

**BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
PhD.03/2025.27.12.FM/T.16.02 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

AXMEDOV OLIMJON SAMADOVICH

**QOVUSHQOQ-ELASTIK TO'LDIRUVCHILI ELLIPTIK QOBIQDA
GARMONIK TO'LQIN DIFRAKSIYASI**

01.02.04 – Deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasi

**Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (Doctor of Philosophy) dissertatsiyasi
AVTOREFERATI**

Buxoro – 2026

**Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi
avtoreferati mundarijasi**

**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по
физико-математическим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on
physical-mathematical sciences**

Axmedov Olimjon Samadovich

Qovushqoq-elastik to'ldiruvchili elliptik qobiqda garmonik to'lqin difraksiyasi....3

Ахмедов Олимжон Самадович

Дифракция гармонической волны в вязкоупругой эллиптической оболочке с
заполнителем21

Akhmedov Olimjon Samadovich

Diffraction of a harmonic wave by a viscoelastic elliptical shell with a filler41

E'lon qilingan ishlar ro'uxati

Список опубликованных работ

List of published works.....45

**BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
PhD.03/2025.27.12.FM/T.16.02 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

AXMEDOV OLIMJON SAMADOVICH

**QOVUSHQOQ-ELASTIK TO'LDIRUVCHILI ELLIPTIK QOBIQDA
GARMONIK TO'LQIN DIFRAKSIYASI**

01.02.04 – Deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasi

**Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (Doctor of Philosophy) dissertatsiyasi
AVTOREFERATI**

Buxoro – 2026

Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2025.3.PhD/FM1356 raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya Buxoro davlat texnika universitetida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume)) Buxoro davlat texnika universiteti veb-saytida (www.bsti.uz) va "ZiyoNet" ta'lim portalida (www.ziynet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:

Teshaev Muhsin Xudoyberdiyevich
fizika-matematika fanlari doktori (DSc), professor.

Rasmiy opponentlar:

Mirzayev Ibraxim
fizika-matematika fanlari doktori, professor.

Indiaminov Ravshan Shukurovich
fizika-matematika fanlari doktori, professor.

Yetakchi tashkilot:

**Qozog'iston Respublikasi Turkistan shahridagi
Xoja Ahmad Yassaviy nomli Xalqaro qozoq-turk
universiteti**

Dissertatsiya himoyasi Buxoro davlat texnika universiteti huzuridagi ilmiy darajalar beruvchi PhD.03/2025.27.12.FM/T.16.02 raqamli Ilmiy kengashning 2026 yil "23" yanvar kuni soat 9⁰⁰ dagi majlisida bo'lib o'tadi (Manzil: 100118, Buxoro shahar, Qayum Murtazoyev ko'chasi, 15 uy, 218-xona. Tel.: (+99865) 223-78-84; faks: (+99865) 223-79-72, e-mail: bsti_info@edu.uz).

Dissertatsiya bilan Buxoro davlat texnika universitetining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (№ 411 raqam bilan ro'yxatga olingan). (Manzil: 100118, Buxoro shahar, Qayum Murtazoyev ko'chasi, 15 uy. Tel.: (+99865) 223-78-84).

Dissertatsiya avtoreferati 2026 yil 7 yanvar kuni tarqatildi.

(2025 yil 28 oktyabrdagi № 9 raqamli reyestr bayonnomasi).



B.S. Raxmanov

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash raisi
texnika fanlari doktori (DSc), professor.

R.A. Sobirova

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash
kotibi, fizika-matematika fanlari bo'yicha
falsafa doktori (PhD).

Z.I. Boltayev

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash
qoshidagi ilmiy seminar raisi, fizika-
matematika fanlari doktori (DSc), professor.

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zaruriyati. Jahonda ko'ndalang kesimi doiraviy halqa ko'rinishida bo'lmagan konstruksiyalarning dinamik holatini va tashqi kuchlar ta'sirida hosil bo'ladigan dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holati muammolarini o'rganish hamda olingan natijalarni amaliyotda qo'llash yetakchi o'rinlardan birini egallamoqda. Dunyo miqyosida yer osti kommunikatsiya quvurlari va tunnellarining tarkibiy elementi hisoblangan elastik hamda qovushqoq-elastik cho'zilma qatlamlarda yuzaga keladigan dinamik zo'riqishlar va deformatsiyalarni kamaytirish maqsadida, ulardagi to'lqinli yuklama dinamikasini o'rganish va baholash tadqiqotlari bu tizimni amaliyotga joriy etishni taqozo etadi. Shu jihatdan elliptik ko'ndalang kesimli silindrik ko'rinishdagi qobiqlar samolyotsozlikda, mashinasozlikda va texnikada keng qo'llanilganligi sababli, ularning tebranishlarini pasaytirishga sharoit yaratadigan ko'rsatkichlarning turg'unligini kafolatlash xususiyatiga ega bo'lgan uslubiyot ishlab chiqish va uning natijalaridan foydalanish muhim ahamiyatga ega hisoblanadi.

Jahonda muhit bilan ta'sirda bo'ladigan bo'lakli bir jinsli kesim shakli turli xil bo'lgan silindrsimon jismlarga to'lqinlarning ta'siri va yoyilish jarayonini tadqiq etish, ular keltirib chiqaradigan noxush holatlarni kamaytirish hamda deformatsiyaga moyil jismning chidamliligini oshirish masalalarini yechishga yo'naltirilgan ilmiy-tadqiqot ishlari olib borilmoqda. Bu borada, bir jinsli bo'lmagan jismlarning qovushqoq-elastiklik xususiyatlarini ifodalovchi relaksatsiya yadrosi va uning parametrlarini tanlash hisobiga ko'ndalang kesimi turli shakldagi uzun silindrsimon jismlarning mustahkamligini oshirish hamda ularning yaroqlilik muddatini uzaytirish, resurstejamkor qurilmalarni ishlab chiqishga qaratilgan dinamik masalalarni yechishga alohida e'tibor berilmoqda.

Respublikamizda yer osti inshootlari (quvurlar va tunnellar)ning ko'ndalang kesimining turlicha bo'lishi ularga tushadigan seysmik kuchlar yuklanishiga ham turlicha ta'sir ko'rsatadi. Shuningdek, ko'p qatlamli murakkab fizik xususiyatlarga ega hamda muhit bilan o'zaro ta'sirda bo'ladigan silindrsimon polimer, temir-beton va metall qobiqlarning chidamliligini kuchaytirish yuzasidan keng qamrovli chora-tadbirlar amalga oshirilib, muayyan natijalarga erishilmoqda. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 28-yanvardagi PF-60-sonli "2022-2026-yillarga mo'ljallangan Yangi O'zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to'g'risida"gi Farmonida, jumladan, "...hududlarning "o'sish nuqtalari"dan kelib chiqib, muhandislik-kommunikatsiya va ijtimoiy infratuzilma obyektlarini qurishga alohida e'tibor qaratish..."¹ bo'yicha muhim vazifalar belgilab berilgan. Ushbu vazifalarini amalga oshirishda, jumladan, qovushqoq-elastik muhitlarda joylashgan kesim shakli har xil bo'lgan to'ldiruvchili silindrsimon jismlar kuchlanishi va deformatsiya jarayonlarini ifodalovchi takomillashtirilgan matematik modellarni yaratish muhim ahamiyat kasb etmoqda.

¹ O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 28-yanvardagi PF-60-sonli "2022-2026-yillarga mo'ljallangan Yangi O'zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to'g'risida"gi Farmoni

O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 30-maydagi PF-144-sonli “O‘zbekiston Respublikasi seysmik xavfsizligini ta’minlash tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi, 2023-yil 16-maydagi PQ-158-sonli “O‘zbekiston Respublikasi aholisi va hududining seysmik xavfsizligini ta’minlash tizimini yanada takomillashtirishga oid qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi, 2024-yil 17-apreldagi PQ-161-sonli “Bino va inshootlarning zilzilabardoshligini oshirish hamda seysmik xavfni monitoring qilish faoliyatini takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi Qarorlari hamda mazkur faoliyat sohalariga tegishli boshqa me‘yoriy-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishda ushbu dissertatsiya ishi muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning mamlakat fan va texnologiyalar taraqqiyotining ustuvor yo‘nalishlariga muvofiqligi. Ushbu ilmiy ish respublika fan va innovatsion texnologiyalar rivojlanishining IV. «Matematika, mexanika, inshootlar seysmik dinamikasi va axborot texnologiyalari» ustuvor yo‘nalishi doirasida amalga oshirilgan.

Muammoning o‘rganilganlik darajasi. Ko‘ndalang kesim shakli ellips bo‘lgan qovushqoq-elastik inshootlar hamda ularning konstruktiv qismlarining tebranish jarayonlari, ulardagi to‘lqinlarning sinishi (difraksiyasi) va muhit bilan o‘zaro ta’sirda ularning xos tebranishlari muammosiga bog‘liq nazariy va tajribaviy ilmiy tadqiqot ishlari bilan dunyoning yetakchi universitetlari va ilmiy-tadqiqot institutlarining taniqli olimlari: Ilyushin A.A., Brexovskix L.V., Viktorov I.A., Gorshkov A.G., Volmir A.S., Genkin M.D., Guz A.N., Grinchenko V.T., Shemyakin Ye.I., Komissarova G.L., Gogoladze V.G., Nigul U.K., Kiyko I.A., Troyanovskiy I.Ye., Molotkov L.A., Petrashen G.I., Novichkov Yu.I., Krauklis P.V., Antonov A.N., Frolov K.V., Shardakov I.N., Matveyenko V.P., Anofrikova N.S., Starovoytov E.I., Miker T., Deyvis R.M., Meytsler A., Mitra R., Uayt T., Kolskiy G., Shafer B.V., Axenbax J.D., San R.I. va boshqa ko‘plab olimlar shug‘ullanganlar.

Mazkur muammoni yechishda O‘zbekistonlik olimlardan Raxmatulin X.A., O‘razboyev M.T., Qabulov V.Q., Shirinkulov T.Sh., Muborakov Yo.N., Rashidov T.R., Mardonov B.M., Sultonov K.S., Mirsaidov M.M., Mamatqulov Sh.M., Badalov F.B., Ishanxodjayev A.A., Xojimetov G.X., Mavlonov T.M., Abdusattorov A., Mirzayev I., Safarov I.I., Xudoynazarov X., TeshaeV M.X., Hasanov B.E., Bozorov M.B., Yuldashev Sh.S., Eshmatov X., Abduqodirov S., Bo‘riyev A., Abdurashidov A., O‘sarov M., Boltayev Z.I. va boshqalar muhit bilan o‘zaro ta’sirda bo‘ladigan silindrsimon hamda shar shaklidagi jismlarda qovushqoq-elastik va akustik to‘lqinlarning difraksiyasi masalalarini, materiallarning reologik xususiyatlarini hisobga olgan holda dinamik zo‘riqishlar va deformatsiya holatini aniqlash usullarini rivojlantirishgan. Ushbu ishlarda asosan elastik muhit ichida joylashgan halqasimon kesimga ega silindrsimon jismlarda elastik to‘lqinlarning sinishi (difraksiyasi) masalasi tadqiq qilingan. Ideal suyuqlik bilan to‘ldirilgan silindrik bo‘shliqda tekis elastik to‘lqin difraksiyasi masalasi uchun maxsus funksiyalar orqali asimptotik yechimlar olingan. Ular kesim shakli halqasimon bo‘lgan silindrsimon jismlarda silindrik to‘lqinlarning ta’siriga oid masalalarni hal etishga e’tibor qaratishgan. Mazkur tadqiqotlar bilan

asosan AQSh, Rossiya, Ukraina va Xitoy olimlari shug'ullanib kelmoqdalar. Ayrim masalalar uchun ma'lum sonli natijalar ham qo'lga kiritilgan. Biroq bo'lakli bir jinsli silindrsimon jismlarda to'lqinlarning difraksiyasini materialning reologik xususiyatlarini inobatga olgan holda o'rganish hozircha o'z yechimini topmagan bo'lib, bu sohada bir qator muammolar saqlanib qolmoqda. Bunday muammolar qatorida bo'lakli bir jinsli dissipativ, bir jinsli bo'lmagan jismlarning qovushqoq-elastiklik xususiyatlarini ifodalovchi relaksatsiya yadrosi va uning parametrlarini tanlash asosida qurilgan turli xil nazariyalar asosida olingan natijalar (taqribiy va aniq) taqqoslanmagan va bu nazariyalarni qo'llash chegarasi ko'rsatilmagan.

Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya bajarilgan oliy ta'lim muassasasining ilmiy-tadqiqot ishlari rejalari bilan bog'liqligi. Mazkur dissertatsiya tadqiqoti Buxoro davlat texnika universiteti "Aniq fanlar" kafedrasining bajarilishi 2022-2025 yillarda mo'ljallangan "Fizika-mexanikaviy jarayonlarni matematik modellashtirish" mavzusidagi dasturi doirasida olib borilgan.

Tadqiqotning maqsadi qovushqoq-elastik muhit ichida joylashgan, ko'ndalang kesimi ellips shaklida bo'lgan to'ldiruvchili silindrsimon jismlarda garmonik to'lqinlarning difraksiyasini to'lqin dinamikasi usullari asosida takomillashtirilgan matematik modelini hamda sonli yechish algoritmini yaratishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

materiallarning qovushqoq-elastiklik xossalari inobatga olgan holda, qovushqoq-elastik muhit ichida joylashgan, ellips shaklidagi ko'ndalang kesimga ega, to'ldiruvchili silindrsimon jismlarga to'lqinlarning ta'sirini matematik ifodalash, yechish metodikasi va algoritmini ishlab chiqish;

materiallarning qovushqoq-elastiklik xususiyatlarini inobatga olgan holda qovushqoq-elastik muhitdagi ko'ndalang kesimi ellips shaklida bo'lgan, to'ldiruvchili silindrsimon jismlarning tebranishlari masalasini matematik ifodasini, yechish uslubiyoti va algoritmlarini yaratish;

qovushqoq-elastik ko'ndalang kesimi ellips shaklida bo'lgan, to'ldiruvchili silindrik jismlarning xos chastotalarini topish va ularga solishtirma baho berish;

qovushqoq-elastik muhit ichida joylashgan, ellips shaklidagi ko'ndalang kesimga ega, to'ldiruvchili silindrsimon qobiqda garmonik to'lqin yuklamasining ta'sirida yuzaga keladigan dinamik zo'riqish-deformatsiyalanish holati o'zgarishiga nisbiy baho berish.

Tadqiqotning obyekti sifatida ko'ndalang kesim shakli ellips bo'lgan to'ldiruvchili silindrsimon jism va silindrsimon bo'shliq ko'rib chiqilgan.

Tadqiqotning predmeti materiallarning reologik xossalari va geometrik ko'rsatkichlarini inobatga olgan holda qovushqoq-elastik muhitda joylashgan, ellips shaklidagi ko'ndalang kesimga ega to'ldiruvchili silindrsimon jismlarga to'lqin ta'sirining matematik modelini mukammallashtirish va sonli yechish algoritmini yaratishdan iborat.

Tadqiqot usullari. Tadqiqot jarayonida deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasining xususiy hosilali integro-differensial tenglamalarini yechish uchun matematik fizika va deformatsiyalanadigan qattiq jism mexanikasining maxsus

funksiyalaridan foydalanildi, Furye integral almashtirishi usuli qo'llanildi, shuningdek Myuller, Gauss va Rombergning sonli usullari tatbiq etildi.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

ilk marta qovushqoq-elastik muhit bilan to'liq kontaktda bo'lgan deformatsiyalanuvchi, ellips ko'ndalang kesimli, to'ldiruvchili silindrik jismga statsionar (va statsionar bo'lmagan) to'lqinlar ta'sirida hosil bo'ladigan dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini qovushqoq-elastiklik nazariyasining gipotezalari va Lamé integro-differensial tenglamasi asosida o'rganilgan, masalalarni matematik qo'yilishi, yechish uslubiyoti va algoritmi ishlab chiqilgan;

to'lqin sonining ortib borishi bilan xos tebranishlar chastotasining eksponensial qonunga yaqin bo'lgan qonun bilan ortib borishi, muhit Puasson koeffitsienti $0 \leq \nu \leq 0,4$ oraliqda o'zgaranda chastotalarning haqiqiy va mavhum qismlarining 27% gacha monoton o'zgarishi topilgan;

qovushqoq-elastik muhit bilan to'liq kontaktda bo'lgan ellips ko'ndalang kesimli, to'ldiruvchili qobiqning xos chastotalarining haqiqiy va mavhum qismlarining ellipsning katta va kichik o'qlari (radiuslari) nisbatiga bog'liq o'zgarishi (stukturaviy bir jinsli mexanik sistema uchun) logarifmik funksiya qonuni asosida oshib borishi va ko'ndalang kesimi halqasimon silindr chastotasiga asimptotik yaqinlashib borishi aniqlangan;

qovushqoq-elastik muhit bilan to'liq kontaktda bo'lgan ellips ko'ndalang kesimli, to'ldiruvchili qobiqqa statsionar to'lqin yuklanganda uzun to'lqin sohasida maksimal radial va urinma kuchlanishlar farqi 20% gacha bo'lishi topilgan. Statik kuchlanishlar uzun to'lqinlar sohasida dinamik kuchlanishlardan 15 - 20% gacha kam bo'lishi topilgan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

deformatsiyalanuvchi muhitda joylashgan, ko'ndalang kesimi ellips ko'rinishida bo'lgan to'ldiruvchili silindrsimon jismlarda to'lqin ta'siri ostida hosil bo'ladigan kuchlanish va deformatsiya holatlarini aniqlash hamda silindrsimon jismlarning mustahkamligini baholash usullari ishlab chiqilgan;

spektral masala asosida kompleks chastotalarning chegaralangan miqdordagi modalarini topish masalasi hal etilgan;

bo'ylama hamda ko'ndalang yuklamalar ta'sirida deformatsiyalanadigan muhit va elliptik kesimli silindrsimon jismdagi kuchlanishlar taqsimoti aniqlangan.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi spektral hamda chegaraviy masalalarning asosli tarzda qo'yilishi va ularning matematik ifodalarining qat'iy aniqligi, asoslangan yechish usullaridan foydalanish va natijalar aniqligini baholash, shuningdek boshqa matematik qo'yilgan masalalarning yechimlari bilan qiyoslash orqali asoslab berilgan.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati.

