

BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 RAQAMLI ILMIY KENGASH

BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

JALOLOV FARRUH BAXSHULLOYEVICH

**OSILGAN MASSALARI BO‘LGAN DOIRAVIY VA TO‘RTBURCHAKLI
QOVUSHQOQ-ELASTIK PLASTINKALARNING TEBRANISHLARI**

01.02.04 – Deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasi

Fizika -matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (Doctor of Philosophy) dissertasiyasi
AVTOREFERATI

Buxoro – 2025

**Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi
avtoreferati mundarijasi**

**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD)
по физико-математическим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD)
on physical and mathematical sciences**

Jalolov Farruh Baxshulloyevich

Osilgan massalari bo'lgan doiraviy va to'rt burchakli
qovushqoq-elastik plastinkalarning tebranishlari3

Жалолов Фаррух Бахшуллоевич

Колебания круглых и четырехугольных вязкоупругих
пластинок с повешенными массами.....21

Jalolov Farruh Baxshulloyevich

Vibrations of circular and rectangular
joint-elastic plates with suspended masses41

E'lon qilingan ishlar ro'uxati

Список опубликованных работ
List of published works.....45

BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 RAQAMLI ILMIY KENGASH

BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

JALOLOV FARRUH BAXSHULLOYEVICH

OSILGAN MASSALARI BO‘LGAN DOIRAVIY VA TO‘RTBURCHAKLI
QOVUSHQOQ-ELASTIK PLASTINKALARNING TEBRANISHLARI

01.02.04 – Deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasi

Fizika -matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (Doctor of Philosophy) dissertasiyasi
AVTOREFERATI

Buxoro – 2025

Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2024.3.PhD/FM raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya Buxoro davlat texnika universitetiga bajarilgan.
Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume) universitet veb-saytida (www.https://bstu.uz/) va "Ziyonet" Axborot ta'lim portalida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:

Teshaev Muxsin Xudoyberdiyevich
fizika-matematika fanlari doktori

Rasmiy opponentlar:

Mardonov Botir Mardonovich
fizika-matematika fanlari doktori, professor

Indiaminov Ravshan Shukurovich
fizika-matematika fanlari doktori, professor

Yetakchi tashkilot:

Toshkent davlat transport universiteti

Dissertatsiya himoyasi Buxoro davlat texnika universiteti huzuridagi PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 raqamli ilmiy kengashning 2025 yil 4 oktabr soat 09:³⁰ dagi majlisida bo'lib o'tadi (Manzil: 200100, Buxoro shahar, Q.Murtazoyev ko'chasi, 15. Tel.: (+99865) 223-78-84; faks: (+99865) 223-79-72, E-mail: bstu_info@edu.uz).

Dissertatsiya bilan Buxoro davlat texnika universitetining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (№470 raqam bilan ro'yxatga olingan). Manzil: (200100, Buxoro shahri, Q.Murtazoyev ko'chasi, 15. Tel.: (+99895) 604-44-70).

Dissertatsiya avtoreferati 2025 yil 20 sentabr kuni tarqatildi.

(2025 yil 9 avgustdagi №3 raqamli reyestr bayonnomasi).



B.S. Raxmonov

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash raisi, t.f.d.(DSc)

R.A. Sabirova

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash ilmiy kotibi, f.-m.f.b.f.d. (PhD)

Z.I. Boltayev

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash qoshidagi ilmiy seminar raisi, f.-m.f.d. (DSc), prof

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Jahonda harakatlanuvchi transport vositalariga o'rnatilgan turli xil elektron apparatlarning mustahkamligini ta'minlash, ularning o'zaro ta'siri bilan bog'liq masalalarni hal etishda takomillashgan hisoblash usullarini qo'llash yetakchi o'rinlardan birini egallamoqda. Dunyo miqyosida samalyotlar, suv va yer transport vositalarining navigatsion qurilmalarida kuzatiladigan dinamik kuchlanishlar va deformatsiyalarni kamaytirish, rezonans holatlarining oldini olishning zamonaviy usullarini amaliyotga joriy etishni taqozo etadi.

Shu jihatdan mexanik tizimdagi elementlarning qovushqoqlik xususiyatlarining turlichaligini hisobga olib, tebranish jarayonida ularning o'zaro ta'siri bilan bog'liq murakkab muammolarni o'rganish, umumlashtirish, qo'llashga imkon beruvchi usullarni ishlab chiqish va zamonaviy dasturlaridan foydalanish muhim ahamiyatga ega hisoblanadi.

Jahonda mashinalar, mexanizmlar va qurilmalarning o'zaro harakatlanish jarayonidagi ta'sirini o'rganish dolzarb muammo bo'lib kelmoqda. Tebranish jarayonida ko'plab texnik, shu jumladan transport vositalari va uchuvchi apparatlarga tegishli bo'lgan konstruksiyalarda rezonans hodisasi ro'y berish darajasining sezilarli oshishi natijasida ularning mustahkamligini ta'minlashga yo'naltirilgan ko'plab ilmiy tadqiqot ishlari olib borilmoqda. Bu borada bir-biri bilan o'zaro ta'sirda bo'lgan hamda yig'ilgan massalar biriktirilgan yupqa plastinkalardan tashkil topgan konstruksiyalarning kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini tadqiq qilish, xavfli kuchlanishlarini aniqlash, konstruksiya mustahkamligini oshirish, xususiyatlarini aniqlash metodikasini ishlab chiqishga va rivojlantirishga alohida e'tibor berilmoqda.

Respublikamizda ko'plab texnik, shu jumladan, transport vositalari, uchuvchi apparatlarda tegishli konstruksiyalar rezonans hodisasi ro'y berish darajasini sezilarli darajada oshishi natijasida ularning mustahkamligini ta'minlash, kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini tadqiq qilish, xavfli kuchlanishlarini aniqlash uchun maqsadli ilmiy tadqiqotlarni olib borib, yig'ilgan massalar biriktirilgan yupqa ortotrop plastinkalarning xos va majburiy tebranishlarini o'rganish yuzasidan keng tarmoqli chora-tadbirlar amalga oshirilib, muayyan natijalarga erishilmoqda. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 30-maydagi PF-144-sonli "O'zbekiston Respublikasi seysmik xavfsizligini ta'minlash tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"¹ gi Farmoni bo'yicha muhim vazifalar belgilab berilgan. Ushbu vazifalarni amalga oshirishda, jumladan, mazkur tadqiqot yo'nalishida ishlab chiqilgan algoritmlar va dasturlarni yaratish muhim ahamiyat kasb etmoqda.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2023-yil 16-maydagi PQ-158-sonli "O'zbekiston Respublikasi aholisi va hududining seysmik xavfsizligini ta'minlash

¹ O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022- yil 30-maydagi PF-144-son "O'zbekiston Respublikasining seysmik xavfsizligini ta'minlash tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi qarori

tizimini yanada takomillashtirishga oid qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”²gi qarori, 2024-yil 17-apreldagi PQ-161-sonli “Bino va inshootlarning zilzilaga bardoshlilikini oshirish hamda seysmik xavfni monitoring qilish faoliyatini takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”³gi qarori hamda mazkur faoliyatga tegishli boshqa me‘yoriy-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishga ushbu dissertatsiya ishi muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning Respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mosligi. Mazkur tadqiqot ishi O‘zbekiston Respublikasi fan va texnologiyalar rivojlanishining IV. «Matematika, mexanika, inshootlar seysmodinamikasi va informatika» hamda XIV. «Seysmologiya, binolar va inshootlar seysmik xavfsizligi va qurilish» ustuvor yo‘nalishlari doirasida bajarilgan.

Muammoning o‘rganganlik darajasi. Ko‘pgina mashhur xorijiy olimlar, jumladan, Artobolevskiy I.I., Frolov K.V., Ganiev R.F., Genkin M.D., Veis V.L., Vulfson I.I., Panovko Ya.G., Kolesnikov K.S., Levitskiy N.I., Snoudon J.S., Den-Gartog J.P., Timoshenko S.P. hamda mamlakatimiz olimlaridan, Raxmatulin X.A., O‘rozboyev M.T., Shirinqulov T.Sh., Kabulov V.K., Rashidov T.R., Muborakov Ya. N., Mardonov B.M., Alimuhammedov Sh.P., Sultonov K.S., Mamatqulov Sh.M., Mirsaidov M.M., Badalov F.B., Xojmetov G.X., Ishanxodjaev A.A., Mavlonov T.M., Abdusatorov A., Safarov I.I., Xudainazarov X., Eshmatov X., Yuldashev Sh.S. va boshqalar mashinalar elementlarini vibratsiyadan himoyalashning ba'zi muammolarini ilmiy tahlil qildilar va qiyosiy ko‘rib chiqishdi. Hozirgi vaqtda dissipativ mexanik tizimlar (dissipativ bir jinsli va bir jinsli bo‘lmagan) dinamikasi bilan bog‘liq bir qator muammolar mavjud bo‘lib, ularning yechimi tebranishlarning yangi qirralarini va vibratsiyadan himoya qilish muammolarini yechishga imkon beradi. Ishonchli usullar va algoritmlarni yaratish mashinasozlikda, aviasozlikda va yer usti transportlarida dinamik yuklanish ta'sirida qurilmalarning mustahkamlig va barqarorligi bilan bog‘liq ko‘plab muammolarni hal qilish imkonini beradi.

Dissertatsiya mavzusining dissertatsiya bajarilgan oliy ta’lim muassasaning ilmiy-tadqiqot rejalari bilan bog‘liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti Buxoro davlat texnika universiteti (Buxoro muhandislik-texnologiya instituti) ilmiy tadqiqot rejasiga ko‘ra 2012-2016-yillarda olib borilgan F-4-04 raqamli “Suyuqlik oquvchi yer osti egri chiziqli quvurning dinamik kuchlar ta'siridagi kuchlanganlik-deformasiyalanganlik holatini tadqiq qilish nazariyasini rivojlantirish va hisoblash usullarini ishlab chiqish” mavzusidagi fundamental ilmiy-texnikaviy loyihasi doirasida bajarilgan

Tadqiqotning maqsadi - garmonik yuklarning ta'siri ostida biriktirilgan massalari bo‘lgan yupqa ortotrop plastinkalar dinamikasi masalalarini analitik va

²O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2023-yil 16-maydagi PQ-158-sonli “O‘zbekiston Respublikasi aholisi va hududining seysmik xavfsizligini ta’minlash tizimini yanada takomillashtirishga oid qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi qarori

³O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2024- yil 17- apreldagi PQ-161-sonli “Bino va inshootlarning zilzilaga bardoshlilikini oshirish hamda seysmik xavfni monitoring qilish faoliyatini takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi qarori

sonli yechish metodikasi va algoritmini ishlab chiqish hamda sonli natijalar olib, tahlil qilishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

bir-biri bilan deformatsiyalanuvchi element bilan biriktirilgan, hamda yig'ilgan massasi bo'lgan qovushqoq-elastik ortotrop plastinkalarning xos va majburiy tebranishlar masalalarini matematik qo'yilishi, yechish metodikasi va algoritmini ishlab chiqish;

yig'ilgan massali qovushqoq-elastik ortotrop plastinkaning xos chastotalari (haqiqiy va mavhum qismlar) va formalarini geometrik va fizik-mexanik parametrlariga bog'liq o'zgarishini qiyosiy baholash;

strukturaviy bir jinsli bo'lmagan yig'ilgan massali qovushqoq-elastik ortotrop plastinkalarni xos chastotalarining haqiqiy va mavhum qisimlarini oniy bikirlik koefitsiyentlariga bog'liq o'zgarishini qiyosiy baholash;

yig'ilgan massali qovushqoq-elastik ortotrop plastinkalarning vibratsion yuklanish ta'siri ostidagi ko'chish va zo'riqish ampitudalarini chastotaga bog'liq o'zgarishini o'rganish.

Tadqiqotning obyekti sifatida qovushqoq-elastik ortotrop yupqa plastinkalar, biriktirilgan yig'ilgan massalar, deformatsiyalanuvchan elementlar (prujinkalar) olingan.

Tadqiqotning predmetini strukturaviy bir jinsli bo'lmagan biriktirilgan massali ortotrop plastinkalardan tashkil topgan mexanik tizimlar dinamikasi masalalarini yechishning matematik modellari va usullari, kompleks algebraga asoslangan algoritmlari tashkil etadi.

Tadqiqotning usullari. Tadqiqot jarayonida deformatsiyalanuvchan qattiq jismlar mexanikasi usullaridan (mumkin bo'lgan ko'chishlar prinsipi), muzlatish, o'zgaruvchilarni ajratish, Gauss, Laplas va Myuller usullaridan foydalanilgan.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

ilk marotaba bir-biri bilan deformatsiyalanuvchan elementlar bilan biriktirilgan hamda yig'ilgan massasi bo'lgan qovushqoq-elastik ortotrop (to'rtburchakli va doiraviy) plastinkalarning xos va majburiy tebranishlari masalalarining matematik qo'yilishi, yechish metodikasi va algoritmi "muzlatish", o'zgaruvchilarni ajratish, Muller, Gauss va Laplas usullari asosida ishlab chiqilgan;

yig'ilgan massali qovushqoq-elastik ortotrop (to'rtburchakli va doiraviy) plastinkadan va massasiz elementlardan tashkil topgan dissipative bir jinsli bo'lmagan mexanik sistemaning xos chastotalari haqiqiy qismlari maksimal yaqinlashganda mexanik sistemada energiya dissipatsiyasi intensiv bo'lish samarasi topilgan;

strukturaviy bir jinsli yig'ilgan massali qovushqoq-elastik ortotrop plastinkalardan tashkil topgan mexanik sistemalarda dempferlash (yoki so'nish) koefitsientining bikirlikka bog'liqli monoton bo'lishi, dissipative bir jinsli bo'lmagan mexanik sistemalarda esa nomonoton funksiyalar orqali ifodalanishi topilgan;

markazga qo'yilgan massa qiymati ortishi bilan birinchi xos tebranish chastotasi sezilarli darajada kamayishi, massa 1 kg dan 100 kg gacha oshirilganda

birinchi chastota 7 marta pasayishi, ikkinchi va uchinchi tebranish chastotalari esa deyarli o'zgarmasdan qolganligi ishlab chiqilgan metodikasi va algoritmini qo'llash asosida aniqlangan;

tayanchlari va birlashtirilgan (ikkita yoki uchta) massalari bo'lgan strukturaviy bir jinsli va bir jinsli bo'lmagan elastik va qovushqoq-elastik ortotrop plastinkalar kompleks chastotalari haqiqiy qismlarining farqi 6% gacha bo'lishi, mavhum qismlari esa tubdan farq qilishi "muzlatish", o'zgaruvchilarga ajratish, Gauss, Muller va Laplas usullariga asoslangan metodikasi va algoritmini qo'llash asosida topilgan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

ishlab chiqilgan metodika va algoritmi strukturaviy bir jinsli bo'lmagan mexanik tizimlarning rezonans rejimlarida vibratsion tebranishlarini bir necha barobar kamaytirishga imkon beradi;

strukturaviy bir jinsli bo'lmagan plastinka va osilgan massadan iborat bo'lgan mexanik tizimlarda energiyaning intensiv bo'lishida mexanik tizim elementlarining fazoviy joylashuviga va elastik elementlarning bikirligiga bog'liqligi topildi;

strukturaviy bir jinsli bo'lmagan yig'ilgan massali va massasiz deformatsiyalanuvchi elementlardan iborat qovushqoq-elastik plastinkada energiya so'nishi (dissipatsiyasi)ning intensivlik sohalarini aniqlash uslubyoti ishlab chiqilgan.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi chegaraviy shartlarning korrekt qo'yilishi, keltirib chiqarilgan matematik ifodalarning qat'iyiligi, asoslangan yechish usullaridan tizimli foydalanilganligi, yechimlarning aniqligini baholashda boshqa tadqiqotchilar yechimlari bilan taqqoslanganligi va ularning natijalariga mos tushganligi hamda amaliyotga joriy qilinganligi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqotda olingan natijalarning nazariy ahamiyati massalar birlashtirilgan plastinkadan tashkil topgan qovushqoq-elastik mexanik tizimlarda energiya intensivligini boshqarish nazariyasini takomillashtirish va rivojlantirishdan iborat.

