V.I. ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH

MATEMATIKA INSTITUTI

MATCHANOVA AIGUL AZATBAYEVNA

KASR TARTIBLI OPERATOR QATNASHGAN PSEVDOPARABOLIK VA UCHINCHI TARTIBLI PARABOLA-GIPERBOLIK TIPDAGI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR UCHUN TO'G'RI VA TESKARI MASALALAR

01.01.02 – Differensial tenglamalar va matematik fizika

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO'YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)

DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI

TOSHKENT – 2025

UDK: 517.956

Fizika – matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi avtoreferati mundarijasi

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико – математическим наукам

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical – mathematical sciences

V.I. ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH

MATEMATIKA INSTITUTI

MATCHANOVA AIGUL AZATBAYEVNA

KASR TARTIBLI OPERATOR QATNASHGAN PSEVDOPARABOLIK VA UCHINCHI TARTIBLI PARABOLA-GIPERBOLIK TIPDAGI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR UCHUN TO‘G‘RI VA TESKARI MASALALAR

01.01.02 – Differensial tenglamalar va matematik fizika

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)

DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI

TOSHKENT – 2025 yil

Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestasiya komissiyasida B2025.2.PhD/FM1056 raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika institutida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume)) Ilmiy kengash veb-sahifasi (https://kengash.mathinst.uz) va "ZiyoNet" ta'lim axborot tarmog'ida (http://www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:	**Yuldashev Tursun Kamaldinovich** fizika-matematika fanlari doktori, dotsent
Rasmiy opponentlar:	**Durdiyev Durdimurod Qalandarovich** fizika-matematika fanlari doktori, professor
	Boltayeva Umida Ismoilovna fizika-matematika fanlari doktori
Yetakchi tashkilot:	**O'zbekiston Milliy universiteti**

Dissertatsiya himoyasi V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika instituti huzuridagi DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 raqamli Ilmiy kengashning 2025-yil 29 iyul kuni soat 16:00 dagi majlisida bo'lib o'tadi. (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko'chasi, 9-uy. Tel.: (+998 71) 207 91 40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

Dissertatsiya bilan V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika institutining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (207-raqam bilan ro'yhatga olingan). (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko'chasi, 9-uy. Tel.: (+998 71) 207 91 40.

Dissertatsiya avtoreferati 2025-yil 14-iyul kuni tarqatildi.
(2025-yil 14-iyuldagi 2-raqamli reestr bayonnomasi).

U.A. Roziqov
Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash raisi, f.-m.f.d., akademik

J.K. Adashev
Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash ilmiy kotibi, f.-m.f.d., katta ilmiy xodim

A.A. Azamov
Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash huzuridagi Ilmiy seminar raisi, f.-m.f.d., akademik

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Global miqyosda olib borilgan ko‘plab ilmiy va amaliy tadqiqotlar kasr tartibli differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni o‘rganishning dolzarbligini ko‘rsatadi. Dastlab italyan olimlari klassik diffuziya tenglamasi o‘rniga yangi modelni – kasr tartibli diffuziya tenglamasini taklif qilishdi va u fizika, biologiya va elektrokimyo sohalarida ko‘plab jarayonlarning yangi matematik modellarini yaratish uchun asos bo‘lib xizmat qildi. Differensial va integral hisob bunday jarayonlarni modellashtirishning samarali usullarini topish jarayonida vujudga kelgan. Bunday modellar bilan bog‘liq tenglamalarning murakkabligi va yetarlicha ishlab chiqilgan analitik va raqamli usullarning yo‘qligi, bunday tenglamalar bilan bog‘liq tadqiqotlarni ishlab chiqish ustuvor yo‘nalishlardan biridir. Mustaqillik yillarida mamlakatimizda amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan tegishli ilmiy yo‘nalishlarga e’tibor kuchaytirildi, xususan, mamlakatimiz olimlari tomonidan aralash tipdagi tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni yechishning samarali usullarini izlashga alohida e’tibor qaratildi. Bu yo‘nalishda, jumladan, differensial tenglamalar uchun to‘g‘ri va teskari masalalarni o‘rganishda sezilarli natijalarga erishildi. O‘zbekiston Respublikasini rivojlantirish strategiyasidan kelib chiqib, olingan natijalarni matematika sohasidagi ilmiy tadqiqotlarga tatbiq etish iqtisodiy sohada samaradorlikni oshirishda katta ahamiyatga ega.

Hozirgi vaqtda kasr tartibli operatorlarning xossalarini o‘rganish, yuqori tartibli differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni o‘rganish hamda olingan natijalarni amaliyotga tadbiq etish muhim o‘rin tutadi. Shu munosabat bilan maqsadli ilmiy tadqiqotlarni amalga oshirish, jumladan, quyidagi yo‘nalishlar bo‘yicha ilmiy izlanishlar olib borish muhim vazifalardan biri hisoblanadi: kasr tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni o‘rganish; kasr tartibli operatorlari bilan xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun manba funksiyani aniqlashning teskari masalalarini yagona yechish shartlarini aniqlash; kasr tartibli integro differensiallash operatorlarining xossalarini o‘rganish va bu operatorlarni xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni yechishda qo‘llash. Yuqoridagi yo‘nalishlarda olib borilgan ilmiy izlanishlar ushbu dissertatsiya mavzusining dolzarbligini asoslab beradi.

Respublikamizda ilmiy va amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan fundamental fanlarga katta e’tibor berilib, muayyan natijalarga erishilmoqda. Jumladan, aralash tipdagi tenglamalar uchun to‘g‘ri va teskari masalalarni o‘rganish hamda ularni yechishning samarali usullarini topishga katta e’tibor beriladi. Matematikaning asosiy yo‘nalishlari bo‘yicha xalqaro standartlar darajasidagi ilmiy tadqiqotlar olib borish V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika institutining asosiy vazifalari va faoliyat yo‘nalishlari etib belgilangan[1]. Qaror ijrosini ta’minlash maqsadida, butun

---

[1] O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 9-iyuldagi PQ-4387-son “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasining V.I. Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi qarori.

va kasr tartibli xususiy hosilali aralash tipdagi tenglamalar nazariyasini rivojlantirish muhim ahamiyat ega.

Mazkur dissertatsiya Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining qarorlarida belgilangan vazifalarni hayotga tatbiq etishga maʼlum darajada xizmat qilmoqda. Mazkur dissertatsiya ishining predmeti va obyekti Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 7-fevraldagi “Fuqarolar akademiyasi faoliyatini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari toʻgʻrisida”gi PF-4947-sonli qarorida koʻrsatilgan dolzarb yoʻnalishlarga muvofiq tanlangan. Fanlar, ilmiy-tadqiqot faoliyatini tashkil etish, boshqarish va moliyalashtirish”, 2018-yil 27-apreldagi PQ-3682-sonli “Innovatsion gʻoyalar, texnologiyalar va loyihalarni amaliyotga tatbiq etish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari toʻgʻrisida”gi va 2019-yil 9-iyuldagi PQ-4387-sonli qarorlari matematika taʼlimi va fanini yanada rivojlantirish, Oʻzbekiston Fanlar akademiyasi V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti faoliyatini tubdan yaxshilash chora-tadbirlari” hamda 2020-yil 7-maydagi “Matematika boʻyicha taʼlim va ilmiy tadqiqotlar sifatini oshirish chora-tadbirlari toʻgʻrisida”gi PD-4708-sonli qarori”. Bundan tashqari, ushbu dissertatsiya ishi ushbu faoliyat bilan bogʻliq barcha normativ-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishda keng qoʻllanilishi mumkin.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yoʻnalishlariga mosligi. Ushbu tadqiqot Oʻzbekiston Respublikasi fan va texnikasining ustuvor yoʻnalishlari boʻyicha IV “Matematika, mexanika va informatika” yoʻnalishi boʻyicha amalga oshirildi.

Masalaning oʻrganilganlik darajasi. Differensial tenglamalar fraktal muhitda sodir boʻladigan fizik-kimyoviy jarayonlarning keng sinfini tavsiflashda, iqtisodiy va ijtimoiy-biologik hodisalarni matematik modellashtirishda koʻp sonli matematik modellar uchun asos boʻlib xizmat qiladi. Bu kasr tartibli differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalar nazariyasini ishlab chiqishga turtki boʻldi, bu hozirgi vaqtda zamonaviy matematikaning jadal rivojlanayotgan yoʻnalishlaridan biriga aylandi. Kasr tartibli integro-differensial hisob bilan bogʻliq dastlabki natijalar matematiklar N. Abel va J. Liuvillga tegishli. Bu nazariyaning keyingi rivojlanishi olimlar A. V. Letnikov, A. Zigmund, M. M. Djrbashyan, V. K. Veber, A. A. Kilbas, S. G. Samko, M. Kaputo, R. Gorenflo, F. Mainardi va boshqalarning nomlari bilan bogʻliq. Kasr tartibli differensial va integral hisobining rivojlanishiga S. G. Samko, A. A. Kilbas va O. A. Marichevning 1987 yilda nashr etilgan monografiyasi yordam berdi, unda jahon monografik adabiyotida birinchi marta koʻrsatilgan nazariya boʻyicha olingan klassik va zamonaviy natijalar tizimli ravishda taqdim etilgan. Shuni ta'kidlash kerakki, kasr tartibli differensial hisoblash nazariyasi butun tartibli differensial hisob yaratilgandan soʻng darhol paydo boʻlganiga qaramay, ular amaliy masalalarda nisbatan yaqinda qoʻllanila boshlandi.

Differensial tenglamalar nazariyasida integro-differensiallash operatorlarini qoʻllash bilan bogʻliq dastlabki natijalar olimlar M.M. Djrbashyan va A.B. Nersesyan ishlarida uchraydi. Ular bir oʻzgaruvchili differensial tenglama uchun Koshi masalasining yagona yechimini topishda hozirda ularning nomlari bilan atalgan umumlashtirilgan Riman-Liuvill integro-differensiallash operatori yordamida tekshirdi. Bunda ko‘rib chiqilayotgan masala Volterra tipidagi integral tenglamani yechishga keltiriladi va yechim Mittag-Leffler tipidagi maxsus funksiyalar yordamida ifodalanadi. M.M. Djrbashyan, shuningdek, tenglamaning tartibi ikkidan kichik bo‘lgan taqdirda birinchi chegaraviy masalani o‘rgangan.