Tadqiqotning ilmiy jihatdan ahamiyatli tomoni shundaki, u deformatsiyalanadigan muhitdagi elliptik kesimli to'ldiruvchili silindrsimon jismlarda to'lqin yuklanishi hamda difraksiya hodisasining nazariy asoslarini rivojlantirishga hissa qo'shishi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati yuklanishlar ta'sirida muhitda va deformatsiyalanuvchi elliptik jismda hosil bo'ladigan dinamik-kuchlanganlik-

deformatsiyalanganlik holatini baholashning yangi qonuniyatlarini o'rganishga imkoniyat berishi hamda ishlab chiqilgan usul va hisoblash dasturlari amaliy masalalarini yechishga va tadqiq qilishga xizmat qilishi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Qovushqoq-elastik to'ldiruvchili elliptik qobiqda garmonik to'lqin difraksiyasi ilmiy asoslarini hisobga olgan holda hisoblash usullari va algoritmlari bo'yicha olingan natijalar asosida:

rezonans holatlarini oldini olishda optimal parametrlarni tanlash orqali energiyani boshqarish usullaridan 2020-2024 yillarda O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Mexanika va inshootlar seysmik mustahkamligi institutida bajarilgan № IL-21071166-sonli "Shamolning past tezligi uchun mo'ljallangan vertikal o'qli shamol turbinasini yaratish" mavzusidagi innovatsion loyihada foydalanilgan (O'zR FA Mexanika va inshootlar seysmik mustahkamligi institutining 2025-yil 2-dekabrda 16033-sonli ma'lumotnomasi). Natijada, turbina ichidagi plastinkalarning shamol tezligiga va chastotasiga bog'liq bo'lgan rezonans sohalar chegaralari aniqlangan;

qishloq hududlaridagi turar joy binolari infratuzilmasidagi yer osti inshootlarining seysmik mustahkamligini ta'minlash va seysmik to'lqinlar ta'sirida hosil bo'ladigan rezonans sohalarini oldindan aniqlashda 2020-2023 yillarda Urganch davlat universitetida bajarilgan IL-5321091543-sonli "Tojikiston qishloq hududlaridagi turar joy binolari zilzilabardoshligi" (Osiyo taraqqiyot banki Xalqaro loyihasi) mavzusidagi innovatsion loyihada foydalanilgan. (Urganch davlat universitetining 2025-yil 3-dekabrda 03-215/2-sonli ma'lumotnomasi). Natijada, yer osti inshootlarining kuchlanish amplitudalarini parametrlarni tanlash hisobidan 15% gacha kamaytirish imkoniyati yaratilgan.

Tadqiqot natijalarining e'lon qilinishi. Dissertatsiya mavzusi doirasida jami 13 ta ilmiy maqola chop etilgan bo'lib, shulardan 5 tasi O'zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasi tomonidan doktorlik dissertatsiyalarining asosiy ilmiy natijalarini e'lon qilish tavsiya etilgan ilmiy jurnallarda nashr qilingan. Ushbu maqolalardan 3 tasi respublika miqyosidagi ilmiy nashrlarda, qolgan 2 tasi esa xorijiy ilmiy jurnallarda chop etilgan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya kirish qismi, to'rtta bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat. Dissertatsiya hajmi 96 betni tashkil etadi.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

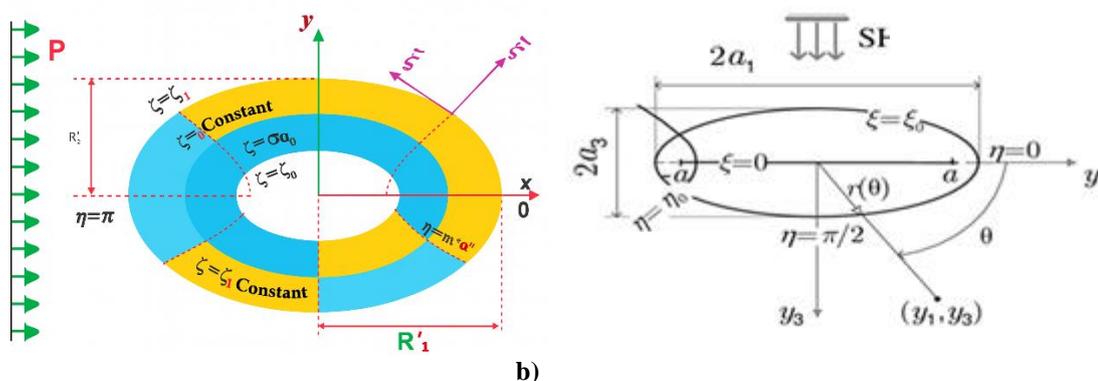
Kirish qismida dissertatsiya tadqiqotining dolzarbligi va zaruriyligi asoslab berilgan, tadqiqotning maqsadi va vazifalari, obyekt va predmetlari shakllantirilgan. Tadqiqotning O'zbekiston Respublikasi fan va texnologiyalar rivojlanishining ustuvor yo'nalishlariga muvofiqligi ko'rsatilgan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon etilgan. Olingan natijalarning ishonchliligi asoslangan, ularning ilmiy va amaliy ahamiyatlari yoritilgan. Tadqiqot natijalarining amaliyotga joriy etilishi, chop etilgan ishlar, dissertatsiya tuzilishi va hajmi bo'yicha ma'lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning **"Cheksiz muhitda joylashgan qovushqoq-elastik elliptik**

silindrdagi garmonik to'liqlarning difraksiyasi masalalariga bag'ishlangan adabiyotlar tahlili" deb nomlangan birinchi bobida qovushqoq-elastik elliptik silindrsimon qobiqlarda garmonik to'liq difraksiyasini o'rganishga bag'ishlangan adabiyotlarning qisqacha tahlili keltirilgan. Adabiyotlar tahlili asosida quyidagicha xulosa qilingan: hozir ham muhit bilan to'liq kontaktda bo'lgan silindrik jismga garmonik to'liq yuklanishini va difraksiyasini o'rganish muhim ahamiyat kasb etadi. Silindrik jismdagi muhit bilan turli xil kontaktda bo'lganda elliptik jismni maksimal dinamik kuchlanishni optimallashtirish yoki kamaytirish masalasini yechimi oxirigacha yetkazilmagan. Ushbu muammoni hal etishda nazariy asos yaratish, chegaraviy masalaning qo'yilishi, yechish metodikasi, algoritmi va dasturini ishlab chiqish dolzarbligi ko'rsatib berilgan.

Dissertatsiyaning **"Qovushqoq-elastik muhitdagi to'ldiruvchili elliptik silindrga garmonik to'liq yuklanishi va xos to'liq tarqalishi masalalarining qo'yilishi, yechish metodikasi va algoritmi"** deb nomlangan ikkinchi bobida qovushqoq-elastik muhitdagi to'ldiruvchili elliptik silindrga garmonik to'liq yuklanishi va xos to'liq tarqalishi masalalarini qo'yilishi, yechish metodikasi va algoritmi keltirilgan. Masalalar qovushqoq-elastiklik nazariyasining chiziqli masalasi bo'lib, Grin - Lemb almashtirishi orqali Lamé tenglamasidan ko'chish potentsiallari orqali ifodalangan to'liq tenglamalari olindi va ularning yechimlari Matye funksiyasi orqali ifodalandi.

Faraz qilaylik bir jinsli, izotrop, qovushqoq-elastik muhitda joylashgan to'ldiruvchili elliptik silindrga garmonik (P va SH) to'liq yuklansin. Hisob sxemasi 1a,b - rasmlarda keltirilgan.



1-rasm. To'ldiruvchili elliptik silindrik qobiqning hisob sxemasi.

Elliptik silindr harakatining xususiy hosilali integro-diferensial tenglamasi, qobiq va to'ldiruvchi tenglamalari orqali ifodalanadi

$$(\tilde{\lambda}_j + 2\tilde{\mu}_j)\text{grad div } \vec{u}_j - \tilde{\mu}\text{rotrot } \vec{u}_j + \vec{b}_j = \rho_j \frac{\partial^2 \vec{u}_j}{\partial t^2}, (j=1,2) \quad (1)$$

$$\tilde{\lambda}_j f(t) = \lambda_{0j} \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_\lambda^{(i)}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right], \quad \tilde{\mu}_j f(t) = \mu_{0j} \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_\mu^{(i)}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right]$$

bunda $f(t)$ vaqtning ixtiyoriy uzluksiz funksiyasi, $R_\lambda(t-\tau)$ va $R_\mu(t-\tau)$ – qobiqning relaksatsiya yadrolari, λ_{0j}, μ_{0j} – oniy elastiklik modullari.

Agar muhitda suyuqlikli silindrik qobiq joylashgan bo'lsa, u holda harakat tenglamalari quyidagicha bo'ladi

$$(\tilde{\lambda}_1 + 2\tilde{\mu}_1) \text{grad div } \vec{u}_1 - \tilde{\mu} \text{rotrot} \vec{u}_1 + \vec{b}_1 = \rho_1 \frac{\partial^2 \vec{u}_1}{\partial t^2}, \quad (2)$$

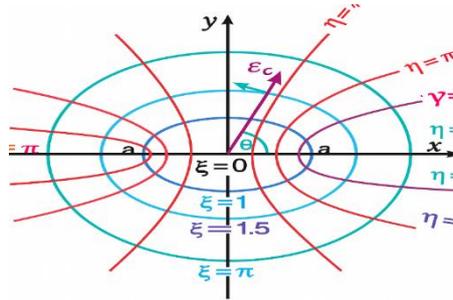
$$L\tilde{E}\vec{u} = \frac{(1-v_0^2)}{E_0 h_0} \vec{p} + \rho_0 \frac{(1-v_0^2)}{E_0} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \right), \quad \Delta \phi_0 - \frac{1}{c^2} \ddot{\phi}_0 = 0,$$

$$\tilde{E}f(t) = E_{01} \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_E(t-\tau) f(\tau) d\tau \right],$$

$$L = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1-v_0}{2R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} & \frac{1+v_0}{2R} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} & \frac{v_0}{R} \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1+v_0}{2R} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} & \frac{1+v_0}{2} (1+4a) \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (1+a) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} & \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - a(2-v) \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial \theta} - \frac{a}{R^2} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \\ \frac{v}{R} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - a(2-v) \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial \theta} - \frac{a}{R^2} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} & \frac{1}{R^2} + a \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)^2 \end{pmatrix}.$$

bunda $\vec{u}(u_r, u_\theta, u_z)$ – qobiqning ko'chish vektori;

Yuqorida keltirilganlarni elliptik koordinatalar sistemasida ham ko'rish mumkin, elliptik koordinatalar sistemasida 2-rasmda tasvirlangan ko'rinishda bo'ladi.



2-rasm. Elliptik koordinatalardagi silindr hisob sxemasi.

Qo'yiladigan masala elliptik kordinatalar sistemasida yechiladi. Bu koordinata sistemasini Dekart koordinatalar sistemi bilan orasidagi munosabat quyidagicha:

$$x = cch\xi \cos \eta, \quad 0 \leq \xi < \infty, \quad y = csh\xi \sin \eta, \quad 0 \leq \eta \leq 2\pi, \quad z = z, \quad -\infty < z < \infty, \quad c^2 = a^2 - b^2. \quad (3)$$

Qatlamlar orasida qattiq mahkamlanganlik sharti:

$$\begin{aligned} \sigma_{\xi\xi 1} |_{\Sigma_1} &= \sigma_{\xi\xi 2} |_{\Sigma_1}, \quad \sigma_{\xi\eta 1} |_{\Sigma_1} = \sigma_{\xi\eta 2} |_{\Sigma_1}, \quad \sigma_{\xi z 1} |_{\Sigma_1} = \sigma_{\xi z 2} |_{\Sigma_1}, \\ u_{\xi 1} |_{\Sigma_1} &= u_{\xi 2} |_{\Sigma_1}, \quad \mathcal{G}_{\eta 1} |_{\Sigma_1} = \mathcal{G}_{\eta 2} |_{\Sigma_1}, \quad w_{z 1} |_{\Sigma_1} = w_{z 2} |_{\Sigma_1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Σ_2 sirt ham ellips ko'ndalang kesimli sirtida kuchlanishlardan ozod qilingan bo'lsin:

$$\sigma_{\xi\xi 2} |_{\Sigma_2} = 0, \quad \sigma_{\xi\eta 2} |_{\Sigma_2} = 0, \quad \sigma_{\xi z 2} |_{\Sigma_2} = 0. \quad (5)$$

Cheksizlikda to'lqinning so'nish va uning ko'chish amplitudasining chegaralanganini belgilovchi shart qo'yiladi.

Yuqorida keltirilgan (1-rasm) tushuvchi to'lqin qaytuvchi ham bo'ladi. Tushuvchi tekis bo'ylama va ko'ndalang to'lqin potentsiali quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned}\varphi^{(p)} &= \varphi_0 e^{i\alpha(ch\xi \cos\eta \cos\theta_0 + sh\xi \sin\eta \sin\theta_0 - c_p t)}, \\ \psi^{(p)} &= \psi_0 e^{i\beta(ch\xi \cos\eta \cos\theta_0 + sh\xi \sin\eta \sin\theta_0 - c_s t)}, \quad \alpha c_p = \beta c_s = \omega,\end{aligned}\quad (6)$$

Elliptik silindrdagi harakatning vektor ko'rinishdagi tenglamasi xususiyl hosilali integro-differensial tenglama bo'lib qo'yidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$(\tilde{\lambda}_1 + 2\tilde{\mu}_1)\text{grad div } \bar{u}_1 - \tilde{\mu}_1 \text{rot rot } \bar{u}_1 = \rho_1 \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial t^2}.$$

Silindrning tashqi sirtida kuchlanishlarni nolga teng bo'lish sharti (5) qo'yiladi. Silindrik jism va muhitni ko'chish vektori quyidagicha bo'ladi:

$$\bar{u}_j = \text{grad } \varphi_j + \text{rot } \bar{\psi}_j, \quad \text{div } \bar{\psi}_j = 0. \quad (7)$$

φ_j - bo'ylama va $\bar{\psi}_j(0, \psi, \chi)$ - ko'ndalang to'lqin potentsiallari quyidagi integro-differensial tenglamalarni qanoatlantiradi:

$$\begin{aligned}\nabla^2(\varphi, \psi, \chi) - \int_{-\infty}^t R_{\varphi, \psi, \chi}(t - \tau) \nabla^2(\varphi(\tau), \psi(\tau), \chi(\tau)) d\tau &= \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\varphi, \psi, \chi), \\ \text{bunda } \nabla^2 &= \left[\frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right], \quad J^2 = \frac{c^2}{2} (ch2\xi - \cos 2\eta)\end{aligned}\quad (8)$$

Vektor ko'rinishdagi (7) ifodani ko'chish komponentalari orqali quyidagicha yozish mumkin:

$$u_\xi = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - J \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \chi}{\partial \eta} \right), \quad u_\eta = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} - \frac{\partial \chi}{\partial \xi} \right), \quad u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \left(\frac{1}{J} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{c^2 sh 2\xi}{J^3} \psi \right). \quad (9)$$

Xuddi shunday deformatsiya komponentalarini ham ko'chish komponentalari orqali elliptik tipdagi koordinatalarda ifodalash mumkin:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\xi\xi} &= \frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh 2\xi}{2J^2} u_\xi, \quad \varepsilon_{\eta\eta} = \frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\eta, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ \varepsilon_{\xi\eta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \eta} + \frac{\partial u_\eta}{\partial \xi} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\xi + \frac{c^2 sh 2\xi}{2J^2} u_\eta \right), \\ \varepsilon_{\xi z} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial z} + \frac{1}{aJ} \frac{\partial u_z}{\partial \xi} \right), \quad \varepsilon_{\eta z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\eta}{\partial z} + \frac{1}{aJ} \frac{\partial u_z}{\partial \eta} \right).\end{aligned}\quad (10)$$

Umumlashgan Guk qonunidan operator kuchlanishlarni ham ko'chishlar yoki deformatsiyalar orqali ifodalash mumkin:

$$\begin{aligned}\sigma_{\xi\xi} &= (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh 2\xi}{2J^2} u_\xi \right) + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\eta + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \\ \sigma_{\xi\eta} &= \bar{\mu} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\xi + \frac{\partial u_\eta}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh 2\xi}{2J^2} u_\eta \right), \quad \sigma_{\eta z} = \bar{\mu} \left(J \frac{\partial u_\eta}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \eta} \right), \\ \sigma_{\eta\eta} &= (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \left(\frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\eta \right) + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh 2\xi}{2J^2} u_\xi + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \\ \sigma_{\xi z} &= \bar{\mu} \left(J \frac{\partial u_\xi}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \xi} \right), \quad \sigma_{zz} = (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh 2\xi}{2J^2} u_\xi + \frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\eta \right).\end{aligned}\quad (11)$$

Yuqorida keltirilgan (8) dagi integral had kichik hisoblanadi, shuning uchun $f(t)$ funksiya uchun $f(t) = \psi(t)e^{-i\omega_R t}$ o'rinli bo'ladi. Bu kichik chiziqli tebranishlarga mos keladi. Bunda $\psi(t)$ - vaqtning sekin o'zgaruvchi funktsiyasi, ω_R - haqiqiy kattalik. A.Filatov, R.M.Sunchaliyev tomonidan ishlab chiqilgan muzlatish (zamorajivaniye) usulini qo'llash mumkin bo'ladi. U holda (1) integro-diferensial tenglama quyidagi ko'rinishni egallaydi:

$$\bar{E}f = E[1 - \Gamma^C(\omega_R) - i\Gamma^S(\omega_R)]f \quad (12)$$

bunda, $\tilde{E}_\kappa = E_\kappa(1 - \Gamma_\kappa^*)$, $\tilde{\nu}_\kappa = \nu_\kappa + \frac{1 - 2\nu_\kappa}{2}\Gamma_\kappa^*$, $\Gamma_\kappa^* f(t) = m_\kappa \int_{-\infty}^t \mathcal{D}_{-1/2}^{(\kappa)}(-\beta_\kappa, t - \tau) f(\tau) d\tau$

$$\Gamma^C(\omega_R) = \int_0^\infty R(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau, \quad \Gamma^S(\omega_R) = \int_0^\infty R(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau \quad - \text{material relaksatsiya}$$

yadrosining mos ravishda kosinus va sinus Furye tasvirlari (ko'rinishlari).