Tadqiqot ishining amaliy ahamiyati esa qovushqoq-elastik plastinkalarga massa birlashtirish hisobidan mexanik tizim tebranishlari yoki titrashlarini so'ndirish usullarini taklif qilish bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Tadqiqotdagi osilgan massalari bo'lgan doiraviy va to'rt burchakli qovushqoq-elastik plastinkalarning tebranishlari masalalarini yechish metodikasi va algoritmi bo'yicha olingan natijalar asosida:

material qovushqoqligini hisobga oluvchi matematik model tenglamalarini taqribiy yechish samaralaridan O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Mexanika va inshootlar seysmik mustahkamligi institutida bajarilgan № IL-21071166 – sonli "Shamolning past tezligi uchun mo'ljallangan vertikal o'qli shamol turbinasini yaratish" mavzusidagi fundamental loyihada foydalanilgan (O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Mexanika va inshootlar seysmik mustahkamligi instituti 2025-yil 21-apreldagi 434-3-sonli ma'lumotnomasi).

Natijada, shamol turbinalarining parametrlarini aniqlash tenglamalarini taqribiy yechish imkonini bergan;

ortotrop plastinkaga osilgan yuklarning majburiy tebranishlarini ifodalovchi xususiy hosilali gibril integro-differensial tenglamalarni yechish metodikasidan Toshkent kimyo-texnologiya institutining 2016-2020 yillarda bajarilgan OT-F4-01 sonli "Qovushqoq suyuqlik oquvchi ko'p qatlamli kompozit quvurlar egri chiziqli bo'laklarining harorat va dinamik yuklanishlar ta'sirida chiziqli bo'lmagan dinamik kuchlanish-deformatsiya holatini o'rganish usullarini ishlab chiqish va nazariyasini rivojlantirish" mavzusidagi loyihada foydalanilgan (Toshkent kimyo-texnologiya institutining 2025-yil 8-iyuldagi 1/01-2409-sonli ma'lumotnoma). Natijada qovushqoq suyuqlik oquvchi ko'p qatlamli kompozit quvurlar egri chiziqli bo'laklarining dinamik yuklanishlar ta'siridagi tebranishlar chastotalarini topish va tebranish formalarini qurish imkoniyati yaratilgan.

Tadqiqot natijalarining e'lon qilinishi. Dissertatsiya mavzusi bo'yicha jami 21 ta ilmiy ish chop etilgan, shulardan O'zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasining falsafa doktori (PhD) dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 5 ta maqola, jumladan, 3 tasi respublika va 2 tasi xorijiy jurnallarda nashr qilingan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya tarkibi kirish, ushta bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati va ilovalardan iborat. Dissertatsiyaning hajmi 104 betni tashkil qiladi.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Dissertatsiyaning **kirish** qismida tadqiqotining dolzarbligi va zaruriyati asoslab berilgan, tadqiqotning maqsadi va vazifalari, obykti va predmeti shakllantirilgan. Tadqiqotning O'zbekiston Respublikasi fan va texnologiyalar rivojlanishining ustuvor yo'nalishlariga muvofiqligi ko'rsatilgan, ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon etilgan. Olingan natijalarning ishonchligiga asoslangan, ularning ilmiy va amaliy ahamiyatlari yoritilgan. Tadqiqot natijalarining joriy etilishi, chop etilgan ishlar, dissertatsiya tuzilishi va hajmi bo'yicha ma'lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning **"Osilgan massalari bo'lgan doiraviy va to'rtburchakli qovushqoq-elastik plastinkalarning tebranishlarini o'rganishga bag'ishlangan adabiyotlar tahlili"** deb nomlangan birinchi bobi uchta paragrafdan iborat bo'lib, biriktirilgan va osilgan massali plastinkaning erkin va majburiy tebranishlari bo'yicha ilmiy tadqiqotlarning tahlili keltirilgan. Adabiyotlarni tahlil qilish natijasida quyidagi xulosalar chiqarilgan:

garmonik yuklar ta'sirida moddiy nuqtalardan va plastinkalardan tashkil topgan dissipativ bir jinsli va bir jinsli bo'lmagan mexanik tizimlarda rezonans hodisalarini energiya intensivligiga bog'liq o'rganish masalalari avvalgidek dolzarbligicha qolmoqda;

strukturaviy bir jinsli (yoki bir jinsli bo'lmagan) mexanik sistemalarning vibratsion tashqi yuklanishlar ta'siridagi tebranishlari turg'unligini o'rganish masalasi hali to'liq yechimini topmaganligi aniqlandi;

dissipativ mexanik tizimlarning rezonansli tebranishlarini faol usullar yordamida boshqarish masalasi ham dolzarb muammo bo‘lib qolmoqda.

Dissertatsiyaning **“Doiraviy formadagi qovushqoq elastik plastinkalarga osilgan massalardan iborat mexanik sistemalarning erkin va majburiy tebranishlari”** deb nomlangan ikkinchi bobi uchta paragrafdan iborat bo‘lib, birinchi paragrafda doiraviy yupqa qovushqoq-elastik plastinkaga osilgan massalardan tashkil topgan mexanik sistemaning erkin tebranishlarini qaralgan. Ikkinchi paragrafda sonli hisoblashlar va ularning tahlili keltirilgan. Uchinchi paragrafda yig‘ilgan massali silindrik plastinkaning majburiy tebranishlari qaralgan.

Faraz qilaylik, radiusi R , qalinligi h , materialning zichligi ρ va operator formadagi silindrik bikrligi \tilde{D} bo‘lgan qovushqoq-elastik plastinkaga $m_k (k=1, \dots, N)$ massalar osilgan bo‘lsin. Operator bikrliliklar quyidagicha bo‘lsin:

$$\begin{aligned} \tilde{D}f(t) &= D_0 \left[f(t) - \int_0^t R_D(t-\tau)f(\tau)d\tau \right]; \\ \tilde{c}_k f(t) &= c_{0k} \left[f(t) - \int_0^t R_{c_k}(t-\tau)f(\tau)d\tau \right], \end{aligned} \quad (1)$$

bu yerda $f(t)$ – vaqtning ixtiyoriy funksiyasi, $R_D(t-\tau)$ va $R_{c_k}(t-\tau)$ – relaksatsiya yadrolari, $D_0 = E_0 h^3 / (12(1-\nu^2))$, c_{0k} – oniy elastiklik moduli. U holda plastinka va unga osilgan massalarning harakat- differensial tenglamalari quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{aligned} \tilde{D}\nabla^4 w + \rho h \ddot{w} &= \sum_{k=1}^N \tilde{c}_k (y_k - w_k) \delta_k + q(r, \theta, t), \\ m_k \ddot{y}_k + \tilde{c}_k (y_k - w_k) &= p_k(t), \end{aligned} \quad (2)$$

bu yerda $k=1, \dots, N$, ∇^2 – Laplas operatori, w – plastinka salqiligi, $\delta_k = \delta(r-r_k, \theta-\theta_k)$ – delta funksiya; $q(r, \theta, t)$ – tashqi tarqalgan kuch, p_k – osilgan massaga qo‘yilgan kuch. (2) integro-differensial tenglamalarga “muzlatish” usulini qo‘llaymiz. U holda (2) sistema quyidagi ko‘rinishni egallaydi:

$$\begin{aligned} \bar{D}\nabla^4 w + \rho h \ddot{w} &= \sum_{k=1}^N \bar{c}_k (y_k - w_k) \delta_k + q(r, \theta, t), \\ m_k \ddot{y}_k + \bar{c}_k (y_k - w_k) &= p_k(t). \end{aligned} \quad (3)$$

Masalani yechishda chegaraviy va boshlang‘ich shartlar qo‘yiladi

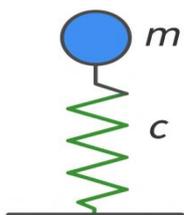
$$L_1(W)|_{r=R} = 0, L_2(W)|_{r=R} = 0, \quad (4)$$

$$w|_{t=0} = 0, \frac{\partial w}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad y_k|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial y_k}{\partial t}|_{t=0} = 0. \quad (5)$$

Erkin tebranishlarda yechimni quyidagi ko‘rinishda izlaymiz

$$w = W(r, \theta) \sin(\omega t + \varphi), \quad y_k = Y_k \sin(\omega t + \varphi), \quad (6)$$

bu yerda $W(r, \theta)$, Y_k – so‘nuvchi tebranish amplitudalari. Agar (6) yechimni (3) tenglamalarga qo‘ysak, u holda kompleks koeffitsiyentli oddiy differensial tenglamalar sistemasini olamiz



1 - rasm.
Plastinkaga
o‘rnatilgan massa.

$$D_0 \Gamma_D \nabla^4 W - \rho h \omega^2 W - \sum_{k=1}^N c_{0k} \Gamma_{0k} (Y_k - W_k) \delta_k = 0, \quad (7)$$

$$-m_k \omega^2 Y_k + c_{0k} \Gamma_{0k} (Y_k - W_k) = 0.$$

(7) ning umumiy yechimini quyidagi ko‘rinishda izlaymiz:

$$W_j(r_j, \theta_j) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n J_n(\beta_b r_j) + B_n I_n(\beta_b r_j)] \cos(n\theta) - \sum_{k=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\bar{c}_k (Y_k - W_k) V_{nj k}}{D_0 s_{nj} (\beta_b^2 - \alpha_{1nj}^4)} V_{jik}(r, \theta), i = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

bu yerda $\beta_b = \beta \Gamma_D$, $\alpha_{1nj} = \alpha_{nj} \Gamma_D$; A_n , B_n ($n=0, 1, 2, \dots$), Y_k va W_k ($k=1, 2, \dots$) -ixtiyoriy o‘zgarmaslar. Agar (8) yechimni (5) chegaraviy shartlarga qo‘ysak, quyidagi algebraik tenglamalar sistemasini olamiz:

$$A_n L_1 [J_n(\beta_b r)]|_{r=R} + B_n L_1 [I_n(\beta_b r)]|_{r=R} = 0, \quad (9)$$

$$A_n L_2 [J_n(\beta_b r)]|_{r=R} + B_n L_2 [I_n(\beta_b r)]|_{r=R} = 0, n = 1, 2, \dots, N.$$

Agar (7) ning ikkinchi tenglamasidan W_k ni chiqarib yuborsak, A_n, B_n va Y_n larga nisbatan N ta tenglamani olamiz:

$$\sum_{n=0}^{\infty} [A_n J_n(\beta_b r_j) + B_n I_n(\beta_b r_j)] \cos(n\theta) - (1 - \frac{m_j D_0 \Gamma_D \beta_b^4}{\rho h \bar{c}_j}) Y_j = \frac{\beta_b^4}{\rho h} \cdot \sum_{k=1}^N m_k \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{V_{nj k} V_{nij}}{D_0 s_{nj} (\beta_b^2 - \alpha_{1nj}^4)} V_{jik}(r, \theta), j = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

(9) va (10) algebraik tenglamalar sistemasi yechimga ega bo‘lishi uchun asosiy aniqlovchi nolga teng bo‘lishi kerak:

$$\begin{vmatrix} \rho h / (m_1 \beta_b^4) + \alpha_{11} - D_{c1} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1N} \\ \alpha_{21} & \rho h / (m_2 \beta_b^4) + \alpha_{22} - D_{c2} & \dots & \alpha_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{N1} & \alpha_{N2} & \dots & \rho h / (m_N \beta_b^4) + \alpha_{NN} - D_{cN} \end{vmatrix} = 0, \quad (11)$$

bu yerda $D_{cn} = D_0 \Gamma^c / \bar{c}_k$ ($k=1, \dots, N$), $a_{sp} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{V_{njs} V_{njh}}{s_{nj} (\beta_b^2 - \alpha_{1nj}^4)}, s, p = 1, 2, \dots, N$.

Majburiy tebranishlarni o‘rganishda mavhum xususiy chastotalarni o‘rganish ahamiyatga ega hisoblanadi. Barcha hollarda o‘rta sirtning Puasson koeffitsiyenti 0,25; $\Gamma_k = 1 - \Gamma^c(\omega_R) - i\Gamma^s(\omega)$. Keltirilgan plastinkalar konstruksiyasi alyuminiy qatlamdan, uning ustidagi plastinka yuqori polimerli materiallardan iborat. Sonli natijalar plastinka qalinligining $\gamma_{\text{НИНГ}}$ kicnik o‘lchamiga nisbatining turli qiymatlari uchun olindi. Xos sonlarni hisoblashning absolyut xatoligi $18 \cdot 10^{-11}$ (xos son tenglamaga qo‘yilgandan keyingi natija) teng.

Faraz qilaylik, plastinka va unga o‘rnatilgan elementlarga ta'sir etuvchi kuchlar bir xil chastotaga ega, ammo amplitudalari har xil bo‘lsin

$$\bar{P}_{nj}(t) = \bar{P}_{nj}^0 e^{-i\alpha t}, \quad (n=1, \dots, N; \quad j=1, \dots, J) \quad (13)$$

bu yer ω – tashqi kuchning berilgan chastotasi, haqiqiy kattalik, \bar{P}_{nj}^0 – tashqi yuklanish amplitudasi, N – mexanik sistema elementlarining soni, J – ko‘chish vektori komponentalari soni.

Olingan analitik yechim asosida Gauss, Laplas, Maxsus funksiyalarni hisoblash usullari va Myuller usuli asosida yaratilgan dastur (C^{++}) bilan sonli natijalar olindi. Yukning massasi $M_1=0.1M_0$, bunda M_0 -plastinka massasi. Plastinkaning fizik-mexanik xarakteristikalari quyidagicha: $E=2.1 \cdot 10^{11} \text{Па}$; $\rho=7.85 \cdot 10^3 \text{кг/м}^3$, $\nu=0.3$, radiusi R va qalinligi $0.5 \times 0.001 \text{м}$, relaksatsiya yadrosining parametrlari quyidagicha: $A=0,048$; $\beta=0,05$; $\alpha=0,1$.

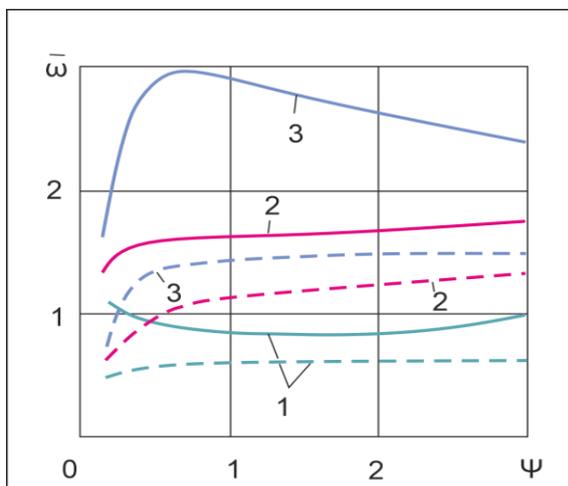
1- Jadval.

Plastinkaning egilishdagi chastotasini solishtirish

Plastinka o‘lchamlari h/R	Dissertatsiyada olingan sonli natijalar	Herman ishida olingan sonli natijalar, Gs.	Xatolik, %
0,20	1071,17	1079,00	0,14
0,40	1106,32	1197,18	3,12
0.60	1273,24	1265,78	3,35
1.0	1301,43	1307,86	4,07
2.0	1567,32	1563,1	4,65

Ko‘rinib turibdiki, olingan natijalar kichik chastotalar sohasida 5% gacha xatolik berar ekan.

Oxirgi yillarda radio elektron apparatlar (REA) korpuslarining materiallarida steklotekstolit keng qo‘llaniladi. Bu materialning fizik-mexanik xususiyatlari quyidagicha: $E=10^5 \text{ кгс/м}^2$, $\rho=1400 \text{ кг/м}^3$, tashqi vibratsion yuklanish chastotasi $\Omega=200 \text{ Hz}$, amplitudasini 1 mm deb olamiz. Natijalar plastinkaning har xil a) qattiq mahkamlanganlik, b) sharnirli tayanch shartlari uchun olindi. 2 - rasmda asosiy chastotaning plastinka qalinligi bo‘yicha o‘zgarishi keltirilgan.



2- rasm. Chastotaning plastinka qalinligi bo‘yicha o‘zgarishi.

Rasmdan ko‘rinib turibdiki, qalinlikning ortib borishi bilan chastotaning haqiqiy va mavhum qismlari ortib borib, asimptotaga intilish tendensiyasiga ega. Osiladigan massalar sonining oshishi chastotalarning pasayishiga olib kelar ekan.

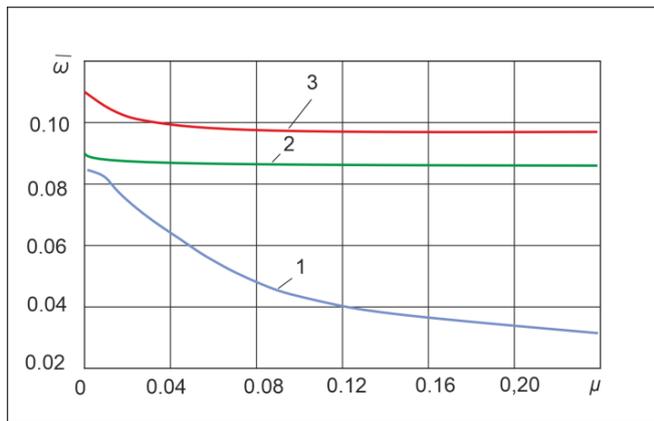
Chastotalar mavhum qismining o‘zgarishi ham chastota haqiqiy qismining o‘zgarishi tendensiyasiga yaqin bo‘lar ekan.

