

**BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

SOBIROV SOBIR JO‘RAQULOVICH

**QOVUSHQOQ-ELASTIK MUHITDAGI SFERIK JISMNING
GARMONIK VA NOTURG‘UN TEBRANISHLARI**

01.02.04 – Deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasi

**FIZIKA - MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

Buxoro –2025

**Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi
avtoreferati mundarijasi**

**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по
физико-математическим наукам**

**Contents of dissertation abstract of Doctor of Philosophy (PhD) on Physical-
Mathematical Sciences**

Sobirov Sobir Jo‘raqulovich

Qovushqoq-elastik muhitdagi sferik jismning garmonik va noturg‘un
tebranishlari..... 3

Собиров Собир Журакулович

Гармонические и неустановившиеся колебания сферического тела в
вязкоупругой среде..... 21

Sobirov Sobir Juraqulovich

Harmonic and unsteady oscillations of a spherical body in a viscoelastic
medium..... 41

Эълон қилинган ишлар рўйхати

Список опубликованных работ
List of published papers..... 45

**BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

SOBIROV SOBIR JO‘RAQULOVICH

**QOVUSHQOQ-ELASTIK MUHITDAGI SFERIK JISMNING
GARMONIK VA NOTURG‘UN TEBRANISHLARI**

01.02.04 – Deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasi

**FIZIKA - MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PhD)
DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI**

Buxoro –2025

Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2025.2.PhD/FM1312 raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya Buxoro davlat texnika universitetida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume)) universitet veb-saytida (www.bstu.uz) va «ZiyoNet» Axborot ta'lim portalida (www.ziynet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:

Safarov Ismoil Ibrohimovich
fizika-matematika fanlari doktori, professor

Rasmiy opponentlar:

Mardonov Botir Mardonovich
fizika-matematika fanlari doktori, professor

Raxmonov Bahodir Sobirovich
texnika fanlari doktori (DSc)

Yetakchi tashkilot:

Namangan davlat texnika universiteti

Dissertatsiya himoyasi 2025 yil 18 oktabr kuni soat 09⁰⁰ da Buxoro davlat texnika universiteti huzuridagi PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 raqamli Ilmiy kengash majlisida bo'lib o'tadi. (Manzil: 200117, Buxoro shahar, Qayum Murtazoyev ko'chasi, 15. Tel./faks: (+99865) 223-78-84. e-mail: bstu_info@edu.uz).

Dissertatsiya bilan Buxoro davlat texnika universitetining Axborot-resurs markazida (391-raqam bilan ro'yxatga olingan) tanishish mumkin. Manzil: (200117 Buxoro shahar, Qayum Murtazoyev ko'chasi, 15. Tel./faks: (+99865) 223-78-84).

Dissertatsiya avtoreferati 2025 yil 02 oktabr kuni tarqatildi.

(2025 yil 14 avgustdagi № 5 raqamli reestr bayonnomasi)



[Handwritten signatures in blue ink]

M.X. Tshaev

Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash raisi,
fizika-matematika fanlari doktori (DSc)

R.A. Sabirova

Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash ilmiy
kotibi, fizika-matematika fanlari bo'yicha
falsafa doktori (PhD)

Z.I. Boltayev

Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash
qoshidagi Ilmiy seminar raisi, fizika-
matematika fanlari doktori (DSc), professor

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Jahonda konstruksiyalarni buzmasdan dinamik xususiyatlarini o'rganish orqali sinovdan o'tkazish, tibbiy diagnostika, yer osti muhandislik inshootlarining zilzila bardoshlilikiga bilan bog'liq muammolar va boshqa bir qator dolzarb zamonaviy muammolarni hal qilishda yangi yondashuvlarni ishlab chiqish, amaliyotda qo'llash yetakchi o'rinlardan birini egallab kelmoqda. Dunyo miqyosida seysmik faolligi yuqori bo'lgan hududlarda barpo etilayotgan inshootlar va konstruksiyalarning mustahkamligini ta'minlashda barcha garmonik va noturg'un to'lqinlar ta'sirida hosil bo'ladigan dinamik yuklanishlarni hisobga olib, mukammal zamonaviy hisoblash usullarini takomillashtirib amaliyotga joriy etishni taqozo etadi. Shu jihatdan deformatsiyalanuvchi muhitda joylashgan sfera shaklidagi jismlarning tebranish xususiyatlarini o'rganish asosida xos chastotalarini topish va rezonans holatlariga baho berish muhim ahamiyatga ega hisoblanadi.

Jahonda yer usti va yer osti inshootlarining zilzilabardoshlilikiga sohasida qo'llaniladigan kompozit materiallarning, shu jumladan ko'p qatlamli murakkab tarkibga va fizik xossalarga ega bo'lgan muhitlarda va sferik konstruksiyalarning mustahkamligini oshirishga yo'naltirilgan ilmiy tadqiqot ishlari olib borilmoqda. Bu borada materiallarning qovushqoq-elastiklik xususiyatlarini hisobga olib, dinamik masalalar yechish borasida, sezilarli natijalarga erishildi, xususan, inshootlarning zilzilabardoshlilikini oshirishda qovushqoq-elastik va gruntli muhitda garmonik va noturg'un to'lqinlar tarqalishi natijasida hosil bo'ladigan kuchlanishlarni hisobga olib, konstruksiyalarning dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholashga alohida e'tibor berilmoqda.

Respublikamizda to'lqin tarqalish jarayonida hosil bo'ladigan tebranishlarning salbiy ta'sirini kamaytirib, mexanizm va konstruksiyalarning mustahkamligini oshirish muhim ilmiy-amaliy ahamiyatga ega bo'lib, fizik-mexanik xususiyatli konstruksion materiallar uchun zamonaviy texnika va texnologiyalar keng qo'llanilayotgani sababli muhit bilan ta'sirda bo'lgan sferik qovushqoq-elastik qobiqlarda to'lqin tarqalishi xususiyatlarini o'rganish metodikasini yaratish yuzasidan keng qamrovli chora-tadbirlar amalga oshirilib, muayyan natijalarga erishilmoqda.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 30-maydagi PF-144-sonli "O'zbekiston Respublikasi seysmik xavfsizligini ta'minlash tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"¹gi Farmoni bo'yicha muhim vazifalar belgilab berilgan. Ushbu vazifalarni amalga oshirishda, jumladan, mazkur tadqiqot yo'nalishida ishlab chiqilgan algoritmlar va dasturlarni yaratish muhim ahamiyat kasb etmoqda.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2023-yil 16-maydagi PQ-158-sonli "O'zbekiston Respublikasi aholisi va hududining seysmik xavfsizligini ta'minlash tizimini yanada takomillashtirishga oid qo'shimcha chora-tadbirlar to'g'risida"²gi Qarori, 2024-yil 17-apreldagi PQ-161-sonli "Bino va inshootlarning zilzilaga bardoshlilikini oshirish hamda seysmik xavfni monitoring qilish faoliyatini

¹ O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 30-maydagi PF-144-son "O'zbekiston Respublikasining seysmik xavfsizligini ta'minlash tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi Qarori

² O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2023-yil 16-maydagi PQ-158-sonli "O'zbekiston Respublikasi aholisi va hududining seysmik xavfsizligini ta'minlash tizimini yanada takomillashtirishga oid qo'shimcha chora-tadbirlar to'g'risida"gi Qarori

takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"³gi Qarori hamda mazkur faoliyatga tegishli boshqa me'yoriy-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishda ushbu dissertatsiya ishi muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo'nalishlariga mosligi. Mazkur tadqiqot ishi O'zbekiston Respublikasi fan va texnologiyalar rivojlanishining IV. "Matematika, mexanika, inshootlar seysmodinamikasi va informatika" hamda XIV. "Seysmologiya, binolar va inshootlar seysmik xavfsizligi va qurilish" ustuvor yo'nalishlari doirasida bajarilgan.

Muammoning o'rganilganlik darajasi. Deformatsiyalanuvchan muhitda joylashgan jismlarga to'liq ta'siri va dinamik kuchlanganlik – deformatsiyasi muammosini ilmiy nuqtai - nazardan taniqli xorijiy davlat olimlari A.A.Ilyushin, L.A.Molotkov, Y.I.Novichkov, G.I.Petrashen, V.P.Matveenkov, A.G.Gorshkov, Y.I.Shemyakin, A.N.Guz, I.Y.Troyanovskiy, I.A.Kiyko, N.S.Bulichev, F.S.Balson, V.T.Grinenko, I.N.Shardakov, E.I.Starovoytov, G.Kolskiy, R.M.Davis, J.A.Wayt, T.Miker, A.Maytsler, J.D.Ahenbah, B.V.Shafer, R.I.San, N.N.Fotieva, J.S.Yerjanov, Sh.M.Aytaliev, I.Y.Dorman, G.I.Oganesov, va boshqa ko'plab olimlar tomonidan ilmiy tadqiqot ishlari olib borilgan.

Respublikamiz olimlari tomonidan yer osti inshootlarining kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatlarini o'rganish va baholash bo'yicha X.A.Raxmatulin, M.T.O'rozboev, V.K.Kabulov, T.R.Rashidov, T.Sh.Shirinqulov, G.X.Xojmetov, Y.N.Muborakov, M.M.Mirsaidov, B.M.Mardonov, K.S.Sultonov, Sh.M.Mamatqulov, F.B.Badalov, I.Mirzayev, T.M.Mavlonov, Sh.S.Yuldashev, A.Abdusattorov, X.Sagdiyev, I.I.Safarov, M.X.Teshaev, S.Abdugodirov, X.Xudoynazarov, M.K.Usarov va boshqa ko'plab mutaxassislar muhit bilan aloqada bo'lgan plastinkasimon, silindrik yoki sferik ko'rinishdagi jismlarda to'liq yuklanishi masalalarini (materiallarning reologik xususiyatlarini hisobga olmagan holda) hisoblash usullarini rivojlantirishga o'zlarining salmoqli hissalarini qo'shishgan.

Hozirgi vaqtda muhit va yer ostida joylashgan inshootlarning qovushqoqlik xususiyatlarini hisobga olgan holda dinamik xususiyatlari hamda to'liq yuklanishi ta'sirida hosil bo'ladigan kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholash uslublari to'la o'rganilmagan.

Dissertatsiya mavzusining dissertatsiya bajarilgan oliy ta'lim muassasasining ilmiy-tadqiqot rejalari bilan bog'liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti Buxoro davlat texnika universitetida 2024 – 2029-yillarda bajarilgan ilmiy-tadqiqot ishlari rejasining "Matematikaning ilmiy va amaliy muammolari" mavzusidagi ilmiy-texnikaviy dasturi doirasida bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi qovushqoq-elastik muhit bilan kontaktda bo'lgan sferik jismning tashqi yuklanish ta'siridagi garmonik va noturg'un tebranishlari, hamda qovushqoq-elastik muhitda hosil bo'ladigan dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholashga qaratilgan hisoblash metodikasi, algoritmini ishlab chiqish hamda sonli natijalar olib tahlil qilishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

qovushqoq-elastik ko'p qatlamli sferik jismning erkin so'nuvchi tebranishlarida energiya dissipatsiyasiga baho berish metodikasi va algoritmini ishlab chiqish. Ishlab

³ O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2024- yil 17- apreldagi PQ-161-sonli "Bino va inshootlarning zilzilaga bardoshlilikini oshirish hamda seysmik xavfni monitoring qilish faoliyatini takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi qarori

chiqilgan usul bilan qovushqoq–elastik muhitdagi sferik jism dinamik holatini baholash;

qovushqoq-elastik muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan deformatsiyalanuvchi sferik jismga garmonik yuklanish ta’sirida hosil bo‘ladigan dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholashga qaratilgan hisoblash metodikasi va algoritmini ishlab chiqish;

qovushqoq-elastik muhitda joylashgan deformatsiyalanadigan sferik qobiqning nostatsionar yuklanish ta’sirida hosil bo‘ladigan dinamik kuchlanishlarni geometrik va fizik-mexanik parametrlarga bog‘liq o‘zgarishini solishtirma baholash;

qovushqoq-elastik ko‘p qatlamli sferik jismning tebranishlari so‘nish koeffitsiyentiga va xos chastotalariga solishtirma baho berish.

Tadqiqotning obyekti sifatida qovushqoq-elastik muhit bilan kontaktda bo‘lgan deformatsiyalanuvchi sferik jism olingan.

Tadqiqotning predmeti qovushqoq-elastik muhit bilan to‘liq kontaktda bo‘lgan deformatsiyalanuvchi sferik jismlarga garmonik (yoki noturg‘un) to‘lqin yuklanish ta’sirida hosil bo‘lgan kuchlanganlik - deformatsiyalanganlik holati hamda dinamik xarakteristikalarini aniqlash jarayonlari tashkil etadi.

Tadqiqot usullari. Tadqiqot jarayonida deformatsiyalanuvchan qattiq jismlar mexanikasi va qurilish mexanikasi usullaridan, hisoblash matematikasi, matematik modellashirish, dasturlash usullari, xususiyl hosilali integro-differensial tenglamalarni yechish uchun “muzlatish”, o‘zgaruvchilarni ajratish, Gauss va Laplas usullaridan foydalanilgan.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

ilk marta qovushqoq-elastik muhitdagi sferik jismning radial, buralish va sferoidal so‘nuvchi xos tebranishlarini o‘rganish metodikasi va algoritmi Bessel va Xankelning kompleks argumentli maxsus sferik funksiyalari hamda Lejandrning ko‘phadiga asoslanib ishlab chiqilgan;

radial va buralish tebranishlarda Koltunov-Rjanitsin yadrosining parametrlari (α, β) ning kompleks chastota haqiqiy va mavhum qismlariga ta’siri polimer materiallar uchun 1-2% bo‘lishi, yadro amplitudasi A ning ta’siri esa 3-5% bo‘lishi ishlab chiqilgan metodika va algoritm asosida topilgan;

sferoidal tebranishlarda kompleks chastotaning mavhum qismi qatlam radiuslari nisbati $r_2^* = 0.945$ bo‘lganda tebranishlarning so‘nish koeffitsiyentining eng katta bo‘lishi ($\omega_{im} = -13.24 \cdot 10^{-3}$) parametrik tahlil asosida aniqlangan;

qovushqoq-elastik muhitda joylashgan deformatsiyalanuvchan sferik qobiqqa statsionar bo‘lmagan pog‘onali noturg‘un kuch yuklanganda maksimal zo‘riqishlar vaqtning boshlang‘ich qiymatlaridan kechikib ($t^g > 1.0$) o‘zining maksimal qiymatga erishishi va keyinchalik 10 - 15% gacha kamayib, asimptota chizig‘iga yaqinlashib borishi ishlab chiqilgan metodika va algoritmini qo‘llash asosida topilgan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

qovushqoq-elastik muhit bilan o‘zaro kontaktda bo‘lgan deformatsiyalanuvchi sferik jismning tashqi yuklanish ta’siridagi dinamik kuchlanganlik deformatsiya holatiga uni o‘rab turuvchi muhitning reologik xossalarini hisobga olgan holda baho berilgan;

garmonik (yoki noturg‘un) yuklanishlar ta’sirida bo‘lgan deformatsiyalanuvchi sferik jismda hosil bo‘ladigan kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini

o'rganishda yuklanish amplitudasiga solishtirma baho berilgan.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi chegaraviy shartlarning korrekt qo'yilishi, keltirib chiqarilgan matematik ifodalarning qat'iyligi, asoslangan yechish usullaridan tizimli foydalanilganligi, yechimlarning aniqligini baholashda boshqa tadqiqotchilar yechimlari bilan taqqoslanganligi va ularning natijalariga mos tushganligi hamda amaliyotga joriy qilinganligi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati deformatsiyalanuvchan muhit bilan o'zaro kontaktda bo'lgan deformatsiyalanuvchi sferik jism va uni o'rab turuvchi muhitda hosil bo'ladigan to'lqin dinamikasi nazariyasining rivojlanishiga salmoqli hissa qo'shish hamda takomillashtirish bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati yuklanishlar ta'sirida muhitda va deformatsiyalanuvchi sferik jismda hosil bo'ladigan kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini baholashning yangi qonuniyatlarini o'rganishga imkoniyat berishi hamda ishlab chiqilgan usul va hisoblash dasturlari amaliy masalalarini yechishga va tadqiq qilishga xizmat qilishi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Dinamik kuchlar ta'sirida elastik va qovushqoq-elastik muhitda joylashgan deformatsiyalanuvchi sferik jismning dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini hisoblash usullari tadqiqot ishi bo'yicha olingan ilmiy natijalar asosida:

qovushqoq-elastik kompozit quvurlarda dinamik yuk ta'sirida hosil bo'ladigan kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini aniqlash metodikasi va algoritmidan Buxoro davlat texnika universitetida 2012-2016-yillarda olib borilgan F4-14 raqamli "Suyuqlik oquvchi yer osti egri chiziqli quvurning dinamik kuchlar ta'siridagi kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini tadqiq qilish nazariyasini rivojlantirish va hisoblash usullarini ishlab chiqish" fundamental loyihada foydalanilgan (Buxoro davlat texnika universitetining 2025-yil 2-iyuldagi 845-sonli ma'lumotnoma). Natijada, ko'p qatlamli polimer quvurlar mustahkamligini baholash kriteriyasini topishga imkon bergan;

dissertatsiyada ishlab chiqilgan xos son va unga mos tebranish formalarini topish metodikasidan Toshkent kimyo-texnologiya institutida 2016-2020-yillarda bajarilgan OT-F4-01 "Qovushqoq suyuqlik oquvchi ko'p qatlamli kompozit quvurlar egri chiziqli bo'laklarining harorat va dinamik yuklanishlar ta'sirida chiziqli bo'lmagan dinamik kuchlanish-deformatsiya holatini o'rganish usullarini ishlab chiqish va nazariyasini rivojlantirish" mavzusidagi fundamental loyihasini bajarishda foydalanilgan (Toshkent kimyo-texnologiya instituti 2025-yil 21-maydagi 1/01-1821-sonli ma'lumotnoma). Natijada, qovushqoq suyuqlik oquvchi ko'p qatlamli kompozit quvurlar dinamik yuklanishlar ta'sirida chiziqli bo'lmagan kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holati aniqlangan.

