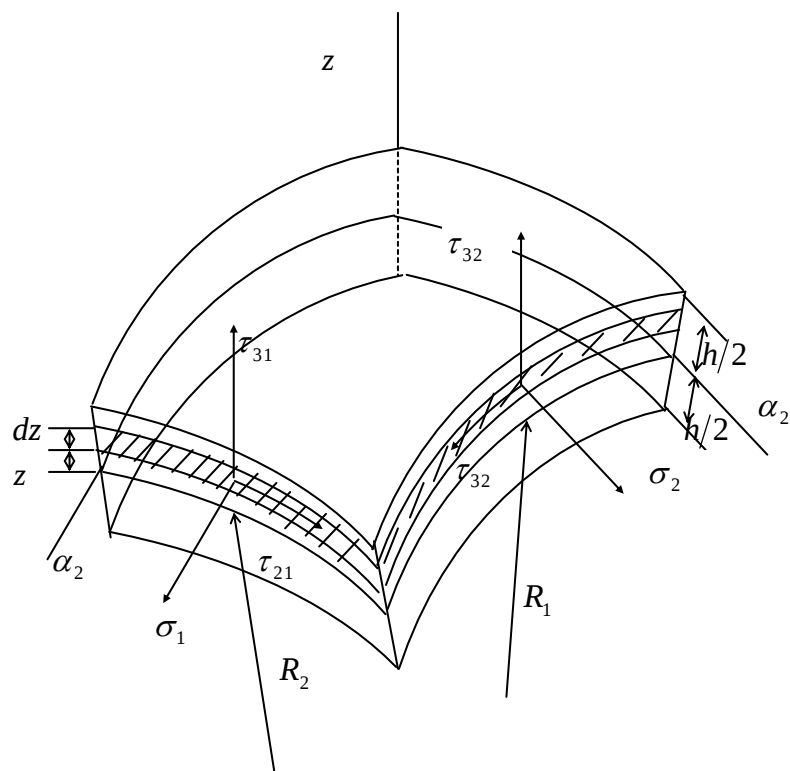
1.3. Қобиклар кесимдаги ички кучлар ва моментлар

Берилган қобикдан, унинг ўрта сиртига нормал бўлган $\alpha, \alpha + d\alpha$; ва $\beta, \beta + d\beta$ текисликлар ёрдамида кичик элемент ажратиб оламиз (1.4-шакл). Нормал кучланишларни σ_1, σ_2 , ўрта текисликка паралел равишда таъсир этувчи уринма кучланишни τ_{12}, τ_{21} ўрта текисликка нормал йўналишида таъсир этувчи уринма кучланишни τ_{13}, τ_{31} билан белгилаймиз.

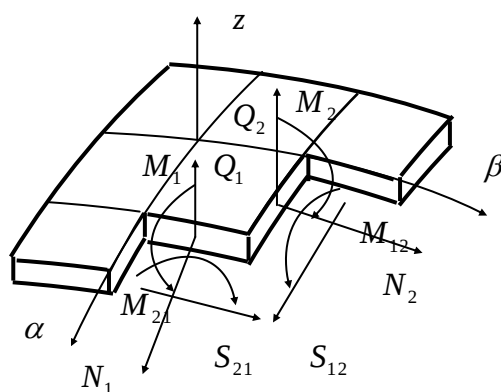
Узунлик ўлчов бирлигига тўғри келувчи зўриқиш кучларини ҳамда моментларини аниқлаймиз. Узунлик ўлчов бирлигига тўғри келувчи зўриқиш кучларини N_1, N_2 , уринма кучларни S_{12}, S_{21} , кўндаланг кучларни Q_1, Q_2 , эгувчи моментларни M_1, M_2 , ҳамда τ_{12}, τ_{21} уринма кучланишларнинг қобик кесими қалинлиги бўйича нотекис тақсимланиши натижасида ҳосил бўлган буровчи моментларни M_{12}, M_{21} билан белгилаймиз.

Зўриқиш N_1 кучини аниқлаш учун ажратилган элементар $dF = Bd\beta \left(1 + \frac{z}{R_2} \right) dz$ юзадаги dN_1 миқдорини қуйидагича ифодалаймиз:

$$dN_1 = Bd\beta \left(1 + \frac{z}{R_2} \right) \sigma_1 dz. \quad (3.1)$$



a)



б)

1.4-шакл.

Юпка қобиклар учун z/R_1 , z/R_2 катталикларни бирга нисбатан эътиборга олмаса ҳам бўлади. Ҳақиқатдан ҳам қобик қалинлиги унинг эгрилик радиусига нисбатан жуда кичик бўлади. Унда

$$dN_1 = Bd\beta\sigma_1 dz. \quad (3.2)$$

(2.7) формулани эътиборга олиб, кучланиш билан деформация орасидаги боғланишни ифодаловчи Гук қонуни қуйидагича ёзилади:

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2); \\
\sigma_2 &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1); \\
\tau_{12} = \tau_{21} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma.
\end{aligned}
\tag{3.3}$$

4.б-чизмада ички кучларнинг мусбат йўналиши кўрсатилган. Узунлик ўлчов бирлигига тўғри келувчи бу ички куч компонентлари қуйидаги формулалардан аниқланади:

Нормал куч

$$\begin{aligned}
N_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 dz = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2), \\
N_2 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 dz = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1).
\end{aligned}
\tag{3.4}$$

Уринма куч

$$S_{12} = S_{21} = S = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{12} dz = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \gamma. \tag{3.5}$$

Кўндаланг куч

$$\begin{aligned}
Q_{13} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{13} dz = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1), \\
Q_{31} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{31} dz = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1).
\end{aligned}
\tag{3.6}$$

Эгувчи момент

$$\begin{aligned}
M_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1 z dz = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (\chi_1 + \nu \chi_2) \\
M_2 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2 z dz = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (\chi_2 + \nu \chi_1).
\end{aligned}
\tag{3.7}$$

Буровчи момент

$$M_{21} = M_{12} = H = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{21} z dz = \frac{Eh^3}{12(1+\nu)} \chi. \tag{3.8}$$

Кучланишлар қуйидаги ифодалардан аниқлайди:

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= \frac{N_1}{h} + \frac{M_1}{I} z; \\
\sigma_2 &= \frac{N_2}{h} + \frac{M_2}{I} z; \\
\tau_{12} &= \frac{N_{12}}{h} + \frac{M_{12}}{I} z.
\end{aligned}
\tag{3.9}$$

Бу ерда $I = h^3/12$ эни бир бирликка тўғри келувчи кесимнинг, ўрта текисликка уринма бўлган ўққа нисбатан инерция моменти.

Инерция моментини эътиборга олиб, (3.9) формулага $z = h/2$ ни қўйиб кучланишларнинг энг катта қийматларини топамиз.

$$\begin{aligned}
(\sigma_1)_{\max} &= \frac{N_1}{h} + \frac{6M_1}{h^2}; \\
(\sigma_2)_{\max} &= \frac{N_2}{h} + \frac{6M_2}{h^2}; \\
(\sigma_3)_{\max} &= (\tau_{12})_{\max} = \frac{N_{12}}{h} + \frac{6M_{12}}{h^2}
\end{aligned}
\quad . \quad (3.10)$$

Қобикнинг моментли ва моментсиз ҳолатлари бир - биридан фарқ қилади. Агар $M_1 = M_2 = M_{12} = M_{21} = 0$ бўлса, қобикнинг бундай кучланганлик ҳолати моментсиз ҳолат деб аталади. Бундан ташқари физик кучлар асосан нормал ва силжитувчи кучлар билан мувозанатда бўлади. Бундай чекланишларга асосланиб қобикларни ҳисоблаш назарияси, қобикларни моментсиз ҳисоблаш назарияси дейилади. Унда юқоридаги кучланишлар қуйидагича ифодаланилади:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{h}, \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{h}, \quad \tau_{12} = \frac{S_{12}}{h}. \quad (3.11)$$

Қобикларнинг моментсиз кучланганлик ҳолати мавжуд бўлиш учун маълум шартлар бажарилиши лозим. Бу шартлар қуйидагилардир:

1. Қобик сирт сирти силлиқ ва узлуксиз ўзгариб бориши лозим.
2. Қобик сирт сиртига қўйилган ташқи куч узлуксиз ва силлиқ ўзгариши лозим.
3. Қобик четлари, унинг ўрта текислик нормали йўналиши бўйича эркин кўчиш имкониятига эга бўлиши лозим.
4. Қобикнинг четига қўйилган ташқи кучлар, унинг ўрта сиртига нормал бўлган текисликда ташкил этувчиларга эга бўлмаслиги лозим.

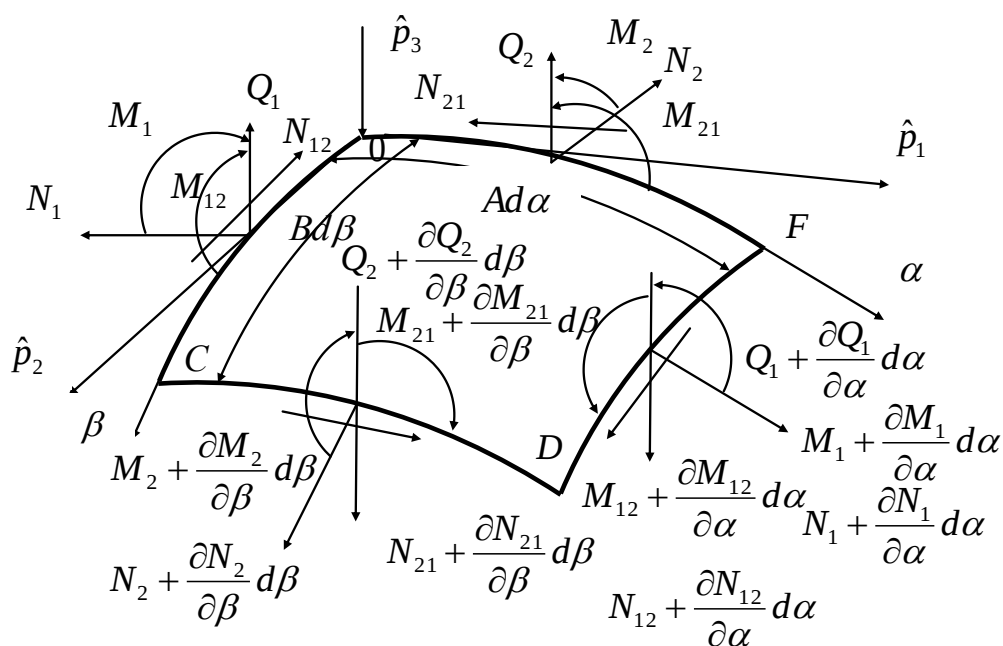
Бу шартлар бажарилмаса, эгилишдан ҳосил бўлган кучланишлар катта бўлади ва қобикларни ҳисоблашда уни эътиборга олиш керак. Бундай ҳолларда қобиклар, моментли қобиклар назарияси билан ҳисобланади.

1.4. Мувозанат дифференциал тенглама

Қобикдан $\alpha = const, \alpha + d\alpha = const$, ва $\beta = const, \beta + d\beta = const$ нормал кесимлар ёрдамида ажратиб олинган бирор кичик элементнинг мувозанатини текшириб кўрамиз (1.5-чизма). Қобик сирти бўйича ташқи кучлар силлиқ ва текис тақсимланган бўлсин.

Элементга таъсир этувчи барча кучларнинг координата α, β, z ўқларидаги проекцияларини q_1, q_2, q_3 лар билан белгилаймиз. Элементнинг $\alpha + d\alpha = const, \beta + d\beta = const$ томонлари қуйидагича орттирмага эга бўлади :

$$DD' = \frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta, \quad DD'' = \frac{\partial A}{\partial \beta} d\alpha d\beta. \quad (4.1)$$



1.5-чизма.

Худди шунингдек, зўриқиш кучлари ҳам α, β координаталарининг узлуксиз функциялари бўлганлиги учун орттирмага эга бўлади.

Четки DF - томонида нормал куч $N_1 B d\beta$, четки CD -томонида нормал куч қуйидагича ифодаланади.

$$\left(N_1 + \frac{\partial N_1}{\partial \alpha} d\alpha \right) \left(B d\beta + \frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta \right) = N_1 B d\beta + \frac{\partial N_1}{\partial \alpha} B d\alpha d\beta + N_1 \frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta + \frac{\partial N_1}{\partial \alpha} \frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\alpha d\beta \quad (4.2)$$

Бу ифодадаги охирги ҳад жуда ҳам кичик бўлганлиги учун уни эътиборга олмаймиз ва

$$\frac{\partial N_1}{\partial \alpha} B d\alpha d\beta + N_1 \frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta = \frac{\partial}{\partial \alpha} (N_1 B) d\alpha d\beta, \quad (4.3)$$

эканлигини эътиборга олиб, четки CD - томонига таъсир этувчи нормал кучни куйидагича ифодалаймиз:

$$N_1 B d\beta + \frac{\partial}{\partial \alpha} (N_1 B) d\alpha d\beta. \quad (4.4)$$

Худди шунингдек, четки CD ва DF томонларидаги зўриқиш кучларни аниқлаймиз:

1. Барча кучларни Ox ўқиға проекциялаб мувозанат тенгламасини тузамиз.

Нормал кучларнинг Ox ўқидаги проекцияси

$$N_1 B d\beta + \frac{\partial}{\partial \alpha} (N_1 B) d\alpha d\beta - N_1 B d\beta = \frac{\partial}{\partial \alpha} (N_1 B) d\alpha d\beta. \quad (4.5)$$

Силжитувчи S_{12} кучнинг Ox ўқидаги проекцияси

$$S_{12} A d\alpha + \frac{\partial}{\partial \beta} (S_{12} A) d\alpha d\beta - S_{12} A d\alpha = \frac{\partial}{\partial \beta} (S_{12} A) d\alpha d\beta. \quad (4.6)$$

Четки FD томонга таъсир этувчи нормал куч

$$N_2 A d\alpha + \frac{\partial}{\partial \beta} (N_2 A) d\alpha d\beta, \quad (4.7)$$

четки OC томонга нисбатан жуда кичик ψ бурчакка бурилган бу нормал куч Ox ўқиға проекция беради.

Агар куйидаги нисбитни эътиборга олиб бу жуда кичик ψ бурчакни 1.3- чизмадан аниқлаимиз

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi &= \frac{D^{\text{III}} D^{\text{II}}}{FD^{\text{III}}} \approx \frac{DD^{\text{I}}}{FD^{\text{III}}}, \\ \psi &\approx \operatorname{tg} \psi = \frac{\frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta}{A d\alpha}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

эканлигини эътиборга олиб (4.7) ифода куйидагича бўлади:

$$\begin{aligned} & - \left[N_2 A d\alpha + \frac{\partial}{\partial \beta} (N_2 A) d\alpha d\beta \right] \psi = \\ & = -N_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta - \frac{\partial}{\partial \beta} (N_2 A) \frac{\partial B}{\partial \alpha} \frac{1}{A \partial \alpha} d\alpha^2 d\beta^2. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Бу ифоданинг ўнг томонидаги охирги ҳад жуда ҳам кичик бўлганлиги учун эътиборга олмаймиз. Унда

$$-N_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} d\alpha d\beta \quad (4.10)$$

Худди шунингдек четки CD томонга таъсир этувчи силжитувчи кучнинг Ox ўқидаги проекция

$$\left[S_{21} B d\beta + \frac{\partial}{\partial \alpha} (S_{21} B) d\alpha d\beta \right] \psi. \quad (4.11)$$

бу ерда

$$\psi = \frac{\frac{\partial A}{\partial \beta} d\alpha d\beta}{B d\beta}. \quad (4.12)$$

Унда бу кучнинг проекцияси

$$S_{21} \frac{\partial A}{\partial \beta} d\alpha d\beta \quad (4.13)$$

Кесувчи Q_1 кучнинг $0x$ ўқидаги проекцияси, юқори тартибли чексиз кичик ҳадларни эътиборга олмасак қуйидагича ифодаланади.

$$\frac{1}{R_1} Q_1 AB d\alpha d\beta \quad (4.14)$$

Сиртки кучнинг $0x$ ўқидаги проекцияси

$$q_1 AB d\alpha d\beta \quad (4.15)$$

Юқорида аниқланган барча кучларни қўшиб ва ҳосил қилинган натижани $d\alpha, d\beta$ бўлиб, $0x$ ўқи бўйича йўналган кучлар мувозанат тенгламасини ҳосил қиламиз.

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (N_1 B) + \frac{\partial}{\partial \beta} (S_{12} A) - N_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} + S_{21} \frac{\partial A}{\partial \beta} + Q_1 \frac{AB}{R_1} + ABq_1 = 0. \quad (4.16)$$

2. Худди шу усул билан $0y$ координата ўқи бўйича мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\frac{\partial}{\partial \beta} (N_2 A) + \frac{\partial}{\partial \alpha} (S_{21} B) - N_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} + S_{12} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + Q_2 \frac{AB}{R_2} + ABq_2 = 0. \quad (4.17)$$

3. Координата $0z$ ўқига нисбатан мувозанат тенгламани тузамиз.

Кўндаланг Q_1 кучининг проекцияси

$$-Q_1 B d\beta + \left[Q_1 B d\beta + \frac{\partial}{\partial \alpha} (Q_1 B) d\alpha d\beta \right] \cos \varphi_1; \quad (4.18)$$

φ_1 - бурчак жуда ҳам кичик бўлгани учун $\cos \varphi_1 = 1$ бўлади. Унда (4.18) ифода қуйидагича бўлади:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (Q_1 B) d\alpha d\beta$$

Четки CD томондаги нормал кучнинг $0z$ ўқидаги проекцияси

$$-\left[N_1 B d\beta + \frac{\partial}{\partial \alpha} (N_1 B) \right] \frac{Ad\alpha}{R_1} = -N_1 \left(\frac{AB}{R_1} \right) d\alpha d\beta. \quad (4.19)$$

Четки OC ва DF томонларига таъсир этувчи кучлар ҳам худди қуйидагича таъсир этувчиларни беради

$$\frac{\partial}{\partial \beta} (Q_2 A) d\alpha d\beta; \text{ ва } -N_2 \frac{AB}{R_2} d\alpha d\beta. \quad (4.20)$$

Сиртки кучнинг $0z$ ўқидаги проекцияси

$$q_3 AB d\alpha d\beta. \quad (4.21)$$

Юқорида аниқланган барча кучларни қўшиб ва натижани $d\alpha, d\beta$ бўлиб, $0z$ ўқи бўйича йўналган кучлар мувозанат тенгламани ҳосил қиламиз.

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (Q_1 B) + \frac{\partial}{\partial \beta} (Q_2 A) - N_1 \frac{AB}{R_1} - N_2 \frac{AB}{R_2} + q_3 AB d\alpha d\beta. \quad (4.22)$$

4. Координата $0x$ ўқига нисбатан барча кучлардан олинган моментларнинг алгебраик йиғиндисини нолга тенглаймиз.

$$\frac{\partial (M_{21} B)}{\partial \alpha} + \frac{\partial (M_2 A)}{\partial \beta} - M_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} + M_{12} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - Q_2 AB = 0. \quad (4.23)$$

5. Худди шунингдек, $0y$ ўқиға нисбатан барча кучлардан олинган моментларнинг алгебраик йиғиндисини нолга тенглаймиз:

$$\left(\frac{\partial M_{12}A}{\partial \beta}\right) + \frac{\partial(M_1B)}{\partial \alpha} - M_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} + M_{21} \frac{\partial A}{\partial \beta} - Q_1 AB = 0. \quad (4.24)$$

6. Уринма кучланишларнинг жуфтлик қонуни асосида, $0z$ ўқиға нисбатан барча зўриқишлардан олинган моментлар, статиканинг мувозанат тенгламасини айнан қаноатлантиради.

Шундай қилиб қобиқ учун 5-та мувозанат тенгламалар системасини ҳосил қилдик

$$\frac{\partial}{\partial \alpha}(N_1B) + \frac{\partial}{\partial \beta}(S_{12}A) - N_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} + S_{21} \frac{\partial A}{\partial \beta} + Q_1 K_1 AB + q_1 AB = 0. \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta}(N_2A) + \frac{\partial}{\partial \alpha}(S_{21}B) - N_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} + S_{12} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + Q_2 K_2 AB + q_2 AB = 0. \quad (4.26)$$

$$\frac{1}{AB} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha}(Q_1B) + \frac{\partial}{\partial \beta}(Q_2A) \right] - N_1 K_1 - N_2 K_2 + q_3 = 0 \quad (4.27)$$

$$\left(\frac{\partial M_{21}B}{\partial \alpha}\right) + \frac{\partial(M_2A)}{\partial \beta} - M_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} + M_{12} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - Q_2 AB = 0. \quad (4.28)$$

$$\left(\frac{\partial M_{12}A}{\partial \beta}\right) + \frac{\partial(M_1B)}{\partial \alpha} - M_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} + M_{21} \frac{\partial A}{\partial \beta} - Q_1 AB = 0. \quad (4.29)$$

Бу тенгламаларда 10та $N_1, N_2, S_{12}, S_{21}, M_1, M_2, M_{12}, M_{21}, Q_1, Q_2$ номаълумлар киради.

Агар моментлар $M_1 = M_2 = M_{21} = 0$ ва қўндаланг куч $Q_1 = Q_2 = 0$ нолга тенг бўлса (4.24-4.29) тенгламалардан моментсиз қобиқлар назарияси тенгламалари келиб чиқади.

$$\frac{\partial}{\partial \alpha}(N_1B) + \frac{\partial}{\partial \beta}(S_{12}A) - N_2 \frac{\partial B}{\partial \alpha} + S_{21} \frac{\partial A}{\partial \beta} + q_1 AB = 0. \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta}(N_2A) + \frac{\partial}{\partial \alpha}(S_{21}B) - N_1 \frac{\partial A}{\partial \beta} + S_{12} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + q_2 AB = 0. \quad (4.31)$$

$$\frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} + q_3 = 0. \quad (4.32)$$

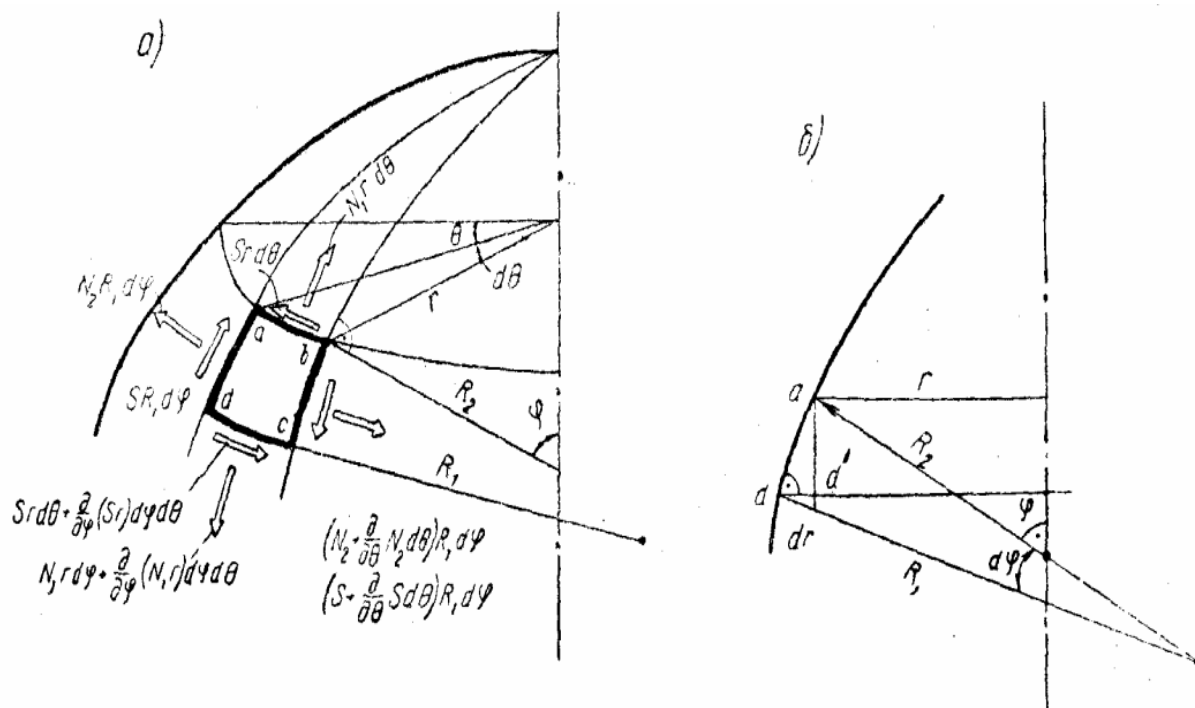
1.5. Айланиш сиртли қобикларни, моментсиз назария билан ҳисоблаш

Сферик координаталар системасида ихтиёрий айланиш сиртли қобик 1.6-чизмада келтирилган. Чизмадан қуйидагиларни аниқлаш мумкин:

$$r = R_2 \sin \varphi, \quad ab = ds_2 = R_2 \sin \varphi d\varphi,$$

$$ad = ds_1 = R_1 d\varphi, \quad A = R_1, \quad B = r.$$

(5.1)



1.6-чизма.

Симметрик қобик учун A ва B Лямэ коэффициентлари фақат φ ўзгарувчининг функцияси бўлиб θ координатага боғлиқ эмас. Бу ҳолда мувозанат дифференциал (4.30-4.32) тенгламалар қуйидаги кўринишда ифлдаланади:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi}(rN_1) + R_1 \frac{\partial S}{\partial \theta} - N_2 R_1 \cos \varphi + q_1 r R_1 = 0. \quad (5.2)$$

$$R_1 \frac{\partial N_2}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \varphi}(rS) + SR_1 \cos \varphi + q_2 r R_1 = 0. \quad (5.3)$$

$$\frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} + q_3 = 0. \quad (5.4)$$

Хусусий ҳолда сферик қобик учун $R_1 = R_2 = R$ ва $Ad\alpha = Rd\varphi$; $Bd\beta = (R \sin \varphi)d\theta$; эканлигини аниқлаш қийин эмас. Унда $\alpha = \varphi$; $\beta = \theta$; $A = R$; $B = R \sin \varphi$ бўлади. Қобикнинг моментсиз назарияси тенгламаларини қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{\partial(N_1 \sin \varphi)}{\partial \varphi} + \frac{\partial S_{12}}{\partial \theta} - N_2 \cos \varphi + q_1 R \sin \varphi = 0; \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial(S_{21} \sin \varphi)}{\partial \varphi} + \frac{\partial N_2}{\partial \theta} + S_{12} \cos \varphi + q_2 R \sin \varphi = 0; \quad (5.6)$$

$$N_1 + N_2 + q_3 R = 0. \quad (5.7)$$

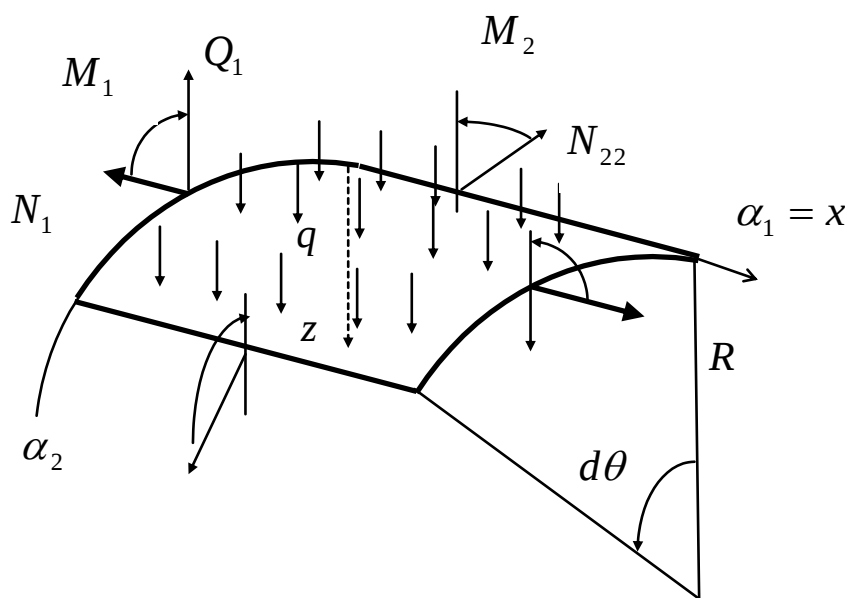
Агар қобик ўққа нисбатан симметрик юклар билан юкланган бўлса нормал ва уринма кучлар координатага боғлиқ бўлмайди ва $S_{12} = S_{21} = 0$ тенг бўлади. Унда (5.2-5.4) тенгламалардан қуйидаги икkitаси қолади.

$$\frac{\partial(N_1 \sin \varphi)}{\partial \varphi} - N_2 \cos \varphi + q_1 R \sin \varphi = 0; \quad (5.8)$$

$$N_1 + N_2 + q_3 R = 0. \quad (5.9)$$

1.6. Моментли назария асосида цилиндрик қобиклар ҳисоби

Узунлиги ℓ ва радиуси R бўлган цилиндр шаклдаги қобикни x, θ координата системасида қараймиз (1.7-чизма).



1.7-чизма.

$$\text{Унда } R_1 = \infty, \quad R_2 = R, \quad dS_1 = Ad\alpha = dx, \quad dS_2 = Bd\beta = Rd\theta \quad (6.1)$$

Бўлади, демак $\alpha = x, \quad \beta = \theta, \quad A=1, \quad B=R$.

Унда мувозанат дифференциал тенглама (4.25-4.29) қуйидагича ифодаланади.

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial S_{12}}{R \partial \theta} + q_1 = 0, \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial S_{21}}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{R \partial \theta} - \frac{Q_2}{R} + q_2 = 0. \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{R \partial \theta} + \frac{N_2}{R} + q_3 = 0. \quad (6.4)$$

Бу 5та тенгламалар системасидан кесувчи кучни йўқотамиз, унда

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial S_{12}}{R \partial \theta} + q_1 = 0. \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial S_{12}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_2}{\partial \theta} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial M_2}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{12}}{\partial x} + q_2 = 0. \quad (6.6)$$

$$\frac{\partial^2 M_{21}}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 M_2}{\partial \theta^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial^2 M_{12}}{\partial x \partial \theta} + \frac{N_2}{R} + q_3 = 0. \quad (6.7)$$

Бу учта тенгламада бта $N_1, N_2, M_1, M_2, M_{12}, M_{21}$ номаълум бўлиб масала уч марта статик аниқмасдир.

Геометрик тенгламаларини юқоридаги (2.2-2.7) тенгламаларга асосан қуйидаги ифодаларни ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x}; \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R}; \\ \gamma &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta}; \\ \chi_1 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \\ \chi_2 &= -\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(-\frac{v}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right); \\ \lambda &= -\frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (6.8)$$

Бу геометрик тенгламаларни эътиборга олиб, қобикнинг кўндаланг кесимдаги зўриқиш кучлари (3.4-3.8) қуйидагича ифодаланади:

$$N_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \left(\frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} \right) \right]; \quad (6.10)$$

$$N_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right]; \quad (6.11)$$

$$S = S = S_{12} = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]; \quad (6.12)$$

$$M_1 = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\nu}{R^2} \left(-\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right]; \quad (6.13)$$

$$M_2 = -D \left[\frac{1}{R^2} \left(-\frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]; \quad (6.14)$$

$$M_{12} = M_{21} = H = -D(1-\nu) \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \right). \quad (6.15)$$

Агар $M_1 = M_2 = M_{12} = M_{21} = 0$ бўлса тенгламалар (6.5-6.7) соддалашади ва моментсиз қобик назарияси тенгламаларини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial S_{12}}{\partial \theta} + q_1 = 0. \quad (6.16)$$

$$\frac{\partial S_{21}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_2}{\partial \theta} + q_2 = 0. \quad (6.17)$$

$$N_2 + q_3 R = 0. \quad (6.18)$$

1.7. Ўққа нисбатан симметрик юкланган цилиндрик қобиклар ҳисоби

Агар қобик ўққа нисбатан симметрик юклар билан юкланган бўлса, унда $q_2 = 0$ ва ички зўриқиш кучлари $M_{12} = H = 0$; $S_{12} = 0$ бўлиб бошқа ички зўриқиш кучлари фақат x координатага боғлиқ бўлади. Унда мувозанат дифференциал (6.5-6.7) тенглама қуйидагича ифодаланади.

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dx} + q_1 &= 0; \\ \frac{d^2 M_1}{dx^2} + \frac{N_2}{R} + q_3 &= 0. \end{aligned} \quad (7.1)$$

Бу икки тенгламада учта N_1, N_2, M_1 номаълум бўлиб масала бир марта статик аниқмасдир.

Биринчи мувозанат тенгламадан аниқлаймиз.

$$N_1 = -q_1 x + C. \quad (7.2)$$

Бу масалани кўчишга нисбатан ечамиз: қаралаётган масала ўққий симметрик бўлгани учун доиравий кўчиш $\nu = 0$ бўлиб, u, w -кўчишлар x координатанинг функциясидир. Унда геометрик тенглама (6.8-6.9) қуйидагича ифодаланади.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{du}{dx}; \\ \varepsilon_2 &= -\frac{w}{R}; \\ \gamma &= 0; \\ \chi_1 &= \frac{d^2 w}{dx^2}; \\ \chi_2 &= 0; \\ \lambda &= 0. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Унда зўриқиш (6.10-6.15) кучлари қуйидагича ифодаланади.

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(\frac{du}{dx} + \nu \frac{w}{R} \right); \\ N_2 &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(-\frac{w}{R} + \nu \frac{du}{dx} \right); \end{aligned} \quad (7.4)$$

Эгувчи моментлар

$$\begin{aligned} M_1 &= -D \frac{d^2 w}{dx^2}; \\ M_2 &= -\nu D \frac{d^2 w}{dx^2}. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Бу (7.5) ифодани эътиборга олиб (6.4) формуладан қуйидагини аниқлаймиз

$$Q_1 = -D \frac{d^3 w}{dx^3}; \quad Q_2 = 0. \quad (7.6)$$

Бундан кейин $N_1 = 0$ деб қараймиз ва (7.4) формуладан қуйидагиларни аниқлаймиз:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dx} &= \nu \frac{w}{R}; \\ N_2 &= -\frac{Ehw}{R}, \end{aligned} \quad (7.7)$$

аниқлаймиз.

Унда (7.7) тенгламани эътиборга олиб (7.1) тенгламанинг иккинчи тенгламаси қуйидагича ифодаланади.

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{Ehw}{R} = q_3. \quad (7.8)$$

Бу ифодага

$$q_3 = q; \quad \beta = \frac{Eh}{4DR^2} = \frac{3(1-\nu^2)}{R^2 h^2}. \quad (7.9)$$

белгилашлар киритамиз ва уни қуйидагича ифодаalayмиз.

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4\beta^4 w = \frac{q}{D}. \quad (7.10)$$

Бу тенгламанинг ечими қуйидагича ифодаланади.

$$\begin{aligned} w &= e^{-\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + \\ &+ e^{\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) + w^*. \end{aligned} \quad (7.11)$$

бу ерда w^* - бир жинсли бўлмаган тенгламани хусусий ечими.

Агар қобик жуда ҳам узун $x \rightarrow \infty$ бўлса, $C_3 = C_4 = 0$ бўлади, унда

$$w = e^{-\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + w^*. \quad (7.12)$$

Умумий ҳолда ўзгармас C_1, C_2, C_3, C_4 коэффициентлар қобикнинг чегара шартларидан аниқланади

1.8. Четки қирғоғи бўйлаб юкланган ярим чексиз цилиндр шаклидаги қобик ҳисоби

Узун цилиндр шаклидаги қобик четки қирғоғи бўйлаб текис ёйилган эгувчи момент M_0 ва кўндаланг куч Q_0 билан юкланган (1.8-чизма). Бу масалада $N_1 = 0$; $q_1 = q_2 = q_3 = 0$ бўлгани учун дифференциал (7.10) тенгламанинг ечими қуйидагича аниқланади:

$$w = e^{-\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x). \quad (8.1)$$

Бу функцияни дифференциаллаб айланиш бурчак деформацияси, эгувчи момент ва кўндаланг куч ифодаларини қуйидагича ифодалаймиз.

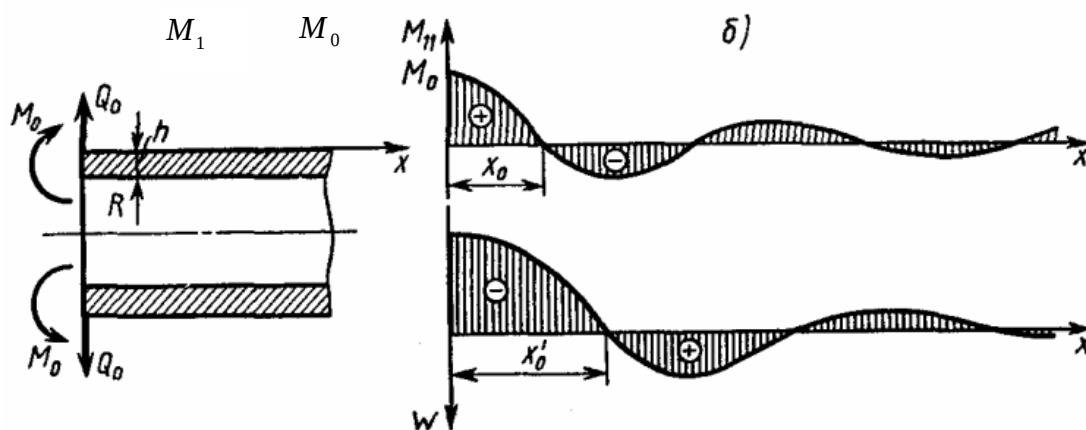
$$\frac{\partial w}{\partial x} = \beta e^{-\beta x} [-C_1 (\cos \beta x + \sin \beta x) + C_2 (\cos \beta x - \sin \beta x)]. \quad (8.2)$$

$$M_1 = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -2D\beta^2 e^{-\beta x} [C_1 \sin \beta x - C_2 \cos \beta x]. \quad (8.3)$$

$$Q_1 = \frac{dM_1}{dx} = -2D\beta^3 e^{-\beta x} [C_1 (\cos \beta x - \sin \beta x) + C_2 (\cos \beta x + \sin \beta x)]. \quad (8.4)$$

$$N_2 = \frac{Ehw}{R} = \frac{Eh}{R} e^{-\beta x} [C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x]. \quad (8.5)$$

Бу ифодалардаги ўзгармас C_1 ва C_2 коэффициентлари $x = 0$ кесимнинг юкланиш шартидан аниқлаймиз.



1.8 - Чизма.

$$\begin{aligned} M_1 &= M_0, \\ Q_1 &= Q_0. \end{aligned} \quad (8.6)$$

Бу шартларга асосан

$$\begin{aligned} 2\beta^2 C_2 &= \frac{M_0}{D}; \\ 2\beta^3 (C_1 + C_2) &= -\frac{Q_0}{D}, \end{aligned} \quad (8.7)$$

бундан

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{Q_0 + \beta M_0}{2\beta^3 D}; \\ C_2 &= \frac{M_0}{2\beta^2 D}. \end{aligned} \quad (8.8)$$

Унда салқилик функцияси ифодаси

$$w = \frac{e^{-\beta x}}{2D\beta^3} [\beta M_0 \sin \beta x - (Q_0 + \beta M_0) \cos \beta x]. \quad (8.9)$$

Эгувчи момент ифодаси

$$M_1 = \frac{e^{-\beta x}}{\beta} [\beta M_0 \cos \beta x + (Q_0 + \beta M_0) \sin \beta x]. \quad (8.10)$$

Кучланишларни (3.9) формулага асосан қуйидагича аниқланади:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{M_1}{I} z; \\ \sigma_2 &= \frac{M_2}{I} z; \\ \tau_{12} &= 0. \end{aligned} \quad (8.11)$$

Қобикнинг $x = 0$ бўлган қиёғида салқилик ва моментлар ўзнинг энг катта қийматига эришади, яъни:

$$\begin{aligned} w_{\max} &= w(0) = -\frac{Q_0 + \beta M_0}{2D\beta^3} < 0; \\ (M_1)_{\max} &= M_0; \quad M_2 = \nu M_1. \end{aligned} \quad (8.12)$$

Координата x нинг ортиши билан M_1 , M_2 эгувчи моментлар, w салқилик ҳамда σ_1 , σ_2 кучланишлар тез сўниб боради (1.8.б-чизма).