3-rasmda 2 ta simmetrik massa

osilganda (steklotekstolit material uchun) chastotaning osilgan massaning plastinka massasiga nisbatiga nisbatan o'zgarishi keltirilgan (sharnirli plastinka uchun).

3-rasm. Chastota haqiqiy qismi uchta modasining massalar nisbatiga bog'liq o'zgarishi.

Rasmda uchta chastotalar modasining massalar nisbatiga bog'liq o'zgarishi keltirilgan. Bikrlikning chastota va dempfirlash koeffitsiyentiga bog'liqligi monoton bo'lib, bunda bog'lanishning xarakteri chastotalar va dempfirlash koeffitsiyenti uchun bir xilligi aniqlandi. Ikkinchi variantda sistemani struktura jihatdan bir jinlimas deb qaraymiz. Plastinka elastik, prujinka – qovushqoq- elastik bo'lsin. Chastotalarning haqiqiy qismining C bikrlikka bog'liqligi xuddi bir jinli sistemadagidek: mos egri chiziqlar 5% aniqlik bilan ustma-ust tushadi. Chastotalarning mavhum qismi (dempfirlash koeffitsiyenti) ning C ga bog'liqligi nomonoton ekanligi topildi.



Dempfirlash koeffitsiyentining fiksirlangan qiymatida chastotaning minimal qiymat qabul qilishi muhim ahamiyat kasb etadi:

$$\delta_{\omega} = \min(-\omega_{Ik}), \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (13)$$

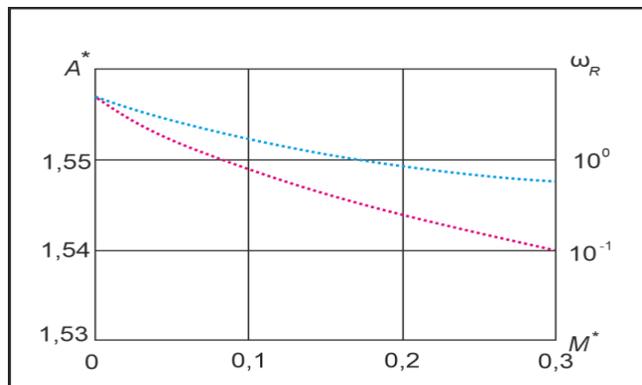
bu yerda δ_{ω} – sistemaning dempfirlash xarakteristikalarini ifodalovchi koeffitsiyent (uni dempfirlashning global koeffitsiyenti (DGK) deb ataymiz). Bir jinli sistema uchun δ_{ω} koeffitsiyent modul bo'yicha birinchi bo'lgan kompleks chastota mavhum qismi bilan to'raligicha aniqlanadi. Bir jinlimas sistema uchun δ_{ω} koeffitsiyent vazifasini birinchi yoki ikkinchi chastota (ularning qiymatiga bog'liq ravishda) ning mavhum qismi bajaradi.

Faraz qilamiz, n - chi osilgan jismga davriy kuch qo'yilgan bo'lsin,

$$\bar{P}_{nj}(t) = \bar{P}_{nj}^0 e^{-i\Omega t} \quad (n = 1, \dots, N : j = 1, \dots, J),$$

bu yerda Ω – berilgan tashqi davriy kuch chastotasi; \bar{P}_{nj}^0 – tashqi kuch amplitudasi, N – mexanik sistema elementlari soni.

Osilgan massali plastinkalarning majburiy garmonik tebranishlarida amplituda-chastota xarakteristikasi massa yo'qligiga nisbatan o'zgarishi, ya'ni qo'shimcha xavfli rezonans yuzaga kelishi aniqlandi. Differensial tenglamaning yechimini ortogonal fundamental bazis funksiyalarning superpozitsiyasi sifatida qidiramiz



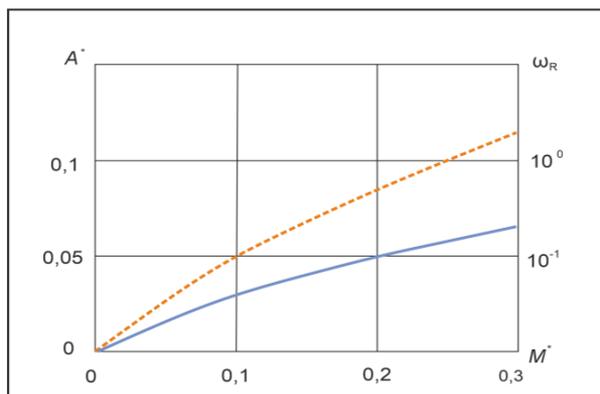
4- rasm. Amplituda nisbatlari haqiqiy qismining massalar nisbatiga bog'liq o'zgarishi.

$$U_{nj}^0(x) = \sum_{k=1}^K \gamma_{nj}^k \Phi_{nj}^k(\bar{x}) \quad , \quad (n=1, \dots, N; \quad j=1, \dots, J) \quad , \quad (14)$$

bu yerda γ_{nj}^k – noma'lum koeffitsiyentlar. (14) yechimni differensial tenglamaga qo‘ysak, quyidagi ko‘rinishdagi tenglamalar sistemasini olamiz

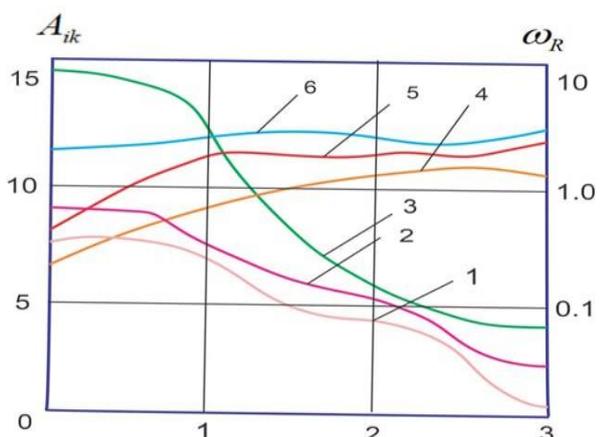
$$\left(A + \sum_{n=1}^{N-1} f_{ln}(\Omega) A_{ln}^n + \sum_{n=1}^{N_n} f_n(\Omega) A_n^n + \sum_{n=1}^N \sum_{l'=1}^{L'} f_{l'n}(\Omega) A_{l'n}^n - \Omega^2 B \right) \bar{\xi} = \hat{P}_{nj}^0 \quad . \quad (15)$$

Qo‘yilgan masala ortogonal progonka va Gauss usullari orqali yechiladi. Amplitualar nisbatining massalar nisbatiga bog‘liq o‘zgarishi 4- va 5- rasmlarda ε ($\varepsilon = n^4(h/R)^2$) ning turli qiymatlari uchun keltirilgan.



5- rasm. Amplituda nisbatlarining massalar nisbatiga bog‘liq o‘zgarishi

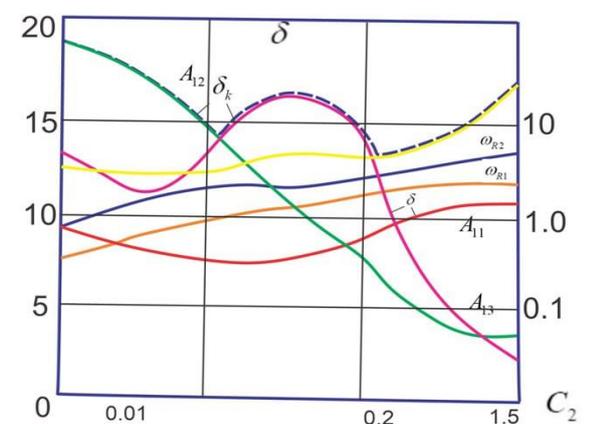
Ko‘rinib turibdiki, chastotalarning va rezonans amplitudalarning o‘zgarishi monoton funksiyalar orqali ifodalanar ekan.



6- rasm. Global rezonans amplitudaning deformatsiyalanuvchi element oniy bikrlilik koeffitsiyentiga bog‘liq o‘zgarishi (dissipativ bir jinsli mexanik sistema).

Xuddi shunday, rezonans amplitudasining prujina bikrligiga bog‘liq o‘zgarishi dissipativ bir jinsli bo‘lmagan mexanik sistema uchun 6-rasmda keltirilgan.

Dissipativ bir jinslimas mexanik sistema (DMS) holatida majburiy tebranishlar chastotasining erkin tebranishlar chastotalariga mos kelgan holatda olingan birinchi va ikkinchi rezonans amplitudasining deformatsiyalanuvchi element bikrligiga bog‘liq o‘zgarishi 7-



7- rasm. Global rezonans amplitudaning deformatsiyalanuvchi element oniy bikrlilik koeffitsiyentiga bog‘liq o‘zgarishi (dissipativ bir jinslimas mexanik sistema)

Rasmdan ko‘rinib turibdiki, dissipativ bir jinsli bo‘lmagan mexanik sistema uchun C_2 global rezonans amplituda (GRA) roliga birinchi va ikkinchi rezonans amplitudalari qatnashar ekan. Rezonans

amplitudasining eng kichik qiymati rezonans chastotalarining kesishish nuqtasida bo'lishi topilgan. "Rollarning almashishi" C_0 qattqlikning xarakterli qiymatida sodir bo'ladi; bu holda birinchi va ikkinchi chastotalarning haqiqiy qismlari eng yaqin bo'ladi. Mexanik sistema energiyasining dissipativlik xususiyatini xarakterlovchi "Troyanovskiy-Safarov samarasi" bu yerda ham o'rinli bo'lar ekan.

Dissertatsiyaning "Osilgan massali to'rtburchakli ortotrop qovushqoq-elastik plastinkaning erkin va majburiy tebranishlari" deb nomlangan uchinchi bobi beshta paragrafdan iborat. Birinchi paragrafda osilgan massali to'rtburchakli qovushqoq-elastik ortotrop plastinkaning (o'rnatilgan yoki yopishtirilgan va osilgan massali to'rtburchakli ortotrop plastinkaning) xos tebranishlari masalasini ko'ramiz. Plastinka va prujinkalar qovushqoq- elastiklik xususiyatiga ega. Mexanik sistema dissipativ bir jinsli yoki bir jinsli emas deb o'rganiladi.

Taqribiy- analitik yechimni olish uchun plastinkaning klassik nazaryasidan energiya funksionalini tebranayotgan plastinka uchun qurish mumkin

$$J(W, Z) = \iint_{\Omega_s} [\bar{D}_1 W_{xx}^2 + 2\mu_2 \bar{D}_1 W_{xx} W_{yy} + \bar{D}_2 W_{yy}^2 + 4\bar{D}_k W_{xy}^2] dx dy - \frac{1}{2} \rho \omega^2 h \iint_{\Omega_s} W^2 dx dy - \frac{1}{2} m_0 \omega^2 (W(x_0, y_0) + Z)^2 + \frac{1}{2} \bar{k}_0 Z^2 \quad (16)$$

bu yerda $W = W(x, y)$ - plastinka o'rta sirti ko'chish amplitudasi; Z - osilgan massaning ko'chish amplitudasi; ν_2 - Puasson koefitsiyenti; \bar{D}_1, \bar{D}_2 - egilishdagi bikrlilik; \bar{D}_k - bosh yo'nalishda buralishdagi kompleks bikrlilik.

Masalani yechishda o'lchamsiz parametrlardan foydalanamiz:

$$x = \frac{\bar{x}}{a}, y = \frac{\bar{y}}{b}, x_0 = \frac{\bar{x}_0}{a}, y_0 = \frac{\bar{y}_0}{b}, \varepsilon = \frac{a}{b}.$$

Plastinka salqiligi $W(x, y)$ ni topishda o'zgaruvchilarni ajratib olamiz

$$W(x, y) \cong \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} X_m(x) Y_n(y). \quad (18)$$

Agar plastinkaning tomonlari oddiygina tayangan bo'lsa, u holda

$$X_m(x) = \sin m\pi x, Y_n(y) = \sin n\pi y. \quad (19)$$

Qo'yilgan masalani yechish uchun Reley-Rits usulini qo'llab, (16) funksionalni A_{mn} koefitsiyent bo'yicha va massaning siljishini Z bo'yicha minimizasiya qilamiz. Bu shartdan matritsa ko'rinishdagi quyidagicha transendent tenglamani olamiz

$$|C(\Omega_R) - \Omega^2 M| = 0, \quad (20)$$

bu yerda

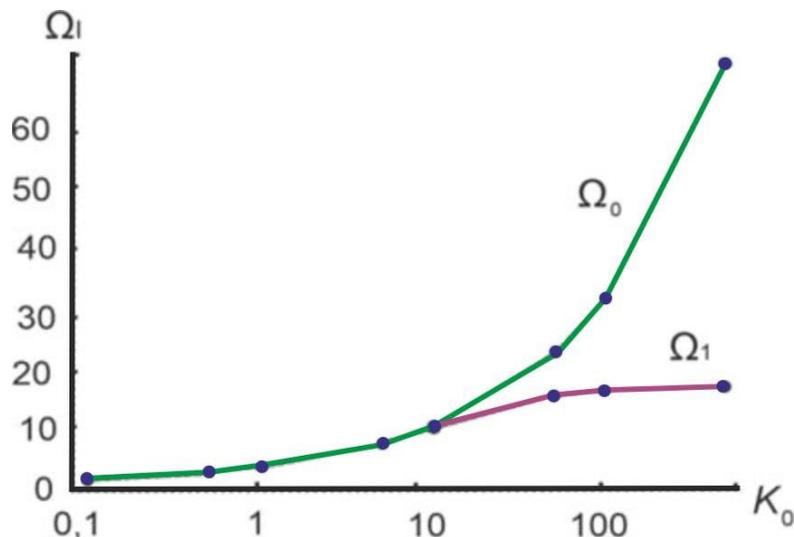
$$\Omega_i^2 = \frac{\rho h}{\bar{D}_1} a^4 \omega_i^2, C = \begin{vmatrix} C & 0 \\ 0 & \varepsilon^{-1} \bar{K}_0 \end{vmatrix}, C = [c_{qlmn}]$$

$$M = \begin{bmatrix} M & \varepsilon^{-2} \frac{m_0}{m_p} X_q(x_0) Y_l(y_0) \\ \varepsilon^{-2} \frac{m_0}{m_p} X_m(x_0) Y_n(y_0) & \varepsilon^{-2} \frac{m_0}{m_p} \end{bmatrix}, M = [m_{qlmn}] \quad (21)$$

$$c_{qlmn} = \varepsilon^{-2} \int (X_q X_m)(Y_l Y_n) dx dy, \bar{K}_0 = \frac{ab}{D_{01}} \bar{k}_0, m_p = \rho h ab.$$

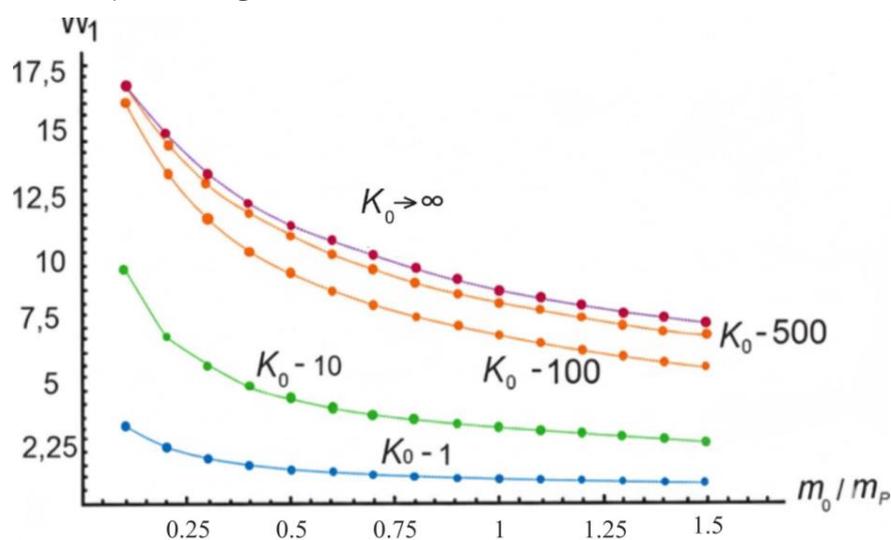
Plastinkaga m massa qovushqoq - elastik prujinka orqali osilgan. Massa osilgan nuqtaning koordinatasi (x_0, y_0) bilan belgilangan. Massa plastinkaga $x_0=y_0=2/3$ masofasida osilgan. Hisoblashlarda (8-rasm) kuchsiz singulyar uch paramerli Koltunov-Rjanitsin relaksatsiya yadrosidan foydalaniladi:

$$R_k(t) = A_k e^{-\beta_k t} / t^{1-\alpha_k}.$$



8 - rasm. Chastota ikkita modasi haqiqiy qismining elastik elementning oniy elastiklik moduliga bog‘liq o‘zgarishi ($m=0.12$)

Parametrlarning quyidagi qiymatlari qabul qilingan: $A = 0,048$; $\beta = 0,05$; $\alpha = 0,1$. Plastinka materiali izotrop, qovushqoq-elastik bo‘lsin. Osilgan massa $m = m_0 / m_p = 0.25$ bo‘lsin. 9 - rasmda birinchi tebranishlar formasiga ($x_0=y_0=1/2$) mos kelgan ko‘chishning massalar nisbatiga bog‘liq o‘zgarishi ($m=0.12$) keltirilgan.