Yuqorida keltirilgan (8) integro-differensial tenglamalar sistemasiga muzlatish usuli qo'llanilsa qo'yidagi ko'rinishni egallaydi:

$$\nabla^2 \begin{pmatrix} \varphi \Gamma_{p\lambda} \\ \psi \Gamma_{s\mu} \\ \chi \Gamma_{s\mu} \end{pmatrix} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{pmatrix} c_{\alpha 0}^{-2} \varphi \\ c_{s 0}^{-2} \psi \\ c_{s 0}^{-2} \chi \end{pmatrix}, \quad (13)$$

bunda $c_{\alpha 0}^2 = (\lambda_0 + 2\mu_0) / \rho$, $c_{s 0}^2 = \mu_0 / \rho$, $\Gamma_{p\lambda} = 1 - \Gamma_\lambda^c(\omega_R) - i\Gamma_\lambda^s(\omega_R)$, $\Gamma_{s\mu} = 1 - \Gamma_\mu^c(\omega_R) - i\Gamma_\mu^s(\omega_R)$.

Endi keltirilgan (13) tenglamalarni qo'yidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial \eta^2} \right) = c_{\alpha 0 j}^{-2} \Gamma_{p\lambda j}^{-1} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial t^2}, \quad \frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\psi}_j}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\psi}_j}{\partial \eta^2} \right) = c_{s 0 j}^{-2} \Gamma_{s\mu j}^{-1} \frac{\partial^2 \tilde{\psi}_j}{\partial t^2} \quad (j=1, 2, 3) \quad (14)$$

Elliptik koordinatalarda ifodalangan (ko'chish koordinatalari) tenglamaning garmonik funksiyalar orqali ifodalanuvchi yechimini quyidagi ko'rinishda

izlaymiz: $\varphi_j = R_j e^{i\omega t} \Phi_j(\xi, \eta)$, $\tilde{\psi}_j = R_j e^{i\omega t} \tilde{\Psi}_j(\xi, \eta)$.

U holda yangi koordinatalarda asosiy to'lqin tenglamalari quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial \eta^2} + k_{1j}^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta) \Phi_j = 0; \quad \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial \eta^2} + k_{2j}^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta) \Psi_j = 0, \quad (15)$$

bunda $k_{1j}^2 = \frac{\rho_j \omega^2}{(\lambda_{0j} + 2\mu_{0j}) \Gamma_{p\lambda j}} = \frac{\omega^2}{c_{\alpha 0 j}^2 \Gamma_{p\lambda j}}$, $k_{2j}^2 = \frac{\rho_j \omega^2}{\mu_{0j} \Gamma_{s\mu j}} = \frac{\omega^2}{c_{s 0 j}^2 \Gamma_{s\mu j}}$.

Elliptik koordinatalarda berilgan Φ va Ψ yechimini o'zgaruvchilarni ajratish ($F(\xi)G(\eta)$) usuli bilan yechamiz. U holda (15) tenglamalardan bittasini quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$\frac{1}{F(\xi)} \frac{d^2 F}{d\xi^2} + k_1^2 ch^2 \xi = -\frac{1}{G(\eta)} \frac{d^2 G}{d\eta^2} + k_1^2 \cos^2 \eta. \quad (16)$$

Bu ifodani ixtiyoriy A o'zgarmas songa tenglashtirsak quyidagini olamiz:

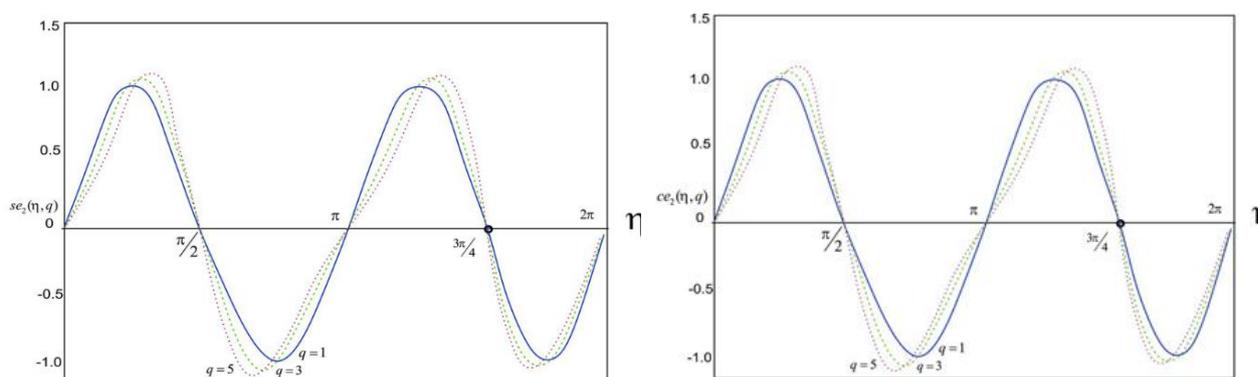
$$\frac{d^2 F(\xi)}{d\xi^2} + (k_1^2 ch^2 \xi - A) F(\xi) = 0, \quad \frac{d^2 G(\eta)}{d\eta^2} - (k_1^2 \cos^2 \eta - A) G(\eta) = 0. \quad (17)$$

Bu tenglamalar Matye tenglamalaridir, (5)-(6) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimlarini topamiz, 1-yechim quyidagicha ko'rinishda bo'ladi:

$$g_1 = \frac{a \cos[(\omega + 2)\eta + \beta]}{4(1 + \omega)} + \frac{a \cos[(\omega - 2)\eta + \beta]}{4(1 - \omega)}.$$

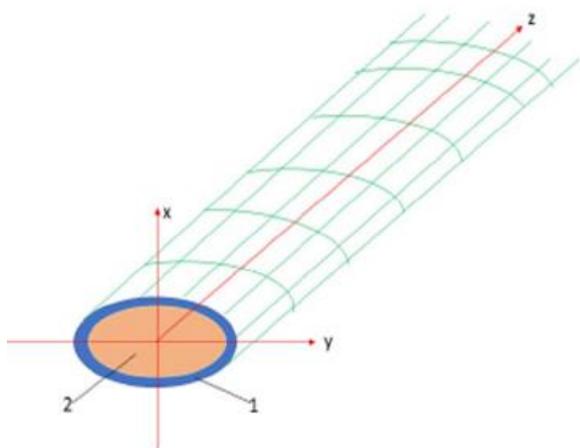
Qolgan yechimlar ham shunday topilib, umumiy holda Matye funksiyasi orqali ifodalanadi, bu yerda a va ω kompleks kattaliklar hisoblanadi. Matye funksiyalari qator ko'rinishida bo'lib, $q \rightarrow 0$ bo'lganda qator $q \rightarrow O(q^6)$ tartibli aniqlikka ega bo'ladi.

Matye funksiyalarini turlicha ko'rinishlari mavjud bo'lib, ular yordamida argumentga qiymat berib funksiyaning qiymati topiladi.



3-rasm. Matye funksiyasining ordinata parametri bo'yicha o'zgarishi.

Dissertatsiyaning “**Qovushqoq-elastik muhitda joylashgan ellips ko'ndalang kesimli to'ldiruvchili silindrik qobiqda xos to'lqin tarqalishi**” deb nomlangan uchinchi bobida to'ldiruvchili cheksiz uzun ellips ko'ndalang kesimli silindrik qobiqda xos to'lqin tarqalishi hamda qovushqoq-elastik muhitda joylashgan cheksiz uzun elliptik silindrik qobiqlarning tebranishlari masalasi ko'rilgan. Elliptik qobiqning harakat differensial tenglamasi qovushqoqlik nazariyasining Lamé tenglamasini qanoatlantiradi. Ularning sonli natijalari olingan va tahlil qilingan.



4-rasm. Hisob sxemasi. 1-elliptik silindrik qobiq, 2-to'ldiruvchi.

Bunda ham ko'chish, deformatsiya vektorlari va siljish potentsiallari elliptik koordinatalar sistemasida quyidagicha ifodalanadi:

$$u_\xi = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi_z}{\partial \eta} - J \frac{\partial \psi_\eta}{\partial z} \right), \quad u_\eta = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} - \frac{\partial \psi_z}{\partial \xi} + J \frac{\partial \psi_\xi}{\partial z} \right), \quad (18)$$

$$u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \psi_\eta}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi_\xi}{\partial \eta} \right) + \frac{c^2}{2J^3} (sh2\xi\psi_\eta - \sin 2\eta\psi_\xi).$$

$$\varepsilon_{\xi\xi} = \frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh2\xi}{2J^2} u_\xi, \quad \varepsilon_{\eta\eta} = \frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\eta, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad (19)$$

$$\varepsilon_{\xi\eta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \eta} + \frac{\partial u_\eta}{\partial \xi} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\xi + \frac{c^2 sh2\xi}{2J^2} u_\eta \right),$$

$$\varepsilon_{\xi z} = \frac{1}{2} \left(J \frac{\partial u_\xi}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \xi} \right), \quad \varepsilon_{\eta z} = \frac{1}{2} \left(J \frac{\partial u_\eta}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \eta} \right).$$

Umumlashgan Guk qonunidan operator kuchlanishlarni ham ko'chishlar yoki deformatsiyalar orqali ifodalash mumkin:

$$\sigma_{\xi\xi} = (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh2\xi}{2J^2} u_\xi \right) + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\eta + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \quad \sigma_{\xi z} = \bar{\mu} \left(J \frac{\partial u_\xi}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \xi} \right),$$

$$\sigma_{\xi\eta} = \bar{\mu} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\xi + \frac{\partial u_\eta}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh2\xi}{2J^2} u_\eta \right), \quad \sigma_{\eta z} = \bar{\mu} \left(J \frac{\partial u_\eta}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \eta} \right), \quad (20)$$

$$\sigma_{\eta\eta} = (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \left(\frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\eta \right) + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh2\xi}{2J^2} u_\xi + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right),$$

$$\sigma_{zz} = (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh2\xi}{2J^2} u_\xi + \frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\eta \right),$$

Bo'ylama va ko'ndalang to'lqin potentsiallari qo'yidagicha to'lqin tenglamasini va bir-biriga bog'liq bo'lgan xususiy hosilali differensial tenglamani qanoatlantiradi:

$$\frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = c_{\alpha 0}^{-2} \Gamma_{p\lambda}^{-1} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad \frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial z^2} = c_{s0}^{-2} \Gamma_{s\mu}^{-1} \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial t^2}. \quad (21)$$

bunda $\bar{c}_s^2 = c_s^2 \Gamma_\kappa$, $\bar{c}_p^2 = c_p^2 \Gamma_\kappa$, $\nabla^2 = \frac{1}{a^2 J} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) = \frac{1}{\bar{c}_s^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Yechimini quyidagi ko'rinishda izlaymiz:

$$\varphi_k(\xi, \eta, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(\xi, \eta) e^{\pm i\gamma_{p^z} z} e^{-i\omega t}, \quad \psi_{rk}(\xi, \eta, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_{nr}(\xi, \eta) e^{\pm i\gamma_{p^z} z} e^{-i\omega t}, \quad (22)$$

$$\psi_{\theta k}(\xi, \eta, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_{n\theta}(\xi, \eta) e^{\pm i\gamma_{p^z} z} e^{-i\omega t}, \quad \psi_{zk}(\xi, \eta, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_{nz}(\xi, \eta) e^{\pm i\gamma_{p^z} z} e^{-i\omega t}.$$

Agar (22) yechimni (21) ga qo'ysak, qo'yidagicha tenglamalar hosil bo'ladi:

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial \eta^2} + k_{1j}^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta) \Phi_j = 0, \quad \frac{\partial^2 \Psi_{\xi j}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{\xi j}}{\partial \eta^2} + k_{2j}^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta) \Psi_{\xi j} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_{\eta j}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{\eta j}}{\partial \eta^2} + k_{2j}^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta) \Psi_{\eta j} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Psi_{zj}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{zj}}{\partial \eta^2} + k_{2j}^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta) \Psi_{zj} = 0. \quad (23)$$

$$k_{1j}^2 = \frac{\rho_j \omega^2}{\bar{\lambda}_j + 2\bar{\mu}_j} = \frac{\omega^2}{c_{1j}^2 \Gamma_{pj}}, \quad k_{2j}^2 = \frac{\rho_j \omega^2}{\bar{\mu}_j} = \frac{\omega^2}{c_{2j}^2 \Gamma_{sj}}.$$

Elliptik koordinatalarda berilgan Φ_j va Ψ_j yechimni o'zgaruvchilarni ajratish usuli bilan yechib topamiz:

$$\Phi_j(\xi, \eta, z) = \sum_{k=1}^{\infty} F_{\phi_{jk}}(\xi) G_{\phi_{jk}}(\eta) Z_{\phi_{jk}}(z), \quad \Psi_{\xi j}(\xi, \eta, z) = \sum_{k=1}^{\infty} F_{\psi_{\xi jk}}(\xi) G_{\psi_{\xi jk}}(\eta) Z_{\psi_{\xi jk}}(z), \quad (24)$$

$$\Psi_{\eta j}(\xi, \eta, z) = \sum_{k=1}^{\infty} F_{\psi_{\eta jk}}(\xi) G_{\psi_{\eta jk}}(\eta) Z_{\psi_{\eta jk}}(z), \quad \Psi_{zj}(\xi, \eta, z) = \sum_{k=1}^{\infty} F_{\psi_{zjk}}(\xi) G_{\psi_{zjk}}(\eta) Z_{\psi_{zjk}}(z).$$

(23) tenglamani bittasini umumiy holda yechilishini ko'ramiz:

$$\frac{1}{F_{\phi_{jk}}(\xi)} \frac{d^2 F_{\phi_{jk}}(\xi)}{d\xi^2} + k_1^2 a \operatorname{ch} 2\xi = - \frac{1}{G_{\phi_{jk}}(\eta)} \frac{d^2 G_{\phi_{jk}}(\eta)}{d\eta^2} + k_1^2 a \cos 2\eta.$$

Bu ifodani ixtiyoriy A o'zgarmas songa tenglashtirsak quyidagi Matye tenglamasini olamiz:

$$\frac{d^2 F_{\phi_{jk}}(\xi)}{d\xi^2} + (b - 0.5a^2(k_1^2 - \gamma^2) \operatorname{ch} 2\xi) F_{\phi_{jk}}(\xi) = 0, \quad (25)$$

$$\frac{d^2 G_{\phi_{jk}}(\eta)}{d\eta^2} - (b - 0.5a^2(k_1^2 - \gamma^2) \cos 2\eta) G_{\phi_{jk}}(\eta) = 0, \quad \frac{d^2 Z_{\chi_{jk}}(z)}{dz^2} + \gamma^2 Z_{\chi_{jk}}(z) = 0.$$

Tenglamalarni chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimlarini topamiz.

$$\Phi_j = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n b e_n(\xi, q_p) c e_n(\eta, q_p) + B_n B e_n(\xi, q_p) s e_n(\eta, q_p)], \quad q_p = \frac{1}{4} \alpha^2 c^2 \quad (26)$$

$$\Psi_j = \sum_{n=1}^{\infty} [C_n b e_n(\xi, q) c e_n(\eta, q_s) + D_n B e_n(\xi, q) s e_n(\eta, q_s)], \quad q_s = \frac{1}{4} \beta^2 c^2$$

Qovushqoq-elastik muhitda joylashgan ellips ko'ndalang kesimli, to'ldiruvchili silindrik qobiqning tebranishlari harakat differensial tenglamasi elliptik kordinatalar sistemasida Lamé tenglamasini qanoatlantiradi, ko'chishlar bo'ylama va ko'ndalang to'lqin potentsiallari orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$u_{\xi k} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} - J \frac{\partial \psi_k}{\partial z} + \frac{\partial \chi_k}{\partial \eta} \right), \quad u_{\eta k} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} - \frac{\partial \chi_k}{\partial \xi} \right), \quad u_{zk} = \frac{\partial \varphi_k}{\partial z} + \left(\frac{1}{J} \frac{\partial \psi_k}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{c^2 \operatorname{sh} 2\xi}{J^3} \psi_k \right).$$

Qovushqoq-elastik muhitda joylashgan elliptik bo'shliqning tebranishlarini ko'ramiz. Uning harakat tenglamasi, qovushqoq-elastiklik nazariyasining tekis masalasi uchun ikkinchi bobda keltirilgan Lamé tenglamasidan foydalanib olinadi. Bo'shliq chegarasida kuchlanishlarni nol bo'lish sharti qo'yiladi:

