

**BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
PhD.03/2025.27.12.FM/T.16.02 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

HAMROYEVA ZILOLA QAHRAMONOVNA

**QOVUSHQOQ-ELASTIK TO‘LDIRUVCHILI SILINDRIK QOBIQDA
XOS TO‘LQIN TARQALISHI VA DINAMIK KUCHLANGANLIK-
DEFORMATSIYALANGANLIK HOLATI**

01.02.04 – Deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasi

**Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi
AVTOREFERATI**

**Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi
avtoreferati mundarijasi**

**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по
физико-математическим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-
mathematical sciences**

Hamroyeva Zilola Qahramonovna

Qovushqoq-elastik to'ldiruvchili silindrik qobiqda xos to'liqin tarqalishi va dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holati.....3

Хамраева Зилола Кахрамоновна

Распространение собственных волн в вязкоупругой цилиндрической оболочке с наполнителем и динамическое напряженно-деформированное состояние21

Khamroeva Zilola Qahramonovna

Propagation of natural waves in a viscoelastic cylindrical shell with a filler and the dynamic stress-strain state41

E'lon qilingan ishlar ro'yxati

Список опубликованных работ

List of published works.....46

**BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI
HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI
PhD.03/2025.27.12.FM/T.16.02 RAQAMLI ILMIY KENGASH**

BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

HAMROYEVA ZILOLA QAHRAMONOVNA

**QOVUSHQOQ-ELASTIK TO'LDIRUVCHILI SILINDRIK QOBIQDA
XOS TO'LQIN TARQALISHI VA DINAMIK KUCHLANGANLIK-
DEFORMASIYALANGANLIK HOLATI**

01.02.04 – Deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasi

**Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (Doctor of Philosophy) dissertatsiyasi
AVTOREFERATI**

Fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2025.3.PhD/FMI359 raqam bilan ro'yxatga olingan.

Dissertatsiya Buxoro davlat texnika universitetida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o'zbek, rus, ingliz (rezyume)) Buxoro davlat texnika universiteti veb-saytida (www.bsti.uz) va "Ziyonet" ta'lim portalida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:

Teshaev Muhsin Xudoyberdiyevich
fizika-matematika fanlari doktori (DSc), professor

Rasmiy opponentlar:

Mirzayev Ibraxim
fizika-matematika fanlari doktori, professor

Ismayilov Kubaymurat
texnika fanlari doktori, professor

Yetakchi tashkilot:

**Qozog'iston Respublikasi Turkestan shahridagi
Xoja Ahmad Yassaviy nomli Xalqaro
qozoq-turk universiteti**

Dissertatsiya himoyasi Buxoro davlat texnika universiteti huzuridagi ilmiy darajalar beruvchi PhD.03/2025.27.12.FM/T.16.02 raqamli Ilmiy kengashning 2026-yil "30" yanvar soat 9⁰⁰ dagi majlisida bo'lib o'tadi (Manzil: 100118, Buxoro shahar, Qayum Murtazoyev ko'chasi, 15-uy. Tel.: (+99865) 223-78-84; faks: (+99865) 223-79-72, e-mail: bsti_info@edu.uz).

Dissertatsiya bilan Buxoro davlat texnika universiteti Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (№ 412 raqam bilan ro'yxatga olingan). (Manzil: 100118, Buxoro shahar, Qayum Murtazoyev ko'chasi, 15-uy. Tel.: (+99865) 223-78-84.

Dissertatsiya avtoreferati 2026-yil 7-yanvar kuni tarqatildi.
(2025-yil 28-oktabrdagi 10-raqamli reyestr bayonnomasi).



B.S.Raxmonov

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash raisi
texnika fanlari doktori (DSc)

R.A.Sobirova

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash
kotibi, fizika-matematika fanlari bo'yicha
falsafa doktori (PhD)

Z.I.Boltayev

Ilmiy darajalar beruvchi ilmiy kengash
qoshidagi ilmiy seminar raisi, fizika-
matematika fanlari doktori (DSc), professor

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Jahonda qovushqoq-elastik to'ldiruvchili konstruksiyalarda tashqi yuklanish ta'sirida ro'y beradigan dinamik jarayonlarda energiya dissipatsiyasi samaralarini aniqlash uchun energiya-resurstejamkor texnologiya va texnika vositalarini qo'llash yetakchi o'rinlardan birini egallamoqda. Dunyo miqyosida polimer ko'p qatlamli plitalar va deformatsiyalanadigan muhit bilan o'zaro ta'sir qiluvchi qobiqlardan yasalgan konstruksiyalarni zamonaviy mashinasozlik va aviasozlikda amaliyotga joriy etishni taqozo etadi. Shu jihatdan zamonaviy mashina elementlari har xil dinamik (vibratsiyali va zarbali) kuchlar ostida ishlaydigan yupqa kompozit qovushqoq-elastik polimer materiallardan tashkil topgan texnika vositalari va qurilmalaridan foydalanish muhim ahamiyatga ega hisoblanadi.

Jahonda polimer qovushqoq-elastik qatlamli jismlar va konstruksiyalarni dinamik sharoitidagi kuchlanishlar konsentratsiyasining minimal taqsimlanishini ta'minlashda resurstejamkor texnologiyalar va texnika vositalarining yangi ilmiy-texnikaviy yechimlarini ishlab chiqishga yo'naltirilgan ilmiy-tadqiqot ishlari olib borilmoqda. Bu borada, dissipativlik xususiyatlari turlicha bo'lgan ko'p qatlamli kompozit konstruksiyalarni hisoblash metodologiyasi va algoritmini ishlab chiqishga, qovushqoqlik parametrlarini hisobga olib konstruksiyalarning dinamik holatini baholash va energiya dissipatsiyasi samaralaridan foydalanib resurstejamkor, mustahkam qurilmalarni ishlab chiqishga qaratilgan masalalarni yechishga alohida e'tibor berilmoqda.

Respublikamizda dissipativ bir jinsli bo'lmagan mexanik sistemalarda dinamik jarayonlarni o'rganishga yo'naltirilgan maqsadli ilmiy izlanishlar mashinasozlikda ishlatiladigan materiallarning mustahkamligi va samaradorligini oshirishda keng qamrovli chora-tadbirlar amalga oshirilib, muayyan natijalarga erishilmoqda. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 28-yanvardagi PF-60-sonli "2022-2026-yillarga mo'ljallangan Yangi O'zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to'g'risida"gi Farmonida, jumladan, "...hududlarning "o'sish nuqtalari"dan kelib chiqib, muhandislik-kommunikatsiya va ijtimoiy infratuzilma obyektlarini qurishga alohida e'tibor qaratish..."¹ bo'yicha muhim vazifalar belgilab berilgan. Ushbu vazifalarni amalga oshirishda, jumladan, dinamik holatdagi materiallar zo'riqishini hisoblashda matematik modellashtirish va foydalaniladigan materiallarning reologik xususiyatlarini hisobga olgan holda dasturiy ta'minot tizimlarini ishlab chiqishni keng joriy etish muhim ahamiyat kasb etmoqda.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 30-maydagi PF-144-sonli "O'zbekiston Respublikasi seysmik xavfsizligini ta'minlash tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi, 2023-yil 16-maydagi PQ-158-sonli "O'zbekiston Respublikasi aholisi va hududining seysmik xavfsizligini ta'minlash tizimini yanada takomillashtirishga oid qo'shimcha chora-tadbirlar to'g'risida"gi, 2024-yil 17-apreldagi PQ-161-sonli "Bino va inshootlarning zilzilabardoshliligini

¹ O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 28-yanvardagi PF-60-sonli "2022-2026-yillarga mo'ljallangan Yangi O'zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to'g'risida"gi Farmoni

oshirish hamda seysmik xavfni monitoring qilish faoliyatini takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi Qarorlari hamda mazkur faoliyat sohalariga tegishli boshqa me'yoriy-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishda ushbu dissertatsiya ishi muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo'nalishlariga mosligi. Mazkur tadqiqot O'zbekiston Respublikasi fan va texnologiyalari rivojlanishining IV. "Matematika, mexanika va informatika" ustuvor yo'nalishi doirasida bajarilgan.

Muammoning o'rganilganlik darajasi. Quyidagi chet el olimlari qovushqoq-elastik uch qatlamli silindrik jismlarda to'liq tarqalishini ilmiy tahlil qilishgan: G.I.Petrashen, P.V.Krauklis, K.V.Frolov, A.N.Antonov, V.P.Matveyenko, I.N.Shardakov, E.I.Starovoytov, N.S.Anofrikova, T.Miker, A.Meytsler, R.M.Deyvis, R.Mitra, G.Kolskiy, Uayt, J.D.Axenbax, B.V.Shafer, R.I.San, A.A.Ilyushin, L.V.Brexovskix, A.S.Volmir, I.A.Viktorov, A.G.Gorshkov, M.D.Genkin, Y.I.Shemyakin, I.Y.Troyanovskiy, I.A.Kiyko, A.N.Guz, V.T.Grinenko, G.L.Komissarova, U.K.Nigul, V.G.Gogoladze, L.A.Molotkov, Y.I.Novichkov va boshqalar.

Respublikamiz olimlaridan: X.A.Raxmatulin, M.T.Urazbayev, T.Sh.Shirinkulov, V.K.Kabulov, T.R.Rashidov, Y.N.Mubarakov, B.M.Mardonov, G.X.Xojmetov, A.A.Ishanxodjayev, T.M.Mavlonov, M.M.Mirsaidov, K.S.Sultanov, M.Mamatkulov, F.B.Badalov, A.Abdusatorov, I.I.Safarov, M.X.Teshayev, M.K.O'sarov, Z.I.Boltayev, X.Xudaynazarov, Sh.S.Yuldashev va boshqalar materialning reologik xususiyatlarini hisobga olgan holda turli xil ta'sirlarda (yoki tashqi yuk bo'lmagan taqdirda) plastinka va qobiqli mexanik sistemalarning tebranishlarini ilmiy tahlil qildilar.

Hozirgi vaqtda dissipativ bir jinsli bo'lmagan mexanik sistemalarning tebranishlari bilan bog'liq bir qator masalalar borki, ularni yechish dinamik jarayonlarning yangi qirralarini kashf etishga imkon beradi. Mashinasozlikda quvur nazariyasiga asoslangan masalalarni yechish metodikasi va algoritmlarini yaratish yordamida tebranishlar so'nish intensivligini bir necha barobar oshirishga erishish mumkin. Bu esa konstruktiv elementlarning chidamliligi va umriboqiyiligini ta'minlashga imkon beradi. Dissipativ bir jinsli bo'lmagan mexanik sistemalar uchun relaksatsiya yadrosini va uning reologik parametrlarini tanlash, ularning chastota va dempferlash koeffitsiyentiga ta'sirini o'rganish muhim masala hisoblanadi. Bular yuqorida keltirilgan muammolarni yechish uchun qo'shimcha ilmiy izlanishlar olib borishni talab etadi.

Dissertatsiya mavzusining dissertatsiya bajarilgan oliy ta'lim muassasasining ilmiy-tadqiqot rejalari bilan bog'liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti Buxoro davlat texnika universiteti "Aniq fanlar" kafedrasining bajarilishi 2022 – 2025 yillarda mo'ljallangan "Fizika-mexanikaviy jarayonlarni matematik modellashtirish" mavzusidagi dasturi doirasida bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi dissipativ bir jinsli bo'lmagan to'ldiruvchili silindrik qobiqda xos to'liq tarqalishi va dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holati masalalarini o'rganish metodikasi va algoritmini yaratish hamda mavjud nazariya ilmiy asoslarini takomillashtirishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

materiallarning qovushqoq-elastik xususiyatlarini hisobga olgan holda to'ldiruvchili silindrik qobiqda xos to'ldiruvchilik tarqalishi va dinamik kuchlanganlik-deformatsiya holati masalalarining matematik qo'yilishi, yechish usullari va algoritmini ishlab chiqish;

strukturaviy dissipativ bir jinsli bo'lmagan silindrik mexanik sistemalar uchun, tebranishlar chastotasining bir nechta modalarining (haqiqiy va mavhum qismlar) fiziko-mexanikaviy va geometrik parametrlarga bog'liqligini qiyosiy baholash;

vibratsion yuklanishda to'ldiruvchili silindrik qobiqning rezonans holatni baholash uchun amplituda-chastota orasidagi bog'lanishlarga mexanik va geometrik parametrlar ta'sirini baholash;

strukturaviy dissipativ bir jinsli bo'lmagan to'ldiruvchili silindrik qobiqning ichki dinamik bosim yuklanishidagi dinamik kuchlanishlar-deformatsiya holatini fiziko-mexanikaviy va geometrik parametrlarga bog'liqligini qiyosiy baholash.