Kasr tartibli differensial tenglamalar nazariyasi so‘nggi o‘n yilliklarda katta ahamiyat kasb etdi. Bu, asosan, uning zamonaviy fan va texnikaning ko‘plab sohalarida keng qo‘llanilishi bilan bog‘liq. O‘z navbatida, ushbu nazariyaning yetarlicha ommalashuvi mutaxassislarning e’tiborini tortdi va natijada kasr tartibli differensial tenglamalar va ularni yechish usullarining matematik jihatlari bo‘yicha ko‘plab ilmiy tadqiqotlar olib borildi. Vaqtga nisbatan kasr tartibli differensial tenglamalar uchun turli masalalar ko‘plab olimlar tomonidan o‘rganilgan. Xususan, yurtdoshlarimiz Sh. Alimov, R. Ashurov, B. Kadirkulov, E. Karimov, Z. Sobirov, O. Abdullaev, T. Yuldashev va boshqalar ushbu yo‘nalishda yangi ilmiy natijalarga erishganlar. XXI asr boshlarida kasr tartibli hosilalarning qo‘llanilishi bo‘yicha bir qator ilmiy ishlar chop etildi. Jumladan, A. Alixonov tomonidan olingan tengsizlik kasr tartibli differensial tenglamalar uchun aprior bahoni aniqlashda muhim ahamiyatga ega. A.V. Pskhu tomonidan kasr tartibli differensial tenglamalar uchun boshlang‘ich va boshlang‘ich-chegaraviy masalalarini Grin funksiyasi usuli yordamida o‘rganilgan. Shuningdek, kasr tartibli hosilali tenglamalarni o‘ng tomonini aniqlashga oid teskari masalalar bo‘yicha ham ko‘plab tadqiqotlar mavjud. M. Rujanskiy, N. Tokmagambetov va B.T. Torebek tomonidan yozilgan maqolada Kaputo kasr hosilasi ishtirok etgan subdiffuziya tenglamasi uchun o‘ng tomonni aniqlashga doir teskari masala ko‘rib chiqilgan. Bu yerda elliptik qism ixtiyoriy diskret spektrli elliptik operator bo‘lib, mualliflar Furye usuli yordamida umumlashtirilgan yechimning mavjudligi va yagona bo‘lishini isbotlaganlar. R. Ashurov va uning shogirdlari tomonidan kasr tartibli hosilali differensial tenglamalarda tartibni aniqlovchi teskari masalalar bo‘yicha ko‘plab ilmiy ishlar olib borilmoqda Bundan tashqari, D. Durdiev va uning shogirdlarining vaqtga nisbatan kasr tartibli differensial tenglamalar uchun turli koeffitsiyentli teskari masalalarni o‘rganilgan.

Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya bajarilgan oliy ta’lim yoki ilmiy tadqiqot muassasining ilmiy-tadqiqot ishlari rejalari bilan bog‘liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika institutining F-FA-2021-424 “Butun va kasr tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni yechish” mavzusidagi fundamental loyihasi doirasida bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi aralash parabolo-giperbolik tipdagi Kaputo operatori qatnashgan tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni hamda kasr tartibli Barenblatt-Jeltov-Kochina tenglamasi uchun nolokal chegaraviy masalalarning klassik yechimlarini topishdan iborat.

Tadqiqot vazifalari:

Hilfer kasr operatori qatnashgan chiziqli integro-differensial tenglama uchun aralash masala yechimini topish;

kasr tartibli Barenblatt-Jeltov-Kochina xususiy hosilali differensial tenglamalari uchun aralash masalani yechimini topish;

o‘tish chizig‘i xarekteristika bo‘lmagan Kaputo operatori qatnashgan uchinchi tartibli aralash tipdagi differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalaning yagona yechimini topish;

o‘tish chizig‘i xarekteristika bo‘lgan Kaputo operatori qatnashgan uchinchi tartibli aralash tipdagi differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalaning yagona yechimini topish;

Kaputo operatori qatnashgan uchinchi tartibli aralash tipdagi differensial tenglamalar uchun teskari masalaning yagona yechimini topish.

Tadqiqot obyekti Kaputo, Riman-Liuvill, Hilfer integro-differensial operatorlari, kasr tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar, kasr tartibli integro-differensial operatorlar bilan aralash turdagi tenglamalar.

Tadqiqot predmeti kasr tartibli differensial va integral operatorlar, maxsus funksiyalar nazariyasi, matematik fizikaning tenglamalar nazariyasi, integral tenglamalar nazariyasi.

Tadqiqot usullari. Tadqiqot ishida o‘zgaruvchilarni ajratish usuli, aprior baholar, integral tenglamalar nazariyasida ketma-ket yaqinlashish metodlari qo‘llaniladi.

Tadqiqot ishining ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat**:**

Hilfer operatori qatnashgan Barenblatt-Jeltov-Kochina tenglamasi uchun boshlang‘ich chegaraviy masalalarni yechimi mavjud va yagonaligi isbotlangan;

Kaputo operatori qatnashgan parabolik-giperbolik tenglamalar uchun qo'yilgan masalalarni yechish uchun ketma-ket yaqinlashish usuli qo‘llanilgan va yechimning mavjudligi isbotlangan;

tartibli parabolo-giperbolik tipdagi tenglamalar uchun teskari masalaning yagona yechimini topishga imkon beruvchi berilgan funksiyalar sinflari va shartlar topilgan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

Kasr tartibli differensial va integro-differensial operatorlari qatnashgan aralash tipdagi tenglamalar uchun integral ulash shartlari bilan o‘rganilgan to‘g‘ri va teskari masalalar tuproq namligi, yer osti suvlari va biologik dinamika bilan bog‘liq jarayonlarni modellashtirishda samarali qo‘llaniladi.

Hilfer operatori bilan berilgan chiziqli integro-differensial tenglamalar uchun aralash masala bilan bog‘liq turli jarayonlarning matematik modellarini ishlab chiqishda qo‘llanilishi mumkin.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi. Natijalar spektral nazariya usullari va o‘zgaruvchilarni ajratish usuli, ketma-ket yaqinlashish usuli yordamida olingan. Olingan barcha natijalar matematik jihatdan to‘g‘ri.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati shu bilan izohlanadiki, bu ishda olingan ilmiy natijalar kasr tartibli differensial tenglamalar nazariyasi va chiziqli operatorlarning spektral nazariyasida qo‘llanilishi mumkin.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati olingan ilmiy natijalarni kasr tartibli differensial tenglamalar bilan ifodalangan fizik jarayonlarga tatbiq etish bilan belgilanadi.

Tadqiqot natijalarini joriy etish. Kasr tartibli operator qatnashgan psevdoparabolik va uchinchi tartibli parabola-giperbolik tipdagi differensial tenglamalar uchun to‘g‘ri va teskari masalalar bo‘yicha olingan natijalar asosida:

kasr tartibli operator qatnashgan uchinchi tartibli parabola-giperbolik tipdagi differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalar yechilish usulidan №AP09259137 raqamli “Integro-differensial almashtirishlar uchun ko‘p nuqtali chegaraviy masalalarni yechish usullarini ishlab chiqish” mavzusidagi xorijiy loyihada xususiy hosilali aynigan yadroli integro-differensial tenglamalani yechishda foydalanilgan (Xo‘ja Ahmad Yassaviy nomidagi xalqaro qozoq-turk universitetining 2025 yil 27-fevraldagi №04/557-sonli ma’lumotnomasi, Qozog‘iston). Ilmiy natijani qo‘llanilishi xususiy hosilali aynigan yadroli integro-differensial tenglamalar uchun to‘g‘ri va teskari masalalarining yechilishining yetarli shartlarini aniqlash imkonini bergan;

kasr tartibli Barenblatt-Jeltov-Kochina xususiy hosilali differensial tenglamalari uchun aralash masalani yechish usullaridan №AR09259780 raqamli “Psevdo-parabolik tenglamalar uchun chegaraviy masalalar va Volterra turidagi singular integral tenglamalar” mavzusidagi xorijiy loyihada psevdoparabolik tenglama uchun chegaraviy masalaning yagona yechimga ega bo‘lish shartlarini aniqlashda foydalanilgan (E.A. Buketov nomidagi Qarag‘anda universitetining 2025 yil 14-apreldagi ma’lumotnomasi, Qozog‘iston). Ilmiy natijaning qo‘llanilishi psevdoparabolik tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni tadqiq qilish imkonini bergan.

Tadqiqot natijalarini aprobatsiyasi. Ushbu tadqiqot natijalari 15 ta ilmiy konferensiya, jumladan 12 ta xalqaro va 3 ta respublika ilmiy anjumanlarida muhokama qilindi.

Tadqiqot natijalarini chop etilganligi. Dissertatsiya mavzusi bo‘yicha 23 ta ilmiy ishlar chop etilgan bo‘lib, ulardan 5 tasi O‘zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasi tomonidan dissertatsiyasini himoya qilish uchun tavsiya etilgan jurnallar chop etilgan, 3 tasi Scopus va WoS ma’lumotlar bazalarida indekslangan jurnallarda chop etilgan, 1 tasi respublika jurnallarida chop etilgan maqola va 15 ta tezisni o‘z ichiga oladi.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya kirish, uch bob, xulosa va adabiyotlar ro‘yxatidan iborat. Dissertatsiyaning umumiy hajmi 102 bet.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida tadqiqotlarning dolzarbligi va zarurati kirish qismida asoslangan, tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mosligi ko‘rsatilgan, muammoning o‘rganilganlik darajasi keltirilgan, tadqiqot maqsadi, vazifalari, obyekti va predmeti tavsiflangan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning nazariy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarining joriy qilinishi, nashr etilgan ishlar va dissertatsiya tuzilishi bo‘yicha ma’lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning birinchi bobi “Dastlabki ma’lumotlar**”** deb nomlangan birinchi bobida yordamchi malumotlar keltirilgan bo‘lib, ushbu tadqiqot ishini tushunish uchun qulay bo‘lishi uchun yaratilgan bu yerda yangi natijalar keltirilmagan bu bobda biz kasr tartibli hosilalar va integrallar, Mittag-Leffler tipidagi funksiyasining asosiy xossalarini keltiramiz.

Bundan tashqari Hilfer va Kaputo operatorlari qatnashgan differensial tenglamalar uchun aralash masalalar qaralgan.

Dissertatsiyaning ikkinchi bobi “Barenblatt-Jeltov-Kochina operatori qatnashgan kasr tartibli differensial tenglamalar uchun Bitsadze-Samarskiy tipidagi aralash masalalar” deb nomlangan bo‘lib, kasr tartibli Barenblatt-Jeltov-Kochina tenglamasi uchun Bitsadze-Samarskiy tipidagi aralash masalalarning yagona yechimini topish masalasi tadqiq qilinadi. Aralash masalaning yagona klassik yechimini topish uchun yetarli shartlari o‘rnatiladi. Aralash masalaning yechimi masalada ko`rsatilgan funksiyalar sinfiga tegishli ekanligi isbotlangan.

Ikkinchi bobning birinchi paragrafida bir jinsli bo‘lmagan differensial tenglama uchun Hilferning kasr integro-differensiallash operatori qatnashgan aralash masalani ko‘rib chiqamiz.