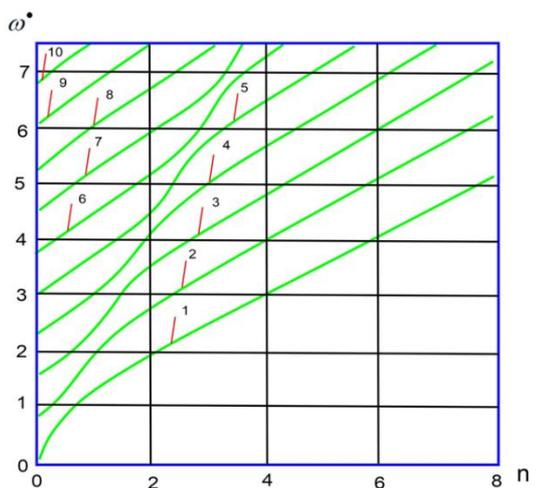
$$\begin{aligned} & [(\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{c^2 \operatorname{sh} 2\xi}{2J^2} u_{\xi} \right) + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\eta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)]_{\Gamma} = 0, \\ & [(\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \left(\frac{\partial u_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\eta} \right) + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{c^2 \operatorname{sh} 2\xi}{2J^2} u_{\xi} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)]_{\Gamma} = 0, \\ & \left[(\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{c^2 \operatorname{sh} 2\xi}{2J^2} u_{\xi} + \frac{\partial u_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\eta} \right) \right]_{\Gamma} = 0, \\ & \left[\bar{\mu} \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\xi} + \frac{\partial u_{\eta}}{\partial \xi} + \frac{c^2 \operatorname{sh} 2\xi}{2J^2} u_{\eta} \right) \right]_{\Gamma} = 0, \\ & \left[\bar{\mu} \left(J \frac{\partial u_{\xi}}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \xi} \right) \right]_{\Gamma} = 0, \quad \left[\bar{\mu} \left(J \frac{\partial u_{\eta}}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \eta} \right) \right]_{\Gamma} = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Ko'chish potentsiallari amplitudasi $\phi_n(r), \psi_n(r)$ Gelmgols tenglamalarini qanoatlantiradi: $\nabla^2 \phi_n + \alpha^2 \phi_n = 0, \quad \nabla^2 \psi_n + \beta^2 \psi_n = 0$ (28)

Gelmgols tenglamalarini yechimlari Matye funksiyasi orqali ifodalanadi:

$$(n^2 - 1)F_n(x)F_n(y) - (y^2 / 2)F_n(x) + F_n(y) + n^2 - (n^2 - y^2 / 2)^2 = 0 \quad (29)$$

bunda $F_n(x) = xce_n(x) / se_n(x), \quad n = 1, 2, 3...$



5-rasm. Tebranishlar chastotasi modalarining to'liq soniga bog'liq o'zgarishi.

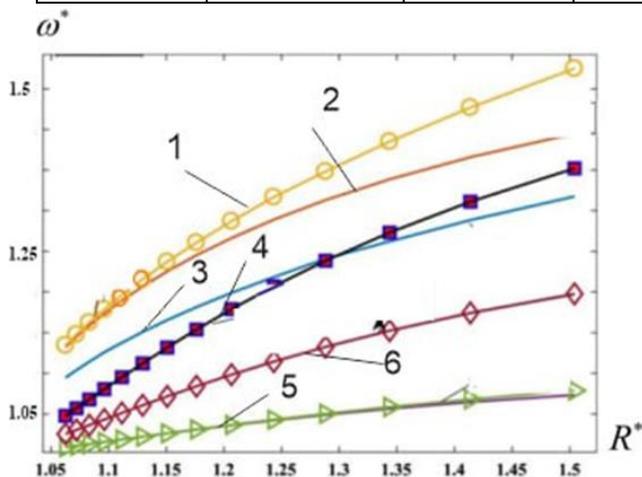
Kompleks chastotaning haqiqiy qismi mexanik sistemani tebranishlar chastotasini ifoda qilsa, mavhum qismi esa dempferlash (so'ndirish) koeffitsientini ifodalaydi. Rasmdan ko'rinib turibdiki n ortishi bilan chastotaning barcha modalari (haqiqiy va mavhum qismlari) oshib borar ekan.

Hisoblash natijalari $n \geq 0$ ($\nu_1 = 0,25$) uchun 1-jadvalda keltirilgan. Puasson koeffitsientining qiymati $0 \leq \nu \leq 0,4$ oraliqda o'zgariganda chastotaning haqiqiy va mavhum qismlari 27% gacha o'zgarishi topildi.

1-jadval.

Kompleks chastota haqiqiy qismining a/b ga bog'liq o'zgarishi

a	b	Xos sonlar (kompleks chastotaning haqiqiy qismi)				
		n=1	n=2	n=3	n=4	n=5
1	1/2	0,07905	0,65167	1,50936	3,46218	5,43207
2	1/4	0,07473	0,43828	1,32168	2,86028	4,01842
3	1/5	0,06762	0,32808	0,97892	2,37611	4,21306
4	1/6	0,07673	0,23246	0,78272	1,58962	3,58167
5	1/7	0,12446	0,292027	0,53273	1,47857	3,30665



6-rasm. Chastota haqiqiy qismining radiuslar nisbatiga bog'liq o'zgarishi.

1. n=5, 2. n=4, 3. n=3, 4. n=2, 5. n=1, 6. n=0.

Ko'rinib turibdiki, n ortishi bilan chastotaning barcha modalari (haqiqiy va mavhum qismlari) oshib borar ekan.

Ishlab chiqilgan algoritm va dasturni to'g'riligini tekshirish uchun (birinchi chastotani haqiqiy va mavhum qismlari) A. Umarovning cheksiz muhitda bo'shliq uchun olingan natijalari bilan solishtirildi. Natijalar deyarli 100% ustma-ust tushdi.

Dissertatsiyaning **“Qovushqoq-elastik muhitdagi elliptik silindrda garmonik to'lqin difraksiyasi”** deb nomlangan to'rtinchi bobida qovushqoq-elastik muhitdagi to'ldiruvchili elliptik silindrda garmonik to'lqin (P va SV) difraksiyasi masalasining qo'yilishi va yechish metodikasi keltirilgan.

Elliptik koordinatalar sistemasida urinma kuchlanishlar quyidagi ko'rinishni egallaydi

$$\sigma_{\xi z} = \frac{\bar{\mu}}{J} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \xi}, \quad \sigma_{\eta z} = \frac{\bar{\mu}}{J} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \eta}, \quad (30)$$

u_{θ} -siljishdagi ko'chish bo'lib quyidagi Gelmgols tenglamasini qanoatlantiradi:

$$\frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial^2 u_{\theta}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u_{\theta}}{\partial \eta^2} \right) + k_s^2 u_{\theta} = 0. \quad (31)$$

bu yerda $k_s^2 = \omega^2 \rho / \mu_0 \Gamma_{\mu}$, Elliptik silindrik bo'shliqni ichki sirtida urinma kuchlanish nolga teng bo'ladi: $\sigma_{\xi x_3} |_{\Gamma} = 0$ (32)

Tushuvchi garmonik tashqi to'lqinni qo'yidagi ko'rinishga olamiz:

$$u_{\theta 0} = A_p \exp[ik(x \cos \theta + y \sin \theta)] \quad (33)$$

bunda A_p - tushuvchi to'lqin amplitudasi, $k = k_s c / 2$. Bu tenglikni elliptik koordinatalar sistemasida ifodalasak qo'yidagicha bo'ladi

$$u_{\theta 0} = A_p \sum_{n=0}^{\infty} i^n [C e_n(\xi, q) c e_n(\eta, q) c e_n(\theta, q) + S e_{n+1}(\xi, q) s e_{n+1}(\eta, q) s e_{n+1}(\theta, q)] \quad (34)$$

Yuqorida keltirilgan (32) kompleks koeffitsientli xususiy hosilali differensial tenglama Matye tenglamasiga olib kelinadi va yechimi Matye funksiyasi orqali ifodalanadi:

$$u_{\theta 0} = \sum_{n=0}^{\infty} [C_n M e_n^{(1)}(\xi, q) c e_n(\eta, q) c e_n(\theta, q) + S_{n+1} N e_{n+1}^{(1)}(\xi, q) s e_{n+1}(\eta, q) s e_{n+1}(\theta, q)], \quad q = k^2. \quad (35)$$

2-jadvalda $(\sigma_{\eta x_3}^{\square})_{\max} = |\sigma_{\eta x_3} / 2\mu_0 A_p|$ ni ($k_s = 1.7$) δ va θ ga bog'liq o'zgarishi keltirilgan.

2-jadval.

Siljish kuchlanishining yarim o'qlar nisbatiga bogliq o'zgarishi

θ	$(\sigma_{\eta x_3}^{\square})_{\max}$		
	δ		
	0.005	0.50	0.80
0	0.8521	1.0271	1.2632
$\pi/3$	0.9727	1.0193	1.6984
$\pi/2$	0.5938	0.7048	1.2987

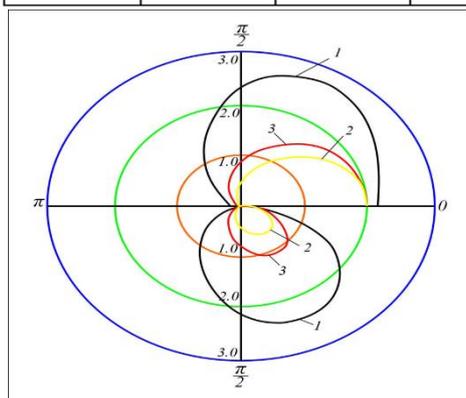
$\text{Re}(\sigma_{\eta x_3}^{\square})$ ni $\delta = 0.15$ va θ ga bog'liq o'zgarishi $\xi \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$ bo'lgan hol uchun 3- jadvalda keltirilgan.

3-jadval.

r / π	θ		
	0	$\pi / 3$	$\pi / 2$
0.10	0.0000	0.2951	0.4954
0.20	0.4893	0.0938	0.1962
0.30	0.8132	0.5617	1.0716
0.40	0.0148	0.7983	0.2733
0.50	0.8439	0.0274	0.0928
0.70	0.5761	0.5867	0.1867

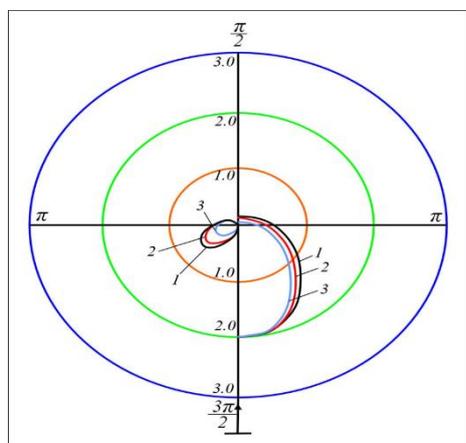
Siljish kuchlanishining haqiqiy qismining burchakka bogliq o'zgarishi.

Olingan natijalardan ko'rinib turibdiki ellipsning tushuvchi to'lqin tushadigan tomonida qorong'i tomoniga qaraganda kuchlanishlar 20% gacha ko'p bo'lishi topilgan.



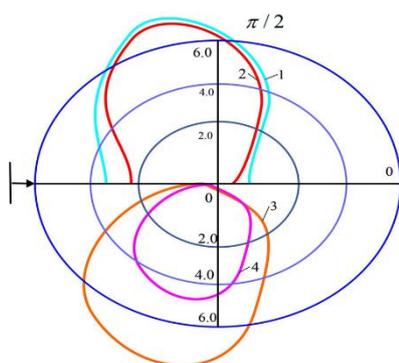
7-rasm. Radial (tepa qism: 1.b/a=0.40; 2.b/a=0.70; 3.b/a=0.95) va urinma kuchlanishlar (pastki qism: 1.b/a=0.40; 2. b/a=0.70 ; 3. b/a=0.95)ning ellips o'qlarining nisbatiga bogliq epyuralari ($q_c = 0.75$) P-to'lqin (ellipsning katta o'q bo'yicha tushganda) uchun keltirilgan.

Rasmdan ko'rinib turibdiki radius oshib borishi bilan kontur kuchlanishi asimptotikaga intilar ekan. Olingan natijalar uzun to'lqin soni sohasidan olingan. Natijalarni bo'ylama to'lqin ta'sir etganda ellips ko'ndalang kesimli silindr bilan solishtirildi. Maksimal radial va urinma kuchlanishlar farqi 20% gacha bo'lishi topilgan.



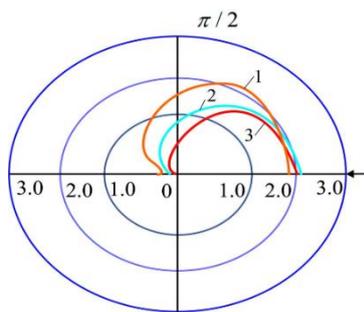
8-rasm. Radial (o'ng qism: 1.b/a=0.95; 2.b/a=0.70; 3.b/a=0.40) va urinma (chap qism: 1.b/a=0.95; 2.b/a=0.70; 3.b/a=0.40) kuchlanishlarning ellips o'qlarining nisbatiga bogliq epyuralari ($q_c = 0.75$) P- to'lqin (ellipsning kichik o'q bo'yicha tushganda) uchun keltirilgan.

Ko'rinib turibdiki radial kuchlanishlar maksimal kuchlanishlar bo'lib urinma kuchlanishlardan 3.5-4.0 barobar ko'p bo'lishi topilgan. Tushuvchi to'lqin katta o'q bo'yicha tushganda maksimal kuchlanish kichik o'q bo'yicha tushganga qaraganda 30% gacha ko'p bo'lishi topildi.



9-rasm. Radial (tepa qism) va urinma kuchlanishlar (pastki tomoni)ning ellips o'qlarining nisbati $b/a=0.15$ bo'lganda ning turli qiymatlari uchun epyuralari. P-to'lqin (ellipsning katta o'qi bo'yicha tushganda) keltirilgan: 1. $q_c = 0.45$; 2. $q_c = 1.45$; 3. $q_c = 0.45$; 4. $q_c = 1.45$;

Ko'rinib turibdiki radiuslar nisbatini kamayishi kuchlanishlarni oshishiga olib kelar ekan. Natijalar o'lchamsiz kontur kuchlanishini to'lqin soniga bog'liq o'zgarishi rasmda keltirildi. Kontur kuchlanishni



maksimal qiymati uzun to'liqin sohasini egallar ekan.

10-rasm. Radial (tepa qism) kuchlanishning ellips o'qlarining nisbati $b/a=0.76$ va $q_c=0.75$ bo'lganda, Puasson koeffitsentining turli qiymatlari uchun epyuralari P- to'liqin (ellipsning katta o'q bo'yicha $\theta=0$ tushganda) uchun keltirilgan:

1. $\nu=0.45$; 2. $\nu=0.25$; 3. $\nu=0.10$

Ko'rinib turibdiki radial kuchlanishlar Puasson koeffitsenti bo'yicha oshib borar ekan.

UMUMIY XULOSALAR

1. Garmonik yuklanishlar ta'sirida, ellips ko'ndalang kesim yuzali konstruksiyalarida dinamik kuchlanish va deformatsiyalarni, materiallarning qovushqoqlik xususiyatlarini e'tiborga olib, hisoblash uslubiyoti va algoritmi ishlab chiqilgan.

2. Muhit va konstruksiya materiallari qovushqoqligini hisobga olish dinamik yuklanish ta'sirida muhitda va konstruksiyada hosil bo'ladigan kuchlanishlarni 15 % gacha kamaytirish imkonini berishi aniqlangan.

3. Garmonik bo'ylama to'liqin ta'sirida eng katta kuchlanishlar kontur kuchlanishi bo'lib uzun to'liqinlar sohasida $\theta = 90^0$ va 270^0 , ko'ndalang to'liqin ta'sirida $\theta = 45^0$ va 135^0 larda erishishi aniqlandi.

4. Deformatsiyalanuvchan muhitda joylashgan elliptik ko'ndalang kesimli silindrik jismning xos tebranishlaridagi kompleks chastotasini bir nechta modasini (haqiqiy va mavhum qismlarini) geometrik parametrlarga nisbatan o'zgarishiga baho berildi. Qovushqoq-elastik muhitdagi elliptik to'ldiruvchili jismning kompleks chastotasining qiymati, elastik muhitdagi faza tezligining qiymatidan 10% gacha kam bo'lishi topildi.

5. Elliptik silindrik jismning ichki sirtida (bo'shliqda) maksimal kuchlanish kontur kuchlanishi bo'lar ekan. Ko'ndalang to'liqin ta'sirida bo'lgan kontur kuchlanishlari bo'ylama to'liqin ta'siridagi kontur kuchlanishlaridan 15- 20% ko'p bo'lishi aniqlandi.

6. Hisoblashlar shuni ko'rsatadiki, amplitudaning fiksirlangan (qayd qilingan) qiymatida tushadigan to'liqinning ta'sir etish davrida ko'chishlar va kuchlanishlar ham muhitning akustik parametrlari oshishi bilan, oshib borar ekan.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЁНЫХ СТЕПЕНЕЙ
PhD.03/2025.27.12.FM/Т.16.02 ПРИ БУХАРСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

**БУХАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

АХМЕДОВ ОЛИМЖОН САМАДОВИЧ

**ДИФРАКЦИЯ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В ВЯЗКОУПРУГОЙ
ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим
наукам

Бухара – 2026

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована за номером B2025.3.PhD/FM1356 в Высшей Аттестационной комиссии при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан.