Tadqiqotning obyekti sifatida qovushqoq-elastik to'ldiruvchili silindrik qobiq olingan.

Tadqiqotning predmetini qovushqoq-elastiklik xususiyatlarini hisobga olgan holda to'ldiruvchili silindrik qobiqning dinamik nazariyasini rivojlantirish, hisoblash metodikasini hamda spektral masalalarni o'rganish uchun kompleks algebraga asoslangan algoritmi ishlab chiqishni tashkil etadi.

Tadqiqot usullari. Tadqiqot jarayonida dissertatsiya ishida olingan xususiy hosilali integro-differensial tenglamalar sistemasini yechish uchun "muzlatish" usuli, o'zgaruvchilarni ajratish usuli, Myuller, Gauss, Laplas va Godunovning ortogonal progonka usullaridan foydalanilgan.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

ilk bora qovushqoq-elastik to'ldiruvchili silindrik qobiqda xos va noturg'un to'ldiruvchilik tarqalishi masalalari irsiy deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasining ko'chishlar orqali ifodalangan Lamé tenglamasi, sirt va kontakt shartlarini hamda cheksizlikda to'ldiruvchilik so'linishini hisobga oluvchi shartlar asosida matematik qo'yilgan, matematik fizika va deformatsiyalanuvchan qattiq jism mexanikasi usullari asosida masalalarni yechish uslubiyoti va algoritmi ishlab chiqilgan;

strukturaviy bir jinsli bo'lmagan to'ldiruvchili silindrik qobiq uchun tebranishlarning dempferlash koeffitsentlarining fizik-mexanikaviy va geometrik parametrlarga bog'liq o'zgarishi monoton bo'lmagan funksiyalar orqali ifodalanishi hamda dissipativ bir jinsli sistemaga nisbatan radikal o'zgarishi aniqlangan;

Kirxgof-Lyav va uch o'lchovli nazariya asosida olingan xos chastotalar va so'ndirish koeffitsiyentlari orasidagi farq to'ldiruvchilik sonining kichik qiymatlarida juda kam (2% gacha), yuqori ($n > 5$) qiymatlarda esa 20% gacha bo'lishi sonli eksperiment natijalari asosida topilgan;

to'ldiruvchili silindrik qobiq o'rnida silindrik doiraviy ko'ndalang kesimli sterjenli nazariyasini qo'llanilishi ko'chish va kuchlanishlar amplitudalarini

topishda 20% gacha xatolik berishi chegaraviy masala uchun olingan dispersion tenglama munosabatlaridan aniqlangan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat:

Yaratilgan metodika to'ldiruvchili qobiqlar kontaktidagi yoriqlar bir jinsli bo'lmagan qismlarni topishda, qatlamli konstruksiyalarning yangi avlodini yaratishga xizmat qiladi hamda to'lqin tarqalishi yo'nalishiga bog'liq bo'lgan muhandislik ishlarini aniq hisoblashga imkon bergan.

Tadqiqot natijalarning ishonchliligi masalalarning korrekt qo'yilishi, matematik munosabatlarning qat'iyligi, ma'lum va keng qo'llaniladigan yechish usullaridan foydalanish va masalalarning boshqa olimlar tomonidan olingan yechimlari bilan taqqoslashlar orqali izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati – to'ldiruvchili qovushqoq-elastik silindrik qobiqning erkin tebranishlari va dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holati nazariyasining rivojlanishiga hissa qo'shishi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining amaliy ahamiyati – dissipativ bir jinsli bo'lmagan mexanik sistemalarda so'nish dekrementi koeffitsiyentining geometrik va fizik-mexanik parametrlarga bog'liq o'zgarishi munosabatidan o'rganilayotgan sohada energiyani boshqarish imkonini beradi. Bu esa titrashlarni kamaytirishda ham ishlab chiqilgan algoritm va dasturdan foydalanishga imkon berishi bilan izohlanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. To'ldiruvchili qovushqoq-elastik silindrik qobiqda chiziqli erkin va majburiy to'lqin tarqalishi masalalarining ilmiy asoslarini inobatga olgan holda hisoblash usuli, algoritmi va dasturi bo'yicha olingan natijalar asosida:

silindrik qobiqning gruntli muhit bilan o'zaro ta'sirini hisobga olgan holda dinamik jarayonlarni hisoblash usullaridan 2022-2023 yillarda Abu Rayxon Beruniy nomidagi Urganch davlat universitetida bajarilgan IL-5321091543 "Tojikiston qishloq hududlaridagi turar joy binolari zilzilabardoshligi (Osiyo taraqqiyot banki Xalqaro loyihasi doirasida) mavzusidagi innovatsion loyihasida foydalanilgan. Natijada, garmonik to'lqinlar ta'sirida hosil bo'ladigan rezonans tebranishlar sohasini oldindan aniqlash imkoniyati hamda kuchlanish amplitudalari parametrlarini tanlash hisobidan 15-20% gacha kamaytirish imkoniyati yaratilgan.

suyuqlikli polimer qobiqdagi energiya dissipatsiyasi intensivligini oshirish usullaridan 2022-2024 yillarda O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Mexanika va inshootlar seysmik mustahkamligi institutida bajarilgan № IL-21071166-sonli "Shamolning past tezligi uchun mo'ljallangan vertical o'qli shamol turbinasini yaratish" mavzusidagi innovatsion loyihasini bajarishda foydalanilgan (O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Mexanika va inshootlar seysmik mustahkamligi institutining 2-dekabr, 2025-yildagi №16023 sonli ma'lumotnomasi). Natijada, dissertatsiyada olingan ilmiy natijalarning qo'llanilishi orqali rezonans sohasidagi tebranishlariga oldingi mavjud bo'lgan hisoblash metodiga qaraganda 20 % kamaytirish imkonini bergan.

Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi. Mazkur tadqiqot natijalari 4 ta respublika va 3 ta xalqaro ilmiy-amaliy anjumanlarda muhokamadan o'tkazilgan.

Tadqiqot natijalarning e'lon qilinishi. Dissertatsiya mavzusi bo'yicha jami 20 ta ilmiy ish chop etilgan, jumladan, O'zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasining falsafa doktori (PhD) dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlarda 3 ta maqola va 1 ta monografiya nashr etilgan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya kirish, to'rt bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati va ilovalardan iborat. Dissertatsiyaning hajmi 105 betni tashkil etgan.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida dissertatsiya tadqiqotining dolzarbligi va zaruriyati asoslab berilgan, tadqiqotning maqsadi va vazifalari, obyekt va predmetlari shakllantirilgan. Tadqiqotning O'zbekiston Respublikasi fan va texnologiyalar rivojlanishining ustuvor yo'nalishlariga muvofiqligi ko'rsatilgan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon etilgan. Olingan natijalarning ishonchliligi asoslangan, ularning ilmiy va amaliy ahamiyatlari yoritilgan. Tadqiqot natijalarining amaliyotga joriy etilishi, ishning aprobatsiyasi, chop etilgan ishlar, dissertatsiya tuzilishi va hajmi bo'yicha ma'lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning **“Qovushqoq-elastik to'ldiruvchili silindrik qobiqda xos to'lqin tarqalishi va dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatini o'rganishga doir adabiyotlar tahlili”** deb nomlangan birinchi bobi uchta paragrafdan iborat bo'lib, birinchi paragrafda qovushqoq-elastik to'ldiruvchili silindrik qobiqda xos to'lqin tarqalishi, dispersiya tenglamalar va uning ildizlarini topishga bag'ishlangan adabiyotlar tahlili keltirilgan. Xususan, tadqiq qilingan erkin to'lqinlar va ularning chastota xarakteristikalarini tahlil qilish rezonans holatlarga va to'lqin so'nishini o'rganishga bag'ishlangan ilmiy ishlar solishtirma tahlil qilingan. Klassik to'lqinlar, ularning mavjud bo'lish oraliqlari ham chuqur tahlil qilingan. Ikkinchi va uchinchi paragrafda ichida suyuqligi bor bo'lgan silindrik qobiqda (qovushqoq-elastik) to'lqin tarqalish masalasini o'rganishga bag'ishlangan adabiyotlar tahlili keltirilgan. Suyuqlikli silindrik qobiqda to'lqin tarqalishi (yoki harakati) quyidagi bir nechta yo'nalishga bo'lib o'rganiladi:

birinchidan, qobiq–suyuqlik mexanik sistemasining erkin tebranishlari (chekli uzunlikdagi silindrik suyuqlikli qobiq) yoki to'lqin tarqalishi (cheksiz uzun) muammolari;

ikkinchidan, bu mexanik sistemaning turg'unligi muammosi masalalari;

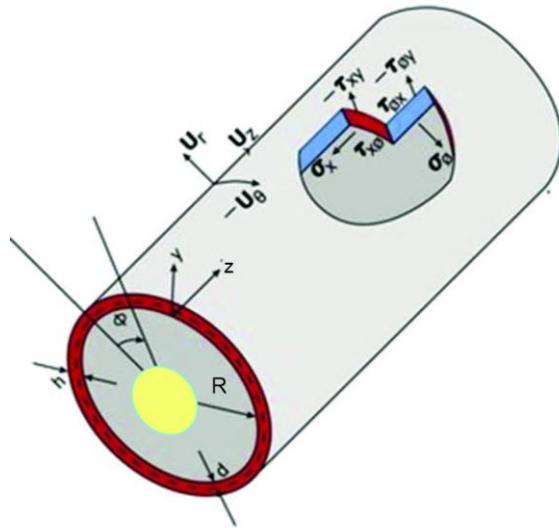
uchinchidan, bunday sistemadagi turg'un bo'lmagan to'lqinlarning tarqalish jarayoni;

to'rtinchidan, bunday mexanik sistemalarda fizik maydon ta'siridagi jarayonlarni o'rganish muammolari. Silindrning dinamik tenglamasi sifatida momentsiz nazariya asosida olingan tenglamalardan foydalanilgan.

Dispersion tahlil asimptotik formulalardan foydalanib amalga oshirilgan. Dissipativ bir jinsli va bir jinsli bo‘lmagan to‘lqin o‘tkazgich (yoki mexanik sistema)ning dissipativlik xossasi dissipativ bir jinsli va bir jinsli bo‘lmagan mexanik sistemalar uchun qiyosiy to‘liq o‘rganilmagan. Ularning kompleks tekislikdagi dispersion munosabatlarini baholovchi kattaliklar yoki munosabatlar ishlab chiqilmagan. To‘ldiruvchili silindrik qobiq uchun olingan dispersion tenglamaning faqat maxsus funksiyalar yordamidagi asimptotik ifodalari olinganligi, Kirxgof-Lyav va Timoshenko gipotezalarini qo‘llash chegarasi qiyosiy topilmaganligi va kompleks faza tezligi va tebranishlar formasini o‘rganishga kam e‘tibor berilganligi yuzasidan xulosa qilingan. Dispersion munosabatlardan (dissipativ bir jinsli va bir jinsli bo‘lmagan mexanik sistemalar uchun) kelib chiquvchi, bir nechta kompleks modalar parametrlar bog‘liq o‘rganilmagan va ularni tadqiq etish uchun spektral masala qo‘yilmagan, yechish metodikasi, algoritmi va dasturi ishlab chiqilmaganligi xulosa qilingan.