$\Omega \equiv \left\{ (t,x) : (0,T)\times(0,1) \right\}$ sohada

$$\left(D^{\alpha,\gamma} - D^{\alpha,\gamma}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) U(t,x) = f\left(t,x\right) \qquad (1)$$

tenglamani va

$$\lim_{t\to+0} J_{0t}^{1-\gamma}\, U(t,x) = \varphi(x), \quad 0 \le x \le 1, \qquad (2)$$

$$U(t,0) = 0, \quad 0 < t \le T, \qquad (3)$$

$$U_x(t,1) = U_x(t,x_0), \;\; 0 < t \le T, \quad 0 < x_0 < 1, \qquad (4)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini izlaymiz. Bu yerda

$$D^{\alpha,\gamma}u(t,x) = J_{0t}^{\beta(1-\alpha)}\frac{d}{dt}J_{0t}^{(1-\beta)(1-\alpha)}u(t,x) = J_{0t}^{\gamma-\alpha}\frac{d}{dt}J_{0t}^{1-\gamma}u(t,x) \;\text{ - Hilfer operatori,}$$

$$J_{0t}^{\alpha}u(t,x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^t \frac{u(s,x)\,ds}{(t-s)^{1-\alpha}} \;\text{ - Riman-Liuvill integral operatori,}$$

$$0 \le \beta \le 1, \quad \gamma = \alpha + \beta - \alpha\beta, \quad 0 < \alpha \le \gamma \le 1, \quad 0 < T < \infty.$$

A shart. $x_0 = \dfrac{p}{q} \in (0,1)$ *ko‘rinishdagi ratsional son, bunda* $q - p = 1$, p *va* q *musbat sonlar bo‘lsin.*

1-masala. (1) tenglamani (2) boshlang‘ich shart, (3)-(4) chegaraviy shartlarni qanoatlantiradigan va quyidagi funksiyalar sinfiga tegishli bo‘lgan noma'lum $U(t,x)$ funksiyani topilsin:

$$t^{1-\gamma}U \in C(\overline{\Omega}), \quad t^{1-\gamma}U_x \in C(\overline{\Omega}), \quad D^{\alpha,\gamma}U_x \in C(\overline{\Omega}), \;\; D^{\alpha,\gamma}U_{xx} \in C(\Omega), \quad U_{xx} \in C(\Omega).$$

1-teorema. Agar berilgan $\varphi(x) \in C^6[0,1]$ va yettinchi tartibli hosilasi bo‘lakli uzluksiz, $f\left(t,x\right) \in C_{t,x}^{0,1}(\Omega)$ funksiyani x o‘zgaruvchi bo ‘yicha ikkinchi tartibli hosilasi bo‘lakli uzluksiz bo‘lsin va

$$\frac{d^i\varphi(x)}{dx^i}\Big|_{x=0}=0,\ \frac{d^j\varphi(x)}{dx^j}\Big|_{x=1}=\frac{d^j\varphi(x)}{dx^j}\Big|_{x=x_0},\ i=0,2,4,6,\ \ j=1,3,5,$$

$$f(t,x)\big|_{x=0}=0,\qquad \frac{df(t,x)}{dx}\Big|_{x=1}=\frac{df(t,x)}{dx}\Big|_{x=x_0},$$

hamda A shart bajarilsin, u holda 1-masala yechimi mavjud va yagona bo‘ladi.

Ikkinchi bobning ikkinchi paragrafida Hilfer operatori qatnashgan kasr tartibli bir jinsli integro-differensial tenglama uchun aralash masalaning yechimini qurish va yagona yechimi mavjudligini isbotladik. Yechimni mavjudligini ko‘rsatishda o‘zgaruvchilarni ajratish usuli foydalanildi. Aralash masalaning yagona yechimi mavjudligi uchun yetarli koeffitsiyent shartlari o‘rnatildi. Yechim qator ko‘rinishida olindi va uni tekis yaqinlashishi ko‘rsatildi.

$\Omega\equiv\{(t,x):(0,T)\times(0,1)\}$ sohada quyidagi

$$\left(D^{\alpha,\gamma}-D^{\alpha,\gamma}\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)U(t,x)=\nu\int_0^T K(t,s)U(s,x)ds \tag{5}$$

tenglamani

$$\lim_{t\to+0}J_{0t}^{1-\gamma}\,U(t,x)=\varphi(x),\ \ 0\le x\le 1, \tag{6}$$

$$U(t,0)=0,\ \ 0\le t\le T, \tag{7}$$

$$U_x(t,1)=U_x(t,x_0),\ \ 0\le t\le T,\quad 0<x_0<1, \tag{8}$$

aralash shartlar bilan qaraymiz, bu yerda

$$K(t,s)=\sum_{r=1}^{k}c_r t^r s^r,\quad c_r=const,$$

$$D^{\alpha,\gamma}=J_{0t}^{\gamma-\alpha}\frac{d}{dt}J_{0t}^{1-\gamma},0<\alpha\le\gamma\le 1 \text{ -Hilfer operatori,}$$

ν nolga teng bo‘lmagan parametr, $0<T<\infty$.

2-masala. (5) tenglamani, (6) boshlang‘ich shart, (7), (8) chegaraviy shartlarni qanoatlantiradigan va quyidagi funksiyalar sinfiga

$$t^{1-\gamma}U\in C(\overline{\Omega}),\ t^{1-\gamma}U_x\in C(\overline{\Omega}),\ \ D^{\alpha,\gamma}U_x\in C(\overline{\Omega}),\ D^{\alpha,\gamma}U_{xx}\in C(\Omega),\ \ U_{xx}\in C(\Omega),$$

tegishli bo‘lgan noma'lum $U(t,x)$ funksiya topilsin, bunda $\overline{\Omega}\equiv\{(t,x):[0,T]\times[0,1]\}$.

Silliqlik sharti. Agar berilgan funksiya $\varphi(x)\in C^6[0,1]$ sinfga tegishli va yettinchi tartibli hosilasi bo‘lakli uzluksiz bo‘lsin va

$$\frac{d^i\varphi(x)}{dx^i}\Big|_{x=0}=0,\ \frac{d^j\varphi(x)}{dx^j}\Big|_{x=1}=\frac{d^j\varphi(x)}{dx^j}\Big|_{x=x_0},\ i=0,2,4,6,\ \ j=1,3,5,$$

shartlar o‘rinli bo‘lsa,

$$\varphi_{1,n}=\int_0^1\varphi(y)\,\omega_{1,n}(y)dy,\quad \varphi_{2,m}=\int_0^1\varphi(y)\,\tilde{\omega}_{2,m}(y)dy,\quad \tilde{\varphi}_{2,m}=\int_0^1\varphi(y)\,\omega_{2,m}(y)dy$$

qiymatlar uchun quyidagi baholar o‘rinli bo‘ladi.

$$\left|\varphi_{1,n}\right| \le \left(\frac{p+q}{2q\pi}\right)^4 \frac{\left|\varphi_{1,n}^{(IV)}\right|}{n^4}, \quad \left|\varphi_{2,m}\right| \le \left(\frac{1}{2q\pi}\right)^4 \frac{\left|\varphi_{2,m}^{(IV)}\right|}{m^4} + 4\left(\frac{1}{2q\pi}\right)^5 \frac{\left|\tilde{\varphi}_{2,m}^{(IV)}\right|}{m^5},$$

$$\tilde{\varphi}_{2,m} \le \left(\frac{1}{2q\pi}\right)^6 \frac{\left|\tilde{\varphi}_{2,m}^{(VI)}\right|}{m^6},$$

bu yerda

$$\varphi_{1,n}^{(IV)} = \int_0^1 \frac{\partial^4 \varphi(y)}{\partial y^4} \omega_{1,n}(y)\,dy, \quad \varphi_{2,m}^{(IV)} = \int_0^1 \frac{\partial^4 \varphi(y)}{\partial y^4} \tilde{\omega}_{2,m}(y)\,dy,$$

$$\tilde{\varphi}_{2,m}^{(VI)} = \int_0^1 \frac{\partial^6 \varphi(y)}{\partial y^6} \omega_{2,m}(y)\,dy.$$

2-teorema. Agar A shart va silliqlik sharti bajarilsa u holda ν parametrning regular qiymatlari uchun (5)-(8) masalaning formal yechimi mavjud va yagona bo‘ladi.

Dissertatsiyaning “**Kaputo operatori qatnashgan uchinchi tartibli parabola-giperbolik tipdagi tenglama uchun chegaraviy masalalar”** deb nomlangan uchinchi bobida aralash tipdagi kasr tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalar tadqiq etilgan.

Ushbu bobning birinchi paragrafida Gerasimov-Kaputo operatori qatnashgan o‘zgarish chizig‘i xarakteristika bo‘lmagan uchinchi tartibli aralash turdagi tenglama uchun chegaraviy masala qaralgan. Masala yechimining mavjud va yagonaligi integral tenglamalar nazariyasidan foydalanib isbotlangan.

Ω sohada

$$(a\frac{\partial}{\partial x} + b\frac{\partial}{\partial y} + c)Lu = 0 \tag{9}$$

tenglamani qaraymiz. Bu yerda

$$Lu \equiv \begin{cases} L_1 u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - {}_C D_{0y}^{\alpha} u; & (x,y) \in \Omega_1 \\ L_2 u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}; & (x,y) \in \Omega_2 \end{cases}$$

va ${}_C D_{ay}^{\alpha}$ operator $u(x,y)$ funksiya uchun $0<\alpha<1$ tartibli Kaputo operatori:

$${}_C D_{oy}^{\alpha} u(y) = D_{oy}^{\alpha}\left[u(y) - \sum_{k=0}^{n} \frac{u^{(k)}(y)}{k!} y^k\right],$$

a, b, c - berilgan sonlar, shuningdek $1 \le \frac{b}{a} < +\infty$.

Ω soha $x>0$ da $B_0A_0 = \{(x,y): x=1, 0<y<h\}$, $BB_0 = \{(x,y): y=1, 0<x<1\}$ va $A_0A = \{(x,y): y=0, 0<x<1\}$ kesmalar bilan $x<0$ da esa (9) tenglamaning

$AC: x+y=0,\quad BC: y-x=1$ xarakteristikalar bilan chegaralangan. Bu yerda $A(0,0),\ B(0,1)$ va $C\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$. Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$\Omega_1=\Omega\cap\{x>0\},\ \Omega_2=\Omega\cap\{x<0\}=\left\{(x,y):-\frac{1}{2}<x<0,-x<y<x-1\right\}.$$

1-ta'rif. *Agar $u(x,y)$ funksiya (9) tenglamani qanoatlantirsa va Lu operatorga kiruvchi barcha hosilalari uzluksiz bo'lib, $Lu\in C^1(\Omega)$ shart bajarilsa, u holda $u(x,y)$ funksiya (9) tenglamaning regulyar yechimi deyiladi.*

3-masala. Quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $u(x,y)$ funksiya topilsin:

1) $u(x,y)\in C\left(\overline{\Omega}\right)$ funksiya (9) tenglamani Ω sohada $x\neq 0$ bo'lgandagi regular yechimi;

2) $u(x,y)$ funksiya quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi

$$\alpha_1 u(1,y)+\alpha_2 u_x(1,y)=\varphi_1(y),\quad 0<y<1,$$
$$u(x,0)=\psi_1(x),\quad 0\leqslant x<1,$$
$$u|_{AC}=\varphi_2(y),\quad 0\leqslant y<\frac{1}{2},$$
$$\frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{AC}=\varphi_3(y),\quad 0\leqslant y<\frac{1}{2},$$
$$\lim_{y\to+0} {}_C D_{0y}^{\alpha}u(x,y)=\psi_2(x)\quad 0<x<1,$$

3) $u(x,y)$ funksiya AB chiziqda quyidagi ulash shartlarini

$$u_x(+0,y)=\lambda_1(y)u_x(-0,y)+\lambda_2(y)u_y(-0,y)+\lambda_3(y)u(0,y)+\lambda_4(y),\quad 0<y<1,$$
$$u_{xx}(-0,y)=u_{xx}(+0,y),\quad 0<y<1;$$

qanoatlantirsin. Bunda n-inchi normal, $\lambda_i(x),\ \varphi_j(y),\ \psi_k(x)$ $\left(i=\overline{1,4},\ j=\overline{1,3},\ k=1,2\right)$ berilgan funksiyalar, shuningdek, $\psi_1(0)=\varphi_2(0)$.