M_1 моментни нолга тенглаб, момент ишорасининг ўзгариш нуқтасини белгиловчи x_0 узунликни аниқловчи шартни ҳосил қиламиз:

$$\operatorname{tg} \beta x_0 = -\frac{\beta M_0}{Q_0 + \beta M_0}. \quad (8.13)$$

Худди шунинг каби $w = 0$ шартдан:

$$\operatorname{tg} \beta x_0^* = -\frac{Q_0 + \beta M_0}{2D\beta^3} = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta x_0}. \quad (8.14)$$

Агар қобик учун унинг моментсиз ҳолати шартларининг биринчи иккитаси бажарилиб қолган иккитаси бажарилмаса, унда қобик кучланганлик ҳолати ва қирғоқ эффекти йиғиндисидан иборат деб қараш мумкин. Бу ҳолатда қобик ҳисоби олдин ташқи кучдан моментсиз назария асосида ҳисоблашга келтирилади. Сўнгра эса қирғоқ эффекти масаласи ечилади ва шундан кейин зўриқиш ва моментларни қўшиб умумий ечим аниқланади.

1.9. Яссисимон қобиклар назарияси асослари

Ясси қобик -деб кўтариш баландлиги f қолган чизикли ўлчамларига нисбатан кичик бўлган қобикқа айтилади (1.9-чизма) $f/a \leq 1,5$.

Ясси қобиклар асосан бозорлар, ишлаб чиқариш бинолари ва стадионларни ёпишда кенг қўлланилади.

В. 3. Власовнинг ясси қобик назарияси қуйидаги гипотезаларга асосланади:

1. Қобик шунчалик ясси деб олинадики, унинг геометрик сирти тахминан унинг проекция текислигидаги геометриясига тўғри келади.

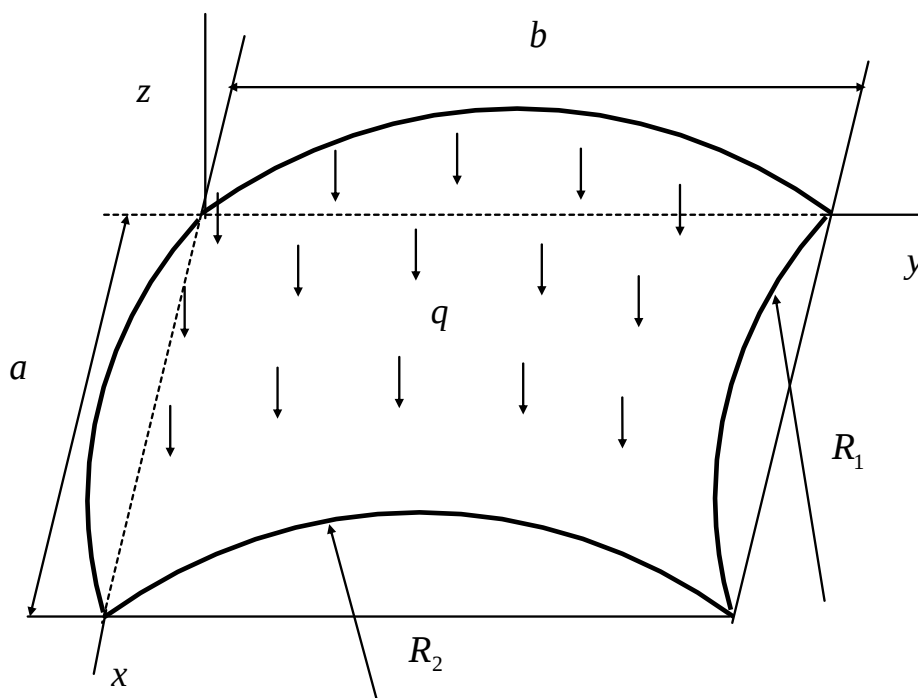
Демак

$$(ds)^2 = A^2(d\alpha)^2 + B^2(d\beta)^2, \quad (9.1)$$

ўрнига

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2, \quad (9.2)$$

деб ҳисоблаш мумкин, унда $A = B = 1$; $\alpha = x$; $\beta = y$.



1.9-чизма.

2. Мувозанат дифференциал тенгламада $1/R_1$ ва $1/R_2$ коэффициентларга кўпайтирилган кесувчи кучлари бор ҳадларни ташлаб юбориш лозим.

3. Эгилиш деформацияси ифодаларида қобик ўрта сирти нормали бўйича ҳосил бўлган деформацияни қолдириш кифоя.

Бу гипотезаларни эътиборга олиб ясси қобиклар мувозанат дифференциал тенгламалари қуйидагича ифодаланади:

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial S_{12}}{\partial y} + q_1 = 0; \quad (9.3)$$

$$\frac{\partial S_{21}}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} + q_2 = 0.$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} + \frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} + q_3 = 0; \quad (9.4)$$

$$Q_1 = \frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial M_{12}}{\partial y}; \quad (9.5)$$

$$Q_2 = \frac{\partial M_{21}}{\partial x} + \frac{\partial M_2}{\partial y}.$$

Юқоридаги гипотезаларга асосланиб деформацияларни қуйидагича аниқлаймиз.

$$\xi_1 = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{w}{R_1};$$

$$\xi_2 = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R_2}; \quad (9.6)$$

$$2\gamma = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x};$$

$$\chi_1 = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2};$$

$$\chi_2 = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad (9.7)$$

$$\lambda = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

Деформациянинг узлуксизлик тенгламаси

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_2}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x \partial y} = \frac{1}{R_1} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{R_2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (9.8)$$

Физик тенгламаларни қуйидагича ифодалаш мумкин

$$N_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2);$$

$$N_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1); \quad (9.10)$$

$$S = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \gamma.$$

$$M_1 = -D(\chi_1 + \nu\chi_2) = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right); \quad (9.11)$$

$$M_2 = -D(\chi_2 + \nu\chi_1) = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right); \quad (9.12)$$

$$M_{12} = M_{21} = H = -D(1-\nu)\gamma = -D(1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}. \quad (9.13)$$

$$Q_1 = -D\frac{\partial}{\partial x}(\nabla^2 w); \quad (9.14)$$

$$Q_2 = -D\frac{\partial}{\partial y}(\nabla^2 w).$$

Тенгламалар системаси (9.3-9.14) икки номаълумли иккита тенгламага келтириш мумкин. Бунинг учун $q_1 = q_2 = 0$, $q_3 = q$ деб қараймиз унда (9.3) тенгламани қуйидагича ифодалаймиз:

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial S_{12}}{\partial y} = 0; \quad (9.15)$$

$$\frac{\partial S_{21}}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} = 0.$$

(9.4) тенгламага (9.5) ифодаларни қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{12}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2} + \frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} + q = 0. \quad (9.16)$$

Текис масаладаги каби кучланиш φ функциясини киритамиз.

$$N_1 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2};$$

$$N_2 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}; \quad (9.17)$$

$$S_{12} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x\partial y}.$$

унда (9.15) тенгламалар қаноатланади. Эгувчи момент билан буровчи момент ифодаларини (9.11-9.13) формуладан (9.10) ифодага қўйиб сиқилишда эгилган ўрта текислик тенгламасини ҳосил қиламиз.

$$D\nabla^4 w = q + N_1 K_1 + N_2 K_2. \quad (9.18)$$

$$\text{бу ерда } K_1 = 1/R_1, K_2 = 1/R_2. \quad (9.19)$$

Юқоридаги (9.10) тенгламадан деформация компонентлари

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{Eh}(N_1 - \nu N_2);$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{Eh}(N_2 - \nu N_1); \quad (9.20)$$

$$\gamma = \frac{1+\nu}{Eh}S_{12}.$$

Бу (9.20) ифодага зўриқиш кучи ўрнига (9.17) тенгламадан кучланишлар функциясини қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{Eh} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right); \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{Eh} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right); \\ \gamma &= -\frac{1+\nu}{Eh} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}.\end{aligned}\tag{9.21}$$

Деформациянинг узлуксизлик (9.5) тенгламасидаги деформацияни зўриқиш кучлари (9.17) орқали, кейин зўриқиш кучларини кучланиш функцияси орқали ифодалаб қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\nabla^4 \varphi = -Eh \left(K_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + K_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right).\tag{9.22}$$

Шундай қилиб ясси қобикнинг асосий тенгламалар системасини ҳосил қиламиз.

$$D\nabla^4 w = q + K_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + K_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}.\tag{9.23}$$

$$\nabla^4 \varphi = -Eh \left(K_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + K_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right).\tag{9.24}$$

Бу тенгламадан иккита φ ва w функцияларни аниқлаш мумкин. Бу дифференциал тенгламалар системаси эластиклик назариясининг икки масаласини: текис масала ва пластинканинг эгилиш ҳақидаги масалаларни ўз ичига олади. Ҳақиқатдан ҳам текис пластинка учун $K_1 = K_2 = 0$ бўлса бизга маълум бўлган тенгламага эга бўламиз.

$$D\nabla^4 w = q; \nabla^4 \varphi = 0.\tag{9.25}$$

Бу тенгламанинг биринчиси пластинка учун Софи-Жермен тенгламаси бўлиб, иккинчиси эса эластиклик назарияси текис масаласи биогормоник тенгламасидир.

Тенгламалар (9.23-9.24) системаси сонли усуллар ёки тахрибий усуллардан бирини қўллаб ечиш мумкин.

Ясси қобик учун масалани ечишни Бубнов-Галеркин усули билан қараб чиқамиз. Кучланиш φ функцияси билан салқилик w функциясини чексиз катор кўринишида қабул қиламиз.

$$\begin{aligned}\varphi &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{mn} \varphi_{mn}; \\ w &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_{mn} w_{mn}.\end{aligned}\tag{9.26}$$

Бу ерда φ_{mn} ва w_{mn} функциялар барча чегара шартларини қаноатлантириш лозим. Ўзгармас A_{mn} ва B_{mn} коэффициентлар Бубнов - Галеркиннинг тахрибий усули тенгламаларидан

$$\int_0^a \int_0^b (D \nabla^4 w - q \nabla_k^2 \varphi) w_{mn} dx dy = 0; \quad (9.27)$$

$$\int_0^a \int_0^b (\nabla^4 \varphi + E h \nabla_k^2 w) \varphi_{mn} dx dy = 0.$$

аниқланади

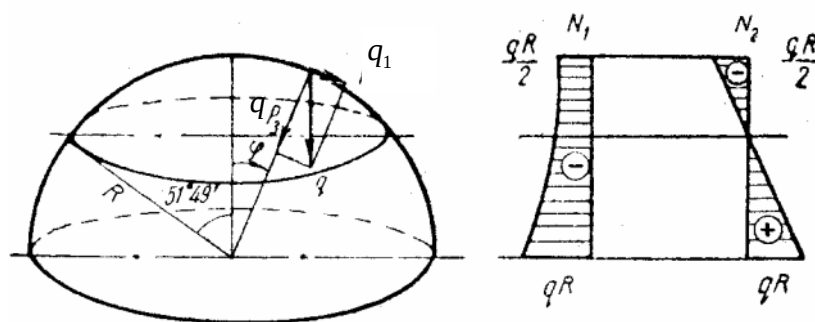
бу ерда $\nabla_k^2 = K_1 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + K_2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ Власов оператори.

Бу тенгламалардан A_{mn} ва B_{mn} параметрлар аниқланади.

Шундай қилиб, ясси қобиклар ҳисоби иккита номаълум w ва φ функцияларни аниқлашга келтирилади.

МАСАЛАЛАР

Масала 1. Хусусий оғирлиги q таъсирида бўлган айланиш сиртли қобик (купола) ҳисобини қараймиз. 1.10-чизма.



1.10-чизма.

Бир бирлик юзага тўғри келган оғирлик q кучининг ташкил этувчиларини қуйидагича ёзиш мумкин.

$$q_1 = q \sin \varphi; \quad q_2 = q \cos \varphi.$$

Бу куч ифодаларини юқоридаги (5.8-5.9) тенгламага қўйиб

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (N_1 \sin \varphi) - N_2 \cos \varphi + qR \sin^2 \varphi = 0.$$

$$N_1 + N_2 + qR \cos \varphi = 0$$

тенгламани ҳосил қиламиз.

Бу тенгламанинг ечими қуйидагича кўринишга эга

$$N_1 = -\frac{qR}{1 + \cos \varphi};$$

$$N_2 = -qR \left(\cos \varphi - \frac{1}{1 - \cos \varphi} \right).$$

Бу формуладан кўринадик, меридионал зўриқиш куч N_1 ҳамма жойда манфий бўлади.

Айлана N_2 зўриқиш кучи манфий ва мусбат бўлиши мумкин. Айлана сиртли қобик (купол)нинг чўққисида $\varphi = 0$ бўлса $N_1 = N_2 = qR/2$ бўлади, агар $\varphi = \pi/2$ бўлса $N_1 = -qR$, $N_2 = qR$. Айланиш бурчак $\varphi \approx 51^\circ 40'$ тенг бўлса айлана N_2 зўриқиш кучи ўз ишорасини ўзгартиради. Айлана N_2 зўриқиш кучининг ишораси ўзгариш жойига тўғри келган, доиравий кесим, ўтиш чоки деб аталади. Бу кучларнинг ўзгариш эпюраси 1.10- чизмада кўрсатилган.

Масала 2. Доиравий кесими бўйича текис тақсимланган тўпланган куч таъсирида бўлган цилиндрик қобикнинг эгилишида салқилик ва эгувчи момент ифодалари аниқлансин ҳамда эпюралари қурилсин (1.11-чизма).

Бу масалани ҳал қилиш учун қобикнинг яримини қараш кифоя ҳамда четки қирғоғи бўйлаб юкланган қобиклар ҳисоби мавзусида олинган ечимдан фойдаланамиз.

Қобикнинг четки қирғоғидаги кесувчи куч (1.11.а-чизма) $Q_0 = -0,5q$. қирғоғдаги M_0 моментни чегара шартидан аниқлаймиз. Яъни $x = 0$ бўлганда $\frac{dw}{dx} = 0$ бўлади.

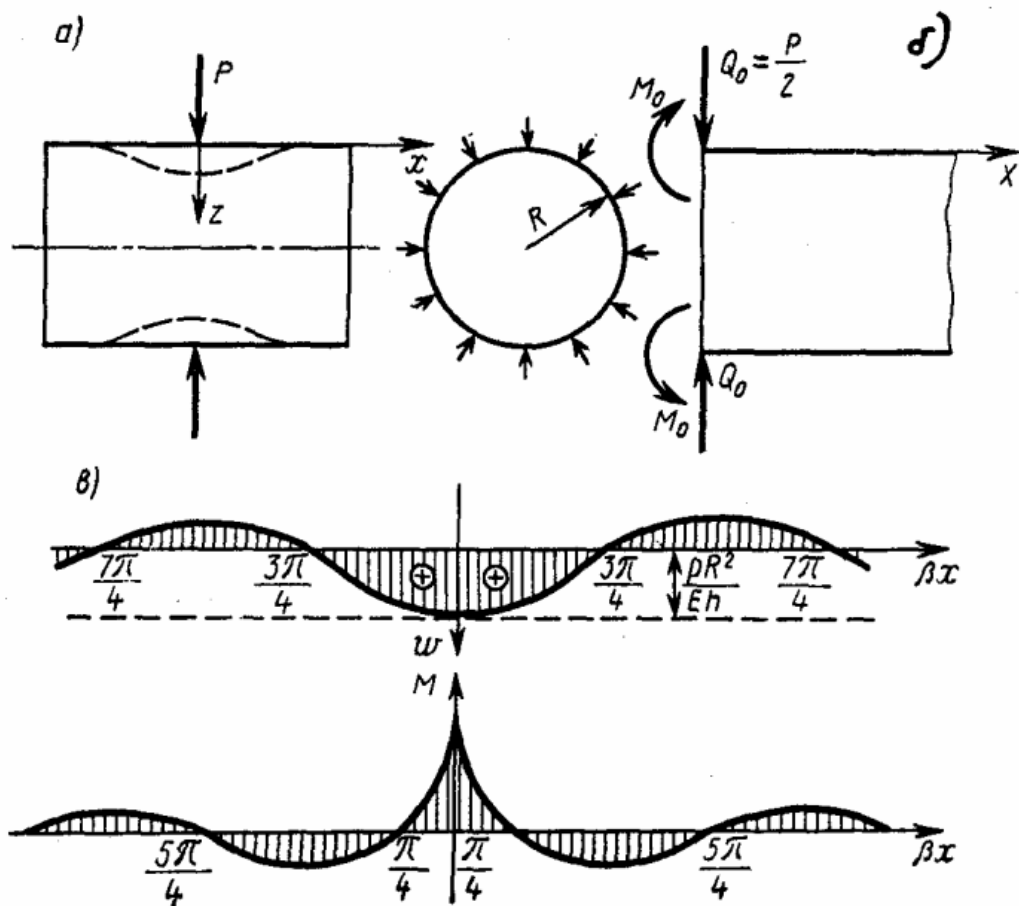
$$\frac{dw}{dx} = -\beta \frac{e^{-\beta x}}{2D\beta^3} [\beta M_0 \sin \beta x - (Q_0 + \beta M_0) \cos \beta x] +$$

$$+ \frac{e^{-\beta x}}{2D\beta^3} [\beta^2 M_0 \cos \beta x + \beta (Q_0 + \beta M_0) \sin \beta x]$$

$$\left(\frac{dw}{dx} \right)_{x=0} = \frac{M_0}{2D\beta} \left(2 + \frac{Q_0}{\beta M_0} \right) = 0; \quad M_0 = -\frac{Q_0}{2\beta} = \frac{q}{4\beta}.$$

Унда салқилик тенгламаси ифодасини қуйидагича ифодаalayмиз

$$w = \frac{q}{8D\beta^2} e^{-\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x).$$



1.11-чизма.

Энг катта салқилик

$$w_{\max} = \frac{q}{8D\beta^2} = \frac{qR^2}{2Eh}.$$

Салқилик функциясининг x бўйича иккинчи тартибли ҳосиласи қуйидагича ёзилади

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{q}{4D\beta} e^{-\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x).$$

Эгувчи момент ифодаси

$$M_1 = -D \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{q}{4\beta} e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x).$$

Эгувчи момент ва салқилик эпюралари 1.11.в-чизмада кўрсатилган.

Масала 3. Суюқлик билан тўлдирилган вертикал вазиятда турган цилиндрик қобик $q_3 - P = -\gamma(h - x)$ босим остида бўлади (1.12-чизма).

Бу масалани моментсиз назария билан ечамиз. Зўриқиш кучлари формулага асосан $N_1 = 0$; $N_2 = -q_3 R = \gamma R(1 - x)$ тенг бўлади. Юқоридаги формулага асосан

$$w = \frac{RN_2}{Eh} = -\frac{\gamma R^2}{Eh} (1 - x).$$

Масалани моментли назария билан ечамиз. Цилиндрик қобикни чексиз узун деб қабул қиламиз, Унда (7.12) ечимдан фойдаланиш мумкин.

$$w = e^{-\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + w^*.$$

Дифференциал (7.10) тенгламининг хусусий ечими:

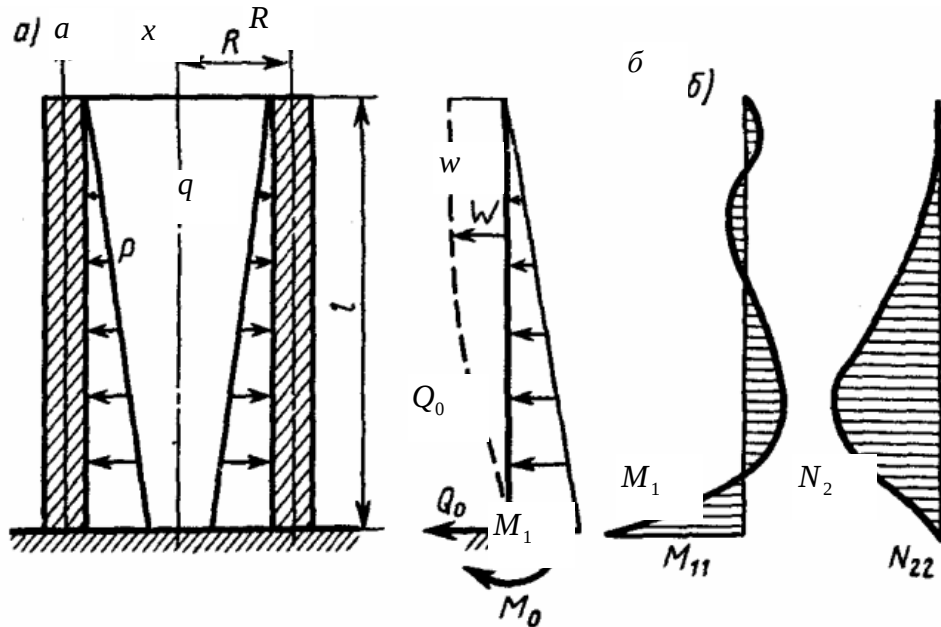
$$w^* = -\frac{\gamma}{4D\beta^4}(\ell - x) = -\frac{\gamma R^2}{2Eh}(\ell - x).$$

бўлганлиги учун салқилик куйидагича ифодаланади.

$$w = e^{-\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) - \frac{\gamma R^2}{2Eh}(\ell - x).$$

$$M_1 = -D \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{q}{4\beta} e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x).$$

$$M_2 = \nu M_1 = \nu \frac{q}{4\beta} e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x).$$



1.12-чизма.

C_1 ва C_2 ўзгармас коэффициентларни $x = 0$ бўлганда $w = 0$; $dw/dx = 0$ бўлиш чегара шартларидан аниқлаймиз, яъни

$$C_1 = \frac{\gamma R \ell}{Eh}; \quad C_2 = \frac{\gamma R^2}{Eh\beta}(\ell\beta - 1)$$

Унда салқилик ифодаси

$$w = \frac{\gamma R^2}{Eh\beta} \{ e^{-\beta x} [(\ell\beta - 1) \sin \beta x + \beta \cos \beta x] - \beta(\ell - x) \}.$$

Ички зўриқиш кучларини (7.4-7.5) формулаларга асосан аниқлаймиз.

$$N_1 = 0;$$

$$N_2 = \frac{\gamma R}{\beta} \{ e^{-\beta x} [(\ell\beta - 1) \sin \beta x + \ell\beta \cos \beta x] - \beta(\ell - x) \}.$$

$$M_1 = \frac{\gamma REh}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} \left\{ e^{-\beta x} \left[\sin \beta x - \frac{1}{\ell \beta} (\ell \beta - 1) \cos \beta x \right] \right\}.$$

$$M_2 = \nu M_1.$$

Эгувчи момент M_1 қобикнинг маҳкамланган $x=0$ қисмида энг катта қийматига эришади, яъни

$$(M_1)_{\max} = \frac{\gamma REh}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} \left(1 - \frac{1}{\ell \beta} \right).$$

зўриқиш кучи N_2 энг катта қиймати $dN_2/dx = 0$ бўлган кесимида бўлади. Бу βx_0 микдорни аниқловчи шартни беради. Шундан кейин юқоридаги формуладан $(N_2)_{\max}$ аниқланади.

Назорат саволлари

1. Қобик деб нимага айтилади?
2. Қобикнинг ўрта сирти деб нимага айтилади?
3. Бош эгрилик деб нимага айтилади?
4. Қандай турдаги қобикларни биласиз?
5. Қобикларда қандай гипотезаларда фойдаланилади?
6. Қобикларнинг моментсиз назарияси нима?
7. Қобикларнинг моментли назарияси нима?
8. Қобикларда қандай чегара шартлари учрайди?
9. Қандай қобиклар цилиндрик қобиклар деб аталади?
10. Қандай қобиклар ясси қобиклар деб аталади?

2-БОБ. ЦИЛИНДРИК ҚОБИҚЛАР УСТИВОРЛИГИ

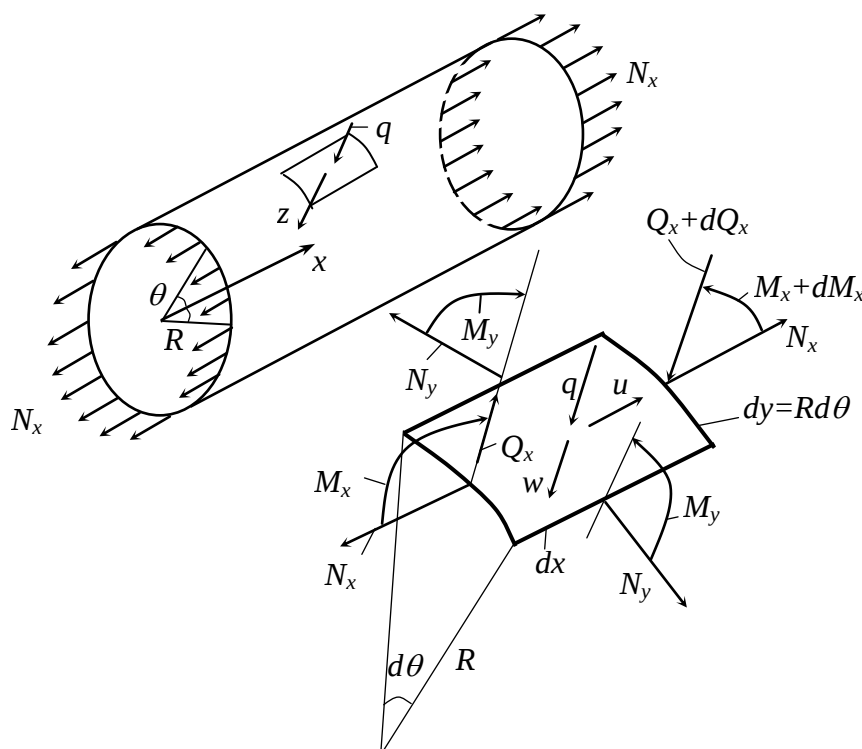
2.1. Бўйлама сиқилган цилиндрик қобикларнинг ўққа симметрик қавариш ҳолатидаги устиворлиги

Моментли назария асосида ўққа симметрик деформация ҳолатидаги цилиндрик қобиклар устиворлигининг асосий муносабатларини эслатиб ўтамиз.

Ташқи кўндаланг q юк таъсиридаги ва радиуси R , қалинлиги h бўлган цилиндрик қобик учун (2.1-чизма), мувозанат дифференциал тенгламалари $x, y = R\theta$ координаталар системасида қуйидагича ифодаланади:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_x}{dx} + \frac{N_y}{R} + q &= 0; \\ \frac{dM_x}{dx} - Q_x &= 0. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Зўриқиш кучлари ва уларнинг мусбат йўналишлари 2.1-чизмада кўрсатилган.



2.1-чизма.

(2.1) дифференциал тенгламалардан кўндаланг Q_x кучни йўқотиб натижада қуйидаги муносабатни ҳосил қиламиз:

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} + \frac{N_y}{R} + q = 0. \quad (1.2)$$

Айлана йўналиши бўйича нисбий ε_y деформация учун Гук қонунининг қуйидаги боғланиши мавжуд:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{Eh}(N_y - \mu N_x) \quad (1.3)$$

Нисбий деформация ε_y билан қобик ички нормали бўйича йўналган мусбат нормал қўчиш w орасидаги боғланишни

$$\varepsilon_y = -\frac{w}{R}, \quad (1.4)$$

этиборга олиб, (2.3) формуладан зўриқиш кучи ифодасини аниқлаймиз:

$$N_y = \mu N_x - \frac{Eh}{R}w. \quad (1.5)$$

Салқилик функцияси w билан эгувчи момент M_x қуйидаги боғланиш билан ифодаланилади:

$$M_x = -D \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad (1.6)$$

бу ерда D - қобикнинг цилиндрлик бикирлиги, $D = Eh^3/12(1-\mu^2)$.

Ҳосил қилинган (1.5) - (1.6) ифодаларни этиборга олиб (1.2) формула асосида изланаётган салқилик функциясига нисбатан тўртинчи тартибли дифференциал тенгламани ҳосил қиламиз:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{Eh}{R^2}w - q = \frac{\mu}{R}N_x. \quad (1.7)$$

Бу, (1.7) тенглама (1.1) формуланинг иккинчисига мувофиқ, қобикдан ажратиб олинган кичик элементнинг сирт нормалига нисбатан мувозанат шартини ифодалашини эслатиб ўтамиз.

Бўйлама йўналиш бўйича доимий N_x куч билан сиқилган цилиндрлик қобик устиворлик дифференциал тенгламасини, ўққа симметрик равишда оддий бўртиб (1.2-чизма) чиққанда (1.7) муносабатларга асосланиб ҳосил қилиш қийинчилик туғдирмайди. Бунинг учун $N_x = -N$ деб қабул қилиб, устиворлик масаласида сиқувчи куч мусбат деб қабул қилинганлигини этиборга оламиз. Бундан ташқари қўндаланг q кучни келтирилган қўндаланг куч

$$q = -N \frac{d^2 w}{dx^2}$$

билан алмаштирамиз, чунки бўйлама сиқувчи куч қобик устиворлигини йўқотиши натижасида бўртиб чиққан сирти нормалига проекция беради:

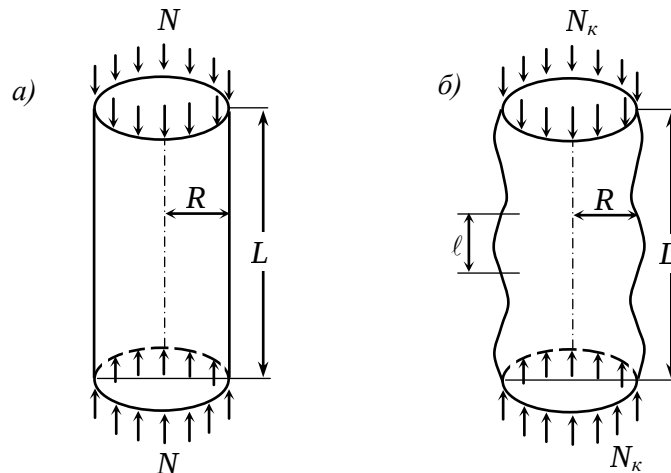
$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + N \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{Eh}{R^2}w = -\frac{\mu}{R}N. \quad (1.8)$$

Бу (1.8) тенглама бир жинсли бўлмаган тенглама бўлиб, унинг умумий ечими тегишлича бир жинсли тенгламанинг умумий ечими ва бир жинсли бўлмаган тенгламанинг хусусий ечимлари йиғиндисидан иборат.

Қобикнинг қаралаётган ҳолатда N юк доимий бўлгани учун хусусий ечим қуйидаги формуладан аниқланади.

$$w^* = -\frac{\mu R}{Eh} N. \quad (1.9)$$

Бу эса бўйлама сиқилган қобиқнинг дастлабки моментсиз мувозанат ҳолатига тўғри келади, чунки қобиқнинг салқилиги (1.9) ечим учун доимийдир.



2.2-чизма.

Шундай қилиб, қобиқнинг ўққа симметрик бўртиб чиқиб эгилган янги мувозанат шаклига мос келувчи устиворлик тенгламаси қуйидагича ифодаланади:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + N \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{Eh}{R^2} w = 0. \quad (1.10)$$

Бўйлама сиқилган цилиндр қобиқнинг ўққа симметрик деформация ҳолатида критик кучни аниқлашни кўриб чиқамиз. Цилиндр қобиқни етарлича узун, яъни $L \gg R$ деб қабул қилиб, (1.10) тенглама ечимини қуйидаги кўринишда қабул қиламиз:

$$w = f \sin \lambda x, \quad (1.11)$$

Бу ерда f - ихтиёрий ўзгармас коэффициент; λ – қобиқ устиворлигини йўқотишдаги ярим тўлқинлар ℓ узунлигига боғлиқ бўлган параметр бўлиб, қуйидаги боғланиш орқали ифодаланади:

$$\lambda = \frac{\pi}{\ell}. \quad (1.12)$$

Салқилик (1.11) ифодасини устиворлик тенгламаси (1.10)га қўямиз ва уни каноатлантиришини талаб қилиб қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$D\lambda^4 - N\lambda^2 + \frac{Eh}{R^2} = 0.$$

Бундан қобиқнинг устиворлигини йўқотиш (1.11) шаклига тўғри келувчи, бўйлама куч қийматини топамиз:

$$N = D\lambda^2 + \frac{Eh}{R^2} \frac{1}{\lambda^2}. \quad (1.13)$$

Изланаётган критик кучнинг миқдори аниқлаш учун λ^2 бўйича бўйлама N кучнинг минимум шартини тузамиз:

$$\frac{dN}{d\lambda^2} = D - \frac{Eh}{R^2} \frac{1}{\lambda^4} = 0.$$

Бундан N – функциянинг минимумига тўғри келувчи λ^2 қийматини аниқлаймиз.

$$\lambda_{kp}^2 = \sqrt{\frac{Eh}{DR^2}}. \quad (1.14)$$

Бу (1.14) ифодани эътиборга олиб, (1.13) формула асосида изланаётган сиқувчи критик кучни аниқлаймиз.

$$N_{kp} = 2\sqrt{\frac{EhD}{R^2}}. \quad (1.15)$$

Пуассон коэффиценти $\mu = 0,3$ бўлганда цилиндр бикирлигини эътиборга олсак, критик куч ифодаси:

$$N_{kp} = 0,605 \frac{Eh^2}{R}. \quad (1.16)$$

Унда критик кучланиш ифодасини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\sigma_{kp} = k \frac{Eh}{R}, \quad (1.17)$$

бунда $k = 0,605$ – устиворлик коэффиценти.

Қобикнинг бўртиб чиқишидаги нормал салқилик деформацияси узунлигини (1.14), (1.12) ифодалар асосида қуйидагича аниқлаймиз:

$$\ell = \pi^4 \sqrt{\frac{DR^2}{Eh}}. \quad (1.18)$$

Агар (1.18) формуладан аниқланадиган бўртиб чиқиш салқилик деформацияси узунлиги ℓ қобик умумий узунлиги L бўйлаб бутун сон тарзида жойлашса, критик куч қийматини калта қобик учун ҳам (1.16) формуладан аниқланади.

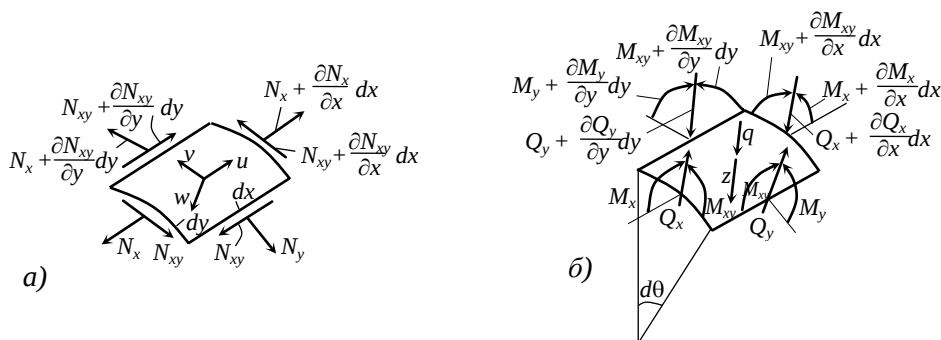
Акс ҳолда критик куч миқдори катта бўлади.

2.2. Ясси қобиклар моментли назарияси асосий муносабатлари. Устиворлик тенгламаси

Симметрик бўлмаган деформация ҳолатида бўлган цилиндрик қобикларнинг моментли назария доирасида асосий тенгламасини келтириб чиқарамиз. Қобик интенсивлиги $q = \text{const}$ бўлган тенг таралган кўндаланг юк таъсирида бўлсин. Қобикдан ўлчамлари dx ва $dy = R d\theta$ бўлган чексиз кичик элемент ажратиб оламиз. Ажратиб олинган элемент томонларига нормал N_x, N_y , уринма N_{xy} , кўндаланг Q_x, Q_y кучлар, эгувчи моментлар M_x, M_y ҳамда буровчи моментлар M_{xy}, M_{yx} ва ташқи кўндаланг q куч таъсир этсин. Зўриқиш кучларининг мусбат йўналишлари 2.3 - чизмада кўрсатилган. Қаралаётган цилиндрик қобик статик мувозанат ҳолатда бўлгани учун ундан ажратиб олинган элементга таъсир этувчи зўриқиш ва ташқи кучлар, статиканинг мувозанат тенгламаларини қаноатлантириши шарт, яъни қуйидаги тенгликлар бажарилади:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} - \frac{Q_y}{R} &= 0; \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x &= 0; \\ \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y &= 0; \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{N_y}{R} + q &= 0. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Тақрибан уринма кучлар N_{xy} ва N_{yx} ҳамда M_{xy} ва M_{yx} буровчи моментлар элементнинг барча кесимларида бир хил деб ҳисоблаб, улардан z ўқиға нисбатан олинган моментлар тенгламаси эътиборга олинмайди. Кейинчалик эса ясси қобик учун моментли назариядан фойдаланамиз. Бу ҳолда иккинчи тенгламага $Q_y = 0$ ни қўйиш лозим.



2.3-чизма.

$\Phi(x, y)$ кучланиш функциясини қуйидаги кўринишда қабул қиламиз:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}.\end{aligned}\tag{2.2}$$

Бу, (2.2) функциялар, (2.1) мувозанат дифференциал тенгламанинг биринчи иккитасини айнан қаноатлантиради.

Цилиндрик қобиклар деформация компонентлари билан кўчиш компонентлари u, v, w орасидаги боғланишлар қуйидаги формулалардан аниқланади:

$$\begin{aligned}\xi_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; \\ \xi_y &= \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}.\end{aligned}\tag{2.3}$$

Бу (2.3) тенгламанинг биринчисидан y бўйича иккинчисидан x бўйича икки марта ва учинчисидан x, y бўйича аралаш ҳосилаларини оламиз ва биринчи иккитасини ҳадлаб қўшиб учинчисини эса айириб, деформацияларнинг узлуксизлик тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}.\tag{2.4}$$

Деформация ва кучланиш орасидаги боғланишни ифодаловчи Гук қонунининг

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu \sigma_y), \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu \sigma_x), \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy}, \\ G &= \frac{E}{2(1-\mu)}.\end{aligned}\tag{2.5}$$

ифодаларидан фойдаланамиз.

Бу муносабатларни (2.4) формулага қўйиб ва (2.2) формулани эътиборга олиб, натижада ясси қобиклар салқилиги билан кучланиш функцияси орасидаги боғланишни ифодаловчи биринчи асосий тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi + \frac{E}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (2.6)$$

Ҳосил қилинган бу тенглама ўзининг физик маъноси билан деформациянинг узлуксизлик тенгламасини ифодалайди.

Иккинчи асосий тенгламани (2.1) мувозанат дифференциал тенгламаларнинг охирги учтасидан ҳосил қиламиз. Бу тенгламаларнинг дастлабки иккитасидан Q_x ва Q_y кўндаланг кучларни топамиз ва уларни учинчисига қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{N_y}{R} + q = 0. \quad (2.7)$$

Ясси қобиклар назариясида ҳам худди юпка пластинкаларнинг эгилиш назариясидаги каби, моментлар салқилик функцияси орқали қуйидагича ифодаланади:

$$\begin{aligned} M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right); \\ M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right); \\ M_{xy} &= -D(1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Кучланиш функцияси (2.2) ва моментлар (2.8) ифодаларини эътиборга олиб, натижада қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$D \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{h}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - q = 0. \quad (2.9)$$

Бу тенглама физик маъноси бўйича қобикнинг мувозанат тенгламасини ифодалайди.

Шундай қилиб, цилиндрик қобиклар ҳисоби иккита (2.6), (2.9) дифференциал тенгламаларни биргаликда интеграллаб, номаълум бўлган нормал w салқилик ва кучланиш $\Phi(x,y)$ функциясини аниқлашга келтирилади.

Агар (2.6) тенгламани x бўйича икки марта дифференциаллаб, (2.9) тенгламани $\nabla^2 \nabla^2$ бигармоник оператор бўйича дифференциаллаб, бу тенгламалардан $\Phi(x,y)$ кучланиш функциясини йўқотиш йўли билан қобиклар моментли техник назариясининг асосий тенгламаларини салқилик функциясига нисбатан битта умумий тенгламага келтирамиз:

$$D \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w + \frac{hE}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \nabla^2 \nabla^2 q = 0, \quad (2.10)$$

бу ерда

$$\nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^4 =$$

$$= \frac{\partial^8}{\partial x^8} + 4 \frac{\partial^8}{\partial x^6 \partial y^2} + 6 \frac{\partial^8}{\partial x^4 \partial y^4} + 4 \frac{\partial^8}{\partial x^2 \partial y^6} + \frac{\partial^8}{\partial y^8}.$$

Ясси қобик назарияси умумий тенгламасидан, тегишлича устиворлик масалалари тенгламаларига ўтиш қийин эмас. Бу ҳолатда салқилик w функцияси қобик устиворлигини йўқотишда янги мувозанат ҳолатига тўғри келади деб ҳисоблаб, q юкни қобик устиворлигини йўқотишида қийшайиш натижасида ҳосил бўлган, келтирилган q^* юкнинг қобик сирти нормали бўйича ўқи, ҳалқа ва уринма кучлар проекциялари билан алмаштирамиз.