9- rasm. Birinchi tebranishlar formasiga ($x_0=y_0=1/2$) mos kelgan ko‘chishning massalar nisbatiga bog‘liq o‘zgarishi ($m=0.12$)

9-rasmdan ko‘rinib turibdiki, massalar nisbatining o‘zgarishi chastotalar haqiqiy qisimlarining o‘zgarishiga sabab bo‘lar ekan. Materiallarning

qovushqoqlik xossalarini hisobga olish ko'chish va kuchlanishlarni 10–15% kamaytirishga imkon beradi.

To'rtta massa osilgan, tomonlari biriktirilgan ortotrop plastinkaning chiziqli majburiy tebranishlari masalasini ko'rib chiqamiz. Plastinkaga ta'sir etuvchi kuch davriy normal kuch sifatida olingan. Plastinkaning qalinligi $2h$, uning boshqa o'lchamlariga nisbatan kichik deb hisoblaymiz va balandlik bo'yicha taqsimlash uchun S.P Timoshenko gipotezasini qo'llaymiz. Qo'yilgan masalani yechish uchun Gamilton-Ostrogradskiy prinsipidan foydalanamiz. U holda variatsion tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (K - U + A) dt = 0. \quad (22)$$

Bu yerda U - plastinka va osilgan massa deformatsiyalarining potensial energiyasi; K - kinetik energiya; A - tashqi kuch potensial energiyasi. Plastinkaga nuqtaviy $(X_{k+1}, Y_{k+1}), (X_{k+2}, Y_{k+2}), (X_{k+3}, Y_{k+3}), \dots, (X_{k+p}, Y_{k+p})$ normal va vaqt bo'yicha garmonik bo'lgan $P_3^{(i)}$ kuch qo'yilgan bo'lsin, deb faraz qilamiz.

Sonli natijalar Matlab dasturiy ta'minotida parametrlarning quyidagi qiymatlari uchun olindi: $a = 0,15$ m; $B = 0,1$; $h = 1,25 \times 10^{-3}$ m. Relaksatsiya yadrosi sifatida uch parametrli Rjanitsin-Koltunov yadrosi olindi: $R_j(t) = A_j e^{-\beta_j t} / t^{1-\alpha_j}$, bu yerda A_j - qovushqoqlik yadrosini amplitudasi, α_j va β_j - qovushqoqlik yadrosining parametrlari. Hisoblashlarda $A = 0,048$; $\beta = 0,05$; $\alpha = 0,10$ olindi. Plastinka materiali folgirlangan steklotekstolitdan iborat:

$$E_1 = 2,15 \times 10^{10} \text{ H/M}^2, \quad E_2 = 1,23 \times 10^{10} \text{ H/M}^2, \quad G_{12} = 3,3 \times 10^3 \text{ H/M}^2, \\ G_{13} = 2,78 \times 10^9 \text{ H/M}^2, \quad G_{23} = 2,78 \times 10^3 \text{ H/M}^2, \quad \nu_1 = 0,19, \quad \nu_2 = 0,11, \\ \rho = 1,71 \times 10^4 \text{ HCEK}^2 / \text{M}^4;$$

- tashqi ta'sir etuvchi kuch amplitudasi: $\bar{P}_3^{(i)} = \frac{P_3^{(i)} a^4}{E_1 h^4} = 50 \quad (i = k+1 \div p)$

- massalar markazining koordinatlari: $a_z^{(i)} = 0,5 \times 10^{-3}$ m; $a_x^{(i)} = 0$; $a_y^{(i)} = 0$;

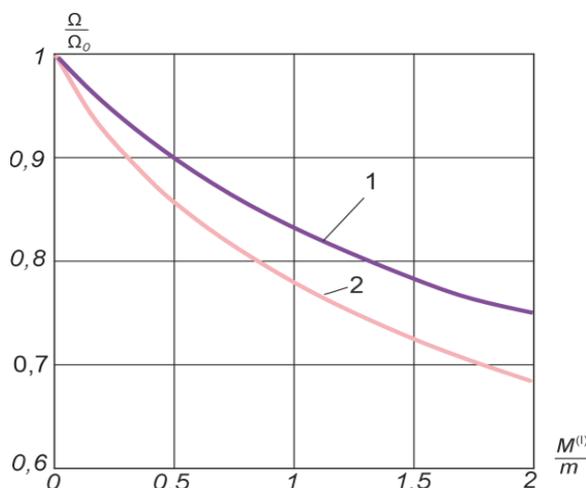
- massalarning inertsiya momentlari: $I_x^{(i)} = 25 \times 10^{-9} \text{ KGM}^2$; $I_y^{(i)} = 25 \times 10^{-9} \text{ KGM}^2$; $I_z^{(i)} = 0$;

- prujinkalarning oniy bikrlilklari:

$$C_z^{(i)} = 10^{-2} C_s; \quad C_s = \frac{D_1}{a^2}; \quad C_x^{(i)} = 0; \quad C_y^{(i)} = 0.$$

Normal davriy kuch uchta bir xil $\frac{1}{4} Mg$ osilgan massali plastinka markaziga qo'yilgan. 10- rasmda o'lchamsiz chastotaning massalar nisbatiga bog'liq o'zgarishi keltirilgan. Bu yerda m - plastinka massasi; $\Omega_0 = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{D_{10}}{m}}$.

10-rasm. O'lchamsiz chastotaning massalar nisbatiga bog'liq o'zgarishi



10- rasmdan ko‘rinib turibdiki, inertsiya momenti chastotaning o‘zgarishiga katta ta'sir ko‘rsatar ekan. Massalar nisbati ortib borishi bilan chastota kamayib borar ekan. Rasmda 1-chiziq- I_{xx} va I_{yy} inertsiya momentini hisobga olmagan, 2 chiziq- I_{xx}, I_{yy} inertsiya momentini hisobga olgan hol.

Tahlil uchun kvadrat shaklidagi yupqa elastik plastinka modeli yaratildi. Plastinkaning geometrik o‘lchamlari quyidagicha: qirralari $a = 1m$ va qalinligi $h = 0.003m$. Plastinka alyuminiy materialidan tayyorlangan bo‘lib, uning elastiklik moduli $E = 70 \text{ MPa}$, Puasson koeffitsiyenti- $\mu = 0.33$ va zichligi- $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ ga teng. Plastinkaning barcha to‘rtta qirradi qattiq mahkamlangan.

Markazga massa ta'sirini hisobga olish uchun plastinkaning markazida joylashgan nuqtaga yoki uzalgan "nuqtaviy massa" elementi kiritildi. Tahlil to‘rtta har xil massa qiymati uchun o‘tkazildi: 1 kg, 10 kg, 50 kg va 100 kg. Plastinkaning markaziy nuqtasi koordinatalar boshida joylashgan.

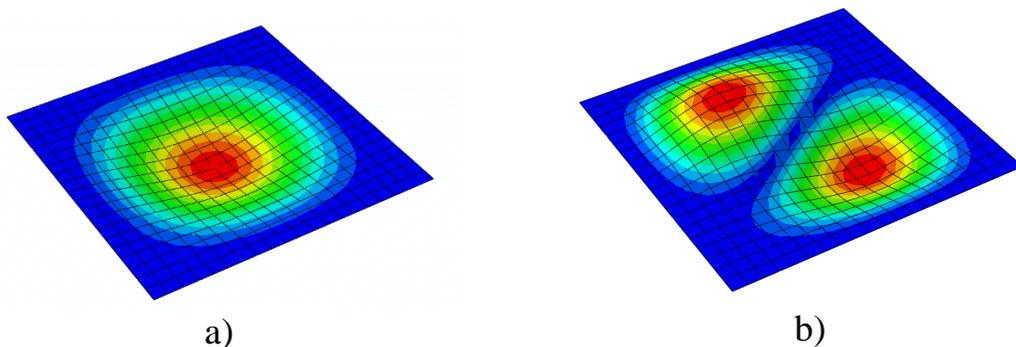
Plastinka modelini elementlar bilan tahlil qilish uchun to‘rt tugunli plastinka elementlari (S4R) ishlatildi. Mesh (to‘r) plastinkaning yuzasi bo‘ylab taqsimlangan bo‘lib, hisoblash aniqligini ta'minlash uchun yetarli darajada zichlikka ega. Abaqus dasturida turli qiymatdagi massalar osilgan alyuminiy plastinkaning erkin tebranishlari tahlili natijalari 2- jadvalda keltirilgan. Jadvaldan ko‘rinib turibdiki, markazga qo‘yilgan massa qiymati ortishi bilan birinchi xos tebranish chastotasi sezilarli darajada kamaymoqda. Xususan, massa 1 kg dan 100 kg gacha oshirilganda, birinchi chastota 7 marta pasaygan. Bu holat fizikaviy jihatdan kutilgan natijadir, chunki qo‘yilgan massa sistema inertsiyasini oshiradi va elastik elementlarning tebranishini kamaytiradi.

2-Jadval.

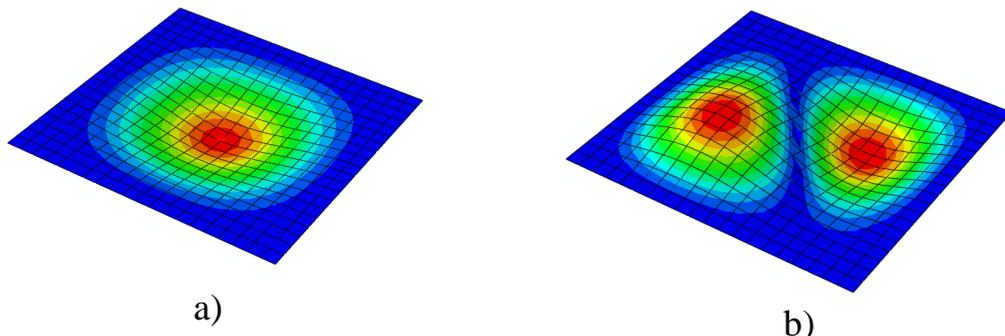
Turli massa qiymatlarida birinchi uchta erkin tebranish chastotalari (Gs)

Massa (kg)	1-chastota (Gs)	2-chastota (Gs)	3-chastota (Gs)
1	19.897	55.399	55.399
10	8.5437	55.399	55.399
50	3.9611	55.399	55.399
100	2.8139	55.399	55.399

Ikkinchi va uchinchi xos tebranish chastotalari esa massa qiymatining o‘zgarishiga deyarli sezgir emas. Bu shuni ko‘rsatadiki, bu yuqori tartibli tebranish shakllari qo‘yilgan massaning lokal ta'siriga unchalik bog‘liq emas va ko‘proq plastinkaning geometriyasi va material xususiyatlariga bog‘liq. Tebranish shakllarining vizual tahlili shuni ko‘rsatadiki, birinchi tebranish shakli barcha massa qiymatlari uchun plastinkaning markazida maksimal egilishga ega bo‘ladi, qirralar esa mahkamlangan holatda qoladi.



12-Rasm. 1 kg massa uchun plastinkaning 1- va 2- tebranish formalari



13-Rasm. 10 kg massa uchun plastinkaning 1- va 2- tebranish formalari

Ikkinchi va uchinchi tebranish shakllari va chastotalari bir xil bo‘ladi. Markaziy siljish kamayadi, markaz va mahkamlangan qirralar o‘rtasidagi oraliq qismlarda maksimal siljishlar kuzatiladi. Massa qiymatining o‘zgarishi birinchi tebranish chastotasiga sezilarli ta’sir ko‘rsatadi, tebranish shakllarining umumiy ko‘rinishiga katta ta’sir etmaydi.

UMUMIY XULOSALAR

1. Birinchi marta qovushqoq-elastik ortotrop plastinka va unga deformatsiyalanuvchi massasiz element bilan osilgan massaning tebranishlarini o‘rganish masalasining matematik qo‘yilishi, yechish metodikasi va algoritmi ishlab chiqildi.

2. Qovushqoq-elastik massasiz elementlar va plastinkadan tashkil topgan qovushqoq-elastik mexanik tizim uchun harakat differensial tenglamalar sistemasini ifodalovchi xususiy hosilali gibrid integro-differensial tenglamalar sistemasi olindi.

3. Biriktirilgan massalari bo‘lgan ikki va uch o‘lchovli dinamik masalalarning erkin va majburiy tebranishlari masalalari yechildi.

4. Butun tizimning dissipativlik xususiyatlarini tavsiflash uchun I.E. Troyanovskiy va I.I. Safarov tomonidan kiritilgan global so‘nish (dempferlash) koeffitsiyenti (GSK) tushunchasidan foydalanildi. Dissipativ bir jinsli mexanik sistema (DMS) holatida erkin tebranishlar chastotasi birinchi modasining mavhum qismi mexanik sistemadagi energiya dissipatsiyasini aniqlaydi. Dissipativ bir jinsli bo‘lmagan mexanik sistema (DMS) holatida erkin tebranishlar chastotasining

birinchi, ikkinchi, va h.k. modalarining mavhum qismlari mexanik sistemadagi energiya dissipatsiyasini aniqlashi tasdiqlandi.

5. Osiladigan massa plastinka massasidan juda kichik bo'lsa, u plastinka tebranishlariga deyarli ta'sir ko'rsatmasligi topildi. Plastinka markazida massalar joylashgan nuqtalarning siljishi erkin tebranishlar chastotasining haqiqiy va mavhum qismlarining kamayishiga olib kelishi topildi.

6. Plastinkaning ortotropik xususiyatlarini ifodolovchi parametrlar uning kichik chastotalariga va energiya dissipatsiyasiga tasirini sezilarli bo'lish sharti topildi.

7. Nuqtali tayanchlari va birlashtirilgan massalari bo'lgan plastinkalardan iborat dissipativ bir jinsli va bir jinsli bo'lmagan mexanik tizimlarning erkin va majburiy tebranishlari muammosining matematik qo'yilishi, yechish metodikasi va algoritmi ishlab chiqildi. Ishlab chiqilgan algoritimning ishonchliligi sonli tajriba asosida isbotlandi.

8. Osilgan massalari bo'lgan qovushqoq-elastik ortotrop plastinkaning xos tebranishlari masalasini yechish metodikasi asosida transendent chastota tenglamasi olindi. Osilgan massa va oniy elastiklik modulining chastotalar va tebranishlar formasiga ta'siri parametrik o'rganildi.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 ПО
ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ БУХАРСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

**БУХАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

ЖАЛОЛОВ ФАРРУХ БАХШУЛЛОЕВИЧ

**КОЛЕБАНИЯ КРУГЛЫХ И ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНЫХ
ВЯЗКОУПРУГИХ ПЛАСТИНОК С ПОВЕШЕННЫМИ МАССАМИ**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим
наукам**

Бухара – 2025

Тема диссертации на соискание учёной степени доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована с номером B2024.3.PhD/FM В высшей аттестационной комиссии при министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан

Диссертация выполнена в Бухарском государственном техническом университете. Автореферат диссертации на трех языках (узбекском, русском, английском (резюме)) размещен на веб-странице Бухарского государственного технического университета ([www. https://bstu.uz/](http://www.https://bstu.uz/)) и на Информационно-образовательном портале “Ziyonet” (www.ziyonet.uz)

Научный руководитель:	Тешаев Мухсин Худойбердиевич доктор физико-математических наук (DSc)
Официальные оппоненты:	Мардонов Ботир Мардонович доктор физико-математических наук, профессор Индиаминов Равшан Шукурович доктор физико-математических наук, профессор
Ведущая организация:	Ташкентский государственный транспортный университет

Защита диссертации состоится 4 октября 2025 г. в 09:³⁰ часов на заседании Научного совета Phd.03/27.02.2021.FM.101.02 при Бухарском государственном техническом университете по адресу: 200100, г.Бухара, ул. К. Муртазаева, 15. Тел.: (+99865) 223-78-84; факс: (+99865) 223-79-72, E-mail: bstu_info@edu.uz.