Диссертация выполнена в Бухарском государственном техническом университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекском, русском, английском (резюме)) размещен на веб-странице Бухарского государственного технического университета (www.bsti.uz) и на Информационно образовательном портале "ZiyoNet" (www.ziyo.net)

Научный руководитель: **Тешаев Мухсин Худойбердиевич**
доктор физико-математических наук (DSc), профессор

Официальные оппоненты: **Мирзаев Ибрахим**
доктор физико-математических наук, профессор

Индиаминов Равшан Шукурович
доктор физико-математических наук, профессор

Ведущая организация: **Международный казахско-турецкий университет имени Ходжа Ахмада Яссави город Туркестан Республики Казахстан**

Защита диссертации состоится 23 января 2026 года в 9⁰⁰ на заседании Научного совета PhD.03/2025.27.12.FM/T.16.02 по присуждению учёных степеней при Бухарском государственном техническом университете. (Адрес: 100118, г.Бухара, ул.Каюма Муртазаева, д. 15, ауд. 218. Тел.: (+99865) 223-78-84; факс: (+99865) 223-79-72, e-mail: bsti_info@edu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Бухарского государственного технического университета (регистрационный номер № 411). (Адрес: 100118, г.Бухара, ул.Каюма Муртазаева 15. Тел.: (+99865) 223-78-84).

Автореферат диссертации разослан 7 января 2026 г.
(протокол рассылки № 9 от 28 октября 2025 г.).



Б.С. Рахманов.
Председатель Ученого совета по присуждению ученых степеней, доктор технических наук (DSc), профессор.

Р.А.Сабирова
Ученый секретарь Ученого совета по присуждению ученых степеней, доктор философии по физико-математическим наукам (PhD).

З.И. Болтаев
Председатель научного семинара при Ученом совете по присуждению ученых степеней, доктор физико-математических наук (DSc), профессор.

ВВЕДЕНИЕ (аннотация к докторской (PhD) диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. В мире изучение динамического состояния конструкций с поперечным сечением, не имеющим форму кругового кольца, и проблем динамического напряженно-деформированного состояния, возникающего под воздействием внешних сил, а также применение полученных результатов на практике занимают одно из ведущих мест. Для снижения динамических напряжений и деформаций, возникающих в упругих и вязкоупругих растягивающих слоях, являющихся конструктивными элементами подземных коммуникационных трубопроводов и тоннелей по всему миру, исследования по изучению и оценке динамики волновых нагрузок в них требуют внедрения данной системы. В связи с этим, поскольку цилиндрические оболочки с эллиптическим поперечным сечением широко применяются в авиастроении, машиностроении и технике, актуальной является разработка методики, гарантирующей стабильность показателей, создающих условия для снижения их колебаний и использование ее результатов.

Во всем мире ведутся исследования по изучению воздействия и распространения волн на цилиндрические тела различного поперечного сечения, по снижению вызываемого ими неблагоприятного воздействия и повышению устойчивости тел, подверженных деформациям. В этой связи особое внимание уделяется решению динамических задач, направленных на повышение прочности длинных цилиндрических тел с различными формами поперечного сечения и продление срока их службы, а также разработке ресурсоэффективных устройств путем выбора ядра релаксации и его параметров, характеризующих вязкоупругие свойства неоднородных тел.

Различное сечение подземных сооружений (трубопроводов и тоннелей) на территории нашей Республики по-разному влияет и на величину сейсмических сил, которым они подвергаются. Также проводятся комплексные мероприятия по повышению долговечности цилиндрических полимерных, железобетонных и металлических оболочек, имеющих многослойную структуру, сложные физические свойства и взаимодействующих с окружающей средой и достигаются определенные результаты. В Указе Президента Республики Узбекистан № ПФ-60 от 28 января 2022 года «О стратегии развития Нового Узбекистана на 2022-2026 годы» определяет важные задачи, в том числе «...уделено особое внимание строительству объектов инженерной, коммуникационной и социальной инфраструктуры на основе «точек роста» регионов...»². При выполнении этих задач большое значение имеет создание усовершенствованных математических моделей, описывающих процессы напряжений и деформаций цилиндрических тел с заполнителями, различной формы поперечного сечения, находящихся в вязкоупругой среде.

Данная диссертационная работа в определенной степени служит

² Указ Президента Республики Узбекистан от 28 января 2022 года № УП-60 «О Стратегии развития нового Узбекистана на 2022-2026 годы»

выполнению задач, поставленных в постановлениях Президента Республики Узбекистан № УП-144 от 30 мая 2022 г. «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы сейсмической безопасности Республики Узбекистан», № ПП-158 от 16 мая 2023 г. «О дополнительных мерах по дальнейшему совершенствованию системы сейсмической безопасности населения и территории Республики Узбекистан» и в Постановлении Президента Республики Узбекистан № ПП-161 от 17 апреля 2024 г. «О мерах по повышению сейсмостойкости зданий и сооружений и совершенствованию деятельности по мониторингу сейсмической опасности», а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к этим областям деятельности.

Соответствие исследований приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данная исследовательская работа выполнена в рамках приоритетного направления развития науки и технологий республики IV. «Математика, механика, сейсמודинамика сооружений и информационные технологии».

Степень изученности проблемы. Теоретические и экспериментальные научные исследования по проблемам колебаний вязкоупругих конструкций и их конструктивных элементов с эллиптическим поперечным сечением, дифракции волн в них и их собственных колебаний при взаимодействии с окружающей средой проводились известными учеными из ведущих университетов и научно-исследовательских институтов мира, как Ильюшин А.А., Бреховских Л.В., Викторов И.А., Горшков А.Г., Вольмир А.С., Генкин М.Д., Шемякин Е.И., Гузь А.Н., Гринченко В.Т., Комиссарова Г.Л., Нигуль У.К., Гоголадзе В.Г., Трояновский И.Е., Кийко И.А., Молотков Л.А., Новичков Ю.И., Петрашень Г.И., Крауклис П.В., Фролов К.В., Антонов А.Н., Матвеев В.П., Шардаков И.Н., Старовойтов Е.И., Анофрикова Н.С., Майкер Т., Мейцлер А., Дэвис Р.М., Митра Р., Кольский Г., Уайт Т., Ахенбах Дж.Д., Шафер Б.В., Сан Р.И. и другими.

В решении этой проблемы внесли свой вклад узбекские ученые Рахматулин Х.А., Уразбоев М.Т., Ширинкулов Т.Ш., Кабулов В.К., Рашидов Т.Р., Мубораков Ё.Н., Мардонов Б.М., Султанов К.С., Маматкулов Ш.М., Мирсаидов М.М., Бадалов Ф.Б., Ходжиметов Г.Х., Ишанходжаев А.А., Мавлонов Т.М., Абдусатторов А., Сафаров И.И., Худойназаров Х., Хасанов Б.Э., Тешаев М.Х., Бозоров М.Б., Эшматов Х., Юлдашев Ш.С., Абдукодиров С., Буриев А., Усаров М., Абдурашидов А., Болтаев З.И. и другие, которые совершенствовали методы определения динамических напряженно-деформируемых состояний с учетом реологических свойств материалов, дифракции вязкоупругих и акустических волн в цилиндрических и сферических телах, взаимодействующих с окружающей средой.

В их работах в основном исследовалась проблема дифракции упругих волн в цилиндрических телах с кольцевым поперечным сечением, расположенных в упругой среде. Асимптотические решения были получены с использованием специальных функций для задачи дифракции плоских упругих волн в цилиндрической полости, заполненной идеальной жидкостью. Эти исследования проводились преимущественно учеными из

США, России, Украины и Китая. По некоторым вопросам также были получены определенные численные результаты. Однако исследование дифракции волн в однородных цилиндрических телах, учитывающее реологических свойств материала, до сих пор не получило решения, и в этой области остается ряд проблем. В рамках подобных проблем не проводилось сравнение результатов (приближенных и точных), полученных на основе различных теорий, учитывающих выбор ядер релаксации и их параметров, которые описывают вязкоупругие свойства кусочно-однородных диссипативных и неоднородных тел, а также не были указаны пределы применения этих теорий.

Связь диссертационного исследования с научными планами высшего учебного заведения, в котором выполнена диссертация. Данное диссертационное исследование проводилось в рамках программы «Математическое моделирование физико-механических процессов», реализация которой запланирована на 2022-2025 годы кафедрой «Точных наук» Бухарского государственного технического университета.

Целью исследования является разработка усовершенствованной математической модели и алгоритма численного решения на основе методов волновой динамики для решения задач дифракции гармонических волн в цилиндрических телах с поперечным сечением в виде эллипса с заполнителем, расположенных в вязкоупругой среде.

Задачи исследования:

разработка математической постановки, методики решения и алгоритм задачи воздействия волн на цилиндрические тела с эллиптическим поперечным сечением с заполнителем, находящиеся в вязкоупругой среде, с учетом вязкоупругих свойств материалов;

разработка математической постановки, алгоритма и методики решения задач колебаний цилиндрических тел с эллиптическим вязкоупругим поперечным сечением и заполнителем с учетом вязкоупругих свойств материала;

нахождение и сравнение собственных частот цилиндрических тел с вязкоупругим сечением эллипса с заполнителем;

сравнительная оценка динамических напряжений и изменений деформаций при гармоническом волновом нагружении цилиндрической оболочки с эллиптическим поперечным сечением и заполнителем, находящимся в вязкоупругой среде.

В качестве **объекта исследования** было выбрано вязкоупругое цилиндрическое тело с заполнителем и цилиндрической полостью с эллиптическим поперечным сечением.

Предметом исследования является совершенствование математической модели и алгоритма численного решения задачи воздействия волн на цилиндрические тела с эллиптическим поперечным сечением и заполнителями, находящимися в вязкоупругой среде, с учетом реологических свойств и геометрических параметров материалов.

Методы исследования. В процессе исследования были использованы методы нахождения решений с помощью специальных функций механики деформируемого твердого тела и математической физики для решения интегро-дифференциальных уравнений с частными производными механики деформируемого твердого тела, интегральные преобразования Фурье, методы численного решения Мюллера, Гаусса и Ромберга.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

впервые на основе гипотез теории вязкоупругости и интегро-дифференциального уравнения Ламе осуществлена математическая постановка задач и разработаны методика и алгоритм исследования динамического напряженно-деформированного состояния деформируемого цилиндрического тела эллиптического сечения с заполнителем под воздействием стационарных (и нестационарных) волн при полном контакте с вязкоупругой средой;

установлено, что частота собственных колебаний возрастает с ростом волнового числа по закону, близкому к экспоненциальному, причем действительные и мнимые части частот монотонно изменяются до 27% при изменении коэффициента Пуассона среды в диапазоне $0 \leq \nu \leq 0,4$;

установлено, что изменение действительных и мнимых частей собственных частот оболочки с эллиптическим поперечным сечением и заполнителем, находящимся в полном контакте с вязкоупругой средой, в зависимости от соотношения большой и малой оси (радиусов) эллипса (для структурно-однородной механической системы) возрастает по закону логарифмической функции и асимптотически приближается к частоте цилиндра с кольцевым поперечным сечением;

установлено, что разница между максимальными радиальными и касательными напряжениями в длинноволновой области достигает 20%, при воздействии стационарной волны на оболочку с эллиптическим поперечным сечением и заполнителем, находящимся в полном контакте с вязкоупругой средой. Установлено, что статические напряжения в длинноволновой области на 15–20% меньше динамических.

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

разработаны методы расчета прочности цилиндрических тел с эллиптическим поперечным сечением с заполнителем, напряжениям и деформациям, вызванными волновым нагружением в деформируемой среде;

решена задача нахождения конечного числа мод комплексных частот в спектральной задаче;

определено распределение напряжений в деформируемой среде и цилиндрическом теле с эллиптическим поперечным сечением, с заполнителем при продольном и поперечном нагружении.

Достоверность полученных результатов обоснована корректной постановкой спектральной краевой задачи, строгостью полученных математических выражений, использованием обоснованных методов решения и оценкой точности решений, а также сравнением с решениями

математических задач в другой постановке.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научное значение результатов исследования заключается во внесении существенного вклада в развитии теории волнового нагружения и дифракции волн в цилиндрических телах с поперечным сечением в виде эллипса с заполнителями, расположенными в деформируемой среде.

Практическая значимость результатов исследований определяется тем, что они дают возможность изучить новые закономерности оценки напряженно-деформированного состояния, возникающего в окружающей среде и в деформирующемся эллиптическом теле под действием нагрузок, а разработанные методы и вычислительные программы служат для решения и исследования практических задач.

Внедрение результатов исследования. На основе полученных результатов по методам и алгоритмам расчета с учетом научных основ дифракции гармонических волн в эллиптической оболочке с вязкоупругим заполнителем:

методы управления вырабатываемой энергии путем выбора оптимальных параметров, предотвращающих резонансных явлений, использованы в инновационном проекте № ИЛ-21071166 по теме «Создание ветровой турбины с вертикальной осью вращения, рассчитанной на низкие скорости ветра», выполненном в Институте механики и сейсмостойкости сооружений Академии наук Республики Узбекистан в 2020-2024 годах (справка Института механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз № 16033 от 2 декабря 2025 г.). В результате определены границы резонансных областей пластин внутри турбины, зависящих от скорости и частоты ветра;

использованы для обеспечения сейсмической прочности подземных сооружений в инфраструктуре жилых зданий в сельской местности и для предварительного определения резонансных зон, образующихся под воздействием сейсмических волн в инновационном проекте № ИЛ-5321091543 «Сейсмостойкость жилых зданий в сельской местности Таджикистана» (Международный проект Азиатского банка развития), реализуемом в Ургенчском государственном университете в 2020-2023 годах (Справка №03-215/2 Ургенчского государственного университета от 03.12.2025 г.). В результате появилась возможность снижения амплитуды напряжения в подземных сооружениях до 15%, исходя из правильного подбора параметров,

Опубликованность результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 13 научных работ, из них 5 статей опубликованы в научных изданиях, рекомендованных к публикации Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан по основным научным результатам диссертаций на соискание ученой степени доктора философии (PhD), в том числе 3 в республиканских и 2 в зарубежных изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы и приложений. Общий объем диссертации составляет 96 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** обоснованы актуальность и востребованность диссертационного исследования, формулируются цели и задачи, объекты и предметы исследования. Показано соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий в Республике Узбекистан, описаны научная новизна и практические результаты исследования. Обоснована достоверность полученных результатов, подчеркнута их научная и практическая значимость. Приводится информация о внедрении результатов исследования, апробации работы, об опубликованных работах, структуре и объеме диссертации.

В первой главе диссертации под названием «**Анализ литературы по дифракции гармонических волн на вязкоупругом эллиптическом цилиндре, расположенном в бесконечной среде**» представлен краткий анализ литературы по исследованию дифракции гармонических волн в вязкоупругих эллиптических цилиндрических оболочках. На основании анализа литературы сделан вывод о том, что по-прежнему актуальным является изучение нагружения и дифракции гармонической волны в цилиндрическое тело, находящееся в полном контакте с окружающей средой. Показана важность создания теоретической базы, формулировки краевой задачи, разработки методики решения, алгоритма и программы решения этой задачи.

Во второй главе диссертации под названием «**Постановка, методика и алгоритм решения задач распространения собственной волны и нагружения гармонической волны на эллиптический цилиндр с заполнителем в вязкоупругой среде**» представлены задача гармонического волнового нагружения и распространения собственных волн на эллиптический цилиндр с заполнителем в вязкоупругой среде, методика и алгоритм решения. Задачи представляют собой линейные задачи теории вязкоупругости, а волновые уравнения, выраженные через потенциалы перемещения были получены из уравнения Ламе посредством подстановки Грина-Лэмба, а их решения были выражены через функцию Матье.

Положим, что на эллиптический цилиндр с заполнителем, находящийся в однородной, изотропной, вязкоупругой среде, действует гармоническая (P и SH) волна. Схема расчета представлена на рис. 1а,б.

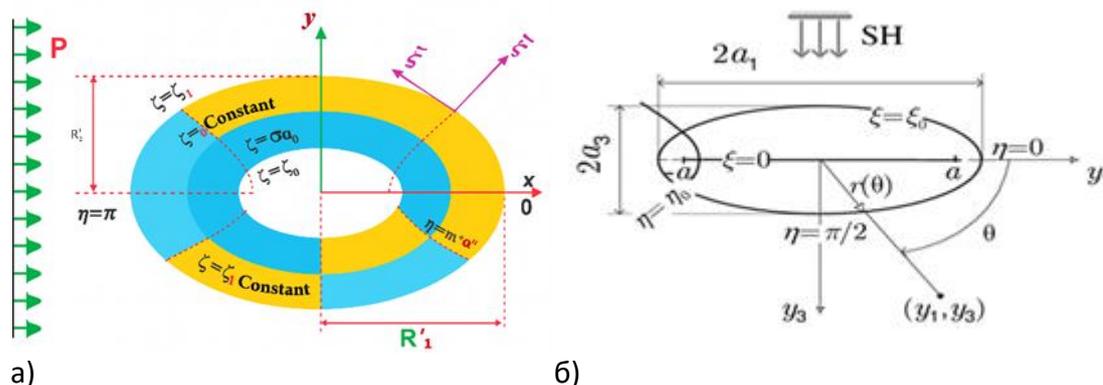


Рис. 1. Схема эллиптической цилиндрической оболочки с заполнителем.

Интегро-дифференциальные уравнения движения эллиптического цилиндра в частных производных выражаются уравнениями оболочки и заполнителя:

$$(\tilde{\lambda}_j + 2\tilde{\mu}_j)\text{grad div } \vec{u}_j - \tilde{\mu}\text{rotrot } \vec{u}_j + \vec{b}_j = \rho_j \frac{\partial^2 \vec{u}_j}{\partial t^2}, \quad (j=1,2) \quad (1)$$

$$\tilde{\lambda}_j f(t) = \lambda_{0j} \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_\lambda^{(i)}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right], \quad \tilde{\mu}_j f(t) = \mu_{0j} \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_\mu^{(i)}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right]$$

где $f(t)$ – произвольная непрерывная функция времени; $R_\lambda^{(i)}(t-\tau)$ и $R_\mu^{(i)}(t-\tau)$ – ядра релаксации оболочки; λ_{0j} , μ_{0j} – мгновенные модули эластичности.