Агар қобик фақат сиқувчи N_1 бўйлама юк билан юкланган бўлса, унда келтирилган юкни пластинка учун келтириб чиқарганимиздек, қуйидагича ифодалаймиз:

$$q_1^* = -N_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (2.11)$$

Худди шунингдек фақат доимий уринма юк S билан юкланган қобикда келтирилган юк учун

$$q_2^* = -2S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.12)$$

ифодани ёзиш мумкин.

Агар қобик доимий ташқи p босим билан юкланган бўлса, унда қобикнинг ҳалқа йўналиши v бўйича ҳосил бўладиган дастлабки моментсиз ҳолатига тўғри келувчи сиқувчи N_2 кучни аниқлаймиз:

$$N_2 = pR, \quad (2.13)$$

Ташқи p босимнинг ортиши билан N_2 куч ҳам ортиб, натижада, қобик устиворлигини йўқотади. Бу ҳолатга тўғри келувчи критик куч қуйидаги миқдорни қабул қилади:

$$q_3^* = -N_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}.$$

Бу ерда N_2 – сиқувчи куч мусбат деб қабул қилинган.

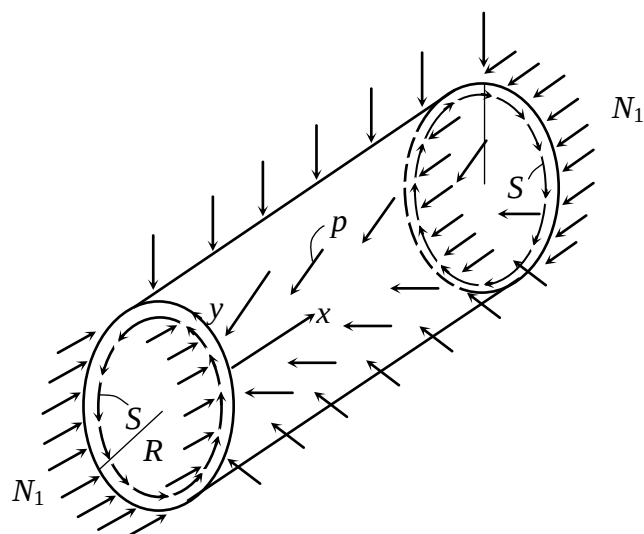
(2.10) тенгламадаги q кучни келтирилган кучга

$$q^* = q_1^* + q_2^* + q_3^* = - \left(N_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad (2.14)$$

алмаштириб, натижада, цилиндрлик қобикнинг изланаётган устиворлик дифференциал тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$D \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w + \frac{Eh}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} +$$

$$+ \nabla^2 \nabla^2 \left(N_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) = 0. \quad (2.15)$$



2.4-чизма.

Бу тенглама бўйлама куч N_1 уринма куч S ва ташқи p босим комбинацияси таъсирида бўлган қобик устиворлик дифференциал тенгламасидир (2.4-чизма).

2.3. Бўйлама сиқилган қобикларнинг ўққа носимметрик деформация ҳолидаги устиворлиги

Доимий бўйлама N кучлар билан сиқилган, радиуси R ва узунлиги L бўлган цилиндрик қобикнинг устиворлик масаласини қараб чиқамиз.

Қаралаётган ҳолат учун (2.33) устиворлик тенгламаси қуйидаги кўринишда ифодаланади:

$$D\nabla^2\nabla^2\nabla^2\nabla^2 w + \frac{Eh}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + N\nabla^2\nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (3.1)$$

Қобиклар устиворлигини йўқотишда ҳосил бўлган нормал w кўчишни қуйидаги кўринишдан қидирамиз:

$$w = f \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n y}{R},$$

бунда f – доимий коэффициент m, n – бутун сонлар. Буларнинг биринчиси қобик узунлиги L бўйича ҳосил бўлган салқилик w функцияси ярим тўлқинлар сонини, иккинчиси эса, кўндаланг кесим айлана $2\pi R$ узунлиги бўйича ҳосил бўлган тўлқинлар сонларини ифодалайди.

Салқилик ифодасини (2.34) дифференциал тенгламага қўямиз ва унинг бажарилишини талаб қиламиз:

$$D \left[\left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \left(\frac{n}{R} \right)^2 \right]^4 + \frac{Eh}{R^2} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 - N_1 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left[\left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \left(\frac{n}{R} \right)^2 \right]^2 = 0. \quad (3.2)$$

(2.35) тенгламадан қобикнинг устиворлигини йўқотиш шаклига тўғри келувчи сиқувчи куч миқдорини аниқлаймиз:

$$N = D\lambda^2 + \frac{Eh}{R^2\lambda^2}, \quad (3.2)$$

бу ерда

$$\lambda = \frac{L}{m\pi} \left[\left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \left(\frac{n}{R} \right)^2 \right]. \quad (3.3)$$

Қобикни чексиз узун деб қабул қиламиз. Бунда N сиқувчи кучни λ^2 ўзгарувчининг узлуксиз функцияси деб қараш мумкин. Бу функциянинг минимумига критик $N_{кр}$ куч қиймати тўғри келади.

Критик куч (3.2) тенгламаси (1.13) тенгламага аниқ тўғри келганлиги учун ҳам критик куч (1.16) формула билан, λ^2 – параметр миқдори (1.14) формула билан аниқланади.

Демак, бўйлама сиқилган узун цилиндрик қобик ўқиға нисбатан симметрик ва носимметрик шаклда устиворлигини йўқотишда критик куч бир хил бўлар экан.

Қобикнинг бўйлама ва ҳалқа йўналиши бўйича салқилик (3.2) функция ярим тўлқинлари узунликлари:

$$\begin{aligned} \ell_x &= \frac{L}{m}; \\ \ell_y &= \frac{\pi R}{n}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Унда (2.37) формула қуйидагича ифодаланади:

$$\lambda = \ell_x \pi \left(\frac{1}{\ell_x^2} + \frac{1}{\ell_y^2} \right). \quad (3.5)$$

(1.14) ифодада $\lambda = \lambda_{кр}$ бўлган қийматида ℓ_x ва ℓ_y катталиқ ўзаро фақат битта (3.5) муносабат билан боғланган ва уларни бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда аниқлаб бўлмайди. Агар ℓ_x/ℓ_y нисбат олдиндан маълум бўлса, критик (1.16) кучга тўғри келувчи ярим тўлқинлар узунликлари ℓ_x ва ℓ_y ни аниқлаш мумкин. Узун цилиндрик қобик устиворлигини йўқотишда унинг сиртида квадрат шаклида ботиқ ва қаварик тўлқинлар ҳосил бўлишига $\ell_x = \ell_y = \ell$ тўғри келади. Унда (1.14) формулани эътиборга олиб, (3.5) ифодани қуйидагича ёзилиш мумкин:

$$\frac{2\pi}{\ell} = 4 \sqrt[4]{\frac{Eh}{DR^2}}. \quad (3.6)$$

Салқилик функцияси учун ярим тўлқинлар узунлигини аниқлаймиз:

$$\ell = \frac{\pi R}{n}.$$

Қобикнинг кўндаланг кесими айланаси узунлиги бўйича ҳосил бўлган тўлқинлар сонини (3.6) формуладан аниқлаймиз:

$$n = \frac{1}{2} 4 \sqrt[4]{\frac{EhR^2}{D}}.$$

Ўзгармас коэффициент $\mu = 0,3$ бўлса, $D = Eh^3/12(1-\mu^2)$ биқирликни эътиборга олиб:

$$n = 0,91 \sqrt[4]{\frac{R}{h}}. \quad (3.7)$$

Юпқа қобик учун $R/h = 1000$ миқдор, қалин қобик учун эса, $R/h = 100$ миқдор тўғри келади. Бу формулалардан кўринадик, $\ell_x = \ell_y$ шарт бажарилганда, узун қобикнинг устиворлигини йўқотишда ҳосил бўлган ярим тўлқинлар сони реал қобиклар учун жуда катта бўлади.

Қобик узунлиги L қисқара борганда, (нолга интилганда) (3.5) ифоданинг ўнг томони $\lambda = \lambda_{кр}$ миқдордан катта бўлади, яъни жуда калта қобиклар учун (3.7) ифода ўз кучини йўқотади. Бундай қобиклар учун биринчи (3.2) бошланғич муносабатни эътиборга олиш лозим. Қобик узунлиги L нолга интилганда (3.3) ифодага асосан λ миқдор чексиз ортади. Бу ҳолда (3.2) формуланинг иккинчи ҳади нолга интилади, шунинг учун ҳам жуда қисқа қобиклар учун сиқувчи куч қуйидаги боғланишдан аниқланади:

$$N = D\lambda^2. \quad (3.8)$$

Кучнинг критик миқдори λ^2 параметрининг кичик қийматига тўғри келади. Бу кичик қиймат $n=0$ бўлганда ҳосил бўлиб, у (1.11) ўққа симметрик шаклида устиворликни йўқотишга мос келади ва $m=1$ бўлган, яъни қобикнинг узунлиги бўйича салқилик деформацияси битта яримта синусойда жойлашган ҳолга мосдир.

Бу ҳолда $\lambda = \frac{\pi}{L}$ бўлади ва шундай қилиб жуда калта қобик учун изланаётган критик куч ифодасини ҳосил қиламиз:

$$N_{кр} = \frac{\pi^2 D}{L^2}. \quad (3.9)$$

Бу формуладан қўринадик, учлари билан шарнирли маҳкамланган сиқилган стержен устиворлигини йўқотишда критик кучни (3.9) формуладан цилиндрик D бикирликни эгилишдаги EI бикирликка алмаштириб аниқлаш мумкин.

Демак қисқа қобикни ҳалқа йўналиш бўйича эни бир бирликка тенг бўлган ўзаро узлуксиз туташган вертикал стерженлар тўпламидан иборат деб қараш мумкин.

Критик кучланиш (1.17) формулага асосан қобикнинг L узунлигига боғлиқ бўлмасдан, ўзгармас бўлиб қолади. Лекин узун қобик ўқининг эгилиши натижасида, худди учлари билан шарнирли маҳкамланган L узунликдаги стержен сиқилишдаги каби устиворлигини йўқотиши мумкин. Бунда тегишли критик кучланиш Эйлер формуласидан аниқланади:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{c}, \quad (3.10)$$

бунда c - стержен эгилувчанлиги [1].

Стержен узунлигининг ортиши билан унинг эгилувчанлиги ҳам ортади. Бунда критик кучланиш камаяди. Жуда ҳам узун қобиклар учун кучланиш миқдори (1.17) қийматидан ҳам кам бўлади. Бундай ҳолда (1.17) формула ўз кучини йўқотади ва критик кучланиш (3.10) формуладан аниқланади.

Юқорида айтилганлардан шуни хулоса қилиш мумкинки, бўйлама сиқилган цилиндрик қобиклар учун (1.17) формула асосида критик кучланишни аниқлаш фақат ўртача узунликдаги қобиклар учун тўғри натижа беради.

Критик кучланишни жуда қисқа қобик учун (3.9) муносабатдан, жуда узун қобик учун эса (3.10) муносабатдан фойдаланиб аниқлаш лозим. Бу (3.9) ва (3.10) ифодалар (1.17) формуланинг ишлатилиш чегарасини аниқлаш имкониятини беради.

А.С. Вольмир [2] монографиясида тегишлича таҳлил қилиб, бу формуладан L/R параметрининг қуйидаги чегарада фойдаланиш мумкинлигини кўрсатган

$$1,38\sqrt{\frac{h}{R}} < \frac{L}{R} < 0,52\sqrt{\frac{R}{h}}$$

Агар $\frac{R}{h} = 100$ бўлса, $0,14 < \frac{L}{R} < 5,7$ ҳосил бўлади. Бундан қўринадик, умуман айтганда, ўртача узунликдаги қобик тушунчаси, қобик геометрик параметрларининг етарлича катта ўзгариш чегарасини қамраб олади.

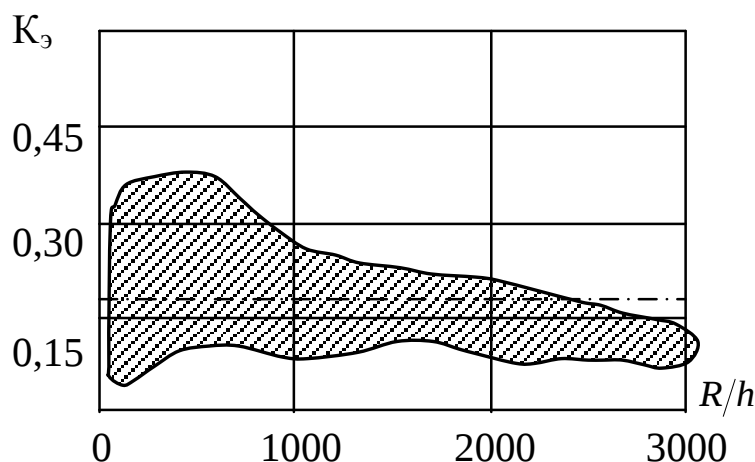
Юқорида олинган устиворлик коэффициентининг назарий миқдори $k = 0,605$, тажриба йўли билан олинган устиворлик коэффициенти миқдориға нисбатан жуда катта орттирилган.

Бўйлама сиқилган цилиндрик қобик ўчун R/h нисбатларнинг ҳар хил қийматларида тажриба йўли билан олинган устиворлик коэффиценти 2.1-жадвалда келтирилган [2].

2.1-жадвал

R/h	250	500	750	1000	1500
k_s	0,18	0,14	0,12	0,10	0,09

2.1-жадвалдан кўринадик, R/h нисбатнинг ортиши билан устиворлик коэффиценти миқдорининг камайишини, нисбатан қалин қобик ($R/h = 250$) ўчун назарий йўл билан олинган устиворлик коэффиценти, тажриба йўли билан олинган коэффицентдан уч мартадан ҳам ортиқроқдир.



2.5-чизма.

Шуни айтиб ўтиш лозимки, бир хил намунадан ясалган жуда кўп қобикларни сиқиб синаш тажрибаларини ўтказиш натижасида олинган устиворлик коэффицентининг ўртача миқдори 2.1. жадвалда келтирилган. Ҳақиқатда эса, бундай кўп сонли намуналарни устиворликка синашда устиворлик коэффиценти миқдори етарлича катта чегарада ёйилганлигини кўрамиз.

Тажрибалар йўли билан олинган устиворлик коэффиценти миқдорининг ўзгариш чегараси кенглигини 2.5-чизма ҳам тасдиқлайди [2].

2.4. Бўйлама сиқилган қобик чегара шартларининг критик кучга таъсири

Юқорида кўрсатилганидек, цилиндрик қобик устиворлик масаласи, (2.24) ва (2.27) тенгламалар системасини биргаликда интеграллашга келтирилиб,

ундаги кўндаланг q юк келтирилган кўндаланг юк билан алмаштирилади, унда бу тенгламалар системаси бўйлама йўналиш бўйича сиқилган ҳол учун кўйидагича ифодаланади:

$$\begin{aligned}\nabla^2 \nabla^2 \Phi + \frac{E}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0; \\ D \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{h}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + N \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0,\end{aligned}\quad (4.1)$$

бу ерда N –сиқувчи куч. Бу (4.1) тенгламаларнинг ҳар бири x ва y ўзгарувчилар бўйича тўртинчи даражалидир. Шунинг учун ҳам системанинг умумий даражаси саккизга тенгдир. Юқоридагиларни эътиборга олиб, устиворлик масаласини ечишда цилиндрик қобикнинг ҳар бир учида тўртта бир жинсли чегара шартлари қўйилган бўлиши лозим.

Учлари шарнирли таянган қобик чегара шартларини қаноатлантирувчи ечим сифатида w салқилик (3.3) функциясини қабул қиламиз. Унда қобик чегара шартлари

$$x = 0 \text{ ва } x = L \text{ бўлса, } w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \text{ бўлади.} \quad (4.2)$$

Қобикнинг кучланиш функцияси орқали аниқланувчи тангенциал, геометрик ва статик миқдорларга нисбатан (4.2) ечимга тўғри келувчи бир жинсли чегара шартларини аниқлаш қийин эмас (шарт, эластиклик текис масаласи шартига ўхшаш). Боғланиш (3.2) билан аниқланувчи w салқилик функцияси x ва y координаталар бўйича синусоида қонуни асосида ўзгарувчи бўлганлиги учун, (4.1) тенгламалар системаси ечимига тўғри келувчи Φ кучланиш функцияси ҳам худди шу қонун асосида ўзгаради:

$$\Phi \sim \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}. \quad (4.3)$$

Демак, (2.2) муносабатни эътиборга олиб, қобик устиворлигини йўқотишида, қобик кучланганлик ҳолати учун кучланишларнинг ўзгариш қонунини кўйидагича ифодалаймиз:

$$\begin{aligned}\sigma_x &\sim \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}; \\ \sigma_y &\sim \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}; \\ \tau_{xy} &\sim \cos \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{ny}{R}.\end{aligned}\quad (4.4)$$

Бу ифодаларни эътиборга олиб, (2.3) ва (2.5) формулалар асосида қабул қилинган (3.2) нормал кўчиш w ифодаси шаклига тўғри келувчи x ва y координаталар бўйича u ва v кўчишларнинг ўзгариш қонунини аниқлаймиз

$$\begin{aligned}u &\sim \cos \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}; \\ v &\sim \sin \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{ny}{R}.\end{aligned}\quad (4.5)$$

(4.4) ва (4.5) боғланишлар, тангенциал ҳисоблашлар миқдорига нисбатан

қобикнинг учларида қуйидаги бир жинсли чегара шартларига келтирилади:

$$\text{агар } x = 0 \text{ ва } x = L \text{ бўлса, } \sigma_x = v = 0, \text{ бўлади.} \quad (4.6)$$

Юқорида айтилганларни эътиборга олсак, қобик устиворлик масаласи учун қаралаётган ҳолатда қобикнинг ҳар бир учида тўртта бир жинсли чегара шартларини (4.2)-(4.6) ҳосил қиламиз. Салқилик функцияси (3.2) учун қабул қилинган ечим бир жинсли чегара шартларини қаноатлантиради. Ҳақиқатдан ҳам сиқилган қобикнинг $x = 0, x = L$ учларида юқорида келтирилган чегара шартларидан бошқа чегара шартлари вариантлари ҳам бўлиши мумкин. Қобикнинг эгилишида ҳисоблаш миқдорлари учун, унинг $x = 0, x = L$ учларида қуйидаги чегара шартлари ҳам бажарилиши мумкин:

$$w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0; \quad Q_x^* - N \frac{\partial w}{\partial x} = M_x = 0, \quad Q_x^* = \frac{\partial w}{\partial x} = 0. \quad (4.7)$$

Улардан биринчиси қобик учлари қистириб маҳкамланган, иккинчиси қобик учлари эркин, учинчиси қобик учларида бир вақтнинг ўзида айланиш бурчаги ва келтирилган кесувчи куч нолга тенглик шартларини ифодалайди.

Қобик учларида тангенциал ҳисоблаш миқдорларига нисбатан, (4.6) ифодадан ташқари худди шунингдек қуйидаги уч хил чегара шартларини ҳам ёзиш мумкин:

$$u = v = 0; \quad \sigma_x = \tau_{xy} = 0; \quad \tau_{xy} = u = 0. \quad (4.8)$$

Булар қобик учлари, тангенциал кўчишларига нисбатан қистириб маҳкамланган, қобик учлари бу кўчишларга нисбатан эркин, қобик учлари ҳалқа v кўчишларга нисбатан эркин ва бўйлама u кўчишга нисбатан маҳкамланишига тўғри келади.

Критик куч миқдorigа цилиндрик қобик чегара шартлари қандай таъсир қилади? деган саволга жавоб бериш учун, бўйлама сиқилган цилиндрик қобик масаласини ечишда мумкин бўлган барча бир жинсли чегара шартлари вариантларини қараш лозим.

Ёпиқ цилиндрик қобик ечимининг ҳалқа координатаси бўйича даврийлик шартини эътиборга олиб, изланаётган салқилик w ва кучланиш Φ функциялари қуйидаги кўринишда изланади:

$$w = \chi_1(x) \sin \frac{ny}{R}, \quad \Phi = \chi_2(x) \sin \frac{ny}{R}.$$

Бу функцияларни (4.1) тенгламага қўйиб, y ўзгарувчини аниқлаймиз ва натижада устиворлик тенгламасини изланаётган χ_1, χ_2 функцияларга нисбатан иккита саккизинчи тартибли оддий дифференциал тенгламалар системасига келтирамиз.

Тенгламанинг умумий ечимини ёзамиз ва унда интеграллаш натижасида ҳосил бўлган ўзгармасларни қобик учларидаги бир жинсли чегара шартларидан аниқлаймиз. Шундай қилиб устиворлик масаласини ечиш учун изланаётган алгебраик боғланишни ҳосил қиламиз. Бу боғланишдан аниқланувчи критик куч миқдори қобик учлари бўйича мумкин бўлган ҳар бир чегара шартлари вариантлари учун ҳар хил бўлади.

Олдинги мавзуларда критик кучни қобик учларидаги чегара шартларидан

фойдаланиб аниқлаш яхши ўрганилди. Кўпгина чегара шартларининг барча вариантларида устиворлик коэффиценти қиймати (1.17) классик формулага яқин бўлиб, $k=0,605$ қобик учлари шарнирли маҳкамланган чегара шартига тўғри келади.

Фақат битта чегара шarti учун:

$$x=0, \quad x=L, \quad w=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0, \quad \sigma_x=\tau_{xy}=0,$$

сиқилган цилиндрик қобикда устиворлик коэффицентининг назарий қиймати, классик қийматининг тахминан ярмига тенг бўлади. Бу ҳолат учун нормал w кўчишга нисбатан учлари бўйича шарнирли таянган шарт бажарилади, тангенциал u ва v кўчишлар учун эса учлари эркин бўлган шарт бажарилади. Охирги шарт амалиётда реал конструкцияларда қўлланилмайди. Шундай қилиб, сиқилган цилиндрик қобик учларидаги ҳар хил чегара шартлари критик куч миқдorigа деярли таъсир кўрсатмайди. Юқорида стержен ва пластинка устиворлик масалаларида эса бунинг тескариси эди, яъни стержен учларидаги (пластинка контуридаги) чегара шартлари критик куч миқдorigа таъсир кўрсатишини кўрган эдик.

2.5. Критик куч миқдорига бошланғич хатолик ва критик ҳолатгача бўлган қобик моментли ҳолатининг таъсири

Цилиндрик қобик

$$w_0 = \frac{4f_0}{L^2}x(L-x). \quad (5.1)$$

формула билан аниқланувчи ўққа симметрик бошланғич хатоликка эга бўлсин деб фараз қиламиз.

Агар $x = L/2$ бўлса, $w_0 = f_0$ ни ҳосил қиламиз. Шунинг учун ҳам f_0 - коэффицент қобик ўрта кесимидаги бошланғич салқиликнинг (салқилик чўққиси) максимал миқдорини ифодалайди.

Тахминан қобик меридиани эгрилик радиуси ρ_1 қуйидаги формуладан топилади:

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = -\frac{8f_0}{L^2}. \quad (5.2)$$

Бу ρ_1 миқдор, қобикнинг биринчи бош эгрилик радиусини ифодалайди. Иккинчи эгрилик радиуси ρ_2 қобик сиртидан нормал бўйича унинг ўқиғача бўлган масофа сифатида аниқланади. 2.6-чизмада у r_1 орқали белгиланган. Қобикнинг бошланғич w_0 салқилигини қобик радиусига нисбатан кичик деб ҳисоблаймиз ($f_0 \ll R$). Унда қобик сирти нормали ва унинг ўқиға нормал орасидаги бурчак θ ҳам кичик миқдор бўлади ва унда $r_1 = r$ деб қабул қиламиз. Қобик ихтиёрий кесими радиуси r охирги кесим радиусидан жуда кам фарқ қилишини эътиборга олиб, тахминан $\rho_2 = R$ деб оламиз.

Қаралаётган бу ҳолда радиуслар маркази қобикнинг турли томонларида бўлади, бу эса, қобикнинг манфий эгрилигига тўғри келади ($\rho_1 \rho_2 < 0$).

Қобикнинг моментсиз биринчи бошланғич критик ҳолати учун мувозанат шарти унинг сирти нормалига кучларнинг проекцияси:

$$-\frac{N_1}{\rho} + \frac{N_2}{R} = 0, \quad (5.3)$$

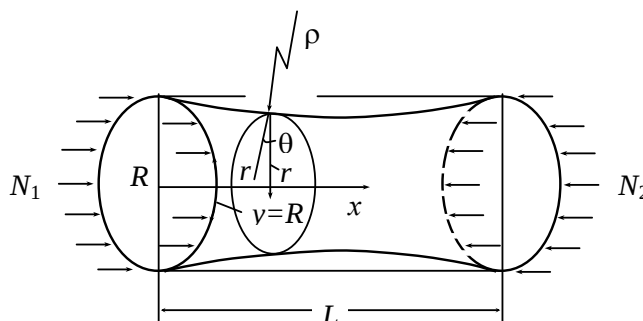
бу ерда $\rho = -\rho_1 = \frac{8f_0}{L^2}$ мусбат миқдор ҳисобланади.

Бўйлама йўналиш бўйича N_1 куч билан сиқилган қобикнинг манфий гаусс эгрилиги туфайли, (5.3) формулага асосан ҳалқа йўналиш бўйича N_2 сиқувчи куч ҳосил бўлади:

$$N_2 = \frac{R}{\rho} N_1. \quad (5.4)$$

Идеал қобик учун деформация (2.3) муносабати каби бошланғич салқиликка эга бўлган қобик учун қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{\rho}; \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R}; \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}.
\end{aligned}
\tag{5.5}$$



2.6-чизма.

Бу муносабатлардан u ва v кўчишларни йўқотиб, деформациянинг узлуксизлик тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}.
\tag{5.6}$$

(2.5) ва (2.2) боғланишларни эътиборга олиб, узлуксизлик тенгламасини салқилик w функцияси ва кучланиш Φ функцияси орқали қуйидагича ифодалаймиз:

$$\frac{1}{E} \nabla^2 \nabla^2 \Phi = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}.
\tag{5.7}$$

Бу тенглама, янги мувозанат ҳолатига тегишли бўлиб, қобикнинг устиворлигини йўқотишда ҳосил бўлган салқилик w функцияси ва кучланиш Φ функцияси билан аниқланади. Бошланғич салқиликка эга бўлган қобик устиворлик тенгламасининг иккинчиси, (2.9) тенглама асосида аниқланади. Унда кесувчи q юкни келтирилган кесувчи q^* юк билан алмаштирилади. Қаралаётган ҳолатда N_1 кучдан ташқари N_2 кучни ҳам эътиборга олиш лозим ва (2.11), (2.14) формулаларга мувофиқ қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$q^* = -N_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{R}{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right).$$

Натижада қуйидаги тенгламага эга бўламиз:

$$D \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{h}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + N_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{R}{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0.
\tag{5.8}$$

(5.7) ва (5.8) тенгламалардан кучланиш функциясини йўқотиб, бошланғич w_0 салқиликни эътиборга олувчи нормал кўчиш w функциясига нисбатан изланаётган устиворлик тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$D \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w + \frac{Eh}{R^2} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{R}{\rho} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + N_1 \nabla^2 \nabla^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{R}{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0.
\tag{5.9}$$

Ќобик устиворлигини йўқотишда салқилик функциясини (2.15) кўринишда излаймиз ва устиворлик тенгламасини каноатлантиришини талаб қиламиз. Натижада, тегишли сиқувчи куч миқдори аниқлаймиз:

$$N_1 = \frac{D(\alpha^2 + \beta^2)^2}{\alpha^2 + \frac{R}{\rho}\beta^2} + \frac{Eh}{R^2} \frac{\left(\alpha^4 - \frac{R}{\rho}\alpha^2\beta^2\right)}{(\alpha^2 + \beta^2)^2 \left(\alpha^2 + \frac{R}{\rho}\beta^2\right)}. \quad (5.10)$$

Бу ерда қуйидаги белгилашлар киритилган:

$$\alpha = \frac{m\pi}{L}; \quad (5.11)$$

$$\beta = \frac{n}{R}.$$

Агар (5.10) муносабатга $\rho = \infty$ қўйсак, бу бошланғич салқилик йўқ ҳолатига тўғри келиб, (5.10) формула (3.3) формулага ўтади, сиқувчи N_1 куч эса идеал цилиндрик қобик зўриқишига тўғри келади.

Юқоридаги формулалардан кўринадики, (5.10) формулада ρ мавжуд бўлган ҳад ҳар икки қўшилувчи ҳадларнинг қийматини камайтиради ва натижада критик юк ҳам камаяди. Бу қаралаётган қобик ботик (манфий гаусс эгриликли) бўлганлиги, бинобарин бошланғич салқилик қобик марказига йўналганлиги билан боғлиқдир.

Агар (5.1) бошланғич w_0 салқиликни тескари ишора билан олинса, унда қобик қаварик, яъни гаусс эгрилиги мусбат бўлади ($\rho_1\rho_2 > 0$). Эгрилик ρ радиуси ишораси тескари ўзгарганда ҳам сиқилган қобикка тўғри келувчи критик куч миқдори (5.10) формуладан аниқланади. Бу ҳолатда N_1 критик куч миқдори идеал қобикдаги куч миқдоридан ортиқ бўлади.

Ќобик бошланғич салқилигининг, критик куч миқдорига таъсирини (5.10) боғланишга асосан тадқиқ қиламиз. Аниқлик киритиш учун фарз қилайликки, қобик устиворлигини йўқотишида унинг сиртида квадрат қаварик ва ботик эзилиш ҳосил бўлсин. Бу ҳолда (3.5) формулага асосан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\ell_x = \ell_y = \frac{\pi R}{n}, \quad (5.12)$$

бу ерда n - қобикнинг доиравий кўндаланг кесими бўйича ҳосил бўлган бутун тўлқинларнинг сони. Ќобик L узунлигини устиворликни йўқотишда ҳосил бўлган ярим тўлқинлар (5.12) узунлигига тенг деб қабул қилиб, (5.10) ва (5.11) формулаларга асосан сиқувчи куч учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$N = \frac{4D\left(\frac{n}{R}\right)^2}{1 + \frac{R}{\rho}} + \frac{Eh}{4R^2} \frac{\left(1 - \frac{R}{\rho}\right)}{\left(1 + \frac{R}{\rho}\right)\left(\frac{n}{R}\right)^2}. \quad (5.13)$$

(5.2) ва (5.12), боғланишларга асосан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{1}{\rho} = 8 \frac{n^2 \alpha h}{\pi^2 R^2}. \quad (5.14)$$

Бу ерда қуйидаги белгилаш киритилган:

$$f_0 = \alpha h, \quad (5.15)$$

бу ерда h - қобик қалинлиги, α - доимий коэффициент бўлиб, максимал бошланғич f_0 салқиликнинг қобик қалинлигига бўлган нисбатини ифодалайди.

Юқорида кўрсатилганидек, (5.12) шартнинг бажарилишида тўлқинлар сони n миқдорга тўғри келувчи сиқувчи критик кучнинг миқдори (5.9) ифодадан аниқланади. Бу айтилганларни эътиборга олиб, (5.13) боғланишни қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$N = \frac{4 \cdot 0,91^2}{1 + \frac{8 \cdot 0,91^2}{\pi^2} \alpha} \frac{D}{hR} + \frac{1}{4 \cdot 0,91^2} \frac{1 - \frac{8 \cdot 0,91^2}{\pi^2} \alpha}{1 + \frac{8 \cdot 0,91^2}{\pi^2} \alpha} \frac{Eh^2}{R}.$$

Пуассон коэффициенти $\mu = 0,3$ бўлганда эса:

$$N = \frac{1}{1 + 0,671\alpha} [0,303 + 0,302(1 - 0,671\alpha)] \frac{Eh^2}{R}. \quad (5.16)$$

Агар $\alpha = 0$ бўлса, бошланғич салқиликнинг бўлмаган ҳолатига тўғри келиб, бу формула устиворлик коэффициентининг классик $k = 0,605$ миқдorigа келтиради. Агар бошланғич салқилик мавжуд бўлса устиворлик коэффициенти салмоқли камаяди. Масалан $\alpha = 1$ бўлса, яъни бошланғич f_0 салқиликнинг максимал қиймати қобик h қалинлигига тенг бўлса, (5.16) формулага асосан $k = 0,24$ бўлишини аниқлаймиз. Агар $\alpha = 0,5$, $\alpha = 0,25$ бўлса, тегишлича $k = 0,377$, $k = 0,475$ бўлади.

Келтирилган натижалардан кўринадики, бошланғич хатоликларнинг бўлиши, ҳаттоки жуда кичик миқдор бўлса ҳам, устиворлик коэффициентининг идеал ҳолатидаги қобик устиворлик коэффициентига нисбатан жуда кўп камайишга олиб келади.

Юқорида келтирилган фактларни 2.6-чизмада келтирилган қобик учун критик ҳолатигача фазовий конструкция сифатида ишлатилишидан тушунтириш мумкин. Бўйлама сиқилган қобикнинг мувозанат шarti асосида унда критик кучни салмоқли даражада камайтирувчи сиқувчи ҳалқа кучланиш ҳосил бўлади.

Бу масалада қобик сифат жиҳатидан тўғри ўқли стержендан фарқ қилади. Биз 1-бобда тўғри ўқли стерженнинг марказий сиқилишида устиворлигини йўқотишда бошланғич салқиликнинг критик куч миқдorigа таъсир қилмаслигини кўрсатган эдик.

Шулар билан бирга эътиборни шунга қаратиш керакки, критик ҳолатгача бўйлама сиқилган қобик устиворлигини йўқотиши вақтида қўшимча салқилик ҳосил бўлади, қобик материали Пуассон μ коэффициенти таъсири

натижасида. Гук қонуни бўйича бўйлама деформацияни қуйидагича ёзамиз:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}.$$

Шунингдек, ҳалқа кучини йўқ деб қараб Гук қонунига асосан қуйидаги тенгликни ёзиш мумкин:

$$\varepsilon_y = -\mu\varepsilon_x.$$

Қобикнинг нормал w салқилиги қуйидаги муносабатдан аниқланади:

$$w = \xi_y R = \mu \frac{\sigma}{E} R.$$

Қобик устиворлигини йўқотиш вақтида бўйлама нормал σ кучланиш (1.17) формула билан аниқланган миқдорини қабул қилади. Шундай қилиб, критик ҳолатда энг катта салқилик $w = 0,605\mu h$ бўлади.

Агар $\mu = 0,3$ бўлса, $w = 0,18h$ бўлади. Бундай салқилик деформацияси миқдори критик ҳолатгача сиқилган қобикнинг $x = 0, x = L$ учларида салқилик деформацияси нолга тенглик шартида, унинг марказий қисмида ҳосил бўлади. Бу критик ҳолатгача эгилиш ҳатто қобикнинг берилган биринчи бошланғич шакли идеал цилиндрик бўлса ҳам устиворлик k коэффициенти миқдorigа албатта таъсир этади.

Шуни айтиб ўтиш муҳим аҳамиятга эгаки, тўғри ўқли сиқилган стерженлар ёки сиқилган тўғри бурчакли пластинкалар устиворлигини йўқотиш вақтида, берилган биринчи дастлабки тўғри чизикли шаклини устиворлигини йўқотиш вақтигача тўла сақлайди. Сиқилган пластинка янги моментли эгилиш мувозанат шакли фақат устиворлигини йўқотган вақтида ҳосил бўлади. Қобик учун бу жиҳат бутунлай бошқача кечади. Бунда қобик геометриясининг мураккаблигидан қобик эгилиши билан характерланувчи берилган биринчи бошланғич моментсиз ва моментли мувозанат шаклларига ажралмаслигини кўриш қийин эмас. Реал цилиндрик қобик критик ҳолатигача сиқилганда, қобик моментли кучланганлик ҳолат билан характерланувчи эгилиш ҳосил бўлади. Сиқувчи кучнинг ортиши билан салқилик ва моментлар ҳам узлуксиз ортиб боради. Бу мавзуда критик кучни аниқлашда критик ҳолатгача сиқилган моментли ҳолат эътиборга олинмади. Агар қобик бошланғич хатолигини ва моментли ҳолатини эътиборга олсак, критик кучни камайтириш бундан ҳам салмоқлироқ бўлади. Масалан [3] монографияда қобикнинг критик ҳолатигача эгилишида моментли ҳолатига ва $\alpha = h/R$ нисбатнинг ўзгаришига боғлиқ бўлган устиворлик k коэффициенти миқдори 2.2-жадвалда келтирилган:

2.2-жадвал

α	0	0,10	0,2	0,3	0,4	0,5
k	0,605	0,35	0,290	0,230	0,196	0,180

Юқорида айтилганларни мулоҳаза қилиб, бўйлама сиқилган қобик

бошланғич хатолиги, критик ҳолатгача унинг моментлиги критик куч классик миқдорининг кескин камайишига олиб келишини такидлаш мумкин. Бу хатолик миқдори унча катта бўлмасада, ҳақиқатдан у тасодифий характерга эга ва кийин бошқаришга эга бўлган катталик бу эса бўйлама сиқилган қобиқ критик кучи миқдорининг етарлича тарқоқлигига (сочилишига) олиб келади. Буни бўйлама сиқилган реал қобиқ устида олиб борилган тажрибалар тўлиқ тасдиқлайди (2.5-чизма).

2.6. Бўйлама сиқилган цилиндрик қобиқнинг катта салқилигини эътиборга олганда устиворлик

Бўйлама сиқилган қобиқнинг ўққа носимметрик бўртиб чиқиши ҳолатига тўғри келувчи (2.35) салқилик функцияси қобиқнинг бир-биридан бир хил узоқликда жойлашган параллел ва меридианни ифодаловчи чизикларда нолга айланади. Ҳақиқатда эса реал цилиндрик қобиқнинг сиртида ромб шаклидаги чуқур эзилишлар ҳосил бўлади. Юкланиш натижасида қобиқ биринчи ҳолатдан айнан ўхшаш иккинчи ҳолатга оний ўтиши натижасида эзилиш сакраш тарзида рўй беради. Ҳосил бўлиш вақтида уларнинг чуқурликларини қобиқ қалинлигига таққосласа бўлади. Бу маълумотлар қобиқ устиворлик масалаларида, қобиқ катта салқилик деформациясини эътиборга олувчи ночизикли назариядан фойдаланиш лозим эканлигини тасдиқлайди.

Бўйлама сиқилган цилиндрик қобиқларнинг ночизик масалаларида изланаётган салқилик w функцияси ва кучланиш Φ функциясига нисбатан иккита тенгламалар системаси қуйидагича ифодаланади:

$$\begin{aligned} \frac{1}{E} \nabla^2 \nabla^2 \Phi + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 &= 0; \\ \frac{D}{h} \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Бу формулаларнинг учинчи ва ундан кейинги ҳадлари, яъни салқилик ва кучланиш функцияларининг иккинчи ҳосилалари кўпайтмаси мавжуд бўлган ҳадлари тенгламанинг чизикли бўлмаган қисмини ифодалайди.

Шуни айтиб ўтиш лозим деб ҳисоблаймизки, ночизикли тенгламаларни келтириб чиқариш ҳам чизикли (4.1) тенгламаларни келтириб чиқариш каби бажарилади. Лекин (6.1) тенгламаларнинг биринчисини ҳосил қилишда деформация билан кучланиш орасидаги (2.3) боғланишларни албатта қуйидаги чизикли бўлмаган муносабат билан алмаштириш лозим:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2; \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2; \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}.$$

Бу ифодалардаги охирги кўшилувчилар ночизикли ҳадлар бўлиб, улар пластинкадаги (2.4) ва (2.9) боғланишлар каби ҳосил қилинади. Тенгламалар (6.1) системасининг иккинчи тенгламасини ҳосил қилишда кўндаланг q юк, келтирилган q^* юк (2.14) билан алмаштирилади. Бунда N_1, N_2 ва S кучлар маълум деб қаралади ва кучланиш функцияси орқали ифодаланади:

$$N_1 = h \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2},$$

$$N_2 = h \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2},$$

$$S = -h \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}.$$

(6.1) тенгламалар системасининг аниқ ечимини топиш жуда қийинлиги сабабли, унинг тақрибий ечими вариацион методларга асосланган қуйидаги мулоҳазалар асосида аниқланиши мумкин. Изланаётган салқилик функциясини қуйидаги кўринишда қидирамиз:

$$w = f_1 \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} + f_2 \sin \frac{m\pi x}{L} \sin^2 \frac{ny}{R} + f_3, \quad (6.3)$$

бу ерда L, R - тегишлича қобик узунлиги ва радиуси; m ва n бутун миқдорларни қабул қилади; f_1, f_2, f_3 - аниқланиши лозим бўлган ўзгармас коэффициентлар.