Tadqiqot natijalarining e'lon qilinishi. Dissertatsiya mavzusi bo'yicha jami 15 ta ilmiy ish chop etilgan, shulardan O'zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasining falsafa doktori (PhD) dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 6 ta maqola, jumladan, 3 tasi respublika va 3 tasi xorijiy jurnallarda nashr qilingan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya tarkibi kirish, to'rtta bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati va ilovalardan iborat. Dissertatsiyaning hajmi 108 betni tashkil qiladi.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida o‘tkazilgan tadqiqotlarning dolzarbligi va zarurati asoslangan, tadqiqotning maqsadi va vazifalari shakllantirilgan, obykti va predmeti tavsiflangan, respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mosligi ko‘rsatilgan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning ishonchliligi asoslangan hamda ilmiy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarini amaliyotga joriy qilish, nashr etilgan ishlar va dissertatsiya tuzilishi bo‘yicha ma’lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning **“Qovushqoq-elastik muhitdagi sferik jismga garmonik va noturg‘un yuklanishlar ta’sirini o‘rganishga bag‘ishlangan adabiyotlar tahlili, masalalarning qo‘yilishi va yechish metodikasi”** deb nomlangan birinchi bobida muhit bilan aloqada bo‘lgan qovushqoq-elastik sferik qobiqqa garmonik (yoki noturg‘un) to‘lqin yuklanishi natijasida hosil bo‘ladigan dinamik jarayonlarning holatini o‘rganishga bag‘ishlangan adabiyotlar tahlili keltirilgan. Adabiyotlar tahlili asosida xulosalar qilingan. To‘lqin dinamikasining qo‘llanilayotgan usullari va masalalari, asosan, elastik muhitdagi absolyut qattiq sferik jism va sferik bo‘shliq uchun o‘rganilgan. Bir qator hollarda, muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan inshootlarda garmonik to‘lqin ta’sirida hosil bo‘ladigan rezonans holatlarni hisoblashda muhitning va sferik inshootning qovushqoq-elastiklik xususiyatlarini hisobga olmaslik katta xatoliklarga olib kelishi mumkinligi ko‘rsatib o‘tilgan. Qovushqoq-elastik muhit bilan kontaktda bo‘lgan sferik jismga noturg‘un to‘lqin yuklanganda hosil bo‘ladigan dinamik jarayonlar ham to‘liq o‘rganilmagan, degan xulosalar qilingan. Sferik jismning va muhitning qovushqoq-elastik xususiyatlarini hisobga olib, sferik jismdagi garmonik va turg‘un bo‘lmagan to‘lqin difraksiya masalalarini o‘rganish metodikasi va algoritmi yaratilmagan. Bulardan tashqari, birinchi bobning uchinchi paragrafida qovushqoq-elastik muhitdagi sferik jismga garmonik va noturg‘un to‘lqinlar ta’siri masalasining qo‘yilishi, yechish metodikasi va algoritmi ham keltirilgan. Qovushqoq-elastik sferik jism va uni o‘rab turuvchi muhitning harakat differensial tenglamasi vektor ko‘rinishda quyidagicha bo‘ladi:

$$(\tilde{\lambda}_j + 2\tilde{\mu}_j)\text{graddiv}\vec{u} - \tilde{\mu}_j\text{rotrot}\vec{u} = \rho_j \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, j=1,2 \quad (1)$$

bunda

$$\tilde{\lambda}_j \varphi(t) = \lambda_{0j} \left[\varphi(t) - \int_0^t R_{\lambda j}(t - \tau) \varphi(\tau) d\tau \right]; \tilde{\mu}_j \varphi(t) = \mu_{0j} \left[\varphi(t) - \int_0^t R_{\mu j}(t - \tau) \varphi(\tau) d\tau \right], \quad (2)$$

$\tilde{\lambda}_j$ va $\tilde{\mu}_j$ - operator formadagi elastiklik modullari, $\varphi(t)$ - vaqtning ixtiyoriy funksiyasi; ρ_j - zichlik, $R_{\lambda j}(t - \tau)$ va $R_{\mu j}(t - \tau)$ - relaksatsiya yadrolari va λ_{0j}, μ_{0j} - oniy elastiklik modullari.

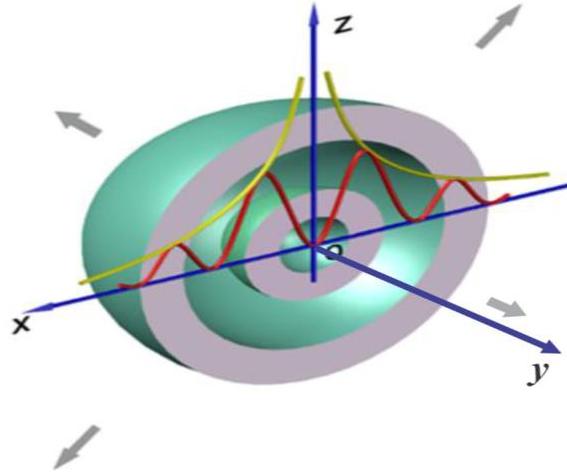
Agar $j=1$ bo‘lsa, (1) xususiy hosilali integro-differensial tenglama sferik jismni o‘rab turgan muhit tenglamasini ifodalaydi, $j=2$ bo‘lsa, sferik jism tenglamasini ifodalaydi. Muhit va sferik jism orasida qattiq mahkamlanganlik sharti qo‘yiladi:

$$\sigma_{rr}^{(1)} = \sigma_{rr}^{(2)}, \sigma_{r\theta}^{(1)} = \sigma_{r\theta}^{(2)}, \sigma_{r\phi}^{(1)} = \sigma_{r\phi}^{(2)}, u_r^{(1)} = u_r^{(2)}, u_\theta^{(1)} = u_\theta^{(2)}, u_\phi^{(1)} = u_\phi^{(2)}. \quad (3)$$

Yoki sirpanuvchanlik sharti qo‘yiladi

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(1)} &= \sigma_{rr}^{(2)}, u_r^{(1)} = u_r^{(2)}, \\ \sigma_{r\theta}^{(1)} &= \sigma_{r\theta}^{(2)} = \sigma_{r\phi}^{(1)} = \sigma_{r\phi}^{(2)} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Cheksizlikda Zommerfeldning to‘lqin yutilish sharti qo‘yiladi. Kontakt shartlaridan tashqari boshlang‘ich shartlar ham qo‘yiladi:



1-rasm. Sferik jismning hisob sxemasi

$$\vec{u}_j \Big|_{r=0} = 0, \frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0. \quad (5)$$

Bu yerda $\sigma_{rj}, \sigma_{\theta j}, \sigma_{\varphi j}, \tau_{\theta rj}, \tau_{r\varphi j}, \tau_{\theta\varphi j}$ – kuchlanishlar tenzorining komponentlari, $u_{rj}, u_{\theta j}, u_{\varphi j}$ – ko‘chish vektorining komponentlari, ρ_j – materiallar zichligi.

Sferik koordinatalar sistemasi (r, θ, φ) 1-rasmda tasvirlangan. Qo‘yilgan masalalar sferik koordinatalar sistemasida yechiladi:

$$x = r \sin \theta \cos \varphi; y = r \sin \theta \sin \varphi; z = r \cos \theta. \quad (6)$$

Agar cheksiz muhitda sferik jism berilgan bo‘lsa, undan $r = p_0$ chegarada $p(t) = p_0 e^{-i\omega t}$ ($-\infty < t < \infty$) davriy kuch qo‘yilgan bo‘lsin. Bu yerda p_0 – tashqi davriy kuchning amplitudasi, $\omega = \nu$ – haqiqiy son, tashqi kuch chastotasi. Qovushqoq-elastik muhitda joylashgan sferik jismga ta‘sir etuvchi garmonik ko‘rinishdagi yuklanish quyidagicha bo‘ladi:

$$\varphi^p = A_p \sum_{n=0}^{\infty} a_n j_n(\alpha_1 r) P_n^m(\mu) e^{-i\omega t}. \quad (7)$$

Bunda A_p – tushuvchi bo‘ylama to‘lqin amplitudasi; $\alpha = \omega/c_{p1}$ – to‘lqin soni; ω – aylanma chastota; c_{p1} – bo‘ylama to‘lqin tezligi; c_{s1} – ko‘ndalang to‘lqin tezligi. Tushuvchi noturg‘un to‘lqin quyidagi Xevisayd funksiyasi sifatida olingan:

$$\varphi_p = 0.5(t + z - 1)H(t + z - 1), \psi_p = 0. \quad (8)$$

Qo‘yilgan masalalarni yechishda yuqoridagi munosabatlardan foydalanib turli chegaraviy shartlar va tushuvchi to‘lqin potenciallari uchun masalani qo‘yish mumkin.

(1) xususiy hosilali integro-differensial tenglamani ko‘chish potenciallarini kiritish orqali yechamiz. Ko‘chish vektorini Grin tasvirlagan formada olamiz. U holda quyidagicha bo‘ladi:

$$\vec{u}_j = \text{grad} \varphi_j + \text{rot}(\vec{\psi}_j), \text{div} \vec{\psi}_j = 0 (j = 1, 2) \quad (9)$$

Bu yerda φ_j va $\vec{\psi}_j(0, \psi_j, \chi_j)$ – mos ravishda bo‘ylama va ko‘ndalang to‘lqin potenciallari.

Agar (9) ni (1) ga qo‘ysak, ko‘chish potenciallari uchun quyidagi xususiy hosilali integro-differensial tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\nabla^2 \varphi_j - \int_T^t [R_{\lambda j}(t - \tau) + 2R_{\mu j}(t - \tau)] \nabla^2 \varphi_j d\tau = \frac{1}{c_{0pj}^2} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial t^2}; \quad (10)$$

$$\nabla^2 \vec{\psi}_j - \int_T^t R_{\mu j}(t - \tau) \nabla^2 \vec{\psi}_j d\tau = \frac{1}{c_{0sj}^2} \frac{\partial^2 \vec{\psi}_j}{\partial t^2},$$

bu yerda T – sferik jismning garmonik yoki turg'un harakati uchun $-\infty$ olinadi, agar sferik jismga noturg'un to'liqin tushsa, u holda integral chegarasi yoki T -nolga teng deb olinadi; $c_{0pj}^2 = (\lambda_{j0} + 2\mu_{j0})/\rho_j$, $c_{0sj}^2 = \mu_{j0}/\rho_j$, $j=1,2$ – mos ravishda oniy bo'ylama va ko'ndalang to'liqin potentsiallari.

Faraz qilaylik, qovushqoq-elastik muhitda joylashgan sferik jismga garmonik (7) to'liqin tushsin. U holda vaqt oralig'ida $-\infty < t < \infty$ bo'ladi, deb olinadi. U holda (10) xususiy hosilali integro-differensial tenglamalarning yechimlarini quyidagi shaklda izlaymiz:

$$\phi_j(\theta, \varphi, r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_{jk}(\theta, \varphi, r) e^{i\omega t}; \quad \vec{\psi}_j(\theta, \varphi, r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \vec{\Psi}_{jk}(\theta, \varphi, r) e^{i\omega t}, \quad (11)$$

bu yerda $\Phi_{jk}(\theta, \varphi, r)$ va $\vec{\Psi}_{jk}(\theta, \varphi, r)$ – tenglamalarni qanoatlantiradigan kompleks argumentli funksiyalar, $\omega = r$ – tashqi ta'sir etuvchi to'liqin chastotasi, haqiqiy kattalik.

$$\nabla^2 \Phi_{jk} + \alpha_{Lj}^2 \Phi_{jk} = 0; \quad \nabla^2 \vec{\Psi}_{jk} + \beta_{Mj}^2 \vec{\Psi}_{jk} = 0, \quad (12)$$

bunda

$$\alpha_{Lj}^2 = \frac{\alpha_j^2}{1 - L_j}, \quad \beta_{Mj}^2 = \frac{\beta_j^2}{1 - M_j}, \quad \alpha_j^2 = \frac{\omega^2}{c_{0pj}^2}, \quad \beta_j^2 = \frac{\omega^2}{c_{0sj}^2}$$

$$L_j = \int_0^{\infty} [R_{\lambda}(\xi) + 2R_{\mu}(\xi)] \exp(-i\omega\xi) d\xi,$$

$$M_j = \int_0^{\infty} R_{\mu}(\xi) \exp(-i\omega\xi) d\xi. \quad (13)$$

Noturg'un to'liqinlar sferik jismga tushganda qo'yilgan masalani yechish uchun vaqt bo'yicha Laplasning integral almashtirishi qo'llaniladi ($0 < t < T_1$),

$$f^L(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt = L[f(t)].$$

Teskari almashtirish, ya'ni originalni topish uchun ($f^L(s)$ – tasvir, $f(t)$ – original) quyidagi integral orqali amalga oshiriladi:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} e^{st} f^L(s) ds = L^{-1}[f^L(s)].$$

Integral maxsus nuqtadan o'ng tomonda joylashgan yo'l bo'yicha olinadi.

Gelmgols (12) tenglamasining yechimi umumiy holda quyidagicha bo'ladi:

$$\Phi_j = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^n A_{mnj} h_n(k_{pj}r) P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi);$$

$$\Psi_{1j} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^n B_{mnj} h_n(k_{sj}r) P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi);$$

$$\Psi_{2j} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^n C_{mnj} h_n(k_{sj}r) P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi), \quad (14)$$

bunda $P_n^m(\mu)$ – Lejandrning birinchi tartibli n - darajali va m - tartibli qo'shma funksiyasi:

$$h_n^{(1)}(z) = j_n(z) + iy_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} h_{n+1/2}^{(1)}(z), \quad h_n^{(2)}(z) = j_n(z) - iy_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} h_{n+1/2}^{(2)}(z).$$

Quyidagi juft qilib olingan funksiyalar $j_n(z), y_n(z)$ va $h_n^{(1)}(z), h_n^{(2)}(z)$ o‘zaro chiziqli bog‘liq bo‘lmagan funksiyalar hisoblanadi. Sferik shakldagi to‘lqin tenglamalarini integrallagandan so‘ng hosil bo‘lgan integral doimiylari $A_{mn1}, B_{mn1}, C_{mn1}, A_{mn2}, B_{mn2}, C_{mn2}$ ko‘effitsiyentlar ko‘rinishida yuqorida keltirilgan va ular chegaraviy shartlar (2) dan topiladi. U holda olti noma‘lumli oltita tenglamalardan iborat bo‘lgan bir jinsli bo‘lmagan algebraik tenglamalar sistemasini olamiz. Ko‘rinib turibdiki, bir jinsli bo‘lmagan algebraik tenglamalar sistemasi chiziqli bo‘lib, elementlari kompleks kattalik bo‘ladi. Yuqoridagi tenglamalar sistemasining oltita qator va oltita ustundan tashkil topgan kvadrat matritsaning determinanti elementlari Lejandr hamda kompleks argumentli Bessel va Xankel funksiyalaridan iborat:

$$[C_2(c_{pj}, c_{sj}, R_{Ej}, a_j)]\{q\} = \{p\}, \quad (15)$$

bunda $\{q\}$ – ustun vektor bo‘lib, ixtiyoriy o‘zgaruvchilardan tashkil topgan, $\{p\}$ - tashqi tushadigan to‘lqin ta‘sirini ifodalovchi ustun vektor; $[C]$ – kvadrat matritsa.

(15) kompleks ko‘effitsiyentli algebraik tenglamalar sistemasi Gaussning o‘zgaruvchilarni ketma-ket yo‘qotish usuli yordamida dissertatsiyada ishlab chiqilgan algoritm bilan yechilgan. Agar tashqi tushuvchi to‘lqin hisobga olinmasa, u holda qovushqoq-elastik muhitda joylashgan sferik jismning erkin tebranishlar chastotalari topiladi. Bu holda (15) murakkab ko‘rinishdagi kompleks transendent funksiyalardan tashkil topgan algebraik tenglamani beradi. Buni esa faqat sonli usullar yordamida yechish mumkin. (15) tenglamani yechishda har bir iteratsiyada Gauss usuli qo‘llaniladi. Shuning uchun aniqlovchini ko‘phad ko‘rinishida ifodalash talab etilmaydi. Kompleks ildizlarni topishda Myuller usulida yuqori katta aniqlikda topiladi va tez yaqinlashish ta‘minlanadi.

Dissertatsiya ishida deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasining xususiy hosilali integro-differensial tenglamalarni yechish uchun muzlatish, o‘zgaruvchilarni ajratish, Laplas, Myuller va Gauss usullari qo‘llangan. Matlab dasturi asosida sonli natijalar olingan.

Shunday qilib, bu bobda adabiyotlar tahlili, masalaning qo‘yilishi va yechishning umumiy algoritmi keltirilgan.

Dissertatsiyaning “**Ko‘p qatlamli qovushqoq-elastik sferik qobiqning xos(erkin) tebranishlari**” deb nomlangan ikkinchi bobida ikki qatlamli sferik qobiqning erkin tebranishlari masalasi qaralgan. U holda qovushqoq-elastik sferik jismning xos (erkin) tebranishlari masalasi dissipativ bir jinsli va bir jinsli bo‘lmagan holatlar uchun masalalar yechilgan. Erkin tebranishlar masalalari tenglamalarda inersion hadlar materiallarning harakatini to‘liq ifodalaydigan masalalar sinfiga kiradi. Buning uchun chegaraviy shartlar barcha tashqi kuchlar ishining nolga tengligiga mos kelishi kerak. Bundan tashqari, massa kuchlari bir xil tarzda nolga teng, deb hisoblanishi kerak. Materiallarning qovushqoq-elastik xossalarini hisobga olgan holda, qatlamli sferik qobiqning erkin tebranishlari masalalarini ham kompleks algebra fani doirasida yechish mumkin. Cheksiz qovushqoq-elastik muhit bilan o‘zaro ta‘sirida bo‘lgan ko‘p qatlamli deformatsiyalanuvchi sferik jismning xos tebranishlari masalalarini xususiy holda radial, buralish va sferoidal xos tebranishlarini ko‘ramiz. Chastota tenglamasini olish uchun (3) dan foydalanamiz.