Если в среде находится цилиндрическая оболочка с жидкостью, то уравнения движения будут следующими:

$$(\tilde{\lambda}_1 + 2\tilde{\mu}_1)\text{grad div } \vec{u}_1 - \tilde{\mu}\text{rotrot } \vec{u}_1 + \vec{b}_1 = \rho_1 \frac{\partial^2 \vec{u}_1}{\partial t^2}, \quad (2)$$

$$L\tilde{E}\vec{u} = \frac{(1-\nu_0^2)}{E_0 h_0} \vec{p} + \rho_0 \frac{(1-\nu_0^2)}{E_0} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \right), \quad \Delta \phi_0 - \frac{1}{c^2} \ddot{\phi}_0 = 0,$$

где

$$\tilde{E}f(t) = E_{01} \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_E(t-\tau) f(\tau) d\tau \right],$$

$$L = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1-\nu_0}{2R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} & \frac{1+\nu_0}{2R} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} & \frac{\nu_0}{R} \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1+\nu_0}{2R} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} & \frac{1+\nu_0}{2} (1+4a) \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (1+a) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} & \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - a(2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial \theta} - \frac{a}{R^2} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \\ \frac{\nu}{R} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - a(2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial \theta} - \frac{a}{R^2} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} & \frac{1}{R^2} + a \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)^2 \end{pmatrix}.$$

$\vec{u}(u_r, u_\theta, u_z)$ – вектор перемещения оболочки.

Вышеизложенные материалы можно также рассмотреть в эллиптической системе координат, которая выглядит как на рис. 2.

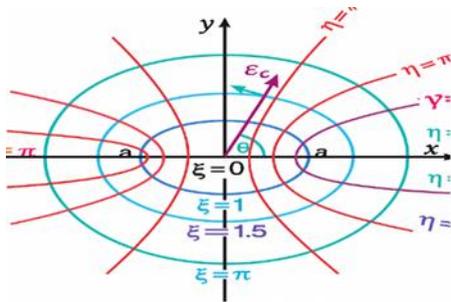


Рис. 2. Схема расчета цилиндра в эллиптических координатах.

Задача решена в эллиптической системе координат. Связь ее с декартовой системой координат представляется следующим образом:
 $x = csh\xi \cos \eta, 0 \leq \xi < \infty, \quad y = csh\xi \sin \eta, 0 \leq \eta \leq 2\pi, \quad z = z, -\infty < z < \infty, \quad c^2 = a^2 - b^2 \quad (3)$

Условие плотного крепления между слоями:

$$\begin{aligned} \sigma_{\xi\xi 1} |_{\Sigma_1} &= \sigma_{\xi\xi 2} |_{\Sigma_1}, & \sigma_{\xi\eta 1} |_{\Sigma_1} &= \sigma_{\xi\eta 2} |_{\Sigma_1}, & \sigma_{\xi z 1} |_{\Sigma_1} &= \sigma_{\xi z 2} |_{\Sigma_1}, \\ u_{\xi 1} |_{\Sigma_1} &= u_{\xi 2} |_{\Sigma_1}, & \mathcal{G}_{\eta 1} |_{\Sigma_1} &= \mathcal{G}_{\eta 2} |_{\Sigma_1}, & w_{z 1} |_{\Sigma_1} &= w_{z 2} |_{\Sigma_1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Пусть поверхность Σ_2 также не имеет напряжений на эллиптической поверхности поперечного сечения:

$$\sigma_{\xi\xi 2}|_{\Sigma 2} = 0; \quad \sigma_{\xi\eta 2}|_{\Sigma 2} = 0; \quad \sigma_{\xi z 2}|_{\Sigma 2} = 0. \quad (5)$$

Накладывается условие, определяющее затухание волн на бесконечности и предельную амплитуду ее перемещения. Падающая волна, показанная выше (рис.1), также отражается. Потенциалы падающей плоской продольной и поперечной волны выражаются как:

$$\begin{aligned} \varphi^{(p)} &= \varphi_0 e^{i\alpha(ch\xi \cos\eta \cos\theta_0 + sh\xi \sin\eta \sin\theta_0 - c_p t)}, \\ \psi^{(p)} &= \psi_0 e^{i\beta(ch\xi \cos\eta \cos\theta_0 + sh\xi \sin\eta \sin\theta_0 - c_s t)}, \quad \alpha c_p = \beta c_s = \omega, \end{aligned} \quad (6)$$

Векторное уравнение эллиптического цилиндра является интегро-дифференциальным уравнением в частных производных и имеет вид:

$$(\tilde{\lambda}_1 + 2\tilde{\mu}_1) \text{grad div } \vec{u}_1 - \tilde{\mu} \text{rot rot } \vec{u}_1 = \rho_1 \frac{\partial^2 \vec{u}_1}{\partial t^2}.$$

Требуется выполнение условий (5) - равенства нулю напряжений на внешней поверхности цилиндра.

Векторы перемещения цилиндрического тела и среды имеет вид:

$$\vec{u}_j = \text{grad } \varphi_j + \text{rot } \vec{\psi}_j, \quad \text{div } \vec{\psi}_j = 0. \quad (7)$$

Следовательно, продольный φ_j и поперечный $\vec{\psi}_j(0, \psi, \chi)$ волновые потенциалы удовлетворяют следующим интегро-дифференциальным уравнениям:

$$\begin{aligned} \nabla^2(\varphi, \psi, \chi) - \int_{-\infty}^t R_{\varphi, \psi, \chi}(t - \tau) \nabla^2(\varphi(\tau), \psi(\tau), \chi(\tau)) d\tau &= \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\varphi, \psi, \chi), \quad (8) \\ \text{где } \nabla^2 &= \left[\frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right], \quad J^2 = \frac{c^2}{2} (ch 2\xi - \cos 2\eta). \end{aligned}$$

Выражение (7) в векторной форме можно записать через компоненты перемещения следующим образом:

$$u_\xi = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - J \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \chi}{\partial \eta} \right), \quad u_\eta = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} - \frac{\partial \chi}{\partial \xi} \right), \quad u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \left(\frac{1}{J} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{c^2 sh 2\xi}{J^3} \psi \right). \quad (9)$$

Аналогично компоненты деформации можно выразить в эллиптических координатах через компоненты перемещения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\xi\xi} &= \frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh 2\xi}{2J^2} u_\xi, \quad \varepsilon_{\eta\eta} = \frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\eta, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ \varepsilon_{\xi\eta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \eta} + \frac{\partial u_\eta}{\partial \xi} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\xi + \frac{c^2 sh 2\xi}{2J^2} u_\eta \right), \\ \varepsilon_{\xi z} &= \frac{1}{2} \left(J \frac{\partial u_\xi}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \xi} \right), \quad \varepsilon_{\eta z} = \frac{1}{2} \left(J \frac{\partial u_\eta}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \eta} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Исходя из обобщенного закона Гука, операторные напряжения также можно выразить через перемещения или деформации:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\xi\xi} &= (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh 2\xi}{2J^2} u_\xi \right) + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\eta + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \\
\sigma_{\xi\eta} &= \bar{\mu} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\xi + \frac{\partial u_\eta}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh 2\xi}{2J^2} u_\eta \right), \quad \sigma_{\xi z} = \bar{\mu} \left(J \frac{\partial u_\xi}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \xi} \right) \\
\sigma_{\eta\eta} &= (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \left(\frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\eta \right) + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh 2\xi}{2J^2} u_\xi + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \\
\sigma_{zz} &= (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh 2\xi}{2J^2} u_\xi + \frac{\partial u_\eta}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_\eta \right), \quad \sigma_{\eta z} = \bar{\mu} \left(J \frac{\partial u_\eta}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \eta} \right)
\end{aligned} \tag{11}$$

Интегральный член в (8) считается малой величиной, поэтому можно принимать $f(t) = \psi(t)e^{-i\omega_R t}$. Это соответствует небольшим линейным колебаниям. Здесь $\psi(t)$ - медленно меняющаяся функция времени, ω_R - действительная величина. Имеется возможность использования метода замораживания, разработанного А. Филатовым и Р.М. Сунчалиевым. Тогда интегро-дифференциальное уравнение (1) принимает следующий вид:

$$\bar{E}f = E \left[1 - \Gamma^C(\omega_R) - i\Gamma^S(\omega_R) \right] f \tag{12}$$

где $\bar{E}_\kappa = E_\kappa(1 - \Gamma_\kappa^*)$, $\tilde{v}_\kappa = v_\kappa + \frac{1-2\nu_\kappa}{2} \Gamma_\kappa^*$, $\Gamma_\kappa^* f(t) = m_\kappa \int_{-\infty}^t \mathcal{E}_{-1/2}^{(\kappa)}(-\beta_n, t-\tau) f(\tau) d\tau$

$\Gamma^C(\omega_R) = \int_0^\infty R(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau$, $\Gamma^S(\omega_R) = \int_0^\infty R(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau$ - косинус и синус образы

Фурье ядра релаксации материала, соответственно. При применении метода замораживания к системе интегро-дифференциальных уравнений (8) система принимает следующий вид:

$$\nabla^2 \begin{pmatrix} \varphi \Gamma_{p\lambda} \\ \psi \Gamma_{s\mu} \\ \chi \Gamma_{s\mu} \end{pmatrix} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{pmatrix} c_{\alpha 0}^{-2} \varphi \\ c_{s 0}^{-2} \psi \\ c_{s 0}^{-2} \chi \end{pmatrix}, \tag{13}$$

где $c_{\alpha 0}^2 = (\lambda_0 + 2\mu_0) / \rho$, $c_{s 0}^2 = \mu_0 / \rho$, $\Gamma_{p\lambda} = 1 - \Gamma_\lambda^c(\omega_R) - i\Gamma_\lambda^s(\omega_R)$, $\Gamma_{s\mu} = 1 - \Gamma_\mu^c(\omega_R) - i\Gamma_\mu^s(\omega_R)$

Теперь уравнения (13) можно записать в следующем виде:

$$\frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = c_{\alpha 0}^{-2} \Gamma_{p\lambda}^{-1} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad \frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial z^2} = c_{s 0}^{-2} \Gamma_{s\mu}^{-1} \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial t^2}. \tag{14}$$

Будем искать решение уравнения, выраженного в эллиптических координатах (координаты перемещения), выраженное через гармонические функции, в следующем виде:

$$\varphi_j = R_j e^{i\omega t} \Phi_j(\xi, \eta), \quad \vec{\psi}_j = R_j e^{i\omega t} \vec{\Psi}_j(\xi, \eta),$$

Тогда в новых координатах основные волновые уравнения принимают следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial \eta^2} + k_{1j}^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta) \Phi_j = 0, \quad \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial \eta^2} + k_{2j}^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta) \Psi_j = 0. \tag{15}$$

где $k_{1j}^2 = \frac{\rho_j \omega^2}{(\lambda_{0j} + 2\mu_{0j})\Gamma_{p\lambda j}} = \frac{\omega^2}{c_{\alpha 0j}^2 \Gamma_{p\lambda j}}$, $k_{2j}^2 = \frac{\rho_j \omega^2}{\mu_{0j} \Gamma_{s\mu j}} = \frac{\omega^2}{c_{s0j}^2 \Gamma_{s\mu j}}$.

При применении метода разделения переменных решения Φ и Ψ в эллиптических координатах выражаем в виде произведений $F(\xi)G(\eta)$. Тогда первое уравнение (15) можно записать в следующем виде:

$$\frac{1}{F(\xi)} \frac{d^2 F}{d\xi^2} + k_1^2 c h^2 \xi = -\frac{1}{G(\eta)} \frac{d^2 G}{d\eta^2} + k_1^2 \cos^2 \eta. \quad (16)$$

Если приравнять стороны равенства к произвольной константе A , то получим:

$$\frac{d^2 F(\xi)}{d\xi^2} + (k_1^2 c h^2 \xi - A)F(\xi) = 0, \quad \frac{d^2 G(\eta)}{d\eta^2} - (k_1^2 \cos^2 \eta - A)G(\eta) = 0. \quad (17)$$

Эти уравнения являются уравнениями Матье, находим решения, удовлетворяющие граничным условиям (5)-(6). Решение первого уравнения выглядит так:

$$g_1 = \frac{a \cos[(\omega + 2)\eta + \beta]}{4(1 + \omega)} + \frac{a \cos[(\omega - 2)\eta + \beta]}{4(1 - \omega)}.$$

Остальные решения находятся таким же образом, которые выражаются функцией Матье, где a и ω – комплексные величины. Функции Матье имеют форму ряда, и когда $q \rightarrow 0$ они являются рядами, которые имеют точность $q \rightarrow O(q^6)$ порядка.

Существуют различные формы функций Матье, которые используются для нахождения значения функции путем присвоения значения аргументу.

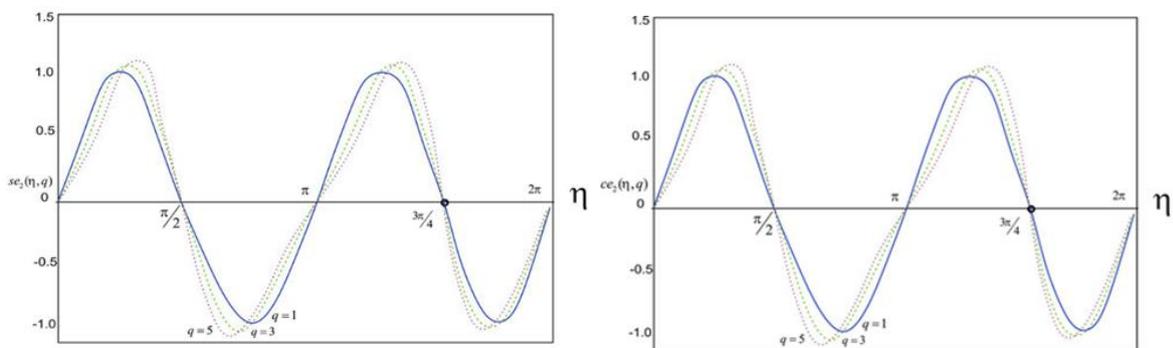


Рис. 3. Изменение функции Матье по параметру ординаты

В третьей главе диссертации под названием «**Распространение собственной волны в оболочке с эллиптическим поперечным сечением и заполнителем, находящейся в вязкоупругой среде**» рассматриваются задачи распространения собственных волн в бесконечно длинной эллиптической оболочке с заполнителем и колебания бесконечно длинных эллиптических цилиндрических оболочек, находящихся в вязкоупругой среде. Дифференциальные уравнения движения эллиптической оболочки удовлетворяет уравнению Ламе теории вязкоупругости. Были получены и проанализированы численные результаты.

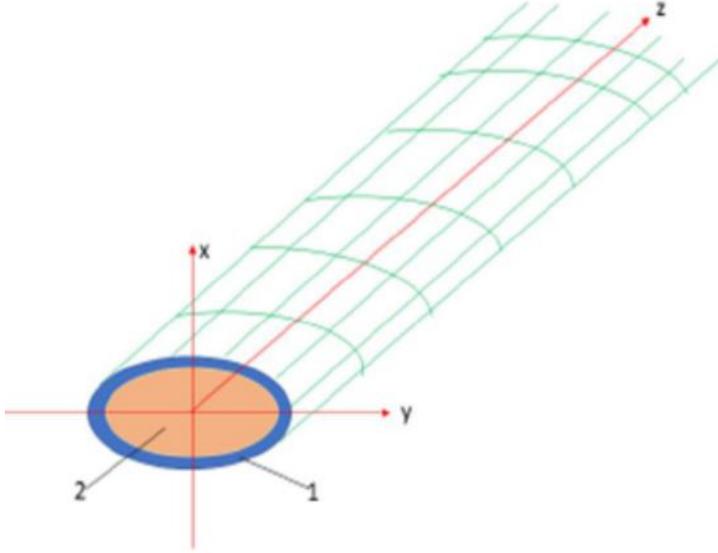


Рис. 4. Схема счета.
1-эллиптическая
цилиндрическая оболочка,
2-заполнитель.