(6.1) тенгламалар системасининг биринчи тенгламасига (6.3) функцияни қўямиз. Ҳосил бўлган тенгламани интеграллаб, ундан кучланиш функциясининг аналитик ифодасини топамиз.

$$\Phi = \Phi_0(x, y, m, n, f_0, f_1, f_2) - \frac{\sigma y^2}{2}, \quad (6.4)$$

бунда Φ_0 - бирорта маълум функция бўлиб, у (6.3) функция билан биргаликда; σ - қобик сиқилишидаги ўртача сиқувчи кучланиш. (6.1) тенгламалар системасининг биринчисини қаноатлантиради.

Кучланишлар σ_x ва σ_y (2.2) формуладан аниқлангандан кейин, нисбий деформацияни қуйидаги формуладан аниқлаймиз:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \mu \sigma_x) = \frac{\partial v}{\partial y}.$$

Кўчиш v узлуксизлик шартини қаноатлантириши лозим, яъни

$$\int_0^{2\pi R} \frac{\partial v}{\partial y} dy = 0,$$

бундан (6.4) формуладаги доимий f_0 коэффициентни аниқлаймиз.

(6.1) системанинг иккинчи тенгламасини қисқача қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$A(w, \Phi) = 0,$$

бу ерда A - тегишли дифференциал оператор. Ўзгармас f_1, f_2 коэффициентларни аниқлаш учун Бубнов - Галеркин усулига асосан қуйидаги боғланишларни ёзиш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{2\pi R} \int_0^L A(w, \varphi) \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} dx dy &= 0, \\ \int_0^{\pi R} \int_0^L A(w, \varphi) \sin^2 \frac{m\pi x}{L} \sin^2 \frac{ny}{R} dx dy &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

Бу ифодаларни интеграллаш натижасида қуйидаги муносабатларни ҳосил қиламиз.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(f_1, f_2, m, n, \sigma) &= 0, \\ \varphi_2(f_1, f_2, m, n, \sigma) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

Бу ифодалардан f_2 параметрни йўқотиб, қуйидаги нозичиқ муносабатни ҳосил қиламиз:

$$\sigma = \varphi(m, n, f_1).$$

График усулида m ва n учун шундай бутун қийматларни аниқлаймизки, унда σ кучланиш минимал қиймати қабул қилади. Бу қийматларни m^* ва n^* билан белгилаб оламиз. Унда:

$$\sigma = \varphi(m^*, n^*, f_1)$$

Бундан тескари муносабатни топамиз:

$$f_1 = f_1(m^*, n^*, \sigma)$$

Ундан кейин (6.6) ифода асосида $f_2 = f_2(m^*, n^*, \sigma)$ ва $f_0 = f_0(m^*, n^*, \sigma)$ боғланишларни аниқлаймиз.

Унда изланаётган функцияни қуйидаги кўринишда аниқлаймиз:

$$\Phi = \Phi_0(x, y, m^*, n^*, \sigma) - \frac{\sigma y^2}{2},$$

ва (2.2) формула бўйича кучланишни, (2.25) формуладан фойдаланиб деформацияни аниқлаймиз.

Деформация ε_x орқали бўйлама юк билан сиқилган қобиқ учларининг яқинлашишини аниқлаймиз

$$\Delta = \int_0^L \frac{\partial u}{\partial x} dx = u|_L - u|_0.$$

Бу охириги ифода билан изланаётган нозичиқли муносабат

$$\bar{\Delta} = f(\bar{\sigma}), \quad (6.7)$$

қобиқ узайиши

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta}{L},$$

ва ўлчовсиз сиқувчи кучланиш

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma R}{Eh}.$$

орасидаги боғланиш кўрсатилган.

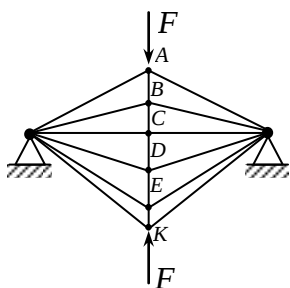
Ферма мисолида эгри чизикнинг F куч мусбат қийматига эга бўлган соҳада эгри чизик тўлиқ олиш мумкин. Агар 2.10-чизмада кўрсатилгандек ферма

тугуни эластик пружина билан маҳкамланган бўлса.

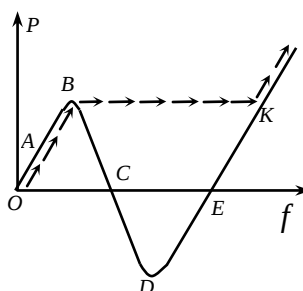
Шундай қилиб, бўйлама сиқилган қобиклар ҳисоб масаласи ночизиқли назария асосида пастки критик куч миқдори аниқлашга келтирилади. Юқорида қўрилган масалада бу миқдор $\sigma = 0,284$ тенг эди. Агар салқилик (2.72) функцияси ўрнига қуйидаги функция

$$w = f_1 \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} + f_2 \sin^2 \frac{m\pi x}{L} + f_3,$$

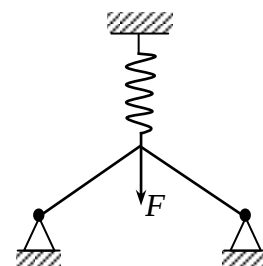
олинса, унда критик кучнинг пастки чегараси миқдори жуда кичик $\sigma = 0,124$ бўлади. Бу натижалар бундан икки юз йил олдин олинган.



2.8-чизма.



2.9-чизма.



2.10-чизма.

Ҳозирги даврда ҳисоблаш техникасининг интенсив ривожланиши охириги вақтларда бўйлама сиқилган қобик масаласини ночизиқли назария асосида салқилик функциясини

$$w = \sum_{m=1,2,3} \sum_{n=1,2,3,\dots} f_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R}, \quad (6.8)$$

қўринишда қабул қилиб ечишга имконият берди.

Критик кучнинг пастки чегарасини ҳисоблаш натижалари шуни кўрсатадики, критик куч пастки чегараси маълум бир аниқ қийматга эга эмас ва у қатор ҳадининг ортиши билан камайиб боради. Критик кучнинг пастки миқдори (6.8) ифода қатор ҳадлар сонига боғлиқ ҳолда қуйидагиларга:

$$m = n = 10 \text{ бўлса, } \sigma = 0,085; \quad m = n = 12 \text{ бўлса, } \sigma = 0,07;$$

$$m = n = 14 \text{ бўлса, } \sigma = 0,0526; \quad m = n = 16 \text{ бўлса, } \sigma = 0,0429,$$

тенг бўлади.

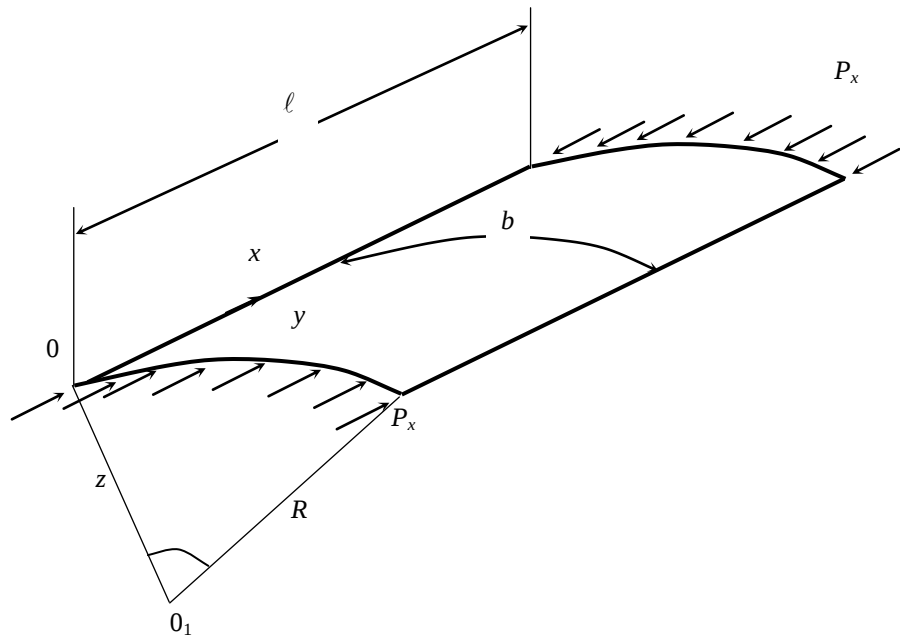
Шундай қилиб, бўйлама сиқилган қобик устиворлик масаласида, ночизиқли назариядан фойдаланиш, назарий ва тажриба натижаларининг тўғри келмаслигини етарлича тушунтириб беришга имконият яратиб бера олмади. Бу натижаларнинг тўғри келмаслиги чизиқли назария асосида ҳам етарлича тушунтириш мумкинлигини кўрсатган эдик. Лекин шуни айтиб ўтиш лозимки, чизиқли бўлмаган назария, қобикларнинг критик ҳолатида катта деформациясини ҳисоблашда албатта муҳим аҳамиятга эга.

2.7. Цилиндрик панеллар устиворлиги

Эгри чизикли контури бўйича текис таралган F ўзгармас кучдан бўйлама сиқилган доиравий цилиндрик панель устиворлик масаласини қараймиз. Цилиндрик панелнинг a узунлиги ва эни b - доира бўйлаб икки тўғри чизикли контури орасидаги масофа. Пластинка бутун контури бўйича шарнирли маҳкамланган бўлсин (2.11-чизма). Панелнинг устиворлигини йўқотишда изланаётган салкилик функциясини қуйидаги кўринишда қидирамиз.

$$w = f \sin \frac{\pi m x}{a} \sin \frac{\pi n y}{R}, \quad (7.1)$$

бунда f - ўзгармас коэффициент; m - панелнинг бўйлама йўналиш бўйича ҳосил бўлган салкиликнинг ярим тўлқинлар сони бўлиб, бутун сонларни қабул қилади; n - панелнинг ёйи бўйича ҳосил бўлган салкилик ярим тўлқинлар сони бўлиб, бутун сонларни қабул қилади.



2.11-чизма.

Юқоридаги (2.77) муносабатни (2.34) устиворлик тенгламасига қўямиз ва уни қаноатлантиришидан (2.77) салкилик функциясига тегишли сиқувчи N юкнинг ифодасини аниқлаймиз:

$$N = \frac{Da^2}{(m\pi)^2} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]^2 + \frac{Eh}{R^2} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \frac{1}{\left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]^2}. \quad (7.2)$$

Агар $b \ll R$ бўлса, панель жуда ясси бўлади. Бу ҳолатда n бўйича сиқувчи кучнинг энг кичик қиймати $n = 1$ бўлганда ҳосил бўлади, яъни

$$N = \frac{D\pi^2}{b^2} \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 + \frac{Eh}{R^2} \frac{b^2}{\left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2}. \quad (7.3)$$

Бу формулада бутун параметр m қиймати шундай танлаб олиниши лозимки, унда сиқувчи N юк энг кичик қийматни қабул қилсин.

Учинчи бобда контури бўйича шарнирли маҳкамланган ва бир йўналиш бўйича сиқилган тўғри бурчакли пластинка устиворлиги масаласидагидек, аниқлаймиз:

$$m = \frac{a}{b}.$$

Унда (7.3) формулага асосан изланаётган критик куч қуйидагича ифодаланади.

$$N_{kp} = 4 \frac{D\pi^2}{b^2} + \frac{Ehb^2}{4R^2}. \quad (7.4)$$

Агар панель радиус R чексизликка интилса, (7.4) формула $k = 4$ бўлганда, контури бўйича шарнирли маҳкамланган бир йўналиш бўйича сиқилган пластинка критик куч формуласига ўтади. Бундан шуни хулоса қилиб айтиш мумкинки, (7.4) формуладаги иккинчи қўшилувчи панелнинг сиқилишида критик куч миқдорига панель эгрилигининг таъсирини ифодалайди.

2.8. Ташки куч таъсиридаги цилиндрик қобиклар устиворлиги

Ташки $p = \text{const}$ босим таъсиридаги (2.4-чизма) қобикқа тегишли устиворлик тенгламасини $N_1 = S = 0$ бўлганлиги сабабли (2.15) асосида, (2.13) формулани эътиборга олиб, ҳосил қиламиз.

$$D\nabla^2\nabla^2\nabla^2\nabla^2 w + \frac{Eh}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + pR\nabla^2\nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0. \quad (8.1)$$

Қобикни критик ҳолатгача моментсиз деб ҳисоблаб, қобик устиворлигини йўқотишдаги салқилик функциясини (3.2) формула кўринишида излаймиз.

Салқилик (3.2) функцияси ифодасини (8.1) формулага қўйиб ва уни каноатлантиришини талаб қилиб p юкни ифодаловчи боғланишни аниқлаймиз:

$$pR = \frac{DR^2}{n^2} \left[\left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \left(\frac{n}{R} \right)^2 \right]^2 + \frac{Eh}{R^2} \frac{\left(\frac{m\pi}{L} \right)^4}{\left[\left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \left(\frac{n}{R} \right)^2 \right]^2 \frac{n^2}{R^2}}. \quad (8.2)$$

Бу юкнинг энг кичик қиймати $m=1$ бўлганда, яъни салқилик функциясининг битта ярим тўлқини қобик узунлиги бўйича жойлашса ҳосил бўлади. Унда қуйидаги тенглик

$$pR = \frac{Dn^2}{R^2} \left[1 + \left(\frac{\pi R}{nL} \right)^2 \right]^2 + \frac{\pi^4 EhR^4}{n^6 L^4} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\pi R}{nL} \right)^2 \right]^2}. \quad (8.3)$$

учун шартни қабул қиламиз:

$$\left[\left(\frac{\pi R}{nL} \right)^2 \right] \ll 1. \quad (8.4)$$

Бу шарт шуни кўрсатадики, устиворликни йўқотишда n етарлича катта, яъни қобикнинг айланаси узунлиги бўйича кўп тўлқин ҳосил бўлади. Бундай типдаги тўлқинларнинг ҳосил бўлиши ўртача узунликдаги цилиндрик қобиклар учун характерлидир. Буни тажриба ҳам тасдиқлайди.

Бу айтилганларни эътиборга олиб, (8.2) боғланишни қуйидаги оддий кўринишга келтирамиз:

$$pR = \frac{Dn^2}{R^2} + \frac{\pi^4 EhR^4}{L^4} \frac{1}{n^6}. \quad (8.5)$$

Бунда pR ни n нинг катта қийматларида n^2 ўзгарувчининг узлуксиз функцияси деб қараш мумкин:

$$\frac{\partial(pR)}{\partial n^2} = \frac{D}{R^2} - \frac{3\pi^4 EhR^4}{L^4} \frac{1}{n^8} = 0.$$

Бундан pR функциянинг минимумига тўғри келувчи изланаётган миқдорни аниқлаймиз.

$$n^8 = \frac{3\pi^4 EhR^6}{DL^4}. \quad (8.6)$$

Бу (2.86) формуладан аниқланадиган n - миқдорнинг катта эканлигига ишонч ҳосил қилиш учун $\mu = 0,3$ бўлганда, $D = Rh^3/12(1-\mu^2)$ бикирликни эътиборга олиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$n = 2,9\sqrt{\alpha_1^4\alpha_2},$$

бу ерда

$$\alpha_1 = \frac{R}{L}, \quad \alpha_2 = \frac{R}{h}.$$

Жумладан, $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 500$ қийматларда реал қобиклар учун $n = 14$ эканлигини аниқлаймиз. Бу натижа қабул қилинган (8.4) шартни тўла қаноатлантиради.

Қобик устиворлигини йўқотишидаги критик босимни, (8.6) ифодани эътиборга олиб (8.5) асосида аниқлаймиз:

$$p_{kp}R = \frac{Dn^2}{R^2} \left(1 + \frac{\pi^4 EhR}{L^4} \frac{1}{n^8} \right) = \frac{4}{3} \frac{n^2 D^2}{R^2}. \quad (8.7)$$

$\mu = 0,3$ бўлганда $D = Rh^3/12(1-\mu^2)$ ни эътиборга олиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$p_{kp}R = 0,92E \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R} \right)^{5/2}. \quad (8.8)$$

Сикувчи ҳалқа критик кучланиш учун қуйидаги миқдорни ҳосил қиламиз:

$$\sigma_{kp} = \frac{N_2}{h} = \frac{p_{kp}R}{h} = 0,92 \frac{ER}{L} \left(\frac{h}{R} \right)^{3/2}. \quad (8.9)$$

Бу боғланиш Попкович формуласи деб аталади.

Жуда узун $L \gg R$ қобиклар учун (8.6) формулага тегишли n сон кичик бўлади. Бу ҳолда (8.5) ифодадаги pR катталикини n^2 ўзгарувчининг узлуксиз функцияси деб қараб бўлмайди. Лекин L/R нисбатнинг катта қийматларида, бу формуланинг иккинчи қўшилувчисини, биринчи ҳадига нисбатан эътиборга олмаса ҳам бўлади. Натижада,

$$pR = \frac{n^2 D}{R^2}.$$

Изланаётган критик куч $n = 2$ да аниқланади:

$$p_{kp} = \frac{4D}{R^3}. \quad (8.10)$$

Бу критик босимга тўғри келувчи салқилик ифодаси:

$$w = f \sin \frac{2y}{R},$$

бунда f – доимий коэффициент.

Устиворликни йўқотишнинг қаралаётган ҳолатида нормал w кўчиш бўйлама координата x га боғлиқ бўлмайди (текис деформация ҳолати). Агар (8.10) формуладаги цилинрик қобикнинг бикирлигини эгилишидаги EI ҳалқанинг бикирлигига алмаштирсак, унда бир-биридан ажратилган ҳалқаларнинг сиқилишидаги критик куч миқдори оламиз. Лекин олинган бу боғланиш сон коэффициенти билан сиқилган ҳалқанинг критик куч ифодасидаги коэффициентдан фарқ қилади [2].

$$p_{kp} = \frac{3EI}{R^3}.$$

Шундай қилиб, (8.10) формула тақрибий характерга эгадир. Демак, бундан кўринадик, (8.1) устиворлик тенгламаси ўртача узунликдаги қобиклар учун ҳақиқатдан ҳам тўғри экан. Узун қобикларнинг устиворлик масаласини ечишда, қобикларнинг моментли назариясидан фойдаланиш лозим.

Жуда ҳам қисқа қобиклар учун n жуда катта қийматларни қабул қилади. Бундай ҳолда (8.3) формуладаги иккинчи ҳадни биринчисига нисбатан эътиборга олмасак ҳам бўлади. Унда қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$pR = k \frac{D}{R^2}, \quad (8.11)$$

$$\text{бу ерда} \quad k = \left[\left(\frac{\pi R}{L} \right)^2 \frac{1}{n} + n \right]^2.$$

Бу ифодани n ўзгарувчининг функцияси сифатида қараймиз ва k катталиқнинг минимал қийматини аниқлаш шартини тузамиз:

$$\frac{\partial k}{\partial n} = - \left(\frac{\pi R}{L} \right)^2 \frac{1}{n^2} + 1 = 0.$$

Бундан :

$$\begin{aligned} n &= \frac{\pi R}{L}; \\ k &= 4 \left(\frac{\pi R}{L} \right)^2. \end{aligned} \quad (8.12)$$

Шундай қилиб, критик куч миқдори ташқи босим остидаги жуда қисқа қобик учун (8.11) ифодани ва (8.12) боғланишни эътиборга олиб қуйидаги формуладан аниқланади:

$$N_2 = Rp_{kp} = 4 \frac{\pi^2 D}{L^2}.$$

Бундан кўринадик, бу боғланиш $k=4$ бўлганда, пластинка формула билан, яъни контури бўйича шарнирли маҳкамланган, бир йўналиш бўйича сиқилган тўғри бурчакли пластинка сиқилишидаги критик куч миқдори билан бир хил бўлади.

Хулоса қилиб шуни айтиш мумкинки, ташқи босим остидаги қобик, бўйлама сиқилган қобикқа қараганда, назарий йўл билан олинган критик куч, тажриба натижаларига яқин экан.

Шундай қилиб, критик куч миқдори ташқи босим остидаги жуда қисқа қобик учун (2.91) ифодани ва (2.92) боғланишни эътиборга олиб қуйидаги формуладан аниқланади:

$$N_2 = Rp_{kp} = 4 \frac{\pi^2 D}{L^2}.$$

Бундан кўринадики, бу боғланиш $k=4$ бўлганда, (3.15) формула билан, яъни контури бўйича шарнирли маҳкамланган, бир йўналиш бўйича сиқилган тўғри бурчакли пластинка сиқилишидаги критик куч миқдори билан бир хил бўлади.

Хулоса қилиб шуни айтиш мумкинки, ташқи босим остидаги қобик, бўйлама сиқилган қобикқа қараганда, назарий йўл билан олинган критик куч, тажриба натижаларига яқин экан.

2.9. Цилиндрик қобикнинг буралишдаги устиворлиги

Қобик четидаги учлари кўндаланг кесим айланаси бўйича буровчи моментга

$$H = 2\pi R^2 S$$

келтирувчи текис таралган уринма S куч билан юкланган бўлсин. Бунда $N_1 = N_2 = 0$ бўлган ҳолга тегишли устиворлик тенгламаси (2.33) формула асосида қуйидагича ифодаланади:

$$D\nabla^2\nabla^2 w + \frac{Eh}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2h\tau\nabla^2\nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} = 0, \quad (2.93)$$

бу ерда τ – уринма кучланиш бўлиб, $S = \tau h$ тенглик ўринлидир.

Қобикқа қўйилган, буровчи кучнинг бундай ҳолатида, аниқ ечим олиш мумкин эмас, чунки (2.93) тенгламада ўзгарувчилар бўлинмасдир.

Масаланинг тақрибий ечимини олиш учун салқилик функциясини қуйидагича қабул қиламиз.

$$w = f \sin \frac{n}{R}(x - cy) \sin \frac{\pi x}{L}. \quad (2.94)$$

Бу боғланиш қобик устиворлигини йўқотиши ҳолатида унинг сиртида қия тўлқинларнинг ҳосил бўлишига тўғри келади. Бунга (2.94) ифода билан узун пластинкалар устиворлик масаласини тақрибий ечишда қабул қилинган (2.25) функцияларининг ўхшашлигидан ҳам ишонч ҳосил қилса бўлади.

2.3–бобдаги каби ўзгармас уринма куч билан юкланган қобик тўла энергиясини (2.94) формула асосида аниқлаймиз ва уни нолга

тенглаб критик уринма кучланишни аниқлаш учун қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$\tau_{kp} = 0,78 \frac{Eh}{R} \sqrt{\frac{hR}{L^2}}. \quad (2.95)$$

Шуни айтиб ўтиш лозимки, реал қобикларнинг буралишдаги устиворлиги бўйича олинган назарий натижалар эксперимент натижалари билан анча яхши тўғри келади.

Тажриба натижасида аниқланган критик кучланиш миқдори назарий (2.95) натижаларнинг 0,8–0,9 миқдорига тўғри келади.

Назорат саволлари

1. Бўйлама ўқ бўйича сиқилган цилиндрик қобикларнинг симметрик қавариш ҳолатида устиворлик тенгламаси қандай ифодаланади?
2. Бўйлама ўқ бўйича сиқилган цилиндрик қобикларда критик куч ифодаси нимага тенг?
3. Бўйлама ўқ бўйича сиқилган цилиндрик қобиклар эгилишида салқилик деформацияси нимага тенг?
4. Нормал ва уринма кучланишларнинг кучланиш функцияси орқали ифодасини ёзинг?
5. Деформация компонентлари қандай ифодаланади?
6. Деформациянинг узлуксизлик тенгламаси ифодаси қандай ёзилади?
7. Бўйлама ва уринма кучлар таъсирида бўлган цилиндрик қобик устиворлик дифференциал тенгламаси ифодасини ёзинг.
8. Критик куч миқдорига қобик чегара шартлари таъсири қандай бўлади?
9. Критик куч миқдорига бошланғич хатолик қандай таъсир кўрсатади?
10. Бўйлама сиқилган цилиндрик қобикда катта салқиликни эътиборга олганда масалани ечиш тартиби қандай бўлади?
11. Текис таралган юкдан сиқилган цилиндрик панел учун критик куч ифодаси қандай бўлади?
12. Ташқи куч таъсирида бўлган цилиндрик қобик учун критик куч ифодасини ёзинг.

3.606. ПЛАСТИКЛИК НАЗАРИЯСИ АСОСИЙ ҚОНУНЛАРИ

3.1. Пластиклик шарти

Бизга маълумки, умумлашган Гук қонуни бир ўқли кучланганлик ҳолатидаги Гук қонуни асосида келтириб чиқарилади. Шунинг учун ҳам умумлашган Гук қонуни юкланишнинг фақат бошланғич даврида пластик деформация ҳосил бўлганда ҳаққоний бўлади.

Юкланишнинг бошланғич даврида умумлашган Гук қонуни ҳаққоний бўлгани учун, пластик деформациянинг пайдо бўлиши фақат кучланиш билан аниқланади. Шуларга асосан пластиклик шартини кучланиш тензор компонентларининг бирор функцияси кўринишида ёзиш мумкин. Демак, ўз-ўзидан кўриниб турибдики, изотроп материаллар учун пластик деформациянинг ҳосил бўлиши координаталар системасининг танланишига боғлиқ эмас. Шунинг учун ҳам пластиклик шартини тензор кучланишлар функцияси кўринишида ёзиш мумкин.

$$f[I_1(D_\sigma), I_2(D_\sigma), I_3(D_\sigma)] = 0. \quad (1.1)$$

Кўпгина тажрибаларнинг кўрсатишича, ҳамма томонлари билан сиқилган ёки чўзилган материал эластик деформацияланиб, пластик деформация ҳосил бўлмайди. Шунинг учун ҳам пластиклик шарти девиатор кучланишнинг иккинчи ва учинчи инварианти функцияси кўринишида ифодаланади.

$$f[I_2(D_\sigma), I_3(D_\sigma)] = 0. \quad (1.2)$$

Координата $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ системасида жисмнинг бирорта нуқтасининг кучланганлик ҳолатини вектор компонентлари характерлайди.

Тенгламаси

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0, \quad (1.3)$$

бўлган текислик координата бошидан ва бош ўқларга бир хил бурчак остида ўтади.

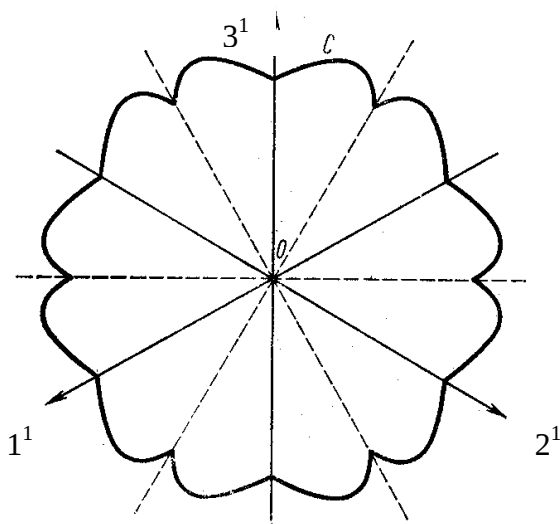
Шубҳасиз, бу текисликда ётувчи ҳар қандай вектор бирор бир кучланганлик ҳолатининг девиатор кучланишини характерлайди. Шунинг учун ҳам (1.3) текисликни девиатор текислиги деб атаيمиз. Тегишлича $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ўқларнинг девиатор текисликдаги проекцияларини $1^1, 2^1$ ва 3^1 билан белгилаймиз.

(1.2) тенгламага ўртача нормал кучланиш σ_0 кирмаганлиги учун координаталар $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ системасида (1.2) тенглама, ўқи девиатор текислигига перпендикуляр бўлган цилиндрни тасвирлайди. Демак, бу цилиндрни девиатор текислигидаги изини қараш кифоядир. Бу эгри чизик “С” (3.1-чизма) қуйидаги хусусиятларга эга бўлиши лозим:

1) анча катта кучланишда пластик деформация ҳосил бўлгани учун, эгри чизик координата бошидан ўтмайди;

2) координата бошидан чиқувчи нур эгри чизик билан фақат бир марта кесишиши лозим (акс ҳолда, пластик шартини қаноатлантирувчи иккита ўхшаш кучланганлик ҳолати мавжуд бўлади, бу мумкин эмас);

3) эгри чизик $1^1, 2^1, 3^1$ координата ўқларига симметрик бўлиши шарт, чунки пластик шартга бош кучланишлар симметрик кириши шарт;



3.1-чизма. Пластиклик эгри чизиги.

4) эгри чизик $1^1, 2^1, 3^1$ ўқларига перпендикуляр бўлган тўғри чизикларга нисбатан симметрик бўлиши шарт, чунки чўзилиш ва сиқилишда материалнинг механик хоссаларини бир хил деб фарз қилиниб, Баушенгер эффекти эътиборга олинмайди.

Юқорида айтилганлардан кўринадики, эгри чизик (3.1. чизмада) кўрсатилганидек 12 та бир хил ёйлардан иборат бўлади.

3.2. Максимал уринма кучланишнинг доимийлик шарти. Треск - Сен - Венан шарти

Биринчи бўлиб 1868 йили Француз мухандиси Треск босим остида металлларнинг тешикдан оқиб ўтиши тажрибасини ўтказди. Бу тажриба натижасида оқувчанлик ҳолатида муҳитнинг барча нуқталарида максимал уринма кучланиш бир хил бўлиб, қаралаётган материал учун ўзгармас ва соф силжишда материалнинг оқувчанлик чегарасига тенг эканлигини аниқлади.

Сен - Венан томонидан бу шартнинг математик ифодаси текис масала учун тақдим этилди. М.Леви эса бу шартни пластиклик назариясининг фазовий масалалари учун умумлаштирди.

Фазовий кучланганлик ҳолати учун бу шарт қуйидагича ифодаланади:

$$\begin{aligned}2|\tau_1| &= |\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_T; \\2|\tau_2| &= |\sigma_2 - \sigma_3| = \sigma_T; \\2|\tau_3| &= |\sigma_3 - \sigma_1| = \sigma_T.\end{aligned}\tag{2.1}$$

Агар $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ бўлса, юқоридаги боғланишлардан фақат биттаси қолади.

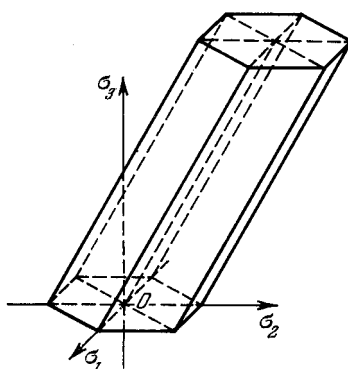
$$2|\tau_{\max}| = |\sigma_1 - \sigma_3| = \sigma_T.\tag{2.2}$$

Сен - Венан – Левининг бу шарти материаллар қаршилиги курсида энг катта уринма кучланиш мустаҳкамлик назарияси номи билан аталади. Умуман олганда бу ном унчалик тўғри эмас, чунки мустаҳкамлик ва пластиклик тушунчалари мутлоқ бошқа-бошқа тушунчалардир. Пластик ҳолатнинг ҳосил бўлиши материал мустаҳкамлигининг батомом тугади дегани эмас.

Треск-Сен - Венан шартидан чўзилишдаги оқувчанлик чегараси σ_T ва соф силжишдаги оқувчанлик чегараси орасида қуйидаги боғланиш мавжудлиги келиб чиқади ($\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = -\tau$, $\tau_{\max} = \tau$).

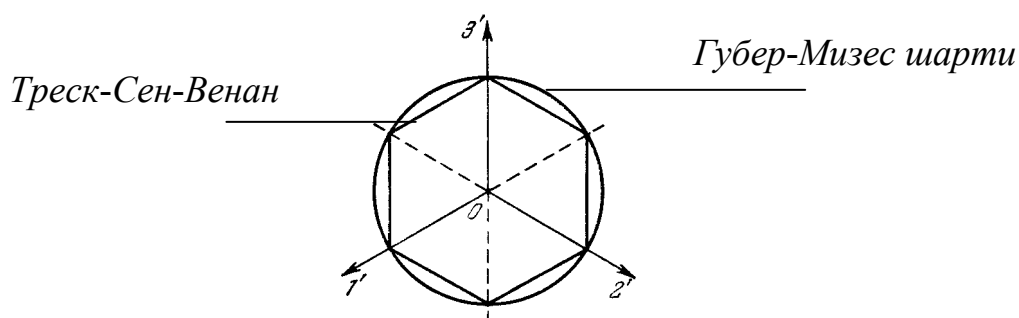
$$\sigma_T = 2\tau_T.\tag{2.3}$$

Бу, (2.2) шартни координаталар $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ системасида ўқи девиатор текислигига перпендикуляр бўлган олти қиррали призмани ифодалайди (3.2 - чизма).



3.2-чизма. Координата $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ системасида ўқи девиатор текислигига перпендикуляр бўлган олти бурчакли призма.

Призманинг девиатор текислиги билан кесишишидан, $\sigma_T/\sqrt{2}$ радиусли айланага ички чизилган олти бурчак ҳосил бўлади (3.3-чизма).



3.3-чизма. Координата $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ системасида девиатор текислигида олти бурчак ва айлана.

Треск - Сен - Венан пластиклик шартининг камчилиги шундан иборатки, пластик деформациянинг ҳосил бўлишида, оралик бош кучланиш σ_2 нинг таъсири эътиборга олинмайди.

3.3. Уринма кучланиш интенсивлигининг доимийлик шарти. Мизес - Губер шарти

Треск - Сен - Венаннинг пластиклик назариясидан уч ўлчамли масалаларни ҳал қилишда баъзи бир математик қийинчиликлар туғилади. Бу қийинчиликларни бартараф қилиш учун Мизес $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ координаталар системасидаги олти бурчакли призмани доиравий цилиндр билан алмаштиришни таклиф қилди (3.4-чизма). Бу цилиндр тенгламаси

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_T. \quad (3.1)$$

Бу материаллар қаршилиги курсида энергетик мустаҳкамлик назарияси номи билан юритилади. Цилиндрнинг девиатор текислиги билан кесишган кесими, олти бурчакга ташқи чизилган айланани беради (3.3-чизма).

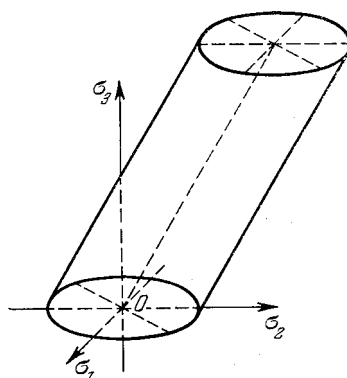
Бу пластиклик шarti Мизесгача деформациянинг потенциал энергиясини эътиборга олиб Губер томонидан таклиф қилинган эди. Шунинг учун ҳам у Губер - Мизес пластиклик шarti деб юритилади.

Мизес - Губер шартининг чап томони кучланишлар интенсивлигини ифодалашини эътиборга олиб қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$\sigma_i = \sigma_T, \quad (3.2)$$

яъни кучланиш интенсивлиги материалнинг чўзилишдаги оқувчанлик чегарасига етганда пластик деформация ҳосил бўлади.

Мизес - Губер шarti Треск-Сен-Венан шартига қараганда умумий бўлиб, уни фазовий кучланганлик ҳолати учун ҳам қўллаш мумкин.



3.4-чизма. Координата $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ системасида ўқи девиатор текислигига перпендикуляр бўлган цилиндр.

Мизес уринма кучланишнинг доимийлик шартини аниқ, (2.1) шартни эса тақрибий деб ҳисоблади. Лекин кўп сонли тажрибалар Мизес (2.1) шarti уринма кучланишнинг доимийлик шартига қараганда поликристал материаллар учун тўғри келишини тасдиқлайди.

Соф силжиш ҳолида Мизес - Губер шarti қуйидагича бўлади.

$$\tau_T = \frac{\sigma_T}{\sqrt{2}} \approx 0,577\sigma_T. \quad (3.3)$$

Тажрибаларнинг кўрсатишича, пластик деформация соф силжишда $|\tau_{\max}| = (0,56...0,60)\sigma_T$ бўлганда ҳосил бўлади. Демак, бундан ҳам кўринадики, уринма кучланиш доимийлик $0,5\sigma_T$ шартига кўра, уринма кучланишлар интенсивлиги доимийлик шarti тажриба натижаларига яқиндир.

3.4. Кичик эластик пластик деформация назарияси

Кичик эластик пластик назарияси изотроп материаллар учун қуйидаги учта қонун асосида қурилган.

1. Биринчи қонун - ҳажим ўзгариш қонунни. Жисмнинг ҳажмий деформацияси эластик бўлиб, ўртача нормал кучланишга тўғри пропорционалдир.

$$\sigma_{yp} = K\theta = 3K\varepsilon_{yp}. \quad (4.1)$$

Ҳажмий деформация билан нормал кучланишлар қуйидаги боғланишлар орқали ифодаланади:

$$\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3K}. \quad (4.2)$$

Ҳажмий эластиклик модули K қуйидаги формуладан аниқланади.

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)}, \quad (4.3)$$

бу ерда E - эластиклик модули; μ - Пуассон коэффиценти.

2. Иккинчи қонун - шакл ўзгариш қонунини. Девиатор кучланиш девиатор деформацияга тўғри пропорционалдир.

$$D_\sigma = \psi D_\varepsilon. \quad (4.4)$$

бу тенглик скаляр кўринишда қуйидагича ёзилади

$$\begin{aligned} \sigma_x - \sigma_{yp} &= \psi(\varepsilon_x - \varepsilon_{yp}); \quad \tau_{xy} = \psi\gamma_{xy}/2; \\ \sigma_y - \sigma_{yp} &= \psi(\varepsilon_y - \varepsilon_{yp}); \quad \tau_{yz} = \psi\gamma_{yz}/2; \\ \sigma_z - \sigma_{yp} &= \psi(\varepsilon_z - \varepsilon_{yp}); \quad \tau_{zx} = \psi\gamma_{zx}/2. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Бу ψ - параметрни кучланиш ва деформация интенсивлиги орқали ифодалаймиз

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\psi^2 [(\xi_x - \varepsilon_y)^2 + (\xi_y - \varepsilon_z)^2 + (\xi_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)]} = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi \frac{3}{\sqrt{2}} \varepsilon_i. \end{aligned} \quad (4.6)$$

бундан

$$\psi = \frac{3}{2} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}. \quad (4.7)$$

3. Учинчи қонун - Кучланиш интенсивлиги деформация интенсивлиги функцияси бўлиб, кучланганлик ҳолати турларига боғлиқ бўлмайди.

$$\sigma_i = \Phi(\varepsilon_i). \quad (4.8)$$

Кичик эластик пластик деформация назарияси муносабатлари фақат оддий юкланишда тўғри бўлади. Лекин оддий кучланишга яқин бўлган мураккаб юкланишда ҳам бу назария тажриба натижаларига яқин бўлган натижаларни беради.

3.5. Пластик оқувчанлик назарияси

Пластик оқувчанлик назариясида пластик деформациялар орттормаси билан кучланишлар орасидаги боғланишни исботсиз қабул қиламиз.

Пластик деформация интенсивлиги орттормаси, ифодаси ҳам худди деформация интенсивлиги каби ифодаланади.

$$\bar{d\varepsilon}_{ip} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\left[(d\xi_{xp} - d\varepsilon_{yp})^2 + (d\xi_{yp} - d\varepsilon_{zp})^2 + (d\xi_{zp} - d\varepsilon_{xp})^2\right] + \frac{3}{2} \left[(d\gamma_{xy})^2 + (d\gamma_{yz})^2 + (d\gamma_{zx})^2\right]} \quad (5.1)$$

Шуни айтиб ўтиш лозимки, пластик деформация орттормаси интенсивлиги $\bar{d\varepsilon}_{ip}$ пластик деформация интенсивлиги орттормасига $d\varepsilon_{ip}$ тенг эмас.

Изотроп материаллар учун пластик оқиш назарияси қуйидаги фаразларга асосланади.