1. Radial tebranishlar. Agar bir qatlamli sferik jismni qovushqoq elastik muhitdagi radial tebranishlarini ko‘rsak, u holda kompleks chastotani topish uchun olingan transendent tenglama quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$(1 - z_{p1}z_{sp1}z_{\omega}ctg(z_{p1}z_{sp1}z_{\omega})) \left[z_{\omega}^2 + 4\left(\frac{1}{z_{\mu 1}} - 1\right)(1 + iz_{sp1}z_{\omega}) \right] = \frac{z_{\omega}}{z_{\rho 1}}(1 + iz_{sp1}z_{\omega}), \quad (16)$$

bunda $z_{\omega} = \omega R/c_{s2}$ – o‘lchamsiz chastota; $z_{s1} = ((c_{s2}\sqrt{\Gamma_{sk2}})/(\sqrt{\Gamma_{sk1}c_{s1}}))$; $z_{\mu 1} = \bar{\mu}_2/\bar{\mu}_1 = \rho z_{s1}$; $z_{p1} = c_{p2}/c_{p1}$; $z_{\rho 1} = \rho_2/\rho_1$. Bu (16) tenglama sonli usul (Myuller) yordamida yechiladi. (16)ning yechimlari $z_{\omega k} = z_{\omega Rk} + iz_{\omega Ik}$, ($k = 1, 2, \dots$) kompleks yoki mavhum kattalik bo‘ladi. Uning haqiqiy qismi $z_{\omega R}$ tebranishlar chastotasini, mavhum qismi $z_{\omega I}$ esa tebranishlarni dempfirlashni ifodalaydi. Agar sharning radial tebranishi ($z_{\mu} \rightarrow 0$) va qovushqoq-elastik muhitdagi sferik $z_{\mu} \rightarrow \infty$ bo‘shliq olinsa, u holda quyidagi tenglamalarni olamiz:

$$4z_{sp1}^2(1 - z_{\omega}ctg(z_{\omega})) - z_{\omega}^2 = 0, \quad z_{\omega}^2 - 4iz_{\omega} - 4 = 0. \quad (17)$$

Bu tenglamalarning birinchisi sonli, ya’ni Myuller usuli bilan yechiladi. Ikkinchi tenglamasi esa mavhum koeffitsiyentli kvadrat tenglamani ifodalaydi va uning ildizi karrali bo‘lib mavhum kattalikka $z_{\omega 1,2} = 2i$ teng bo‘ladi. Bu esa aperiodik so‘nuvchi tebranishni ifoda qiladi.

2. Buralish tebranishi. Buralish tebranishda ($u_r = 0$) bo‘ladi va $div \vec{u}$ ham hisobga olinmaydi. Buralish tebranish masalasini qo‘yishda urinma ko‘chishlar va urinma kuchlanishlarning tenglik sharti chegarada qo‘yiladi:

$$\begin{aligned} C_{mn1} &= hj_{k1}C_{mn2}; \quad C_{mn1} = M\mu 1_{k1}C_{mn2} \\ hj_{k1} &= j_n(k_{s2}R)/h_n(k_{s1}R), \\ M\mu 1_{k1} &= \mu_2 \left[\frac{(n-1)j(k_{s2}R) - (k_{s2}R)j_{n+1}(k_{s2}R)}{-(k_{s1}R)h_{n+1}(k_{s1}R)} \right] / \left[\frac{(n-1)h_n(k_{s1}R) - (k_{s1}R)h_{n+1}(k_{s1}R)}{-(k_{s1}R)h_{n+1}(k_{s1}R)} \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Yuqoridagi (18) bir jinsli algebraik tenglamalar sistemasidagi ixtiyoriy o‘zgaruvchilarni tenglashtirib, kompleks chastotalarni topish uchun transcendent tenglama olamiz (yoki bir jinsli algebraik tenglama hosil qilib, asosiy aniqlovchisini nol deb trivial bo‘lmagan yechim olinadi:

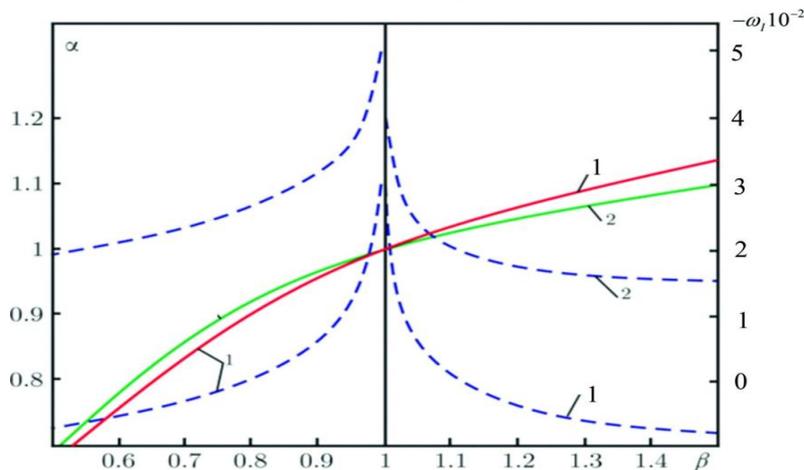
$$z_{\mu} - \frac{n-1-G_i(z_s)}{n-1-G_h(z_{\omega})} = 0, \quad (19)$$

bunda

$$G_i(t) = tj_{n+1}(t)/j_n(t), \quad G_h(t) = th_{n+1}(t)/h_n(t).$$

Agar $z_{\mu} \rightarrow 0$, bo‘lsa, u holda sferaning buralma tebranish chastotasi tenglamasini olamiz:

$$n - 1 - G_i(z_s) = 0. \quad (20)$$



2-rasm. O‘lchamsiz α parametr va chastotaning $\omega_l = \omega_l 10^{-2}$ mavhum qismini $\beta = c_{s1}/c_{p1}$ parametrغا bog‘liq o‘zgarishi

Agar $z_\mu \rightarrow \infty$ bo'lsa, deformatsiyalanuvchi muhitdagi sferik bo'shliqning buralish tebranishlar chastotasini topish mumkin bo'ladi.

3. Sferoidal tebranishlar. Bunday tebranishlarni ifodalovchi transsendent tenglama (chastota tenglamasi)ni olish uchun ko'chishning radial komponentasini nolga teng bo'lishi kerak bo'ladi. Ikki va uch qatlamli sharsimon qobiqning tebranishlariga qovushqoqlik va fizik-mexanik parametrlar ta'sirini ko'rib chiqamiz. O'lchamsiz α parametr va chastotaning mavhum qismining $\beta = c_{s1}/c_{p1}$ parametrغا bog'liq o'zgarishi sferoidal tebranish uchun 2-rasmda keltirilgan. Natijalar n ning 1,2,3 qiymatlari uchun olingan. Rasmda tutash chiziq (yoki uzluksiz chiziq) o'lchamsiz α parametr belgilangan, punktir chiziq bilan xos chastotaning mavhum qismi ko'rsatilgan.

Ko'p qatlamli qovushqoq elastik sferik qobiqning radial tebranishlaridagi differensial tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rn}}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_{rn} - \sigma_{\phi n}}{r} &= \rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2}, \\ \sigma_{rn} &= (\bar{\lambda}_n + 2\bar{\mu}_n) \frac{\partial u_n}{\partial r} + 2\bar{\lambda}_n \frac{\bar{u}_n}{r}, \\ \sigma_{\phi n} &= 2(\bar{\lambda}_n + \bar{\mu}_n) \frac{\bar{u}_n}{r} + \bar{\lambda}_n \frac{\partial \bar{u}_n}{\partial r}, R_n < r < R_{n+1}, \\ \sigma_{r1}(R_1) &= \sigma_{rN}(R_N) = 0, n = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (21)$$

$$\bar{\lambda}_n = \lambda_{0n} \left[1 - \Gamma_{\lambda n}^c(\omega_{Re}) - i\Gamma_{\lambda n}^s(\omega_{Re}) \right], \bar{\mu}_n = \mu_{0n} \left[1 - \Gamma_{\mu n}^c(\omega_{Re}) - i\Gamma_{\mu n}^s(\omega_{Re}) \right]$$

$$\Gamma_{\lambda n}^c(\omega_{Re}) = \int_0^\infty R_{\lambda n}(\tau) \cos(\omega_{Re} \tau) d\tau, \Gamma_{\lambda n}^s(\omega_{Re}) = \int_0^\infty R_{\lambda n}(\tau) \sin(\omega_{Re} \tau) d\tau, \quad (22)$$

$$\Gamma_{\mu n}^c(\omega_{Re}) = \int_0^\infty R_{\mu n}(\tau) \cos(\omega_{Re} \tau) d\tau, \Gamma_{\mu n}^s(\omega_{Re}) = \int_0^\infty R_{\mu n}(\tau) \sin(\omega_{Re} \tau) d\tau,$$

Bu yerda R_n va R_{n+1} – sferik jismning ichki va tashqi radiuslari, $\bar{\lambda}_n$ va $\bar{\mu}_n$ – qovushqoq-elastiklik koeffitsiyentlari bo'lib, “muzlatish” usulini qo'llagandan so'ng ular quyidagi ko'rinishni egallaydi:

bunda $\lambda_{0n}\mu_{0n}R_{\lambda n}, R_{\mu n}$ – oniy elastiklik modullari va relaksatsiya yadrolari, ω_{Re} – haqiqiy kattalik. Misol sifatida $n=1$ bo'lganda (22) tenglamaning yechimini keltiramiz:

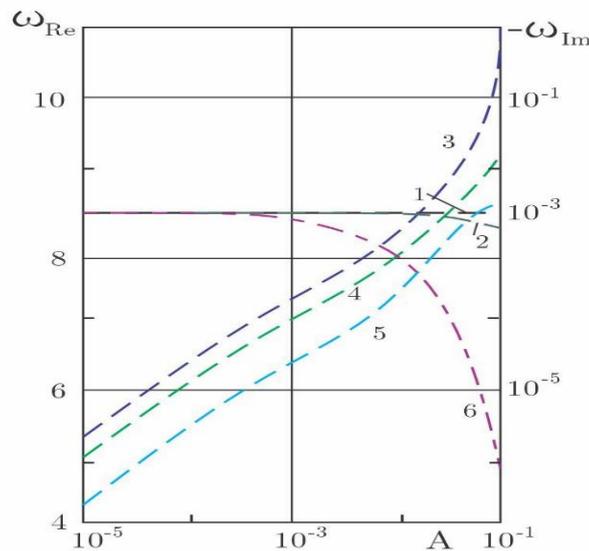
$$\begin{aligned} u_1(r, \omega) &= (C_1 + C_2) \frac{\chi}{r} \left[-\chi \cos(\chi r) + \frac{1}{r} \sin(\chi r) \right] + \\ &+ i(C_1 - C_2) \frac{\chi}{r} \left[-\chi \cos(\chi r) - \frac{1}{r} \sin(\chi r) \right]; \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r(r, \omega) &= (C_1 + C_2) \frac{\chi}{r} \left[(4\bar{\mu}_1 \chi / r) \cos(\chi r) - (4\bar{\mu}_1 / r^2 - \chi^2 (\bar{\lambda}_1 + 2\bar{\mu}_1)) \sin(\chi r) \right] + \\ &+ i(C_1 - C_2) \frac{\chi}{r} \left[(4\bar{\mu}_1 \chi / r) \sin(\chi r) + (4\bar{\mu}_1 / r^2 - \chi^2 (\bar{\lambda}_1 + 2\bar{\mu}_1)) \cos(\chi r) \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Bu yerda $\chi = \sqrt{\frac{\rho \omega^2}{(\lambda_{01} + 2\mu_{01}) - \Gamma_{\lambda \mu}}}$, $\Gamma_{\lambda \mu} = [(\lambda_{01} \Gamma_{\lambda}^c(\omega_{Re}) + 2\mu_{01} \Gamma_{\mu}^c(\omega_{Re})) + i(\lambda_{01} \Gamma_{\lambda}^s(\omega_{Re}) + 2\mu_{01} \Gamma_{\mu}^s(\omega_{Re}))]$.

Ixtiyoriy o'zgaraslarni topish uchun chegaraviy shartlardan foydalansak, quyidagi chastota tenglamasini olamiz:

$$\begin{aligned} &\cos(\chi(R_2 - R_1)) \left\{ \frac{4\bar{\mu}_1 \chi}{R_1} \left(\frac{4\bar{\mu}_1}{R_2^2} - \rho \omega^2 \right) - \frac{4\bar{\mu}_1 \chi}{R_2} \left(\frac{4\bar{\mu}_1}{R_1^2} - \rho \omega^2 \right) \right\} + \\ &+ \sin(\chi(R_2 - R_1)) \left\{ \frac{(4\bar{\mu}_1 \chi)^2}{R_1 R_2} + \left(\frac{4\bar{\mu}_1}{R_1^2} - \rho \omega^2 \right) \left(\frac{4\bar{\mu}_1}{R_2^2} - \rho \omega^2 \right) \right\} = 0. \end{aligned} \quad (25)$$



3-rasm. Kompleks chastota relaksatsiya yadrosining amplitudaga bog'liq o'zgarishi:

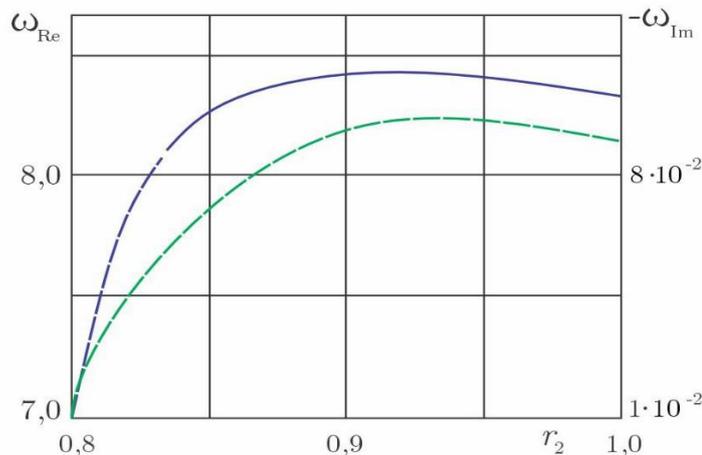
Sonli natijalar va tahlillar kompleks parametrli chastota tenglamasini Myuller usuli bilan yechish orqali olindi. Materialning qovushqoq elastiklik xossasi Koltunov-Rjanitsinning uch parametrli kuchsiz singulyar yadrosidan foydalanib olindi:

$$R_{\lambda 1} = R_{\mu 1} = A_1 e^{-\beta_1 t} / t^{1-\alpha_1}, \quad A = 0.048; \quad \beta = 0.05;$$

$\alpha = 0.10; \rho = 1.0; \lambda_0 = 25.5; \mu_0 = 25.5; R_1 = 0.75, R_2 = 1.0.$ Sonli natijalar 3,4,5 va 6-rasmlarda keltirilgan. 1. $\omega_{Re} \alpha = 0.9$; 2. $\omega_{Re} \alpha = 0.5$;

3. $\omega_{Re} \alpha = 0.1$; 4. $\omega_{Im} \alpha = 0.5$; 5. $\omega_{Im} \alpha = 0.9$; 6. $\omega_{Im} \alpha = 0.1$;

Kompleks chastotaning relaksatsiya yadrosi amplitudasiga bog'liq o'zgarishi α parametrning turli qiymatlari uchun 3-rasmda keltirilgan. Ko'rinib turibdiki, chastotaning haqiqiy qismi (erkin tebranishlar chastotasi) relaksatsiya yadrosi amplitudasiga bog'liqligi 3 % bo'lishi topildi. Mavhum qismining o'zgarishi esa chiziqli funksiyaga yaqin bo'lgan qonuniyat bilan o'zgarishi topildi.



4- rasmda kompleks chastota haqiqiy va mavhum qismlarining sfera tashqi radiusi r_2 ga bog'liq o'zgarishi keltirilgan.

Kompleks chastota haqiqiy va mavhum qismining tashqi radiusi r_2 ga bog'liq o'zgarishi: ω_{Re} – tutash chiziq, ω_{Im} – punktir chiziq.

Hisoblash tajribasida qovushqoq-elastiklik materialdan tayyorlangan turli xil sharsimon qobiqlarning so'nuvchi tebranishlarida ($\beta = 0.05$) A va α parametrning

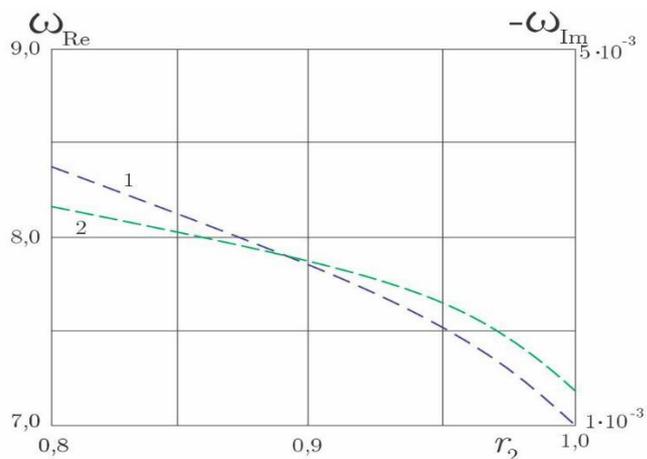
ta'siri o'rganildi. Qobiqning tashqi va ichki radiuslarining ta'siri o'rganilib, baholandi. Natijalarni tahlil qilish bizga quyidagi xulosalar chiqarish imkonini berdi:

- kompleks chastotaning haqiqiy qismi $\alpha = 0.87$ uchun A parametriga bog'liq bo'lishi 3 % bo'lishi va elastik sferik jism erkin tebranishlari chastotasi bilan juda yaqin bo'lishi topildi. Bundan amplitudaning katta qiymatlarida chastotaning haqiqiy qismi juda kam miqdorda pasayishni boshlaydi;

- kompleks chastotaning mavhum qismi α parametrning barcha qiymatlari uchun A parametrning ortib borishi bilan ortib borar ekan.

Olingan natijalarni ko'p qatlamli sferik qobiq tebranishlari uchun umumlashtiramiz. Misol sifatida ikki qatlamli sferik qobiqning radial tebranishlarini ko'rib chiqamiz. Faraz qilaylik, sferik jismning qovushqoqlik parametrlari ikki jism uchun ham bir xil ($A = 0.048; \beta = 0.05; \alpha = 0.10$), lekin elastiklik parametrlari har xil bo'lsin. Ichki qatlam zichligi, oniy elastiklik va geometrik parametrlari quyidagicha bo'lsin: $\rho_1 = 3.5; \lambda_{01} = 30; \mu_{01} = 30; R_1 = 0.75, R_2 = 1.0, R_3 = 1.25$. Tashqi qatlamning parametrlari quyidagicha bo'lsin: $\rho_2 = 1.0; \lambda_{02} = 5.5; \mu_{02} = 5.5$. Kompleks chastota haqiqiy ω_{Re} va mavhum qismlarining ikki sirtini ajratib turuvchi r_2 ga bog'liq o'zgarishi 5- rasmda keltirilgan. Ikki qatlamli sferik qobiqda eng katta energiya dissipatsiyasi $\omega_{Im} = -13.24 \cdot 10^{-3}$, va radiusning $r_2^* = 0.945$ qiymatiga mos kelar ekan.

r_2 radiusni fiksirlab, tashqi r_3 radiusni o'zgartiramiz, u holda olingan natijalar 5-rasmda keltirilgan.