Dissertatsiyaning **“Qovushqoq-elastik to‘ldiruvchili silindrik qobiqda xos to‘lqin tarqalishi va dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holati”** deb nomlangan ikkinchi bobi to‘rtta paragrafdan iborat bo‘lib, qovushqoq-elastik to‘ldiruvchili silindrik qobiqning xos tebranishlari va dinamik kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holati masalalarining qo‘yilishi, yechish metodikasi va algoritmi keltirilgan. Silindrik qobiqning ikki xil holatdagi xos tebranishlar masalasini ko‘ramiz. Faraz qilamiz, silindrik qobiq cheksiz uzun bo‘lsin, x o‘qi bo‘yicha. U holda silindrik qobiqda xos to‘lqin tarqalishini o‘rganish asosida har bir to‘lqin soniga mos keluvchi xos tebranishlarni o‘rganamiz. Agar to‘ldiruvchili silindrik qobiq chekli bo‘lsa, u holda qobiqning ikkala tomoniga yoki sirtiga mahkamlanganlik shartini qo‘yib xos tebranishlari o‘rganiladi. Silindrik qobiqning harakati kuchlanishlar holatini ifodalovchi harakat differensial tenglamalari ikki xil nazariya asosida olinadi. Bulardan birinchisi – qobiq tenglamasi qobiq nazariyasi asosida olinadi. Cheksiz uzun deformatsiyalanuvchi (qovushqoq-elastik) radiusi R , qalinligi h_0 , zichligi ρ_0 , Puasson koeffitsiyenti ν_0 (qovushqoqlikni ifodalovchi parametrlar berilgan) bo‘lgan silindrik qobiq qovushqoq-elastik muhit yoki ideal suyuqlik bilan to‘ldirilgan bo‘lsin. Shu silindrga xos (yoki garmonik) to‘lqinlarning tarqalishi masalasi o‘rganiladi. Qo‘yiladigan masala silindrik koordinatalar sistemasida (r, θ, z) yechiladi. Bunday qobiq ichki bosim kuchi (yoki o‘qlar bo‘yicha tarqalishi - p_r, p_θ, p_z) mavjud bo‘ladi. Bunday masalalar ideal va qovushqoq suyuqlikli qobiqlar uchun bir qancha olimlar tomonidan o‘rganilgan, ulardan yaqin bo‘lgan ba’zilarini keltiramiz. Ular cheksiz uzun silindrik qobiq (Kirxgof – Lyav gipotezasi) qovushqoq suyuqlik bilan to‘ldirilgan osesimmetrik masalalar yechgan. Ixtiyoriy parametrlili to‘ldiruvchilar uchun bunday masalalar yechilmagan. Qobiq tenglamasini-differensial operatoridan foydalanib (Kirxgof-Lyav va Timoshenko S.P. gipotezalari chegarasida) quyidagicha yozish mumkin:

$$L[1 - G_0]u^r = \frac{(1 - n_0^2)_r}{E_0 h_0} p + r_0 \frac{(1 - n_0^2)_r}{E_0} \frac{\partial^2 u^r}{\partial t^2}. \quad (1)$$



1-rasm. To'ldiruvchili silindrik qobiq

Bunda $\Gamma_0 = i\Gamma^C(\omega_R) + \Gamma^S(\omega_R)$, $\Gamma_{\lambda k}^C(\omega_R) = \int_0^{\infty} R_{\lambda k}(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau$, $\Gamma_{\lambda k}^S(\omega_R) = \int_0^{\infty} R_{\lambda k}(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau$ –

material relaksatsiya yadrosining mos ravishda, kosinus va sinus Furye tasvirlari, E_0 – Yung moduli; $\vec{u} = \vec{u}(u_r, u_\theta, u_z)$ – qobiq o'rta sirtining ko'chish vektori (Kirxgof – Lyav gipotezalari o'rinli bo'lganda), ko'pincha quyidagicha belgilash kiritiladi: ($u_r = u$; $u_\theta = \vartheta$; $u_z = w$), Timoshenko S.P. gipotezasi o'rinli bo'lganda ko'chish vektori \vec{u} o'lchami beshga teng bo'ladi. Timoshenko S.P. gipotezasi o'rinli bo'lsa, silindrik qobiqning o'qi, yoyi va normal bo'yicha yo'nalgan ko'chishlardan tashqari, o'rta sirt normalining buralish burchagi o'q va yoy yo'nalishida olingani ham qo'shiladi. Bu yerda silindrik qobiqning $\{u \ v \ w\}^T$ – ko'chish vektori $R_{\lambda k}(t-\tau)$ – yadro relaksatsiyasi; E_0 – oniy elastiklik moduli. Kirxgof–Lyav gipotezasiga asoslangan L differensial operatori quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$L = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1-\nu_0}{2R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} & \frac{1+\nu_0}{2R} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} & \frac{\nu_0}{R} \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1+\nu_0}{2R} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} & \frac{1+\nu_0}{2} (1+4a) \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (1+a) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} & \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - a(2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial \theta} - \frac{a}{R^2} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \\ \frac{\nu}{R} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - a(2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial \theta} - \frac{a}{R^2} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} & \frac{1}{R^2} + a \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)^2 \end{pmatrix}$$

Ideal suyuqlikli silindrik qobiqning harakat tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\sum_{k=1}^3 (L_{jk} u_k + \rho h \ddot{u}_j - \delta_{3j} p|_{r=R}) = 0, j = 1, 2, 3 \quad (2)$$

$$\Delta p - \frac{1}{c^2_\infty} \ddot{p} = 0$$

bunda u_j – qobiq o'rta sirti nuqtalarining ko'chish vektori; $L_{j,k}$ – qobiq nazariyasining differensial operatori, Δ – Laplas operatori; δ_{3j} ($j=1,2,3$) –

Kronecker belgisi, r – gidrodinamik bosim, c_∞ – zichlik va suyuqlikda tovush to‘lqinining tarqalishi, ρ_0 , R , h_0 material zichligi, radius va qobiq qalinligi. To‘ldiruvchining harakat differensial tenglamasi elastiklik nazariyasining Lamé tenglamasi orqali olindi. Agar hajmiy kuch e‘tiborga olinmasa, u holda qovushqoq-elastik to‘ldiruvchining harakat tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\bar{m}_c C^2 \vec{u} + (\bar{l}_c + \bar{m}_c) \text{grad div } \vec{u} = r_c \frac{\nabla^2 \vec{u}}{t^2}, \quad (3)$$

Bunda $\bar{\lambda}_c = \lambda_{c0} [1 - i\Gamma_0^\lambda(\omega_R)]$, $\bar{\mu}_c = \mu_{c0} [1 - i\Gamma_0^\mu(\omega_R)]$ – kompleks oniy elastiklik modullari; $R_{c\lambda}(t-\tau)$, $R_{c\mu}(t-\tau)$ – relaksatsiya yadrosi; \vec{u} – to‘ldiruvchi ko‘chish vektori; ρ_c – to‘ldiruvchi materialining zichligi; ν_c – Poisson koeffitsiyenti bo‘lib, o‘zgarmas yoki vaqtga bog‘liq emas deb olingan.

Qovushqoq suyuqlik silindrik qobiqning, qobiq va suyuqlikning birgalikdagi harakatini o‘rganamiz: garmonik (yoki to‘lqinlar) z o‘qi bo‘yicha tarqaladi va vaqt bo‘yicha so‘nuvchi bo‘ladi. Hisoblashlarda, asosan, Rjanitsin-Koltunovning uch parametrlilik kuchsiz singulyar yadrosidan foydalanildi $R(t) = Ae^{-\beta t} / t^{1-\alpha}$. To‘ldiruvchi va qobiq sirtida qattiq mahkamlanganlik va erkin sathda kuchlanishlardan ozod bo‘lganlik sharti qo‘yiladi:

$$r = R - h/2: \quad u = u_r; \quad \mathcal{G} = u_\theta; \quad w = u_z; \quad (4)$$

$$p_1 = -X - \sigma_{rx}; \quad p_2 = -Y - \sigma_{r\theta}; \quad p_3 = -Z - \sigma_{rz}.$$

Agar ko‘chish vektorini potentsialli va solenoidli ko‘rinishda tasvirlasak, u holda muhitning ko‘chishi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\vec{u} = \text{grad } \varphi + \text{rot } \vec{\psi}. \quad (5)$$

Bu yerda φ – bo‘ylama to‘lqin potentsiali; $\vec{\psi}(\psi_r, \psi_\theta, \psi_z)$ – ko‘ndalang to‘lqin potentsiali. Bu potentsial funksiyalar dekart koordinatalar sistemasida quyidagi to‘lqin tenglamalarini qanoatlantiradi ((5) ni hisobga olganda):

$$C^2 f - \frac{1}{\bar{c}_p^2} \frac{\nabla^2 f}{t^2} = 0; \quad C^2 y_x - \frac{1}{\bar{c}_s^2} \frac{\nabla^2 y_z}{t^2} = 0; \quad (6)$$

$$\nabla^2 \psi_\theta - \frac{\psi_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi_r}{\partial \theta} - \frac{1}{\bar{c}_s^2} \frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial t^2} = 0; \quad \nabla^2 \psi_r - \frac{\psi_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} - \frac{1}{\bar{c}_s^2} \frac{\partial^2 \psi_r}{\partial t^2} = 0$$

$$u_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_z}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi_\theta}{\partial x}; \quad u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial \psi_r}{\partial x} - \frac{\partial \psi_z}{\partial r};$$

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_\theta}{\partial r} + \frac{\psi_\theta}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_r}{\partial \theta}; \quad \bar{c}_s^2 = c_s^2 \Gamma_\kappa; \quad \bar{c}_p^2 = c_p^2 \Gamma_\kappa.$$

Bu yerda uzun tekis (yoki silindrik) jismlardan tashkil topgan dissipativ mexanik sistemalarda to‘lqin tarqalishi masalasi qaraladi (6) tekis masalaning yechimini quyidagi ko‘rinishda izlaymiz:

$$\left. \begin{aligned} \phi_k(r, \theta, x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n(\alpha_k r) \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p x} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{rk}(r, \theta, x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{nr}(\beta_k r) \begin{Bmatrix} \sin n\theta \\ -\cos n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p x} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{\theta k}(r, \theta, x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{n\theta}(\beta_k r) \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p x} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{zk}(r, \theta, x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{nz}(\beta_k r) \begin{Bmatrix} \sin n\theta \\ \cos n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p x} e^{-i\omega t}; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

bu yerda n – butun son; γ_{pk} – to‘lqin tarqalishining doimiy soni; ω – kompleks xususiy chastota; $r = \frac{r_1}{a_0}, x = \frac{x_1}{a_0}$, ω – aylanma kompleks chastota, $\omega = 2\pi\nu$, ν – tebranishlar chastotasi; $\lambda = 2\pi/\alpha$ – to‘lqin uzunligi, s – fazali tezligi, $\omega = \alpha c$.

Har bir komponenta uchun cheksizlikda ($r \rightarrow \infty$) Zommerfeld shartlari qo‘yiladi. (7) ni (6) ga qo‘yib, quyidagi oddiy differensial tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\frac{d^2 \phi_k}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi_k}{dr} + \left(\alpha_k^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \phi_k = 0; \quad \frac{d^2 \psi_{zk}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_{zk}}{dr} + \left(\beta_k^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \psi_{zk} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{d^2 \psi_{\theta k}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_{\theta k}}{dr} + \frac{1}{r^2} \left(-n^2 \psi_{\theta k} + 2n \psi_{\theta k} - \psi_{\theta k} \right) \beta^2 \psi_{\theta k} = 0;$$

$$\frac{d^2 \psi_{rk}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_{rk}}{dr} + \frac{1}{r^2} \left(-n^2 \psi_{rk} + 2n \psi_{\theta k} - \psi_{rk} \right) \beta^2 \psi_{rk} = 0;$$

bu yerda $\alpha_k^2 = \frac{\bar{\Omega}_k^2}{\gamma_k^2} - \gamma_p^2$; $\beta_k^2 = \bar{\Omega}_k^2 - \gamma_p^2$; $\bar{\Omega}_k = \frac{\omega \alpha_k}{\bar{c}_{sk}}$; $\gamma_k^2 = \frac{2(1-\nu_k)}{1-2\nu_k}$.