1. Ҳажмий деформация ўртача нормал кучланишга тўғри пропорционал. Бу чекланиш эластик деформациясида ҳам ишлатилган эди.

$$\varepsilon_{yp} = \frac{1}{3K} \sigma_{yp} \text{ ёки } d\varepsilon_{yp} = \frac{1}{3K} d\sigma_{yp} \quad (5.2)$$

3. Деформация орттормаси, эластик $d\varepsilon_{x3}, d\varepsilon_{y3}, d\varepsilon_{z3}, d\gamma_{xy3}, d\gamma_{yz3}, d\gamma_{zx3}$ ва пластик деформациялар $d\varepsilon_{xp}, d\varepsilon_{yp}, d\varepsilon_{zp}, d\gamma_{xyp}, d\gamma_{yzp}, d\gamma_{zxp}$ орттормалари йиғиндисига тенг.

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x &= d\varepsilon_{x3} + d\varepsilon_{xp}; & d\gamma_{xy} &= d\gamma_{xy3} + d\gamma_{xyp}; \\ d\varepsilon_y &= d\varepsilon_{y3} + d\varepsilon_{yp}; & d\gamma_{yz} &= d\gamma_{yz3} + d\gamma_{yzp}; \\ d\varepsilon_z &= d\varepsilon_{z3} + d\varepsilon_{zp}; & d\gamma_{zx} &= d\gamma_{zx3} + d\gamma_{zxp}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Бундан биринчи чекланиш асосида қуйидаги тенглик келиб чиқади.

$$d\varepsilon_{yp,p} = 0. \quad (5.4)$$

3. Пластик деформация орттирмаси девиатор компонентлари кучланиш девиатор компонентларига тўғри пропорционал

$$D_{d\varepsilon_p} = d\lambda D_\sigma. \quad (5.5)$$

Бу ифода скаляр кўринишда қуйидагича ёзилади.

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{xp} &= d\lambda(\sigma_x - \sigma_{yp}); \quad \frac{1}{2}d\gamma_{xyp} = d\lambda\tau_{xy}; \\ d\varepsilon_{yp} &= d\lambda(\sigma_y - \sigma_{yp}); \quad \frac{1}{2}d\gamma_{yzp} = d\lambda\tau_{yz}; \\ d\varepsilon_{zp} &= d\lambda(\sigma_z - \sigma_{yp}); \quad \frac{1}{2}d\gamma_{zxp} = d\lambda\tau_{zx}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

$d\lambda$ параметр ифодасини кичик эластик пластик деформация назарияси мавзусида ψ параметрни аниқлашда қилинган мулоҳозалардан фойдаланиб қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$d\lambda = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon_{ip}}{\sigma_i}. \quad (5.7)$$

4. Кучланиш интенсивлиги пластик деформация орттирмаси интенсивлиги интегралли функцияси бўлиб, кучланганлик ҳолати турига боғлиқ бўлмайди.

$$\sigma_i = \Phi\left(\int d\varepsilon_{ip}\right). \quad (5.8)$$

Материалнинг чўзилиш диаграммаси бўйича Φ функцияни аниқлашни кўриб чиқамиз. Бир ўқ бўйича чўзилишда $\sigma_x = \sigma_y = 0; \sigma_z = \sigma; \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0; d\varepsilon_{xp} = d\varepsilon_{yp} = -d\varepsilon_{zp}/2 = -d\varepsilon_p/2$ бўлади (чунки $d\varepsilon_{xp} = d\varepsilon_{yp}$ ва $d\varepsilon_{xp} + d\varepsilon_{yp} + d\varepsilon_{zp} = 0$).

Демак кучланиш интенсивлиги ва пластик деформация орттирмаси интенсивлиги қуйидагича бўлади

$$\sigma_i = \sigma; \quad d\varepsilon_{ip} = d\varepsilon_p. \quad (5.9)$$

Бундан келиб чиқадики

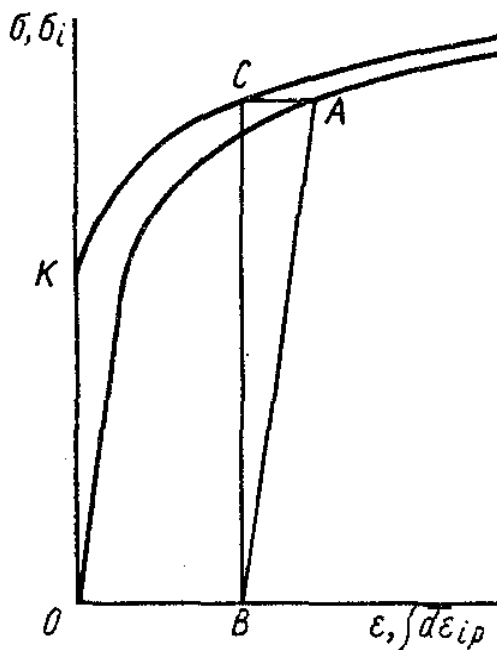
$$\int d\varepsilon_{ip} = \int d\varepsilon_p = \varepsilon_p.$$

Шундай қилиб, бир ўқ бўйича чузилган ҳолда тўртинчи чекланиш қуйидаги кўринишда бўлар экан

$$\sigma = \Phi\left(\int d\varepsilon_{ip}\right) = \Phi(\varepsilon_p). \quad (5.10)$$

Бу боғланишнинг графигини чўзилиш диаграммаси (3.5-чизма, 1 эгри чизиқ) асосида қуриш қийинчилик туғдирмайди. Бунинг учун диаграмманинг барча нуқталаридаги эластик деформация миқдорини топамиз ва бу нуқталарни чап томонга E масофага суриш лозим. Шу усул билан қурилган чизиқ (3.5-чизма) $\Phi\left(\int d\varepsilon_{ip}\right)$

функцияси графиги бўлади.



3.5-чизма. Юкланиш ва юксизланишда деформацияланиш диаграммаси

Пластик оқувчанлик назарияси тенгламалари дифференциал кўринишда бўлиб, кичик эластик пластик деформация назарияси тенгламаларига нисбатан анча мураккабдир.

Оддий юкланишда бу икки назария бир хил натижа беришини назария ва тажрибаларда исботланган. Мураккаб юкланиш ҳолида, пластик оқувчанлик назариясида олинган натижалар билан тажриба йўли билан олинган маълумотлар жуда яхши мос келади. Шунинг учун ҳам мураккаб юкланиш ҳолидаги масалаларни ечишда бу назария кенг қўлланилади.

Назорат саволлари

1. Пластиклик критерияси қандай ифодаланади?
3. Треск-Сен-Венан пластиклик шарти моҳияти нимадан иборат?
3. Мизес - Губер пластиклик шарти моҳияти нимадан иборат?

4. Кичик эластик пластик деформация назарияси биринчи қонунини айтиб беринг?
5. Кичик эластик пластик деформация назарияси иккинчи қонунини айтиб беринг?
6. Кичик эластик пластик деформация назарияси учинчи қонунини айтиб беринг?
7. Оқувчанлик назарияси биринчи қонунини айтиб беринг?
8. Оқувчанлик назарияси иккинчи қонунини айтиб беринг?
9. Оқувчанлик назарияси учинчи қонунини айтиб беринг?
10. Оқувчанлик назарияси тўртинчи қонунини айтиб беринг?
11. Оддий юкланишда қайси назариядан фойдаланиш мумкин?
12. Оқувчанлик назариясидан қачон фойдаланиш мумкин?

4-Боб. ЭЛАСТИКЛАК ЧЕГАРАСИДАН КЕЙИН ҚОБИҚЛАРНИНГ КУЧЛАНГАНЛИК ВА ДЕФОРМАЦИЯ ҲОЛАТИ

4.1. Юпқа қобиклар назариясининг асосий муносабатлари

Қобикнинг юкланиши эластиклик чегарасидан кейин оддий юкланган ва унинг материали сиқилмайди деб фараз қиламиз, бу кичик эластик-пластик деформация назариясидан фойдаланишга имконият беради.

Ясси қобик ўрта сирт текислигининг шундай деформациясини қараймизки, у фақат нормали бўйича ҳосил бўлган салқиликдан пайдо бўлади, бунда салқилик қобик қалинлигидан кичик бўлади.

Геометрик муносабатлари:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - K_1 w; \\ \varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - K_2 w; \\ \gamma &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}; \\ \chi_1 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \chi_2 = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \chi_{12} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.\end{aligned}\tag{1.1}$$

Мувозанат тенгламалар:

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} &= 0; \quad \frac{\partial N_2}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial x} = 0. \\ \frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} - N_1 \left(K_x + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - N_2 \left(K_y + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - 2S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} &= 0. \\ \frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} &= Q_1; \quad \frac{\partial M_2}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} = Q_2.\end{aligned}\tag{1.2}$$

Зўриқиш кучлари ва эгувчи моменлар ифодалари:

$$\begin{aligned}N_1 &= \frac{4}{3} Eh \left(\varepsilon_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_2 \right) + \Delta N_1; \\ N_2 &= \frac{4}{3} Eh \left(\varepsilon_2 + \frac{1}{2} \varepsilon_1 \right) + \Delta N_2; \\ S &= \frac{1}{3} Eh \gamma + \Delta S.\end{aligned}\tag{1.3}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= -\frac{Eh^3}{9}\left(\chi_1 + \frac{1}{2}\chi_2\right) + \Delta M_1; \\ M_2 &= -\frac{Eh^3}{9}\left(\chi_2 + \frac{1}{2}\chi_1\right) + \Delta M_2. \end{aligned} \quad (1.4)$$

бу ерда

$$\begin{aligned} N_1 &= -\frac{4}{3}\left[(Eh - I_1)\left(\varepsilon_1 + \frac{1}{2}\varepsilon_2\right) - \left(\chi_1 + \frac{1}{2}\chi_2\right)I_2\right]; \\ N_2 &= -\frac{4}{3}\left[(Eh - I_1)\left(\varepsilon_2 + \frac{1}{2}\varepsilon_1\right) - \left(\chi_2 + \frac{1}{2}\chi_1\right)I_2\right]; \\ \Delta S &= -\frac{1}{3}[(Eh - I_1)\chi_{12} - 2\mathcal{M}_2]; \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} M_1 &= -\frac{4}{3}\left[\left(\chi_1 + \frac{1}{2}\chi_2\right)\left(\frac{Eh^3}{9} - I_3\right) - \left(\varepsilon_1 + \frac{1}{2}\varepsilon_2\right)I_2\right]; \\ M_2 &= -\frac{4}{3}\left[\left(\chi_2 + \frac{1}{2}\chi_1\right)\left(\frac{Eh^3}{9} - I_3\right) - \left(\varepsilon_2 + \frac{1}{2}\varepsilon_1\right)I_2\right]; \\ \Delta H &= -\frac{2}{3}\left[\left(\frac{Eh^3}{9} - I_3\right)\chi_{12} - 2\mathcal{M}_2\right]; \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$I_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} dz; I_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} z dz; I_3 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} z^2 dz. \quad (1.7)$$

Интеграл остига кировчи деформация интенсивлиги ифодаси куйидаги формуладан аниқланади.

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{P_\varepsilon - 2zP_{\varepsilon\chi} + z^2P_\chi}; \\ P_\varepsilon &= \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2^2 + \frac{1}{4}\gamma^2; \\ P_\varepsilon &= \varepsilon_1\chi_1 + \varepsilon_2\chi_2 + \frac{1}{2}(\varepsilon_2\chi_1 + \varepsilon_1\chi_2) + \frac{1}{2}\chi_{12}\gamma; \\ P_\varepsilon &= \chi_1^2 + \chi_1\chi_2 + \chi_2^2 + \frac{1}{4}\chi_{12}^2. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Бунда кучланиш интенсивлиги билан деформация интенсивлиги орасидаги боғланиш куйидаги ча ифодалансин:

$$\sigma_i = E\varepsilon_i\left(1 - \lambda + \lambda \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_i}\right), \quad \lambda = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} = 1 - \frac{E_1}{E}. \quad (1.9)$$

Кучланиш функциясини киритамиз:

$$N_1 = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad N_2 = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}, \quad S = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}. \quad (1.10)$$

Унда юқоридаги формулалардан фойдаланиб тенгламаларни φ , w номаълумларга нисбатан иккита чизиқли бўлмаган тенгламалар системасига келтирамиз:

$$\begin{aligned} \frac{1}{Eh} \nabla^2 \nabla^2 \varphi - K_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - K_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \Phi_1(x, y); \\ - \left(K_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + K_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + D \nabla^2 \nabla^2 w &= \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial x} + \\ &+ q(x, y) + \Phi_2(x, y). \end{aligned} \quad (1.11)$$

Бу формулада қуйидаги белгилашлар киритилган.

$$\begin{aligned} \Phi_1(x, y) &= \frac{1}{Eh} \left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\Delta N_1 - \frac{1}{2} \Delta N_2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\Delta N_2 - \frac{1}{2} \Delta N_1 \right) - 3 \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial x \partial y} \right) \right]; \\ \Phi_2(x, y) &= \frac{\partial^2 \Delta M_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta M_2}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial x \partial y}; \\ D &= \frac{Eh^3}{9}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Бу тенгламадар системасини кетма-кет яқинлашиш методининг янги варианты асосида ечамиз.

4.2. Ўққа симметрик деформацияланувчи цилиндрик қобикларнинг эластик пластик ҳолати

Пластик деформация назарияси доирасида цилиндрик қобикнинг эластик-пластик мувозанат ҳолатини ифодаловчи асосий дифференциал тенглама қуйидаги кўринишда бўлади.

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4w = \frac{4R}{Eh} q + \frac{2R}{Eh} N_1 - \frac{4R}{Eh} \Delta N_2 - \frac{6R}{Eh^2} \frac{d^2 \Delta M_1}{dx^2}. \quad (2.1)$$

Бу ерда

$x = \beta s = \sqrt{3/2Rh} s$ - ўлчамсиз изланаётган координата бўлиб, қобикнинг бўйлама йўналиши s координатасига пропорционалдир;
 R, h - тегишлича қобик радиуси ва қалинлиги;
 E - продорцианаллик модули;
 q_z - қобик сиртига нормаль йўналган юк;
 N_1 - бўйлама куч;

Функциялар $\Delta N_2, \Delta M_1$ - тегишлича ҳалқа куч ва эгувчи моментнинг чизикли бўлмаган компонентлари бўлиб улар қуйидаги ифодалардан аниқланади:

$$\Delta N_2 = (Eh - I_1)\varepsilon_2; \quad \Delta M_1 = \left(\frac{Eh^3}{9} - \frac{4}{3} \frac{I_1 I_3 - I_2^2}{I_1} \right) \chi - \frac{I_2}{I_1} N_1. \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{w}{R}; \quad \chi = -\frac{3}{2Rh} \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad (2.3)$$

$$I_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} dz, \quad I_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} z dz, \quad I_3 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} z^2 dz,$$

$$\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 + 2z\chi(\varepsilon_1 + 0,5\varepsilon_1) + z^2 \chi^2}. \quad (2.4)$$

Кучланиш интенсивлиги σ_i , деформация ε_i интенсивлигининг бирор бир функция кўринишида берилади.

Ҳалқа кучни ва эгувчи моментни эластик-пластик участкага тегишли кесимдаги деформация оркали қуйидагича ифодалаймиз.

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{4}{3} [(\varepsilon_1 + 0,5\varepsilon_2)I_1 + \chi I_2]; \\ N_2 &= Eh\varepsilon_2 - \Delta N_2; \\ M_1 &= \frac{Eh^3}{9} \chi - \Delta M_1. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Чизикли бўлмаган асосий мувозанат дифференциал тенгламанинг ечимини қуйидаги кўринишда ифодалаймиз:

$$\begin{aligned} w(x) &= w(0)F_1(x) + \frac{1}{\beta} \nu(0)F_2(x) - \frac{6R}{Eh^2} M_1(0)F_3(x) - \\ &- \frac{6R}{Eh^2\beta} Q_1(0)F_4(x) - \frac{6R}{Eh^2} Y(x) - \frac{4R}{Eh} Z(x). \end{aligned} \quad (2.6)$$

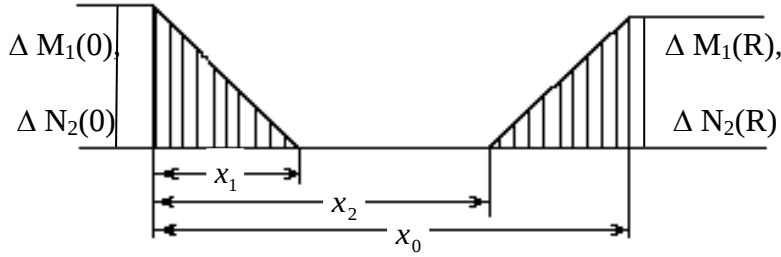
бу ерда F_1, F_2, F_3, F_4 - А.Н.Крылов функциялари;

$w(0), \nu(0), M_1(0), Q_1(0)$ - бошланғич параметрлар;

$$Y(x) = \int_0^x F_2(x, \alpha) \Delta M_1(\alpha) d\alpha, \quad Z(x) = \int_0^x F_4(x, \alpha) \Delta N_2(\alpha) d\alpha. \quad (2.7)$$

Масалани ечишда кетма кет яқинлашиш усулининг янги усулидан фойдаланамиз, яъни биринчи яқинлашувда эгувчи момент ва зўриқиш кучлари чизикли бўлмаган компоненталарини эластик-пластик участкаси бўйича учбурчак қонуни асосида ўзгарсин деб фараз қиламиз. Чунки пластик деформация эластик пластик участка узунлиги бўйича учбурчак қонуни асосийда тарқалишини

тажрибалар ҳам тасдиқлайди (4.1-чизма).



4.1-чизма.

Бундай

а) биринчи участкада $0 \leq x \leq x_1$

$$\begin{aligned}
 Y(x) &= \frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [x_1 F_3(x) - F_4(x)]; \\
 \frac{dY(x)}{dx} &= \frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [x_1 F_2(x) - F_3(x)]; \\
 \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} &= \frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [x_1 F_1(x) - F_2(x)]; \\
 \frac{d^3 Y(x)}{dx^3} &= -\frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [4x_1 F_4(x) + F_1(x) - 1] + \frac{d\Delta M_1(x)}{dx}; \\
 \frac{d^4 Y(x)}{dx^4} &= -4Y(x) + \frac{d^2 \Delta M_1(x)}{dx^2}; \\
 Z(x) &= \frac{\Delta N_2(0)}{4x_1} [x_1 - x - x_1 F_1(x) + F_2(x)]; \\
 \frac{dZ(x)}{dx} &= \frac{\Delta N_2(0)}{4x_1} [4x_1 F_4(x) + F_1(x) - 1]; \\
 \frac{d^2 Z(x)}{dx^2} &= \frac{\Delta N_2(0)}{x_1} [x_1 F_3(x) - F_4(x)]; \\
 \frac{d^3 Z(x)}{dx^3} &= \frac{\Delta N_2(0)}{x_1} [x_1 F_2(x) - F_3(x)]; \\
 \frac{d^4 Z(x)}{dx^4} &= -4Z(x) + 4\Delta N_2(x).
 \end{aligned}$$

(2.8)

б) иккинчи участкада $x_1 \leq x \leq x_2$

$$\begin{aligned}
Y(x) &= \frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [x_1 F_3(x) - F_4(x) + F_4(x, x_1)]; \\
\frac{dY(x)}{dx} &= \frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [x_1 F_2(x) - F_3(x) + F_3(x, x_1)]; \\
\frac{d^2 Y(x)}{dx^2} &= \frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [x_1 F_1(x) - F_2(x) + F_2(x, x_1)]; \\
\frac{d^3 Y(x)}{dx^3} &= -\frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [4x_1 F_4(x) + F_1(x) + F_1(x, x_1)]; \\
\frac{d^4 Y(x)}{dx^4} &= -4Y(x); \\
Z(x) &= \frac{\Delta N_2(0)}{4x_1} [x_1 - x - x_1 F_1(x) + F_2(x) - F_2(x, x_1)]; \\
\frac{dZ(x)}{dx} &= \frac{\Delta N_2(0)}{4x_1} [4x_1 F_4(x) + F_1(x) - F_1(x, x_1)]; \\
\frac{d^2 Z(x)}{dx^2} &= \frac{\Delta N_2(0)}{x_1} [x_1 F_3(x) - F_4(x) + F_4(x, x_1)]; \\
\frac{d^3 Z(x)}{dx^3} &= \frac{\Delta N_2(0)}{x_1} [x_1 F_2(x) - F_3(x) + F_3(x, x_1)]; \\
\frac{d^4 Z(x)}{dx^4} &= -4Z(x).
\end{aligned} \tag{2.9}$$

в) учинчи участкада $x_2 \leq x \leq x_0$

$$\begin{aligned}
Y(x) &= \frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [x_1 F_3(x) - F_4(x) + F_4(x, x_1)] + \\
&\quad + \frac{\Delta M_1(x_0)}{x_0 - x_2} F_4(x, x_2); \\
\frac{dY(x)}{dx} &= \frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [x_1 F_2(x) - F_3(x) + F_3(x, x_1)] + \\
&\quad + \frac{\Delta M_1(x_0)}{x_0 - x_2} F_3(x, x_2); \\
\frac{d^2 Y(x)}{dx^2} &= \frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [x_1 F_1(x) - F_2(x) + F_2(x, x_1)] + \\
&\quad + \frac{\Delta M_1(x_0)}{x_0 - x_2} F_2(x, x_2); \\
\frac{d^3 Y(x)}{dx^3} &= -\frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [4x_1 F_4(x) + F_1(x) + F_1(x, x_1)] + \\
&\quad + \frac{\Delta M_1(x_0)}{x_0 - x_2} [F_4(x, x_2) - 1] + \frac{d\Delta M_1(x)}{dx}; \\
\frac{d^4 Y(x)}{dx^4} &= -4Y(x) + \frac{d^2 \Delta M_1(x)}{dx^2};
\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned}
Z(x) &= \frac{\Delta N_2(0)}{4x_1} [-x_1 F_1(x) + F_2(x) - F_2(x, x_1)] + \\
&\quad + \frac{\Delta N_2(x_0)}{4(x_0 - x_2)} [x - x_2 - F_2(x, x_2)]; \\
\frac{dZ(x)}{dx} &= \frac{\Delta N_2(0)}{4x_1} [4x_1 F_4(x) + F_1(x) - F_1(x, x_1)] \\
&\quad + \frac{\Delta N_2(x_0)}{4(x_0 - x_2)} [1 - F_1(x, x_2)]; \\
\frac{d^2 Z(x)}{dx^2} &= \frac{\Delta N_2(0)}{x_1} [x_1 F_3(x) - F_4(x) + F_4(x, x_1)] \\
&\quad + \frac{\Delta N_2(x_0)}{(x_0 - x_2)} [F_4(x, x_2)]; \\
\frac{d^3 Z(x)}{dx^3} &= \frac{\Delta N_2(0)}{x_1} [x_1 F_2(x) - F_3(x) + F_3(x, x_1)] \\
&\quad + \frac{\Delta N_2(x_0)}{(x_0 - x_2)} [F_3(x, x_2)]; \\
\frac{d^4 Z(x)}{dx^4} &= -4Z(x) + 4\Delta N_2(x_0).
\end{aligned}$$

Агар цилиндрлик қобикнинг чап ва ўнг қирраларида $M_1(0)$, $M_2(0)$ эгувчи момент ва кўндаланг кучлар $Q_1(0) = Q_2(0)$ бўлса, унда бу чегара шартларга кўра (2.6-2.10) формулалардан бошланғич параметрларни аниқлаймиз (1.5-чизма):

$$\begin{aligned}
w(0) &= \frac{3R}{2Eh^2} \frac{AF_3(x_0) - BF_4(x_0)}{F_3^2(x_0) - F_2(x_0)F_4(x_0)}; \\
v(0) &= \frac{3R\beta}{2Eh} \frac{BF_3(x_0) - AF_2(x_0)}{F_3^2(x_0) - F_2(x_0)F_4(x_0)}.
\end{aligned} \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned}
A &= M_1(0) - \Delta M_1(x_0) - \Delta M_1(0)F_1(x_0) - \frac{1}{\beta} Q_1(0)F_2(x_0) - \frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [x_1 F_1(x_0) - F_2(x_0) + F_2(x_0, x_1)] - \\
&\quad - \frac{\Delta M_1(x_0)}{x_0 - x_2} F_2(x_0, x_1) - \frac{2}{3} h \frac{\Delta N_2(0)}{x_1} [x_1 F_3(x_0) - F_4(x_0) + F_4(x_0, x_1)] - \frac{2}{3} h \frac{\Delta N_2(x_0)}{x_0 - x_2} F_4(x_0, x_2);
\end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{1}{\beta} Q_1(0) + 4\Delta M_1(0)F_4(x_0) - \frac{1}{\beta} Q_1(0)F_1(x_0) - \frac{\Delta M_1(0)}{x_1} [F_1(x_0, x_1) - F_1(x_0) - F_4(x_0)] - \\
&\quad - \frac{\Delta M_1(x_0)}{x_0 - x_2} [F_1(x_0, x_2)] - \frac{2}{3} h \frac{\Delta N_2(0)}{x_1} [x_1 F_2(x_0) - F_3(x_0) + F_3(x_0, x_1)] - \frac{2}{3} h \frac{\Delta N_2(x_0)}{x_0 - x_2} F_3(x_0, x_2).
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Агар цилиндрга етарлича узун бўлса бошланғич параметрлар

(2.11) соддалашиб куйидагича ифодаланади.

$$\begin{aligned} w(0) &= \frac{3R}{Eh^2} \left\{ \Delta M_1(0) + \frac{1}{\beta} Q_1(0) + \Delta M_1(0) \left[1 - \frac{1 - \theta(x_1)}{x_1} \right] + \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \left[1 - \frac{\xi(x_1)}{x_1} \right] \right\}; \\ v(0) &= \frac{6R\beta}{Eh^2} \left[M_1(0) + \frac{1}{2\beta} Q_1(0) - \frac{1}{2} \Delta M_1(0) \frac{1 - \psi(x_1)}{x_1} + \frac{h}{6} \Delta N_2(0) \frac{1 - \varphi(x_1)}{x_1} \right]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$e^{-x_1} \cos x_1 = \theta(x_1); \quad e^{-x_1} \sin x_1 = \zeta(x_1).$$

$$\varphi(x_1) = \theta(x_1) + \varepsilon(x_1); \quad \psi(x_1) = \theta(x_1) - \zeta(x_1),$$

Унда салқилик функцияси (2.6) ифодасини 2.8-2.12 формулаларни эътиборга олиб баъзи бир алмаштиришлардан кейин узун цилиндрик қобик учун қуйидаги келтирамиз:

$$\begin{aligned} w(x) &= -\frac{3R}{Eh^2} \left\{ [M_1(0) + \Delta M_1(0)] \psi(x) + \frac{1}{\beta} Q_1(0) \theta(x) + \Delta M_1(0) b_0(x_1, x) + \right. \\ &\quad \left. + h \Delta N_2(0) c_0(x_1, x) \right\} + \frac{E}{2Eh} N_1. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Бу ерда $0 \leq x \leq x_1$ бўлганда

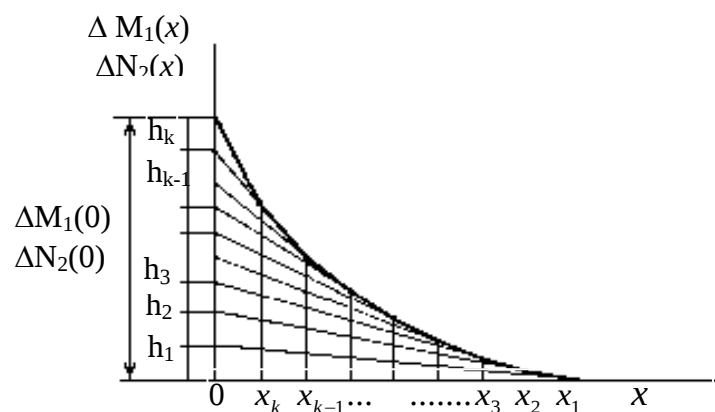
$$\begin{aligned} b_0(x_1, x) &= \frac{1}{4x_1} \{ 2[2 - \theta(x_1)] \theta(x) - \psi(x_1) \psi(x) - \varphi(x_1 - x) \}; \\ c_0(x_1, x) &= \frac{1}{12x_1} \{ 4(x_1 - x) - \varphi(x_1) \psi(x) - 2\xi(x_1) \theta(x) + \psi(x_1 - x) \}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

$x > x_1$ бўлганда

$$\begin{aligned} b_0(x_1, x) &= \frac{1}{4x_1} \{ 2[2 - \theta(x_1)] \theta(x) - \psi(x_1) \psi(x) - \varphi(x - x_1) \}; \\ c_0(x_1, x) &= \frac{1}{12x_1} \{ -\varphi(x_1) \psi(x) - 2\xi(x_1) \theta(x) + \psi(x - x_1) \}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Салқилик функцияси ифодаси $w(x)$ ни аниқлаш мумкин бўлади, агар $\Delta M_1(x)$, $\Delta N_2(x)$ чизиқли бўлмаган компоненталар эластик пластик соҳа x_1 узунлиги бўйича учбурчак қонуни асосида ўзгарса.

Масалани ечиш жараёнида аниқланиши лозим бўлган бу чизиқли бўлмаган компоненталар кейинги яқинлашувларда синиқ чизиқли функция кўринишида аппроксимацияланиб ҳар бир n учбурчакдан иборат бўлиб қуйидаги кўринишда бўлади (4.2-чизма).



4.2.-чизма. Эгувчи момент ва бўйлама кучларнинг иккинчи яқинлашувдв ўзгариш конуни.

Масалани бундай ҳолда қараганда $b_0(x_1, x)$, $c_0(x_1, x)$ функцияларни тегишлича $f_0(x_1, x)$, $g_0(x_1, x)$ функциялар билан алмаштириш лозим:

$$\begin{aligned} f_0(x_1, x) &= \frac{1}{\Delta M_1(0)} \sum_{k=1}^n h_k b_0(x_k, x); \\ g_0(x_1, x) &= \frac{1}{\Delta N_2(0)} \sum_{k=1}^n h_k c_0(x_k, x). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Узун юпка цилиндрик қобикнинг эластик-пластик кучланганлик деформацияланганлик ҳолатини ҳисоблаш учун бошланғич кесимдаги характерли деформация интенсивлиги ε_{i1} , ε_{i2} , ε_{i0} миқдорларини ҳамда эластик-пластик учустка учзунлиги x_1 аниқлаш зарур.

Демак бу ε_{i1} , ε_{i2} , ε_{i0} ва x_1 параметрларни аниқлаш учун қуйидаги тўртта чизиқли бўлмаган алгебраик тенгламалар системаси мавжуд:

$$\begin{aligned} N_1(0) &= f_1[\varepsilon_{i1}(0), \varepsilon_{i2}(0), \varepsilon_{i0}(0)]; \\ M_1(0) &= f_2[\varepsilon_{i1}(0), \varepsilon_{i2}(0), \varepsilon_{i0}(0)]; \\ \varepsilon_{i0}(0) &= \left| \frac{w(0)}{R} \right| = -\frac{3R}{Eh^2} \left\{ [M_1(0) + \Delta M_1(0)] + \frac{1}{\beta} Q_1(0) + \right. \\ &\quad \left. \Delta M_1(0)b_0(x_1, 0) + h\Delta N_2(0)c_0(x_1, 0) \right\} + \frac{E}{2Eh} N_1(0); \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_1^2(x_1) + \varepsilon_1(x_1)\varepsilon_2(x_1) + \varepsilon_2^2(x_1) + h\chi(0) \left[\varepsilon_1(x_1) + \frac{1}{2}\varepsilon_2(x_1) \right] + \frac{h^2}{4}\chi^2(x_1)} = \varepsilon_T.$$

Бу ерда ε_T - оқувчанлик чегарасига тенг бўлган деформация.

Бу тенгламалар системасининг биринчи икkitаси σ_i кучланиш интенсивлиги билан ε_i деформация интенсивлиги орасидаги

боғланиш берилгандан кейин тузилади. Бу боғланишдан А.А.Ильюшин томонидан кашиф этилган бикирликлар аниқланади. Бўйлама куч N_1 бўлмаса чизикли бўлмаган алгебраик тенгламалар системаси (2.19) учтагача камаяди ва деформация интенсивлигининг қобик кўндаланг кесими баландлиги бўйича симметрик тақсимланади. Шу сабабли биринчи ҳолатда қобик баландлиги бўйича қиррасига яқин бўлган толаларида иккита бир хил пластик соҳа ҳосил бўлади ва марказий толалари атрофида эса эластик соҳа бўлади. Иккинчи ҳолатда эса қобик талинлиги бўйича пластик соҳа бўлади.

Ҳалқа куч ва эгувчи моментни эластик-пластик участкага тегишли кесимдаги деформация интенсивлигининг максимал ва минимал қийматлари орқали қуйидагича ифодалаймиз.

$$\beta \leq 1$$

$$m_1(x) = \frac{\sqrt{3}}{6} \left[\frac{2}{3}(1-\lambda) \frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{\alpha} + \frac{\lambda}{\sqrt{1-\gamma^2}} \left(1 - \frac{\gamma^2}{\sqrt{1-\gamma^2}} \ln \Omega \right) \frac{\gamma \alpha^2 \sqrt{1-\beta^2}}{1-\gamma^2} \frac{1+2\beta^2}{3} \right];$$

$$n_1(x) = \beta(1-\lambda) + \lambda \frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} (\sqrt{1-\beta^2} + \ln \Omega);$$
(2.20)

$$\Delta m_1(x) = \frac{\sqrt{3}}{9} \frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{\alpha} - m_1(x); \quad \Delta n_2(x) = \beta - n_2(x);$$

$$\Omega = \frac{1+\sqrt{1-\gamma^2}}{1+\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\beta}{\gamma}; \quad \gamma = \alpha\beta = \frac{\varepsilon_{i0}}{\varepsilon_{i1}}.$$

$$\beta > 1$$

$$m_1(x) = \frac{\sqrt{3}}{6} \left[\frac{2}{3}(1-\lambda) \frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{\alpha} + \frac{\lambda}{\sqrt{1-\gamma^2}} \left(1 - \frac{\gamma^2}{\sqrt{1-\gamma^2}} \ln \Omega \right) \right];$$

$$n_1(x) = \beta(1-\lambda) + \lambda \frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} (\ln \Omega);$$
(2.21)

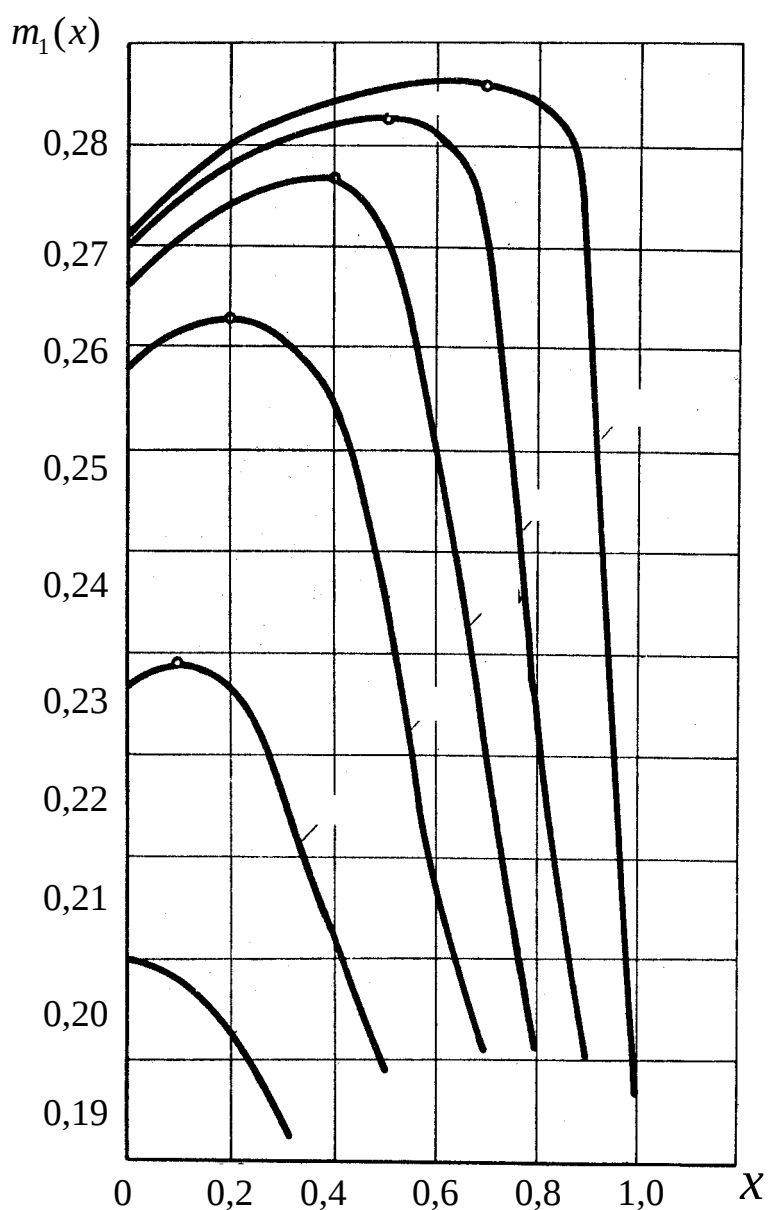
$$\Delta m_1(x) = \frac{\sqrt{3}}{9} \frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{\alpha} - m_1(x); \quad \Delta n_2(x) = \beta - n_2(x);$$

$$\Omega = \frac{1+\sqrt{1-\gamma^2}}{\gamma}; \quad \gamma = \alpha\beta = \frac{\varepsilon_{i0}}{\varepsilon_{i1}}.$$

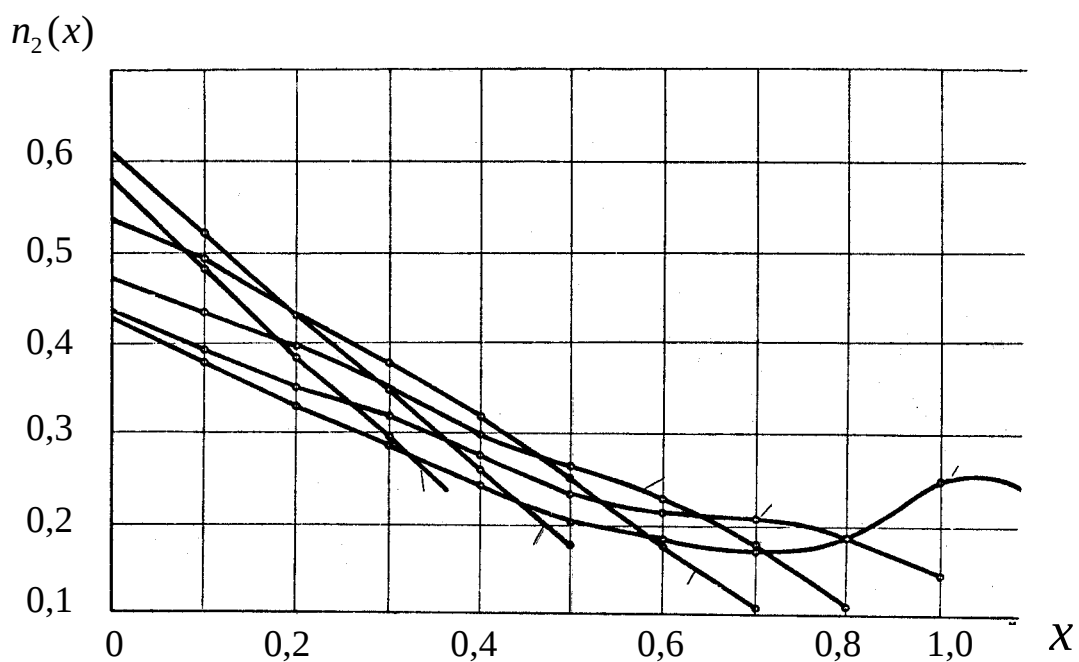
Бу 2.20-2.21 боғланишлар миқдори $0 \leq \lambda \leq 1$ ўзгарувчи параметр λ материалнинг чизикли пухталанишини ҳисобга олади. Агар λ параметр бир бирликга яқинлашса ҳам унда у ёки бу масалаларни ечиш мумкин бўлади. Шунинг учун ҳам ечаётган масаламизда идеал – пластик модель қаралган, яъни $\lambda = 1$. Идеал – пластик жисм даражали пухталаниш $\sigma_i - \varepsilon_i$ диаграммасининг хусусий ҳолидир ва

шунинг учун ҳам А.А.Ильюшиннинг жисм оддий юкланиш теормасига хид эмас.