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Бухарского государственного технического университета (зарегистрирована за №470). (Адрес:Бухарская область, 200100, г. Бухара, ул. К. Муртазаева, 15. Тел.: (+99895) 604-44-70).

Автореферат диссертации разослан 20 сентября 2025 года.

(протокол рассылки № 3 от 9 августа 2025 г.)



Рахмонов Б.С.
Председатель Научного совета по присуждению ученых степеней, доктор технических наук (DSc)

Р.А. Сабирова,
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученых степеней, кандидат физико-математических наук (PhD)

З.И. Болтаев,
Председатель Научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней, доктор физико-математических (DSc)

A handwritten blue ink signature, likely belonging to one of the officials mentioned in the text.

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В мире обеспечение прочности различных электронных устройств, установленных на движущихся транспортных средствах, применение усовершенствованных методов расчета при решении задач, связанных с их взаимодействием, занимает одно из ведущих мест. В мировом масштабе снижение динамических напряжений и деформаций, возникающих в электронных устройствах, являющихся неотъемлемой частью движущихся транспортных средств, требует внедрения в практику новых методов предотвращения возникающих в них резонансных состояний.

В связи с этим, учитывая разнообразие вязкостных свойств элементов механической системы, важное значение имеет изучение, обобщение, разработка и использование методов, позволяющих применять сложные решения, связанные с их взаимодействием в колебательном процессе. В то же время возникает проблема обеспечения прочности многих технических конструкций, в том числе транспортных средств и летательных аппаратов, в результате значительного увеличения степени возникновения резонансного явления. Изучение влияния современных машин, механизмов и устройств на процесс их взаимодействия также является актуальной проблемой. Учет явления резонанса, возникающего в механизмах в процессе колебаний, занимает важное место среди проблем динамики действующих машин.

В Республике проводятся целенаправленные научные исследования по обеспечению прочности, исследованию напряженно-деформированного состояния, определению опасных напряжений во многих технических средствах, в том числе транспортных средствах, летательных аппаратах, в результате значительного увеличения степени возникновения резонансного явления соответствующих конструкций, проводятся широкомасштабные мероприятия по изучению собственных и вынужденных колебаний тонких ортотропных пластин, к которым прикреплены собранные массы, и достигаются определенные результаты. Указу Президента Республики Узбекистан от 30 мая 2022 года No УП-144 "О мерах по дальнейшему совершенствованию системы обеспечения сейсмической безопасности Республики Узбекистан"¹, Указом Президента Республики Узбекистан определены важные задачи. При реализации этих задач, в том числе, важное значение имеет создание алгоритмов и программ, разработанных в данном направлении исследований.

Данное диссертационное исследование в определенной степени служит выполнению задач, предусмотренных в Постановлении Президента Республики Узбекистан от 16 мая 2023 года No ПП-158"² О дополнительных

¹ Постановление Президента Республики Узбекистан от 30 мая 2022 года No УП-144 "О мерах по дальнейшему совершенствованию системы обеспечения сейсмической безопасности Республики Узбекистан"

² Постановление Президента Республики Узбекистан от 16 мая 2023 года No ПП-158 "О дополнительных мерах по дальнейшему совершенствованию системы обеспечения сейсмической безопасности населения и территории Республики Узбекистан"

мерах по дальнейшему совершенствованию системы обеспечения сейсмической безопасности населения и территории Республики Узбекистан," Постановлении Президента Республики Узбекистан от 17 апреля 2024 года No ПП-161 ³ "О мерах по повышению сейсмостойкости зданий и сооружений и совершенствованию деятельности по мониторингу сейсмической опасности," а также в других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное диссертационное исследование выполнено в соответствии с IV. "Математика, механика, сейсродинамика сооружений и информатика" и XIV. "Сейсмология, сейсмическая безопасность зданий и сооружений в строительстве".

Степень изученности проблемы. Многие известные ученые, например: Артоболевский И.И., Фролов К.В., Ганиев Р.Ф., Генкин М.Д., Вейц В.Л., Вульфсон И.И., Пановко Я.Г., Колесников К.С., Левицкий Н.И., Сноудон Ж.С., Ден-Гартог Ж.П., Тимошенко С.П. и узбекские ученые, в том числе: Рахматулин Х.А., Уразбоев М.Т., Ширинкулов Т.Ш., Кабулов В.К., Рашидов Т.Р., Мубораков Я. Н., Мардонов Б.М., Алимухаммедов Ш., Султонов К.С., Маматкулов Ш.М., Мирсаидов М.М., Бадалов Ф.Б., Хожметов Г.Х., Ишанходжаев А.А., Мавлонов Т.М., Абдусаторов А., Сафаров И.И., Худайназаров Х., Эшматов Х., Юлдашев Ш.С. и другие провели научный и сравнительный анализ некоторых проблем виброзащиты элементов машин. Однако, в настоящее время существует ряд проблем, связанных с динамикой диссипативных механических систем (диссипативно- однородных и неоднородных), решение которых позволяет решать новые проблемы колебаний и виброзащиты.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация.

Диссертационное исследование выполнено в рамках плана научно-исследовательских работ Бухарского государственного технического университета (Бухарский инженерно-технологического института) по фундаментальному проекту Ф-4-04 "Развитие теории и разработка методов расчета напряженно-деформированного состояния подземного криволинейного трубопровода, протекающего жидкостью, под действием динамических сил " (2012-2016 гг.).

Цель исследования: - разработка методики и алгоритма аналитического и численного решения задач динамики тонких ортотропных пластин с соединенными массами под действием гармонических нагрузок, а также анализ численных результатов.

Задачи исследования:

разработка математической постановки, методики и алгоритма решения задач о собственных и вынужденных колебаниях вязкоупругих

³ Постановление Президента Республики Узбекистан от 17 апреля 2024 года No ПП-161 "О мерах по повышению сейсмостойкости зданий и сооружений и совершенствованию деятельности по мониторингу сейсмической опасности"

ортотропных пластин с сосредоточенной массой, соединенных друг с другом деформируемыми элементами;

сравнительная оценка изменения собственных частот (действительной и мнимой частей) и форм колебаний вязкоупругой ортотропной пластинки с сосредоточенной массой в зависимости от геометрических и физико-механических параметров;

сравнительная оценка изменения действительной и мнимой частей собственных частот колебаний вязкоупругих ортотропных структурно-неоднородных пластин с сосредоточенной массой в зависимости от коэффициента мгновенной жесткости;

исследование частотного изменения амплитуд перемещений и напряжений вязкоупругих ортотропных пластин с сосредоточенной массой под действием вибрационной нагрузки.

Объектом исследования являются вязкоупругие тонкие ортотропные пластины с сосредоточенными массами, соединенные деформируемыми элементами (пружинами).

Предметом исследования являются математические модели и методы решения задач динамики механических систем, состоящих из структурно-неоднородных ортотропных пластин с присоединенной массой, алгоритмы, основанные на комплексной алгебре.

Методы исследования. В процессе исследования использованы методы механики деформируемых твердых тел (принцип возможных перемещений, замораживания, разделения переменных, методы Гаусса, Лапласа и Мюллера).

Научная новизна исследования заключается в следующем:

впервые разработаны математическая постановка, методика и алгоритм решения задач собственных и вынужденных колебаний вязкоупругих ортотропных (прямоугольных и круглых) пластин, соединенных друг с другом деформируемыми элементами и имеющих собранную массу, на основе методов "замораживания," разделения переменных, методов Мюллера, Гаусса и Лапласа;

найден эффект интенсивности диссипации энергии в механической системе при максимальном приближении действительных частей собственных частот диссипативной неоднородной механической системы, состоящей из вязкоупругой ортотропной (прямоугольной и круговой) пластины с сосредоточенной массой и безмассовых элементов;

установлено, что коэффициент демпфирования (или затухания) в механических системах, состоящих из структурно однородных вязкоупругих ортотропных пластин с собранной массой, является монотонным в зависимости от жесткости, а в диссипативных неоднородных механических системах он выражается через немонотонные функции;

на основе применения разработанной методики и алгоритма установлено, что с увеличением центробежной массы частота первого собственного колебания значительно уменьшается, при увеличении массы с 1

кг до 100 кг первая частота уменьшается в 7 раз, а частоты второго и третьего колебаний остаются практически неизменными;

Различие между действительными частями комплексных частот структурно однородных и неоднородных упругих и вязкоупругих ортотропных пластин с опорами и соединенными (двумя или тремя) массами до 6%, а мнимые части кардинально отличаются, было найдено на основе метода и алгоритма, основанного на методах "замораживания," разделения на переменные, методах Гаусса, Мюллера и Лапласа.

Практические результаты исследования заключаются в следующем: разработанная методика и алгоритм позволяют в несколько раз уменьшить вибрационные колебания в резонансных режимах структурно неоднородных механических систем;

найдена зависимость интенсивности энергии в механических системах, состоящих из структурно неоднородной пластины и подвешенной массы, от пространственного расположения элементов механической системы и жесткости упругих элементов;

разработана методика определения областей интенсивности затухания (диссипации) энергии в вязкоупругой пластинке, состоящей из структурно-неоднородных сплошных массовых и безмассовых деформируемых элементов.

Достоверность результатов исследования объясняется корректной постановкой граничных условий, строгостью выведенных математических выражений, систематическим использованием обоснованных методов решения, сопоставлением решений других исследователей при оценке точности решений и соответствием их результатам, а также внедрением их в практику.

Теоретическая и практическая значимость результатов исследования.

Теоретическая значимость результатов исследования заключается в совершенствовании и развитии теории управления интенсивностью энергии в вязкоупругих механических системах, состоящих из пластин, к которым прикреплены массы.

Практическая значимость исследования заключается в том, что предложены способы гашения колебаний или вибраций механической системы за счет присоединения массы к вязкоупругим пластинам.

Внедрение результатов исследования. На основе полученных результатов по методике и алгоритму решения задач колебаний круговых и четырехугольных вязкоупругих пластин с подвесными массами в исследовании:

результаты приближенного решения уравнений математической модели, учитывающей вязкость материала были использованы в рамках инновационного проекта No IL-21071166 "Создание ветряной турбины с вертикальной осью, предназначенной для низких скоростей ветра" выполненного в Институте механики и сейсмостойкости сооружений Академии наук Республики Узбекистан (Справка No 434-3 Института

механики и сейсмостойкости сооружений Академии наук Республики Узбекистан от 21 апреля 2025 г.). В результате это позволило приближенно решить уравнения для определения параметров ветряных турбин;

методика решения гибридных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих вынужденные колебания грузов, подвешенных на ортотропной пластине, была использована в проекте Ташкентского химико-технологического института No OT-F4-01 "Разработка методов и развитие теории изучения нелинейного динамического напряженно-деформированного состояния криволинейных участков многослойных композитных труб, по которым течет вязкая жидкость, под воздействием температуры и динамических нагрузок," выполненном в 2016-2020 гг. (Справка Ташкентского химико-технологического института No 1/01-2409 от 8 июля 2025 г.). В результате появилась возможность найти частоты колебаний криволинейных участков многослойных композитных труб, по которым течет вязкая жидкость, под воздействием динамических нагрузок и построить формы колебаний.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 21 научная работа, из них 5 статей в научных изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертаций доктора философии (PhD), в том числе 3 в республиканских и 2 в зарубежных журналах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложений. Объем диссертации составляет 106 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении диссертации обоснованы актуальность и необходимость диссертационной работы, сформулированы цель и задачи, объект и предмет исследования. Показано соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики Узбекистан, указана научная новизна и приведены практические результаты исследования. Обоснована достоверность полученных результатов, освещена их научная и практическая значимость. Представлена информация о внедрении результатов исследования, опубликованных работах, структуре и объеме диссертации.

В первой главе диссертации "**Анализ литературы, посвященной изучению колебаний круговых и прямоугольных вязкоупругих пластин с подвешенными массами**", состоящей из трех параграфов, приведен анализ научных исследований по свободным и вынужденным колебаниям пластин с соединенными и подвешенными массами. В результате анализа литературы были сделаны следующие выводы:

вопросы изучения резонансных явлений в зависимости от интенсивности энергии в диссипативно- однородных и неоднородных

механических системах, состоящих из материальных точек и пластин, под действием гармонических нагрузок остаются актуальными;

установлено, что задача исследования устойчивости колебаний структурно- однородных (или неоднородных) механических систем под действием вибрационных внешних нагрузок до сих пор не получила полного решения;

вопрос управления резонансными колебаниями диссипативных механических систем активными методами также остается актуальной проблемой.

Вторая глава диссертации, озаглавленная "**Свободные и вынужденные колебания механических систем, состоящих из масс, подвешенных на круглых вязкоупругих пластинах**", состоит из трех параграфов. В первом параграфе рассмотрены свободные колебания механической системы, состоящей из масс, подвешенных на круглых тонких вязкоупругих пластинах. Во втором параграфе приведены численные расчеты и их анализ. В третьем параграфе рассмотрены вынужденные колебания цилиндрической пластинки с сосредоточенной массой.

Предположим, что в вязкоупругую пластинку радиуса R , толщины h , плотностью материала ρ , цилиндрической жесткостью \tilde{D} (в операторной форме), подвешены массы $m_k (k=1, \dots, N)$. Операторные жесткости имеют вид:

$$\begin{aligned} \tilde{D}f(t) &= D_0 \left[f(t) - \int_0^t R_D(t-\tau)f(\tau)d\tau \right]; \\ \tilde{c}_k f(t) &= c_{0k} \left[f(t) - \int_0^t R_{ck}(t-\tau)f(\tau)d\tau \right] \end{aligned} \quad (1)$$

здесь $f(t)$ – произвольная функция времени, $R_D(t-\tau)$ и $R_{ck}(t-\tau)$ – ядра релаксации, $D_0 = E_0 h^3 / (12(1-\nu^2))$, c_{0k} – мгновенный модуль упругости. Тогда интегро-дифференциальное уравнение движения пластинки и подвешенных к ней масс будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{D}\nabla^4 w + \rho h \ddot{w} &= \sum_{k=1}^N \tilde{c}_k (y_k - w_k) \delta_k + q(r, \theta, t), \\ m_k \ddot{y}_k + \tilde{c}_k (y_k - w_k) &= p_k(t), \end{aligned} \quad (2)$$

здесь $k=1, \dots, N$, ∇^2 – Оператор Лапласа, w – прогиб пластинки, $\delta_k = \delta(r-r_k, \theta-\theta_k)$ – дельта-функция; $q(r, \theta, t)$ – внешняя рассеянная сила, p_k – приложенная к массе сила тяжести. К уравнениям (2) применим метод «замораживания». Тогда система (2) принимает вид:

$$\begin{aligned} \bar{D}\nabla^4 w + \rho h \ddot{w} &= \sum_{k=1}^N \bar{c}_k (y_k - w_k) \delta_k + q(r, \theta, t), \\ m_k \ddot{y}_k + \bar{c}_k (y_k - w_k) &= p_k(t). \end{aligned} \quad (3)$$

При решении задачи ставятся граничные и начальные условия:

$$L_1(W)|_{r=R} = 0, L_2(W)|_{r=R} = 0, \quad (4)$$

$$w|_{t=0} = 0, \frac{\partial w}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad y_k|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial y_k}{\partial t}|_{t=0} = 0. \quad (5)$$

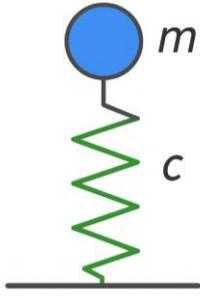


Рис.1. Встроенная в пластину масса

При свободных колебаниях решение ищем в следующем виде.

$$w = W(r, \theta) \sin(\omega t + \varphi), \quad y_k = Y_k \sin(\omega t + \varphi), \quad (6)$$

здесь $W(r, \theta)$, Y_k - амплитуды затухающих колебаний. Если подставить решение (6) в уравнения (3), то получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами

$$D_0 \Gamma_D \nabla^4 W - \rho h \omega^2 W - \sum_{k=1}^N c_{0k} \Gamma_{0k} (Y_k - W_k) \delta_k = 0, \quad (7)$$

$$-m_k \omega^2 Y_k + c_{0k} \Gamma_{0k} (Y_k - W_k) = 0.$$

Общее решение первого уравнения (7) ищем в виде:

$$W_j(r_j, \theta_j) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n J_n(\beta_b r_j) + B_n I_n(\beta_b r_j)] \cos(n\theta) - \sum_{k=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\bar{c}_k (Y_k - W_k) V_{nj k}}{D_0 s_{nj} (\beta_b^2 - \alpha_{1nj}^4)} V_{jik}(r, \theta), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

здесь $\beta_b = \beta \Gamma_D$, $\alpha_{1nj} = \alpha_{nj} \Gamma_D$; A_n, B_n ($n=0, 1, 2, \dots$), Y_k и W_k ($k=1, 2, \dots$) - произвольные константы. Если подставить решение (8) в граничные условия (5), то получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$A_n L_1 [J_n(\beta_b r)]|_{r=R} + B_n L_1 [I_n(\beta_b r)]|_{r=R} = 0, \quad (9)$$

$$A_n L_2 [J_n(\beta_b r)]|_{r=R} + B_n L_2 [I_n(\beta_b r)]|_{r=R} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N.$$

Если из второго уравнения (7) удалим W_k , A_n, B_n и Y_n , то относительно N получим уравнение:

$$\sum_{n=0}^{\infty} [A_n J_n(\beta_b r_j) + B_n I_n(\beta_b r_j)] \cos(n\theta) - (1 - \frac{m_j D_0 \Gamma_D \beta_b^4}{\rho h \bar{c}_j}) Y_j = \frac{\beta_b^4}{\rho h} \cdot \sum_{k=1}^N m_k \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{V_{nj k} V_{nij}}{D_0 s_{nj} (\beta_b^2 - \alpha_{1nj}^4)} V_{jik}(r, \theta), \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

Для того чтобы система алгебраических уравнений (9) и (10) имела решение, основной определитель должен равняться нулю:

$$\begin{vmatrix} \rho h / (m_1 \beta_b^4) + \alpha_{11} - D_{c1} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1N} \\ \alpha_{21} & \rho h / (m_2 \beta_b^4) + \alpha_{22} - D_{c2} & \dots & \alpha_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{N1} & \alpha_{N2} & \dots & \rho h / (m_N \beta_b^4) + \alpha_{NN} - D_{cN} \end{vmatrix} = 0, \quad (11)$$

здесь $D_{cn} = D_0 \Gamma^c / \bar{c}_k$ ($k=1, \dots, N$), $a_{sp} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{V_{njs} V_{njh}}{s_{nj} (\beta_b^2 - \alpha_{1nj}^4)}$, $s, p=1, 2, \dots, N$.