To‘lqinning vaqt bo‘yicha so‘nish darajasi logarifmik dekrement orqali xarakterlanadi

$$\delta_c = 2\pi |\operatorname{Im} \omega| / \operatorname{Re} \omega. \quad (9)$$

Agar to‘ldiruvchili silindrik qobiq ichki sirtida garmonik kuch qo‘yilsa, u holda qo‘yilgan masala quyidagi ko‘rinishdagi kompleks elementli algebraik tenglamalar sistemasiga keladi. Uni umumiy holda quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$[Z]\{g\} = \{P\}, \quad (10)$$

$$[Z] = \begin{pmatrix} [Z_1] & & & & & 0 \\ & [Z_2] & & & & \\ & & & & & \\ & & & [Z_{(N-1)}] & & \\ 0 & & & & & [Z_N] \end{pmatrix}$$

-blokli matritsa; $[Z_j]$ – o‘lchami umumiy holda 6×6 bo‘lgan matritsa, elementlari Bessel, Xankel funksiyalaridan iborat bo‘lgan n -tartibli bir va ikki jinsli funksiya; $\{g\}$ – ustun matritsa bo‘lib, noma‘lum kattaliklardan iborat;

$\{P\} = \{0, 0, \dots, 0, P_{1N}, P_{2N}, P_{3N}, P_{4N}\}^T$ – ustun vektor bo‘lib, tashqi ta’sir etuvchi yuk hisoblanadi.

Agar to‘ldiruvchili silindrik jismning ichki $r = a$ sirtida garmonik normal berilgan bo‘lsa, u holda

$$P_{rr} = P_r(r) \cos(n\varphi) e^{i\nu\omega t}, P_{r\varphi} = 0, P_{rz} = 0, \quad (11)$$

Bunda $P_r(r)$ – normal ta’sir etuvchi garmonik bosim kuchi amplitudasi, $\nu\omega$ – tashqi bosim kuchi chastotasi. Silindrik qobiqning tashqi sirtida tekis deformatsiya holati masalasi uchun kuchlanishlardan ozod bo‘lganlik sharti quyidagicha qo‘yiladi. Formal ravishda deformatsiyalanuvchi qobiq va to‘ldiruvchidan tuzilgan dispersion tenglama quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\det[R(k, \omega)] = 0. \quad (12)$$

k to‘lqin soni ω chastotasi orasidagi bog‘lanishni ifoda qiluvchi tenglama dispersion tenglama deyiladi. Umumiy holda (12) tenglama chiziqli bo‘lmagan algebraik tenglamani ifoda qiladi. Uning n -ta kompleks ildizi mavjud bo‘lishi mumkin. Ularni quyidagicha tasvirlash mumkin:

$$k_j = k_j(\omega) = \text{Re}k_j(\omega) + i \text{Im}k_j(\omega), j = 1 \dots n.$$

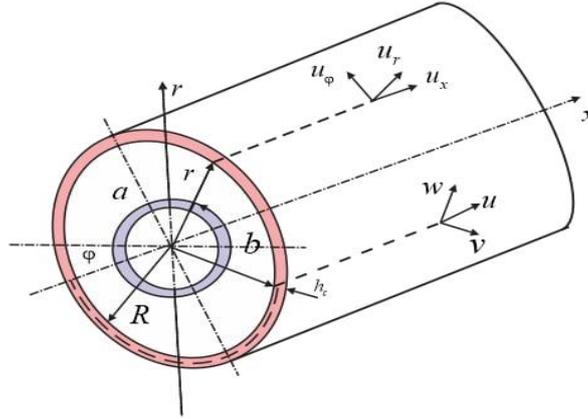
Shunday qilib, bu bobda qovushqoq-elastik to‘ldiruvchili silindrik qobiqda xos va majburiy to‘lqinlarning tarqalishi masalasining matematik qo‘yilishi va yechish metodikasi keltirilgan. Qobiq va to‘ldiruvchi orasida (kontaktida) qattiq mahkamlanganlik (yoki sirpanuvchanlik) sharti qo‘yildi. Masalalari elastiklik nazariyasining Lamé tenglamasidan Grin-Lemb usuli bilan ko‘chish potentsiallari orqali kompleks koeffitsiyentli to‘lqin tenglamasiga olib kelindi. To‘ldiruvchi va silindrik qobiqlarning harakat differensial tenglamasi Bessel (yoki Gelmgols) tenglamasiga olib kelindi va yechimi Bessel hamda Xankel funksiyalari orqali topildi.

Dissertatsiyaning **“Qovushqoq-elastik to‘ldiruvchili va muhit bilan aloqada bo‘lgan silindrik qobiqda xos to‘lqin tarqalishi”** deb nomlangan uchinchi bobda qovushqoq-elastik to‘ldiruvchili va muhit bilan aloqada bo‘lgan silindrik qobiqda xos to‘lqin tarqalishi masalalari o‘rganilgan. Qobiq va to‘ldiruvchining harakat differensial tenglamasi (1) va (3) keltirilgan. Asosiy hisob sxemasi 3-rasmda berilgan. Bu yerda qobiqlarning to‘ldiruvchi bilan o‘zaro ta’siri qobiqlarning o‘rta sirtlari bo‘ylab sodir bo‘ladi, deb faraz qilinadi. Rasmda keltirilgan a va b mos ravishda to‘ldiruvchining ichki va tashqi radiuslari hisoblanadi. To‘ldiruvchi qobiqlarga normal va urinma ta’sir ko‘rsatadi. O‘qqa simmetrik bo‘lmagan erkin to‘lqin tarqalish masalasi ko‘rib chiqiladi. O‘qqa simmetrik bo‘lmagan holat uchun yuqorida keltirilgan harakat differensial tenglamalari yechimlari quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{pmatrix} U_k \\ W_k \\ u_x \\ u_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{k,n} \\ W_{k,n} \\ U_{x,n} \\ W_{r,n} \end{pmatrix} \cos(n\theta) e^{i(\gamma x - \omega t)}, \quad \begin{pmatrix} V_k \\ u_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{k,n} \\ V_{\theta,n} \end{pmatrix} \sin(n\theta) e^{i(\gamma x - \omega t)}, \quad (13)$$

bunda $U_{k,n}, W_{k,n}, U_{x,n}, W_{r,n}, V_{k,n}, V_{r,n}$ – qobiqlar va to‘ldiruvchini ko‘chish

amplitudalari; $c_{0p} = \left[\frac{2G_{0s}(1-\nu_s)}{\rho_s(1-2\nu_s)} \right]^{1/2}$ $\gamma = 2\pi/\lambda_\omega$; λ_ω, c_ω – to‘lqin soni, to‘lqin uzunligi va faza tezligi.



3-rasm. Ikki qatlamli to‘ldiruvchili qobiq

Agar (13) ni (1) va (3) ga qo‘ysak, quyidagi ko‘rinishdagi kompleks koefitsiyentli algebraik tenglamalar sistemasini olamiz:

$$-\left[\gamma^2 \Gamma_k - \rho_{0,k} \frac{1-\nu_{0,k}}{2G_k} \omega^2 + \frac{1-\nu_{0,k}}{2a_k^2} \Gamma_k n^2 \right] U_{k,n} + i\gamma \frac{(1+\nu_{0,k})n}{2a_k} \Gamma_k V_{k,n} + i\gamma \frac{\nu_{0,k}}{a_k} \Gamma_k W_{k,n} = 0; \quad (15)$$

$$\left[\gamma^2 \Gamma_k - \frac{\rho_{0,k}}{G_k} \omega^2 \right] \frac{1-\nu_{0,k}}{2} + \frac{n^2}{a_k^2} \Gamma_k V_{k,n} + i\gamma \frac{(1+\nu_{0,k})n}{2a_k} \Gamma_k U_{k,n} + \frac{n^2}{a_k^2} \Gamma_k W_{k,n} = 0;$$

$$\left(\frac{h^2}{12} \left[\gamma^2 + \frac{n^2}{a_k^2} \right] \Gamma_k - \rho_{0,k} \frac{(1-\nu_{0,k})}{2G_k} \omega^2 + \Gamma_k \frac{1}{a_k^2} \right) W_{k,n} + i\gamma \Gamma_k \frac{\nu_{0,k}}{a_k} U_{k,n} + \frac{\Gamma_k n}{a_k^2} V_{k,n} = -\frac{(1-\nu_{0,k})}{2G_k h_k} q_{rk,n},$$

bunda $\Gamma_k = [1 - i\Gamma_0^g(\omega_R)]$.

Yuqoridagi (14) tenglamaga kiruvchi tashqi kuchlar quyidagicha bo‘ladi:

$$q_{rk,n} = -\frac{2G_{0k}\chi^2}{1-\nu_{0,k}} [1 - i\Gamma_0^g(\omega_R)] \frac{W_{k,n}}{h_k}; f(k) = e_3 - \nu_{0,k} \eta^2 \frac{e_6}{\epsilon_k^2} + n^2 \frac{e_5}{\epsilon_k^4 e_4};$$

$$e_1 = -\left[1 - \frac{1-\nu_{0,1}}{3} c_0^2 \right] \eta^2 + \frac{1-\nu_{0,1}}{3} \frac{n^2}{\epsilon_k^2}; e_2 = \frac{1-\nu_{0,1}}{2} \left[1 - \frac{2}{3} c_0^2 \right] \eta^2 + \frac{n^2}{\epsilon_k^2};$$

$$e_3 = \frac{\chi^2}{12} \left[\eta^2 + \frac{n^2}{\epsilon_k^2} \right] + \frac{1}{\epsilon_k^2} - \frac{1-\nu_{0,1}}{3} c_0^2 \eta^2; e_4 = \frac{(1+\nu_{0,1})^2}{4e_1} \eta^2 \frac{n^2}{\epsilon_k^2} - e_2;$$

$$e_5 = 1 - \frac{\nu_{0,1}(1+\nu_{0,1})}{2e_1} \eta^2; e_6 = \frac{e_5(1+\nu_{0,1})}{2e_1 e_4} \frac{n^2}{\epsilon_k^2} + \frac{\nu_{0,1}}{e_1}.$$

Bu yerda

$$c_1 = \frac{h}{R}, k_s = \frac{h_s}{h_2}, c_0^2 = \frac{3(2x+k_s)}{2x(1-n)}, x = \frac{\Gamma_0}{\Gamma_{0s}}, h_1 = h_2 = h, \Gamma_{01} = \Gamma_{02} = \Gamma_0, r_1 = r_2 = r.$$

Barcha parametrlar o‘lchamsiz ko‘rinishga keltirilgan. To‘ldiruvchini tenglamasi (3) ni Grin Lemb almashtirish orqali yechamiz. U holda ko‘chish vektori amplitudasini (13) ifodalardan foydalanib, quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$U_{x,n}(r) = i\gamma \varphi_n + \frac{d^2 \psi_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_n}{dr} - \frac{n^2}{r^2} \psi_n,$$

$$V_{\theta,n} = -\frac{n}{r} \varphi_n + i\gamma \frac{n}{r} \psi_n - \frac{d\chi_n}{dr}, W_{r,n}(r) = \frac{d\psi_n}{dr} - i\gamma \frac{d\psi_n}{dr} + \frac{n}{r} \chi_n. \quad (15)$$

Agar (13) ni (6) ga qo‘ysak, u holda quyidagi oddiy kompleks koeffitsiyentli differensial tenglamani olamiz:

$$\begin{aligned}
& \frac{d^2 \varphi_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi_n}{dr} - \frac{\varphi_n}{r^2} - [1 - M_p^2] \eta^2 \varphi_n = 0, \\
& \frac{d^2 \psi_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_n}{dr} - \frac{\psi_n}{r^2} - [1 - M_s^2] \eta^2 \psi_n = 0, \\
& \frac{d^2 \chi_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\chi_n}{dr} - \frac{\chi_n}{r^2} - [1 - M_s^2] \eta^2 \chi_n = 0 \\
& M_s = \frac{c_f}{c_{0p} [1 - i\Gamma_{0p}^g(\omega_R)]}, M_s = \frac{c_f}{c_{0c} [1 - i\Gamma_{0c}^g(\omega_R)]} \\
& c_{0p} = \left[\frac{2G_{0c}(1-\nu_c)}{\rho_c(1-2\nu_c)} \right]^{1/2}, c_{0s} = \left[\frac{G_{0c}}{\rho_c} \right]^{1/2}.
\end{aligned} \tag{16}$$