3-teorema. *Agar berilgan funksiyalar uchun*

$$\varphi_1(y)\in C(0,1),\ \varphi_2(y)\in C^1\left[0,\frac{1}{2}\right]\cap C^3\left(0,\frac{1}{2}\right),\quad \varphi_3(y)\in C\left[0,\frac{1}{2}\right]\cap C^2\left(0,\frac{1}{2}\right),$$
$$\psi_1(x)\in C[0,1]\cup C^2(0,1),\quad \psi_2(x)\in C(0,1),\quad \lambda_i(y)\in C(0,1)(i=1,4)$$

shartlar bajarilsa, u holda 3-masala yechimi mavjud va yagona bo'ladi.

Uchinchi bobning ikkinchi paragrafida o'zgarish chizig'i xarakteristika bo'lgan uchinchi tartibli parabola-giperbolik tipdagi tenglama uchun chegaraviy masala tadqiq qilingan.

Ω soha $y>0$ da $B_0A_0=\{(x,y):x=1,0<y<h\}$, $BB_0=\{(x,y):y=1,0<x<1\}$, $A_0A=\{(x,y):y=0,0<x<1\}$ kesmalar bilan $y<0$ da to'lqin tarqalish tenglamasining xarakteristikalari: $AC: x+y=0,\ BC: x-y=1$ bilan chegaralangan, bu yerda $A(0,0),\ B(1,0)$ va $C\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$. Quyidagi belgilashni kiritamiz: $\Omega_1=\Omega\cap\{y>0\}$, $\Omega_2=\Omega\cap\{y<0\}$.

Ω sohada quyidagi aralash tenglamani qaraymiz:

$$\left(a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\right)Lu=0, \tag{10}$$

bu yerda

$$Lu=\begin{cases}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-{}_C D_{0y}^{\alpha}u, & (x,y)\in\Omega_1,\\[2mm] \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}, & (x,y)\in\Omega_2,\end{cases}$$

${}_C D_{ay}^{\alpha}$ - tartibi α $(0<\alpha<1)$ bo‘lgan Kaputo operatori, a,b va c berilgan sonlar.

2-ta’rif. Agar $u(x,y)$ funksiyaning Lu operatorga kiruvchi barcha hosilalari uzluksiz va $Lu\in C^1(\Omega\setminus AB)$ bo‘lsa, $u(x,y)$ funksiya (10) tenglamani *regular yechimi* deyiladi.

4-masala. (10) tenglamani Ω sohadagi regular yechimi bo‘lgan $u(x,y)$ funksiya quyidagi sinfga tegishli

$$\Big\{W=u(x,y):u(x,y)\in C(\bar\Omega)\cap C^1\left(\Omega_2\cup\overline{AC}\cup\{\{y=0\}\cap\{0\le x<1\}\}\right),$$
$$u_x\in C\left((\overline{\Omega_1})\setminus A_0B_0\right),\ u_{xx}\in C\left(\Omega_1\cup AA_0\right)\Big\}$$

va quyidagi chegaraviy shartlarni

$$\alpha_1 u(0,y)+\alpha_2 u_x(0,y)=\varphi_1(y),\ \ 0\leqslant y<h,$$
$$\beta_1 u(1,y)+\beta_2 u_x(1,y)=\varphi_2(y),\ \ 0\leqslant y<h,$$
$$u_{xx}(0,y)=\varphi_3(y),\ \ 0<y<h,$$
$$u\big|_{AC}=\psi_1(x),\ \ 0\leqslant x\leqslant\frac{1}{2},$$
$$\frac{\partial u}{\partial n}\bigg|_{AC}=\psi_2(x),\ \ 0\leqslant x\leqslant\frac{1}{2},$$

hamda *AB* kesmada quyidagi ulash shartini:

$$\lim_{y\to+0}{}_C D_{0y}^{\alpha}u(x,y)=\lambda_1(x)u_y(x,-0)+\lambda_2(x)u_x(x,-0)+$$
$$+\lambda_3(x)u(x,0)+\lambda_4(x)\int_0^y r(t)u(t,-0)dt+\lambda_5(x),\ x\in(0,1)$$

qanoatlantirsin. Bu yerda $0<\dfrac{b}{a}\le 1$ va n ichki normal, $\varphi_i(y)$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, $\lambda_j(x)$ $(i=\overline{1,3},\ j=\overline{1,5})$ - berilgan funksiyalar, α_k,β_k $(k=\overline{1,2})$ - berilgan sonlar, shuningdek, $\alpha_1^2+\alpha_2^2\neq 0$, $\beta_1^2+\beta_2^2\neq 0$.

4-teorema. Agar $\alpha_2\neq 0,\beta_1\neq 0$ bo‘lsa va

$$\varphi_1(y),\varphi_2(y)\in C[0,h],\ \ \varphi_3(y)\in C[0,h]\cup C^1(0,h),$$
$$\lambda_i(x)\in C\left[0,1\right],\ \lambda_5(x)\in C[0,1]\cup C^1(0,1),$$

$$\psi_1(x)\in C\left[0,\frac{1}{2}\right]\cap C^3\left(0,\frac{1}{2}\right),\psi_2(x)\in C\left[0,\frac{1}{2}\right]\cap C^2\left(0,\frac{1}{2}\right), r(t)\in C[0,h]$$

shartlar o‘rinli bo‘lsa, u holda 4-masala yechimi mavjud va yagonadir.

Uchinchi bobning uchinchi paragrafida Kaputo operatori qatnashgan parabolik-giperbolik tipdagi uchinchi tartibli tenglama uchun teskari masala tadqiq qilingan.

Ω sohada

$$\left(a\frac{\partial}{\partial x}+b\right)Lu = f(x)g(y)$$

tenglamani qaraymiz. Bunda

$$Lu\equiv\begin{cases} L_1u=u_{xx}-{}_C D_{0y}^{\alpha}u, & (x,y)\in\Omega_1,\\ L_2u=u_{xx}-u_{yy}, & (x,y)\in\Omega_2,\end{cases}\qquad g(y)\equiv\begin{cases} g_1(y), & y>0,\\ g_2(y), & y<0,\end{cases}$$

a,b - berilgan sonlar. Shuningdek $a\neq 0$.

5-masala. Quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $\{u(x,y), f(x)\}$ funksiyalar jufti topilsin:

1) $f(x)\in C(0,1)\cap L_1(0,1);$

2) $u(x,y)\in C\left(\overline{\Omega}\right);\ u\in C^1(\overline{\Omega_2}\cup\overline{BC});\ {}_C D_{0y}^{\alpha}u\in C(\Omega_1\cup AB);\ {}_C D_{0y}^{\alpha}u_x\in C(\Omega_1);$

3) $u_{xx}\in C(\Omega_1\cup AA_0);\ u_{xxx}\in C(\Omega_1);\ u_{xxx},u_{yyx}\in C(\Omega_2);$

4) $u(x,y)$ quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantirsin:

$$u(0,y)=\varphi_1(y),\quad 0\leqslant y\leqslant h;$$
$$u(1,y)=\varphi_2(y),\ \ 0\leqslant y\leqslant h;$$
$$u_{xx}(0,y)=\varphi_3(y),\quad 0<y<h;$$
$$u\big|_{AC}=\psi_1(x),\ \ 0\leqslant x\leqslant\frac{1}{2};$$
$$u\big|_{BC}=\psi_2(x),\ \ \frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 1;$$
$$\frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{AC}=\psi_3(y),\ \ -\frac{1}{2}\leqslant y<0;$$

5) $u(x,y)$ funksiya *AB* da integral ulash shartini qanoatlantirsin

$$\lim_{y\to+0}{}_C D_{0y}^{\alpha}u(x,y)=\lambda_1(x)u_y(x,-0)+\lambda_2(x)u_x(x,-0)+$$
$$+\lambda_3(x)u(x,0)+\lambda_4(x)\int_0^x r(t)u(t,0)dt+\lambda_5(x),\ x\in(0,1),$$

bunda n ichki normal $\varphi_i(y),\ \psi_j(x),\ \psi_3(y),\ g_j(y),\ \lambda_k(x)$ $i=\overline{1,3},$ $j=\overline{1,2},$ $k=\overline{1,5}$ berilgan funksiya, shuningdek $\sum_{i=1}^{4}\lambda_i^2\neq 0.$

5-teorema. Agar quyidagi shartlar bajarilsa

$$\varphi_1(y)\in C[0,h]\cap C^1[0,h),\ \varphi_2(y)\in C[0,h],\ \varphi_3(y)\in C\left[0,h\right],\quad \lambda_i(x)\in C\left[0,1\right]$$

$$\psi_1(x)\in C^3\left(0,\frac{1}{2}\right)\cap C\left[0,\frac{1}{2}\right],\ \ \psi_2(x)\in C^3\left(\frac{1}{2},1\right)\cap C\left[\frac{1}{2},1\right],$$

$$\psi_3(y)\in C^2\left(-\frac{1}{2},0\right)\cap C\left[-\frac{1}{2},0\right], r(t)\in C(0,1),\ g_1(y)\in C[0,h),\ g_2(y)\in C(0,h),$$

$$ag_2(y)>0,\ ag_1(0)<0,\ \lambda_1(x)>0 \quad \text{yoki} \quad ag_2(y)<0,\ ag_1(0)>0,\ \lambda_1(x)>0,$$

u holda 5-masalaning yechimi mavjud va yagonadir.

XULOSALAR

Dissertatsiya ishi kasr tartibli operator qatnashgan psevdoparabolik va uchinchi tartibli parabola-giperbolik tipdagi differensial tenglamalar uchun to‘g‘ri va teskari masalalar yechishga bagishlangan.

Tadqiqotning asosiy natijalari quyidagilardan iborat:

1. Hilfer operatori qatnashgan bir jinsli bo‘lmagan Barenblatt-Jeltov-Kochina tenglamasi uchun Bitzedze-Samarskiy masalasi qaralgan. Qo‘yilgan masala uchun yechimning mavjudligi va yagonaligi haqidagi teoremani isbotlandi, Masalaning yechimi cheksiz qator ko‘rinishda topildi.

2. Hilfer operatori qatnashgan bir jinsli kasr tartibli psevdoparabolik tipdagi tenglama uchun boshlang‘ich chegaraviy masala tadqiq qilingan. O‘zgaruvchilarni ajratish usulidan foydalanib masalaning klassik yechimini Furye qatori ko‘rinishida oldik, bu yerda yechim ikki o‘zgaruvchili Mittag-Leffler turidagi funksiya bilan ifodalangan.

3. Uchinchi tartibli parabolik-giperbolik tipdagi tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni yechimining yagonaligi va mavjudligi Volterra integral tenglamalar nazariyasiga asoslanib isbotlangan.

4. Uchinchi tartibli parabola-giperbolik tipdagi tenglamalar uchun integral ulash shartli teskari masala tadqiq qilingan. Masalaning yagona regulyar yechimi mavjudligi uchun zaruriy shartlar olingan.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И. РОМАНОВСКОГО**

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

МАТЧАНОВА АИГУЛ АЗАТБАЕВНА

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИХ И ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ДРОБНЫМ ОПЕРАТОРОМ

01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

ТАШКЕНТ – 2025

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан за № B2025.2.PhD/FM1056.

Диссертация выполнена в Институте математики имени В.И. Романовского.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://kengash.mathinst.uz) и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» (http://www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Юлдашев Турсун Камалдинович** доктор физико-математических наук, доцент
Официальные оппоненты:	**Дурдиев Дурдимурод Каландарович** доктор физико-математических наук, профессор
	Болтаева Умида Исмоиловна доктор физико-математических наук
Ведущая организация:	**Национальный университет Узбекистана**

Защита диссертации состоится 29 июля 2025 года в 16;00 на заседании Научного совета DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 при Институте Математики имени В.И. Романовского. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9. Тел.: (+99871) 207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz)

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института Математики имени В.И. Романовского (зарегистрирована за № 207). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9. Тел.: (+99871) 207-91-40).