При рассмотрении вынужденных колебаний важное значение имеет изучение мнимых собственных частот. Коэффициент Пуассона срединной поверхности во всех случаях равен 0,25; $\Gamma_k = 1 - \Gamma^c(\omega_R) - i\Gamma^s(\omega)$. Конструкция представленных оболочек состоит из алюминиевого слоя, а пластина над ним - из высокополимерных материалов. Численные результаты получены для различных значений отношения толщины пластинки к малому размеру пластинки. Абсолютная погрешность вычисления собственных чисел равен $18 \cdot 10^{-11}$ (результат после подстановки собственного числа в уравнение).

Предположим, что силы, действующие на пластинку и установленные на ней элементы, имеют одинаковую частоту, но разные амплитуды:

$$\bar{P}_{nj}(t) = \bar{P}_{nj}^0 e^{-i\omega t} \quad (n=1, \dots, N; \quad j=1, \dots, J) \quad (13)$$

здесь ω – заданная частота внешней силы, (действительная величина), \bar{P}_{nj}^0 – амплитуда этой внешней нагрузки; N – число элементов механической системы, J – число компонент вектора перемещения.

На основе полученного аналитического решения были получены численные результаты с использованием методов Гаусса, Лапласа, методов вычисления специальных функций и программы (C⁺⁺), созданной на основе метода Мюллера. Масса груза $M_1=0.1M_0$, при этом M_0 – масса пластинки. Физико-механические характеристики пластины следующие: $E=2.1 \cdot 10^{11}$ Па; $\rho=7.85 \cdot 10^3$ кг/м³, $\nu=0.3$, радиус R и толщина 0.5×0.001 м, параметры ядра релаксации следующие: $A=0,048$; $\beta=0,05$; $\alpha=0,1$.

1-Таблица

Сравнение частоты пластинки при изгибе

Размеры пластинки h/R	Численные результаты, полученные в диссертации	Численные результаты полученные в работе Хермана, Гц.	Ошибка, %
0,20	1071,17	1079,00	0,14
0,40	1106,32	1197,18	3,12
0.60	1273,24	1265,78	3,35
1.0	1301,43	1307,86	4,07
2.0	1567,32	1563,1	4,65

Как видно, полученные результаты дают погрешность до 5% в низкочастотной области.

В последние годы стеклотекстолит широко используется в материалах корпусов радиоэлектронных аппаратов (РЭА). Физико-механические свойства этого материала следующие: $E=10^5$ кгс/м², $\rho=1400$ кг/м³. Примем частоту $\Omega = 200$ Гц, амплитуду внешней вибрационной нагрузки равной 1 мм. Результаты получены для различных условий: а) жесткого крепления, б)

шарнирная опора. На рис. 2 приведено изменение основной частоты по толщине пластинки.

Как видно из рисунка, с увеличением толщины реальная и мнимая части частоты увеличиваются и имеют тенденцию к асимптоте. Увеличение числа подвешенных масс приводит к уменьшению частот. Оказывается, что изменение мнимой части частот также имеет тенденцию к изменению действительной части частоты.

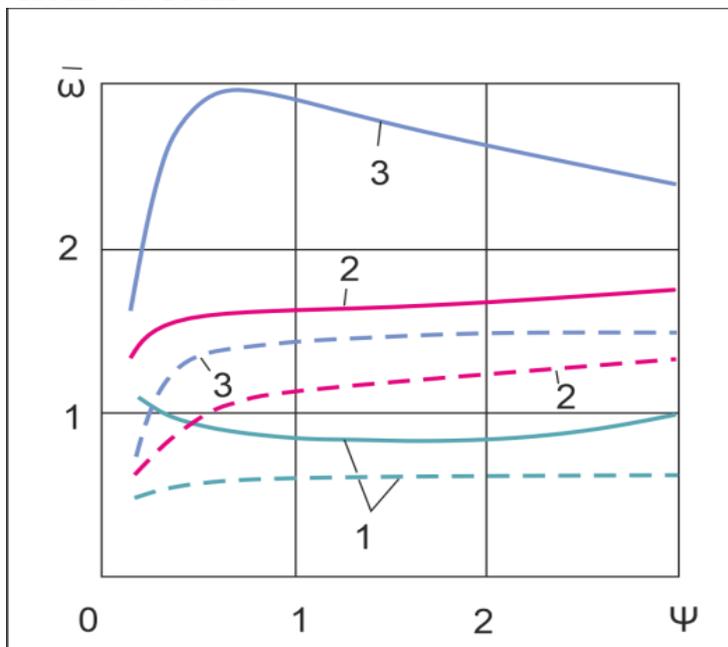


Рис.2. Изменение частоты по толщине пластинки.

На рис. 3 приведено изменение частоты при подвешивании 2 симметричных масс (для стеклотекстолитового материала) относительно отношения подвешенной массы к массе пластины (для шарнирной пластины).

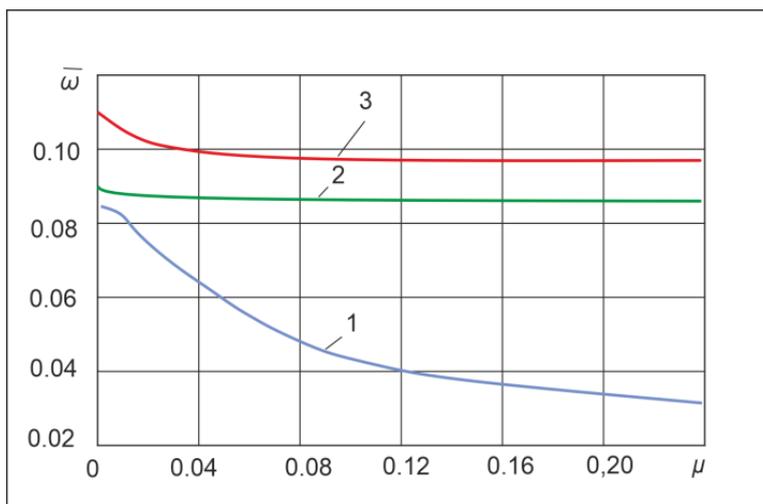


Рис.3. Изменение трех мод действительной части частоты в зависимости от отношений масс.

На рисунке показано изменение моды трех частот в зависимости от соотношения масс. Зависимость жесткости от частоты и коэффициента

демпфирования монотонны, при этом характер зависимости одинаков для частот и коэффициента демпфирования.

Во втором варианте будем рассматривать систему как структурно-неоднородной. Пусть пластинка -упругая, а пружина- вязкоупругая. Зависимость действительной части частот от жесткости С такая же, как и в однородной системе: соответствующие кривые совпадают с точностью до 5%. Установлено, что зависимость мнимой части частот (коэффициента демпфирования) от С немонотонна.

При фиксированном значении коэффициента демпфирования ξ минимальное значение имеет решающее значение:

$$\delta_{\omega} = \min(-\omega_{Ik}), k=1,2,\dots,K, \quad (13)$$

здесь δ_{ω} – коэффициенты, выражающие демпфирующие характеристики системы (называемые глобальным коэффициентом демпфирования (ГКД)). Для однородной системы коэффициент δ_{ω} полностью определяется первой по модулю мнимой частью комплексной частоты. Для неоднородной системы функцию коэффициента δ_{ω} выполняет мнимая часть первой, второй частоты (в зависимости от их значения).

Предположим, к n - ному подвешенному телу приложена периодическая сила

$$\bar{P}_{nj}(t) = \bar{P}_{nj}^0 e^{-i\Omega t} \quad (n = 1,\dots,N : j = 1,\dots,J),$$

здесь Ω – частота заданной периодической внешней силы; \bar{P}_{nj}^0 – амплитуда внешней силы, N– число элементов механической системы.

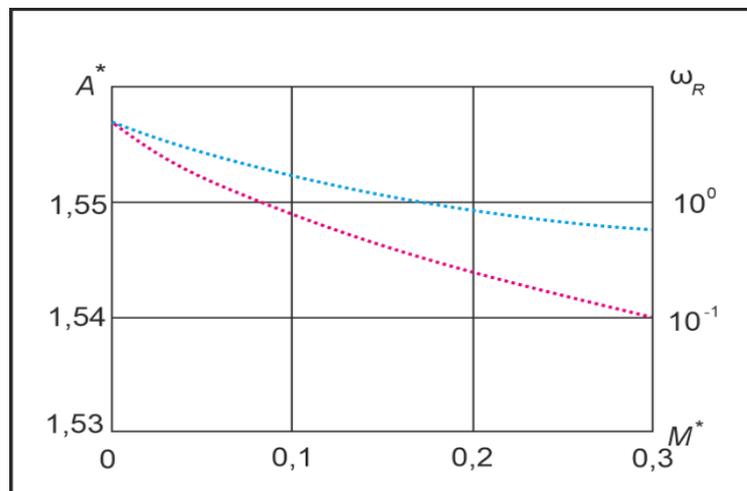


Рис.4. Изменение действительной части отношений амплитуд в зависимости от отношения масс

Установлено, что при вынужденных гармонических колебаниях пластин с сосредоточенной массой амплитудно-частотная характеристика изменяется по сравнению с отсутствием массы, т.е. возникает дополнительный опасный резонанс. Решение дифференциального уравнения, приведенного в первой главе, мы ищем как суперпозицию ортогональных фундаментальных базисных функций.

$$U_{nj}^0(x) = \sum_{k=1}^K \gamma_{nj}^k \Phi_{nj}^k(\bar{x}) \quad , \quad (n=1, \dots, N; \quad j=1, \dots, J) \quad , \quad (14)$$

здесь γ_{nj}^k – неизвестные коэффициенты. Подставляя решение (14) в дифференциальное уравнение, получим систему уравнений вида

$$\left(A + \sum_{n=1}^{N-1} f_{1n}(\Omega) A_{1n}^n + \sum_{n=1}^{N_n} f_n(\Omega) A_n^n + \sum_{n=1}^N \sum_{l'=1}^{L'} f_{l'n}(\Omega) A_{l'n}^n - \Omega^2 B \right) \bar{\xi} = \hat{P}_{nj}^0 \quad . \quad (15)$$

Поставленная задача решается методами ортогональной прогонки и Гаусса. Изменение отношения амплитуд в зависимости от отношения масс показано на рис. 4 и 5 для различных значений ε ($\varepsilon = n^4(h/R)^2$).

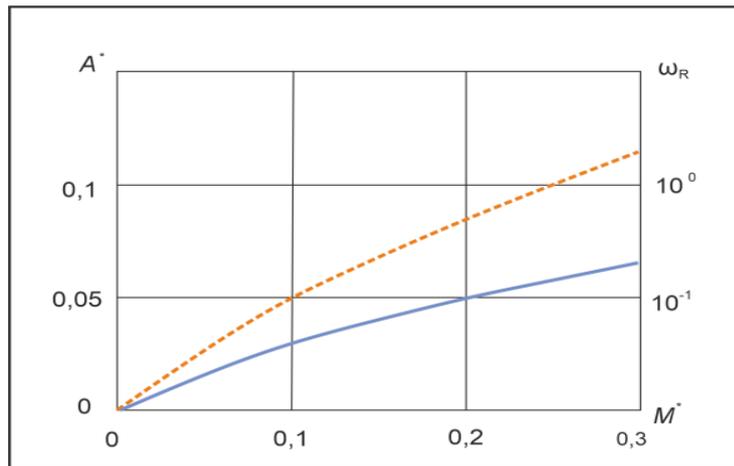


Рис.5. Изменение амплитудных отношений в зависимости от отношения масс ($M^g = M / M_0$)

Как видно, изменение частот и резонансных амплитуд выражается монотонными функциями. Аналогично, изменение резонансной амплитуды в зависимости от жесткости пружины для диссипативно-неоднородной механической системы показано на рис. 6.

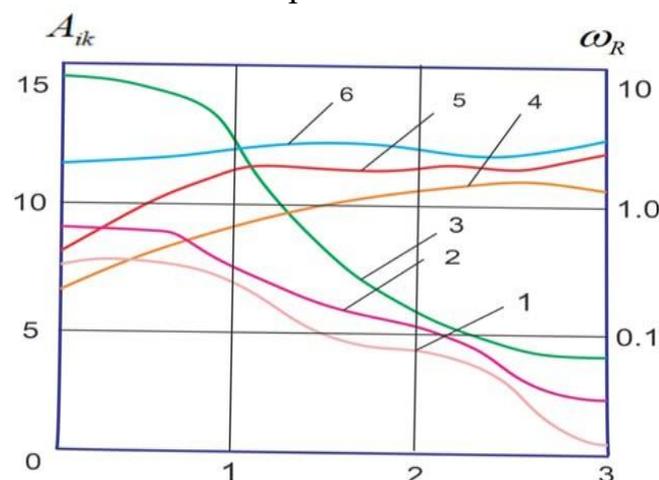


Рис. 6. Изменение глобальной резонансной амплитуды в зависимости от коэффициента мгновенной жесткости деформируемого элемента (диссипативно- однородная механическая система)

Изменение амплитуды первого и второго резонанса в зависимости от жесткости деформируемого элемента, полученное в случае, когда частота

вынужденных колебаний соответствует частоте свободных колебаний в случае диссипативно- неоднородной механической системы (ДМС), показано на рис. 7. Из рисунка видно, что в роли глобальной резонансной амплитуды (ГРА) для диссипативно-неоднородной механической системы участвуют амплитуды первого и второго резонанса. Найдено, что наименьшее значение резонансной амплитуды находится в точке пересечения резонансных частот.

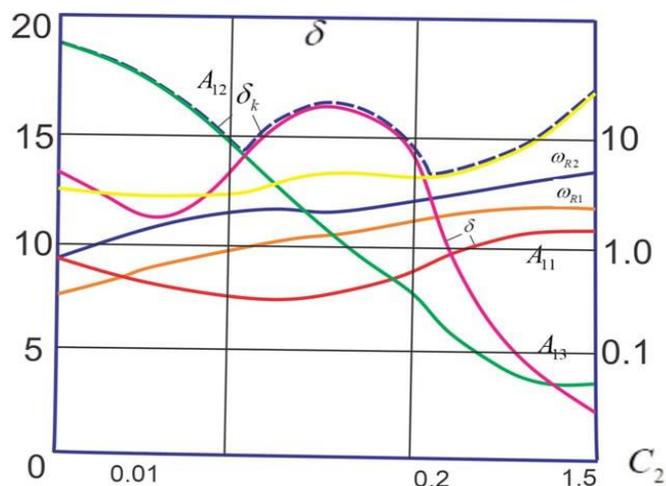


Рис. 7. Изменение амплитуды глобального резонанса в зависимости от коэффициента мгновенной жесткости деформируемого элемента (диссипативно неоднородная механическая система)

«Смена ролей» происходит при характерном значении жесткости C_0 ; в этом случае действительные части первой и второй частот будут наиболее близкими. Оказывается, что «эффект Трояновского-Сафарова», характеризующий диссипацию энергии механической системы, имеет место и здесь.