В эллиптической системе координат перемещения, деформации и потенциалы перемещений выражены следующим образом:

$$u_{\xi} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi_z}{\partial \eta} - J \frac{\partial \psi_{\eta}}{\partial z} \right), \quad u_{\eta} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} - \frac{\partial \psi_z}{\partial \xi} + J \frac{\partial \psi_{\xi}}{\partial z} \right), \quad (18)$$

$$u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \psi_{\eta}}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi_{\xi}}{\partial \eta} \right) + \frac{c^2}{2J^3} (sh2\xi\psi_{\eta} - \sin 2\eta\psi_{\xi}).$$

$$\varepsilon_{\xi\xi} = \frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh2\xi}{2J^2} u_{\xi}, \quad \varepsilon_{\eta\eta} = \frac{\partial u_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\eta}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad (19)$$

$$\varepsilon_{\xi\eta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \eta} + \frac{\partial u_{\eta}}{\partial \xi} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\xi} + \frac{c^2 sh2\xi}{2J^2} u_{\eta} \right).$$

$$\varepsilon_{\xi z} = \frac{1}{2} \left(J \frac{\partial u_{\xi}}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \xi} \right), \quad \varepsilon_{\eta z} = \frac{1}{2} \left(J \frac{\partial u_{\eta}}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \eta} \right).$$

Из обобщенного закона Гука операторные напряжения также можно выразить через перемещения или деформации:

$$\sigma_{\xi\xi} = (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh2\xi}{2J^2} u_{\xi} \right) + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\eta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right),$$

$$\sigma_{\xi\eta} = \bar{\mu} \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\xi} + \frac{\partial u_{\eta}}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh2\xi}{2J^2} u_{\eta} \right),$$

$$\sigma_{\eta\eta} = (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \left(\frac{\partial u_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\eta} \right) + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh2\xi}{2J^2} u_{\xi} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right), \quad (20)$$

$$\sigma_{\xi z} = \bar{\mu} \left(J \frac{\partial u_{\xi}}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \xi} \right), \quad \sigma_{\eta z} = \bar{\mu} \left(J \frac{\partial u_{\eta}}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \eta} \right),$$

$$\sigma_{zz} = (\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{c^2 sh2\xi}{2J^2} u_{\xi} + \frac{\partial u_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\eta} \right).$$

Потенциалы продольной и поперечной волн удовлетворяют волновому уравнению и связанному между собой уравнений в частных производных:

$$\frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = c_{\alpha 0}^{-2} \Gamma_{p\lambda}^{-1} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad \frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial z^2} = c_{s0}^{-2} \Gamma_{s\mu}^{-1} \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial t^2}. \quad (21)$$

где

$$c_{\alpha 0}^2 = (\lambda_0 + 2\mu_0) / \rho, \quad c_{s0}^2 = \mu_0 / \rho,$$

$$\Gamma_{p\lambda} = 1 - \Gamma_{\lambda}^c(\omega_R) - i\Gamma_{\lambda}^s(\omega_R), \quad \Gamma_{s\mu} = 1 - \Gamma_{\mu}^c(\omega_R) - i\Gamma_{\mu}^s(\omega_R).$$

Решение для протяженного эллиптического цилиндра ищем в виде:

$$\begin{aligned} \varphi_k(\xi, \eta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(\xi, \eta) e^{\pm i\gamma_{p\lambda} z} e^{-i\omega t}, & \psi_{rk}(\xi, \eta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_{nr}(\xi, \eta) e^{\pm i\gamma_{p\lambda} z} e^{-i\omega t}, \\ \psi_{\theta k}(\xi, \eta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_{n\theta}(\xi, \eta) e^{\pm i\gamma_{p\lambda} z} e^{-i\omega t}, & \psi_{zk}(\xi, \eta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_{nz}(\xi, \eta) e^{\pm i\gamma_{p\lambda} z} e^{-i\omega t}. \end{aligned} \quad (22)$$

Если подставить решение (22) в (21), то образуются следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial \eta^2} + k_{1j}^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta) \Phi_j &= 0, & \frac{\partial^2 \Psi_{rj}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{rj}}{\partial \eta^2} + k_{2j}^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta) \Psi_{rj} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \Psi_{\theta j}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{\theta j}}{\partial \eta^2} + k_{2j}^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta) \Psi_{\theta j} &= 0, & \frac{\partial^2 \Psi_{zj}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{zj}}{\partial \eta^2} + k_{2j}^2 (ch^2 \xi - \cos^2 \eta) \Psi_{zj} &= 0, \end{aligned} \quad (23)$$

$$k_{1j}^2 = \frac{\rho_j \omega^2}{\lambda_j + 2\bar{\mu}_j} = \frac{\omega^2}{c_{1j}^2 \Gamma_{pj}}, \quad k_{2j}^2 = \frac{\rho_j \omega^2}{\bar{\mu}_j} = \frac{\omega^2}{c_{2j}^2 \Gamma_{sj}}.$$

Решение Φ_j и Ψ_j в эллиптических координатах находим методом разделения переменных:

$$\begin{aligned} \Phi_j(\xi, \eta, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} F_{\phi jk}(\xi) G_{\phi jk}(\eta) Z_{\phi jk}(z), & \Psi_{\xi j}(\xi, \eta, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} F_{\psi rjk}(\xi) G_{\psi rjk}(\eta) Z_{\psi rjk}(z), \\ \Psi_{\eta j}(\xi, \eta, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} F_{\psi \theta jk}(\xi) G_{\chi jk}(\eta) Z_{\chi jk}(z), & \Psi_{zj}(\xi, \eta, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} F_{\psi zjk}(\xi) G_{\chi jk}(\eta) Z_{\chi jk}(z). \end{aligned} \quad (24)$$

Рассмотрим решение одного уравнения (24) общим способом:

$$\frac{1}{F_{\phi jk}(\xi)} \frac{d^2 F_{\phi jk}(\xi)}{d\xi^2} + k_1^2 a ch 2\xi = -\frac{1}{G_{\phi jk}(\eta)} \frac{d^2 G_{\phi jk}(\eta)}{d\eta^2} + k_1^2 a \cos 2\eta,$$

Если приравнять стороны равенства к произвольной константе A , то получим следующие уравнения Матье:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F_{\phi jk}(\xi)}{d\xi^2} + (b - 0.5a^2(k_1^2 - \gamma^2) ch 2\xi) F_{\phi jk}(\xi) &= 0, \\ \frac{d^2 G_{\phi jk}(\eta)}{d\eta^2} - (b - 0.5a^2(k_1^2 - \gamma^2) \cos 2\eta) G_{\phi jk}(\eta) &= 0, & \frac{d^2 Z_{\chi jk}(z)}{dz^2} + \gamma^2 Z_{\chi jk}(z) &= 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Находим решения уравнений, удовлетворяющие граничным условиям:

$$\begin{aligned} \Phi_j &= \sum_{n=0}^{\infty} [A_n b e_n(\xi, q_p) c e_n(\eta, q_p) + B_n B e_n(\xi, q_p) s e_n(\eta, q_p)], & q_p &= \frac{1}{4} \alpha^2 c^2 \\ \Psi_j &= \sum_{n=0}^{\infty} [C_n b e_n(\xi, q) c e_n(\eta, q_s) + D_n B e_n(\xi, q) s e_n(\eta, q_s)], & q_s &= \frac{1}{4} \beta^2 c^2 \end{aligned} \quad (26)$$

Поскольку цилиндрическая оболочка с эллиптическим поперечным сечением и окружающая ее среда являются протяженными, то исследуемую задачу можно свести к задаче о плоской деформации теории упругости.

Тогда дифференциальное уравнение движения удовлетворяет уравнению Ламе в эллиптической системе координат, а перемещения выражаются через продольные и поперечные волновые потенциалы следующим образом:

$$u_{\xi k} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} - J \frac{\partial \psi_k}{\partial z} + \frac{\partial \chi_k}{\partial \eta} \right), \quad u_{\eta k} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} - \frac{\partial \chi_k}{\partial \xi} \right), \quad u_{z k} = \frac{\partial \varphi_k}{\partial z} + \left(\frac{1}{J} \frac{\partial \psi_k}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{c^2 \operatorname{sh} 2\xi}{J^3} \psi_k \right).$$

Рассмотрим колебания эллиптической полости, находящейся в вязкоупругой среде. Его уравнения движения получены с использованием уравнения Ламе, представленного во второй главе для плоской задачи теории вязкоупругости. На границе полости ставится условие равенства нулю напряжений:

$$\begin{aligned} [(\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{c^2 \operatorname{sh} 2\xi}{2J^2} u_{\xi} \right) + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\eta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)]_{\Gamma} &= 0, \\ [(\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \left(\frac{\partial u_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\eta} \right) + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{c^2 \operatorname{sh} 2\xi}{2J^2} u_{\xi} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)]_{\Gamma} &= 0, \\ \left[(\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \bar{\lambda} \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{c^2 \operatorname{sh} 2\xi}{2J^2} u_{\xi} + \frac{\partial u_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\eta} \right) \right]_{\Gamma} &= 0, \\ \left[\bar{\mu} \left(\frac{\partial u_{\xi}}{\partial \eta} + \frac{c^2 \sin 2\eta}{2J^2} u_{\xi} + \frac{\partial u_{\eta}}{\partial \xi} + \frac{c^2 \operatorname{sh} 2\xi}{2J^2} u_{\eta} \right) \right]_{\Gamma} &= 0, \\ \left[\bar{\mu} \left(J \frac{\partial u_{\xi}}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \xi} \right) \right]_{\Gamma} = 0, \quad \left[\bar{\mu} \left(J \frac{\partial u_{\eta}}{\partial z} + \frac{1}{J} \frac{\partial u_z}{\partial \eta} \right) \right]_{\Gamma} &= 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Амплитуды потенциалов смещений $\phi_n(r)$, $\psi_n(r)$ удовлетворяют уравнению Гельмгольца: $\nabla^2 \phi_n + \alpha^2 \phi_n = 0$, $\nabla^2 \psi_n + \beta^2 \psi_n = 0$ (28)

Решения уравнений Гельмгольца выражаются функцией Матье

$$(n^2 - 1)F_n(x)F_n(y) - (y^2 / 2)F_n(x) + F_n(y) + n^2 - (n^2 - y^2 / 2)^2 = 0 \quad (29)$$

где $F_n(x) = x \operatorname{ce}_n(x) / \operatorname{se}_n(x)$, $n = 1, 2, 3, \dots$

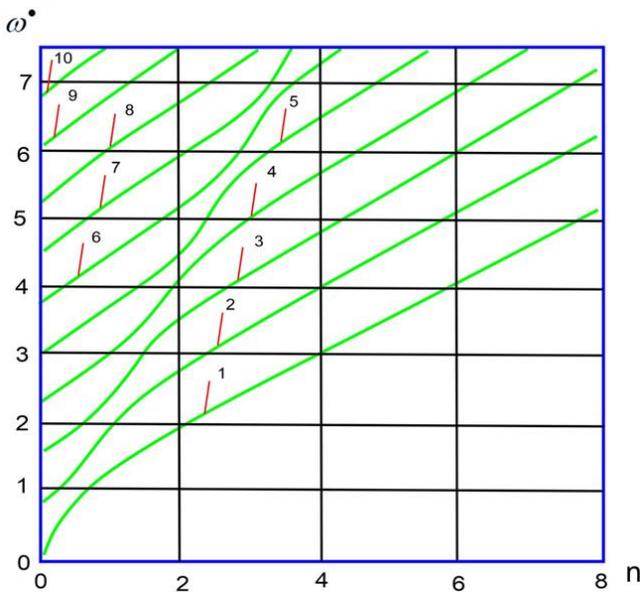


Рис. 5. Изменение частоты колебаний в зависимости от волнового числа мод.

Действительная часть комплексной частоты представляет собой частоту колебаний механической системы, а мнимая часть — коэффициент затухания (демпфирования). Как видно из рисунка, с увеличением n все моды частоты (действительная и мнимая части) увеличиваются.

Результаты расчетов при $n \geq 0$ ($\nu_1 = 0,25$) представлены в таблице 1. Из анализа результатов таблицы видно, что с ростом n действительная и мнимая части комплексной частоты также увеличиваются. Частотное уравнение (30) зависит только от коэффициента Пуассона (ν). Установлено, что при изменении значения коэффициента Пуассона в пределах диапазона $0 \leq \nu \leq 0,4$ действительная и мнимая части частоты изменяются до 27%.

Таблица 1.

Изменение действительной части комплексной частоты относительно a/b

a	b	Собственные значения (действительная часть комплексной частоты)				
		n=1	n=2	n=3	n=4	n=5
1	1/2	0,07906	0,65168	1,50937	3,46217	5,43208
2	1/4	0,07472	0,43827	1,32169	2,86027	4,01843
3	1/5	0,06763	0,32809	0,97891	2,37612	4,21305
4	1/6	0,07672	0,23245	0,78271	1,58961	3,58168
5	1/7	0,12445	0,292026	0,53272	1,47858	3,30664

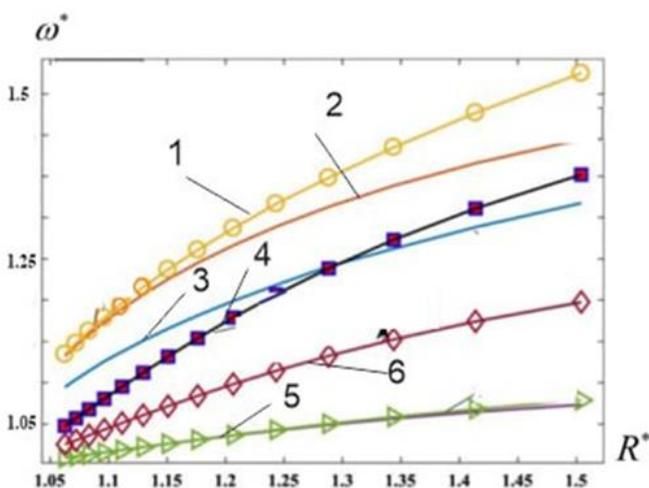


Рис.6. Изменение действительной части частоты в зависимости от отношения радиусов. 1. $n=5$, 2. $n=4$, 3. $n=3$, 4. $n=2$, 5. $n=1$, 6. $n=0$

Как видно из рисунка, с увеличением n все моды частоты (действительная и мнимая части) увеличиваются.

Для проверки правильности разработанного алгоритма и программы (реальной и мнимой частей первой частоты)

результаты сравнены с результатами А.Умарова, полученными для вакуума в бесконечной среде. Результаты почти на 100% совпадали.

В четвертой главе диссертации под названием «**Дифракция гармонических волн на эллиптическом цилиндре в вязкоупругой среде**» изложены постановка и методика решения задачи дифракции гармонических волн (P и SV) в эллиптическом цилиндре с наполнителем в вязкоупругой среде.

В эллиптической системе координат касательные напряжения принимают следующий вид:

$$\sigma_{\xi z} = \frac{\bar{\mu}}{J} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \xi}, \quad \sigma_{\eta z} = \frac{\bar{\mu}}{J} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \eta}, \quad (30)$$

где $\bar{\mu}$ - модуль перемещения (комплексная величина), $J = c\sqrt{ch^2\xi - \cos^2\eta}$;

u_θ - перемещение в сдвиге, оно удовлетворяет следующему уравнению Гельмгольца:

$$\frac{1}{J^2} \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \eta^2} \right) + k_s^2 u_\theta = 0. \quad (31)$$

Здесь $k_s^2 = \omega^2 \rho / \mu_0 \Gamma_\mu$, ω - частота падающей волны (действительная величина, Γ_μ - параметр, характеризующий вязкость материала (среды)).

Если $\Gamma_\mu = 1$, то среда является упругой, а для вязкоупругих материалов коэффициент является комплексной величиной. Касательное напряжение на внутренней поверхности эллиптической цилиндрической полости равно нулю:

$$\sigma_{\xi x_3} \Big|_\Gamma = 0 \quad (32)$$

Эллиптическая полость в вязкоупругой среде ограничена поверхностной линией: $\Gamma(\xi = \xi_0, 0 \leq \eta \leq 2\pi)$. Можно получить следующий вид падающей гармонической внешней волны:

$$u_{\theta 0} = A_p \exp[ik(x \cos \theta + y \sin \theta)] \quad (33)$$

здесь A_p - амплитуда падающей волны, $k = k_s c / 2$.

Если выразить это равенство в эллиптической системе координат, то оно примет следующий вид:

$$u_{\theta 0} = A_p \sum_{n=0}^{\infty} i^n \left[C e_n(\xi, q) c e_n(\eta, q) c e_n(\theta, q) + S e_{n+1}(\xi, q) s e_{n+1}(\eta, q) s e_{n+1}(\theta, q) \right]. \quad (34)$$

Приведенное выше уравнение в частных производных (31) с комплексными коэффициентами сводится к уравнению Матье, а его решение выражается функцией Матье:

$$u_{\theta 0} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[C_n M e_n^{(1)}(\xi, q) c e_n(\eta, q) c e_n(\theta, q) + S_{n+1} N e_{n+1}^{(1)}(\xi, q) s e_{n+1}(\eta, q) s e_{n+1}(\theta, q) \right], \quad q = k^2. \quad (35)$$

Численные результаты получены для значений отношения полуосей эллипса от 0,005 до 0,80 ($\delta = b/a$), а также для различных значений θ и k_s . В таблице 2 показано изменение $(\sigma_{\eta x_3}^\square)_{\max} = |\sigma_{\eta x_3} / 2\mu_0 A_p|$ ($k_s = 1.7$) в зависимости δ и θ .

Таблица 2.

Изменение касательного напряжения в зависимости от соотношения полуосей.

θ	$(\sigma_{\eta x_3}^\square)_{\max}$		
	δ		
	0.005	0.50	0.80
0	0.8521	1.0271	1.2632
$\pi/3$	0.9727	1.0193	1.6984
$\pi/2$	0.5938	0.7048	1.2987

В таблице 3 показано изменение $\text{Re}(\sigma_{\eta x_3}^{\square})$ в зависимости от θ , $\delta=0.15$, для случая $\xi \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$.

Таблица 3.

Угловое изменение действительной части касательного напряжения.

r / π	θ		
	0	$\pi / 3$	$\pi / 2$
0.10	0.0000	0.2951	0.4954
0.20	0.4893	0.0938	0.1962
0.30	0.8132	0.5617	1.0716
0.40	0.0148	0.7983	0.2733
0.50	0.8439	0.0274	0.0928
0.70	0.5761	0.5867	0.1867

Результаты показывают, что напряжения на той стороне эллипса, куда падает падающая волна, на 20% выше, чем на темной стороне.

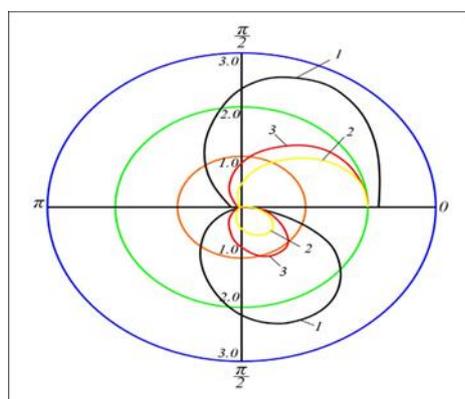


Рис. 7. Радиальные (вверху: 1. $b/a=0,40$; 2. $b/a=0,70$; 3. $b/a=0,95$) и касательные напряжения (внизу: 1. $b/a=0,40$; 2. $b/a=0,70$; 3. $b/a=0,95$) построены в зависимости от соотношения осей эллипса ($q_c = 0.75$) для продольной волны Р (падающей вдоль большой оси эллипса).