Yuqorida keltirilgan (16) tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha bo‘ladi: agar $c_f < c_{0s} < c_{0p}$

$$\begin{aligned}
\varphi_n(r, \gamma) &= A_n(\gamma) K_n(m\eta r) + B_n(\gamma) I_n(m\eta r); \\
\psi_n(r, \gamma) &= C_n(\gamma) K_n(m_s \eta r) + D_n(\gamma) I_n(m_s \eta r); \\
\chi_n(r, \gamma) &= E_n(\gamma) K_n(m_s \eta r) + L_n(\gamma) I_n(m_s \eta r);
\end{aligned} \tag{17}$$

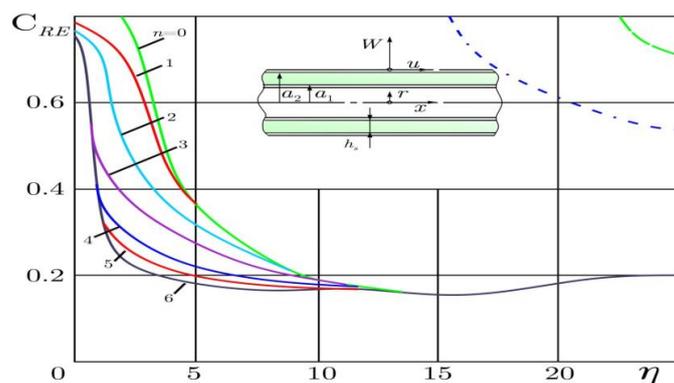
agar $c_f > c_{0p}$

$$\begin{aligned}
\varphi_n(r, \gamma) &= A_n(\gamma) K_n(\bar{m}\eta r) + B_n(\gamma) I_n(\bar{m}\eta r); \\
\psi_n(r, \gamma) &= C_n(\gamma) Y_n(\bar{m}_s \eta r) + D_n(\gamma) I_n(\bar{m}_s \eta r), \\
\chi_n(r, \gamma) &= E_n(\gamma) Y_n(\bar{m}_s \eta r) + L_n(\gamma) I_n(\bar{m}_s \eta r).
\end{aligned} \tag{18}$$

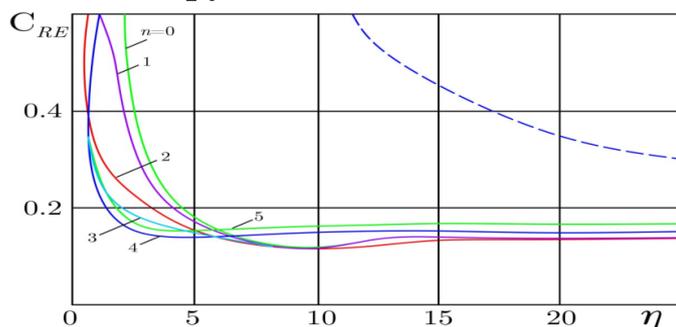
Agar (16) ni kuchlanish va deformatsiya orasidagi bog‘lanishga (Guk qonuni) qo‘ysak, quyidagi ko‘chish potentsiallari orqali ifodalangan formulalarni olamiz:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr,n} &= \lambda_{0c} [1 - i\Gamma_c^\lambda(\omega_R)] \left[-\gamma^2 \varphi_n + \frac{d^2 \varphi_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi_n}{dr} - \frac{n^2}{r^2} \varphi_n \right] + \\
& + 2\mu_{0c} [1 - i\Gamma_c^\mu(\omega_R)] \left[\frac{d^2 \varphi_n}{dr^2} - i\gamma \frac{d^2 \psi_n}{dr^2} + \frac{n}{r} \frac{d\psi_n}{dr} - \frac{n^2}{r^2} \chi_n \right]; \\
\sigma_{r\theta,n} &= \mu_{0c} [1 - i\Gamma_c^\mu(\omega_R)] \left[\frac{2n}{r} \left[\frac{\varphi_n}{r} - \frac{d\varphi_n}{dr} \right] + 2in\gamma \frac{1}{r} \frac{d\psi_n}{dr} - \right. \\
& \left. - 2in\gamma \frac{1}{r^2} \psi_n + \frac{1}{r} \frac{d\chi_n}{dr} - \frac{n^2}{r^2} \chi_n - \frac{d^2 \chi_n}{dr^2} \right]; \\
\sigma_{rx,n} &= \mu_{0c} [1 - i\Gamma_c^\mu(\omega_R)] \left[2i\gamma \frac{d\varphi_n}{dr} + \frac{d^3 \psi_n}{dr^3} + \frac{1}{r} \frac{d^2 \psi_n}{dr^2} - \right. \\
& \left. - \frac{n^2+1}{2} \frac{d\psi_n}{dr} + \frac{2n^2}{r^3} \psi_n + \gamma^2 \frac{d\psi_n}{dr} + i \frac{n\gamma}{r} \chi_n \right].
\end{aligned} \tag{19}$$

Agar (17) va (18) yechimlarni (13) chegaraviy shartlarga qo‘ysak, ixtiyoriy o‘zgarmlar $A_n, B_n, C_n, D_n, E_n, L_n$ ni topish uchun kompleks koeffitsiyentli bir jinsli algebraik tenglamalar sistemasini olamiz. Bu chiziqli tenglamalar sistemasini noldan farqli notrivial yechimga ega bo‘lishi uchun noma’lum kattaliklar oldida turgan koeffitsiyentlardan tuzilgan determinant nolga teng bo‘lishi kerak. Bundan (12) tenglama kelib chiqadi ($l, j = 1, \dots, 6$). Sonli natijalar 4 va 5 da keltirilgan.



4-rasm. Faza tezligining haqiqiy qismini to‘lqin soni h ($h = ga_1$) ga bog‘liq o‘zgarishi n (1. $n=1$; 2. $n=2$; 3. $n=3$; 4. $n=4$; 5. $n=5$; 6. $n=6$) ning turli qiymatlari uchun.



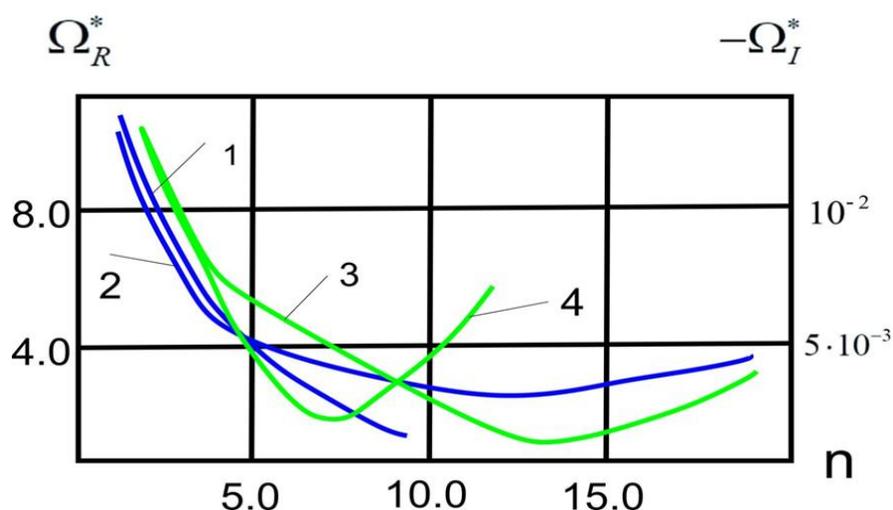
5-rasm. Faza tezligini haqiqiy qismini to‘lqin soni h ($h = ga_1$) ga bog‘liq o‘zgarishi n (1. $n=1$; 2. $n=2$; 3. $n=3$; 4. $n=4$; 5. $n=5$) ning turli qiymatlari uchun.

Rasmdan ko‘rinib turibdiki, h i 10.5 bo‘lganda faza tezligining o‘zgarishi n ga bog‘liq bo‘lmas ekan. Rasmning yuqori qismida punktr chiziq bilan to‘ldiruvchili qobiqda ichki qobiq absolyut qattiq bo‘lgan holdagi natijalari keltirilgan.

Uchta nazariya bilan olingan natijalar 6-rasmda solishtirilgan.



6-rasm. Chastotaning haqiqiy va mavhum qismlarini n soniga bog‘liq o‘zgarishi: 1, 2 – S.P. Timoshenko gipotezasi o‘rinli bo‘lganda va 3, 4 – chiziq uch o‘lchovli Lamé tenglamasi.

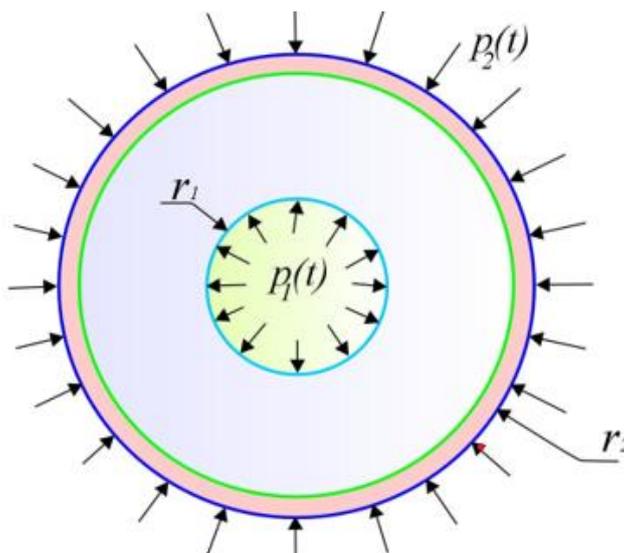


7-rasm. Chastotaning haqiqiy va mavhum qismlarini n soniga bog‘liq o‘zgarishi: 1, 2 – Kirxgof-Lyav gipotezasiga asosan; 3, 4 – chiziq uch o‘lchovli Lamé tenglamasi.

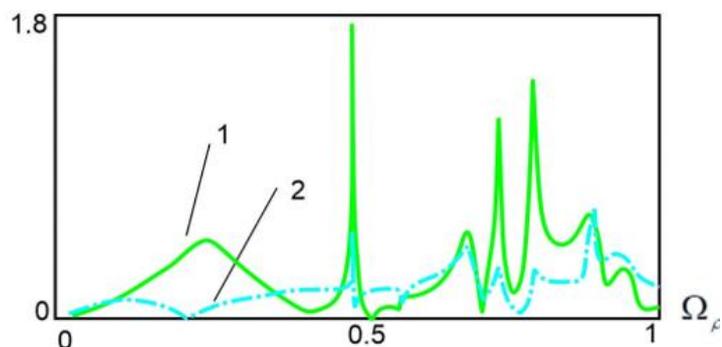
Faza tezligining to‘lqin soniga bog‘liq o‘zgarishi qovushqoq elastik to‘ldiruvchili silindrik qobiq uchun, qobiqning turli xil nazariyalar o‘rinli bo‘lganda olindi. Natijalar 6 va 7-rasmlarda keltirildi.

Faza tezligining egrilik radiusi va chastotaga bog‘liq bo‘lgan kritik qiymati topildi hamda chastotaning yutilish sohalari topildi. Qobiq qalinligining ortib borishi chastotaning sekin o‘shishiga olib kelar ekan. Bu to‘ldiruvchining ko‘chishi oshishiga sabab bo‘lar ekan. Qobiqning inersion xarakteristikalarini ortishi ham chastotaning kamayishiga sabab bo‘lar ekan.