5-rasm. Kompleks chastota haqiqiy va mavhum qismini tashqi radiusi r_2 ga bog'liq o'zgarishi: 1. ω_{Re} , 2. ω_{Im}

Kompleks chastota haqiqiy va mavhum qismlarining tashqi radius r_3 ga bog'liq o'zgarishi keltirilgan. Birinchi qatlam uchun $\rho_1 = 1.0; \lambda_{01} = 5.5; \mu_{01} = 5.5; R_1 = 0.75, R_2 = 1.0, R_3 = 1.25$. ikkinchi qatlam $\rho_2 = 3.5; \lambda_{02} = 30; \mu_{02} = 30$. Bu holatda eng katta energiya dissipatsiyasi $\omega_{Im} = -13.18 \cdot 10^{-3}$ da bo'lar ekan.

Shunday qilib, bu bobda ko'p qatlamli sferik qobiqning tebranishlari va so'nishiga baho berildi.

Dissertatsiyaning **“Qovushqoq-elastik muhit bilan kontaktda bo'lgan sferik jismdan garmonik va nostatsionar to'lqin tarqalishi”** deb nomlangan uchinchi bobida qovushqoq-elastik muhit bilan o'zaro ta'sirda bo'lgan sferik jismga garmonik yuklanish ta'siridagi dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik masalasining qo'yilishi, yechish metodikasi, algoritmi va sonli natijalari keltirilgan (1-rasmda

ko'rsatilganidek). Qo'yilgan masala sferik koordinatalar sistemasi (r, θ, φ) da yechiladi. U holda muhitda $r \geq R_0$ bo'ylama to'lqin hosil bo'ladi. Agar yuklanish radial bosim ko'rinishida berilsa, u holda muhitda bo'ylama va ko'ndalang to'lqinlar tarqaladi. U holda $r=R_0$ da quyidagicha chegaraviy shart qo'yiladi:

$$\sigma_{rr}|_{r=R_0} = p(r, \theta, \varphi, t), \sigma_{r\theta}|_{r=R_0} = q_1(r, \theta, \varphi, t), \sigma_{r\varphi}|_{r=R_0} = q_2(r, \theta, \varphi, t), \quad (26)$$

bunda $p(r, \theta, \varphi, t)$ va $q_1(r, \theta, \varphi, t), q_2(r, \theta, \varphi, t)$.

Agar cheksiz muhitda sferik bo'shliq berilgan bo'lsa, undan $r = R_0$ chegarasida $p(t) = p_0 e^{-i\omega t}$ ($-\infty < t < \infty$) davriy kuch qo'yilgan bo'lsin. Bu yerda p_0 – tashqi davriy kuchning amplitudasi, $\omega = \nu$ – haqiqiy son, tashqi kuch chastotasi. Asosiy maqsad $r \geq R_0$ bo'lganda qovushqoq-elastik muhitdagi to'lqin maydonini aniqlash talab etiladi. Muhit bir jinsli izotrop bo'lganligi uchun faqat tarqaladigan bo'ylama to'lqinni ko'ramiz. U holda bo'ylama to'lqin $\phi_1(r, t)$ – potensial funksiya orqali ifoda qilinadi va u quyidagi tenglamani qanoatlantiradi:

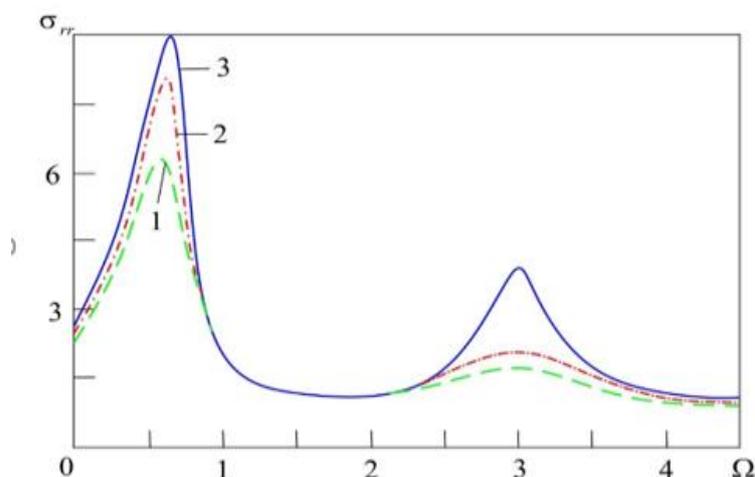
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{c_{01}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \phi_1(r, t) - \int_{-\infty}^t R_E(t-\tau) \phi_1(r, \tau) d\tau = 0. \quad (27)$$

Agar chegaraviy shartdan foydalansak, u holda (27) yechimni quyidagicha yozish mumkin.

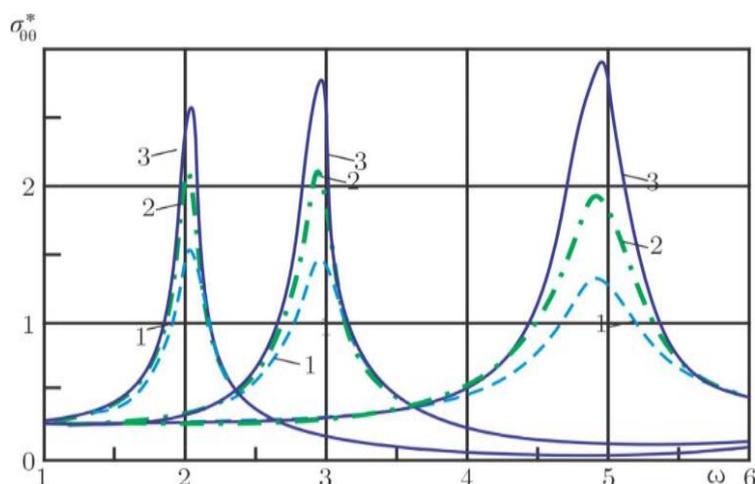
$$\phi_1(r, t) = - \frac{p_0 R_0^2 \exp(iR_0 \nu / c_{01})}{4\bar{\mu}_1(1+iR_0 \nu / c_{01}) - (\bar{\lambda}_1 + 2\bar{\mu}_1)(i\nu R_0 / c_{01})^2} \frac{1}{r} e^{i\nu(t-r/c_{01})}.$$

Bunda $\bar{\lambda}_1 f = \lambda_{01} [1 - \Gamma_{\lambda_1}^S(\nu) - i\Gamma_{\lambda_1}^S(\nu)] f$, $\bar{\mu}_1 f = \mu_{01} [1 - \Gamma_{\mu_1}^S(\nu) - i\Gamma_{\mu_1}^S(\nu)] f$ -- material relaksatsiya yadrosining mos ravishda, kosinus va sinus Furye tasvirlari.

Cheksiz qovushqoq-elastik muhitda ikki qatlamli sharsimon bo'shliq berilgan bo'lsin. Asosiy maqsad bo'shliqdan garmonik to'lqinlar atrofga tarqalganda, sferik bo'shliqdan tarqalgan to'lqin sferik jism va jism atrofining kuchlanish-deformatsiya holatini aniqlashdir. O'lchovsiz kuchlanishlar amplitudasining chastotaga bog'liq o'zgarishi 7 va 8-rasmlarda keltirilgan. Ikki qatlamli sferik qobiqning $r = R_0 + R_1$ bo'lganda σ_{rr}^* ($\sigma_{rr}^* = \sigma_{rr} / \sigma_{rr}^0$) $\theta = \pi/6$, $\varphi = \pi/4$ radial va kontur kuchlanishlarining chastotaga bog'liq o'zgarishi 6 va 8-rasmlarda keltirilgan keltirilgan. Tutash chiziq (3–chiziq, $A=0$) elastik mexanik sistema uchun, punktir chiziq esa qovushqoq-elastik mexanik sistema (1, 2–chiziq ($A=0.0048$ va $A=0.048$)) uchun olingan.



6-rasm. Radial kuchlanishning chastotaga bog'liq o'zgarishi $|\sigma_{rr}^*|$ (1. $\theta = 0$; 2. $\theta = \frac{\pi}{8}$; 3. $\theta = \frac{\pi}{4}$; 4. $\theta = \frac{\pi}{2}$) har xil burchaklar uchun olingan.



7-rasm. Kontur kuchlanishining $|\sigma_{\theta\theta}^*|$ ($\theta = \pi/2$) chastotaga bog‘liq o‘zgarishi (αR) Puasson koeffitsiyentini turli qiymatlari uchun:

1. $\nu = 0.25$; 2. $\nu = 0.35$; 3. $\nu = 0.40$; 4. $\nu = 0.45$;

Dissertatsiyaning “Qovushqoq-elastik muhitda joylashgan sferik jismga noturg‘un to‘lqin yuklanishi” deb nomlangan to‘rtinchi bobida qovushqoq-elastik muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘lgan sferik jismga noturg‘un to‘lqin ta’siri masalasi ko‘rilgan (1-rasm). Sferik koordinatalar tizimini kiritamiz va statsionar bo‘lmagan to‘lqinlar manbasini OZ o‘qiga joylashtiramiz. Bunday holda qobiqning deformatsiyalanish jarayoni simmetrik bo‘ladi. Sharsimon qobiqning harakat-differensial tenglamalari quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + ctg\theta \frac{\partial u}{\partial \theta} - (\nu_0 - ctg\theta)u - (1 + \nu_0) \frac{\partial w}{\partial \theta} - \int_0^t R_u(t - \tau) L_{11}(u, w) d\tau = \frac{1}{c_{10}^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{1}{mc_{10}^2} p_1(a, \theta, t),$$

$$(1 + \nu_0) \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + uctg\theta - 2w \right) - \int_0^t R_w(t - \tau) L_{22}(u, w) d\tau = \frac{1}{c_{10}^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{1}{mc_{10}^2} p_2(a, \theta, t), \quad (28)$$

bunda u, w – o‘rta sirtning urinma meridial ko‘chishlari; θ – burchak. Sferik qobiq va uni o‘rab turuvchi muhit tenglamalarini yechish uchun vaqt bo‘yicha Laplasning integral almashtirishlarini qo‘llaymiz ($0 < t < T$). Tushadigan bo‘ylama to‘lqin potensialini quyidagi ko‘rinishga keltirib olamiz:

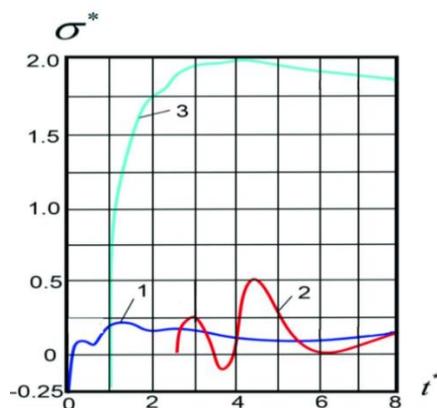
$$\varphi_p = 0.5(t + z - 1)H(t + z - 1), \psi_p = 0. \quad (29)$$

Bu to‘lqin potentsiali $t=0$ vaqtda sferik qobiqqa kelib tushadi. Tushuvchi to‘lqinga ham Laplasning integral almashtirishlari qo‘llansa, u holda maxsus sferik funksiyalarni qo‘shish teoremasidan foydalanilsa, quyidagi munosabatni olamiz:

$$\varphi_p^L = \frac{e^{-s}}{s^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \sqrt{\frac{\pi}{2sr}} I_{n+1/2}(sr) P_n(\cos \theta).$$

Yuqorida keltirilgan tenglamada tasvirga o‘tib, undan originalga o‘tish uchun tenglamadagi integral muntazam bo‘lgani uchun, C ichidagi chekli qutblar soniga ta’sir ko‘rsatmaydi. U holda Jordan teoremasi va Koshining “chegirmalar yig‘indisi” teoremasiga muvofiq, integralni quyidagi formuladan foydalanib hisoblash mumkin:

$$\int_C f(\zeta) d\zeta = 2\pi i \sum_{n=1}^m R_n.$$



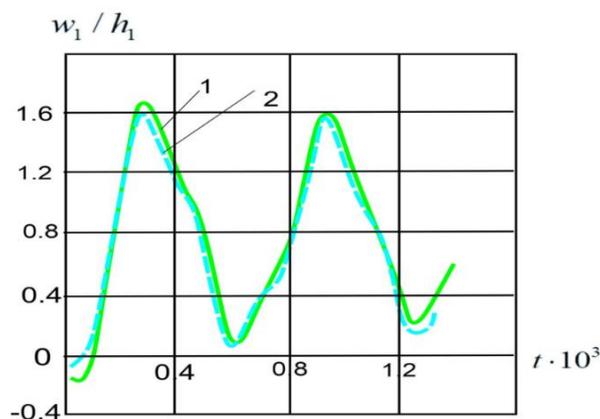
8-rasm. Radial kontakt kuchlanishining vaqtga bog‘liq o‘zgarishi

($\bar{\rho} = 0.4$), 1. $|\sigma_{\theta\theta}|$, $\theta = 180^\circ, \varphi = 0^\circ$; 2. $|\sigma_{\phi\phi}|$, $\theta = 0^\circ, \varphi = 5^\circ$ 3. $|\sigma_{\theta\theta}|$: $\theta = 90^\circ, \varphi = 10^\circ$

Sonli natijalar 8 va 9-rasmlarda keltirilgan. Rasmdan (9-rasm) ko‘rinib turibdiki, qovushqoqlik yadrosining amplitudasi ortib borishi bilan kontur kuchlanish amplitudasi kamayib borar ekan. $R_1 = 0.75, R_2 = 1.0, R_3 = 1.25$.

Hisoblashlarda quyidagi o‘lchamsiz parametrlardan foydalanildi:

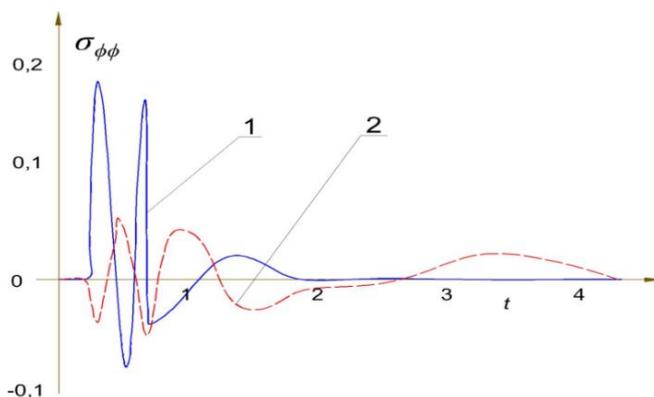
$\bar{E} = 0.7; \nu = 0.20; \bar{\rho} = 0.8$) Relaksatsiya yadrosining parametrlari quyidagicha:
 $R_k(t) = A_k e^{-\beta_k t} / t^{1-\alpha_k}$, $A_k = 0.048; \beta_k = 0.05; \alpha_k = 0.1 (k = 1, 2)$.



9-rasm. Qobiqning radial ko‘chishini vaqtga bog‘liq o‘zgarishi

1. Elastik muhitdagi qobiq ($R_E=0$); 2. Qovushqoq-elastik muhitdagi qobiq ($r=R, \theta=90^\circ$)

Sonli natijalar 9 va 10-rasmlarda keltirilgan. Kontur kuchlanishining kontakt sohasida o‘zgarishi ($r=R+h, h=0.01, \theta=90^\circ$)



10-rasm. Kontur kuchlanishining kontakt sohasida vaqtga bog‘liq o‘zgarishi.
 ($r=1, 2R, \theta=90^\circ$)

Ko‘rinib turibdiki, Xevisayd funksiyasi formasida $t=0$ da qobiqqa qisqa vaqtda ta’sir etar ekan. Maksimal kuchlanishlar shu qisqa vaqtda sodir bo‘lar ekan.

UMUMIY XULOSALAR

1. Qovushqoq-elastik deformatsiyalanuvchi muhitda joylashgan sferik jismga garmonik va noturg‘un yuklanishlar ta’siridagi tebranishlari natijasidagi dinamik jarayonlarni o‘rganish masalalarining matematik qo‘yilishi, yechish metodikasi va algoritmi ishlab chiqildi. Sferik jismning va uni o‘rab turuvchi muhitning harakat differensial tenglamalari chiziqli kompleks koeffitsiyentli Lamé tenglamalari orqali olingan. Cheksizlikda Zommerfeldning yutilish sharti qo‘yildi.

2. Materiallarning qovushqoq-elastiklik xossalari Bolsman-Volterning irsiy integrali orqali ifodalandi. Relaksatsiya yadrosi sifatida uch parametrlilik kuchsiz singulyar uzilishga ega bo‘lgan Koltunov-Rjanitsin yadrosidan foydalanildi. Kompleks argumentning maxsus Bessel funksiyalarini hisoblashning samarali algoritmi va dasturlari ishlab chiqildi. Qovushqoq-elastik ko‘p qatlamli sferik jismning erkin so‘nuvchi tebranishlarida energiya dissipatsiyasiga baho berish metodikasi va algoritmi ishlab chiqildi. Ishlab chiqilgan usul qovushqoq-elastik muhitdagi sferik jismning dinamik holatini aniqlashga imkon beradi.

3. Past kontrastli sferik jismning sferoid tebranishlarining xos chastotalari ikki guruhga bo‘linadi: radial va burilishli tebranishlarga o‘xshash. Qovushqoq-elastik muhitdagi sferik jismning kontrasti ortishi bilan burilishga o‘xshash tebranishlarning dempirlash koeffitsiyenti radiusli tebranishlarga qaraganda sezilarli darajada tezroq oshadi. Tebranishlarda n sonining oshishi bilan dempirlash koeffitsiyenti tez oshib boradi, ya’ni energiya dissipatsiyasi kuchayadi.

4. Hisoblash tajribasida qovushqoq-elastiklik materialdan tayyorlangan turli xil sharsimon qobiqning so‘nuvchi tebranishlariga ($\beta = 0.05$) qovushqoqlik yadrosi parametrlari A va α ning ta’siri o‘rganildi.

5. Kompleks chastotaning haqiqiy qismi $\alpha = 0.87$ uchun A parametriga bog‘liq bo‘lishi 3 % bo‘lishi va elastik sferik jism erkin tebranishlari chastotasi bilan juda yaqin bo‘lishi topildi. Shundan qovushqoqlik amplitudaning katta qiymatlarida tebranishlar formasini juda kam miqdorda pasayishni boshlaydi.

6. Kompleks chastotaning mavhum qismi α parametrning barcha qiymatlari uchun A parametrning ortib borishi bilan ortib borishi kuzatildi.

7. Kontur va radial kuchlanishlar amplitudasini chastota ω ga bog‘liq o‘zgarishi dissipativ bir jinsli va bir jinsli bo‘lmagan ikki qatlamli sferik jism uchun o‘rganilgan. Mexanik sistema dissipativlik xususiyatlarining o‘zgarishi, uning nuqtalarida tebranishlar intensivligini turlicha intensivligida bo‘lishi topildi.