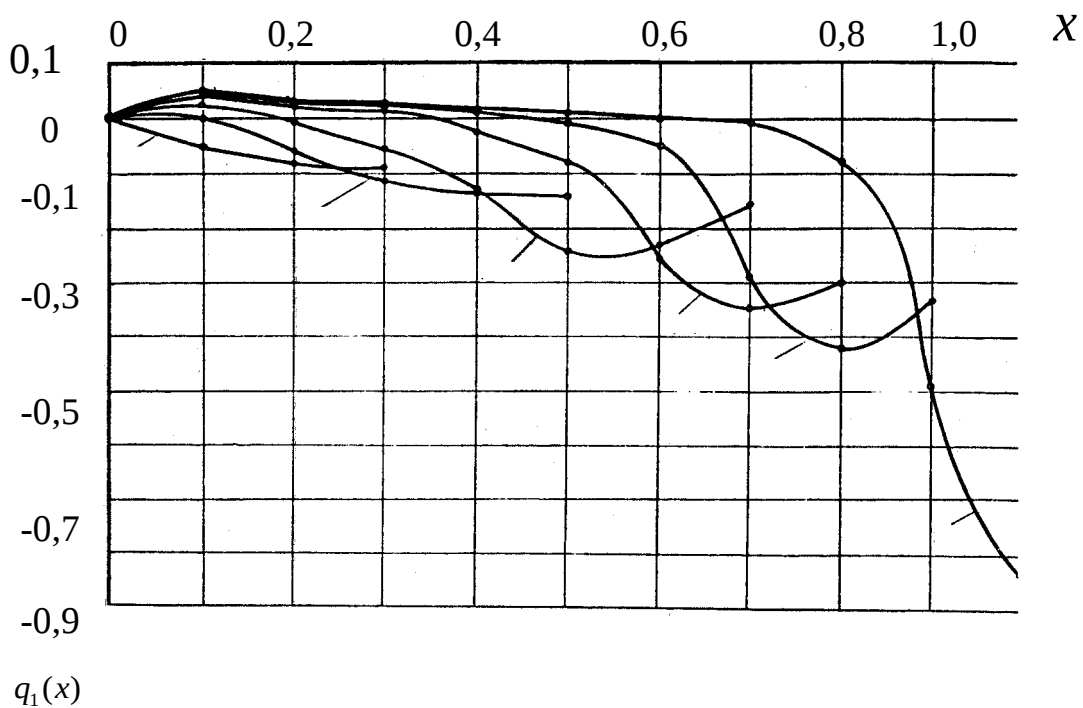
Ҳисоблаш натижалари 4.3-4.5 чизмаларда қирғоқ эффекти занасида бўйлама эгувчи момент, ҳалқа куч ва кўндаланг кучларнинг эластик – пластик зонасининг ҳар хил узунлигида келтирилган 4.5-5.7 чизмаларда бўйлама эгувчи момент ва нисбий салқиликнинг цилиндр бўйлама йўналиши бўйлама йўналиши бўйича эластик – пластик зонада $\lambda = 0,9$ бўйлагандаги ўзгариш графиги келтирилган.



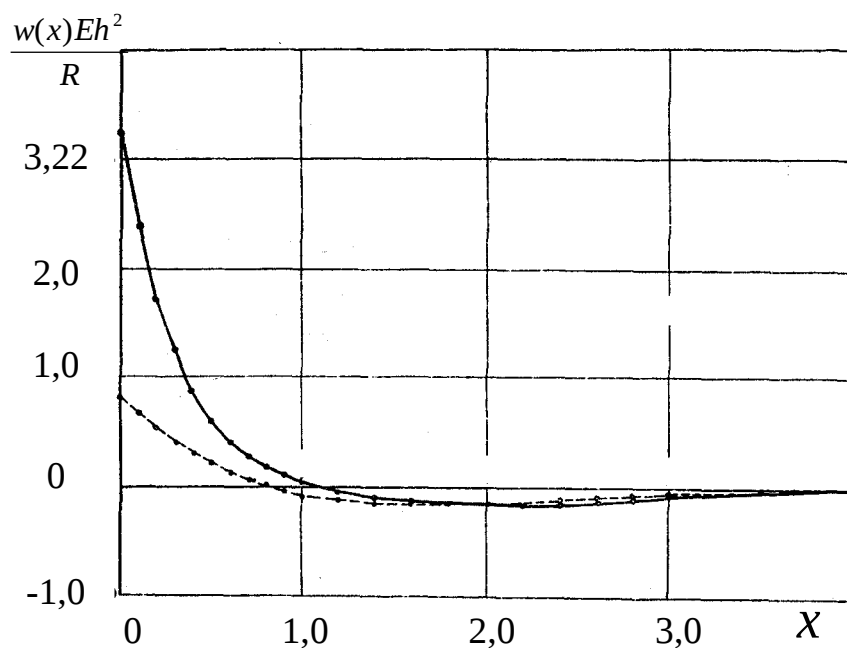
4.3-чизма. Бўйлама эгувчи моментнинг қирғоқ эффекти соҳасида эластик пластик участка узунлигидан ўзгариш графиги.



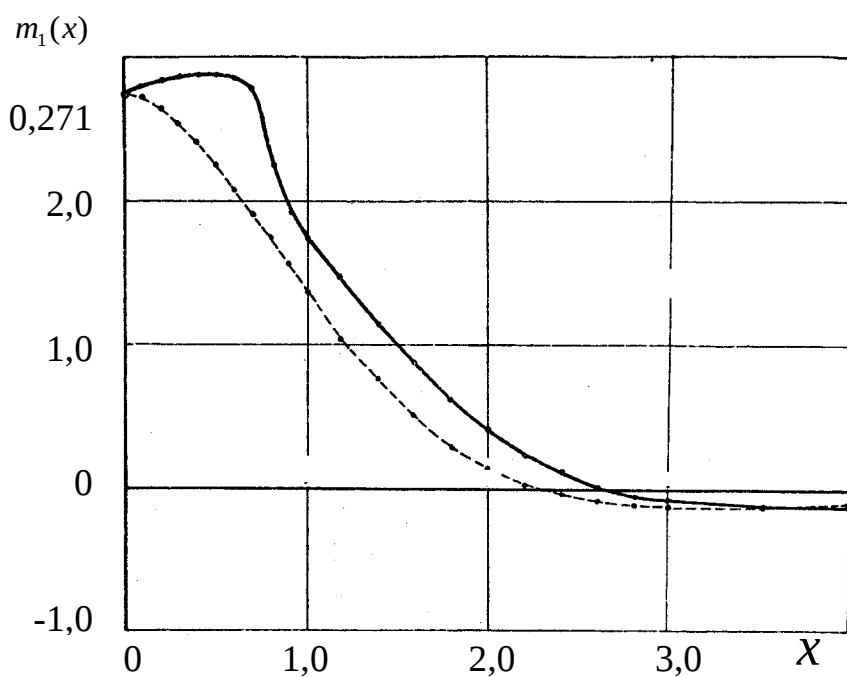
4.4-чизма. Ҳалқа кучининг қирғоқ эффекти соҳасида эластик пластик участка узунлигидан ўзгариш графиги.



4.5-чизма. Кўндаланг кучнинг қирғоқ эффекти соҳасида эластик пластик участка узунлигидан ўзгариш графиги.



4.6-чизма. Нисбий салқиликнинг қобиқ ясовчиси бўйлаб
эластик пластик участка узунлиги 0,9 бўлганда
ўзгариш графиги.



4.7-чизма. Бўйлама эгувчи моментнинг қобиқ ясовчиси бўйлаб
эластик пластик участка узунлиги 0,9 бўлганда
ўзгариш графиги.

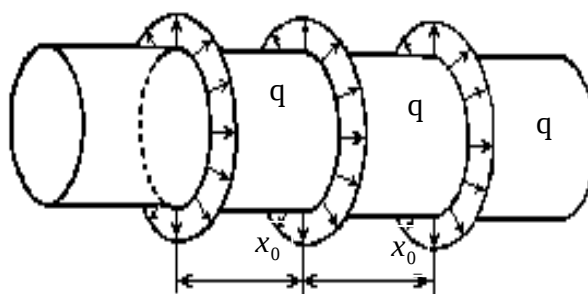
4.3. Эластиклик чегарасидан кейин параллели бўйича тўпланган юк таъсиридаги ёпиқ цилиндрик қобик кучланганлик -деформация ҳолати

Цилиндрик қобик юкланиши эластиклик чегарасидан кейин оддий юкланган ва унинг материали сиқилмайди деб фараз қиламиз, бу кичик эластик-пластик деформация назариясидан фойдаланишга имконият беради.

Эластиклик чегарасидан кейин параллели бўйича текис-таралган юк билан юкланган цилиндрининг (4.8 -чизма) эластик-пластик мувозанат ҳолатини ифодаловчи чизиқли бўлмаган асосий дифференциал тенгламани

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4w = -\frac{6R}{Eh^2} \frac{d^4 \Delta M_1}{dx^4} - \frac{6R}{Eh} \Delta N_2. \quad (3.1)$$

А.А.Ильющиннинг “эластик ечим” усулидан фарқ қилувчи кетма-кет яқинлашиш усулининг янги варианты асосида ечамиз. Бу янги усулнинг моҳияти шундан иборатки, биринчи яқинлашувда эгувчи момент ва зўриқиш кучлари чизиқли бўлмаган компоненталарини эластик-пластик участкаси бўйича учбурчак қонуни асосида ўзгарсин деб фараз қиламиз. Бу усулнинг афзаллиги шундаки, биринчи яқинлашувнинг ўзидаёқ физик ночизиқликни эътиборга олиб, эластик-чизиқли ечимга боғлиқ бўлмаган ечимни олишга имкон беради.



4.8-чизма. Параллели бўйича тўпланган радиал босим остидаги

Асосий дифференциал тенгламани интеграллашда ўнг томонидаги функцияни маълум деб ҳисоблаймиз. Унда бу дифференциал тенглама эластик таянчда ётувчи балка тенгламасига тўғри келади, унинг умумий ечими қуйидагича:

$$w(x) = w(0)F_1(x) + \frac{1}{\beta} v(0)F_2(x) - \frac{6R}{Eh^2} (M_1(0) + \Delta M_1(0)) \cdot F_3(x) - \frac{6R}{Eh^2 \beta} \left(Q_1(0) + \beta \frac{d\Delta M_1(0)}{dx} \right) F_4(x) + \bar{w}_1(x) + \bar{w}_2(x). \quad (3.2)$$

Бу солқилик ифодасидаги хусусий ечимни Коши интегралли шаклида излаймиз. Унда солқилик ифодасини қуйидагича ёзиш мумкин

$$w(x) = w(0)F_1(x) + \frac{1}{\beta_0} v(0)F_2(x) - \frac{6R}{Eh^2} M_1(0)F_3(x) - \frac{6R}{Eh^2 \beta_0} Q_1(0)F_4(x) + \frac{6R}{Eh^2} Y(x) + \frac{4R}{Eh} Z(x) \quad (3.3)$$

$$Y(x) = \int_0^x F_2(x, \alpha) \Delta M_1(\alpha) d\alpha; \quad Z(x) = \int_0^x F_4(x, \alpha) \Delta N_2(\alpha) d\alpha;$$

Бу ифодадаги $Y(x)$ ва $Z(x)$ функцияларни аниқлаш учун интегралдаги $\Delta N_2(x)$ $\Delta M_1(x)$ функция ифодаларини билиш лозим. Интеграл остидаги ифодалар кетма кет яқинлашиш усули билан аниқланади чунки, улар изланаётган солқилик функцияси билан мураккаб боғланишда.

Биринчи тахрибий яқинлашишда қаралаётган масалада $\Delta N_2(x)$ $\Delta M_1(x)$ функцияларни учбурчак қонуни асосида ўзгарсин деб қабул қиламиз. Унда $Y(x)$ ва $Z(x)$ функциялар ва унинг дифференциаллари (2.4) формулалардан аниқланади.

Эластиклик чегарасидан кейин радиал ҳалқа куч таъсиридаги ёпиқ цилиндрлик қобик солқилигини, зўриқиш кучни ва эгувчи моментларини аниқлаш учун унинг узунлиги x_0 га тенг бўлган бирор участкасини қараймиз. Қобикнинг чегара шартлари

$$Q(0) = Q(x_0) = q/2 \quad \text{ва} \quad v(0) = v(x_0) = 0. \quad (3.4)$$

Чегара шартларидан ҳосил бўлган тенгламалардан бошланғич параметрларни қуйидагича ифодалаймиз

$$w(0) = \frac{3R}{2Eh^2} \frac{4AF_4 + BF_2}{4F_4^2 + F_2^2} \quad M_1(0) = \frac{AF_2 - BF_4}{4F_4^2 + F_2^2} - \Delta M_1 \quad (3.5)$$

Бу ифодани солқилик функцияси ифодасига қўйсақ масаланинг ечимини умумий ҳол учун оламиз.

Агар цилиндрга қўйилган ҳалқа кучлар орасидаги масофа етарлича узоқ бўлса бошланғич параметрлар қуйидагича ифодаланади.

$$w(0) = \frac{3R}{2Eh^2} \left[\Delta M_1(0) \frac{1 - \varphi(x_1)}{x_1} + \frac{2h}{3} \Delta N_2(0) \frac{1 - \psi(x_1)}{x_1} + \frac{q}{2\beta} - \frac{2h}{3} \Delta N_2(0) \right] \quad (3.6)$$

$$M_1(0) = \frac{1}{2} \left[\Delta M_1(0) \frac{1 - \psi(x_1)}{x_1} - \frac{2}{3} \Delta N_2(0) \frac{1 - \varphi(x_1)}{x_1} - \frac{q}{2\beta} \right] - \Delta M_1(0)$$

Буларни эътиборга олиб солқилик тенгламасини ва унинг ҳосилаларини қуйидагича ифодаalayмиз.

1) биринчи участкада $0 \leq x \leq x_1$

$$w(x) = -\frac{3R}{4Eh^2} \left[\frac{q}{\beta} \varphi(x) - \Delta M_1(0) \frac{\Phi_0(x_1, x)}{x_1} - \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Psi_0(x_1, x)}{x_1} + \frac{4}{3} h \Delta N_2(0) \left[1 - \frac{x}{x_1} \right] \right]. \quad (3.7)$$

$$\frac{dw(x)}{dx} = \frac{3R}{4Eh^2} \left[\frac{2q}{\beta} \zeta(x) + \Delta M_1(0) \frac{\Phi_1(x_1, x)}{x_1} - \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Psi_1(x_1, x)}{x_1} + \frac{4}{3} h \Delta N_2(0) \right]. \quad (3.8)$$

$$\frac{d^2 w(x)}{dx^2} = \frac{3R}{2Eh^2} \left[\frac{q}{\beta} \psi(x) - \Delta M_1(0) \frac{\Psi_0(x_1, x)}{x_1} + \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Phi_0(x_1, x)}{x_1} \right]. \quad (3.9)$$

$$\frac{d^3 w(x)}{dx^3} = \frac{3R}{2Eh^2} \left[-\frac{2q}{\beta} \theta(x) - \Delta M_1(0) \frac{\Psi_1(x_1, x)}{x_1} - \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Phi_1(x_1, x)}{x_1} \right], \quad (3.10)$$

$$\text{бу ерда } \Phi_0(x_1, x) = 2\varphi(x) - \varphi(x_1, x) - \varphi(x_1)\theta(x) - \psi(x_1)\zeta(x). \quad (3.11)$$

$$\Psi_0(x_1, x) = 2\psi(x) - \psi(x_1, x) - \psi(x_1)\theta(x) - \varphi(x_1)\zeta(x). \quad (3.12)$$

$$\Phi_1(x_1, x) = 4\zeta(x) - \zeta(x_1, x) - \varphi(x_1)\varphi(x) - \psi(x_1)\psi(x). \quad (3.13)$$

$$\Psi_1(x_1, x) = 4\theta(x) + 2\theta(x_1, x) - \psi(x_1)\varphi(x) - \varphi(x_1)\psi(x). \quad (3.14)$$

2) иккинчи участкада $x \geq x_1$

Иккинчи участкада (3.7) - (3.10) формулаларга ухшаш ифодани олиш учун қуйидаги ўзгартиришлар киритилиши лозим (3.7) формуладаги охириги ҳадни ташлаб юборилиб (3.11) - (3.14) формуладаги функцияларни $\theta(x_1, x)$, $\zeta(x_1, x)$ тегишлича функциялар $\theta(x, x_1)$, $\zeta(x, x_1)$ билан алмаштириш керак.

Салқилик функцияси учун олинган $w(x)$ ифода эгрилик $\chi(x)$, бўйлама эгувчи момент $M_1(x)$ ва кўндаланг куч $Q_1(x)$ ифодаларини қуйидагича ёзишга имкон беради::

I) биринчи участка $0 \leq x \leq x_1$

$$\chi_1(x) = -\frac{d^2 w}{ds^2}(s) = -\beta^2 \frac{d^2 w}{dx^2}(x) = \frac{3}{2Rh} \frac{d^2 w}{dx^2}(x) = -\frac{9R}{4Eh^3} \left[\frac{q}{\beta} \psi(x) - \Delta M_1(0) \frac{\Psi_0(x_1, x)}{x_1} + \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Phi_0(x_1, x)}{x_1} \right]. \quad (3.15)$$

$$M_1(x) = \frac{Eh^3}{9} \chi_1(x) - \Delta M_1(x) = -\frac{1}{4} \left[\frac{q}{\beta} \psi(x) - \Delta M_1(0) \frac{\Psi_0(x_1, x)}{x_1} + \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Phi_0(x_1, x)}{x_1} \right] - \Delta M_1(x). \quad (3.16)$$

$$Q_1(x) = \frac{dM_1(s)}{ds} = \beta \frac{dM_1(x)}{dx} =$$

$$= \frac{\beta}{4} \left[\frac{2q}{\beta} \theta(x) - \Delta M_1(0) \left(\frac{\Psi_1(x_1, x)}{x_1} - \frac{1}{x_1} \right) - \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Phi_1(x_1, x)}{x_1} \right]. \quad (3.17)$$

II) иккинчи участкада $x \geq x_1$

$$\chi_1(x) = -\frac{9R}{4Eh^3} \left[\frac{q}{\beta} \psi(x) - \Delta M_1(0) \frac{\Psi_0(x, x_1)}{x_1} + \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Phi_0(x, x_1)}{x_1} \right]. \quad (3.18)$$

$$M_1(x) = -\frac{1}{4} \left[\frac{q}{\beta} \psi(x) - \Delta M_1(0) \frac{\Psi_0(x, x_1)}{x_1} + \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Phi_0(x, x_1)}{x_1} \right] -$$

$$-\Delta M_1(x). \quad (3.19)$$

$$Q_1(x) = \frac{\beta}{4} \left[\frac{2q}{\beta} \theta(x) - \Delta M_1(0) \frac{\Psi_1(x, x_1)}{x_1} - \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Phi_1(x, x_1)}{x_1} \right]. \quad (3.20)$$

Халқа кучни ва эгувчи моментни эластик-пластик участкага тегишли кесимдаги деформация интенсивлигининг максимал ва минимал қийматлари орқали қуйидагича ифодалаймиз.

$$N_2 = Eh \left[1 - \lambda \left(1 - \frac{\mu_0}{\mu_1} - \frac{\ell n \Omega}{\mu_1} \right) \right] \Delta N_2 = Eh \lambda \left[\left(1 - \frac{\mu_0}{\mu_1} - \frac{\ell n \Omega}{\mu_1} \right) \right]$$

$$M_1 = -\frac{\sqrt{3}}{9} Eh^2 \left\{ 1 - \lambda \left[1 - \left(\frac{\mu_0}{\mu_1} \right)^3 - \frac{3}{2} \frac{\mu_0}{\mu_1} \left(\frac{\mu_0}{\mu_1} - \frac{\ell n \Omega}{\mu_1^2} - \frac{\ell n \Omega}{\mu_1^2} \right) \right] \right\} \mu_1$$

$$M_1 = -\frac{\sqrt{3}}{9} Eh^2 \lambda \left\{ \left[1 - \left(\frac{\mu_0}{\mu_1} \right)^3 - \frac{3}{2} \frac{\mu_0}{\mu_1} \left(\frac{\mu_0}{\mu_1} - \frac{\ell n \Omega}{\mu_1^2} - \frac{\ell n \Omega}{\mu_1^2} \right) \right] \right\} \mu_1 \quad (3.21)$$

Шундай қилиб қаралаётган қобикнинг кучланганлик-деформация ҳолатини аниқловчи чизиқли бўлмаган боғланишлар w, v, Q, M системасидаги учта номаълум параметрларни, яъни эластик-пластик зона узунлиги x_1 ва ўз навбатида қаралаётган кесимдаги деформация интенсивлигининг максимал ва минимал қийматлари орқали ифодаланувчи $\Delta N_2(x)$ $\Delta M_1(x)$ чизиқли бўлмаган компоненталарини аниқлашга келтирилади.

Демак кучнинг берилган қийматида $x_1, \varepsilon_{i0}, \varepsilon_{i1}$ параметрларни аниқлаш учун учта тенглама тузиш лозим. Улар қуйидагилардир:

1. тенглама бошлангич $x=0$ кесимдаги солқилик функциясини цилиндр радиус R га бўлганда деформация интенсивлигининг минимал қийматига тенглигидан тузилади.

$$\varepsilon_{i0}(0) = \varepsilon_2(0) = -\frac{w(0)}{R} = \frac{3R}{4Eh^2} \left[\frac{q}{\beta} - \Delta M_1(0) \frac{\Phi_0(x_1, 0)}{x_1} - \right.$$

$$\left. -\frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Psi_0(x_1, 0)}{x_1} + \frac{4}{3} h \Delta N_2(0) \right]. \quad (3.22)$$

2. тенглама бошланғич $x = 0$ кесимда деформация интенсивлигининг максимал қиймати билан шу кесимдаги деформация интенсивлигининг минимал қиймати ва эгрилик деформацияси қийматлари орасидаги боғландан тузилади.

$$\varepsilon_{i1}(0) = \sqrt{\varepsilon_{i0}^2(0) + [h\chi_1(0)]^2} / 3, \quad (3.23)$$

бу ерда

$$\varepsilon_{i0}(x) = -\frac{3}{4Eh^2} \left[\frac{q}{\beta} \varphi(x_1) - \Delta M_1(0) \frac{\Phi_0(x_1, x_1)}{x_1} - \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Psi_0(x_1, x_1)}{x_1} \right].$$

3.тенглама эластик-пластик участканинг $x = x_1$ кесимидаги деформация интенсивлигининг максимал қиймати оқувчанлик деформациясига тенглигидан тузилади.

$$\varepsilon_{i1}(x_1) = \sqrt{\varepsilon_{i0}^2(x_1) + [h\chi_1(x_1)]^2} / 3 = \varepsilon_T. \quad (3.24)$$

Бу ерда

$$\varepsilon_{i0}(x) = -\frac{3}{4Eh^2} \left[\frac{q}{\beta} \varphi(x_1) - \Delta M_1(0) \frac{\Phi_0(x_1, x_1)}{x_1} - \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Psi_0(x_1, x_1)}{x_1} \right].$$

$$\chi_1(x_1) = -\frac{9}{4Eh^3} \left[\frac{q}{\beta} \psi(x) - \Delta M_1(0) \frac{\Psi_0(x_1, x_1)}{x_1} + \frac{h}{3} \Delta N_2(0) \frac{\Phi_0(x_1, x_1)}{x_1} \right].$$

Бу тенгламалар системасини ечишда куч миқдори P дан кўра эластик - пластик участкада узунлиги x_1 қийматини бериш мақсадга мувофиқдир, унда бу системадаги анча мураккаб гипербола – тригонометрик функция орқали ифодаланувчи ҳадлар бирданига аниқ бўлиб қолади, яъни куч миқдорини ва бошланғич кесимдаги деформация интенсивлигининг максимал ва минимал қийматларини аниқлашга тўғри келади.

Қобик материални Прандтл диаграммаси билан аниқланувчи идеал пластик моделини қабул қиламиз. Бунда 3.23 -3.24 тенгламалар системасидан кучни йўқотиш йўли билан γ ва β параметрларга нисбатан қуйидаги иккита чизиқли бўлмаган алгебраик тенгламага келамиз:

$$\beta = \frac{\lambda}{4r_1} \left\{ \frac{4}{3} r_3 + \frac{1}{3} (\beta - r_3) [f_0(x_1, 0) + g_2(x_1, 0)] + \right. \\ \left. + (r_2 - \beta r_1) [f_0(x_1, 0) - g_2(x_1, 0)] \right\} + \frac{1-\lambda}{3r_1} \beta. \quad (3.25)$$

$$\sqrt{\beta^2(x_1, x_1) + [h\chi_1(x_1, x_1)]^2} / 3 = 1, \quad (3.26)$$

бу ерда

$$\beta(x_1, x_1) = \frac{3}{4} \lambda \left\{ \frac{4}{3} r_3 \varphi(x_1) + (\beta r_1 - r_2) [f_0(x_1, x_1) - f_0(x_1, 0) \varphi(x_1)] - \right. \\ \left. - \frac{1}{3} (\beta - r_3) [g_2(x_1, x_1) - g_2(x_1, 0) \varphi(x_1)] \right\} - (1-\lambda) \beta \varphi(x_1). \quad (3.27)$$

$$h\chi_1(x_1, x_1) = -\frac{9\lambda}{4} \left\{ \frac{4r_3\psi(x_1)}{3} + (\beta r_1 - r_2) [g_0(x_1, x_1) - f_0(x_1, 0)\psi(x_1)] + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} (\beta - r_3) [f_2(x_1, x_1) + g_2(x_1, 0)\psi(x_1)] \right\} - \frac{1}{3} (1-\lambda) \beta \psi(x_1). \quad (3.28)$$

Ўлчовсиз бирликка ўтамыз

$$\beta = \frac{\varepsilon_{i0}}{\varepsilon_T}; \quad \alpha = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_{i1}}; \quad \gamma = \alpha\beta = \frac{\varepsilon_{i0}}{\varepsilon_{i1}}. \\ P = \frac{q}{Eh^2 \varepsilon_T \beta}; \quad n_2 = \frac{N_2}{Eh \varepsilon_T}; \quad m_1 = \frac{M_1}{Eh^2 \varepsilon_T}; \\ \Delta n_2 = \frac{\Delta N_2}{Eh \varepsilon_T}; \quad \Delta m_1 = \frac{\Delta M_1}{Eh^2 \varepsilon_T}. \quad (3.29)$$

$$m_1 = -r_1 \beta (1-\lambda) - \lambda r_2; \quad n_2 = \beta (1-\lambda) + \lambda r_3. \quad (3.30)$$

$$\Delta m_1 = \lambda (1 - r_1 \beta + r_2). \quad (3.31)$$

$$\Delta n_2 = \lambda (\beta - r_3). \quad (3.32)$$

$$\frac{I_1}{Eh} = 1 - \lambda + \lambda \frac{r_3}{\beta}; \quad \frac{I_3}{Eh^3} = \frac{1-\lambda}{12} + \frac{\lambda}{12} \frac{r_2}{\beta r_1}. \quad (3.33)$$

Бу ифодалардаги r_1, r_2, r_3 функциялар қуйидаги формулалардан аниқланади.

$$а) \quad \beta = \frac{\varepsilon_{i0}}{\varepsilon_T} \leq 1; \quad r_1 = \frac{\sqrt{3}}{9} \frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{\gamma}. \quad (3.34)$$

$$r_2 = \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{\gamma^2}{1-\gamma^2} \left[\frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{\gamma^2} - \ell n \Omega - \frac{(1+2\beta^2)\sqrt{1-\gamma^2}}{3\beta^2} \right]. \quad (3.35)$$

$$r_3 = \frac{\gamma}{1-\gamma^2} \left[\sqrt{1-\beta^2} + \ell n \Omega \right]. \quad (3.36)$$

Бу ерда

$$\Omega = \frac{\beta \left(1 + \sqrt{1-\gamma^2} \right)}{\gamma \left(1 + \sqrt{1-\beta^2} \right)}.$$

$$\text{б) } \beta = \frac{\varepsilon_{i0}}{\varepsilon_T} \geq 1; \quad r_1 = \frac{\sqrt{3}}{9} \frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{\gamma}. \quad (3.37)$$

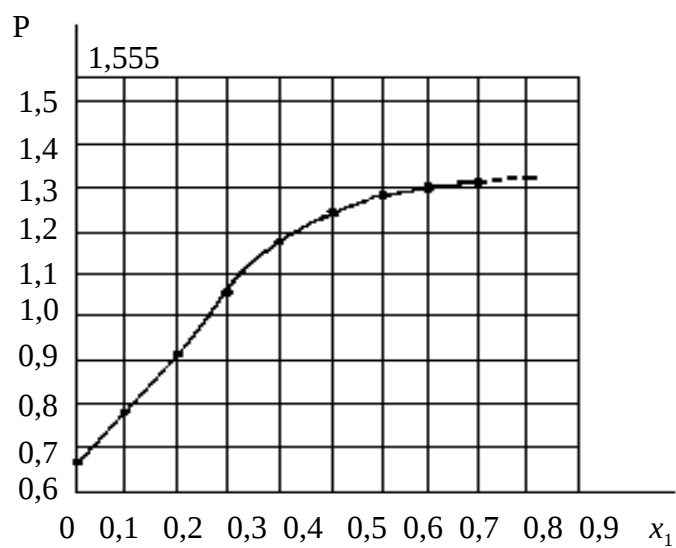
$$r_2 = \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{\gamma^2}{1-\gamma^2} \left[\frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{\gamma^2} - \ell n \Omega \right]. \quad (3.38)$$

$$r_3 = \frac{\gamma}{1-\gamma^2} \ell n \Omega. \quad \Omega = \frac{1 + \sqrt{1-\gamma^2}}{\gamma}. \quad (3.39)$$

Қуйидаги 3.23. – 3.24 тенгламалар системаси ечилгандан кейин, ҳар бир яқинлашувда юк параметри миқдорини қуйидаги ифодадан аниқлаймиз:

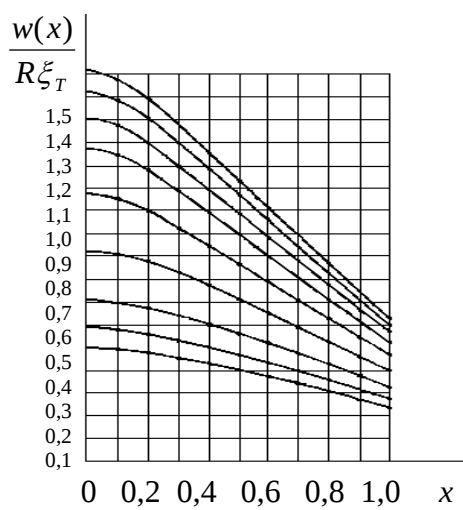
$$P = \lambda \left\{ r_2 f_0(x_1, 0) + \frac{1}{3} r_3 [4 - g_2(x_1, 0)] - \right. \\ \left. - \beta \left[r_1 f_0(x_1, 0) - \frac{1}{3} g_2(x_1, 0) \right] \right\} + \frac{4}{3} (1 - \lambda) \beta. \quad (3.40)$$

Қобикнинг бошланғич кесимидаги бўйлама эгувчи момент, ҳалқа куч, чизиқли бўлмаган компоненталар ва биқирликлари аниқланиб, ҳисоб натижалари қуйидаги 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12 чизмаларда келтирилган.

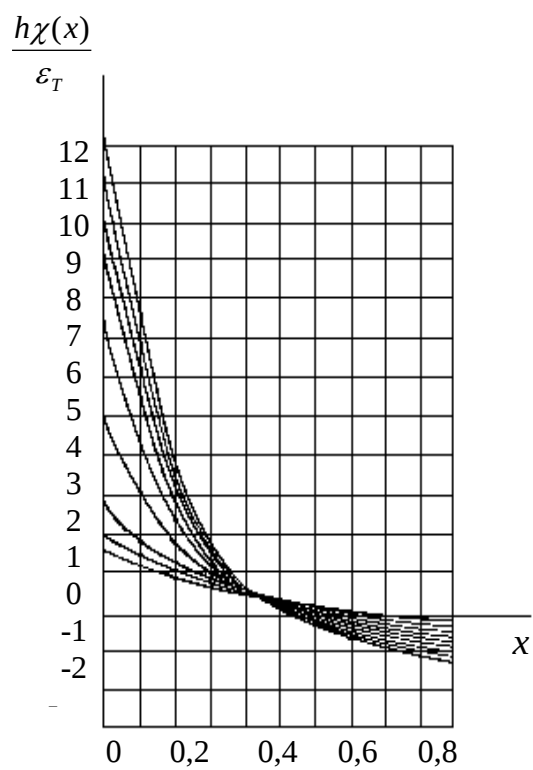


4.8-чизма. Эластик пластик участка узунлигининг юк параметридан

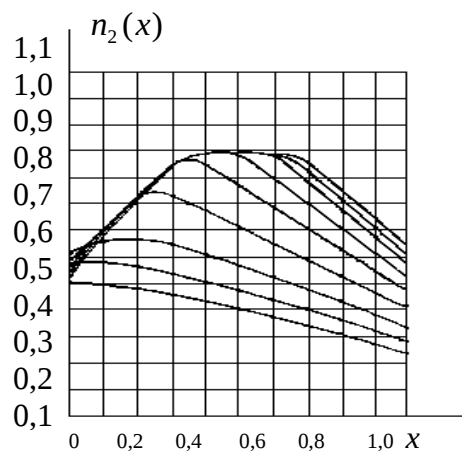
ўзгариш графиги.



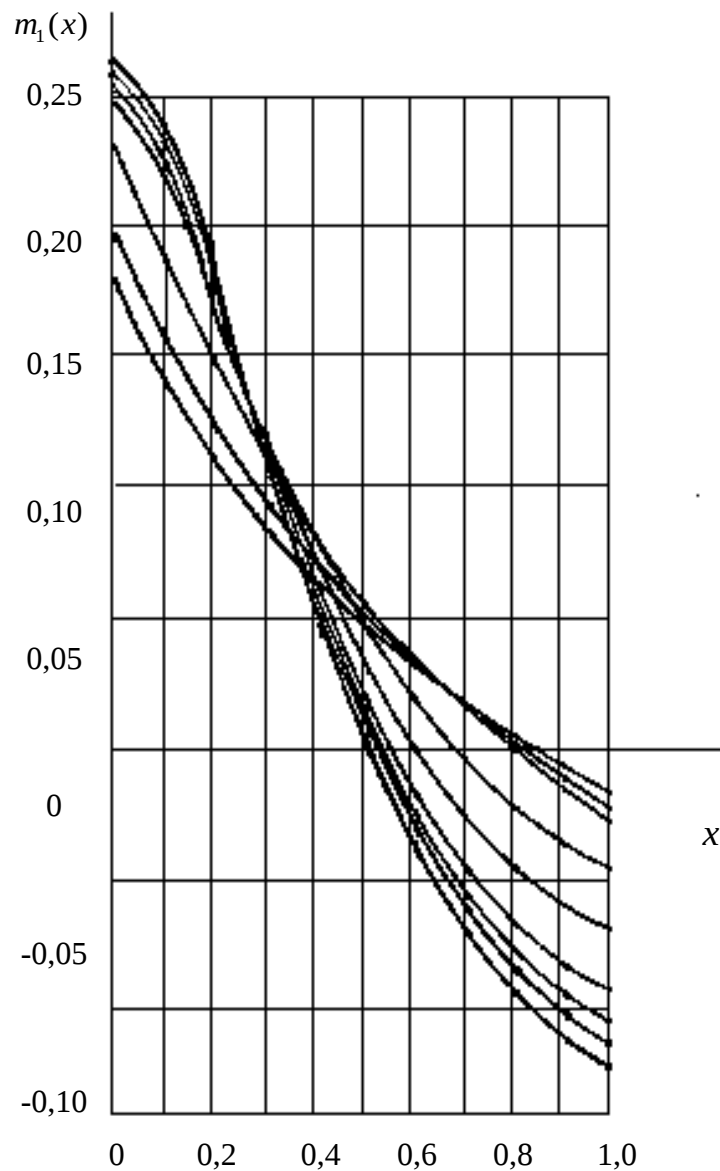
4.9-чизма. қобиқ узунлиги бўйича салқиликнинг узхгариш графиги.



4.10-чизма. Бўйлама эгрликнинг қобик
узунлик бўйича ўзгариши графиги



4.11-чизма. Қобик узунлиги бўйича
ҳалқа кучининг ўзгариши графиги.



4.12-чизма. Қобик узунлиги бўйича эгувчи моментнинг ўзгариш графиги.

Назорат саволлари

1. Кетма-кет яқинлашиш методининг янги варианты моҳияти нимадан иборат?
2. Қобикларнинг мувозанат тенгламаларининг эластиклик чегарасидан фарқи борми?
3. Қобикларнинг эластик чегарасидан кейин қандай эффекти аниқланган кўрилган масалаларда?

5.606. ЦИЛИНДРИК ВА СФЕРИК ҚОБИҚЛАРНИНГ ЭЛАСТИКЛИК ЧЕГАРАСИДАН КЕЙИНГИ УСТИВОРЛИГИ

5.1. Қобикларнинг биринчи тур устиворлигини йўқотиш моментидаги кучланиш ва деформациялар

Қобикни моментсиз мувозанат ҳолатда деб ҳисоблаб, қалинлиги ўзгармас бўлган айланиш қобик сиртини бош координата чизикларига x , y келтириб қўямиз. Фараз қилайликки, ўсувчи ташқи куч таъсирида бўлган қобик, маҳаллий устиворлигини йўқотсин. Қобик устиворлигини йўқотиши бош эгри чизиклари бўйича кўп сонли кичик тўлқинлар ҳосил бўлиши билан характерланиб, бу тўлқинлар чексиз кичик эгилишнинг бошланиш momentiда, яъни бифуркация momenti вақтида мувозанат ҳолатида ҳосил бўлади.

Критик ҳолатгача қобик ўрта сиртида моментсиз ε_x , ε_y , γ деформациялар бўлиб, бифуркация momentiда чексиз кичик қўшимча эгилиш $z\chi_x$, $z\chi_y$ ва буралиш $z\chi_{xy}$ деформациялари ҳосил бўлади. Бунда z - координата ўқи пастга йўналган бўлиб, қобик сирти нормали билан устма-уст тушади.

Чизикли – эластик масалада қобик материали сиқилмас деб ҳисоблаб Пуассон коэффициентини 0,5 га тенг деб қабул қиламиз.

Қобикнинг чексиз кичик эгилишида кўндаланг кесимнинг координата бошидан z масофадаги нуқта атрофидаги кучланишлар

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{4}{3}E \left[\varepsilon_x + \frac{1}{2}\varepsilon_y - z\chi_x - \frac{1}{2}z\chi_y \right]; \\ \sigma_y &= \frac{4}{3}E \left[\varepsilon_y + \frac{1}{2}\varepsilon_x - z\chi_y - \frac{1}{2}z\chi_x \right]; \\ \tau &= \frac{1}{3}E [\gamma - 2z\chi_{xy}]\end{aligned}\tag{1.1}$$

формулалардан аниқланади.

Бу формулаларни тузишда, сиқувчи кучланишлар мусбат деб қабул қилинган, қобик элементи пастга қараб қавараб эгилсин, унда χ_x , χ_y , χ_{xy} функциялар мусбатдир.

(1.1) формулалардан кўринадики, бифуркация momenti вақтида кўндаланг кесимнинг юқори қисмида юкланиш ($z < 0$), пастки қисмида ($z > 0$) юксизланиш рўй беради, бунда юкланиш ҳамда

юксизланиш қисмларида кучланиш деформацияга пропорционал бўлиб қолади. Пропорционаллик коэффициенти E эластик модуль бўлади.

Юқорида кўрсатилганидек, эластиклик чегарасидан кейин қобик элементининг чексиз кичик эгилишида юкланиш ва юксизланиш m_0 бифуркация моментида нуктага уринма бўйича рўй беради.

Кичик эластик пластик деформация назариясига асосан (1.1) ифодадаги доимий E эластиклик модули, кесувчи модуль ифодалари билан алмаштирилади.