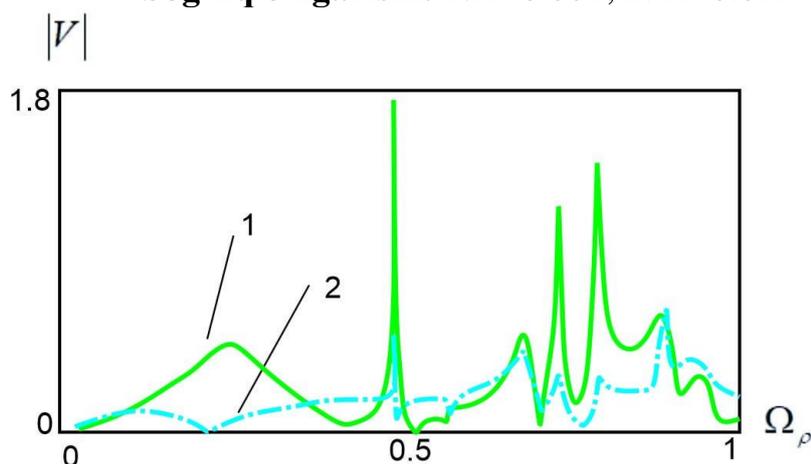
Dissertatsiyaning “**Qovushqoq-elastik to‘ldiruvchili silindrik qobiqning dinamik kuchlanganlik-deformatsiya holati**” deb nomlangan to‘rtinchi bobda to‘ldiruvchili silindrik qobiqda tashqi garmonik kuchlar ta’sirida hosil bo‘lgan majburiy to‘lqinlarning tarqalishi masalasi yechildi (7-rasm). Sonli natijalar olinib tahlil qilingan.



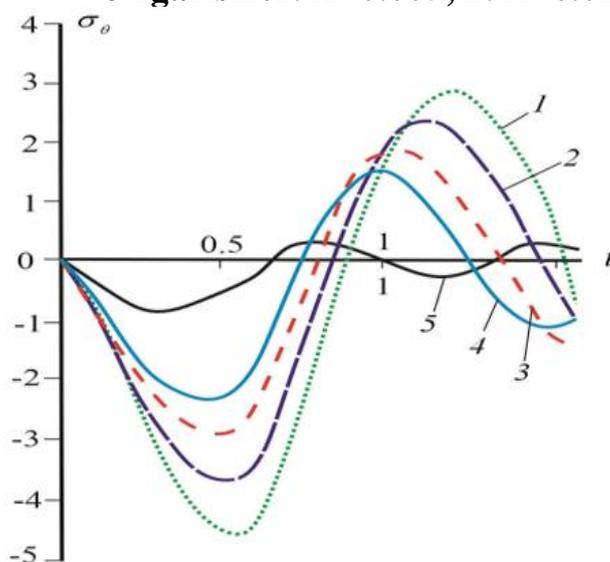
8-rasm. To‘ldiruvchili silindrik qobiq



9-rasm. To'ldiruvchidagi radial ko'chish amplitudasining chastotaga bog'liq o'zgarishi: 1. $A=0.001$; 2. $A=0.01$.



10-rasm. Urinma ko'chish amplitudasining chastotaga bog'liq o'zgarishi: 1. $A=0.005$; 2. $A=0.01$.



11-rasm. Qobiq kontur kuchlanishining vaqtga bog'liq o'zgarishi: 1. $A=0.001$; 2. $A=0.003$; 3. $A=0.005$; 4. $A=0.007$; 5. $A=0.009$

Olingan natijalardan kelib chiqadiki, dissipativ bir jinsli bo'lmagan mexanik sistema uchun ko'chishlar va kuchlanishlar maksimal qiymatiga yuqori chastotalarda ham erishar ekan. Rezonans yuz beradigan holatlarda dissipativ mexanik sistemalar uchun rezonans qiymati quyidan yuqoriga, ya'ni chapdan o'ngga tomon siljir ekan. Rasmdan ko'rinib turibdiki, kichik chastotalarda bu

gipotezalar bir-biriga yaqin bo'lgan natijalarni berar ekan. Yuqori chastotalarda gipotezalarga asoslanib olingan natijalar farqi oshib borar ekan. Demak, o'qqa simmetrik bo'lgan holda maksimal ko'chish va kuchlanishlar radial komponentalar yo'nalishida erishilar ekan. Ko'rinib turibdiki, materialning qovushqoqligini hisobga olish rezonans amplitudani 15 % gacha kamaytirishi mumkin ekan. Sonli hisoblash natijasida topildiki, yuqori chastotalarda dissipativ bir jinsli mexanik sistemalarda rezonans amplitudasi bir necha barobar kam bo'lar ekan.

UMUMIY XULOSA

1. Qovushqoq-elastik to'ldiruvchili silindrik qobiqda xos va majburiy to'liqlarning tarqalishi masalasining matematik qo'yilishi va yechish metodikasi keltirilgan. Qobiq va to'ldiruvchi orasida (kontaktida) qattiq mahkamlanganlik (yoki sirpanuvchanlik) sharti qo'yildi. Masalalari elastiklik nazariyasining Lamé tenglamasidan Grin-Lemb usuli bilan ko'chish potentsiallari orqali kompleks koeffitsiyentli to'liq tenglamasiga olib kelindi. To'ldiruvchi va silindrik qobiqlarning harakat differensial tenglamasi Bessel (yoki Gelmgols) tenglamasiga olib kelindi va yechimi Bessel hamda Xankel funksiyalari orqali topildi.

2. Majburiy tebranishlarni o'rganishda kompleks kattalik bo'lgan ko'chishlar va kuchlanishlarning moduli haqiqiy kuchlanish va ko'chishlarning ko'rinishi analitik topildi.

3. Muhit bilan aloqada bo'lgan (to'ldiruvchili yoki qovushqoq elastik muhitda joylashgan) silindrik qobiqda osesimmetrik va osesimmetrik bo'lmagan to'liq tarqalishi parametrik tahlil qilindi. Kompleks faza tezliklari va chastotalarini to'liq soniga bog'liq o'rganish uchun kompleks parametrli dispersion tenglama olindi va sonli yechildi.

4. Faza tezligining egrilik radiusi va chastotaga bog'liq bo'lgan kritik qiymati hamda chastotaning yutilish sohalari topildi.

5. Qobiq qalinligining ortib borishi chastotaning sekin o'sishiga olib kelar ekan. Bu to'ldiruvchi ko'chishining oshishiga sabab bo'lar ekan. Qobiqning inersion xarakteristikalarini ortishi ham chastotaning kamayishiga sabab bo'lishi xulosa qilindi.

6. Olingan sonli natijalar asosida topildiki: materialning qovushqoqligini hisobga olish rezonans amplitudasini 10-15 % gacha kamaytirish imkonini berar ekan. To'ldiruvchili silindrik qobiq o'rniga sterjinli nazariyaning qo'llanilishi ko'chish va kuchlanishlarni topishda 20 % xatolik berishi topildi.

7. Kirxgof-Lyav va Timoshenko gipotezalarining qo'llanilishi kichik chastotalar sohasida 5 - 10 %, yuqori chastotalar sohasida 20 % gacha farq qilishi xulosa qilindi.

8. Dissipativ bo'lmagan mexanik sistemalar uchun I.Y. Troyanovskiy va I.I. Safarov tomonidan topilgan sinergetik samara bu yerda ham o'rinli bo'lishi topildi.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.03/2025.27.12.FM/Т.16.02 ПО
ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЁНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ БУХАРСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

**БУХАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

ХАМРАЕВА ЗИЛОЛА КАХРАМОНОВНА

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН В ВЯЗКОУПРУГОЙ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ И
ДИНАМИЧЕСКОЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ
СОСТОЯНИЕ**

01.02.04 – Механика деформируемого твёрдого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Бухара – 2026

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована за номером в Высшей Аттестационной комиссии при Министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан B2025.3.PhD/FM1359

Диссертация выполнена в Бухарском государственном техническом университете

Автореферат диссертации на трех языках (узбекском, русском, английском (резюме)) размещен на веб-странице Бухарском государственном техническом университете (www.bsti.uz) и на Информационно образовательном портале "ZiyoNet" (www.ziyo.net)

Научный руководитель: Тешаев Мухсин Худойбердиевич
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: Мирзаев Ибрахим
доктор физико-математических наук, профессор
Исмаилов Кубаймурат
доктор технических наук, профессор

Ведущая организация: Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмада Ясави, Туркестан, Республика Казахстан

Защита диссертации состоится на заседании Научного совета PhD.03/2025.27.12.FM/T.16.02 по присуждению учёных степеней при Бухарском государственном техническом университете (Адрес: 100118, г.Бухара, ул.Каюма Муртазаева 15. Тел.: (+99865) 223-78-84; факс: (+99865) 223-79-72, e-mail: bmti_info@edu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Бухарского государственного технического университета (зарегистрирована). (Адрес: 100118, г.Бухара, ул.Каюма Муртазаева 15. Тел.: (+99865) 223-78-84).

Автореферат диссертации разослан: 07.01.2026
(протокол рассылки № 10 от 28 октября 2025 г.).



Б.С. Рахмонов
Председатель Ученого совета по присуждению ученых степеней, доктор технических наук (DSc)

Р.А.Собирова
Ученый секретарь Ученого совета по присуждению ученых степеней, доктор философии по физико-математическим наукам (PhD)

З.И.Болтаев
Председатель научного семинара при Ученом совете по присуждению ученых степеней, доктор физико-математических наук (DSc), профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация к докторской (PhD) диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. В мире одно из ведущих мест занимает применение энерго-ресурсосберегающих технологий и технических средств для определения эффектов диссипации энергии в динамических процессах, происходящих под воздействием внешних нагрузок в конструкциях с вязкоупругими заполнителями.

В мировом масштабе требуется внедрение в практику современного машиностроения и авиастроения конструкций из полимерных многослойных плит и оболочек, взаимодействующих с деформируемой средой. В этой связи в современных машинах важно использовать технические средства и устройства, элементы которых изготовлены из тонких композитных вязкоупругих полимерных материалов, работающих под воздействием различных динамических (вибрационных и ударных) сил.

В мире ведутся научно-исследовательские работы, направленные на разработку новых научно-технических решений ресурсосберегающих технологий и технических средств для обеспечения минимального распределения концентрации напряжений в динамических условиях тел и конструкций с полимерными вязкоупругими слоями. В связи с этим особое внимание уделяется разработке методологии и алгоритма расчета многослойных композитных конструкций с различными диссипативными свойствами, оценке динамического состояния конструкций с учетом параметров вязкости и решению задач, направленных на разработку ресурсосберегающих, прочных конструкций с использованием эффектов диссипации энергии.

В нашей Республике проводятся целенаправленные научные исследования, направленные на изучение динамических процессов в диссипативных неоднородных механических системах, реализуются комплексные меры по повышению прочности и эффективности материалов, используемых в машиностроении, и достигаются определенные результаты. В Указе Президента Республики Узбекистан от 28 января 2022 года № УП-60 "О Стратегии развития Нового Узбекистана на 2022-2026 годы" определены важные задачи, в том числе..."уделение особого внимания строительству объектов инженерно-коммуникационной и социальной инфраструктуры исходя из "точек роста" регионов...¹." При выполнении этих задач, в том числе при расчете напряжений материалов в динамическом состоянии, важное значение приобретает широкое внедрение математического моделирования и разработки программных систем с учетом реологических свойств используемых материалов.

Данное диссертационное исследование в определенной степени служит выполнению задач, предусмотренных в Постановлениях Президента Республики Узбекистан № ПП-144 от 30 мая 2022 года "О мерах по дальнейшему совершенствованию системы обеспечения сейсмической

¹ Указ Президента Республики Узбекистан от 28 января 2022 года № УП-60 "О Стратегии развития Нового Узбекистана на 2022-2026 годы"

безопасности Республики Узбекистан," № ПП-158 от 16 мая 2023 года "О дополнительных мерах по дальнейшему совершенствованию системы обеспечения сейсмической безопасности населения и территории Республики Узбекистан," № ПП-161 от 17 апреля 2024 года "О мерах по повышению сейсмостойкости зданий и сооружений и совершенствованию деятельности по мониторингу сейсмической опасности," а также в других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий республики IV. «Математика, механика, сейсמודинамика сооружений и информатика».