Автореферат диссертации разослан 14 июля 2025 года.
(протокол рассылки № 2 от 14 июля 2025 года).

У.А. Розиков
Председатель Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., академик

Ж.К. Адашев
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., старший научный сотрудник

А.А.Азамов
Председатель Научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., академик

ВВЕДЕНИЯ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многочисленные научные и прикладные исследования, проводимые на международном уровне, свидетельствуют о высокой актуальности изучения краевых задач для дифференциальных уравнений дробного порядка. Изначально итальянские учёные предложили заменить классическое уравнение диффузии новой моделью – уравнением дробной диффузии, которое стало основой для построения новых математических моделей многих процессов в таких областях, как физика, биология и электрохимия. Дифференциальное и интегральное исчисление возникли как результат поиска эффективных методов моделирования подобных процессов. Сложность уравнений, связанных с такими моделями, а также недостаточная разработанность аналитических и численных методов их решения делают развитие исследований в этой области одним из приоритетных направлений современной науки. В годы независимости в нашей стране усилилось внимание к научным направлениям, имеющим практическую значимость. В частности, особое внимание уделяется поиску эффективных методов решения краевых задач для уравнений смешанного типа, проводимому учёными нашей республики. В этом направлении достигнуты значительные результаты, особенно в изучении прямых и обратных задач для дифференциальных уравнений. Исходя из Стратегии развития Республики Узбекистан, применение полученных результатов в научных исследованиях по математике имеет большое значение для повышения эффективности в экономической сфере.

В настоящее время особую значимость приобретают исследования свойств операторов дробного порядка, изучение краевых задач для дифференциальных уравнений более высокого порядка, а также применение полученных результатов на практике. В связи с этим одной из приоритетных задач является реализация целевых научных исследований, в том числе по следующим направлениям: исследование краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными дробного порядка, определение условий единственности решения обратных задач по нахождению функции источника для дифференциальных уравнений с частными производными и дробными операторами, изучение свойств дробных интегро-дифференциальных операторов и их применение при решении краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Научные исследования, проведённые по указанным выше направлениям, обосновывают актуальность данной диссертационной темы.

В нашей Республике уделяется большое внимание наукам, обладающим как теоретическим, так и практическим значением, и уже достигнуты определённые результаты. В частности, одним из приоритетных направлений является изучение прямых и обратных задач для уравнений смешанного типа и поиск эффективных методов их решения. Проведение научных исследований по основным направлениям математики на уровне международных стандартов определено в числе приоритетных задач и направлений деятельности Института математики имени В.И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан.[2] В целях реализации соответствующих постановлений особую актуальность приобретает развитие теории уравнений смешанного типа с частными производными как целого, так и дробного порядка.

Данная диссертационная работа в определённой степени направлена на реализацию задач, обозначенных в постановлениях Президента Республики Узбекистан. Предмет и объект настоящей диссертации выбраны в соответствии с актуальными направлениями, отражёнными в Указе Президента Республики Узбекистан от 7 февраля 2017 года № ПФ-4947 «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии государственных управленцев при Президенте Республики Узбекистан». Кроме того, данное диссертационное исследование соответствует задачам, определённым в следующих нормативно-правовых актах: Постановлении Президента Республики Узбекистан от 27 апреля 2018 года №ПП-3682 «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы внедрения инновационных идей, технологий и проектов в практику», Постановлении Президента Республики Узбекистан от 9 июля 2019 года №ПП-4387 «О мерах по дальнейшему развитию математического образования и науки, а также по коренному совершенствованию деятельности Института математики имени В.И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан», Указе Президента Республики Узбекистан от 7 мая 2020 года № ПФ-4708 «О мерах по повышению качества образования и научных исследований в области математики». Данное диссертационное исследование может быть широко использовано в процессе реализации задач, определённых в указанных выше нормативно-правовых документах, регулирующих соответствующую сферу деятельности.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация

Данное диссертационное исследование выполнено в рамках IV приоритетного направления развития науки и технологий Республики Узбекистан «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Дифференциальные уравнения служат основой для многочисленных математических моделей, описывающих широкий класс физико-химических процессов, протекающих в фрактальные среды, а также для математического моделирования экономических и социально-биологических явлений. Это послужило толчком к разработке теории краевых задач для дифференциальных уравнений дробного порядка, которая в настоящее время является одним из интенсивно

---

[2] Указ Президента Республики Узбекистан № ПП-4387 от 09 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института математики имени В. И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан».

развивающихся направлений современной математики. Начальные результаты, связанные с интегро-дифференциальным исчислением дробного порядка, принадлежат математикам Н. Абелю и Ж. Лиувиллю. Дальнейшее развитие этой теории связано с именами таких учёных, как А. В. Летников, А. Зигмунд, М. М. Джрбашян, В. К. Вебер, А. А. Кильбас, С. Г. Самко, М. Капута, Р. Горенфло, Ф. Майнарди и других. Развитию дробного исчисления способствовала монография С. Г. Самко, А. А. Кильбаса и О. А. Маричева, изданная в 1987 году, в которой впервые в мировой монографической литературе были систематически представлены как классические, так и современные результаты, полученные в рамках данной теории. Следует отметить, что, несмотря на то что теория дифференцирования дробного порядка возникла вскоре после создания классического дифференциального исчисления целого порядка, её активное применение в прикладных задачах началось сравнительно недавно.

В теории дифференциальных уравнений начальные результаты, связанные с применением интегро-дифференцирующих операторов, встречаются в работах учёных М.М. Джрбашяна и А.Б. Нерсесяна. Ими была исследована задача Коши для дифференциального уравнения с одной переменной на предмет существования и единственности решения с использованием обобщённого интегро-дифференцирующего оператора Римана–Лиувилля, ныне носящего их имена. Рассматриваемая задача сводится к интегральному уравнению типа Вольтерра, а её решение выражается с помощью специальных функций типа Миттага–Леффлера. М.М. Джрбашян также исследовал первую краевую задачу в случае, когда порядок уравнения меньше двух.

Теория дробных дифференциальных уравнений приобрела большое значение за последние десятилетия. Это связано, прежде всего, с её широким применением в различных областях современной науки и техники. В свою очередь, рост популярности данной теории привлёк внимание специалистов, в результате чего было проведено множество научных исследований, посвящённых математическим аспектам дробных дифференциальных уравнений и методов их решения. Различные задачи для дифференциальных уравнений дробного порядка по времени были изучены многими учёными. В частности, отечественные исследователи Ш. Алимов, Р. Ашуров, Б. Кадиркулов, Э. Каримов, З. Собиров, О. Абдуллаев, Т. Юлдашев и другие достигли новых научных результатов в данном направлении. В начале XXI века были опубликованы ряд научных работ, посвящённых применению производных дробного порядка. В частности, неравенство, полученное А. Алихановым, имеет важное значение для получения априорных оценок в задачах с дробными дифференциальными уравнениями. А. В. Псху исследовал начальные и начально-краевые задачи для дробных дифференциальных уравнений с использованием метода функции Грина. Кроме того, имеется множество исследований, посвящённых обратным задачам по определению правой части уравнений с дробными производными. В статье М. Ружанского, Н. Токмагамбетова и Б. Т. Торебека рассмотрена обратная задача по определению правой части для уравнения субдиффузии с дробной производной в смысле Капута. В этом случае эллиптическая часть представляет собой произвольный эллиптический оператор с дискретным спектром, и авторы доказали существование и единственность обобщённого решения с использованием метода Фурье. Р. Ашуров и его ученики активно проводят научные исследования, посвящённые обратным задачам по определению порядка производной в дробных дифференциальных уравнениях. Кроме того, Д. Дурдиев и его ученики исследовали обратные задачи с различными коэффициентами для дифференциальных уравнений дробного порядка по времени.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами научно-исследовательского учреждения, где выполнена диссертация.

Данная диссертационная работа выполнена с плановой темой научно-исследовательских работ Ф-ФА-2021-424 «Решение краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными целого и дробного порядка».

Целью исследования является исследование краевых задач для уравнений смешанного парабола-гиперболического типа с оператором Капута, а также решение нелокальных краевых задач для дробного уравнения Баренблатта-Желтова-Кочина.

Задачи исследования:

доказать существование и единственность решения локальных и нелокальных задач для уравнений, содержащих дифференциальные, интегральные и интегро-дифференциальные операторы дробного порядка;

доказать существование и единственность решения задачи Бицадзе-Самарского для дробного уравнения Баренблата-Желтова-Кочина с однородными начальными условиями;

доказать существование и единственность решения задачи Бицадзе-Самарского для дробного уравнения Баренблата-Желтова-Кочина с неоднородными начальными условиями;

постановка прямой задачи с интегральными условиями сшивания для парабола-гиперболического уравнения без характеристики переходной линии и определение класса решений, обеспечивающего единственность решения;

постановка прямой задачи с интегральными условиями сшивания для парабола-гиперболического уравнения с характеристикой переходной линии и определение класса решений, обеспечивающего единственность решения;

доказать существование и единственность решения обратной задачи для парабола-гиперболического уравнения третьего порядка.

Объектом исследования являются дробное уравнение Баренблата–Желтова–Кочина и дифференциальные уравнения смешанного типа с частными производными дробного порядка.

Предметом исследования являются смешанные и краевые задачи для дробного уравнения Баренблата–Желтова–Кочина и дифференциальные уравнения смешанного типа с частными производными дробного порядка.

Методы исследования. В данной диссертации применялись методы математического анализа, методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных, теория специальных функций, а также методы интегральных уравнений и неравенств. В работе применялся метод разделения переменных из методов математической физики, а также использовалась теория полноты системы собственных функций.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

для уравнения Баренблатта–Желтова–Кочина с оператором Хильфера доказаны существование и единственность решения начально-краевой задачи;

для параболо-гиперболических уравнений с оператором Капута применён метод последовательных приближений, с помощью которого доказано существование решения;

для обратной задачи третьего порядка параболо-гиперболического типа установлены классы заданных функций и условия, обеспечивающие единственность её решения.

Практические результаты исследования заключаются в следующем: В диссертации получены основные фундаментальные теоретические результаты, позволяющие изучать смешанные задачи для дробного уравнения Баренблатт–Желтов–Кочина и краевые задачи для уравнений смешанного типа. Эти результаты обладают значительным практическим потенциалом, например, они могут быть использованы как математические модели, описывающие различные процессы в средах с фрактальной структурой и решающие важные практические задачи, связанные с их применением.

Достоверность результатов исследования.

Достоверность полученных в диссертации результатов обоснована применением признанных в математике методов анализа, общей теорией смешанных и краевых задач для уравнений с дробными производными, а также строгими и полными доказательствами теорем.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов исследования заключается в том, что полученные научные результаты могут быть применены в теории дифференциальных и интегральных уравнений дробного порядка, а также в спектральной теории линейных операторов.

Практическая значимость исследования определяется возможностью применения полученных научных результатов к физическим процессам, описываемым дифференциальными уравнениями дробного порядка.