8. Sferik jismning nostatsionar kuch ta’siridagi tebranishi va to‘lqin tarqalishi masalasi Laplasning integral almashtirish va Jordano lemmasi asosida yechish algoritmi ishlab chiqilgan. Olingan sonli natijalardan kelib chiqadiki, relaksatsiya yadrosining amplitudasi ortib borishi ma’lum chegaragacha ko‘chish va kuchlanish amplitudalarining kamayishiga olib kelar ekan. Olingan sonli natijalardan kontur kuchlanishlari kontakt sohasida uzilishga ega bo‘lar ekan.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ
УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ БУХАРСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ
ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

БУХАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

СОБИРОВ СОБИР ЖУРАКУЛОВИЧ

**ГАРМОНИЧЕСКИЕ И НЕУСТАНОВИВШИЕСЯ КОЛЕБАНИЯ
СФЕРИЧЕСКОГО ТЕЛА В ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДЕ**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

Бухара – 2025

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан за номером B2025.2.PhD/FM1312.

Диссертация выполнена в Бухарском государственном техническом университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекском, русском, английском (резюме)) размещен на веб-сайте университета (www.bstu.uz) и на информационно-образовательном портале «ZiyoNet» (www.ziynet.uz).

Научный руководитель:

Сафаров Исмоил Иброхимович

доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты:

Мардонов Ботир Мардонович

доктор физико-математических наук, профессор

Рахмонов Баходир Собирович

доктор технических наук (DSc)

Ведущая организация:

Наманганский государственный технический университет

Защита диссертации состоится 18 октября 2025 г. в 09⁰⁰ часов на заседании Научного совета PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 при Бухарском государственном техническом университете. (Адрес: 200117, г.Бухара, ул. Каюма Муртазаева 15. Тел./факс: (+99865) 223-78-84. e-mail: bstu_info@edu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Бухарского государственного технического университета (зарегистрирована за номером 391). (Адрес: 200117, г.Бухара, ул. Каюма Муртазаева 15. Тел./факс: (+99865) 223-78-84).

Автореферат диссертации разослан 02 октября 2025 года.

(протокол реестра № 5 от 14 августа 2025 года.)



М.Х. Тешаев

Председатель Научного совета по присуждению ученых степеней, физико-математических наук (DSc)

Р.А. Сабирова

Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученых степеней, доктор философии по физико-математическим наукам. (PhD)

З.И. Болтаев

Председатель Научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней, доктор физико-математических наук (DSc), профессор.

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и необходимость темы диссертации. В мире одной из ведущих позиций занимает разработка и практическое применение новых подходов к решению проблем, связанных с испытанием конструкций путем изучения их динамических свойств без разрушения, медицинской диагностики, сейсмостойкости подземных инженерных сооружений и ряда других актуальных современных проблем. Обеспечение прочности сооружений и конструкций, возводимых в районах с высокой сейсмической активностью в мировом масштабе, требует совершенствования и внедрения в практику совершенных современных методов расчета с учетом динамических нагрузок, возникающих под воздействием всех гармонических и неустановившихся волн. В связи с этим важно определить собственные частоты и оценить резонансные состояния на основе изучения колебательных свойств сферических тел, находящихся в деформируемой среде.

В мире ведутся научно-исследовательские работы, направленные на повышение прочности композиционных материалов, применяемых в области сейсмостойкости наземных и подземных сооружений, в том числе сферических конструкций и многослойных материалов со сложным составом и физическими свойствами. В связи с этим достигнуты значительные результаты в решении динамических задач с учетом вязкоупругих свойств материалов, в частности, особое внимание уделяется оценке динамического напряженно-деформированного состояния конструкций с учетом напряжений, возникающих в результате распространения гармонических и неустановившихся волн в вязкоупругой и грунтовой средах при повышении сейсмостойкости сооружений.

В нашей республике снижение отрицательного воздействия колебаний, возникающих в процессе распространения волн, повышение прочности механизмов и конструкций имеет важное научно-практическое значение, в связи с широким применением современной техники и технологий для конструкционных материалов с физико-механическими свойствами, реализуются комплексные меры по созданию методики изучения свойств распространения волн в сферических вязкоупругих оболочках, взаимодействующих со средой, и достигаются определенные результаты.

Указом Президента Республики Узбекистан от 30 мая 2022 года PF-№144 “О мерах по дальнейшему совершенствованию системы обеспечения сейсмической безопасности Республики Узбекистан”⁴ Указом определены важные задачи. При выполнении этих задач, в том числе, важное значение имеет создание алгоритмов и программ, разработанных в этом направлении исследований.

Данное диссертационное исследование в определенной степени служит выполнению задач, предусмотренных в Постановлении Президента Республики Узбекистан от 16 мая 2023 года PQ-№158 “О дополнительных мерах по дальнейшему совершенствованию системы обеспечения сейсмической

⁴Постановление Президента Республики Узбекистан от 30 мая 2022 года PF №144 "О мерах по дальнейшему совершенствованию системы обеспечения сейсмической безопасности Республики Узбекистан"

безопасности населения и территории Республики Узбекистан”⁵ Постановлении Президента Республики Узбекистан от 17 апреля 2024 года PQ-№161 “О мерах по повышению сейсмостойкости зданий и сооружений и совершенствованию деятельности по мониторингу сейсмической опасности”⁶ а также в других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное диссертационное исследование выполнено в соответствии с IV. "Математика, механика, сейсמודинамика сооружений и информатика" и XIV. "Сейсмология, сейсмическая безопасность зданий и сооружений и строительство."

Степень изученности проблемы. Проблема волнового воздействия и динамического напряженно-деформированного состояния тел, находящихся в деформируемой среде, с научной точки зрения исследованы такими известными зарубежными учеными, как А.А.Илюшин, Л.А.Молотков, Ю.И.Новичков, Г.И.Петрашен, В.П.Матвеев, А.Г.Горшков, Ю.И.Шемякин, А.Н.Гуз, И.Ю.Трояновский, И.А.Кийко, Н.С.Буличев, Ф.С.Балсон, В.Т.Гринченко, И.Н.Шардаков, Э.И.Старовойтов, Г.Колский, Р.М.Дэвис, Ж.А.Уайт, Т.Микер, А.Майцлер, Ж.Д.Ахенбах, Б.В.Шафер, Р.И.Сан, Н.Н.Фотиева, Ж.С.Ержанов, Ш.М.Айталиев, И.Ю.Дорман, Г.И.Оганесов и многие другие ученые.

Ученые нашей республики Х.А.Рахматулин, М.Т.Уразбаев, В.К.Кабулов, Т.Р.Рашидов, Т.Ш.Ширинкулов, Г.Х.Ходжметов, Ю.Н.Мубораков, М.М.Мирсаидов, Б.М.Мардонов, К.С.Султанов, Ш.М.Маматкулов, Ф.Б.Бадалов, И.Мирзаев, Т.М.Мавлонов, Ш.С.Юлдашев, А.Абдусатторов, Х.Сагдиев, И.И.Сафаров, М.Х.Тешаев, С.Абдукадиров, Х.Худойназаров, М.К.Усаров и многие другие специалисты внесли значительный вклад в развитие методов расчета задач волнового нагружения на пластинчатые, цилиндрические или сферические тела, контактирующие со средой.

В настоящее время методы оценки динамических свойств и напряженно-деформированного состояния под действием волновых нагрузок с учетом вязкостных свойств среды и подземных сооружений изучены недостаточно.

Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в рамках научно-технической программы “Научные и практические проблемы математики” плана научно-исследовательских работ, выполненных в Бухарском государственном техническом университете в 2024 - 2029 годах.

Целью исследования является разработка методики, алгоритма расчёта и анализ численных результатов, направленных на оценку гармонических и неустойчивых колебаний сферического тела, находящегося в контакте с вязкоупругой средой, под действием внешней нагрузки, а также динамического

⁵Постановление Президента Республики Узбекистан от 16 мая 2023 года PQ-№158 “О дополнительных мерах по дальнейшему совершенствованию системы обеспечения сейсмической безопасности населения и территории Республики Узбекистан”

⁶Постановление Президента Республики Узбекистан от 17 апреля 2024 года PQ-№161 “О мерах по повышению сейсмостойкости зданий и сооружений и совершенствованию деятельности по мониторингу сейсмической опасности”

напряженно-деформированного состояния, возникающего в вязкоупругой среде.

Задачи исследования:

разработка методики и алгоритма оценки диссипации энергии при свободных затухающих колебаниях вязкоупругого многослойного сферического тела. Оценка динамического состояния сферического тела в вязкоупругой среде разработанным методом;

разработка методики и алгоритма расчёта, направленного на оценку динамического напряженно-деформированного состояния, возникающего под действием гармонической нагрузки на деформируемое сферическое тело, взаимодействующее с вязкоупругой средой;

сравнительная оценка изменения динамических напряжений, возникающих при нестационарном нагружении деформируемой сферической оболочки, расположенной в вязкоупругой среде, в зависимости от геометрических и физико-механических параметров;

дать сравнительную оценку коэффициенту затухания и собственным частотам колебаний вязкоупругого многослойного сферического тела.

Объектом исследования является деформируемое сферическое тело, находящееся в контакте с вязкоупругой средой.

Предметом исследования являются процессы определения напряженно-деформированного состояния и динамических характеристик деформируемых сферических тел, находящихся в полном контакте с вязкоупругой средой, под воздействием гармонического (или нестационарного) волнового нагружения.

Методы исследования. В процессе исследования использовались методы механики деформируемого твёрдого тела и строительной механики, методы вычислительной математики, математического моделирования, методы программирования, “замораживание” для решения дифференциальных уравнений в частных производных, разделение переменных, методы Гаусса и Лапласа.

Научная новизна исследования включает:

впервые разработаны методика и алгоритм изучения радиальных, крутильных и сфероидальных затухающих собственных колебаний сферического тела в вязкоупругой среде на основе специальных сферических функций Бесселя и Ханкеля комплексного аргумента и многочлена Лежандра;

на основе разработанной методики и алгоритма установлено, что влияние параметров ядра Колтунова-Ржаницына (α , β) на действительную и мнимую части комплексной частоты при радиальных и крутильных колебаниях для полимерных материалов составляет 1-2%, а влияние амплитуды ядра A составляет 3-5%;

на основе параметрического анализа установлено, что наибольший коэффициент затухания колебаний ($\omega_{im} = -13.24 \cdot 10^{-3}$) наблюдается при соотношении $r_2^* = 0.945$ радиусов слоев мнимой части комплексной частоты сфероидальных колебаний;

на основе применения разработанной методики и алгоритма установлено, что при нагружении нестационарной ступенчатой неустойчивой силы на деформируемую сферическую оболочку, расположенную в вязкоупругой среде, максимальные напряжения достигают своего максимального значения позже

начальных значений времени ($t^g > 1.0$) и в дальнейшем уменьшаются до 10-15%, приближаясь к линии асимптоты.

Практические результаты исследования состоят из

дана оценка динамического напряженно-деформированного состояния деформируемого сферического тела, находящегося во взаимодействии с вязкоупругой средой, под действием внешней нагрузки с учётом реологических свойств окружающей среды;

дана сравнительная оценка амплитуды нагружения при изучении напряженно-деформированного состояния, возникающего в деформируемом сферическом теле под действием гармонических (или нестационарных) нагрузок.

Достоверность результатов исследования объясняется корректной постановкой граничных условий, строгостью полученных математических выражений, систематическим использованием обоснованных методов решения, сопоставлением решений других исследователей при оценке точности решений и соответствием их результатам, а также внедрением их в практику.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость результатов исследования объясняется тем, что они вносят существенный вклад в развитие и совершенствование теории динамики волн, возникающих в деформируемом сферическом теле, находящемся во взаимодействии с деформируемой средой и окружающей его средой.

Практическая значимость результатов исследования объясняется тем, что они позволяют изучать новые закономерности оценки напряженно-деформированного состояния, возникающего в среде и деформируемом сферическом теле под действием нагрузок, а также служат для решения и исследования практических задач разработанных методов и расчётных программ.

Внедрение результатов исследования. На основе научных результатов, полученных в ходе исследования методов расчета динамического напряженно-деформированного состояния деформируемого сферического тела, находящегося в упругой и вязкоупругой среде под действием динамических сил:

методика и алгоритм определения напряженно-деформированного состояния вязкоупругих композитных трубопроводов под действием динамических нагрузок были использованы в фундаментальном проекте F4-14 “Развитие теории исследования напряженно-деформированного состояния подземного криволинейного трубопровода с течением жидкости под действием динамических сил и разработка методов расчета,” выполненном в Бухарском государственном техническом университете в 2012-2016 гг. (Справка Бухарского государственного технического университета № 845 от 2 июля 2025 г.). В результате удалось найти критерий оценки прочности многослойных полимерных труб;

разработанная в диссертации методика нахождения собственного числа и соответствующих форм колебаний была использована при выполнении фундаментального проекта OT-F4-01 “Разработка методов и развитие теории изучения нелинейного динамического напряженно-деформированного состояния криволинейных участков многослойных композитных труб, по которым течет вязкая жидкость, под воздействием температуры и

динамических нагрузок,” выполненного в 2016-2020 годах в Ташкентском химико-технологическом институте (справка Ташкентского химико-технологического института №1/01-1821 от 21 мая 2025 года). В результате определено нелинейное напряженно-деформированное состояние многослойных композитных трубопроводов, по которым течет вязкая жидкость, под действием динамических нагрузок.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано всего 15 научных работ, из них 6 статей в научных изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертаций доктора философии (PhD), в том числе 3 в республиканских и 3 в зарубежных журналах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложений. Объем диссертации составляет 108 страницы.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении диссертации обоснованы актуальность и востребованность проведенного исследования, сформулированы цель и задачи исследования, охарактеризованы объект и предмет, показано соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, изложены научная новизна и практические результаты исследования, обоснована достоверность полученных результатов, раскрыта их научная и практическая значимость, приведены сведения о внедрении результатов исследования в практику, опубликованных работах и структуре диссертации.

В первой главе диссертации **“Анализ литературы, посвященной изучению влияния гармонических и неустановившихся нагрузок на сферическое тело в вязкоупругой среде, постановке задач и методике их решения”** приведен анализ литературы, посвященной изучению динамических процессов, возникающих в результате гармонического (или неустановившегося) волнового нагружения на вязкоупругую сферическую оболочку, контактирующую со средой. На основе анализа литературы сделаны выводы. Применяемые методы и задачи волновой динамики в основном изучены для абсолютно твёрдого сферического тела и сферического пространства в упругой среде. В ряде случаев показано, что при расчёте резонансных состояний, возникающих под действием гармонической волны в сооружениях, взаимодействующих со средой, пренебрежение вязкоупругими свойствами среды и сферического сооружения может привести к большим ошибкам. Сделаны выводы о том, что динамические процессы, возникающие при нагружении неустановившейся волны на сферическое тело, находящееся в контакте с вязкоупругой средой, также полностью не изучены. С учетом вязкоупругих свойств сферического тела и среды не разработаны методика и алгоритм исследования задач дифракции гармонических и неустановившихся волн в сферическом теле. Кроме того, в третьем параграфе первой главы приведены математическая постановка, методика и алгоритм решения задачи о воздействии гармонических и неустановившихся волн на сферическое тело в

вязкоупругой среде.

Дифференциальное уравнение движения вязкоупругого сферического тела и окружающей его среды в векторном виде имеет вид

$$(\tilde{\lambda}_j + 2\tilde{\mu}_j) \text{grad div } \vec{u} - \tilde{\mu}_j \text{rot rot } \vec{u} = \rho_j \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \quad j=1,2 \quad (1)$$

при этом

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda}_j \varphi(t) &= \lambda_{0j} \left[\varphi(t) - \int_0^t R_{\lambda_j}(t-\tau) \varphi(t) d\tau \right]; \tilde{\mu}_j \varphi(t) = \\ &= \mu_{0j} \left[\varphi(t) - \int_0^t R_{\mu_j}(t-\tau) \varphi(t) d\tau \right], \end{aligned} \quad (2)$$

$\tilde{\lambda}_j$ и $\tilde{\mu}_j$ - модули упругости в операторной форме, $\varphi(t)$ - произвольная функция времени; ρ_j - плотность, $R_{\lambda_j}(t-\tau)$ и $R_{\mu_j}(t-\tau)$ - ядра релаксации и λ_{0j}, μ_{0j} - мгновенные модули упругости.

Интегро-дифференциальное уравнение в частных производных (1) представляет собой уравнение среды, окружающей сферическое тело, если $j=1$, а если $j=2$, то оно представляет собой уравнение сферического тела. Между средой и сферическим телом ставится условие жёсткого закрепления:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(1)} &= \sigma_{rr}^{(2)}, \sigma_{r\theta}^{(1)} = \sigma_{r\theta}^{(2)}, \sigma_{r\phi}^{(1)} = \sigma_{r\phi}^{(2)}, \\ u_r^{(1)} &= u_r^{(2)}, u_\theta^{(1)} = u_\theta^{(2)}, u_\phi^{(1)} = u_\phi^{(2)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Или условие скольжения

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(1)} &= \sigma_{rr}^{(2)}, u_r^{(1)} = u_r^{(2)}, \\ \sigma_{r\theta}^{(1)} &= \sigma_{r\theta}^{(2)} = \sigma_{r\phi}^{(1)} = \sigma_{r\phi}^{(2)} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

На бесконечности ставится условие поглощения волны Зоммерфельда. Помимо контактных условий, устанавливаются также начальные условия:

$$\vec{u}_j \Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0. \quad (5)$$

Здесь $\sigma_{rj}, \sigma_{\theta j}, \sigma_{\phi j}, \tau_{\theta rj}, \tau_{r\phi j}, \tau_{\theta \phi j}$ - компоненты напряжений, $u_{rj}, u_{\theta j}, u_{\phi j}$ - компоненты вектора перемещения, ρ_j - плотность материалов.

Сферическая система координат (r, θ, ϕ) изображена на рисунке 1.