Степень изученности проблемы. Следующие зарубежные учёные провели научные исследования распространения волн в вязкоупругих трёхслойных цилиндрических телах: Г.И.Петрашень, П.В.Крауклис, К.В.Фролов, А.Н.Антонов, В.П.Матвеев, И.Н.Шардаков, Е.И.Старовойтов, Н.С.Анофрикова, Т.Майкер, А.Мейтцлер, Р.М.Дэвис, Р. Митра, Г. Кольский, Уайт, Я. Д. Ахенбах, Б. В. Шафер, Р. И. Сан, А. А. Ильюшин, Л. В. Бреховских, А. С. Вольмир, И. А. Викторов, А. Г. Горшков, М. Д. Генкин, Е. И. Шемякин, И. Е. Трояновский, И. А. Кийко, А. Н. Гуз, В.Т. Гринченко, Г.Л. Комиссарова, У.К. Нигуль, В.Г. Гоголадзе, Л.А. Молотков, Ю.И. Новичков и другие. В республике исследования по изучению колебания механических систем пластин и оболочек при различных воздействиях (или при отсутствии внешних нагрузок) с учетом реологических свойств материала проводились Х.А. Рахматулиным, М.Т. Уразбаевым, Т.Ш. Ширинкуловым, В.К. Кабуловым, Т.Р. Рашидовым, Ю.Н. Мубараковым, Б.М. Мардоновым, Г.К. Хожметовым, А.А. Ишанходжаевым, Т.М. Мавлоновым, М.М. Мирсаидовым, К.С. Султановым, М. Маматкуловым, Ф.Б. Бадаловым, А. Абдусаторовым, И.И. Сафаровым, М.К. Тешаевым, М.К. Усаровым, З.И. Болтаевым, Х. Худайназаровым, Ш.С. Юлдашевым и др.

В настоящее время существует ряд проблем, связанных с колебаниями диссипативно-неоднородных механических систем, решение которых позволит открыть новые грани динамических процессов. Создание методики алгоритмов решения задач на основе теории труб в области машиностроения приводит к снижению интенсивности вибраций в несколько раз. Это позволяет обеспечить прочность и устойчивость элементов конструкции. Для диссипативно-неоднородных механических систем важным является выбор ядра релаксации и его реологических параметров, исследование их влияния на частоту и коэффициент затухания. Для решения вышеуказанных проблем требуются дополнительные научные исследования.

Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ научно-исследовательского учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в рамках программы кафедры "Точные науки" Бухарского государственного

технического университета на тему "Математическое моделирование физико-механических процессов", запланированной на 2022-2025 годы.

Диссертационное исследование проводилось в рамках программы «Математическое моделирование физико-механических процессов» (2022-2025), включенной в научно-исследовательские планы кафедры «Точных наук» Бухарского государственного технического университета.

Целью исследования является создание методологии и алгоритма исследования задач распространения (свободных) волн и динамического напряженно-деформированного состояния, характерных для диссипативно неоднородной цилиндрической оболочки с заполнителем, а также совершенствование научных основ существующей теории.

Целью исследования является разработка методологии исследования и алгоритма задач распространения собственных волн и динамического напряженно-деформированного состояния в цилиндрической оболочке с диссипативным неоднородным заполнителем, а также совершенствование научных основ существующей теории.

Задачи исследования:

разработка математической постановки, методов решения и алгоритма задач распространения собственных волн и динамического напряженно-деформированного состояния, характерных для цилиндрической оболочки с заполнителем, с учетом вязкоупругих свойств материалов;

сравнительная оценка зависимости нескольких пунктов частоты колебаний (реальной и абстрактной частей) от физико-механических и геометрических параметров для структурно-диссипативных неоднородных цилиндрических, а также механических систем;

оценка влияния механических и геометрических параметров на соотношения между амплитудой и частотой для оценки резонансного состояния цилиндрической оболочки с заполнителем при вибрационной нагрузке;

сравнительная оценка зависимости динамического напряженно-деформированного состояния цилиндрической оболочки со структурно-диссипативным неоднородным заполнителем от физико-механических и геометрических параметров при нагружении внутренним динамическим давлением.

Объектом исследования является вязкоупругая цилиндрическая оболочка с заполнителем.

Предметом исследования является развитие динамической теории цилиндрической оболочки с заполнителем с учетом вязкоупругих свойств, разработка методики расчета и алгоритма, основанного на комплексной алгебре для изучения спектральных задач.

Методы исследования. В процессе исследования для решения системы интегро-дифференциальных уравнений с частными производными, полученных в диссертационной работе, использовались метод

"замораживания," метод разделения переменных, методы ортогональной прогонки, Мюллера, Гаусса, Лапласа и Годунова.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

впервые математически поставлены задачи о собственных и нестационарных волнах, распространяющихся в цилиндрической оболочке с вязкоупругим наполнителем, на основе уравнения Ламе, выраженного через перемещения в механике деформируемых твердых тел, с учетом поверхностных и контактных условий, а также условий затухания волн на бесконечности. Разработана методика и алгоритм решения задач, основанные на методах математической физики и механики деформируемых твердых тел.

установлено, что изменение коэффициентов демпфирования колебаний цилиндрической оболочки со структурно неоднородным наполнителем выражается немонотонными функциями, зависящими от физико-механических и геометрических параметров, а также радикально изменяются относительно диссипативной однородной системе;

по результатам численного эксперимента установлено, что разница между собственными частотами и коэффициентами поглощения, полученными на основе гипотезы Кирхгоф-Лява и трехмерной теории, очень мала (до 2%) при малых значениях числа волн и при более высоких значениях ($n > 5$) этот показатель достигает 20%.

из соотношений дисперсионного уравнения, полученных для краевой задачи, было установлено, что применение теории цилиндрического стержня с круглым поперечным сечением вместо цилиндрической оболочки с наполнителем приводит к погрешности до 20% при определении амплитуд перемещений и напряжений.

Практические результаты исследования следующие:

Разработана для диссипативных неоднородных механических систем (немонотонная зависимость коэффициента декремента затухания от различных параметров) будут полезны при решении многих практических задач в различных областях новых технологий;

Полученные результаты позволят снизить вибрации устройств, используемых в авиастроении, а также оптимизировать напряженно-деформированные состояния.

Достоверность результатов исследования объясняется корректной постановкой задачи, положительными результатами, полученных при использовании разработанной программы, их адекватности, положительными результатами проведенных исследований и их сравнительным анализом в разрезе рассматриваемых наук и внедрением результатов в практику.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость результатов исследования объясняется их вкладом в развитие теории свободных колебаний и динамического напряженно-

деформированного состояния вязкоупругой цилиндрической оболочки с наполнителем.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что в диссипативных неоднородных механических системах изменение коэффициента декремента затухания в зависимости от геометрических и физико-механических параметров позволяет управлять энергией в исследуемой области. Это объясняется тем, что разработанный алгоритм и программа могут быть использованы также для снижения вибраций.

Внедрение результатов исследований.

На основе результатов, полученных с использованием метода расчета, алгоритма и программы, с учетом научных основ задач линейного свободного и вынужденного распространения волн в вязкоупругой цилиндрической оболочке с наполнителем:

методы расчета динамических процессов с учетом взаимодействия цилиндрической оболочки с грунтовой средой были использованы в инновационном проекте ИЛ -5321091543 «Сейсмостойкость жилых зданий в сельской местности Таджикистана (в рамках международного проекта Азиатского банка развития)», реализованном в Ургенчском государственном университете имени Абу Райхана Беруни в 2022-2023 годах. В результате появляется возможность прогнозировать области резонансных колебаний, генерируемых гармоническими волнами, и уменьшать их на 15-20% путем выбора параметров амплитуды напряжения;

методы повышения интенсивности диссипации энергии в жидкополимерной оболочке были использованы при реализации инновационного проекта № ИЛ-21071166 по теме «Создание ветровой турбины с вертикальной осью вращения, рассчитанной на низкие скорости ветра», выполненного в Институте механики и сейсмостойкости сооружений Академии наук Республики Узбекистан в 2022-2024 годах (справка № 16023 Института механики и сейсмостойкости конструкций Академии наук Республики Узбекистан от 2 декабря 2025 г.). Применение научных результатов, полученных в диссертации, позволило снизить колебания в области резонанса на 20% по сравнению с предыдущим существующим методом расчета.

Апробация результатов исследования. Результаты данного исследования обсуждались на 4 республиканских и 3 международных научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 20 научных работ, в том числе 3 статьи в республиканских журналах рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов диссертации докторов философии (PhD), а также 1 монография.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы и приложений. Объем диссертации составляет 105 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, сформированы цели и задачи исследования, описаны объект и предмет исследования, показано соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, изложены научная новизна и практические результаты исследования, обоснована достоверность полученных результатов, изложены значение полученных научных и практических результатов, приведены сведения о внедрении в практику результатов исследования, опубликованных работах и структуре диссертации.

Первая глава диссертации под названием **«Анализ литературы по исследованию распространения собственных волн и динамических напряженно-деформированных состояний в цилиндрической оболочке с вязкоупругим заполнением»** состоит из трех параграфов. В первом параграфе представлен анализ литературы по распространению собственных волн в цилиндрической оболочке с вязкоупругим наполнителем, дисперсионным уравнениям и нахождению их корней. В частности, проведен сравнительный анализ научных работ, посвященных исследованию резонансных состояний и затухания волн путем анализа исследуемых свободных волн и их частотных характеристик. Также подробно проанализированы классические волны и интервалы их существования. Во втором и третьем параграфах представлен анализ литературы посвященной изучению распространения волн в цилиндрической оболочке содержащей жидкость. (вязкоупругой). Распространение волн (или движение) в цилиндрической оболочке с жидкостью изучается в нескольких направлениях:

во-первых, проблемы свободных колебаний механической системы "оболочка-жидкость" (цилиндрической оболочка с жидкостью с конечной длиной) или распространения волн (бесконечной длины);

во-вторых, задачи проблемы устойчивости механической системы;

в-третьих, процесс распространения неустойчивых волн в такой системе;

в-четвертых, проблемы изучения процессов под действием физического поля в таких механических системах. В качестве динамического уравнения цилиндра использовались уравнения, полученные на основе безмоментной теории.

Дисперсионный анализ проводился с использованием асимптотических формул. Диссипативное свойство диссипативного однородного и неоднородного волновода (или механической системы) не изучалось в сравнительном плане для диссипативных однородных и неоднородных механических систем. Не разработаны величины или соотношения,

оценивающие их дисперсионные соотношения в комплексной плоскости. Сделан вывод о том, что полученное дисперсионное уравнение для цилиндрической оболочки с заполнителем выражено лишь асимптотически с помощью специальных функций, не найдены границы применимости гипотез Кирхгофа-Лява и Тимошенко, а изучению скорости комплексной фазы и формы колебаний уделено мало внимания, не изучены в зависимости от параметров некоторые сложные моды, возникающие из дисперсионных соотношений (для диссипативных однородных и неоднородных механических систем), не поставлена спектральная задача для их исследования, не разработаны методика, алгоритм и программа решения.