Внедрение результатов исследования. На основе полученных результатов по прямым и обратным задачам для псевдопараболических и третьего порядка парабола-гиперболических дифференциальных уравнений с участием операторов дробного порядка:

метод решения краевых задач для дифференциальных уравнений параболо-гиперболического типа третьего порядка с дробным оператором был использован в рамках зарубежного проекта № AP09259137 «Разработка методов решения многоточечных краевых задач для интегро-дифференциальных преобразований» при решении интегро-дифференциальных уравнений с частными производными и вырожденным ядром (справка № 04/557 Международного казахско-турецкого университета имени Ходжи Ахмеда Ясави от 27 февраля 2025 года, Казахстан). Применение научного результата позволило определить достаточные условия разрешимости прямых и обратных задач для интегро-дифференциальных уравнений с частными производными и вырожденным ядром;

методы решения смешанной задачи для дифференциальных уравнений с частными производными дробного порядка типа Баренблатта–Желтова–Кочина были использованы в рамках зарубежного проекта № AR09259780 «Краевые задачи для псевдопараболических уравнений и сингулярные интегральные уравнения типа Вольтерра» при определении условий единственности решения краевой задачи для псевдопараболического уравнения (справка Карагандинского университета имени Е.А. Букетова от 14 апреля 2025 года, Казахстан). Применение научного результата позволило исследовать краевые задачи для псевдопараболических уравнений.

Апробация результатов исследования. Результаты данного исследования были обсуждены на 12 международных и 3 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 20 научных работ, из которых 5 в научных изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертации на соискание степени PhD. В том числе 4 статей опубликованы в зарубежных журналах и 1 в республиканском журнале.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка использованной литературы. Общий объём диссертации составляет 102 страницы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** обоснована актуальность и необходимость проведённых исследований, показано соответствие темы приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики, представлена степень изученности проблемы, описаны цель и задачи исследования, объект и предмет исследования. Изложены научная новизна и практические результаты работы, раскрыто теоретическое и практическое значение полученных результатов, приведены сведения о внедрении результатов исследования, опубликованных работах и структуре диссертации.

Первая глава диссертации под названием **«Предварительные результаты»** содержит вспомогательные материалы, представленные с целью облегчения понимания данного исследовательского труда. Новые результаты в этой главе не приводятся. В ней изложены основные свойства производных и интегралов дробного порядка, а также функций типа Миттага–Леффлера.

Кроме того, рассмотрены смешанные задачи для дифференциальных уравнений с операторами Хильфера и Капута.

Вторая глава диссертации под названием **«Смешанные задачи типа Бицадзе–Самарского для дифференциальных уравнений дробного порядка с оператором Баренблатта–Желтова–Кочина»** посвящена исследованию задачи нахождения единственного решения смешанных задач типа Бицадзе–Самарского для уравнения дробного порядка Баренблатта–Желтова–Кочина.

Установлены достаточные условия существования единственного классического решения смешанной задачи. Доказано, что решение задачи принадлежит классу функций, указанному в постановке задачи.

В **первом параграфе второй главы** рассматривается **“Смешанная задача с оператором дробного интегро-дифференцирования Хильфера для неоднородного дифференциального уравнения”.**

В области $\Omega \equiv \{(t,x):(0,T)\times(0,1)\}$ рассматривается уравнение

$$\left(D^{\alpha,\gamma}-D^{\alpha,\gamma}\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)U(t,x)=f(t,x) \tag{1}$$

с начальными и граничными условиями

$$\lim_{t\to+0}J_{0t}^{1-\gamma}U(t,x)=\varphi(x),\quad 0\le x\le 1, \tag{2}$$

$$U(t,0)=0,\quad 0<t\le T, \tag{3}$$

$$U_x(t,1)=U_x(t,x_0),\ \ 0<t\le T,\quad 0<x_0<1. \tag{4}$$

Искомое решение уравнения (1) должно удовлетворять этим смешанным условиям. Здесь

$$D^{\alpha,\gamma}u(t,x)=J_{0t}^{\gamma-\alpha}\frac{d}{dt}J_{0t}^{1-\gamma}u(t,x)\ \text{ – оператора Хильфера,}$$

$$J_{0t}^{\alpha}u(t,x)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^t\frac{u(s,x)\,ds}{(t-s)^{1-\alpha}}\ \text{ – оператора Риман–Лиувиля,}$$

$$0<\alpha\le\gamma\le 1,\quad 0<T<\infty.$$

Условие А. x_0 – рациональное число вида $\dfrac{p}{q}\in(0,1)$, где $q-p=1, p$ и q положительные числа.

Задача 1. Найти $U(x,t)$ неизвестную функцию, принадлежащую следующему классу функций и удовлетворяющую уравнению (1), начальному условию (2), а также граничным условиям (3)-(4).

$$t^{1-\gamma}U\in C(\overline{\Omega}),\quad t^{1-\gamma}U_x\in C(\overline{\Omega}),\quad D^{\alpha,\gamma}U_x\in C(\overline{\Omega}),\quad D^{\alpha,\gamma}U_{xx}\in C(\Omega),\quad U_{xx}\in C(\Omega).$$

Теорема 1. Пусть заданная функция $\varphi(x)\in C^6[0,1]$ и её седьмая производная кусочно-непрерывна, $f\left(t,x\right)\in C_{t,x}^{0,1}(\Omega\times R)$ вторая производная по x переменной кусочно-непрерывна, и выполняются условия

$$\frac{d^i\varphi(x)}{dx^i}\Big|_{x=0}=0,\ \ \frac{d^j\varphi(x)}{dx^j}\Big|_{x=1}=\frac{d^j\varphi(x)}{dx^j}\Big|_{x=x_0},\ \ i=0,2,4,6,\ \ j=1,3,5,$$

$$f\left(t,x\right)\big|_{x=0}=0,\qquad \frac{df\left(t,x\right)}{dx}\Big|_{x=1}=\frac{df\left(t,x\right)}{dx}\Big|_{x=x_0},$$

и условие А выполняется. Тогда задача1 имеет единственное решение.

Во втором параграфе второй главы для смешанной задачи с дробным порядком однородного интегро-дифференциального уравнения, содержащего оператор Хильфера, было построена её решение и доказаны существование и единственность решения. Для доказательства существования решения применялся метод Фурье, основанный на разделении переменных. Для единственности решения смешанной задачи установлены достаточные условия на коэффициенты. Показана равномерная сходимость полученных рядов.

В области $\Omega\equiv\left\{\left(t,x\right):(0,T)\times(0,1)\right\}$рассматриваем следующее уравнение

$$\left(D^{\alpha,\gamma}-D^{\alpha,\gamma}\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)U(t,x)=\nu\int_0^T K(t,s)U(s,x)ds \tag{5}$$

с смешанными условиями

$$\lim_{t\to+0}J_{0t}^{1-\gamma}U(t,x)=\varphi(x),\ \ 0\le x\le 1, \tag{6}$$

$$U(t,0)=0,\ \ 0\le t\le T, \tag{7}$$

$$U_x(t,1)=U_x(t,x_0),\ \ 0\le t\le T,\quad 0<x_0<1, \tag{8}$$

где

$$K(t,s)=\sum_{r=1}^{k}c_r t^r s^r,\quad c_r=const,$$

$$D^{\alpha,\gamma}=J_{0t}^{\gamma-\alpha}\frac{d}{dt}J_{0t}^{1-\gamma},0<\alpha\le\gamma\le 1 \text{ - оператор Хилфера,}$$

ν действительный параметр, не равный нулю, $0<T<\infty$.

Задача 2. Найти функцию $U(t,x)$, удовлетворяющую уравнению (5), начальному условию (6), граничным условиям (7), (8) и принадлежащую следующему классу функций:

$$t^{1-\gamma}U\in C(\overline{\Omega}),\ t^{1-\gamma}U_x\in C(\overline{\Omega}),\ D^{\alpha,\gamma}U_x\in C(\overline{\Omega}),\ \ D^{\alpha,\gamma}U_{xx}\in C(\Omega),\ U_{xx}\in C(\Omega),$$

где $\bar{\Omega}\equiv\left\{\left(t,x\right):[0,T]\times[0,1]\right\}$.

Условие гладкости. Если заданная функция принадлежит классу $\varphi(x)\in C^6[0,1]$ и ее производная седьмого порядка кусочно-непрерывна, а также выполняются условия

$$\frac{d^i\varphi(x)}{dx^i}\Big|_{x=0}=0,\ \ \frac{d^j\varphi(x)}{dx^j}\Big|_{x=1}=\frac{d^j\varphi(x)}{dx^j}\Big|_{x=x_0},\ \ i=0,2,4,6,\ \ j=1,3,5,,$$

пусть

$$\varphi_{1,n}=\int_0^1\varphi(y)\,\omega_{1,n}(y)dy,\ \ \varphi_{2,m}=\int_0^1\varphi(y)\,\tilde{\omega}_{2,m}(y)dy,\ \ \tilde{\varphi}_{2,m}=\int_0^1\varphi(y)\,\omega_{2,m}(y)dy,$$

то справедливы следующие оценки для величин

$$\left|\varphi_{1,n}\right|\le\left(\frac{p+q}{2q\pi}\right)^4\frac{\left|\varphi_{1,n}^{(IV)}\right|}{n^4},\ \ \left|\varphi_{2,m}\right|\le\left(\frac{1}{2q\pi}\right)^4\frac{\left|\varphi_{2,m}^{(IV)}\right|}{m^4}+4\left(\frac{1}{2q\pi}\right)^5\frac{\left|\tilde{\varphi}_{2,m}^{(IV)}\right|}{m^5},$$

$$\tilde{\varphi}_{2,m}\le\left(\frac{1}{2q\pi}\right)^6\frac{\left|\tilde{\varphi}_{2,m}^{(VI)}\right|}{m^6},$$

где

$$\varphi_{1,n}^{(IV)}=\int_0^1\frac{\partial^4\varphi(y)}{\partial y^4}\omega_{1,n}(y)\,dy,\ \ \varphi_{2,m}^{(IV)}=\int_0^1\frac{\partial^4\varphi(y)}{\partial y^4}\tilde{\omega}_{2,m}(y)\,dy,$$

$$\tilde{\varphi}_{2,m}^{(VI)}=\int_0^1\frac{\partial^6\varphi(y)}{\partial y^6}\omega_{2,m}(y)\,dy.$$

Теорема 2. Если выполнены условие А и условие гладкости, то при регулярных значениях параметра ν решение задачи (5)-(8) существует и единственно.

В третьей главе диссертации под названием «**Краевые задачи для парабола-гиперболических уравнений третьего порядка с оператором Капута**» изучаются краевые задачи для дробно-частных дифференциальных уравнений смешанного типа.

В первом параграфе данной главы рассматривается краевая задача для уравнения смешанного типа третьего порядка с оператором Герасимова–Капута, где линия изменения не является характеристикой. Существование и единственность решения задачи доказаны с использованием теории интегральных уравнений.

В области Ω, рассмотрим уравнение

$$\left(a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\right)Lu=0, \tag{9}$$

где

$$Lu\equiv\begin{cases}L_1u=\dfrac{\partial^2u}{\partial x^2}-{}_C\,D_{0y}^{\alpha}u; & (x,y)\in\Omega_1\\[2ex] L_2u=\dfrac{\partial^2u}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2u}{\partial y^2}; & (x,y)\in\Omega_2\end{cases}$$

и ${}_C D_{ay}^{\alpha}$ - дифференциальный оператор дробного порядка $0<\alpha<1$ в смысле Капута:

$$ {}_C D_{oy}^{\alpha} u(y) = D_{oy}^{\alpha} \left[u(y) - \sum_{k=0}^{n} \frac{u^{(k)}(y)}{k!} y^k \right], $$

где a, b, c - заданные постоянные, причем $1 \le \frac{b}{a} < +\infty$.