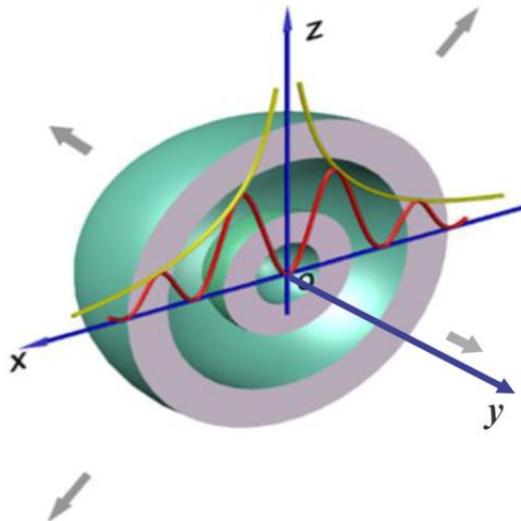


Рис.1. Расчётная схема сферического тела

Поставленные задачи решаются в сферической системе координат:

$$x = r \sin \theta \cos \varphi; y = r \sin \theta \sin \varphi; z = r \cos \theta. \quad (6)$$

Пусть дано сферическое тело в бесконечной среде, пусть к нему приложена периодическая сила $p(t) = p_0 e^{-i\omega t}$ ($-\infty < t < \infty$) на границе $r=R_0$. Здесь p_0 - амплитуда внешней периодической силы, $\omega = \nu$ действительное число, частота внешней силы. Гармоническая нагрузка, действующая на сферическое тело, находящееся в вязкоупругой среде, выглядит следующим образом

$$\varphi^p = A_p \sum_{n=0}^{\infty} a_n j_n(\alpha_1 r) P_n^m(\mu) e^{-i\omega t}. \quad (7)$$

Где A_p - амплитуда падающей продольной волны; $\alpha = \omega / c_{p1}$ - волновое число; ω - круговая частота; c_{p1} - скорость продольной волны; c_{s1} - скорость поперечной волны. Падающая неустановившаяся волна получена как функция Хевисайда

$$\varphi_p = 0.5(t + z - 1)H(t + z - 1), \psi_p = 0. \quad (8)$$

Задачи можно поставить для различных граничных условий и потенциалов падающей волны, используя вышеуказанные соотношения.

Интегро-дифференциальные уравнения в частных производных (1) решаются путем введения потенциалов перемещений. Примем вектор перемещений в форме, описанной Гринном. Тогда будет:

$$\vec{u}_j = \text{grad} \varphi_j + \text{rot}(\vec{\psi}_j), \text{div} \vec{\psi}_j = 0 \quad (j=1,2) \quad (9)$$

где φ_j и $\vec{\psi}_j(0, \psi_j, \chi_j)$ - потенциалы продольной и поперечной волн соответственно.

Если подставить (9) в (1), то получим следующую систему интегро-дифференциальных уравнений в частных производных для потенциалов перемещений:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi_j - \int_T^t [R_{\lambda j}(t-\tau) + 2R_{\mu j}(t-\tau)] \nabla^2 \varphi_j d\tau &= \frac{1}{c_{0pj}^2} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial t^2}; \\ \nabla^2 \vec{\psi}_j - \int_T^t R_{\mu j}(t-\tau) \nabla^2 \vec{\psi}_j d\tau &= \frac{1}{c_{0sj}^2} \frac{\partial^2 \vec{\psi}_j}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (10)$$

здесь $T = -\infty$ для гармонического или установившегося движения сферического тела, $T=0$ если на сферическое тело падает, неустановившаяся волна; $c_{0pj}^2 = (\lambda_{j0} + 2\mu_{j0})/\rho_j$, $c_{0sj}^2 = \mu_{j0}/\rho_j$; $j = 1,2$ - мгновенные продольный и поперечный волновые потенциалы соответственно

Пусть на сферическое тело, находящееся в вязкоупругой среде, падает гармоническая волна (7). Тогда принимается, что волна падает в промежутке времени $-\infty < t < \infty$. И решения интегро-дифференциальных уравнений в частных производных (10) ищут в следующем виде:

$$\varphi_j(\theta, \varphi, r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_{jk}(\theta, \varphi, r) e^{i\omega t}; \quad \vec{\psi}_j(\theta, \varphi, r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \vec{\Psi}_{jk}(\theta, \varphi, r) e^{i\omega t}, \quad (11)$$

где $\Phi_{jk}(\theta, \varphi, r)$ и $\vec{\Psi}_{jk}(\theta, \varphi, r)$ - функции комплексного аргумента, удовлетворяющие волновым уравнениям, $\omega = p$ - частота внешней волны, действительная величина.

$$\nabla^2 \Phi_{jk} + \alpha_{Lj}^2 \Phi_{jk} = 0; \nabla^2 \bar{\Psi}_{jk} + \beta_{Mj}^2 \bar{\Psi}_{jk} = 0, \quad (12)$$

здесь

$$\alpha_{Lj}^2 = \frac{\alpha_j^2}{1 - L_j}, \beta_{Mj}^2 = \frac{\beta_j^2}{1 - M_j}, \alpha_j^2 = \frac{\omega^2}{c_{0pj}^2}, \beta_j^2 = \frac{\omega^2}{c_{0sj}^2}$$

$$L_j = \int_0^\infty [R_\lambda(\xi) + 2R_\mu(\xi)] \exp(-i\omega\xi) d\xi,$$

$$M_j = \int_0^\infty R_\mu(\xi) \exp(-i\omega\xi) d\xi. \quad (13)$$

Для решения поставленной задачи, при падении неустановившихся волн на сферическое тело, применяется интегральное преобразование Лапласа по времени ($0 < t < T_1$)

$$f^L(s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt = L[f(t)]$$

Обратное преобразование, то есть нахождение оригинала ($f^L(s)$ -изображение, $f(t)$ -оригинал), выполняется с помощью следующего интеграла

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{st} f^L(s) ds = L^{-1}[f^L(s)]$$

Интеграл берется по пути, расположенному справа от особой точки.

Решение уравнения Гельмгольца (12) в общем случае имеет вид

$$\Phi_j = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^n A_{mnj} h_n(k_{pj}r) P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi);$$

$$\Psi_{1j} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^n B_{mnj} h_n(k_{sj}r) P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi);$$

$$\Psi_{2j} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^n C_{mnj} h_n(k_{sj}r) P_n^m(\cos \theta) \exp(im\varphi), \quad (14)$$

Где $P_n^m(\mu)$ - сопряжённая функция Лежандра первого порядка n -й степени и m -го порядка:

$$h_n^{(1)}(z) = j_n(z) + iy_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} h_{n+1/2}^{(1)}(z), h_n^{(2)}(z) = j_n(z) - iy_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} h_{n+1/2}^{(2)}(z).$$

Парные функции $j_n(z), y_n(z)$ и $h_n^{(1)}(z), h_n^{(2)}(z)$ считаются линейно независимыми. Интегральные константы, получаемые после интегрирования волновых уравнений сферической формы, представлены в виде коэффициентов $A_{nm1}, B_{nm1}, C_{nm1}, A_{nm2}, B_{nm2}, C_{nm2}$, которые определяются из граничных условий (2). Тогда получим систему неоднородных алгебраических уравнений, состоящую из шести уравнений с шестью неизвестными. Система неоднородных алгебраических уравнений является линейной, а ее элементы являются комплексными величинами. Элементы определителя квадратной матрицы, состоящей из шести строк и шести столбцов в приведённой выше системе уравнений, состоят из функций Лежандра и функций Бесселя и Ханкеля комплексного аргумента:

$$[C_2(c_{pj}, c_{sj}, R_{Ej}, a_j)]\{q\} = \{p\}, \quad (15)$$

где $\{q\}$ - вектор, состоящий из произвольных констант, $\{p\}$ - столбцовый вектор, представляющий действие падающей волны; $[C]$ - квадратная матрица.

Система алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами (15) решена с помощью алгоритма, разработанного в диссертации, методом последовательного исключения переменных Гаусса. Если не учитывать внешнюю падающую волну, то найдём частоты свободных колебаний сферического тела, находящегося в вязкоупругой среде. В этом случае (15) даёт алгебраическое уравнение сложного вида, состоящее из комплексных трансцендентных функций. Это уравнение можно решить только численными методами. При решении уравнения (15) на каждой итерации применяется метод Гаусса. Поэтому не требуется представлять определитель в виде многочлена. При нахождении комплексных корней методом Мюллера достигается высокая точность и обеспечивается быстрая сходимость.

В диссертационной работе для решения интегро-дифференциальных уравнений в частных производных механики деформируемого твердого тела были использованы методы замораживания, разделения переменных, Лапласа, Мюллера и Гаусса. Получены численные результаты на основе программы Matlab.

Таким образом, в этой главе представлен обзор литературы, постановка задачи и общий алгоритм решения.

Во второй главе диссертации **“Особенности свободных колебаний многослойной вязкоупругой сферической оболочки”** рассмотрены вопросы свободных колебаний двухслойной сферической оболочки. Тогда задача собственных (или свободных) колебаний вязкоупругого сферического тела решена для диссипативно однородных и неоднородных систем. Задачи на свободные колебания относятся к классу задач, где инерционные члены в уравнениях полностью описывают движение материалов. Для этого граничные условия должны соответствовать когда работы всех внешних сил равны нулю. Кроме того, следует считать, что массовые силы равны нулю. Учитывая вязкоупругие свойства материалов, задачи о свободных колебаниях слоистой сферической оболочки также могут быть решены в рамках комплексной алгебры. Рассмотрим задачи о собственных колебаниях многослойного деформируемого сферического тела, взаимодействующего с бесконечно вязкоупругой средой, в частности, радиальные, крутильные и сфероидальные собственные колебания. Для получения уравнения частоты воспользуемся соотношениями (3).

1. Радиальные колебания. Если рассматривать радиальные колебания однослойного сферического тела в вязкоупругой среде, то полученное трансцендентное уравнение для нахождения комплексной частоты будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} (1 - z_{p1}z_{sp1}z_{\omega}ctg(z_{p1}z_{sp1}z_{\omega})) \left[z_{\omega}^2 + 4\left(\frac{1}{z_{\mu1}} - 1\right)(1 + iz_{sp1}z_{\omega}) \right] = \\ = \frac{z_{\omega}}{z_{\rho1}} (1 + iz_{sp1}z_{\omega}), \end{aligned} \quad (16)$$

где $z_{\omega} = \omega R/c_{s2}$ - безразмерная частота; $z_{s1} = ((c_{s2}\sqrt{\Gamma_{sk2}})/(\sqrt{\Gamma_{sk1}}c_{s1}))$; $z_{\mu1} = \bar{\mu}_2/\bar{\mu}_1 = \rho z_{s1}$; $z_{p1} = c_{p2}/c_{p1}$; $z_{\rho1} = \rho_2/\rho_1$. Это уравнение (16) решается

численным методом (Мюллера). Решения (16) являются комплексными $z_{\omega k} = z_{\omega Rk} + iz_{\omega Ik}$, ($k = 1, 2, \dots$) или мнимыми величинами. Его действительная часть $z_{\omega I}$ представляет собой частоту собственных колебаний, а мнимая часть $z_{\omega I}$ – коэффициент демпфирования. Если взять радиальные колебания шара ($z_{\mu} \rightarrow 0$) и сферическую полость в вязкоупругой $z_{\mu} \rightarrow \infty$ среде, то получим следующие уравнения:

$$4z_{sp1}^2(1 - z_{\omega} ctg(z_{\omega})) - z_{\omega}^2 = 0, \quad z_{\omega}^2 - 4iz_{\omega} - 4 = 0. \quad (17)$$

Первое из этих уравнений решается численно, то есть методом Мюллера. Второе уравнение представляет собой квадратное уравнение с мнимым коэффициентом, $z_{\omega 1,2} = 2i$ и его корень кратный и равен мнимой величине. Это представляет собой аperiodическое затухающее колебание.

2. Крутильные колебания. При крутильных колебаниях $u_r = 0$, и $div \vec{u}$ также не учитывается. При постановке задачи крутильных колебаний на границе ставятся условия равенства касательных перемещений и касательных напряжений:

$$\begin{aligned} C_{mn1} &= h j_{k1} C_{mn2}; \quad C_{mn1} = M \mu l_{k1} C_{mn2} \\ h j_{k1} &= j_n(k_{s2} R) / h_n(k_{s1} R), \\ M \mu l_{k1} &= \mu_2 \left[\frac{(n-1)j(k_{s2} R) - (k_{s2} R)j_{n+1}(k_{s2} R)}{-(k_{s2} R)j_{n+1}(k_{s2} R)} \right] / \left[\frac{(n-1)h_n(k_{s1} R) - (k_{s1} R)h_{n+1}(k_{s1} R)}{-(k_{s1} R)h_{n+1}(k_{s1} R)} \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Приравнявая произвольные переменные в системе однородных алгебраических уравнений (18), получаем трансцендентное уравнение для нахождения комплексных частот (или, составив однородное алгебраическое уравнение и приравняв его главный определитель к нулю, получают нетривиальное решение):

$$z_{\mu} - \frac{n-1-G_i(z_s)}{n-1-G_h(z_{\omega})} = 0, \quad (19)$$

где

$$G_i(t) = t j_{n+1}(t) / j_n(t), \quad G_h(t) = t h_{n+1}(t) / h_n(t).$$

При $z_{\mu 1} \rightarrow 0$ получаем уравнение частоты крутильных колебаний сферы:

$$n - 1 - G_i(z_s) = 0. \quad (20)$$

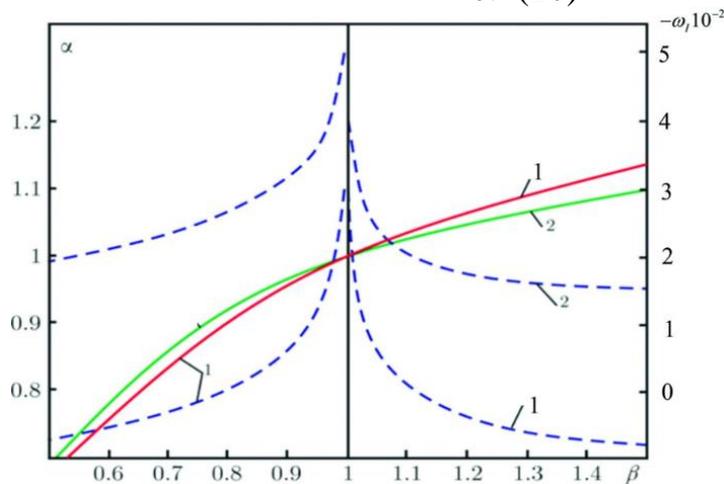


Рис. 2. Изменение α безразмерного параметра и мнимой $\omega_I = \omega_I 10^{-2}$ части $\beta = c_{s1} / c_{p1}$ частоты в зависимости от параметра

Если, $z_\mu \rightarrow \infty$ то можно найти частоту крутильных колебаний сферической полости в деформируемой среде.

3. Сфероидальные колебания. Чтобы получить трансцендентное уравнение (уравнение частоты), описывающее такие колебания, радиальная компонента смещения должна быть равна нулю. Рассмотрим влияние вязкости и физико-механических параметров на колебания двух и трёхслойной шаровой оболочки. Изменение безразмерного параметра α и мнимой части частоты $\omega_I = \omega_I 10^{-2}$ в зависимости от параметра $\beta = c_{s1}/c_{p1}$ приведено на рис. 2 для сфероидальных колебаний. Результаты получены для значений $n=1,2,3$. На рисунке сплошная линия (или непрерывная линия) отображает безразмерный параметр α , пунктирная линия мнимую часть собственной частоты.

Дифференциальное уравнение многослойной вязкоупругой сферической оболочки при радиальных колебаниях имеет следующий вид.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rn}}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_{rn} - \sigma_{\phi n}}{r} &= \rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2}, \\ \sigma_{rn} &= (\bar{\lambda}_n + 2\bar{\mu}_n) \frac{\partial u_n}{\partial r} + 2\bar{\lambda}_n \frac{\bar{u}_n}{r}, \\ \sigma_{\phi n} &= 2(\bar{\lambda}_n + \bar{\mu}_n) \frac{\bar{u}_n}{r} + \bar{\lambda}_n \frac{\partial \bar{u}_n}{\partial r}, R_n < r < R_{n+1}, \\ \sigma_{r1}(R_1) &= \sigma_{rN}(R_N) = 0, n = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь R_n и R_{n+1} -внутренний и внешний радиусы сферического тела; $\bar{\lambda}_n, \bar{\mu}_n$ коэффициенты после применения метода “замораживания” принимают вид

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_n &= \lambda_{0n} [1 - \Gamma_{\lambda n}^c(\omega_{Re}) - i\Gamma_{\lambda n}^s(\omega_{Re})], \bar{\mu}_n = \mu_{0n} [1 - \Gamma_{\mu n}^c(\omega_{Re}) - i\Gamma_{\mu n}^s(\omega_{Re})], \\ \Gamma_{\lambda n}^c(\omega_{Re}) &= \int_0^\infty R_{\lambda n}(\tau) \cos(\omega_{Re} \tau) d\tau, \Gamma_{\lambda n}^s(\omega_{Re}) = \int_0^\infty R_{\lambda n}(\tau) \sin(\omega_{Re} \tau) d\tau, \\ \Gamma_{\mu n}^c(\omega_{Re}) &= \int_0^\infty R_{\mu n}(\tau) \cos(\omega_{Re} \tau) d\tau, \Gamma_{\mu n}^s(\omega_{Re}) = \int_0^\infty R_{\mu n}(\tau) \sin(\omega_{Re} \tau) d\tau, \end{aligned} \quad (22)$$

где $\lambda_{0n}, \mu_{0n}, R_{\lambda n}, R_{\mu n}$ - модули мгновенной упругости и ядра релаксации, ω_{Re} - действительные величины.

В качестве примера приводим решение уравнения (22) при $n=1$:

$$\begin{aligned} u_1(r, \omega) &= (C_1 + C_2) \frac{\chi}{r} \left[-\chi \cos(\chi r) + \frac{1}{r} \sin(\chi r) \right] + \\ &+ i(C_1 - C_2) \frac{\chi}{r} \left[-\chi \cos(\chi r) - \frac{1}{r} \sin(\chi r) \right]; \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r(r, \omega) &= (C_1 + C_2) \frac{\chi}{r} \left[(4\bar{\mu}_1 \chi / r) \cos(\chi r) - (4\bar{\mu}_1 / r^2 - \chi^2 (\bar{\lambda}_1 + 2\bar{\mu}_1)) \sin(\chi r) \right] + \\ &+ i(C_1 - C_2) \frac{\chi}{r} \left[(4\bar{\mu}_1 \chi / r) \sin(\chi r) + (4\bar{\mu}_1 / r^2 - \chi^2 (\bar{\lambda}_1 + 2\bar{\mu}_1)) \cos(\chi r) \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь $\chi = \sqrt{\frac{\rho \omega^2}{(\lambda_{01} + 2\mu_{01}) - \Gamma_{\lambda \mu}}}$, $\Gamma_{\lambda \mu} = [(\lambda_{01} \Gamma_{\lambda}^c(\omega_{Re}) + 2\mu_{01} \Gamma_{\mu}^c(\omega_{Re})) + i(\lambda_{01} \Gamma_{\lambda}^s(\omega_{Re}) + 2\mu_{01} \Gamma_{\mu}^s(\omega_{Re}))]$.