Третья глава диссертации "Свободные и вынужденные колебания прямоугольной ортотропной вязкоупругой пластины с подвешенной массой" состоит из пяти параграфов. В первом параграфе рассматриваются собственные колебания прямоугольной ортотропной вязкоупругой ортотропной пластины с подвешенной массой, а следовательно, и колебания прямоугольной ортотропной пластины с установленной (или прикрепленной или подвешенной) массой. Пластина и пружины обладают свойством вязкоупругости. Механическая система рассматривается как диссипативно-однородная или неоднородная.

Для получения приближенно-аналитического решения из классической теории пластин можно построить функционал энергии для колеблющейся пластинки:

$$J(W, Z) = \iint_{\Omega_s} [\bar{D}_1 W_{xx}^2 + 2\mu_2 \bar{D}_1 W_{xx} W_{yy} + \bar{D}_2 W_{yy}^2 + 4\bar{D}_k W_{xy}^2] dx dy - \frac{1}{2} \rho \omega^2 h \iint_{\Omega_s} W^2 dx dy - \frac{1}{2} m_0 \omega^2 (W(x_0, y_0) + Z)^2 + \frac{1}{2} \bar{k}_0 Z^2, \quad (16)$$

здесь $W = W(x, y)$ - амплитуда смещения срединной поверхности пластинки; Z – амплитуда перемещения подвешенной массы; ν_2 - коэффициент Пуассона; \bar{D}_1, \bar{D}_2 - жесткость при изгибе; \bar{D}_κ - комплексная жесткость при кручении в главном направлении.

Для решения задачи используем безразмерные параметры:

$$x = \frac{\bar{x}}{a}, y = \frac{\bar{y}}{b}, x_0 = \frac{\bar{x}_0}{a}, y_0 = \frac{\bar{y}_0}{b}, \varepsilon = \frac{a}{b}. \quad (17)$$

Чтобы найти прогиб пластинки $W(x, y)$ разделяем переменные:

$$W(x, y) \cong \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} X_m(x) Y_n(y). \quad (18)$$

Если стороны пластинки просто опираются, то

$$X_m(x) = \sin m\pi x, Y_n(y) = \sin n\pi y. \quad (19)$$

Используем метод Рэлея-Ритца, для решения поставленной задачи, A_{mn} по коэффициенту и минимизируем смещение массы по Z . Из этого условия получаем следующее трансцендентное уравнение в матричной форме.

$$|C(\Omega_R) - \Omega^2 M| = 0, \quad (20)$$

Здесь

$$\Omega_i^2 = \frac{\rho h}{\bar{D}_1} a^4 \omega_i^2, C = \begin{vmatrix} C & 0 \\ 0 & \varepsilon^{-1} \bar{K}_0 \end{vmatrix}, C = [c_{qlmn}]$$

$$M = \begin{bmatrix} M & \varepsilon^{-2} \frac{m_0}{m_p} X_q(x_0) Y_l(y_0) \\ \varepsilon^{-2} \frac{m_0}{m_p} X_m(x_0) Y_n(y_0) & \varepsilon^{-2} \frac{m_0}{m_p} \end{bmatrix}, M = [m_{qlmn}] \quad (21)$$

$$c_{qlmn} = \varepsilon^{-2} \int (X_q X_m)(Y_l Y_n) dx dy, \bar{K}_0 = \frac{ab}{D_{01}} \bar{k}_0, m_p = \rho h ab.$$

На пластинку через вязкоупругую пружину подвешена масса m . Координата точки подвеса массы (x_0, y_0) . Масса на пластинку подвешено на расстоянии $x_0=y_0=2/3$. В расчетах (рис.8) используется слабо сингулярное трехпараметрическое ядро релаксации Колтунова-Ржаницына: $R_k(t) = A_k e^{-\beta_k t} / t^{1-\alpha_k}$.

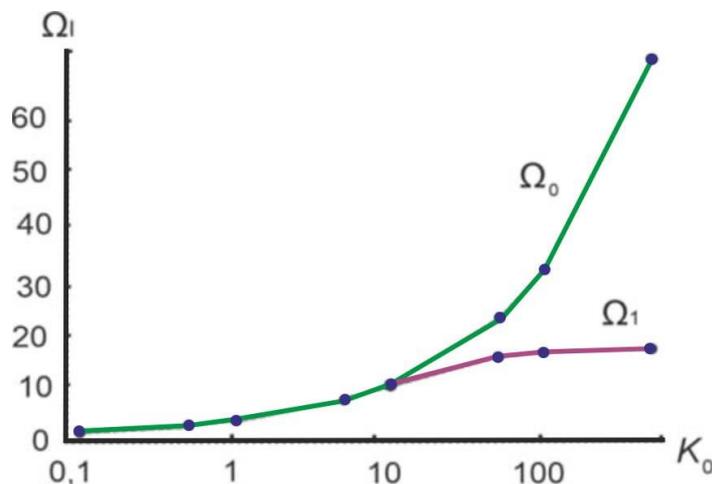


Рис. 8. Изменение действительной части двух мод частоты в зависимости от мгновенного модуля упругости упругого элемента ($m=0.12$)

Приняты следующие значения параметров: $A = 0,048$; $\beta = 0,05$; $\alpha = 0,1$. Пусть материал пластинки изотропный, вязкоупругий. Пусть подвешенная масса $m = m_0 / m_p = 0.25$.

На рис. 9 приведено изменение смещения в зависимости от отношения масс ($m=0.12$), соответствующее первой форме колебаний ($x_0=y_0=1/2$). Из рис. 9 видно, что изменение отношения масс вызывает изменение действительных частей частот. Учет вязкостных свойств материалов позволяет снизить перемещения и напряжения на 10-15%.

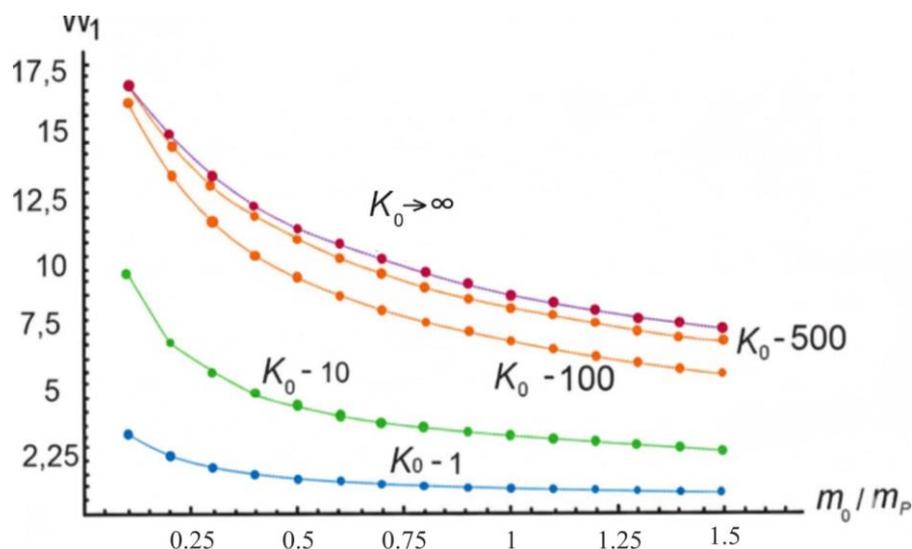


Рис. 9. Изменение перемещения, соответствующего первой форме колебаний ($x_0=y_0=1/2$) в зависимости от отношения масс ($m=0.12$).

Рассмотрим задачу о линейных вынужденных колебаниях ортотропной пластинки с соединенными сторонами, подвешенной четырьмя массами.

Рассмотрим задачу о линейных вынужденных колебаниях стороны прикрепленной ортотропной пластинки, на которой подвешенной четыре массы. Сила, действующая на пластину, взята как периодическая, нормальная сила. Считаем, что толщина пластинки $2h$ мала по сравнению с другими ее размерами и для распределения по высоте применяем гипотезу С.П. Тимошенко. Для решения поставленной задачи воспользуемся принципом Гамильтона-Остроградского. Тогда вариационное уравнение примет следующий вид:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (K - U + A) dt = 0. \quad (22)$$

Здесь U - потенциальная энергия деформации пластинки и подвешенной массы; K - кинетическая энергия; A - потенциальная энергия внешней силы. Предположим, что к пластинке приложена точечная (X_{k+1}, Y_{k+1}) , (X_{k+2}, Y_{k+2}) , (X_{k+3}, Y_{k+3}) , ..., (X_{k+p}, Y_{k+p}) , нормальная и гармоническая во времени сила $P_3^{(i)}$.

Численные результаты получены в программном обеспечении Matlab для следующих значений параметров: $a = 0,15$ м; $B = 0,1$; $h = 1,25 \times 10^{-3}$ м. В

качестве ядра релаксации принято трехпараметрическое ядро Ржаницына-Колтунова: $R_j(t) = A_j e^{-\beta_j t} / t^{1-\alpha_j}$, здесь A_j - амплитуда ядра вязкости, α_j и β_j - параметры ядра вязкости. В расчетах приняты: $A = 0,048$; $\beta = 0,05$; $\alpha = 0,10$.
 Материал пластинки представляет собой фольгированный стеклотекстолит:
 $E_1 = 2,15 \times 10^{10}$ Н/м², $E_2 = 1,23 \times 10^{10}$ Н/м², $G_{12} = 3,3 \times 10^3$ Н/м²,
 $G_{13} = 2,78 \times 10^9$ Н/м², $G_{23} = 2,78 \times 10^3$ Н/м², $\nu_1 = 0,19$, $\nu_2 = 0,11$,
 $\rho = 1,71 \times 10^4$ нсек²/м⁴;

- амплитуда внешней силы: $\bar{P}_3^{(i)} = \frac{P_3^{(i)} a^4}{E_1 h^4} = 50$ ($i = k + 1 \div p$)

- координаты центра масс: $a_z^{(i)} = 0,5 \times 10^{-3}$ м; $a_x^{(i)} = 0$; $a_y^{(i)} = 0$;

- моменты инерции масс: $I_x^{(i)} = 25 \times 10^{-9}$ кгм²; $I_y^{(i)} = 25 \times 10^{-9}$ кгм²; $I_z^{(i)} = 0$;

- мгновенные жесткости пружин: $C_z^{(i)} = 10^{-2} C_s$; $C_s = \frac{D_1}{a^2}$; $C_x^{(i)} = 0$; $C_y^{(i)} = 0$.

Нормальная периодическая сила приложена в центр пластинки, с одинаковой $\frac{1}{4} Mg$ подвешенной массой. На рисунке 10 показано изменение безразмерной частоты в зависимости от отношения масс. Здесь m - масса пластинки; $\Omega_0 = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{D_{10}}{m}}$. Как видно из рис. 10, момент инерции оказывает большое влияние на изменение частоты. Из рисунка видно, что увеличением отношения масс частота уменьшается. Линия 1 на рисунке - не учитывающий моменты инерции I_{xx} и I_{yy} , линия 2 - с учетом моментов инерции I_{xx}, I_{yy} .

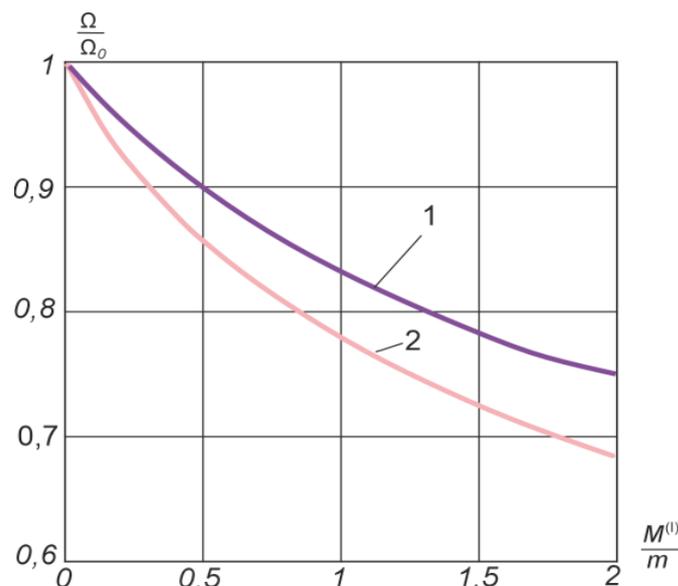


Рис.10. Изменение безразмерной частоты в зависимости от отношения масс

Для анализа была создана модель тонкой упругой пластинки квадратной формы. Геометрические размеры пластинки следующие: $a = 1\text{ м}$ и толщина $h = 0.003\text{ м}$. Пластина изготовлена из алюминиевого материала с модулем упругости $E = 70\text{ МПа}$, коэффициент Пуассона- $\nu = 0.33$ и плотность $\rho = 2700\text{ кг/м}^3$. Все четыре кромки пластины жестко закреплены.

Для учета влияния массы на центр в точку или узел, расположенный в центре пластинки, был введен элемент «точечная масса». Анализ был проведен для четырёх различных значений массы: 1 кг, 10 кг, 50 кг и 100 кг. Центральная точка пластинки находится в начале координат.

Для элементного анализа пластинчатой модели использовались четырех узловые оболочечные элементы (S4R). Сетка распределена по поверхности пластины и имеет достаточную плотность для обеспечения точности вычислений. Результаты анализа свободных колебаний алюминиевой пластинки с различными массами в программе Abaqus представлены в таблице 2. Из таблицы видно, что с увеличением центробежной массы частота первого собственного колебания значительно уменьшается. В частности, при увеличении массы с 1 кг до 100 кг первая частота уменьшалась в 7 раз. Это является физически ожидаемым результатом, поскольку приложенная масса увеличивает инерцию системы и замедляет колебания упругих элементов.

Таблица 2

Частоты первых трех свободных колебаний при различных значениях массы (Гц)

Massa (кг)	1-chastota (Гц)	2-chastota (Гц)	3-chastota (Гц)
1	19.897	55.399	55.399
10	8.5437	55.399	55.399
50	3.9611	55.399	55.399
100	2.8139	55.399	55.399

Вторая и третья собственные частоты колебаний практически нечувствительны к изменению значения массы. Это указывает на то, что эти колебательные формы высокого порядка мало зависят от локального воздействия приложенной массы и больше зависят от геометрии пластинки и свойств материала. Визуальный анализ колебательных форм показывает, что первая колебательная форма имеет максимальный изгиб в центре пластинки для всех значений массы, в то время как края остаются фиксированными.

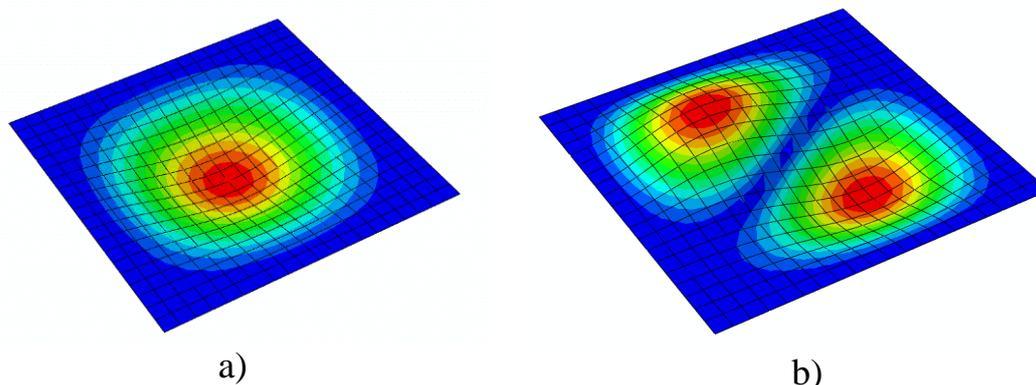


Рис. 12. 1 и 2- колебательные формы пластинки для массы 1 кг

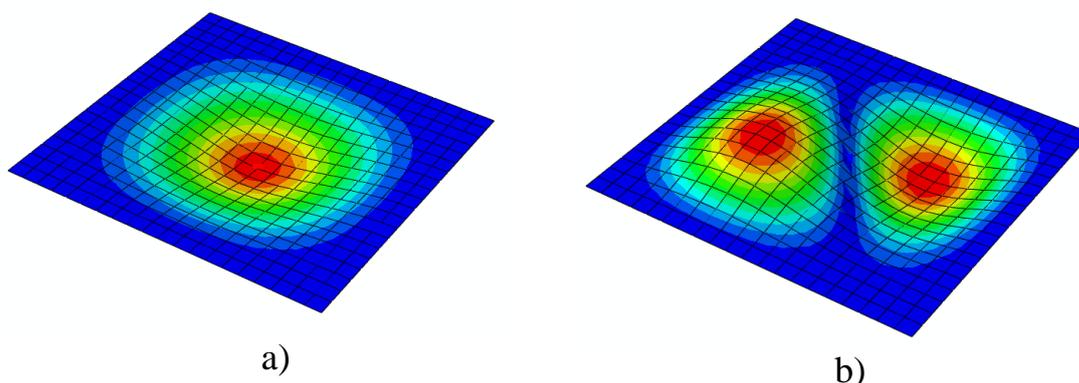


Рис. 13. 1 и 2- колебательные формы пластинки для массы 10 кг

Вторые и третьи формы колебаний и частоты одинаковы. Центральное смещение уменьшается, но максимальные смещения наблюдаются в промежуточных частях между центром и закрепленными кромками. Хотя изменение значения массы существенно влияет на частоту первой формы колебаний, оно не оказывает существенного влияния на общий вид форм колебаний.