Унда кучланишлар (1.1) формулаларни қуйидагича ёзамиз

$$\sigma_x = (a_x - zb_x)\psi_x; \quad \sigma_y = (a_y - zb_y)\psi_y; \quad \tau = (a_{xy} - zb_{xy})\psi_{xy}, \quad (1.2)$$

бу ерда қуйидаги белгилашлар киритилган

$$a_x = \frac{4}{3}\left(\varepsilon_x + \frac{1}{2}\varepsilon_y\right); a_y = \frac{4}{3}\left(\varepsilon_y + \frac{1}{2}\varepsilon_x\right); \quad (1.3)$$

$$a_{xy} = \frac{1}{3}\gamma.$$

$$b_x = \frac{4}{3}\left(\chi_x + \frac{1}{2}\chi_y\right); b_y = \frac{4}{3}\left(\chi_y + \frac{1}{2}\chi_x\right); \quad (1.4)$$

$$b_{xy} = \frac{2}{3}\chi_{xy}.$$

$$\begin{aligned} \psi_x &= \psi_0 \left[1 + \frac{zb_x}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \right]; \\ \psi_y &= \psi_0 \left[1 + \frac{zb_y}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \right]; \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\psi_{xy} = \psi_0 \left[1 + \frac{zb_{xy}}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \right].$$

(1.5) функция (1.1) формуладаги E эластик модулини ўзи билан алмаштиради. Бунда E_k -эластиклик чегарасидан кейин $\sigma_i - \varepsilon_i$ сиқилиш диаграммасининг m_0 нуктасидаги уринма модуль, ε_0 -шу нуктадаги деформация интенсивлиги, ψ_0 - бифуркация вақтидаги m_0 нуктага тегишли кесувчи модуль.

5.2. Бифуркация моментида қобик кесимларидаги бўйлама

кучлар, эгувчи ва буровчи моментлар

Қобикнинг қалинлигини h билан белгилаб, (1.2) формулани эътиборга олиб бўйлама N_x, N_y кучлар, уринма S куч, эгувчи моментлар M_x, M_y ва буровчи H момент учун қуйидаги ифодаларини ёзамиз:

$$\begin{aligned} N_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x dz = a_x \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_x dz - b_x \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_x z dz; \\ N_y &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y dz = a_y \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_y dz - b_y \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_y z dz. \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$S = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau dz = a_{xy} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_{xy} dz - b_{xy} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_{xy} z dz. \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} M_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z dz = a_x \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_x z dz - b_x \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_x z^2 dz; \\ M_y &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y z dz = a_y \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_y z dz - b_y \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_y z^2 dz. \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$H = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau z dz = a_{xy} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_{xy} z dz - b_{xy} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_{xy} z^2 dz. \quad (2.4)$$

Қобик кўндаланг кесим бикирлиги тушунчаларини киритамиз.

Чўзилиш ёки сиқилишдаги бикирликлар

$$\begin{aligned} I_{1x} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_x dz = \psi_0 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dz + \frac{b_x}{\varepsilon_0} (\psi_0 - E_k) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z dz = \psi_0 h; \\ I_{1y} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_y dz = \psi_0 h; \quad I_{1xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_{xy} dz = \psi_0 h. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Аралаш бикирликлар

$$I_{2x} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_x z dz = \psi_0 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z dz + \frac{b_x}{\varepsilon_0} (\psi_0 - E_k) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 dz = \frac{b_x h^3}{12 \varepsilon_0} (\psi_0 - E_k);$$

$$I_{2y} = \frac{b_y h^3}{12\varepsilon_0} (\psi_0 - E_k); I_{2xy} = \frac{b_{xy} h^3}{12\varepsilon_0} (\psi_0 - E_k) \quad (2.6)$$

Эгилиш ва буралишдаги бикирликлар

$$I_{3x} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \psi_x z^2 dz = \psi_0 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 dz + \frac{b_x}{\varepsilon_0} (\psi_0 - E_k) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^3 dz = \frac{\psi_0 h^3}{12};$$

$$I_{3y} = \frac{\psi_0 h^3}{12}; \quad I_{3xy} = \frac{\psi_0 h^3}{12}. \quad (2.7)$$

Шуни айтиб ўтиш лозимки, чизиқли эластик масалаларда аралаш бикирлик (2.6) бўлмайди, чунки бунга тегишли бўлган интеграл нолга тенг бўлади.

Қобик кўндаланг кесими бикирлиги учун олинган (2.5) – (2.7) ифодалар, бўйлама кучлар, уринма куч, эгувчи моментлар ва буровчи момент учун натижавий формулаларини олишга имкон беради.

$$N_x = a_x I_{1x} - b_x I_{2x} = \psi_0 h a_x - \frac{b_x^2 h^3}{12\varepsilon_0} (\psi_0 - E_k). \quad (2.8)$$

$b_x = \frac{4}{3} \left(\chi_x + \frac{1}{2} \chi_y \right)$ миқдор ва унинг квадарти чексиз кичик бўлгани учун (2.8) формуланинг иккинчи ҳадини ташлаб юбориш мумкин.

Натижада бўйлама ва уринма кучлар учун қуйидаги ифодаларга

эга бўламиз:

$$N_x = \psi_0 h a_x = \frac{4}{3} \psi_0 h \left(\varepsilon_x + \frac{1}{2} \varepsilon_y \right);$$

$$N_y = \psi_0 h a_y = \frac{4}{3} \psi_0 h \left(\varepsilon_y + \frac{1}{2} \varepsilon_x \right);$$

$$S = \psi_0 h a_{xy} = \frac{1}{3} \psi_0 h \gamma. \quad (2.9)$$

Бу формулаларда $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ қобик ўрта сиртининг бўйлама деформациялари, γ эса шу сиртнинг силжиш деформацияси. Бу деформациялар критик ҳолатгача қобикнинг моментсиз ҳолатига тўғри келади.

Энди эгувчи моментлар ва буровчи момент ифодаларини аниқлаймиз. Биз қобик эгилган элементи қавариқлиги пастга қараб ва салқилик ҳам z ўқи бўйича пастга йўналган бўлсин деб фараз қиламиз. (2.3) ва (2.4) формулаларнинг чап ва ўнг қисмлари бир хил

ишорали бўлиши учун бу формулалар ишорасини тескари ишорага алмаштириш лозим.

$$M_x = -(a_x I_{2x} - b_x I_{3x}) = \frac{\psi_0 h^3}{12} b_x \left[1 - \frac{a_x}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \right];$$

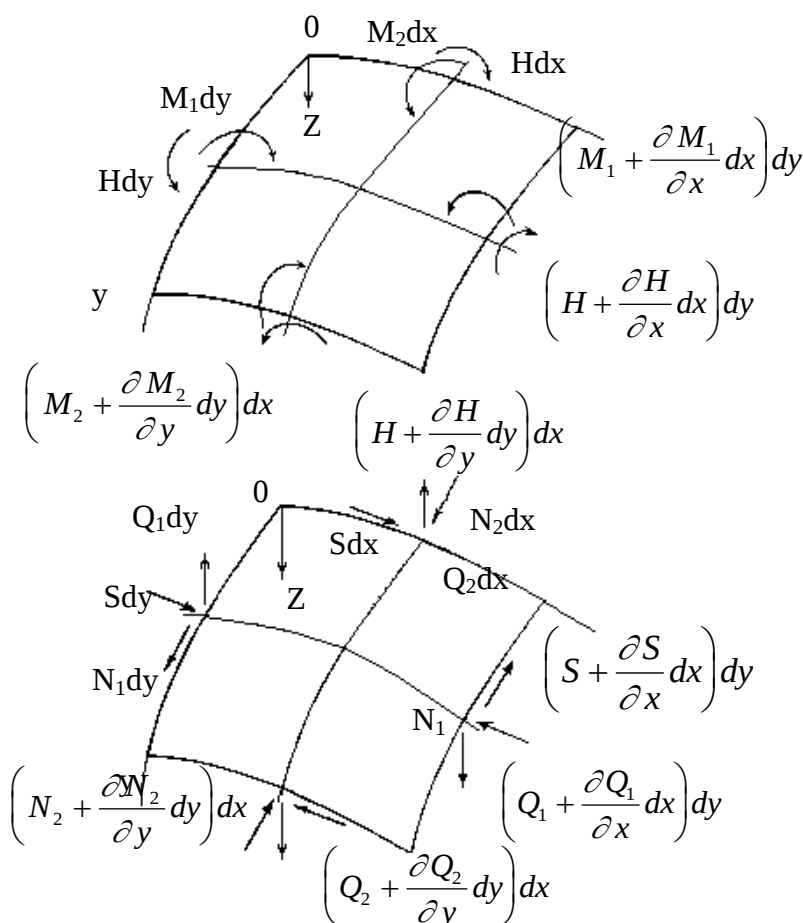
$$M_y = \frac{\psi_0 h^3}{12} b_y \left[1 - \frac{a_y}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \right]. \quad (2.10)$$

$$H = \frac{\psi_0 h^3}{12} b_{xy} \left[1 - \frac{a_{xy}}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \right]. \quad (2.11)$$

(2.10) ҳамда (2.11) формулалар билан ҳисобланувчи эгувчи ва буровчи моментлар чексиз кичик қиймат бўлиб, уларга чексиз кичик эгрилик деформациялар χ_x , χ_y , χ_{xy} билан (1.4) формулалардан аниқланувчи b_x , b_y , b_{xy} кўпайтувчилар киради.

5.3. Қобик элементининг мувозанат тенгламаси

Қобик элементини x , y , z координаталар системасига жойлаштирамиз (5.1-чизма).



5.1-чизма. Қобикнинг ўрта сиртига таъсир этувчи зўриқишлар.

Қобикни дастлабки моментсиз ҳолатида деб қараймиз. Қобик ўрта сирти қиррасига таъсир этувчи сиқувчи кучлар N_1 , N_2 ва уринма куч S қўйилган бўлсин. Бу зўриқиш кучлардан ташқари чексиз кичик эгувчи моментлар M_1 , M_2 ва чексиз кичик буровчи момент H таъсир этсин. Бу кучлар ва моментлар қобикнинг бифуркация моменти вақтида чексиз кичик эгилишидан ҳосил бўлади.

Кучларнинг x ва y ўқлардаги проекциялари йиғиндисини ёзамиз.

$$N_1 dy - \left(N_1 + \frac{\partial N_1}{\partial x} dx \right) dy + S dx - \left(S + \frac{\partial S}{\partial y} dy \right) dx = 0;$$

$$N_2 dx - \left(N_2 + \frac{\partial N_2}{\partial y} dy \right) dx + S dy - \left(S + \frac{\partial S}{\partial x} dx \right) dy = 0,$$

булардан қуйидагиларни ҳосил киламиз

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial N_2}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial x} = 0. \quad (3.1)$$

x ва y координата ўқларига нисбатан олинган моментларнинг алгебраик йиғиндисини ёзамиз:

$$M_1 dy - \left(M_1 + \frac{\partial M_1}{\partial x} dx \right) dy + H dx - \left(H + \frac{\partial H}{\partial y} dy \right) dx + Q_1 dx dy = 0;$$

$$M_2 dx - \left(M_2 + \frac{\partial M_2}{\partial y} dy \right) dx + H dy - \left(H + \frac{\partial H}{\partial x} dx \right) dy + Q_2 dx dy = 0,$$

бундан қуйидагиларни топамиз.

$$\frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} = Q_1; \quad \frac{\partial M_2}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} = Q_2. \quad (3.2)$$

Барча кучларнинг пастга йўналган z ўқидаги проекциялари йиғиндисини аниқлаймиз.

Биринчи навбатда N_1 кучнинг z ўқидаги проекциясини қараймиз.

5.2-чизмада қобик элементининг x ўқи бўйича йўналган томони кўрсатилган, бу томон N_1 куч билан сиқилган.

Элементнинг чап қирғоғига таъсир этувчи $N_1 dy$, куч z ўқида проекция бермайди, элементнинг ўнг қирғоғига таъсир этувчи

$\left(N_1 + \frac{\partial N_1}{\partial x} dx\right) dy$ куч z ўқига α бурчак остида таъсир этади. Бу бурчак икки қисмдан иборат: биринчи қисми $\frac{1}{R_x} = K_x$ деформациягача x ўқи бўйича элемент эгрилигидан ҳосил бўлади; иккинчи қисми $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ устиворликни йўқотишда чексиз кичик эгилиш натижасида пайдо бўлган қўшимча эгриликдан ҳосил бўлади.

Шунинг учун ҳам 5.2-чизмада кўрсатилган α бурчак $\alpha = K_x + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ га тенг. Унда N_1 кучнинг z ўқидаги проекцияси қуйидагича бўлади.

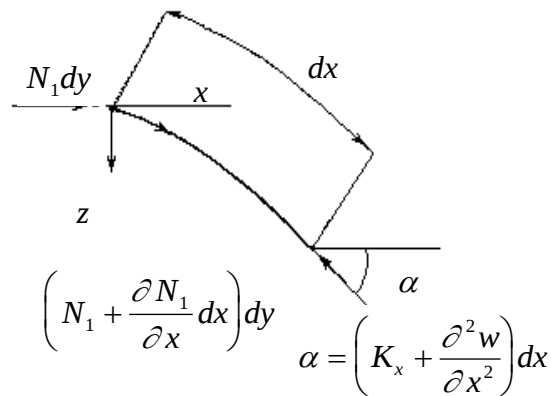
$$-\left(N_1 + \frac{\partial N_1}{\partial x} dx\right) dy \left(K_x + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) dx = -N_1 \left(K_x + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) dx dy.$$

Худди шунингдек N_2 куч проекциясини ҳам қуйидагича топамиз.

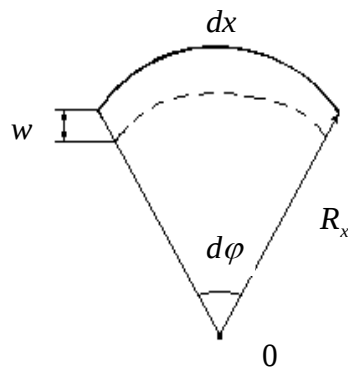
$$-N_2 \left(K_y + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) dx dy.$$

Булардан ташқари, буралиш деформациясидан ҳосил бўлган уринма куч проекцияси қўшилади.

$$-2S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx dy.$$



5.2-чизма. Бўйлама кучларни аниқлаш учун.



5.3-чизма. Қобик элементининг деформацияланмаган ва деформацияланган ҳолати.

Шунингдек кўндаланг кучлар проекциялари йиғиндиси $\left(\frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} \right) dx dy$ ни эътиборга олиб қуйидагини топамиз.

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} - N_1 \left(K_x + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - N_2 \left(K_y + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - 2S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0. \quad (3.3)$$

Бу тенгламадаги кўндаланг кучларни (3.2) ифода ёрдамида алмаштириб, (3.3) тенгламани қуйидаги кўринишда ёзамиз.

$$\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2} - N_1 \left(K_x + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - N_2 \left(K_y + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - 2S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0. \quad (3.4)$$

Эгувчи ва буровчи моментларни $w(x, y)$ салқилик функцияси орқали ифодалаймиз.

(1.4) формулага кирувчи эгилишдаги эгрилик χ_x, χ_y ва буралишдаги χ_{xy} эгрилик деформацияларини (5.1-чизма) қуйидаги муносабатлардан аниқлаймиз.

$$\chi_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \chi_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \chi_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \quad (3.5)$$

(2.1) ва (2.11) формулаларни қуйидаги шаклда ифодалаш

мумкин.

$$M_1 = -D_0 \left[1 - \frac{a_x}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \right]_x \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]; \quad (3.6)$$

$$M_2 = -D_0 \left[1 - \frac{a_y}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \right]_y \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right].$$

$$H = -\frac{1}{2} D_0 \left[1 - \frac{a_{xy}}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \right]_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \quad (3.7)$$

Бу боғланишлар асосида (3.4) тенгламадаги биринчи уч ҳад ифодасини қуйидагича ёзамиз.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2} = -D_0 \nabla^2 \nabla^2 w + D_0 \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \\ \cdot \left(\frac{a_x}{\varepsilon_0} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{a_y}{\varepsilon_0} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{a_x + 2a_{xy} + a_y}{2\varepsilon_0} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right). \end{aligned} \quad (3.8)$$

(3.8) ифодани эътиборга олиб (3.4) тенгламани қуйидаги

кўринишда ифодалаймиз.

$$\begin{aligned} D_0 \nabla^2 \nabla^2 w - D_0 \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \left(\frac{a_x}{\varepsilon_0} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{a_y}{\varepsilon_0} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{a_x + 2a_{xy} + a_y}{2\varepsilon_0} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + N_1 \left(K_x + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \\ + N_2 \left(K_y + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 2S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0. \end{aligned} \quad (3.9)$$

5.4. Деформациянинг узлуксизлик тенгламаси

Критик ҳолатгача қобикнинг ўрта сирти деформациялари $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma$ чексиз кичик эгилишнинг ҳосил бўлишида (бифуркация моментида) салқилик функцияси $w(x, y)$ билан боғланган бўлиши шарт.

Бизга маълумки пластинканинг текис эгилишида унинг ўрта

сирти деформацияси қуйидаги формула билан ифодаланади.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2; \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2; \gamma = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (4.1)$$

Қобикларнинг эгилишида эса (4.1) тенгламанинг биринчи ик-китасига эгрилик деформациясини салқилик функцияси $w(x, y)$ орқали ифодаловчи қўшимча ҳадлар қўшилади.

Ўлчами dx бўлган элемент эгилишини қараймиз (3-чизма).

Элемент марказга қараб $w(x, y)$ катталиқга кўчганда x ўқи бўйича деформацияланади

$$\varepsilon_x = \frac{(R_x - w)d\varphi - R_x d\varphi}{R_x d\varphi} = -\frac{w}{R_x} = -K_x w.$$

Худди шунингдек y ўқи бўйича деформация

$$\varepsilon_y = -K_y w.$$

(4.1) формулаларни қобик элементи учун умумлаштириб қуйидагича ёзамиз.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - K_x w; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - K_y w; \\ \gamma = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (4.2)$$

Бу ифодалардан u ва v кўчишларни йўқотиб, деформациянинг узлуксизлик тенгламасини ҳосил қиламиз.

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x \partial y} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - K_x \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - K_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (4.3)$$

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma$ деформациялар σ_x, σ_y, τ кучланишлар орқали қуйидагича ифодаланади:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{\psi_0} \left(\sigma_x - \frac{1}{2} \sigma_y \right); \varepsilon_y = \frac{1}{\psi_0} \left(\sigma_y - \frac{1}{2} \sigma_x \right); \quad \gamma = \frac{3}{\psi_0} \tau. \quad (4.4)$$

Агар бизга маълум бўлган боғланишлар ёрдамида $\Phi(x, y)$ кучланиш функциясини киритсак

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}; \quad \tau = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}, \quad (4.5)$$

(4.3) тенгламанинг чап томонидаги уч ҳадни қуйидаги кўринишга келтираемиз:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x \partial y} = \frac{1}{\psi_0} \nabla^2 \nabla^2 \Phi. \quad (4.6)$$

Бу формулани эътиборга олиб, (4.3) деформациянинг узлуксизлик тенгламаси куйидагича ифодаланади.

$$\frac{1}{\psi_0} \nabla^2 \nabla^2 \Phi = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - K_x \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - K_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (4.7)$$

5.5. Қобиклар устиворлик тенгламаси

Кучланиш функцияси $\Phi(x, y)$ орқали аниқланувчи бўйлама кучлар N_1, N_2 , сиқувчи бўлгани учун, манфий ишора билан олинади.

$$N_1 = h \sigma_x = -h \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}; \quad N_2 = h \sigma_y = -h \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}; \quad \tau = -h \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}. \quad (5.1)$$

(5.1) ифодани (3.9) тенгламага қўямиз.

$$\begin{aligned} & \frac{D_0}{h} \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \left(\frac{a_x}{\varepsilon_0} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{a_y}{\varepsilon_0} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{a_x + 2a_{xy} + a_y}{2\varepsilon_0} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + \\ & + \sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\tau \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - K_x \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - K_y \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0. \end{aligned} \quad (5.2)$$

(5.2) мувозанат тенгламаси билан (4.7) деформациянинг узлуксизлик тенгламасини битта умумий устиворлик тенгламасига келтириш мақсадида, (5.2)ифодага $\nabla^2 \nabla^2$ оператор билан таъсир этамиз.

$$\begin{aligned} & \frac{D_0}{h} \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \nabla^2 \nabla^2 \left(\frac{a_x}{\xi_0} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{a_y}{\xi_0} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{a_x + 2a_{xy} + a_y}{2\xi_0} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + \\ & + \sigma_x \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\tau \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - K_x \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - K_y \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0. \end{aligned} \quad (5.3)$$

(5.3) ифоданинг охирги икки ҳадни куйидагича ёзиш мумкин:

$$\begin{aligned} & -K_x \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - K_y \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -K_x \frac{\partial^2}{\partial y^2} \nabla^2 \nabla^2 \Phi - K_y \frac{\partial^2}{\partial x^2} \nabla^2 \nabla^2 \Phi = \\ & = - \left(K_x \frac{\partial^2}{\partial y^2} + K_y \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \nabla^2 \nabla^2 \Phi. \end{aligned} \quad (5.4)$$

(4.7) формуланинг ўнг томонидги чексиз кичик ҳадларни эътиборга олмасдан $\nabla^2 \nabla^2 \Phi$ ифодани (5.4) формулага қўйиб куйидагини ҳосил қиламиз.

$$- \left(K_x \frac{\partial^2}{\partial y^2} + K_y \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \nabla^2 \nabla^2 \Phi = \psi_0 \left(K_x^2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2K_x K_y \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + K_y^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right). \quad (5.5)$$

Бундай алмаштиришлардан кейин (5.3) тенглама эластиклик

чегарасидан кейин ясси қобикнинг умумий устиворлик

тенгламасини ифодалайди.

$$\begin{aligned} & \frac{D_0}{h} \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \nabla^2 \nabla^2 \left(\frac{a_x}{\varepsilon_0} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{a_y}{\varepsilon_0} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{a_x + 2a_{xy} + a_y}{2\varepsilon_0} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + \\ & + \sigma_x \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\tau \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \\ & + \psi_0 \left(K_x^2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2K_x K_y \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + K_y^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) = 0. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Агар бу тенгламада $E = \psi_0 = E_k$ деб олсак, унда бу тенглама чизиқли эластик қобик устиворлик тенгламасига ўтади (Пуассон коэффициенти 0,5 бўлганда).

$$\begin{aligned} & \frac{D_0}{h} \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w + \sigma_x \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\tau \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \\ & + E \left(K_x^2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2K_x K_y \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + K_y^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) = 0. \end{aligned} \quad (5.7)$$

5.6. Бўйлама сиқилган ёпиқ цилинрик қобикда ўққа симметрик тўлқин ҳосил бўлишидаги устиворлик

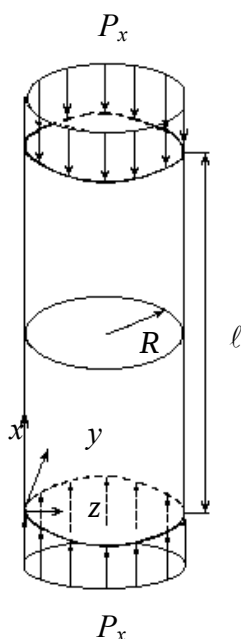
Ўқ бўйича сиқувчи текис таралган P_x куч таъсирида бўлган цилинрик қобикни қараймиз (5.4-чизма).

Устиворликни йўқотишда тўлқинларнинг ҳосил бўлиши ўққа симметрик бўлсин деб ҳисоблаймиз, унда $K_x = 0; K_y = \frac{1}{R}$ эканлигини эътиборга олиб умумий тенглама (5.6) ни қуйидаги кўринишга келтирамиз.

$$\frac{D_0 \partial^8 w}{h \partial x^8} - \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{D_0 a_x \partial^8 w}{h \varepsilon_0 \partial x^8} + \frac{\psi_0 \partial^4 w}{R^2 \partial x^4} + P_x \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} = 0. \quad (5.6.1)$$

Критик ҳолатгача, унга тўғри келувчи m_0 нуқтада сиқувчи кучдан қуйидаги деформациялар ҳосил бўлади

$$\varepsilon_x; \quad \varepsilon_y = -\frac{1}{2} \varepsilon_x; \quad \varepsilon_z = -(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = -\frac{1}{2} \varepsilon_x.$$



5.4-чизма. Бўйлама сиқилган қобик

Унда m_0 нуқтада деформация интенсивлиги қуйидагича бўлади.

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\frac{9}{2} \varepsilon_x^2} = \varepsilon_x.$$

$a_x; a_y; a_{xy}$ катталиклар (1.3) формула асосида қуйидаги қийматларни қабул қилади:

$$a_x = \frac{4}{3} \left(\varepsilon_x + \frac{\varepsilon_y}{2} \right) = \frac{4}{3} \left(\varepsilon_x - \frac{\varepsilon_x}{4} \right) = \varepsilon_x; a_y = a_{xy} = 0.$$

Унда (6.1) устиворлик тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади.

$$\frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \frac{\partial^8 w}{\partial x^8} + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + P_x \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} = 0. \quad (6.2)$$

Салқилик функцияси $w(x)$ ни қуйидаги қатор кўринишда излаймиз:

$$w(x) = \sum A_m \sin \frac{m\pi x}{\ell}. \quad (6.3)$$

Бу қатор цилиндр қирғоқларидаги чегара шартларини қаноатлантиради.

(6.3) ифодани (6.2) тенгламага қўйиб критик кучланишни аниқловчи ифодани ҳосил қиламиз

$$P_{kp} = \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{1}{\left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2}. \quad (6.4)$$

Критик кучнинг минимал миқдорини аниқлаш учун (6.4) функцияни $\lambda = \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2$ параметр бўйича минималлаштирамиз.

(6.4) функцияни қуйидагича ифодалаб оламиз

$$P_{kp} = \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \lambda + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{1}{\lambda}. \quad (6.5)$$

$\partial P_{kp} / \partial \lambda$ ҳосилани нолга тенглаймиз

$$\frac{\partial P_{kp}}{\partial \lambda} = \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} - \frac{\psi_0}{R^2} \frac{1}{\lambda^2} = 0.$$

Бундан

$$\lambda = \frac{3}{Rh} \sqrt{\frac{\psi_0}{E_k}} = \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2. \quad (6.6)$$

(6.6) ифодани (6.5) формулага қўйиб критик кучланишнинг

минимал миқдорини топамиз.

$$P_{kp} = \frac{2}{3} \sqrt{E_k \psi_0} \frac{h}{R}. \quad (6.7)$$

Агар $E = \psi_0 = E_k$ тенг деб олсак, унда (6.7) ифода чизиқли эластик масала учун маълум бўлган формулага ўтади.

$$P_{kp} = \frac{2}{3} E \frac{h}{R}.$$

(6.7) критик кучланишни критик деформация орқали ифодалаб

$$P_{kp} = \psi_0 \varepsilon_{kp}, \quad (6.8)$$

(6.7) формулани, графикларни қуриш учун қулай бўлган шаклга келтирамиз

$$\frac{R}{h} = \frac{2}{3} \frac{1}{\varepsilon_{kp}} \sqrt{E_k / \psi_0}. \quad (6.9)$$

Олинган натижаларни қурилиш пўлатидан ясалган ёпиқ цилиндрик қобик учун қўллаймиз. Сиқилиш диаграммаси $\sigma_i - \varepsilon_i$ 5.5- чизмада келтирилган.

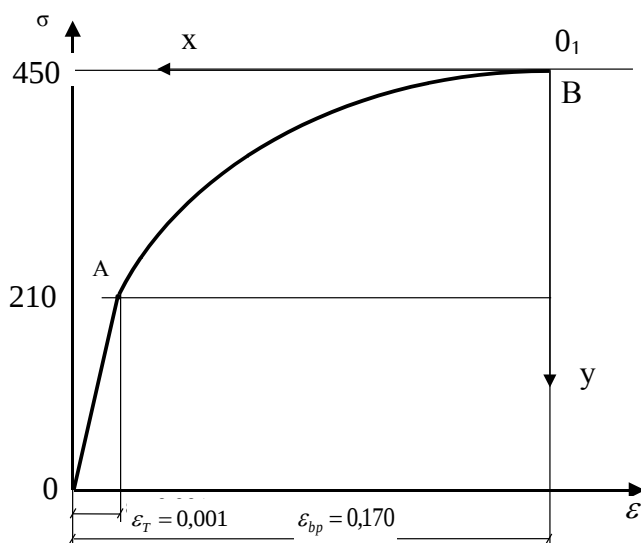
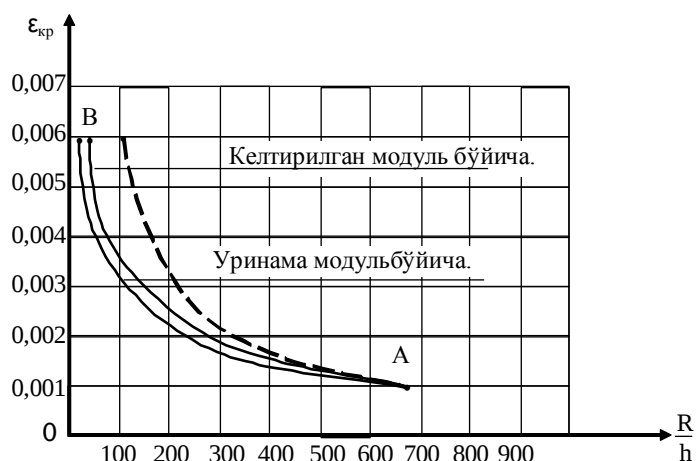


Рис.5.5. Қурилиш пулат чўзилиш сиқилиш диаграммаси

5.6- чизмада эластиклик чегарасидан кейин қобикнинг нисбий қалинлиги R/h билан критик деформация орасидаги боғланиш графиги, узлиқли чизиқ билан шу боғланишлар учун чизиқли-эластик масала учун келтирилган.

Пропорционаллик чегарасига тўғри келувчи $\varepsilon_{кр}$ критик деформацияни 0,100 га тенг деб қабул қиламиз. 5.6- чизмада (6.9) формула асосида ҳисоблашлар натижасида қурилган график келтирилган.

Устиворлигини йўқотишига тўғри келувчи бўйлама ярим тўлқинлар сони m (6.6) формуладан аниқланади.



5.6-чизма. Ўққа симметрик тўлқин ҳосил бўлганда критик деформациянинг қобик нисбий қалинлигига боғлиқлик графиги.

$$m = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{\ell}{R} \sqrt{R/h} \sqrt[4]{\psi_0/E_k}. \quad (6.10)$$

Фараз қилайлик, цилиндр $\varepsilon_{kp} = 0,002$ критик деформацияда устиворлигини йўқотсин. Ҳисоблар бўйича бу критик деформацияга $\sqrt{E_k/\psi_0} = 0,501$, $\frac{R}{h} = 167$ тўғри келади.

Бундан ташқари $\frac{\ell}{R} = 10$ бўлсин деб ҳисоблаб, (6.10) формуладан яримта тўлқинлар сонини аниқлаймиз

$$m = \frac{1,732}{\pi} \cdot 10 \cdot 12,92 \cdot 1,41 = 100.$$

Агар $\varepsilon_{kp} = 0,002$ критик деформацияда масала чизиқли эластик бўлса, унда (6.10) формулага $E = \psi_0 = E_k$ ва $\sqrt[4]{\psi_0/E_k} = 1$ қўямиз ва ярим тўлқинлар сони камайиб

$$m = \frac{1,732}{\pi} \cdot 10 \cdot 12,92 \cdot 1 = 71$$

га тенг бўлади.

5.7. Бўйлама сиқилган ёпиқ цилиндрик қобикнинг икки

йўналиш бўйича ярим тўлқинларини ҳисобга олганда

устиворлик

Бўйлама йўналиш бўйича сиқилган цилиндрик қобик устиворлигини йўқотишда бўйлама ва айлана тўлқинлар ҳосил бўлсин. Критик ҳолатгача қобикда фақат битта сиқувчи кучланиш бўлади.

$$\sigma_x = P_x; \quad \sigma_y = 0; \quad \tau_{xy} = 0.$$

Ўтган параграфда кўрсатилганигидек, учта деформация ҳосил бўлади.

$$\varepsilon_x, \varepsilon_y = -\frac{1}{2} \varepsilon_x; \quad \varepsilon_z = -(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = -\frac{1}{2} \varepsilon_x.$$

5.6 параграфда кўрсатилганидек деформация интенсивлиги $\varepsilon_i = \varepsilon_0 = \varepsilon_x$ ва (1.3) ифода $a_x = \varepsilon_x = \varepsilon_0$; $a_y = a_{xy} = 0$ бўлади.

Қаралаётган ҳолда цилиндрик қобиқнинг асосий устиворлик

тенгламаси (5.6) қуйидагича ифодаланади.

$$\begin{aligned} & \frac{D_0}{h} \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \nabla^2 \nabla^2 \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + P_x \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \end{aligned} \quad (7.1)$$

(7.1) тенгламанинг иккинчи ҳадидаги $\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$ катталикини қуйидагича ифодалаб оламиз.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{2 \partial y^2} \right) = \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{3 \partial^4 w}{2 \partial x^2 \partial y^2} - \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}. \quad (7.2)$$

(7.2) ифодани (7.1) тенгламага қўйиб, устиворлик тенгламасини содда кўринишда ифодалаб оламиз.

$$\begin{aligned} & \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w + \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \nabla^2 \nabla^2 \left(\frac{3 \partial^4 w}{2 \partial x^2 \partial y^2} + \right. \\ & \left. + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + P_x \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Салқилик функциясини $w(x, y)$ қуйидаги тригонометрик қатор кўринишида излаймиз.

$$w(x, y) = \sum_m \sum_n C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{\ell} \sin \frac{n y}{R}, \quad (7.4)$$

бу ерда m - цилиндр ўқи бўйлаб яримта тўлқинлар сони;

n – айланиш йўналиши бўйича тўлқинлар сони.

(7.4) салқилик функцияси қирғоғи бўйича шарнирли маҳкамланган цилиндр чегара шартини қаноатлантиради.

(7.4) қаторни (7.3) тенгламага қўйиб, қуйидаги алгебраик тенгламани ҳосил қиламиз.

$$\begin{aligned} & \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^4 + \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \right. \\ & \left. + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{n^2}{R^2} \left(\frac{3 m^2 \pi^2}{2 \ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right) + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{m^4 \pi^4}{\ell^4} - P_x \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} = 0. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Бундан ҳосил қиламиз

$$P_x = \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{\ell^2}{m^2 \pi^2} + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{1}{\left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{\ell^2}{m^2 \pi^2}} +$$

$$+ \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{n^2}{R^2} \frac{\ell^2}{m^2 \pi^2} \left(\frac{3 m^2 \pi^2}{2 \ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right).$$
(7.6)

Бундан критик куч ифодасини аниқлаймиз

$$P_x = P_1 + \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{n^2 \ell^2}{R^2 m^2 \pi^2} \left(\frac{3 m^2 \pi^2}{2 \ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right),$$
(7.7)

бу ерда

$$P_1 = \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \lambda + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{1}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{\ell^2}{m^2 \pi^2} \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2$$
(7.8)

P_1 функция минимал бўлгандаги, λ параметр миқдорини излаймиз

$$\frac{\partial P_1}{\partial \lambda} = \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} - \frac{\psi_0}{R^2} \frac{1}{\lambda^2} = 0;$$

бундан

$$\lambda = \frac{3}{Rh} \sqrt{\frac{\psi_0}{E_k}}.$$
(7.9)

P_1 функциянинг минимал миқдори

$$(P_1)_{\min} = \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \frac{3}{Rh} \sqrt{\frac{\psi_0}{E_k}} + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{Rh}{3} \sqrt{\frac{E_k}{\psi_0}} =$$

$$+ \frac{h}{3R} \sqrt{E_k \psi_0} + \frac{h}{3R} \sqrt{E_k \psi_0} = \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k \psi_0}.$$
(7.10)

(7.6) асосий формулани қуйидагича ифодалаб оламиз

$$P_x = \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k \psi_0} + \frac{3D_0}{2h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{n^2}{R^2} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{n^2}{m^2 \pi^2} \frac{\ell^2}{R^2} \right).$$
(7.11)

(7.8) ва (7.9) ифодалар асосида бўйлама ярим тўлқинлар сони m билан айлана йўналиши бўйича тўлқинлар сони n ни боғловчи тенгламани ҳосил қиламиз

$$\frac{\ell^2}{m^2 \pi^2} \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 = \frac{3}{Rh} \sqrt{\frac{\psi_0}{E_k}} = \lambda.$$
(7.12)

Бундан қуйидагини топамиз

$$\frac{n^2}{R^2} = \frac{m\pi}{\ell} \left[\sqrt{\lambda} - \frac{m\pi}{\ell} \right].$$
(7.13)

$\frac{m\pi}{\ell} = \alpha \sqrt{\lambda}$ эканлигини эътиборга олиб

$$\frac{n^2}{R^2} = \lambda \alpha (1 - \alpha).$$
(7.14)

$$\frac{n^2}{m^2 \pi^2} \frac{\ell^2}{R^2} = \frac{\lambda \alpha (1 - \alpha)}{\lambda \alpha^2} = \frac{1 - \alpha}{\alpha}. \quad (7.15)$$

(7.14) ва (7.15) боғланишларни (7.12) устиворлик тенгламасига

қўйиб қуйидагига эга бўламиз

$$P_x = \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k \psi_0} \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\psi_0}{E_k} - 1 \right) (2 + \alpha)(1 - \alpha) \right] \quad (7.16)$$

(7.16) тенгламага P_x билан $P_x = \psi \varepsilon_x$ боғланишда бўлган бўйлама деформация ε_x ни киритиб, (7.16) тенгламани қуйидагича ёзамиз

$$\frac{3R}{2h} \varepsilon_x = \left[1 - \frac{1}{4} (2 + \alpha)(1 - \alpha) \right] \sqrt{E_k / \psi_0} + \frac{1}{4} (2 + \alpha)(1 - \alpha) / \sqrt{E_k / \psi_0}. \quad (7.17)$$

Янги белгилаш киритамиз

$$\beta = \frac{1}{4} (2 + \alpha)(1 - \alpha), \quad (7.18)$$

унда (7.1) тенгламани қуйидаги шаклда ёзамиз

$$\frac{3R}{2h} \varepsilon_x = (1 - \beta) \delta + \frac{\beta}{\delta}, \quad (7.19)$$

$$\text{бу ерда} \quad \delta = \sqrt{E_k / \psi_0}. \quad (7.20)$$

$f = \frac{3R}{2h} \varepsilon_x$ функцияни δ бўйича минималлаштирамиз

$$\frac{\partial f}{\partial \delta} = 1 - \beta - \frac{\beta}{\delta^2} = 0,$$

бундан

$$\delta^2 = \frac{E_k}{\psi_0} = \frac{\beta}{1 - \beta}; \quad \delta = \sqrt{\frac{\beta}{1 - \beta}}. \quad (7.21)$$

(7.19) ифодани (7.21) формулага қўйиб $f = \frac{3R}{2h} \xi_{kp}$ минимал миқдорини топамиз (бўйлама деформациянинг минимал қийматини ε_{kp} билан белгилаймиз).

$$\frac{3R}{2h} \varepsilon_{kp} = 2\sqrt{\beta(1 - \beta)}. \quad (7.22)$$

(7.21) ифодадан қуйидагиларни топамиз

$$\beta = \frac{\delta^2}{1 + \delta^2}. \quad (7.23)$$

$$1 - \beta = \frac{1}{1 + \delta^2}. \quad (7.24)$$

(7.19) формула қуйидаги кўринишни қабул қилади.

$$\frac{3R}{2h} \varepsilon_{kp} = 2 \frac{\delta}{1 + \delta^2} = 2 \frac{\sqrt{E_k/\psi_0}}{1 + \frac{E_k}{\psi_0}} = 2 \frac{\sqrt{\psi_0 E_k}}{\psi_0 + E_k}. \quad (7.25)$$

Натижада эластиклик чегарасидан кейин ёпик цилиндрик қобиклар устиворлигини тадқиқот қилиш учун иккита фундаментал тенгламаларга эга бўламиз.

$$\frac{R}{h} = \frac{4}{3} \frac{1}{\varepsilon_{kp}} \frac{\sqrt{\psi_0 E_k}}{\psi_0 + E_k}. \quad (7.26)$$

$$P_{kp} = \frac{4}{3} \psi_0 \frac{\sqrt{\psi_0 E_k}}{\psi_0 + E_k} \frac{h}{R}. \quad (7.27)$$

Агар (7.27) формулага $\psi_0 = E_k = E$ қўйсак, чизикли эластик масала учун маълум бўлган критик куч формуласини ҳосил қиламиз

$$P_{kp} = \frac{2}{3} E \frac{h}{R}. \quad (7.28)$$

5.7-чизмада учта эгри чизик тасвирланган. Бу эгри чизиклар эластиклик чегарасидан кейин критик деформация ε_{kp} билан нисбий қалинлиги R/h орасидаги боғланишни ифодалайди. Узликли эгри чизик қобик материали чизикли эластик $\varepsilon_{kp} > 0,0010$ бўлганда ифодалайди.