Используя граничные условия для нахождения произвольных констант, мы получаем следующее уравнение частот:

$$\cos(\chi(R_2 - R_1)) \left\{ \frac{4\bar{\mu}_1\chi}{R_1} \left(\frac{4\bar{\mu}_1}{R_2^2} - \rho\omega^2 \right) - \frac{4\bar{\mu}_1\chi}{R_2} \left(\frac{4\bar{\mu}_1}{R_1^2} - \rho\omega^2 \right) \right\} +$$

$$+ \sin(\chi(R_2 - R_1)) \left\{ \frac{(4\bar{\mu}_1\chi)^2}{R_1 R_2} + \left(\frac{4\bar{\mu}_1}{R_1^2} - \rho\omega^2 \right) \left(\frac{4\bar{\mu}_1}{R_2^2} - \rho\omega^2 \right) \right\} = 0. \quad (25)$$

Численные результаты и анализы получены путём решения уравнения частоты с комплексным параметром методом Мюллера. Вязкоупругие свойства материала получены с использованием трёх параметрического слабого сингулярного ядра Колтунова-Ржаницына: $R_{\lambda 1} = R_{\mu 1} = A_1 e^{-\beta_1 t} / t^{1-\alpha_1}$
 $A = 0.048$; $\beta = 0.05$; $\alpha = 0.10$; $\rho = 1.0$; $\lambda_0 = 25.5$; $\mu_0 = 25.5$; $R_1 = 0.75$, $R_2 = 1.0$
численные результаты представлены на рисунках 3,4,5 и 6.

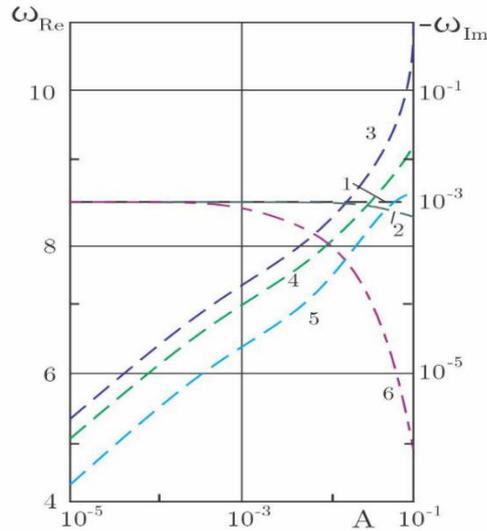


Рис.3. Изменение комплексной частоты в зависимости от амплитуды ядра релаксации: 1. ω_{Re} , $\alpha = 0.9$; 2. ω_{Re} , $\alpha = 0.5$; 3. ω_{Re} , $\alpha = 0.1$; 4. ω_{Im} , $\alpha = 0.5$; 5. ω_{Im} , $\alpha = 0.9$; 6. ω_{Im} , $\alpha = 0.1$.

Изменение комплексной частоты в зависимости от амплитуды ядра релаксации приведено на рис.3 для различных значений параметров α . Установлено, что зависимость действительной части частоты (частоты свободных колебаний) от амплитуды ядра релаксации составляет 3%, а изменение мнимой части - изменяется по близкой к линейной функции. На рис. 4 показано изменение действительной и мнимой частей комплексной частоты в зависимости от внешнего радиуса сферы r_2 .

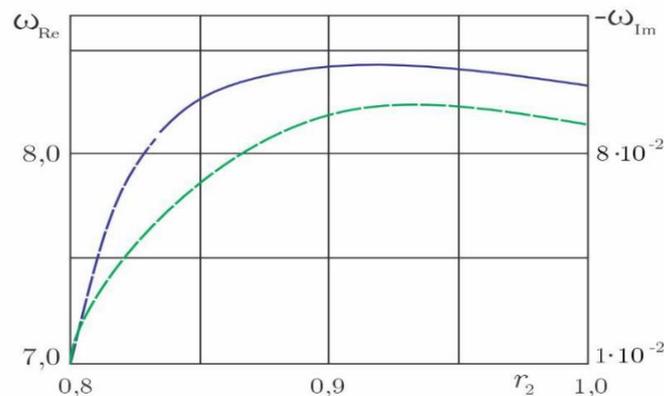


Рис.4. Изменение действительной ω_{Re} и ω_{Im} мнимой частей комплексной частоты в зависимости от внешнего радиуса r_2 : - ω_{Re} сплошная линия, ω_{Im} выемка пунктирная линия.

При численном эксперименте было изучено влияние параметров ($\beta = 0.05$) A и α на затухающие колебания различных шаровых оболочек из вязкоупругого материала. Изучено и оценено влияние внешнего и внутреннего радиусов оболочки. Анализ результатов позволил нам сделать следующие выводы:

Установлено, что для действительная часть $\alpha = 0.87$ -комплексной частоты зависит от параметра A на 3%, а частота свободных колебаний упругого сферического тела очень мала. Отсюда при больших значениях амплитуды фактическая часть частоты начинает снижаться на очень малую величину;

- мнимая часть комплексной частоты возрастает с увеличением параметра A для всех значений параметра.

Обобщим полученные результаты для колебаний многослойной сферической оболочки. В качестве примера рассмотрим радиальные колебания двухслойной сферической оболочки. Предположим, что параметры вязкости сферического тела одинаковы для обоих тел ($A = 0.048$; $\beta = 0.05$; $\alpha = 0.10$), но параметры упругости различны. Пусть плотность, мгновенная упругость и геометрические параметры внутреннего слоя следующие $\rho_1 = 3.5$; $\lambda_{01} = 30$; $\mu_{01} = 30$; $R_1 = 0.75$, $R_2 = 1.0$, $R_3 = 1.25$. Параметры внешнего слоя следующие $\rho_2 = 1.0$; $\lambda_{02} = 5.5$; $\mu_{02} = 5.5$.: Изменение действительной ω_{Re} и мнимой ω_{Im} частей комплексной частоты в зависимости от r_2 , разделяющей две поверхности, показано на рис. 5. В двухслойной сферической оболочке наибольшая диссипация энергии $\omega_{Im} = -13.24 \cdot 10^{-3}$, соответствует значению радиуса $r_2^* = 0.945$.

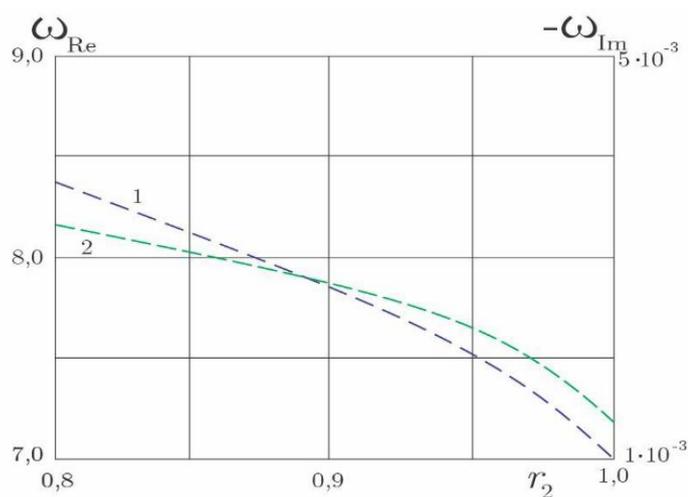


Рис.5. Изменение комплексной частоты в зависимости от внешнего радиуса r_2 фактической r_3 и фактической частей: 1 ω_{Re} , 2. ω_{Im} .

В третьей главе диссертации “Распространение гармонической и нестационарной волны от сферического тела, находящегося в контакте с вязкоупругой средой” приведены математическая постановка, методика решения, алгоритм и численные результаты задачи динамической напряженной-деформированности под действием гармонической волновой нагрузки на сферическое тело, взаимодействующее с вязкоупругой средой (рис. 1). Поставленная задача решается в сферической системе координат (r, θ, φ) .

Если нагрузка задана в виде радиального давления, то в этом случае распространяются продольные и поперечные волны. Тогда при $r=R_0$ ставится следующее граничное условие:

$$\sigma_{rr}|_{r=R_0} = p(r, \theta, \varphi, t), \sigma_{r\theta}|_{r=R_0} = q_1(r, \theta, \varphi, t), \sigma_{r\varphi}|_{r=R_0} = q_2(r, \theta, \varphi, t), \quad (26)$$

Пусть в бесконечной среде задано сферическая полость, к которой приложена периодическая сила $p(t) = p_0 e^{-i\omega t}$. ($-\infty < t < \infty$) на границе $r=R_0$. Здесь p_0 -амплитуда внешней периодической силы, $\omega = \nu$ - частота внешней силы (действительное число).

Требуется определить волновое поле в вязкоупругой среде при $r \geq R_0$. Так как среда однородна, изотропна, то будем рассматривать только распространяющуюся продольную волну. Тогда продольная волна выражается через $\phi_1(r, t)$ – потенциальную функцию, удовлетворяющую уравнению:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{c_{01}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \phi_1(r, t) - \int_{-\infty}^t R_E(t - \tau) \phi_1(r, \tau) d\tau = 0. \quad (27)$$

Если воспользоваться граничным условием, то решение (27) можно записать следующим образом

$$\phi_1(r, t) = - \frac{p_0 R_0^2 \exp(iR_0 \nu / c_{01})}{4\bar{\mu}_1(1 + iR_0 \nu / c_{01}) - (\bar{\lambda}_1 + 2\bar{\mu}_1)(i\nu R_0 / c_{01})^2 r} \frac{1}{r} e^{i\nu(t-r/c_{01})}$$

$$\bar{\lambda}_1 f = \lambda_{01} [1 - \Gamma_{\lambda_1}^C(\nu) - i\Gamma_{\lambda_1}^S(\nu)] f, \bar{\mu}_1 f = \mu_{01} [1 - \Gamma_{\mu_1}^C(\nu) - i\Gamma_{\mu_1}^S(\nu)] f$$

Пусть в бесконечно вязкой упругой среде задана двухслойная шаровая полость. Основная цель - определить напряженно-деформированное состояние сферического тела и его окрестностей, если гармонические волны распространяются вокруг пространства. Изменение амплитуды безразмерного напряжения в зависимости от частоты показано на рис. 6 и 7. Изменение радиальных σ_{rr}^* ($\sigma_{rr}^* = \sigma_{rr} / \sigma_{rr}^0$) $\theta = \pi/6, \varphi = \pi/4$ и контурных напряжений двухслойной сферической оболочки в зависимости от частоты при $r=R_0+R_1$ приведено на рис. 6 и 8. Сплошная линия (линия 3, $A=0$) получена для упругой механической системы, а обрывная линия - для вязкоупругой механической системы (линии 1,2 ($A=0.0048$ и $A=0.048$)).

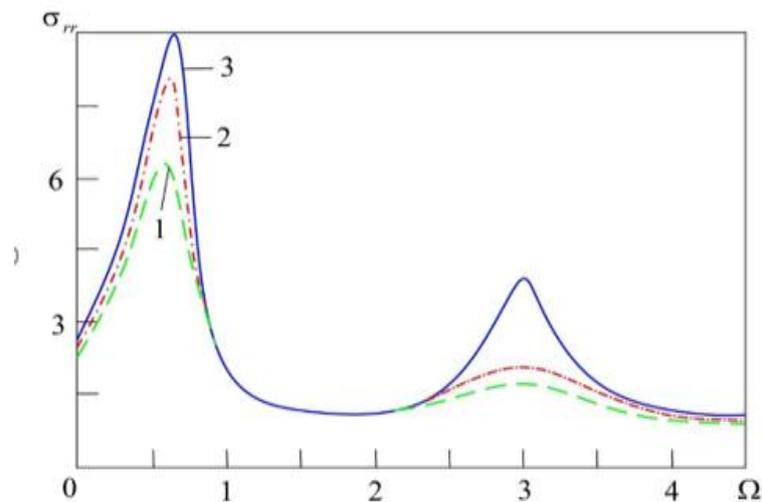


Рис.6. Изменение контурного напряжения в зависимости от волнового числа 1. $\theta = 0$; 2. $\theta = \pi/8$; 3. $\theta = \pi/4$; 4. $\theta = \pi/2$
взято для разных углов

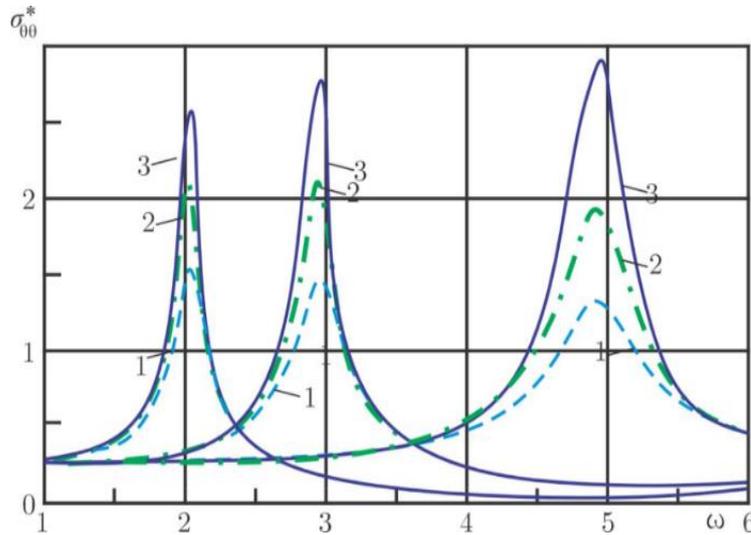


Рис. 7. Изменение контурного напряжения $|\sigma_{\theta\theta}^*|$ ($\theta = \pi/2$) в зависимости от волнового числа (αR) Для различных значений коэффициента Пуассона:

$$1. \nu = 0.25; 2. \nu = 0.35; 3. \nu = 0.40; 4. \nu = 0.45$$

В четвертой главе диссертации, “**Нагрузка неустановившейся волны на сферическое тело, находящееся в вязкоупругой среде**”, рассмотрен вопрос о воздействии неустановившейся волны на сферическое тело, взаимодействующее с вязкоупругой средой (рис. 1). Введем сферическую систему координат и поместим источник нестационарных волн на ось Oz. В этом случае процесс деформирования оболочки будет симметричным. Дифференциальные уравнения движения шаровой оболочки

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + ctg\theta \frac{\partial u}{\partial \theta} - (\nu_0 - ctg\theta)u - (1 + \nu_0) \frac{\partial w}{\partial \theta} - \int_0^t R_u(t - \tau) L_{11}(u, w) d\tau \\ = \frac{1}{c_{10}^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{1}{mc_{10}^2} p_1(a, \theta, t), \end{aligned}$$

$$(1 + \nu_0) \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + uctg\theta - 2w \right) - \int_0^t R_w(t - \tau) L_{22}(u, w) d\tau = \frac{1}{c_{10}^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{1}{mc_{10}^2} p_2(a, \theta, t), \quad (28)$$

где u, w – касательные меридиальные отклонения срединной поверхности; θ – угол падения волны.

Для решения уравнений сферической оболочки и окружающей её среды применяем интегральные преобразования Лапласа по времени. ($0 < t < T$). Потенциал падающей продольной волны можно представить следующим образом:

$$\varphi_p = 0.5(t + z - 1)H(t + z - 1), \psi_p = 0. \quad (29)$$

Этот волновой потенциал падает на сферическую оболочку во времени $t=0$. Если интегральное преобразование Лапласа применить к падающей волне, то используя теорему сложения специальных сферических функций, получаем соотношение:

$$\varphi_p^L = \frac{e^{-s}}{s^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n + 1) \sqrt{\frac{\pi}{2sr}} I_{n+1/2}(sr) P_n(\cos \theta).$$

В приведённом выше уравнении переход к изображению и переход от него к оригиналу не влияет на конечное число полюсов внутри S , поскольку

интеграл в уравнении является регулярным. Тогда, согласно теореме Джордана и теореме Коши “Сумме вычетов” интеграл можно вычислить, используя следующую формулу:

$$\int_C f(\zeta) d\zeta = 2\pi i \sum_{n=1}^m R_n.$$

Численные результаты представлены на рисунках 8 и 9.

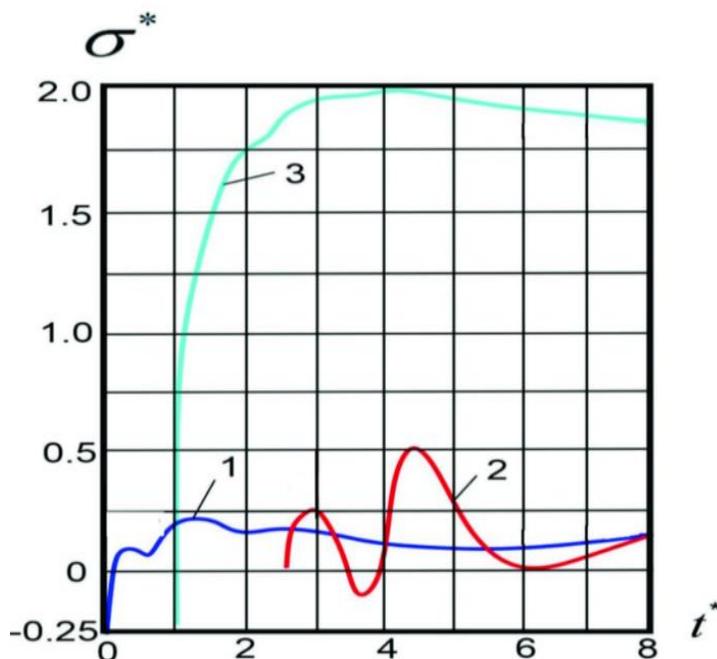


Рис.8. Изменение радиального контактного во времени

$(\bar{\rho} = 0.4)$, 1. $|\sigma_{\theta\theta}|$, $\theta = 180^\circ, \varphi = 0^\circ$; 2. $|\sigma_{\phi\phi}|$, $\theta = 0^\circ, \varphi = 5^\circ$ 3. $|\sigma_{\theta\theta}|$: $\theta = 90^\circ, \varphi = 10^\circ$

В расчетах использовались следующие безразмерные параметры $\bar{E} = 0.7; \nu = 0,20; \bar{\rho} = 0.8$. Параметры ядра релаксации следующие: $R_k(t) = A_k e^{-\beta_k t} / t^{1-\alpha_k}$, $A_k = 0,048; \beta_k = 0,05; \alpha_k = 0,1 (k = 1,2)$.