ЗАКЛЮЧЕНИЯ

1. Впервые разработаны математическая постановка, методика решения и алгоритм исследования колебаний вязкоупругой ортотропной пластины и подвешенной к ней деформируемым безмассовым элементом массы.

2. Получена система гибридных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных, представляющая собой систему дифференциальных уравнений движения для вязкоупругой механической системы, состоящей из вязкоупругих безмассовых элементов и пластин.

3. Решены задачи о свободных и вынужденных колебаниях двух- и трехмерных динамических задач с прикрепленными массами.

4. Для описания диссипативных свойств всей системы использовалось понятие глобального коэффициента затухания (ГКЗ), введенное И.Э. Трояновским и И.И. Сафаровым. В случае диссипативно- однородной механической системы (ДМС) мнимая часть первой моды частоты свободных колебаний определяет диссипацию энергии в механической системе. В случае

диссипативно- неоднородной механической системы (ДМС) мнимые части первой, второй и т.д. мод частоты свободных колебаний определяют диссипацию энергии в механической системе.

5. Обнаружено, что если подвешиваемая масса очень мала по сравнению с массой пластины, она практически не влияет на колебания пластины. Установлено, что смещение точек расположения масс в центре пластинки приводит к уменьшению действительной и мнимой частей частоты свободных колебаний.

6. Найдено условие, при котором параметры, характеризующие ортотропные свойства пластинки, оказывают значительное влияние на её низкие частоты и диссипацию энергии.

7. Разработаны математическая постановка, методика и алгоритм решения проблемы свободных и вынужденных колебаний диссипативно-однородных и неоднородных механических систем, состоящих из пластин с точечными опорами и присоединенными массами. Достоверность разработанного алгоритма доказана на основе численного эксперимента.

8. На основе методики решения задачи о собственных колебаниях вязко-упругой ортотропной пластинки с подвешенными массами получено трансцендентное уравнение для частот. Влияние подвешенной массы и мгновенного модуля упругости на частоты и формы колебаний было исследовано параметрически.

**SCIENTIFIC COUNCIL PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 ON
AWARDING SCIENTIFIC DEGREES BUKHARA STATE
TECHNICAL UNIVERSITY**

BUKHARA STATE TECHNICAL UNIVERSITY

JALOLOV FARRUH BAXSHULLOYEVICH

**OSCILLATIONS OF CIRCULAR AND QUADRICULAR VESSEL-
ELASTIC PLATES WITH HANGING MASSES**

01.02.04 – Mechanics of a deformable solid

**DISSERTATION ABSTRACT
for scientific degree Doctor of Philosophy (PhD) in physical and mathematical sciences**

Bukhara – 2025

The topic of the dissertation of Doctor of Philosophy (PhD) in physical and mathematical sciences is registered with the Higher Attestation Commission under the Ministry of Higher Education, Science and Innovation of the Republic of Uzbekistan for B2023.2.PhD/FM_____

The dissertation has been prepared at the Bukhara State Technical University.

The abstract of the dissertation is posted in three (Uzbek, Russian, English (resume)) languages on the website of the university. (www.https://bstu.uz/) and "Ziyonet" Information and Educational Portal (www.ziyonet.uz) placed.

Scientific adviser: **Teshaev Mukhsin Khudoyberdiyevich**
Doctor of Physical and Mathematical Sciences. Professor

Official Opponents: **Mardonov Botir Mardonovich**
Doctor of Physical and Mathematical Sciences. Professor

Indiaminov Ravshan Shukurovich
Doctor of Physical and Mathematical Sciences. Professor

Lead organization: **Tashkent State Transport University**

The defense of the thesis will take place on 4 october 2024 at 09:³⁰ o'clock at a meeting of the Scientific Council Phd.03/27.02.2021.FM.101.02 at the Bukhara State Technical University at the address: 200100, Bukhara, st. K. Murtazayev, 15. Phone: (+99865) 223-78-84; fax: (+99865) 223-79-72, e-mail: bmti_info@edu.uz.

The dissertation can be found at the Information resource center of the Bukhara State Technical University (registered under the number No. 470.). (Address: Bukhara region, 200100, Bukhara, K. Murtazaev st., 15. Phone: (+99895) 604-44-70).

Abstract of dissertation sent out on 20 september 2025 year

(mailing report № 3 on 9 august 2025 year)



B.S. Raxmonov
Chairman of the Scientific Council Doctor of Historical Sciences, Professor. (DSc) technique

R.A. Sabirova
Academic Secretary of the Academic Council for the Award of Academic Degrees, PhD in Physical and Mathematical Sciences

Z.I. Boltayev
Chairman of the Scientific Seminar under the Scientific Council for awarding academic degrees, (DSc) in Physics and Mathematics, Professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The relevance and relevance of the topic of the dissertation. In the world, one of the leading places is occupied by ensuring the strength of various electronic devices installed on moving vehicles, the application of improved computational methods in solving problems related to their interaction. On a global scale, the reduction of dynamic stresses and deformations in electronic devices, which are an integral part of moving vehicles, requires the introduction of new methods for preventing resonant states arising in them.

In this regard, taking into account the diversity of viscous properties of elements in mechanical systems, it is important to study, generalize, and develop methods that allow the application of complex problems related to their interaction in the oscillatory process.

At the same time, the problem of ensuring the strength of many technical structures, including vehicles and aircraft, arises as a result of a significant increase in the frequency of resonance phenomena. The study of the influence of modern machines, mechanisms, and devices on the process of their interaction is also a pressing problem. Consideration of the phenomenon of resonance arising in mechanisms during oscillations occupies an important place among the problems of the dynamics of conventional machines.

The object of the study development of a methodology and algorithm for analytical and numerical solution of the dynamics of thin orthotropic plates with attached masses under the action of harmonic (or non-stationary) loads, as well as analysis of numerical results.

The practical results of the study are as follows:

The theoretical significance of the research results lies in the improvement and development of the theory of energy intensity control in viscoelastic mechanical systems consisting of plates with attached masses.

The practical significance of the research work is explained by the proposal of methods for damping vibrations or oscillations of a mechanical system by attaching mass to viscoelastic plates.

Implementation of research results. Based on the results obtained on the methodology and algorithm for solving the problems of oscillations of circular and rectangular viscoelastic plates with suspended masses:

The results of the approximate solution of the equations of the mathematical model, taking into account the viscosity of the material, were used within the framework of the innovative project No. IL-21071166 "Creation of a vertical-axis wind turbine designed for low wind speeds," carried out at the Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan (Reference No. 434-3 of the Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan dated April 21, 2025). As a result, a methodology and algorithm for solving hybrid (partial and simple derivative) integro-differential equations formed using the Rzhantsyn-Koltunov kernel, taking into account the viscosity of this material, were used. These results made it possible to approximately solve the

equations of the mathematical model compiled in the project to determine the effective parameters of wind turbines;

the results of the developed hybrid integro-differential equations of partial derivatives expressing the forced oscillations of loads suspended on an orthotropic plate were used in the implementation of the project OT-F4-01 "Development of the theory and development of methods for studying the nonlinear dynamic stress-strain state of curvilinear sections of multilayer composite pipes flowing with a viscous fluid under the influence of temperature and dynamic loads," carried out in 2016-2020; the method of obtaining the equation of frequencies, developed in the dissertation, and the methodology for solving the system of hybrid integro-differential equations, developed in the dissertation, were used to find the natural frequencies of the toroidal shell. («Tashkent Chemical Technology» certificate of the institute No. 1/01-2409 dated July 8, 2025). As a result, it became possible to find the specific vibration frequencies of curvilinear sections of multilayer composite pipes flowing with viscous fluid under the influence of temperature and dynamic loads, and to construct vibration forms.

Publication of research results. A total of 20 scientific papers have been published on the topic of the dissertation, including 5 articles in scientific publications recommended by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for the publication of the main scientific results of doctoral dissertations (PhD), including 3 in republican and 2 in foreign journals.

The structure and scope of the dissertation. The dissertation consists of an introduction, three chapters, a conclusion, a list of references and appendices. The volume of the dissertation is 106 pages.

E'LON QILINGAN ISHLAR RO'YXATI
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I bo'lim (I часть; part I)

1. Jalolov F.B. Osilgan massali to'g'ri to'rburchakli qovushqoq elastik ortotrop plastinkaning xos tebranishlari. «Илм сарчашмалари» jurnali. – Urganch. – 2025. – №4. 7-11 b. (01.00.00, №12)

2. Kuldashov N.U., Almuratov Sh.N., Rayimov D.G., Homidov F.F., Jalolov, F.B. Transverse forced vibrations of the plates, the dissipative properties of which are described memory functions // Journal of Physics: № 012062. – 2020. №1706. –P. 1-14. (№3; Scopus; IF=0.54).
<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221198250>

3. Jalolov F.B., Sobirov S.J., Ro'ziyeva M.A. Free vibrations of a mechanical system formed from Masses suspended on circular thin alloy-elastic plates. International Scientific Journal ISJ Theoretical & Applied Science, 2025 04 (144), 4-8. (IF=0,350)

4. Teshaev M.X., Homidov F.F., Jalolov F.B., Narzulloev M.A. Yig'ilgan massali qovushqoq-elastik plastinkaning xos tebranishlari. Buxoro Davlat Universiteti ilmiy axboroti. –2024. –№9. 75-81 b. (01.00.00, №3)

5. Teshaev M.X., Jalolov F.B., Narzulloev M.A. Osilgan massali s.p. Timoshenko gipotezasiga bo'ysinuvchi to'rtburchakli ortotrop qovushqoq- elastik plastinkaning tebranishlarining tenglamalari. Buxoro Davlat Universiteti ilmiy axboroti. –2024. –№4. 30-36 b. (01.00.00, №3)

II bo'lim (II I часть; part II)

6. Jalolov F.B., Homidov F.F.,Narzulloev M.A., Yuldasheva O.O. Собственные колебания продольно-подкрепленных цилиндрических оболочек с упругим наполнителем. Fan va texnologiyalar taraqqiyoti Ilmiy – texnikaviy jurnal. Buxoro –2024 yil, №6. 4-10 b.

7. Ahmedov M. Sh., Namozov Zh., Eshpulatov B., Negmatullayev B. B., Jalolov F.B. Natural Oscillations of Three-Layered Viscoelastic Flat Spherical Shells. AIP Conf. Proc. 2969, 050025 (2024) <https://doi.org/10.1063/5.0187770>

8. Sagdiyev H., Boltayev Z.I., Ruziyev T.R., Jo'rayev O'., Jalolov F.B. Dynamic Stress-Deformed States of a Circular Tunnel of Small Position Under Harmonic Disturbances // E3S Web of Conferences 264, 01028 (2021) <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126401028> CONMECHYDRO - 2021

9. Murodov O., Karimov I., Safarov I.I., Jalolov F.B., Narzulloev M.A. Introduction of Bodies of Rotation Into a Half-Space in a State of Complete Plasticity: AIP Conf. Proc. 3268, 020026 (2025) FEBRUARY 24 2025 <https://doi.org/10.1063/5.0260555>

10. Teshayev M.X., Jalolov F.B. Geometrik cheklashlar bilan cheklangan tizimlarni optimal barqarorlash haqida Agrar-gidromeliorativ ilmiy-ommabob Jurnal. Buxoro – 2022 yil, № 2(13).81-85-b
11. Teshayev M.X., Jalolov F.B., Abdullayev B.R. Servo bog'lanishli mexanik sistemalarning nisbiy harakati tenglamalari. Agrar-gidromeliorativ ilmiy-ommabob jurnal Buxoro – 2022 yil, № 2(13).85-91-b.
12. Teshayev M.X., Jalolov F.B., Abdullayev B.R., On active vibration protection of a body having six degrees of Freedom. Agrar-gidromeliorativ ilmiy-ommabop jurnal. Buxoro – 2022 yil, № 2(13). 91-96-b.
13. Teshayev M.X., Rayimov D.G., Jalolov F.B. Колебания деформируемых пластин, с присоединёнными массами. Mexanika va matematikaning amaliy muammolari Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi materiallari Toshkent: 2022-yil, 98-100- b.
14. Teshayev M.X., Homidov F.F., Jalolov F.B., Narzulloev M.A. Erkinlik darajasi chekli bo'lgan qovushqoq elastik mexanik sistemaning erkin tebranishlari. Mexanikaning muammolarini yechishda inavatsion yechimlari va istiqbollari mavzusidagi ilmiy amaliy anjuman Buxoro– 2024 yil, 789-792-b.
15. Тешаев М.Х., Сафаров У.И., Мирзакабулов Б.Н., Жалолов Ф.Б. Дифракция гармонических цилиндрических волн в цилиндрической оболочке. Сборник докладов международной научно-технической конференции Бухара-2024 год, 107-110-с.
16. Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Мирзакабулов Б.Н., Жалолов Ф.Б. Линейные колебания цилиндрического тела с внешним трением. Международная научная конференция Актуальные проблемы современной геометрии и топологии. Ташкент –2024 год, 229- 231-с.
17. Болтаев З.И., Собирова Р., Жалолов Ф.Б., Ергашова Н.Ш. О взаимодействие нестационарных нагрузок с тонким трубопроводом. Международная научная конференция Актуальные проблемы современной геометрии и топологии Ташкент –2024 год, 177- 179-с.
18. Ахмедов М.Ш., Елибоев Н., Жалолов Ф.Б., Нарзуллаев М.А., Ергашова Н.Ш. Определение гидродинамического давления на оболочку, вызванного потоком жидкости. Курилишда инновациялар, бинолар ва иншоотларнинг сейсмик хавфсизлиги» Халқаро микёсидаги илмий ва илмий-техник конференция Namngan - 2024- yil, 116-118-b.
19. Teshayev M.X., Jalolov F.B., Narzulloev M.A., Ibragimova D.A. Колебания сферических тел в вязкоупругой среде. Matematik fizikaning zamonaviy Usullari va ularning tadbirlari akademik Sh.A.Alimov tavalludining 80 yilligiga
20. I.I.Safarov, M.Kh.Teshaev, B.S.Rakhmonov, F.B.Jalolov, S.J.Sobirov. The Effect of Harmonic Waves of a Buried Multilayer Pipeline in a Viscoelastic Medium. AIP Conf. Proc. 3119, 060008 (2024) <https://doi.org/10.1063/5.0216130>
21. F.B.Jalolov. Friksion tezlik moslagichning dasturiy harakati. Matematika, Mexanika va informatika fanlarining rivojida istedodli yoshlarning o'рни, ilmiy-amaliy seminar tezislari to'plami. Toshkent - 2016 yil, 29-31- b.

Avtoreferat “Durdona” nashriyotida tahrirdan o‘tkazildi hamda o‘zbek, rus va ingliz tillaridagi matnlarning mosligi tekshirildi.

Bosishga ruxsat etildi: 19.09.2025 yil. Bichimi 60x84 1/16 ,
«Times New Roman» garniturada raqamli bosma usulida bosildi.
Shartli bosma tabog‘i 3. Adadi: 100 nusxa. Buyurtma № 264.
Guvohnoma AI №178. 08.12.2010.

“Sadriddin Salim Buxoriy” MChJ bosmaxonasida chop etildi.
Buxoro shahri, M.Iqbol ko‘chasi, 11-uy. Tel.: 65 221-26-45