Пусть Ω конечная область, ограниченная сегментами: $B_0A_0 = \{(x,y): x = 1, 0 < y < h\}$, $BB_0 = \{(x,y): y = 1, 0 < x < 1\}$, $A_0A = \{(x,y): y = 0, 0 < x < 1\}$ при $x > 0$ и характеристиками $AC: x + y = 0$, $BC: y - x = 1$ уравнения (9) при $x < 0$, где $A(0,0)$, $B(0,1)$, $A_0(1,0)$, $B(1,1)$ и $C\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Введем обозначение:

$$ \Omega_1 = \Omega \cap \{x > 0\},\ \Omega_2 = \Omega \cap \{x < 0\} = \left\{(x,y): -\frac{1}{2} < x < 0, -x < y < x - 1\right\}. $$

Определение 2. Если функция $u(x,y)$ удовлетворяет уравнению (9), все производные оператора непрерывны и выполняется условие $Lu \in C^1(\Omega)$, то функция $u(x,y)$ называется регулярным решением уравнения (9).

Задача 3. Найдите $u(x,y)$ функцию, удовлетворяющую следующим условиям:

1) Регулярное решение уравнения (9) с $u(x,y) \in C(\bar{\Omega})$ функциями в Ω области $x \ne 0$;

2) Функция $u(x,y)$ удовлетворяет следующим граничным условиям:

$$ \alpha_1 u(1,y) + \alpha_2 u_x(1,y) = \varphi_1(y), \quad 0 < y < 1, $$
$$ u(x,0) = \psi_1(x), \quad 0 \leqslant x < 1, $$
$$ u|_{AC} = \varphi_2(y), \quad 0 \leqslant y < \frac{1}{2}, $$
$$ \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{AC} = \varphi_3(y), \quad 0 \leqslant y < \frac{1}{2}, $$
$$ \lim_{y \to +0} {}_C D_{0y}^{\alpha} u(x,y) = \psi_2(x) \quad 0 < x < 1, $$

3) Функция $u(x,y)$ удовлетворяет на отрезке AB следующим условиям склейки:

$$ u_x(+0,y) = \lambda_1(y) u_x(-0,y) + \lambda_2(y) u_y(-0,y) + \lambda_3(y) u(0,y) + \lambda_4(y), \quad 0 < y < 1, $$
$$ u_{xx}(-0,y) = u_{xx}(+0,y), \quad 0 < y < 1; $$

где $\lambda_i(x),\ \varphi_j(y),\ \psi_k(x)\ \ (i = \overline{1,4},\ j = \overline{1,3},\ k = 1,2)$ - заданные функции причем, $\psi_1(0) = \varphi_2(0)$.

Теорема 3. Если для заданных функций выполняются условия

$$ \varphi_1(y) \in C(0,1),\ \varphi_2(y) \in C^1\left[0,\frac{1}{2}\right] \cap C^3\left(0,\frac{1}{2}\right), \quad \varphi_3(y) \in C\left[0,\frac{1}{2}\right] \cap C^2\left(0,\frac{1}{2}\right), $$
$$ \psi_1(x) \in C[0,1] \cup C^2(0,1), \quad \psi_2(x) \in C(0,1), \quad \lambda_i(y) \in C(0,1) (i = 1,4) $$

то задача 3 имеет единственное решение.

Во втором параграфе третьей главы изучается краевая задача для параболо-гиперболического уравнения третьего порядка с характеристической линией изменения.

Рассмотрим следующее смешанное уравнение в области Ω:

$$\left(a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\right)Lu=0, \tag{10}$$

где

$$Lu=\begin{cases}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-{}_C D_{0y}^{\alpha}u, & (x,y)\in\Omega_1,\\ \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}, & (x,y)\in\Omega_2,\end{cases}$$

${}_C D_{ay}^{\alpha}$ $\alpha\ (0<\alpha<1)$ - оператор Капута, a,b и c - заданные постоянные, причем $ab\neq 0$.

Пусть, Ω-конечная область, ограниченная сегментами:

$$B_0A_0=\left\{(x,y):x=1,0<y<h\right\},$$

$$BB_0=\left\{(x,y):y=1,0<x<1\right\},$$

$$A_0A=\left\{(x,y):y=0,0<x<1\right\}$$

при $y>0$ и характеристиками: $AC: x+y=0,\ BC: x-y=1$ уравнения (10) при $y<0$, где $A(0,0)$, $B(1,0)$ va $C\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$. Введем обозначения: $\Omega_1=\Omega\cap\left\{y>0\right\},\ \Omega_2=\Omega\cap\left\{y<0\right\}$.

Определение 2. Если все производные функции $u(x,y)$, входящие в оператор Lu , непрерывны и $Lu\in C^1(\Omega\setminus AB)$, то функция $u(x,y)$ называется регулярным решением уравнения (10).

Задача 4. Функция, имеющая регулярное решение уравнения (10) в области определения, принадлежит следующему классу

$$\Big\{W=u(x,y):u(x,y)\in C(\bar\Omega)\cap C^1\left(\Omega_2\cup\overline{AC}\cup\left\{\{y=0\}\cap\{0\leq x<1\}\right\}\right),$$

$$u_x\in C\left((\overline{\Omega_1})\setminus A_0B_0\right),\ u_{xx}\in C\left(\Omega_1\cup AA_0\right)\Big\}$$

и удовлетворяющее следующие граничные условиям

$$\alpha_1 u(0,y)+\alpha_2 u_x(0,y)=\varphi_1(y),\ \ 0\leqslant y<h,$$

$$\beta_1 u(1,y)+\beta_2 u_x(1,y)=\varphi_2(y),\ \ 0\leqslant y<h,$$

$$u_{xx}(0,y)=\varphi_3(y),\ \ 0<y<h,$$

$$u\big|_{AC}=\psi_1(x),\ \ 0\leqslant x\leqslant\frac{1}{2},$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{AC}=\psi_2(x),\ \ 0\leqslant x\leqslant\frac{1}{2},$$

и условия склеивания:

$$\lim_{y\to+0} {}_C D_{0y}^{\alpha} u(x,y) = \lambda_1(x)u_y(x,-0) + \lambda_2(x)u_x(x,-0) +$$
$$+\lambda_3(x)u(x,0) + \lambda_4(x)\int_0^y r(t)u(t,-0)dt + \lambda_5(x),\ x\in(0,1).$$

где $0<\frac{b}{a}\le 1$ и n внутренние нормаль, $\varphi_i(y),\ \psi_1(x),\ \psi_2(x),\ \lambda_j(x)$ $(i=\overline{1,3},\ j=\overline{1,5})$ – заданные функции, $\alpha_k,\beta_k (k=\overline{1,2})$ - заданные постоянные, причем, $\alpha_1^2+\alpha_2^2\neq 0$, $\beta_1^2+\beta_2^2\neq 0$.

Теорема 4. Если $\alpha_2\neq 0, \beta_1\neq 0$ и имеют место условия

$$\varphi_1(y),\varphi_2(y)\in C[0,h],\quad \varphi_3(y)\in C[0,h]\cup C^1(0,h),$$
$$\lambda_i(x)\in C\left[0,1\right],\ \lambda_5(x)\in C[0,1]\cup C^1(0,1),$$
$$\psi_1(x)\in C\left[0,\frac{1}{2}\right]\cap C^3\left(0,\frac{1}{2}\right), \psi_2(x)\in C\left[0,\frac{1}{2}\right]\cap C^2\left(0,\frac{1}{2}\right), r(t)\in C[0,h],$$

то задача 4 однозначно разрешима.

В третьем параграфе третьей главы изучается обратная задача для уравнения третьего порядка парабола-гиперболического типа с оператором Капута.

Рассмотрим уравнение в Ω области

$$\left(a\frac{\partial}{\partial x}+b\right)Lu = f(x)g(y)$$

где

$$Lu\equiv\begin{cases} L_1u = u_{xx} - {}_C D_{0y}^{\alpha}u, & (x,y)\in\Omega_1,\\ L_2u = u_{xx}-u_{yy}, & (x,y)\in\Omega_2,\end{cases}\qquad g(y)\equiv\begin{cases} g_1(y), & y>0,\\ g_2(y), & y<0.\end{cases}$$

a,b - заданные постоянные. Причем $a\neq 0$.

Задача 5. Найдите пару из $\{u(x,y), f(x)\}$ функций, удовлетворяющих следующим условиям:

1) $f(x)\in C(0,1)\cap L_1(0,1)$;

2) $u(x,y)\in C\left(\overline{\Omega}\right)$; $u\in C^1(\overline{\Omega_2}\cup\overline{BC})$; ${}_C D_{0y}^{\alpha}u\in C(\Omega_1\cup AB)$; ${}_C D_{0y}^{\alpha}u_x\in C(\Omega_1)$;

3) $u_{xx}\in C(\Omega_1\cup AA_0)$; $u_{xxx}\in C(\Omega_1)$; $u_{xxx},u_{yyx}\in C(\Omega_2)$;

4) Функция $u(x,y)$ удовлетворяет следующим граничным условиям:

$$u(0,y)=\varphi_1(y),\quad 0\leqslant y\leqslant h;$$
$$u(1,y)=\varphi_2(y),\quad 0\leqslant y\leqslant h;$$
$$u_{xx}(0,y)=\varphi_3(y),\quad 0<y<h;$$
$$u\big|_{AC}=\psi_1(x),\quad 0\leqslant x\leqslant\frac{1}{2};$$
$$u\big|_{BC}=\psi_2(x),\quad \frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 1;$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{AC}=\psi_3(y),\ -\frac{1}{2}\leqslant y<0;$$

и интегральную условию склеивания

$$\lim_{y\to+0}{}_{C}D_{0y}^{\alpha}u(x,y)=\lambda_1(x)u_y(x,-0)+\lambda_2(x)u_x(x,-0)+$$

$$+\lambda_3(x)u(x,0)+\lambda_4(x)\int_0^x r(t)u(t,0)dt+\lambda_5(x),\ x\in(0,1),$$

где $\varphi_i(y),\ \psi_j(x),\ \psi_3(y),\ g_j(y),\ \lambda_k(x)$ $i=\overline{1,3},$ $j=\overline{1,2},$ $k=\overline{1,5}$ - заданные функции, причем $\sum_{i=1}^{4}\lambda_i^2\neq 0.$

Теорема 5. Если имеют места условия

$$\varphi_1(y)\in C[0,h]\cap C^1[0,h),\ \varphi_2(y)\in C[0,h],\ \varphi_3(y)\in C\left[0,h\right],\quad \lambda_i(x)\in C\left[0,1\right],$$

$$\psi_1(x)\in C^3\left(0,\frac{1}{2}\right)\cap C\left[0,\frac{1}{2}\right],\quad \psi_2(x)\in C^3\left(\frac{1}{2},1\right)\cap C\left[\frac{1}{2},1\right],$$

$$\psi_3(y)\in C^2\left(-\frac{1}{2},0\right)\cap C\left[-\frac{1}{2},0\right], r(t)\in C(0,1),\ g_1(y)\in C[0,h),\ g_2(y)\in C(0,h),$$