Как видно из рисунка, контурное напряжение стремится к асимптотическому с увеличением радиуса. Полученные результаты относятся к области длинных волновых чисел. Результаты сравнивались с цилиндром с эллиптическим поперечным сечением при воздействии продольной волны. Установлено, что разница между максимальными радиальными и касательными напряжениями составляет до 20%. Видно, что в области длинных волн изменение приведенных напряжений по радиусу для максимального контура (когда эллипс падает вдоль большой оси) примерно одинаково. Тогда мы получаем сумму (или концентрацию) напряжений, возникающих в пространстве в упругой среде.

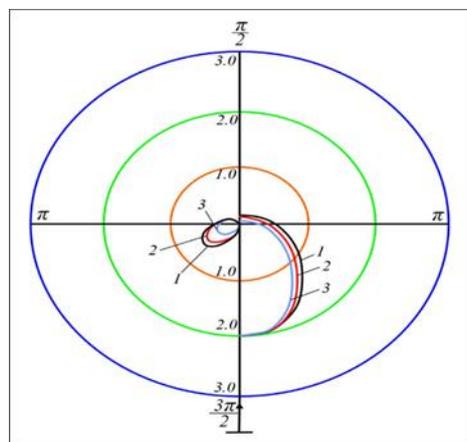


Рис. 8. Для продольной волны Р (когда она падает вдоль малой оси эллипса) представлены графики радиальных (правая часть: 1. $b/a=0,95$; 2. $b/a=0,70$; 3. $b/a=0,40$) и сдвиговых (левая часть: 1. $b/a=0,95$; 2. $b/a=0,70$; 3. $b/a=0,40$) напряжений в зависимости от соотношения осей эллипса ($q_c = 0.75$).

Видно, что радиальные напряжения являются максимальными и оказываются в 3,5–4,0 раза больше касательных напряжений. Было обнаружено, что максимальное напряжение при падении падающей волны вдоль большой оси на 30% выше, чем при падении вдоль малой оси.

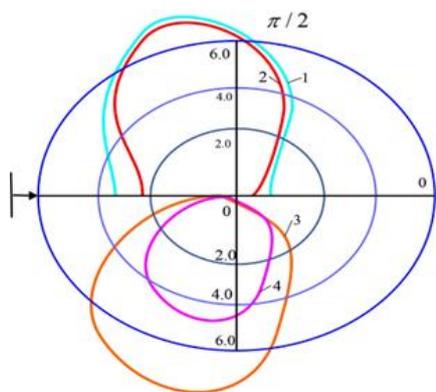


Рис. 9. Графики радиальных (вверху) и касательных напряжений (внизу) для различных значений отношения осей эллипса $b/a=0,15$. Для Р-волны (наклоненной вдоль большой оси эллипса): 1. $q_c = 0.45$; 2. $q_c = 1.45$; 3. $q_c = 0.45$; 4. $q_c = 1.45$;

Очевидно, что уменьшение отношения радиусов приводит к увеличению напряжений. Результаты представлены на рисунке, на котором показано изменение безразмерного контурного напряжения в зависимости от числа волн. Видно, что контурное напряжение достигает максимального значения в длинноволновой области.

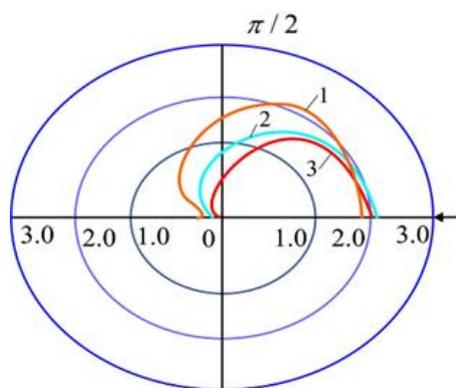


Рис. 10. Графики радиального (верхнего) напряжения для различных значений коэффициента Пуассона для продольной волны (наклоненной вдоль большой оси эллипса $\theta = 0$), когда отношение осей эллипса к осям эллипса составляет $b/a=0,76$ и $q_c = 0.75$:

1. $\nu = 0.45$; 2. $\nu = 0.25$; 3. $\nu = 0.10$

Видно, что радиальное напряжение увеличивается в соответствии с коэффициентом Пуассона.

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

1. Разработаны методика и алгоритм расчета динамических напряжений и деформаций в конструкциях с эллиптическим поперечным сечением под действием гармонических нагрузок с учетом вязкостных свойств материалов.

2. Установлено, что учет вязкости среды и материалов конструкций позволяет снизить напряжения, возникающие в среде и конструкции под воздействием динамических нагрузок, до 15%.

3. Установлено, что наибольшими напряжениями при воздействии гармонической продольной волны являются контурные напряжения, которые достигаются при $\theta = 90^\circ$ и 270° в области длинных волн, и при $\theta = 45^\circ$ и 135° при воздействии поперечной волны.

4. Проведена оценка комплексной частоты нескольких мод (действительной и мнимой частей) собственных колебаний цилиндрического тела с эллиптическим поперечным сечением в деформируемой среде в зависимости от геометрических параметров. Установлено, что значение комплексной частоты эллиптического тела с заполнителем в вязкоупругой среде до 10% меньше значения фазовой скорости в упругой среде.

5. Максимальное напряжение на внутренней поверхности (полости)

эллиптического цилиндрического тела — это контурное напряжение. Установлено, что контурные напряжения под воздействием поперечных волн на 15-20% больше, чем контурные напряжения под воздействием продольных волн.

6. Расчеты показывают, что за период воздействия падающей волны с фиксированным (регистрируемым) значением амплитуды перемещения и напряжения также возрастают с ростом акустических параметров среды.

**SCIENTIFIC COUNCIL FOR AWARDED ACADEMIC DEGREES
PhD.03/2025.27.12.FM/T.16.02 AT BUKHARA STATE TECHNICAL
UNIVERSITY**

BUKHARA STATE TECHNICAL UNIVERSITY

AKHMEDOV OLIMJON SAMADOVICH

**DIFFRACTION OF A HARMONIC WAVE IN A VISCOELASTIC
ELLIPTIC SHELL WITH A**

01.02.04 – Mechanics of deformable solids

**DISSERTATION ABSTRACT
for scientific degree Doctor of Philosophy (PhD) in physical and mathematical sciences**

Bukhara – 2026

The theme of the dissertation for Doctor of Philosophy (PhD) in physical and mathematical sciences was registered under by the Supreme Attestation Commission under the Ministry of Higher Education, Science and Innovations of the Republic of Uzbekistan B2025.3.PhD/FM1356

The dissertation has been prepared at Bukhara State technical university.

The dissertation abstract in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) has been placed on the website of the Scientific Council at Bukhara Engineering-Technological Institute (www.bsti.uz) and on the Information-educational portal "Ziyonet" (www.ziyonet.uz).

Scientific advisor:	Teshaev Muhsin Xudoyberdiyevich Doctor of Physical and Mathematical Sciences (DSc), Professor
Official Opponents:	Mirzayev Ibraxim Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor Indiaminov Ravshan Shukurovich Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Lead organization:	International Kazakh-Turkish University named after Khoja Akhmad Yasawi, Turkestan, Republic of Kazakhstan

The dissertation defense will be held 26 januar 2026 at 9⁰⁰ the meeting of the Scientific Council PhD.03/2025.27.12.FM/T.16.02 at Bukhara State technical University (Address: 100118, 15. Qayum Murtazoyev street, Bukhara. Phone: (+99865) 223-78-84; fax: (+99865) 223-79-72, e-mail: bsti_info@edu.uz.)

The dissertation is available at the Information-resource center of Bukhara State technical University (registred under No.411). (Address: 100118, 15. Qayum Murtazoyev street, Bukhara. Phone: (+99865) 223-78-84).

Abstract of dissertatsion sent out on 7 januar 2026 year.

(mailing report № 9 on "28" oktober 2025 year).



B.S. Raxmonov

Chairperson of the Scientific Council awarding scientific degrees, Doctor of Texnical Sciences, (DSc), Professor

R.A. Sabirova

Scientific Secretary of the Scientific Council awarding scientific degrees, Doctor Philosofof Physical and Mathematical Sciences (PhD).

Z.I. Boltayev

Chairperson of the Scientific Seminar under Scientific Council awarding scientific degrees Doctor of Physical and Mathematical Sciences (DSc), Professor.

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The relevance and relevance of the topic of the dissertation. In the world, the study of the dynamic state of structures with a cross-section that does not have the shape of a circular ring, and the problems of the dynamic stress-strain state arising under the influence of external forces, and the application of the obtained results in practice occupy one of the leading places. To reduce dynamic stresses and strains occurring in elastic and viscoelastic tensile layers, which are structural elements of underground communication pipelines and tunnels around the world, research into the study and assessment of wave load dynamics in them requires the implementation of this system. In this regard, since cylindrical shells with an elliptical cross-section are widely used in aircraft manufacturing, mechanical engineering and engineering, the development of a methodology that guarantees the stability of indicators, creating conditions for reducing their fluctuations, and the use of its results is relevant.

Research is being conducted worldwide to study the impact and propagation of waves on cylindrical bodies of various cross-sections, to reduce the adverse effects they cause and to increase the stability of bodies subject to deformation. In this regard, special attention is paid to solving dynamic problems taking into account the viscoelastic properties of the material.

The object of study A viscoelastic cylindrical body with a filler and a cylindrical cavity with an elliptical cross-section was selected.

The scientific novelty of the research is as follows:

the problem of the effect of waves on cylindrical bodies with an elliptical cross-section filling located in a viscoelastic medium has been mathematically posed, taking into account the viscoelastic properties of materials, a solution methodology and algorithm have been developed;

the problem of natural oscillations of cylindrical bodies with a viscoelastic cross-section in the form of an ellipse, filled with a filler, has been mathematically posed, taking into account the viscoelastic properties of the material, a solution methodology and algorithms have been developed;

the natural frequencies of cylindrical bodies with a viscoelastic cross-section of an ellipse and a filler have been found and a comparative assessment has been given;

a comparative assessment of the change in dynamic stresses and the deformed state as a result of harmonic wave loading of a cylindrical shell with an elliptical cross-section and a filler located in a viscoelastic medium has been carried out.

Implementation of research results. Based on the results obtained using calculation methods and algorithms, taking into account the scientific principles of harmonic wave diffraction in an elliptical shell with a viscoelastic filler:

The results obtained using the developed calculation methods, algorithms and programs were used in the innovative project No. IL-21071166 on the topic "Creation of a vertical-axis wind turbine designed for low wind speeds", carried out at the Institute of Mechanics and Seismic Resistance of Structures of the

Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan in 2020-2024. In particular, the methodology developed in the dissertation was used to model the dynamics of plates inside the turbine. In this case, energy management was used to prevent the resonant conditions envisaged in the design by selecting the optimal parameters developed in the dissertation. As a result, it became possible to determine the boundaries of the resonant zones depending on wind speed (Reference No. 16033 of the Institute of Mechanics and Seismic Strength of Structures of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, December 2, 2025).

In the innovative project No. IL-5321091543 "Seismic Resistance of Residential Buildings in Rural Areas of Tajikistan. (International Project of the Asian Development Bank)", implemented at Urgench State University from 2020 to 2023, the algorithm and methodology developed in the dissertation were used to ensure the seismic resistance of underground structures of residential buildings in rural areas. As a result, it becomes possible to predict resonant regions formed under the influence of seismic waves and, by selecting parameters, reduce stress amplitudes by up to 15%. To evaluate and compare the stresses arising in an elliptical shell, the methodology and algorithm developed in this dissertation were used for solving the problem of wave diffraction in a long viscoelastic elliptical shell with a filler. (Certificate No. 03-215/2 of Urgench State University, December 3, 2025).

Publication of research results. On the topic of the dissertation, 13 scientific papers were published, of which 5 articles were published in scientific journals recommended for publication by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan on the main scientific results of dissertations for the degree of Doctor of Philosophy (PhD), including 3 in national and 2 in foreign publications.

The structure and scope of the dissertation. The dissertation consists of an introduction, four chapters, a conclusion, a list of references and appendices. The total volume of the dissertation is 96 pages.

E'LON QILINGAN ISHLAR RO'YXATI
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I bo'lim (I часть; part I)

1. Akhmedov O.S. Diffraction of a harmonic wave propagating through an elliptical cylinder in a viscoelastic medium (Дифракция гармонической волны, распространяющейся по эллиптическому цилиндру в вязко-упругой среде). International Scientific Journal Theoretical & Applied Science Year: 2025 Issue: 02 Volume: 142 P. 10-13. Published: USA 05.02.2025 (IF=1.5) Soi: <https://s-o-i.org/1.1/TAS-02-142-2>.

2. Axmedov O.S. Qovushqoq - elastik elliptik silindrga bo'ylama va ko'ndalang garmonik to'lqin difraksiyasi. «Ilm sarchashmalari» jurnali. – Urganch. – 2025. – №2. 7-13 b. (01.00.00, №12)

3. Akhmedov O.S. Исследование колебания упругого стержня во времени с учётом релаксационных свойств материалов. International Scientific Journal Theoretical & Applied Science Year: 2023 Issue: 01 Volume: 117 P.672-677. Published: USA 30.01.2023 (IF=1.5) Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-01-117-57>

4. Ахмедов О.С. Свободные и вынужденные осесимметричные колебания систем вязкоупругих цилиндрических оболочек. BuxDU ilmiy axboroti. – 2023. – Buxoro. – №1. – 30-33 b. (01.00.00, №3)

5. Axmedov O.S. Qovushqoq-elastik to'ldiruvchili elliptik silindrik qobiqqa garmonik to'lqin tarqalishini Matye funksiyalardagi yechimi. BuxDU ilmiy axboroti. – Buxoro. – 2025. – №2. – 21-26b. (01.00.00, №3)

II bo'lim (II часть; part II)

6. И.И.Сафаров., Н.Н.Авлиякулов., А.О.Умаров., О.Ахмедов. Нестационарная дифракция сейсмических волн на подземном двухниточном трубопроводе. Сборник трудов Международной научно-практической конференции. «Проблемы интенсификации, интеграции науки и производства. Бухара-2006. –С.131-133.

7. Ахмедов О.С. Одна задача об отражении изгибной волны от упругого закрепления. Республиканская научно-практическая конференция «Научно-технический прогресс: проблемы, решения и перспективы» с участием зарубежных ученых. 19-21 декабря 2023г. Ташкент. стр.1125-1127

<https://doi.org/10.5281/zenodo.10471151>

8. Ахмедов О.С. Свободные изгибные колебания упругих трёхслойных пластин. Международный современный научно-практический журнал Научный импульс № 10 (100) Май 2023 г. Часть 3. – С.727-732.

9. Ахмедов О.С. Одна краевая задача теории упругости для цилиндра с несколькими цилиндрическими полостями. Ilm-fan taraqqiyoti: muammo, yechim va istiqbollari II an'anaviy xalqaro ilmiy-amaliy konferensiyasi.(Toshkent, 2024-yil 17-18-dekabr) 1270-1276 bet.

10. Sh. Umirov., O.Axmedov. Dumaloq tayanchli tunnelda harakatlanuvchi normal va burama yuklarning birgalikdagi harakati. “Mexanika va matematikaning amaliy muammolari” Professor I.I.Safarovning 70 yillik yubileyiga bag’ishlangan Respublika ilmiy-amaliy konferensiya materiallari. Toshkent 17-18-may 2024. 368-373 bet.

11. Ш.И.Жўраев, Ў. Уралов, Ж.Намозов, О.Ахмедов. Колебания оболочки с присоединенной массой. “Mexanika va matematikaning amaliy muammolari” Professor I.I.Safarovning 70 yillik yubileyiga bag’ishlangan Respublika ilmiy-amaliy konferensiya materiallari. Toshkent 17-18-may 2024. 377-379 bet.

12. О.Умаров, Ж.М.Саипназаров, О.Ахмедов. О действии подвижных нагрузок на неподкреплённый цилиндрических тоннель. “Mexanika va matematikaning amaliy muammolari” Professor I.I.Safarovning 70 yillik yubileyiga bag’ishlangan Respublika ilmiy-amaliy konferensiya materiallari. Toshkent 17-18-may 2024. 379-382 bet.

13. Axmedov O.S. Ellips ko‘ndalang kesimli to‘ldiruvchili silindrik qobiqda xos to‘lqinning tarqalishi. “Raqqamli transformatsiya: axborot texnologiyalari, sun’iy intellekt va iqtisodiyotda yangi davr” Xalqaro ilmiy – amaliy konferensiya materiallari. (Toshkent, 16-17 aprel 2025-yil) 915-918 bet.

Avtoreferat “Durdona” nashriyotida tahrirdan o‘tkazildi hamda o‘zbek, rus va ingliz tillaridagi matnlarning mosligi tekshirildi.

Bosishga ruxsat etildi: 22.12.2025 yil. Bichimi 60x84 1/16 , «Times New Roman» garniturada raqamli bosma usulida bosildi. Shartli bosma tabog‘i 3,0.
Adadi: 100 nusxa. Buyurtma №1

Guvohnoma AI №178. 08.12.2010.
“Sadridin Salim Buxoriy” MCHJ bosmaxonasida chop etildi.
Buxoro shahri, M.Iqbol ko‘chasi, 11-uy. Tel.: 65 221-26-45