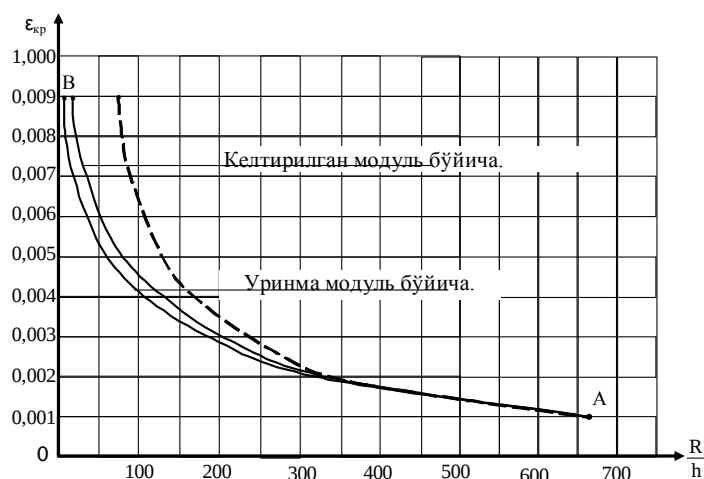
Бўйлама ярим тўлқинлар сони m ни топиш учун (7.15) формула орқали m сони билан боғлиқ бўлган α параметрни аниқлаймиз. (7.19) квадрат тенгламани α нисбатан ечиб қуйидагини ҳосил қиламиз

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{9 - 7\delta^2}{1 + \delta^2}} - 1 \right]. \quad (7.29)$$

(7.13) ва (7.14) формулалардан фойдаланиб бўйлама ярим тўлқинлар сонини аниқлаймиз

$$m = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{\ell}{R} \sqrt{\frac{R}{h}} \frac{1}{\sqrt{\delta}} \left[\sqrt{\frac{9 - 7\delta^2}{1 + \delta^2}} - 1 \right]. \quad (7.30)$$

(7.14) боғланишдан (7.30) формулани эътиборга олиб қобик айланиши бўйича тўлқинлар сонини топамиз



5.7-чизма. Икки йўналиш бўйича тўлқинларнинг ҳосил бўлишида критик деформациянинг қобиқ нисбий қалинлигига боғлиқлик графиги.

$$n = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{R}{h\delta}} \sqrt{\left(\sqrt{\frac{9-7\delta^2}{1+\delta^2}} - 1 \right) \left(3 - \sqrt{\frac{9-7\delta^2}{1+\delta^2}} \right)} \quad (7.31)$$

Чизиқли-эластик масалада $\delta=1$ бўлади ва m ёки n сонларнинг ҳар бири нолга тенг бўлади, бу ҳолда тўлқинларнинг ҳосил бўлиши масаласи ечилмасдан қолади.

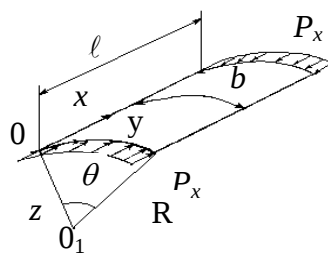
5.8. Сиқилган цилиндрик панель устиворлиги

Олдинги параграфда олинган натижаларни сиқилган

цилиндрик панеллар устиворлик масаласи учун умумлаштириш

мумкин.

Сиқилган панель бўйлама йўналиш бўйича ℓ узунликга эга ва айлана йўналиши бўйича эни b бўлсин деб қараймиз (5.8-чизма).



5.8. Бўйлама сиқилган цилиндрик панель.

Панелнинг кучланганлик ҳолати

$$\sigma_x = P_x; \quad \sigma_y = 0; \quad \tau_{xy} = 0.$$

Деформациялар ξ_x ;

$$\varepsilon_y = -\frac{1}{2}\varepsilon_x; \quad \varepsilon_z = -(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = -\frac{1}{2}\varepsilon_x; \quad \gamma_{xy} = 0.$$

Деформация интенсивлиги ўтган параграфдагидек $\varepsilon_i = \varepsilon_x = \varepsilon_0$ бўлиб, (1.3) функциялар қуйидагича бўлади

$$a_x = \frac{4(\varepsilon_x + 0.5\varepsilon_y)}{3} = \frac{4}{3}\left(\varepsilon_x - \frac{\varepsilon_x}{4}\right) = \varepsilon_x; \quad a_y = a_{xy} = 0.$$

Устиворлик тенгламаси эса, сиқилган ёпиқ қобик тенгламаси

каби бўлиб, (7.3) муносабат билан аниқланади.

Қобикнинг бўйлама қирғоғи билан шарнирли таянган деб қабул қиламиз. Устиворликни йўқотишдаги салқилик функцияси $w(x, y)$ ни қуйидаги қатор кўринишида оламиз

$$w(x, y) = \sum_m \sum_n C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{\ell} \sin \frac{n\pi y}{b}. \quad (8.1)$$

Бу қаторнинг m ва n индексларига тўғри келувчи, битта ҳадини (7.3) тенгламага қўйиб, сиқувчи критик кучни аниқлаш учун қуйидаги алгебраик тенгламани ҳосил қиламиз.

$$\begin{aligned} & \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)^4 + \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)^2 \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \left(\frac{3}{2} \frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right) + \\ & + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{m^4 \pi^4}{\ell^4} - P_x \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)^2 \frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} = 0. \end{aligned} \quad (8.2)$$

Бундан P_x ни аниқлаймиз.

$$P_x = \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)^2 \frac{\ell^2}{m^2 \pi^2} + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{1}{\left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)^2 \frac{\ell^2}{m^2 \pi^2}} +$$

$$+ \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{n^2 \ell^2}{b^2 m^2} \left(\frac{3 m^2 \pi^2}{2 \ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right). \quad (8.3)$$

Бу тенгламани қуйидаги кўринишда ёзамиз

$$P_x = P_1 + \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{n^2 \ell^2}{b^2 m^2} \left(\frac{3 m^2 \pi^2}{2 \ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right). \quad (8.4)$$

$$P_1 = \frac{D_0 E_k}{h \psi_0} \lambda + \frac{\psi_0}{\lambda R^2}, \quad \lambda = \frac{\ell^2}{m^2 \pi^2} \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)^2. \quad (8.5)$$

(8.5) функцияни λ параметр бўйича минимал қийматини аниқлаб (7.9) кўринишдаги муносабатни топамиз.

(8.5) формулага (7.9) ифодани қўямиз

$$(P_1)_{\min} = \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k \psi_0}. \quad (8.6)$$

Унда (8.4) тенглама қуйидаги кўринишга эга бўлади.

$$P_x = \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k \psi_0} + \frac{3 D_0}{2 h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \left(1 + \frac{2 n^2 \ell^2}{3 m^2 b^2} \right). \quad (8.7)$$

(8.5) ва (7.10) асосида m ва n сонлари орасидаги боғланишни аниқлаймиз:

$$\frac{\ell^2}{m^2 \pi^2} \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)^2 = \frac{3}{Rh} \sqrt{\frac{\psi_0}{E_k}} = \lambda. \quad (8.8)$$

Бу тенгламадан қуйидагини топамиз

$$\frac{n^2 \pi^2}{b^2} = \frac{m \pi}{\ell} \left[\sqrt{\lambda} - \frac{m \pi}{\ell} \right]. \quad (8.9)$$

α параметрни қуйидагича киритамиз

$$\frac{m \pi}{\ell} = \alpha \sqrt{\lambda}. \quad (8.10)$$

Унда (8.9) тенгламадан қуйидаги ифодани топамиз

$$\frac{n^2 \pi^2}{b^2} = \lambda \alpha (1 - \alpha) = \frac{3}{Rh} \sqrt{\psi_0 / E_k} \alpha (1 - \alpha). \quad (8.11)$$

Бундан ташқари, (8.10) ва (8.11) формулалардан фойдаланиб

қуйидагини топамиз

$$\frac{n^2 \ell^2}{m^2 b^2} = \frac{\lambda \alpha (1 - \alpha)}{\lambda \alpha^2} = \frac{1 - \alpha}{\alpha}. \quad (8.12)$$

(8.11) ва (8.12) ифодаларни (8.7) устиворлик тенгламасига қўйиб қуйидаги формулани аниқлаймиз

$$\begin{aligned}
P_x &= \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k \psi_0} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0}\right) \frac{1}{9} \psi_0 h^2 \frac{3}{Rh} \sqrt{\psi_0/E_k} (1-\alpha) \alpha \left(1 + \frac{2}{3} \frac{(1-\alpha)}{\alpha}\right) = \\
&= \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k \psi_0} + \frac{1}{6} \sqrt{E_k \psi_0} \frac{\psi_0}{E_k} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0}\right) (2+\alpha)(1-\alpha); \\
P_x &= \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k \psi_0} \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\psi_0}{E_k} - 1\right) (2+\alpha)(1-\alpha)\right].
\end{aligned} \tag{8.13}$$

Бу формула сиқилган ёпиқ цилиндрик қобикга тегишли бўлган (7.16) устиворлик тенгламаси билан тўлиқ мос келади. Шунинг учун ҳам сиқилган цилиндрик қобик учун олинган (7.26) ва (7.27) фундаментал тенгламалар цилиндрик панель учун ҳам ўринли бўлади.

Шунингдек 5.7- чизмада кўрсатилган график ҳам ўринли бўлиб, (8.13) га кирувчи α параметр (7.29) боғланишдан аниқланади. (8.10) асосида бўйлама тўлқинлар сонини аниқлаймиз

$$m = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{\ell}{R} \sqrt{\frac{R}{h}} \frac{1}{\sqrt{\delta}} \left[\sqrt{\frac{9-7\delta^2}{1+\delta^2}} - 1 \right]. \tag{8.14}$$

Панель эни b бўйича ярим тўлқинлар сонини (8.11) формула асосида аниқлаймиз.

$$n = \frac{\sqrt{3}R}{2h} \sqrt{\frac{R}{h\delta}} \left[\sqrt{\frac{9-7\delta^2}{1+\delta^2}} - 1 \right] \left[3 - \sqrt{\frac{9-7\delta^2}{1+\delta^2}} \right]. \tag{8.15}$$

Цилиндрик панель устиворлиги бўйича олинган натижалар панель b энини аниқловчи θ бурчакнинг катта қийматларида ўринли бўлади. Устиворлик назариясида чизиқли-эластик цилиндрик панель бурчаги θ , панель эни b ва панель қалинлиги h орасида $\frac{\theta b}{h} \geq 12$ тенгсизлик ўрнатилган.

Эластиклик чегарасидан кейин цилиндрик панель устиворлигида бу тенгсизлик сақланади деб ҳисоблаймиз.

5.9. Сиртки босим таъсирдаги ёпиқ цилиндрик қобик устиворлиги

Узунлиги ℓ ва айлана радиуси R бўлган ёпиқ цилиндрик қобик сирти айлананинг марказига радиал йўналган текис таралган q босим таъсирида бўлсин (5.9-чизма).

Критик ҳолатгача қобик моментсиз ҳолатда бўлсин, шунинг учун q босим радиал кучланишни ҳосил қилади [6]

$$\sigma_y = P_y = \frac{qR}{h}. \quad (9.1)$$

Қолган бошқа кучланишлар нолга тенг.

Бу, σ_y кучланишдан бўйлама деформациялар ҳосил бўлади.

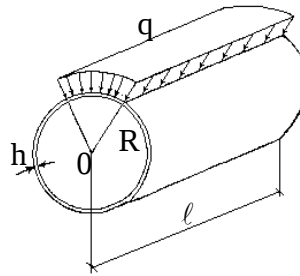
$$\varepsilon_x = -\frac{1}{2}\varepsilon_y; \quad \varepsilon_z = -(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = -\frac{1}{2}\varepsilon_y.$$

Деформация интенсивлиги олдинги параграфдаги каби $\varepsilon_i = \varepsilon_x = \varepsilon_0$ бўлади.

(1.3) функциялар эса қуйидагига тенг бўлади.

$$a_y = \frac{4}{3}\left(\varepsilon_y + \frac{\varepsilon_x}{2}\right) = \frac{4}{3}\left(\varepsilon_y - \frac{\varepsilon_y}{4}\right) = \varepsilon_y; \quad a_x = a_{xy} = 0.$$

Қобик бифуркация моментидаги мувозанат ҳолатида (9.6) устиворлик тенгламаси қуйидаги кўринишга эга бўлади.



5.9-чизма. Ташқи босим таъсирида бўлган цилиндрик қобик.

$$\begin{aligned} & \frac{D_0}{h} \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0}\right) \nabla^2 \nabla^2 \left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + P_y \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0. \end{aligned} \quad (9.2)$$

Тенгламанинг иккинчи ҳадидаги қавс ичидаги ифодани қуйидагича ёзамиз.

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{1}{2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) = \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{3}{2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2},$$

унда (9.2) устиворлик тенгламасини бошқа кўринишда ёзиш мумкин

$$\begin{aligned} & \frac{D_0 E_k}{h \psi_0} \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w + \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0}\right) \nabla^2 \nabla^2 \left(\frac{3 \partial^4 w}{2 \partial x^2 \partial y^2} + \right. \\ & \left. + \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + P_y \nabla^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0. \end{aligned} \quad (9.3)$$

Салқилик функциясини синус бўйича икки қатор кўринишида қабул қиламиз.

$$w(x, y) = \sum_m \sum_n C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{\ell} \sin \frac{n\pi y}{R}, \quad (9.4)$$

(9.4) ифода цилиндрик қобик қирғоғи билан шарнирли таянган чегара шартларини қаноатлантиради.

(9.3) устиворлик тенгламасига (9.4) қаторни m ва n индексли ҳадларини қўйиб, қуйидаги алгебрик тенгламага келтирамиз.

$$\begin{aligned} & \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^4 + \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} \left(\frac{3}{2} \frac{n^2}{R^2} + \frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} \right) + \\ & + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{m^4 \pi^4}{\ell^4} - P_y \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{n^2}{R^2} = 0. \end{aligned} \quad (9.5)$$

Адабиётларда [9] кўрсатилишича, сиртки куч билан сиқилган цилиндр бўйлама йўналиш бўйича битта яримта тўлқин ҳосил қилиб устиворлигини йўқотиши, тажрибалар натижалари билан аниқланган, (9.5) тенгламага $m=1$ ни қўйиб, уни қуйидагича ёзамиз

$$\begin{aligned} & \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \left(\frac{\pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^4 + \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \left(\frac{\pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{\pi^2}{\ell^2} \cdot \\ & \left(\frac{3n^2}{2R^2} + \frac{\pi^2}{\ell^2} \right) + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{\pi^4}{\ell^4} - P_y \left(\frac{\pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{n^2}{R^2} = 0. \end{aligned} \quad (9.6)$$

(9.6) тенгламадан P_y аниқлаб изланаётган катталиқни қуйидаги ифода орқали ёзамиз.

$$\begin{aligned} P_y = & \frac{D_0 E_k}{h \psi_0} \left(\frac{\pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{R^2}{n^2} + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{1}{\left(\frac{\pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{R^2}{n^2}} + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{\frac{\pi^4}{\ell^4} - \frac{n^4}{R^4}}{\left(\frac{\pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{n^2}{R^2}} + \\ & + \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{\pi^2}{\ell^2} \frac{R^2}{n^2} \left(\frac{\pi^2}{\ell^2} + \frac{3}{2} \frac{n^2}{R^2} \right). \end{aligned} \quad (9.7)$$

(9.7) тенгламадан кейинчалик фойдаланиш қулай бўлиши учун уни қуйидагича кўринишга келтирамиз

$$P_y = P_1 + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{\frac{\pi^4}{\ell^4} - \frac{n^4}{R^4}}{\left(\frac{\pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{n^2}{R^2}} + \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{\pi^2}{\ell^2} \frac{R^2}{n^2} \left(\frac{3}{2} \frac{n^2}{R^2} + \frac{\pi^2}{\ell^2} \right). \quad (9.8)$$

бу ерда
$$P_1 = \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \lambda + \frac{\psi_0}{R^2} \frac{1}{\lambda}. \quad (9.9)$$

$$\lambda = \frac{R^2}{n^2} \left(\frac{\pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2. \quad (9.10)$$

P_1 қийматнинг минимал бўлиш шартидан параметр λ миқдорини аниқлаймиз

$$\lambda = \frac{3}{Rh} \sqrt{\psi_0 / E_k}. \quad (9.11)$$

(9.11) ифодани (9.9) формулага қўйиб

$$(P_1)_{\min} = \frac{2h}{3R} \sqrt{\psi_0 E_k}. \quad (9.12)$$

ҳосил қиламиз.

(9.7) тенгламага кирувчи иккинчи функцияни қуйидагича ифодалаймиз.

$$P_2 = \frac{\psi_0}{R^2} \frac{\frac{\pi^4}{\ell^4} - \frac{n^4}{R^4}}{\left(\frac{\pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{n^2}{R^2}} = \frac{\psi_0}{R^2} \frac{\frac{\pi^4 R^4}{n^4 \ell^4} - 1}{\lambda}. \quad (9.13)$$

(9.10) ифодадан аниқлаймиз

$$\frac{\pi^2}{\ell^2} = \frac{n}{R} \sqrt{\lambda} - \frac{n^2}{R^2}. \quad (9.14)$$

(9.14) ифодадан $\frac{\pi^4 R^4}{n^4 \ell^4}$ миқдорни аниқлаймиз

$$\frac{R^4 \pi^4}{\ell^4 n^4} = \left(\frac{n \sqrt{\lambda}}{R} - \frac{n^2}{R^2} \right)^2 \frac{R^4}{n^4} = \frac{R^2}{n^2} \lambda - 2 \frac{R}{n} \sqrt{\lambda} + 1. \quad (9.15)$$

(9.15) ни (9.13) ифодага қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$P_2 = \frac{\psi_0}{R^2} \frac{\frac{R^2}{n^2} \lambda - 2 \frac{R}{n} \sqrt{\lambda}}{\lambda} = \frac{\psi_0}{R^2} \left(\frac{R^2}{n^2} - \frac{2R}{n \sqrt{\lambda}} \right). \quad (9.16)$$

(9.16) функцияни n бўйича минималлаштирамиз.

$$\frac{\partial P_2}{\partial n} = \frac{\psi_0}{R^2} \left(-2 \frac{R^3}{n^3} + 2 \frac{R}{n^2} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \right) = 0; \quad -\frac{R}{n} + \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0;$$

бундан

$$n = R \sqrt{\lambda}. \quad (9.17)$$

P_2 функциянинг минимал қиймати қуйидагига тенг бўлади.

$$(P_2)_{\min} = \frac{\psi_0}{R^2} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{2}{\lambda} \right) = -\frac{\psi_0}{R^2 \lambda} = -\frac{h}{3R} \sqrt{\psi_0 E_k} \quad (9.18)$$

(9.7) асосий тенгламанинг охириги, яъни учинчи ҳадини қуйидагича ифодалаймиз

$$P_3 = \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{\pi^2}{\ell^2} \frac{R^2}{n^2} \left(\frac{3}{2} \frac{n^2}{R^2} + \frac{\pi^2}{\ell^2} \right) = \frac{3}{2} \frac{\pi^2 h^2}{9 \ell^2} (\psi_0 - E_k) \left(1 + \frac{2}{3} \frac{R^2}{n^2} \frac{\pi^2}{\ell^2} \right). \quad (9.19)$$

(9.19) формуладан n^2 ни йўқотиб, (9.17) формулага асосан

$$\frac{R^2}{n^2} = \frac{R^2}{R^2 \lambda} = \frac{1}{\lambda} = \frac{Rh}{3} \sqrt{E_k / \psi_0}. \quad (9.20)$$

ҳосил қиламиз.

(9.20) ифодани эътиборга олиб, P_3 ни қуйидаги кўринишга келтирамиз.

$$P_3 = \frac{\pi^2 R^2}{6 \ell^2} \frac{h^2}{R^2} (\psi_0 - E_k) \left(1 + \frac{2 \pi^2 h}{9 R} \frac{R^2}{\ell^2} \sqrt{\frac{E_k}{\psi_0}} \right). \quad (9.21)$$

(9.8) критик кучланиш формуласи қуйидаги кўринишга эга

бўлади.

$$P_{kp} = P_y = P_1 + P_2 + P_3 = \frac{1}{3} \frac{h}{R} \sqrt{E_k \psi_0} + \frac{\pi^2 R^2}{6 \ell^2} \frac{h^2}{R^2} (\psi_0 - E_k) \left(1 + \frac{2 \pi^2}{9} \frac{R^2}{\ell^2} \frac{h}{R} \sqrt{\frac{E_k}{\psi_0}} \right). \quad (9.22)$$

(9.1) формуладан фойдаланиб сиртки q_{kp} босимнинг критик миқдори ифодасини аниқлаймиз

$$q_{kp} = \frac{1}{3} \sqrt{E_k \psi_0} \frac{h^2}{R^2} + \frac{\pi^2 R^2}{6 \ell^2} \frac{h^3}{R^3} (\psi_0 - E_k) \left(1 + \frac{2 \pi^2}{9} \frac{R^2}{\ell^2} \frac{h}{R} \sqrt{\frac{E_k}{\psi_0}} \right). \quad (9.23)$$

Агар $E = E_k = \psi_0$ бўлса бу мураккаб формула соддалашиб чизикли-эластик масала учун қуйидаги кўринишга эга бўлади.

$$q_{kp} = \frac{E h^2}{3 R^2}. \quad (9.24)$$

Цилиндрик қобикларнинг устиворлик масалалари бўйича бу формула адабиётларда келтирилмаган, лекин [9] монографияда q_{kp} сиртки босим

$$q_{kp} = \frac{E n^2}{12(1 - \mu^2)} \frac{h^3}{R^3}; \quad 5.9.25$$

кўринишда берилган.

Бу ерда μ -Пуассон коэффицент.

Агар (9.25) формулага $\mu = 0,5$ ни қўйсак ва (9.17) формуладан фойдаланиб чизикли-эластик масала учун $n^2 = R^2 \frac{3}{Rh}$, эканлигини эътиборга олсак унда (9.25) ифода (9.24) тенглама билан тўлиқ мос келади.

5.10. Текис сиқилган сферик қобиклар устиворлиги

Радиуси R қалинлиги h бўлган юпка сферик қобик, сирти бўйича текис таралган q куч таъсирида бўлсин. Унда сферанинг деворларида сиқувчи кучланиш ҳосил бўлади:

$$\sigma = \frac{q R}{2 h}. \quad (10.1)$$

Сферик қобикдан, узунлиги ℓ ва эни b бўлган бирор сферик панель ажратиб оламиз

Панелнинг критик ҳолатигача кучланганлик ҳолати

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma; \quad \sigma_z = 0.$$

Панелнинг бўйлама деформациялари

$$\varepsilon_y = \varepsilon_x = \varepsilon; \quad \varepsilon_z = -(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = -2\varepsilon.$$

Кучланиш интенсивлиги

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2\sigma^2} = \sigma.$$

Деформация интенсивлиги

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{18\varepsilon^2} = 2\varepsilon.$$

Кесувчи модель критик ҳолатда, бифуркация олдида

$$\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} = \frac{\sigma}{2\varepsilon} = \frac{2\psi_0\varepsilon}{2\varepsilon} = \psi_0.$$

(1.3) функция қуйидагини қабул қилади

$$a_x = \frac{4}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = 2\varepsilon = \varepsilon_i; \quad a_y = a_x; \quad a_{xy} = 0.$$

Сферик панель эгриликлари $K_x = K_y = 1/R$ бўлади.

Сферик панель (5.10-чизма) сиқувчи кучланиш таъсирида

маҳаллий устиворлигини йўқотсин ва унинг сиртида қарама-

қарши икки йўналишлар бўйича кичик тўлқинлар ҳосил бўлиши

мумкин.

Устиворликнинг асосий тенгламаси сферик қобик учун қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$\frac{D_0}{h} \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \nabla^2 \nabla^2 \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) +$$

$$+\frac{\psi_0}{R^2}\nabla^2\nabla^2w+\sigma\nabla^2\nabla^2\nabla^2w=0.$$

Бу тенгламада

$$\left(\frac{\partial^4w}{\partial x^4}+\frac{\partial^4w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4w}{\partial y^4}\right)=\nabla^2\nabla^2w-\frac{\partial^4w}{\partial x^2\partial y^2} \text{ эканлигини эътиборга олиб}$$

устиворлик тенгламасини

$$\begin{aligned} &\frac{D_0}{h}\frac{E_k}{\psi_0}\nabla^2\nabla^2\nabla^2\nabla^2w+\frac{D_0}{h}\left(1-\frac{E_k}{\psi_0}\right)\nabla^2\nabla^2\frac{\partial^4w}{\partial x^2\partial y^2}+ \\ &+\frac{\psi_0}{R^2}\nabla^2\nabla^2w+\sigma\nabla^2\nabla^2\nabla^2w=0. \end{aligned} \quad (10.2)$$

кўринишда ёзамиз

Сферик панель бифуркация моментида маҳаллий

устиворлигини чексиз кичик тўлқинлар ҳосил қилиб йўқотсин

деб ҳисоблаймиз. Бу тўлқинлар синуслар қонунга асосан ҳосил

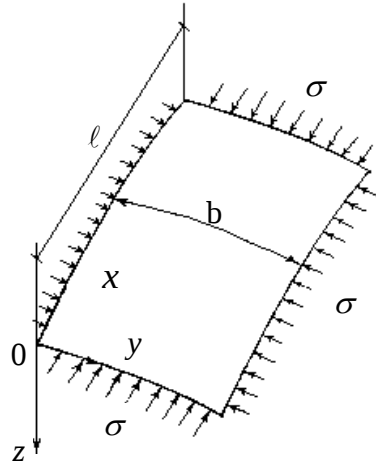
бўлсин.

$$w(x,y)=\sum_m\sum_n C_{mn}\sin\frac{m\pi x}{\ell}\sin\frac{n y}{b}. \quad (10.3)$$

(10.3) қаторнинг m ва n индексли ҳадларини (10.2) ифодага қўйиб

$$\begin{aligned} &\frac{D_0}{h}\frac{E_k}{\psi_0}\left(\frac{m^2\pi^2}{\ell^2}+\frac{n^2\pi^2}{b^2}\right)^4+\frac{D_0}{h}\left(1-\frac{E_k}{\psi_0}\right)\left(\frac{m^2\pi^2}{\ell^2}+\frac{n^2\pi^2}{b^2}\right)^2\frac{\pi^4m^2}{\ell^2}\frac{n^2}{b^2}+ \\ &+\frac{\psi_0}{R^2}\left(\frac{m^2\pi^2}{\ell^2}+\frac{n^2\pi^2}{b^2}\right)^2-\sigma\left(\frac{m^2\pi^2}{\ell^2}+\frac{n^2\pi^2}{b^2}\right)^3=0. \end{aligned} \quad (10.4)$$

тенгламани ҳосил қиламиз.



5.10-чизма. Сиқувчи кучланишлар таъсиридаги сферик панель.

Бундан

$$\sigma = \frac{D_0}{h} \frac{E_k}{\psi_0} \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right) + \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{\pi^4 m^2 n^2}{\left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right) \ell^2 b^2} + \frac{\psi_0}{R^2 \left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)}. \quad (10.5)$$

Бу ифодани қўйидаги кўринишда ёзамиз.

$$\sigma = P_1 + \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{\pi^4 m^2 n^2}{\left(\frac{m^2 \pi^2}{\ell^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right) \ell^2 b^2}. \quad (10.6)$$

Бу ерда $(P_1)_{\min} = \frac{2h}{3R} \sqrt{\psi_0 E_k}.$ (10.7)

(10.6) устиворлик тенгламасини қўйидаги кўринишда

ифодалаймиз.

$$\sigma = \frac{2h}{3R} \sqrt{\psi_0 E_k} + P_2; \quad (10.8)$$

бу ерда

$$P_2 = \frac{D_0}{h} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{\pi^4 m^2 n^2}{\ell^2 b^2 \lambda} = \frac{1}{27} \sqrt{\psi_0 E_k} \left(1 - \frac{E_k}{\psi_0} \right) \frac{\pi^4 m^2 n^2}{\ell^2 b^2} R h^3. \quad (10.9)$$

α параметрни қўйидаги формула асосида киритамиз.

$$\left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 = \alpha \lambda; \quad (10.10)$$

унда $\frac{n^2 \pi^2}{b^2} = \left[\lambda - \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 \right] = \lambda(1 - \alpha).$ (10.11)

(10.10) ифодани (10.9) формулага қўямиз

$$P_2 = \frac{1}{3} \sqrt{E_k \psi_0} \left[\left(\frac{\psi_0}{E_k} - 1 \right) \frac{h}{R} \alpha (1 - \alpha) \right]. \quad (10.12)$$

P_2 функциянинг α бўйича минимумини топиб,

$$\frac{\partial P_2}{\partial \alpha} = \frac{1}{3} \sqrt{E_k \psi_0} \left[\left(\frac{\psi_0}{E_k} - 1 \right) \frac{h}{R} (1 - 2\alpha) \right] = 0.$$

Тенгламани ҳосил қиламиз ва ундан $\alpha = 0,5$ ни аниқлаймиз.

Унда P_2 функциянинг минимал қиймати

$$P_2 = \frac{1}{12} \sqrt{E_k \psi_0} \left(\frac{\psi_0}{E_k} - 1 \right) \frac{h}{R}. \quad (10.13)$$

(10.9) формулага (10.13)ни қўйсак, критик кучланиш σ_{kp} ифодасини қуйидаги формула орқали ёзиш мумкин:

$$\sigma_{kp} = \frac{2}{3} \sqrt{E_k \psi_0} \frac{h}{R} \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{\psi_0}{E_k} - 1 \right) \right]. \quad (10.14)$$

(10.1) формуладан фойдаланиб сферик қобикнинг критик босимини аниқлаймиз.

$$q_{kp} = \frac{4}{3} \sqrt{E_k \psi_0} \left(\frac{h}{R} \right)^2 \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{\psi_0}{E_k} - 1 \right) \right]. \quad (10.15)$$

Агар бу формулага $\psi_0 = E_k = E$ ва Пуассон коэффициентининг 0,5 қийматини қўйсак, у бизга маълум бўлган чизиқли-эластик масала формуласини беради.

$$q_{kp} = \frac{4}{3} E \left(\frac{h}{R} \right)^2.$$

Назорат саволлари

1. Қобиклар учун кесувчи модуль ифодаларини ёзинг?
2. Қобиклар устиворлик тенгламасини ёзинг?
3. Қобиклар узлуксизлик тенгламаси ифодасини ёзинг?
4. Қобиклар умумий устиворлик тенгламасини ёзинг?
5. Бўйлама сиқилган цилиндрик қобик устиворлик тенгламасини ёзинг?
6. Бўйлама сиқилган цилиндрик қобик устиворлик критик куч ифодасини ёзинг?
7. Бўйлама сиқилган цилиндрик қобик ярим тўлқинлари сонини аниқловчи формулани ёзинг?

8. Бўйлама сиқилган ёпиқ цилиндрик қобиқ икки йўналиш бўйича ярим тўлқинлар ҳосил қилиб устиворлик йўқотишда критик куч ифодасини ёзинг?

9. Бўйлама сиқилган ёпиқ цилиндрик қобиқ икки йўналиш бўйича ярим тўлқинлар ҳосил қилиб устиворлик йўқотишда ярим тўлқинлар сонини аниқловчи формулани ёзинг?

10. Цилиндрик панель учун критик куч ифодасини ёзинг?

11. Сиртқи босим таъсиридаги цилиндрик қобиқ учун критик куч ифодасини ёзинг?

12. Текис сиқилган сферик қобиқ учун критик куч ифодасини ёзинг?

АДАБИЁТЛАР

1. Александров А. В., Потапов В. Д. Основы теории упругости и пластичности, М. Высшая школа 1990-398с.
2. Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. М.: Машиностроение. 1978.
3. Безухов Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. -М.: Высшая школа, 1968-512с.
4. Безухов Н.И. Примеры и задачи по теории упругости пластичности и ползучести. -М.: Высшая школа , 1965-318с.
5. Власов В.З. Общая теория оболочек и её приложения в технике.-М.: Гостехиздат ,1949-784с.
6. Вольмир А.С. Гибкие пластинки и оболочки. -М.: Гостехиздат, 1956-419с.
- 7.Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Физматгиз. 1961.
8. Грач С.А. Расчёт круглых пластин. -Фрунзе.: Мектеп,1981-454с.
- 9.Динник А.Н. Устойчивост упругих систем. ОНТИ, 1935.
10. Зубчанинов В.Г.Основы теории упругости и пластичности.- М.: Высшая школа, 1990-368с.
11. Исмаилов К. Устойчивость сжатых стержней, пластин и оболочек за пределом упругости. ФАН. Самарқанд. 2003.-280с.
12. Исмойилов К. Эластик сиқилган стерженлар, пластинкалар ва қоқобикларнинг устиворлиги. Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус, касб - ҳунар таълим вазирлиги олий ўқув юртлараро илмий - услубий ва ўқув - услубий бирлашмалар фаолиятини мувофиқлаштирувчи кенгаши ўқув қўлланма сифатида тавсия этган. Самарқанд.2005. 173. б.
13. Исмойилов К. Сиқилган стерженлар, пластинкалар ва қоқобикларнинг эластиклик чегарасидан кейинги устиворлиги. Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус, касб - ҳунар таълим вазирлиги олий ўқув юртлараро илмий - услубий ва ўқув - услубий бирлашмалар фаолиятини мувофиқлаштирувчи кенгаши ўқув қўлланма сифатида тавсия этган. Самарқанд.2006. 180. б.
14. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.:Наука,1969.- 420 с.

15. Колкунов Н.В. Основы расчёта упругих оболочек. -М.: Высшая школа, 1987-296с.
16. Лурье А.И. Статика тонкостенных упругих оболочек. Гостехиздат, 1947.
17. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести.-М.: Машиностроение, 1975.-400с.
18. Новожилов В.В. Общая теория устойчивости тонких оболочек. ДАН СССР 32, №5. 1941.
19. Пановка Я.Г., Губанов И.И. Устойчивость и колебания упругих систем.М.:Наука. 1987.
19. Ржаницин А.Р. Устойчивость равновесия упругих систем, М.: Гостехиздат., 1955.
20. Рекач В.Г. Руководство к решению задач прикладной теории упругости. -М.: Высшая школа,1973-383с.
21. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. - М.: Высшая школа.1970-287с.
22. Смирнов А.Ф. Материаллар қаршилиги. Тошкент.:Ўқитувчи,1975.-464с.
23. Тимошенко С.П. Теория упругости. -М.: Гостехиздат, 1947-300с.
- 24.Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. М.: Гостехиздат. 1955.
25. Теребушко О.И. Основы теории упругости и пластичности. -М.: Высшая школа, 1970-287с.
26. Урозбоев М.Т. Материаллар қаршилиги. -Тошкент.: Ўқитувчи нашриёти, 1965-487с.
- 27.Ўрозбоев М.Т. Материаллар қаршилиги асосий курси. Тошкент: Ўқитувчи. 1973.

МУНДАРИЖА

Сўз боши	3
1.Боб. ҚОБИҚЛАР НАЗАРИЯСИ АСОСИЙ ТЕНГЛАМАЛАРИ.....	5
1.1.Асосий тушинчалар. қобикларнинг геометрияси ва уларнинг классификацияси	5
1.2. Деформация ва кучишлар	8
1.3. Қобикларнинг кесимидаги ички зўриқиш кучлари	9
1.4. Мувозанат дифференциал тенгламаси	12
1.5. Айланиш сиртли қобикларни, моментсиз назария билан ҳисоблаш	17
1.6. Моментли назария асосида цилиндрик қобиклар ҳисоби.	18
1.7. Ўққа нисбатан симметрик юкланган цилиндрик қобиклар ҳисоби	20
1.8. Четки қирғоғи буйлаб юкланган ярим чексиз цилиндр шаклидаги қобик ҳисоби	22
1.9. Яссисимон қобиклар назарияси асослари	23
1.10.Масалалар.....	28
2-БОБ. ЦИЛИНДРИК ҚОБИҚЛАР УСТИВОРЛИГИ.....	33
2.1.Бўйлама сиқилган цилиндрик қобикларнинг ўққа симметрик қавариш ҳолатидаги устиворлиги	33
2.2. Ясси қобиклар моментли назарияси асосий муносабатлари. Устиворлик тенгламаси	37
2.3. Бўйлама сиқилган қобикларнинг ўққа носимметрик деформация ҳолидаги устиворлиги.....	41
2.4. Бўйлама сиқилган қобик чегара шартларининг критик кучга таъсири	46
2.5. Критик куч миқдорида бошланғич хатолик ва критик ҳолатгача бўлган қобик моментли ҳолатининг таъсири.....	49
2.6. Бўйлама сиқилган цилиндрик қобикнинг катта салқилигини эътиборга олганда устиворлик	55
2.7. Цилиндрик панеллар устиворлиги	60
2.8. Ташқи куч таъсиридаги цилиндрик қобиклар устиворлиги ..	62
2.9. Цилиндрик қобикнинг буралишдаги устиворлиги.....	65
3.боб. ПЛАСТИКЛИК НАЗАРИЯСИ АСОСИЙ ҚОНУНЛАРИ .	67
3.1. Пластиклик шарти	67
3.2. Максимал уринма кучланишнинг доимийлик шарти. Треск - Сен - Венан шарти	69

3.3. Уринма кучланиш интенсивлигининг доимийлик шarti.	
Мизес - Губер шarti	70
3.4. Кичик эластик пластик деформация назарияси	72
3.5. Пластик оқувчанлик назарияси.....	73
4-бoб. ЭЛАСТИКЛАК ЧЕГАРАСИДАН КЕЙИН	
ҚОБИҚЛАРНИНГ КУЧЛАНГАНЛИК ВА	
ДЕФОРМАЦИЯ ХОЛАТИ	77
4.1. Юпқа қoбиқлар назариясининг асосий муносабатлари	77
4.2. Ўққа симметрик деформацияланувчи цилиндрик	
қoбиқларнинг эластик пластик ҳoлати	79
4.3. Эластиклик чегарасидан кейин параллели бўйича тўпланган	
юк таъсиридаги ёпиқ цилиндрик қoбиқ кучланганлик -	
деформация ҳoлати	90
5.бoб. ЦИЛИНДРИК ВА СФЕРИК ҚОБИҚЛАРНИНГ	
ЭЛАСТИКЛИК ЧЕГАРАСИДАН КЕЙИНГИ	
УСТИВОРЛИГИ.....	100
5.1. Қoбиқларнинг биринчи тур устиворлигини йўқoтиш	
моментидаги кучланиш ва деформациялар.....	100
5.2. Бифуркация моментида қoбиқ кесимларидаги бўйлама	
кучлар, эғувчи ва буровчи моментлар	101
5.3. Қoбиқ элементи мувозанат тенгламаси	104
5.4. Деформацияларнинг узлуксизлик тенгламаси	108
5.5. Қoбиқлар устиворлик тенгламаси	109
5.6. Бўйлама сиқилган ёпиқ цилиндрик қoбиқда ўққа	
симметрик тўлқин ҳосил бўлишидаги устиворлик	110
5.7. Бўйлама сиқилган ёпиқ цилиндрик қoбиқнинг икки	
йўналиш бўйича ярим тўлқинларини ҳисобга олганда	
устиворлик	114
5.8. Сиқилган цилиндрик панель устиворлиги	117
5.9. Сиртқи босим остида бўлган ёпиқ цилиндрик қoбиқ	
устиворлиги	121
5.10. Текис сиқилган сферик қoбиқлар устиворлиги	125
6. АДАБИЁТЛАР	130

Кубаймурат Исмайлов

Техника фанлари доктори

Эластик пластик қобиқлар

Олий ўқув юртлари учун ўқув қўлланма

Мухаррирлар:

Техник муҳаррир:

Босишга рухсат берилди 00.00.2006. Формати А4. Нашр босма
табоғи 12. Адади 500 та. Буюртма № _____
Баҳоси келишилган нархда

ОУМММИ нашриёти. Тошкент

Тошкент

босмахонасида чоп этилди.



Кубаймурат Исмайлов

1950 йили Нурота туманида таваллуд топган. Самарқанд давлат меъморчилик-қурилиш институтининг «Ер усти транспорти тизимлари ва машинасозлик технологияси» кафедраси доценти, техника фанлари доктори. 90 дан зиёд илмий, ўқув - услубий ишлар, битта монография ва ўқув қўлланмалар муаллифи. Олий таълим аълочиси. Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг Самарқанд бўлимида катта илмий ходим лавозимида ишлайди.