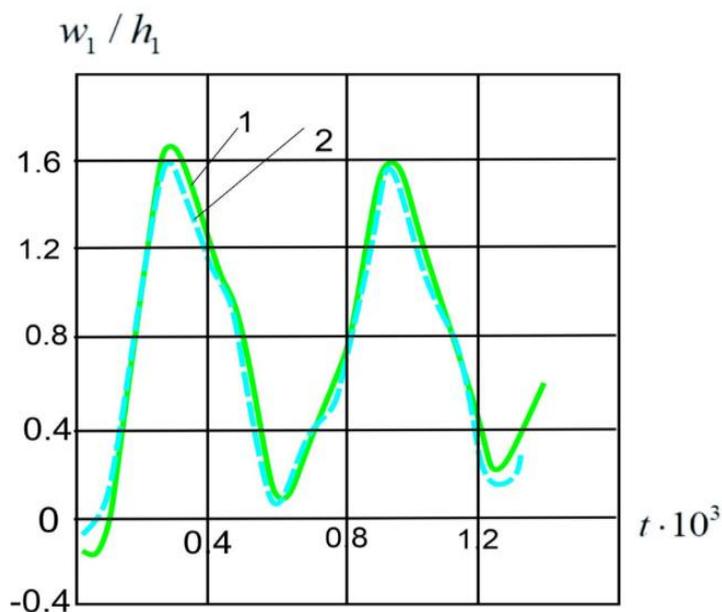


Рис.9 Изменение радиального смещения оболочки во времени

1-оболочка в упругой среде ($R_E=0$); 2. Оболочка в вязкоупругой среде ($r=R, \theta=90^\circ$)

Численные результаты представлены на рисунках 9 и 10. Изменение напряжения контура в зоне контакта ($r=R+h$, $h=0.01$, $\theta=90^\circ$)

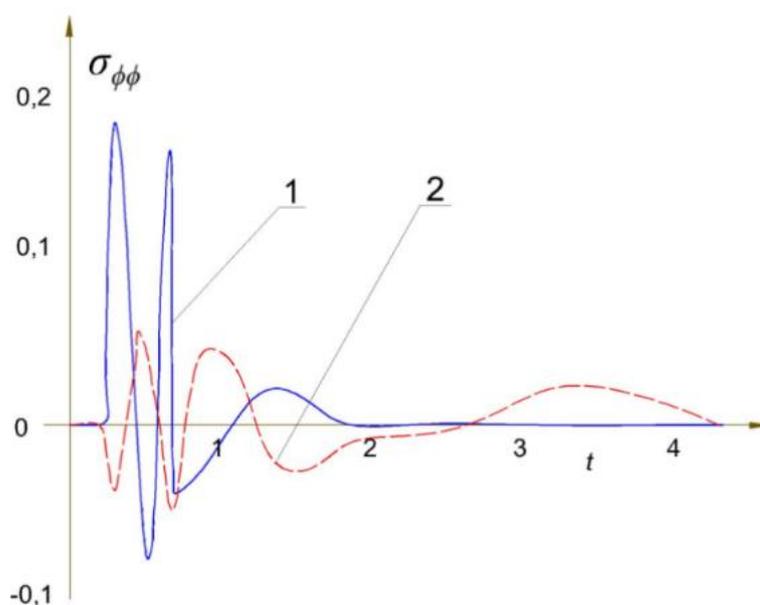


Рис.10. Изменение напряжения контура в области контакта во времени
($r=1,2R$, $\theta=90^\circ$)

Видно, что функция Хевисайда действует на оболочку в течение короткого времени при $t=0$. Оказывается, что максимальные напряжения возникают в это короткое время.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

1. Разработаны математическая постановка, методика и алгоритм решения задач изучения динамических процессов, возникающих в результате колебаний сферического тела, находящегося в вязкоупругой деформируемой среде, под действием гармонических и неустойчивых нагрузок. Дифференциальные уравнения движения сферического тела и окружающей его среды получены с помощью уравнений Ламе с линейными комплексными коэффициентами. В бесконечности было поставлено условие поглощения Зоммерфельда.

2. Вязкоупругие свойства материалов выражались через наследственный интеграл Больцмана-Вольтера. В качестве ядра релаксации было использовано ядро Колтунова-Ржаницына с трехпараметрическим слабым сингулярным разрывом. Разработаны эффективные алгоритмы и программы для вычисления особых функций Бесселя комплексного аргумента. Разработаны методика и алгоритм оценки диссипации энергии при свободных затухающих колебаниях вязкоупругого многослойного сферического тела. Разработанный метод позволяет определить динамическое состояние сферического тела в вязкоупругой среде.

3. Собственные частоты сфероидных колебаний низкоконтрастного сферического тела делятся на две группы: аналогичные радиальным и поворотным колебаниям. С увеличением контраста сферического тела в вязкоупругой среде коэффициент демпфирования вращательных колебаний увеличивается значительно быстрее, чем у колебаний с радиусом. При

колебаниях с увеличением числа n коэффициент демпфирования быстро увеличивается, т.е. усиливается диссипация энергии.

4. В расчетном эксперименте изучалось влияние параметров ($\beta = 0.05$) ядра вязкости A и α на затухающие колебания различных шаровых оболочек из вязкоупругого материала.

5. Установлено, что для действительной части комплексной частоты $\alpha = 0.87$ зависимость от параметра A составляет 3% и очень близка к частоте свободных колебаний упругого сферического тела. Отсюда следует, что при больших значениях амплитуды вязкости форма колебаний начинает уменьшаться на очень малую величину.

6. Установлено, что мнимая часть комплексной частоты α возрастает с увеличением параметра A для всех значений параметра α .

7. Изучено изменение амплитуды контурных и радиальных напряжений в зависимости от частоты ω для диссипативно- однородного и неоднородного двухслойного сферического тела. Установлено, что изменение диссипативных свойств механической системы приводит к различной интенсивности колебаний в её точках.

8. Разработан алгоритм решения задачи колебаний и распространения волны сферического тела под действием нестационарной силы на основе интегрального преобразования Лапласа и леммы Джордано. Из полученных численных результатов следует, что увеличение амплитуды ядра релаксации приводит к уменьшению амплитуд смещения и напряжения до определённого предела. Из полученных численных результатов следует, что напряжения контура имеют разрыв в области контакта.

**SCIENTIFIC COUNCIL PhD.03/27.02.2021.FM.101.02 ON
AWARDING SCIENTIFIC DEGREES AT BUKHARA
STATE TECHNICAL UNIVERSITY**

BUKHARA STATE TECHNICAL UNIVERSITY

SOBIROV SOBIR JURAQULOVICH

**HARMONIC AND UNSTEADY OSCILLATIONS OF A SPHERICAL BODY
IN A VISCOELASTIC MEDIUM**

01.02.04 – Mechanics of deformable solids

**ABSTRACT OF THE DISSERTATION
of Doctor of Philosophy (PhD) on Physical and Mathematical Sciences**

Bukhara – 2025

The theme of the dissertation for a Doctor of Philosophy (PhD) on Physical and Mathematical Sciences was registered under No. B2025.2.PhD/FM1312 by the Supreme Attestation Commission under the Ministry of Higher education, science and innovation of the Republic of Uzbekistan.

The dissertation was completed at Bukhara State Technical University.

The abstract of dissertation in three languages (Uzbek, Russian, English (abstract)) is posted on the website of the Scientific Council (www.bstu.uz) and “ZiyoNet” information and educational portal (www.ziynet.uz).

Scientific supervisor:

Safarov Ismoil Ibrohimovich
Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Professor

Official opponents:

Mardonov Botir Mardonovich
Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Professor

Raxmonov Baxodir Sobirovich
Doctor of Technical Sciences. (DSc)

Leading organization:

Namangan State Technical University

The dissertation defense will be held on October 18, 2025 y. at 09⁰⁰ o'clock at the meeting of Scientific Council Phd.03/27.02.2021.FM.101.02 at Bukhara State Technical University. (Address: 200117, 15. Qayum Murtazaev street, Bukhara. Phone:/fax: (+99865) 223-78-84. e-mail: bstu_info@edu.uz).

The dissertation is available at the Information resource center of Bukhara State Technical University (registered under the No.391). (Address: 200117, 15. Qayum Murtazaev street, Bukhara. Phone:/fax: (+99865) 223-78-84).

The dissertation abstract is distributed on October 02, 2025.

(Mailing report No. 5 on August 14, 2025 y.)



[Handwritten signatures in blue ink]

M.X. Teshaev

Chairman of the Scientific council on awarding scientific degrees, Doctor of Physical and Mathematical Sciences (DSc)

R.A. Sabirova

Scientific secretary of the Scientific council on awarding scientific degrees, Doctor of philosophy on Physical and Mathematical Sciences

Z.I. Boltaev

Chairman of the Scientific seminar under Scientific council on awarding scientific degrees, Doctor of Physical and Mathematical Sciences (DSc), Professor

INTRODUCTION (abstract of PhD dissertation)

The relevance and relevance of the topic of the dissertation. In the world, one of the leading places is occupied by the development and practical application of new approaches to solving problems related to testing structures by studying their dynamic properties without destruction, medical diagnostics, seismic resistance of underground engineering structures, and a number of other pressing modern problems. Ensuring the strength of structures and structures being built in regions with high seismic activity on a global scale requires the improvement and implementation of advanced modern calculation methods, taking into account the dynamic loads arising under the influence of all harmonic and unstable waves. In this regard, it is important to find the natural frequencies and assess the resonant states based on the study of the vibrational properties of spherical bodies located in a deformable medium. to develop a computational methodology and algorithm aimed at assessing the harmonic and unsteady vibrations of a spherical body in contact with a viscoelastic medium under the influence of external loads, as well as the dynamic stress-strain state of the viscoelastic medium, and to analyze numerical results.

In this regard, significant results have been achieved in solving dynamic problems, taking into account the viscoelastic properties of materials, in particular, when increasing the seismic resistance of structures, special attention is paid to assessing the dynamic stress-strain state of structures, taking into account the stresses arising from the propagation of harmonic and unstable waves in the viscoelastic and soil environments.

The object of the study is a deformable spherical body in contact with a viscoelastic medium.

The scientific novelty of the research is as follows:

For the first time, a method and algorithm for studying radial, torsional, and spheroidal damping natural oscillations of a spherical body in a viscoelastic medium based on special spherical Bessel and Hankel functions of complex argument and Lejandr polynomial were developed;

Based on the developed methodology and algorithm, it was established that the influence of the Koltunov-Rzhanitsyn kernel parameters (α , β) on the real and imaginary parts of the complex frequency during radial and torsional vibrations for polymer materials is 1-2%, and the influence of the amplitude of the A kernel is 3-5%;

based on parametric analysis, it was established that the greatest damping coefficient of oscillations ($\omega_{im} = -13.24 \cdot 10^{-3}$) is observed at a ratio of $r_2^* = 0.945$ of the layer radii of the imaginary part of the complex frequency of spheroidal oscillations;

based on the developed methodology and algorithm, it has been established that when a non-stationary stepwise unstable force is applied to a deformable spherical shell located in a viscoelastic medium, the maximum stresses reach their maximum value later than the initial values of time ($t^g > 1.0$) and subsequently decrease to 10-15%, approaching the asymptote line.

The practical results of the study are:

the dynamic stress-strain state of a deformable spherical body in contact with a viscoelastic medium under the action of an external load is assessed taking into account the rheological properties of the surrounding medium;

when studying the stress-strain state of a deformable spherical body under the action of harmonic (or unstable) loads, a comparative assessment of the load amplitude was given.

The reliability of the research results is explained by the correct formulation of boundary conditions, the rigor of the derived mathematical expressions, the systematic use of justified solution methods, comparison with the solutions of other researchers in assessing the accuracy of solutions and their correspondence to the results, as well as their implementation in practice.

Implementation of the research results. Based on the scientific results obtained in the study of methods for calculating the dynamic stress-strain state of a deformable spherical body located in an elastic and viscoelastic medium under the action of dynamic forces:

the methodology and algorithm for determining the stress-strain state of viscoelastic composite pipes under the action of dynamic loads were used in the fundamental project. F4-14 "Development of the theory of research and development of methods for calculating the stress-strain state of an underground curved pipeline with a flowing liquid under the action of dynamic forces," carried out at the Bukhara State Technical University in 2012-2016 (reference No.845 of the Bukhara State Technical University dated July 2, 2025). As a result, it was possible to find the criterion for assessing the strength of multilayer polymer pipes;

the methodology for finding the eigenvalue and the corresponding forms of vibrations developed in the dissertation was used in the implementation of the fundamental project OT-F4-01 "Development and development of the theory of methods for studying the nonlinear dynamic stress-strain state of curvilinear sections of multilayer composite pipes flowing with a viscous fluid under the influence of temperature and dynamic loads," carried out at the Tashkent Chemical-Technological Institute in 2016-2020 (certificate of the Tashkent Chemical-Technological Institute No.1/01-1821 dated May 21, 2025). As a result, the nonlinear stress-strain state of multilayer composite pipes with a viscous fluid flow under the action of dynamic loads was determined.

Publication of research results. A total of 15 scientific work have been published on the topic of the dissertation, including 6 articles in scientific publications recommended by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for the publication of the main scientific results of doctoral (PhD) dissertations, including 3 in republican and 3 in foreign journals.

The structure and scope of the dissertation. The dissertation consists of an introduction, four chapters, a conclusion, a list of references and appendices. The volume of the dissertation is 108 pages.

E'LON QILINGAN ILMIY ISHLAR RO'YHATI
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I bo'lim (I часть; part I)

1. Z.I. Boltayev., S.J. Sobirov., T.R. Ruziyev., M.A. Ro`ziyeva. Распространение сдвиговых волн в вязкоупругих двухслойных средах // European Journal of Interdisciplinary Research and Development. – 2023. – Vol.№16. –P.332-339 June (2023) ISSN(E): 2720-5746. (Open Access № 25)

2. Болтаев З.И., Собиров С.Ж., Рузиева М.А. Не осесимметричные задачи стационарного напряжённого состояния соосных вязкоупругих оболочках с жидкостью между ними // Бухоро davlat universiteti ilmiy axboroti, ilmiy-nazariy jurnal – Бухоро. – 2024. – № 3. 3-10 b. (01.00.00, №3)

3. F.B. Jalolov., S.J. Sobirov., M. A. Ro`ziyeva. Free vibrations of a mechanical system formed from masses suspended on circular thin alloy-elastic plates. // International Scientific Journal Theoretical & Applied Science. e-ISSN: 2409-0085. 2025. Issue: 04, Volume: 144. –P. 4-8. (CrossRef №35).

4. S.J. Sobirov. Линейные колебания сферического тела в деформируемой среде // International Scientific Journal Theoretical & Applied Science e-ISSN: 2409-0085. 2025. Issue: 05, Volume: 145. –P. 99-106. (CrossRef №35).

5. S.J.Sobirov. Qovushqoq-elastik muhitda joylashgan sferik jismga noturg'un to'liqin yuklanishi // Buxoro davlat universiteti ilmiy axboroti, ilmiy-nazariy jurnal – Buxoro. – 2025. – № 6. 223-228 b. (01.00.00, № 3)

6. S.J.Sobirov. Ko'p qatlamli qovushqoq-elastik sferik jismning erkin tebranishlari // «Ilm sarchashmalari» Ilmiy-nazariy, metodik jurnali. – Urganch. – 2025. – № 6, 14-18 b. (01.00.00, № 12)

II bo'lim(II часть; part II)

7. Болтаев З.И., Умаров А.О., Райимов Д.Г., Собиров С.Ж. Линейные крутильные колебания вязкоупругой системы оболочка вязкая жидкость // “Механика va matematikaning amaliy muammolari” Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi materiallari. – Toshkent. –2024. –70-75 b.

8. Boltayev Z.I., Sabirova R.A., Sobirov S.J., Ro`ziyeva M.A. Influence of constant load speed on the response of a viscoelastic multilayer plate lying on a deformable base // AIP Conference Proceedings 3268, 030027(2025). –P. 1-6 <https://doi.org/10.1063/5.0260220>

9. Собиров С.Ж. Колебания вязкоупругой пластинки, несущей сосредоточенные массы // “Механика va matematikaning amaliy muammolari” Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi materiallari. – Toshkent. –2024. –17-18 may, –107-110 b.

10. Сафаров И.И., Каримов И.М., Тешаев М.Х., Нуриддинов Б.З., Собиров С.Ж. О собственных колебания вязкоупругих сферических тел находящейся в деформируемой среде // Международная научная и научно-техническая конференция на тему “Инновации в строительстве сейсмическая

безопасность зданий и сооружений” – Наманган. –2024. –27-28 ноября, С. 97-99

11. З.И. Болтаев., Р.А. Собирова., С.Ж. Собиров., М.А. Рузиева. Теоретическое исследование скорости поверхностных волн Рэлея в изотропных телах с начальными напряжениями // “Механика va matematikaning amaliy muammolari” Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi – Toshkent. – 2024. – 17-18 may, 418-420 б.

12. Каримов И.М., Болтаев З.И., Собиров С.Ж. Колебания вязкоупругой тороидальной оболочки с протекающей жидкостью // Международная научная конференция. “Актуальные проблемы современной геометрии и топологии” – Ташкент–2024.– 27-29 октября, с. 192-194.

13. З.И.Болтаев., С.Ж.Собиров., Г.Т.Мирзоева., М.А. Рузиева. Н.Ш. Эргашева. Собственные колебания ребристой усеченной конической оболочки // Международная научная и научно-техническая конференция на тему “Эффективное использование водных ресурсов в условиях глобального изменения климата”– Бухоро–2025. – 29-30-апреля, С. 368-373.

14. Сафаров И.И., Собиров С.Ж., Рўзиева М.А., Зарипов Б.Ш. Колебания сферической неоднородности в вязкоупругой среде // Интеграция науки, образования и производства в механике: проблемы, решения и перспективы международная научно-техническая конференция – Карши– 2025. – 1-3 мая, С. 132-136.

15. Safarov I.I., Teshayev M.Kh., Rakhmonov B.S., Jalolov F.B., Sobirov S.J. The effect of harmonic waves of a buried multilayer pipeline in a viscoelastic medium // AIP Conf. Proc.3119, 0600089(2024). – P. 1-6 <https://doi.org/10.63/5.0216130>

**Avtoreferatning o‘zbek, rus va ingliz tilidagi matnlari
“IPAKYO‘LI” nashriyotida tahrirdan o‘tgizildi.**



Bosishga ruxsat etildi: 02.10.2025.

Qog‘oz bichimi 60x84 1/16.

Times New Roman garniturasida chop etildi.

Hajmi 3 bosma taboq. Adadi 100 nusxa. Buyurtma № 409.

“West Media Express” MCHJ bosmaxonasida chop etildi.

Bosmaxona manzili: Buxoro shahri,

Qayum Murtazoyev ko‘chasi 15A uy.

Tel: +998 55 311 39 00