$ag_2(y)>0,\ ag_1(0)<0,\ \lambda_1(x)>0$ или $ag_2(y)<0,\ ag_1(0)>0,\ \lambda_1(x)>0,$

то решение задачи 5 существует и единственно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена решению прямых и обратных задач для псевдопараболических и параболо-гиперболических дифференциальных уравнений третьего порядка с участием операторов дробного порядка. Основные результаты исследования заключаются в следующем:

1. Исследована задача Бицадзе–Самарского для неоднородного уравнения Баренблатта–Желтова–Кочина с оператором Хильфера. Доказана теорема существования и единственности решения поставленной задачи. Решение получено в виде ряда Фурье.
2. Исследована начально-краевая задача для однородного дробного псевдопараболического уравнения с оператором Хильфера. С помощью метода разделения переменных получено классическое решение задачи в виде ряда Фурье, где решение выражено через двухпеременную функцию типа Миттага-Лефлера.
3. Доказаны существование и единственность решения краевых задач для уравнений параболо-гиперболического типа третьего порядка на основе теории интегральных уравнений Вольтерра.
4. Исследована обратная задача с интегральным условием склейки для уравнений параболо-гиперболического типа третьего порядка. Получены необходимые условия существования единственного регулярного решения задачи.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 AT V.I. ROMANOVSKIY INSTITUTE OF MATHEMATICS

INSTITUTE OF MATHEMATICS

MATCHANOVA AIGUL AZATBAYEVNA

DIRECT AND INVERSE PROBLEMS FOR PSEUDOPARABOLIC AND THIRD ORDER PARABOLIC-HYPERBOLIC TYPE DIFFERENTIAL EQUATIONS INVOLVING A FRACTIONAL OPERATOR

01.01.02 – Differential equations and mathematical physics

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent– 2025

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the of Ministers of Higher Education, Science and Innovations of the Republic of Uzbekistan under number B2025.2.PhD/FM1056.

Dissertation has been prepared at Institute of Mathematics.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (summary) on the website http://kengash.mathinst.uz and in the website of "ZiyoNet" Information and educational portal http://www.ziyonet.uz.

Scientific supervisor:	**Yuldashev Tursun Kamaldinovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, docent
Official opponents:	**Durdiev Durdimurod Kalandarovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Boltayeva Umida Ismoilovna Doctor of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**National University of Uzbekistan**

Defense will take place 29 july 2025 at 16:00 at the meeting of Scientific council number DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 at V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics (Address: University str. 9, Almazar area, Tashkent city, 100174, Uzbekistan, Ph.: (99871) 207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource center at V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics (is registered № 207). (Address: University str. 9, Almazar area, Tashkent city, 100174, Uzbekistan, Ph.: (99871)-207-91-40).

Abstract of the dissertatsion sent out on 14 July 2025 year.

(Mailing report № 2 on 14 July 2025 year).

U.A. Rozikov
Chairman of Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.M.S., Academician

J.K. Adashev
Scientific secretary of Scientific Council on awarding of scientific degrees, D.F.M.S., Senior researcher

A.A.Azamov
Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.M.S., Academician.

INTRODUCTION (abstract of PhD dissertation)

The aim of the research is to investigate boundary value problems for equations of mixed parabolic-hyperbolic type with the Kaputo operator, as well as to solve nonlocal boundary value problems for the fractional Barenblatt-Zheltov-Kochin equation

The object of the research is the fractional Barenblat-Zheltov-Kochin equation and differential equations of mixed type with partial derivatives of fractional order.

The scientific novelty of the study is as follows:

for the Barenblatt-Zheltov-Kochin equation with the Hilfer operator, the existence and uniqueness of the solution of the initial-boundary value problem is proven:

for parabolic-hyperbolic equations with the Kaputo operator, the method of successive approximations is applied, with the help of which the existence of a solution is proven:

for the inverse problem of the third order of the parabolic-hyperbolic type, classes of given functions and conditions ensuring the uniqueness of its solution are established.

Implementation of the research results.

Based on the obtained results on direct and inverse problems for pseudo-parabolic and third-order parabolic-hyperbolic differential equations involving fractional-order operators, the method for solving boundary value problems for third-order parabolic-hyperbolic differential equations with a fractional operator was applied within the framework of the international project No. AP09259137 “Development of methods for solving multipoint boundary value problems for integro-differential transformations” in solving integro-differential equations with partial derivatives and a degenerate kernel (Reference No. 04/557 from the Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, dated February 27, 2025, Kazakhstan). The application of the scientific result made it possible to determine sufficient conditions for the solvability of direct and inverse problems for integro-differential equations with partial derivatives and a degenerate kernel.

Furthermore, the methods for solving the mixed problem for partial differential equations of fractional order of the Barenblatt–Zheltov–Kochina type were employed within the framework of the international project No. AR09259780 “Boundary value problems for pseudo-parabolic equations and Volterra-type singular integral equations” to determine the conditions for the uniqueness of the solution to the boundary value problem for a pseudo-parabolic equation (Reference from E.A. Buketov Karaganda University, dated April 14, 2025, Kazakhstan). The implementation of the scientific result enabled the investigation of boundary value problems for pseudo-parabolic equations.

The structure and volume of the dissertation. The dissertation consists of an introduction, three chapters, conclusion and a list of references. The full volume of the dissertation is 102 pages.

E’LON QILINGAN ISHLAR RO‘YXATI
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I bo‘lim (I часть; I part)

1. Abdullaev O.Kh., Matchanova A.A. On a problem for the third order equation with parabolic-hyperbolic operator including a fractional derivative. // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2022. Vol. 43. P. 275-283 (3. Scopus IF=0.435).
2. Абдуллаев О.Х., Матчанова А.А. О разрешимости краевых задачи для уравнений третьего порядка парабола-гиперболического типа с младшими членами. Итоги науки и техники. // Совремменная математика и ее приложения. 2022, Т. 210, с. 12-23.
3. Матчанова А.А. Об одной задаче для уравнений третьего порядка параболо-гиперболического типа с оператором Капута. // Бюллетень Института Математики 2023, Т.6, №1, с. 78-87. (01.00.00, №17).
4. Matchanova A.A. Inverse Problem for a third order parabolic-hyperbolic equation involves fractional derivatives. // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2023. Vol. 44. № 3. P.1197-1205 (3. Scopus IF=0.435).
5. Yuldashev T. K., Kadirkulov B. J., Matchanova A. A. Mixed Problem for a Linear Barenblatt–Zheltov–Kochina Equation with Fractional Hilfer Operator. // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2024, Vol. 45, №. 7, P. 3333-3350. (3. Scopus IF=0.435).

II bo‘lim (II часть; part II)

6. Абдуллаев О.Х. Матчанова А.А. О постановке краевых задач для одного класса уравнений третьего порядка смешанного типа с оператором Капута. // Международная научная конференция. Актуальные проблемы прикладной математики. Нальчик-Эльбрус. 22-26 мая 2018. с. 24.
7. Матчанова А.А. Об одной задаче для уравнений третьего порядка параболо-гиперболического типа с оператором Капута. // Международная научная конференция. Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики. Фергана-2020. С.106-107
8. Матчанова А.А. Об одной задаче типа Геллерстедта для уравнения третьего порядка параболо - гиперболического типа с оператором Капута. // Республиканская научная конференция. Современные проблемы математики: проблемы и решени. Термез. 21-23 октября 2020 г. С. 242-243.
9. Абдуллаев О.Х., Матчанова А.А. Об одной задаче для уравнений третьего порядка параболо-гиперболического типа с младщим членами.

// Научная конференция. Актуальные проблемы стохастического анализа. Ташкент, 20-21 февраля 2021 г. С.257-258.
10. Абдуллаев О.Х., Матчанова А.А. Об одной задаче для нагруженного уравнений смешенного типа с оператором Капута. // Традиционная международная апрельская математическая конференция. Алматы, 5-8 апреля 2021 г. С.11-12.
11. Matchanova A.A. On a problem for the mixed type equation with the differential operator fractional order. // International scientific conference. Modern problems of mathematics and physics. Ufa, September 12-15, 2021. pp. 196-199.
12. Матчанова А.А. Об одной задаче для уравнений третьего порядка параболо-гиперболического типа с оператором Капута. // Международная конференция. Математический анализ и его приложения в современной математической физика. Самарканд, 23-24 сентября, 2022 г. С. 242-243.
13. Матчанова А.А. Обратная задача для уравнений третьего порядка парабола-гиперболического типа с оператором Капута. // Международной научной конференции. Дифференциальные уравнения и математическое моделирование. Улан-Удэ, 22-25 августа 2022 г. С. 49-50.
14. Abdullaev O.Kh., Matchanova A.A. Inverse Problem for third order equation of parabolic-hyperbolic type with the Caputo operator. // The Traditional International April Mathematical Conference Dedicated to the Day of Science Workers of the Republic of Kazakhstan. Book of Abstracts, Almaty, April 2023. pp. 104–105.
15. Абдуллаев О.Х., Матчанова А.А. Обратная задача для нагруженного парабола-гиперболического уравнения с спектральным параметрам. // Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь дня работников науки республики. Алматы, 2024, апрель. С. 85-86.
16. Yuldashev T. K., Kadirkulov B. J., Matchanova A.A. Solvability of a mixed problem for partial differential equation with a fractional analogy of the Barenblatt-Zheltov-Kochina operator. // The ttraditional international April mathematical conference dedicated to the day of science workers of the republic. Almaty. April 2024. pp. 148–150.
17. Yuldashev T. K., Kadirkulov B. J., Matchanova A.A. Mixed Problem for a Nonlinear Partial Differential Equation with Fractional Analog of the Barenblatt-Zheltov-Kochina Operator. // 7th International HYBRID Conference on Mathematical Advances and Applications 2024, may pp. 26-27.
18. Yuldashev T. K., Kadirkulov B. J., Matchanova A. A. Mixed problem for a nonlinear Barenblatt-Zheltov-Kochina equation with Hilfer fractional

operator. // Romanian Journal of Mathematics and Computer Science Issue 2, Vol. 14 (2024).

19. Yuldashev T. K., Kadirkulov B. J., Matchanova A. A. Solvability of the mixed problem for an integro-differential equation with the Hilfer type fractional analog of Barenblatt-Zheltov-Kochina operator. // Scientific publications of the state University of Novi Pazar Ser. A: appl. Math. Inform. And mech. Vol. 16, 2, 2024, pp. 125–145.
20. Matchanova A.A.. Hilfer operatori qatnashgan Barenblatt-Jeltov-Kochina tenglamasi uchun aralash masala. // “Matematika va uni o‘qitishning zamonaviy masalalari: yondashuv va yechimlar” mavzusida respublika ilmiy-amaliy konferensiya. Farg‘ona-2025. 25-26 aprel. 89-96 b.

Avtoreferat “O‘zbekiston matematika jurnali” tahririyatida
2025 yil 2-iyulda tahrirdan o‘tkazilib, o‘zbek, ingliz va rus tillaridagi matnlar
o‘zaro muvofiqlashtirildi.

Bosmaxona litsenziyasi:

9338

Bichimi: 84x60 $^{1}/_{16}$. «Times New Roman» garniturasi.
Raqamli bosma usulda bosildi.
Shartli bosma tobog‘i: 2,75. Adadi 100 dona. Buyurtma № 20/25.

Guvohnoma № 851684.
«Tipograff» MChJ bosmaxonasida chop etilgan.
Bosmaxona manzili: 100011, Toshkent sh., Beruniy ko‘chasi, 83-uy.