Вторая глава диссертации под названием **«Распространение собственных волн и динамическое напряженно-деформированное состояние в цилиндрической оболочке с вязкоупругим заполнителем»** состоит из четырех параграфов, в которых приведены постановка, методика и алгоритм решения задач о собственных колебаниях и динамическом напряженно-деформированном состоянии цилиндрической оболочки с вязкоупругим заполнителем. Рассматривается задача о собственных колебаниях цилиндрической оболочки в двух различных состояниях. Предположим, что цилиндрическая оболочка имеет бесконечную длину по оси x . В этом случае на основе изучения распространения собственных волн в цилиндрической оболочке будем изучать собственные колебания, соответствующие каждому волновому числу. Если цилиндрическая оболочка с заполнителем конечна, то собственные колебания изучаются в предположении, что оболочка закреплена с двух сторон или по своей поверхности. Дифференциальные уравнения движения, описывающие напряженное состояние цилиндрической оболочки, получены на основе двух различных теорий. Первое из них — уравнение оболочки, которое выводится из теории оболочек. Пусть бесконечно длинная деформируемая (вязкоупругая) цилиндрическая оболочка с радиусом R , толщиной h_0 , и плотностью ρ_0 , коэффициентом Пуассона ν_0 (заданные параметры, представляющие вязкость) заполнена вязкоупругой средой или идеальной жидкостью. Изучается задача о распространении волн, характерных для этого цилиндра (или гармонических). Задача решается в цилиндрической системе координат (r, θ, z) . Такая оболочка имеет внутреннюю силу давления (или распределение по осям $-p_r, p_\theta, p_z$). Подобные задачи для оболочек с идеальной и вязкой жидкостью изучены несколькими учеными, далее приведем некоторых из них. Они решали осесимметричные задачи для бесконечно длинной цилиндрической оболочки, заполненной вязкой жидкостью (гипотеза Кирхгофа-Лява). Для заполнителей с произвольными параметрами такие задачи не решены. Уравнение оболочки можно записать с использованием дифференциального оператора (в рамках гипотез Кирхгофа-Лява и Тимошенко С.П.) следующим образом:

$$L[1 - G_0] \vec{u} = \frac{(1 - n_0^2)}{E_0 h_0} p + r_0 \frac{(1 - n_0^2)}{E_0} \frac{\nabla^2 \vec{u}}{\nabla^2 t^2}. \quad (1)$$

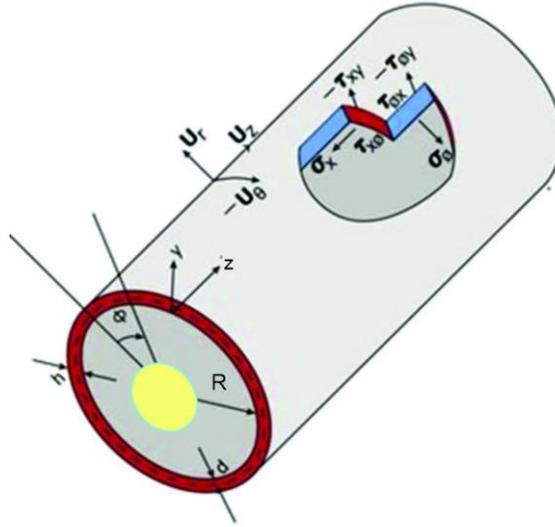


Рис. 1. Цилиндрическая оболочка с наполнителем

где $\Gamma_0 = i\Gamma^C(\omega_R) + \Gamma^S(\omega_R)$, $\Gamma_{\lambda k}^C(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\lambda k}(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau$, $\Gamma_{\lambda k}^S(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\lambda k}(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau$

- соответственно косинусное и синусное изображения Фурье ядра релаксации материала, соответственно, E_0 – модуль Юнга; $\vec{u} = \vec{u}(u_r, u_\theta, u_z)$ – вектор смещения срединной поверхности оболочки (когда имеет место гипотеза Кирхгофа–Лява), чаще всего вводится следующее обозначение ($u_r = u$; $u_\theta = \vartheta$; $u_z = w$), При уместности гипотезы Тимошенко С.П. размерность вектора смещения равна пяти. Если гипотеза Тимошенко С.П. верна, то, кроме перемещений, направленных по оси, дуге и нормали цилиндрической оболочки, также добавляется, угол закручивания нормали срединной поверхности в направлении оси и дуги. Здесь $\{u \ v \ w\}^T$ вектор перемещения цилиндрической оболочки, $R_{\lambda k}(t - \tau)$ – релаксация ядра; E_0 – моментный модуль упругости. L -дифференциальный оператор, основанный на гипотезе Кирхгофа–Лява, имеет следующий вид:

$$L = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1 - \nu_0}{2R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} & \frac{1 + \nu_0}{2R} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} & \frac{\nu_0}{R} \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1 + \nu_0}{2R} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} & \frac{1 + \nu_0}{2} (1 + 4a) \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (1 + a) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} & \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - a(2 - \nu) \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial \theta} - \frac{a}{R^2} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \\ \frac{\nu}{R} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - a(2 - \nu) \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial \theta} - \frac{a}{R^2} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} & \frac{1}{R^2} + a \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)^2 \end{pmatrix}.$$

Уравнение движения цилиндрической оболочки с идеальной жидкостью имеет вид:

$$\sum_{k=1}^3 (L_{jk} u_k + \rho h \ddot{u}_j - \delta_{3j} p|_{r=R}) = 0, j = 1, 2, 3$$

$$\Delta p - \frac{1}{c_\infty^2} \ddot{p} = 0$$
(2)

где u_j - вектор перемещения точек срединной поверхности оболочки; $L_{j,k}$ - дифференциальный оператор теории оболочек, Δ -оператор Лапласа; δ_{3j} ($j=1,2,3$)- знак Кронекера, p -гидродинамическое давление, c_∞ - плотность и распространение звуковых волн в жидкости, ρ_0 , R , h_0 плотность материала, радиус и толщина оболочки. Дифференциальное уравнение движения заполнителя получено через уравнение Ламе теории упругости. Если пренебречь объемной силой, то уравнение движения вязкоупругого наполнителя имеет вид:

$$\bar{m}_c C^r u + (\bar{l}_c + \bar{m}_c) \text{grad div } u = r_c \frac{\mathbb{1}^2 u}{\mathbb{1} t^2},$$
(3)

где $\bar{\lambda}_c = \lambda_{c0} [1 - i\Gamma_0^\lambda(\omega_R)]$, $\bar{\mu}_c = \mu_{c0} [1 - i\Gamma_0^\mu(\omega_R)]$ - комплексный мгновенный модуль упругости; $R_{cl}(t-\tau)$, $R_{cm}(t-\tau)$ - ядро релаксации. \vec{u} - вектор перемещения заполнителя; r_c - плотность материала наполнителя; n_c - коэффициент Пуассона, который считается постоянным или не зависящим от времени.

Изучается совместное движение цилиндрической оболочки с вязкой жидкостью, оболочки и жидкости: гармоники (или волны) распространяются вдоль оси z и затухают во времени. В расчетах в основном используется трехпараметрическое слабое сингулярное ядро Ржаницына-Колтунова $R(t) = Ae^{-\beta t} / t^{1-\alpha}$. Принимаются условия жесткого закрепления на поверхности заполнителя и оболочки и отсутствия напряжений на свободной поверхности:

$$r = R - h/2: u = u_r; \quad \vartheta = u_\theta; \quad w = u_z;$$

$$p_1 = -X - \sigma_{rx}; \quad p_2 = -Y - \sigma_{r\theta}; \quad p_3 = -X - \sigma_{rr}.$$
(4)

Если описать вектор перемещения в виде потенциала и соленоида, то перемещения среды t выглядят следующим образом:

$$\vec{u} = \text{grad } \varphi + \text{rot } \vec{\psi}.$$
(5)

Здесь φ - потенциал продольной волны; $\vec{\psi} (\psi_r, \psi_\theta, \psi_z)$ - потенциал поперечной волны. Эти потенциальные функции удовлетворяют следующим волновым уравнениям в декартовой системе координат (с учетом (5)):

$$C^2 f - \frac{1}{c_p^2} \frac{\mathbb{1}^2 f}{\mathbb{1} t^2} = 0; \quad C^2 y_x - \frac{1}{c_s^2} \frac{\mathbb{1}^2 y_z}{\mathbb{1} t^2} = 0;$$
(6)

$$\nabla^2 \psi_\theta - \frac{\psi_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi_r}{\partial \theta} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial t^2} = 0; \quad \nabla^2 \psi_r - \frac{\psi_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \psi_r}{\partial t^2} = 0$$

$$u_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_z}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi_\theta}{\partial x}; \quad u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial \psi_r}{\partial x} - \frac{\partial \psi_z}{\partial r};$$

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_\theta}{\partial r} + \frac{\psi_\theta}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_r}{\partial \theta}; \quad \bar{c}_s^2 = c_s^2 \Gamma_k; \quad \bar{c}_p^2 = c_p^2 \Gamma_k.$$

Здесь мы рассматриваем задачу распространения волн в диссипативных механических системах, состоящих из длинных плоских (или цилиндрических) тел. Решение плоской задачи (5) ищем в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \phi_k(r, \theta, x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n(\alpha_k r) \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p x} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{rk}(r, \theta, x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{nr}(\beta_k r) \begin{Bmatrix} \sin n\theta \\ -\cos n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p x} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{\theta k}(r, \theta, x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{n\theta}(\beta_k r) \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p x} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{zk}(r, \theta, x, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{nz}(\beta_k r) \begin{Bmatrix} \sin n\theta \\ \cos n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p x} e^{-i\omega t}; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где n - целое число; γ_{pk} - постоянное число распространения волн; ω - частная комплексная частота; $r = \frac{r_1}{a_0}, x = \frac{x_1}{a_0}$, ω - вращательная комплексная частота, $\omega = 2\pi\nu$, ν - частота колебаний; $\lambda = 2\pi/\alpha$ - длина волны, c - фазовая скорость, $\omega = \alpha c$.

Для каждой компоненты на бесконечности ($r \rightarrow \infty$) ставятся условия Зоммерфельда. Подставляя (7) в (5), получаем следующую систему обычных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2 \phi_k}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi_k}{dr} + \left(\alpha_k^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \phi_k = 0;$$

$$\frac{d^2 \psi_{xk}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_{xk}}{dr} + \left(\beta_k^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \psi_{xk} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{d^2 \psi_{\theta k}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_{\theta k}}{dr} + \frac{1}{r^2} \left(-n^2 \psi_{\theta k} + 2n \psi_{\theta k} - \psi_{\theta k} \right) \beta_k^2 \psi_{\theta k} = 0;$$

$$\frac{d^2 \psi_{rk}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_{rk}}{dr} + \frac{1}{r^2} \left(-n^2 \psi_{rk} + 2n \psi_{\theta k} - \psi_{rk} \right) \beta_k^2 \psi_{rk} = 0;$$

$$\text{где} \quad \alpha_k^2 = \frac{\bar{\Omega}_k^2}{\gamma_k^2} - \gamma_p^2; \quad \beta_k^2 = \bar{\Omega}_k^2 - \gamma_p^2; \quad \bar{\Omega}_k = \frac{\omega \alpha_k}{\bar{c}_{sk}}; \quad \gamma_k^2 = \frac{2(1-\nu_k)}{1-2\nu_k}.$$

Степень затухания волны во времени характеризуется логарифмическим декрементом

$$\delta_c = 2\pi |\text{Im} \omega| / \text{Re} \omega. \quad (9)$$

к уравнению Бесселя (или Гельмгольца) и решено с помощью функций Бесселя и Ханкеля.

В третьей главе диссертации под названием «Распространение собственных волн в цилиндрической оболочке, контактирующей с вязкоупругим заполнителем и окружающей средой», изучаются задачи распространения собственных волн в цилиндрической оболочке, контактирующей с вязкоупругим заполнителем и окружающей средой. Приведены дифференциальные уравнения движения оболочки и заполнителя (1) и (3). Основная расчетная схема представлена на рисунке 3. Здесь предполагается, что взаимодействие оболочек с заполнителем происходит по срединным поверхностям оболочек. Внутренний и внешний радиусы заполнителя соответственно приведены на рисунке. Заполнитель оказывает на оболочки нормальное и касательное воздействие. Рассматривается задача распространения свободной волны, несимметричной по оси. Решения приведенных выше дифференциальных уравнений движения для случая несимметричного по оси имеют следующий вид:

$$\begin{pmatrix} U_k \\ W_k \\ u_x \\ u_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{k,n} \\ W_{k,n} \\ U_{x,n} \\ W_{r,n} \end{pmatrix} \cos(n\theta) e^{i(\gamma x - \omega t)}, \quad \begin{pmatrix} V_k \\ u_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{k,n} \\ V_{\theta,n} \end{pmatrix} \sin(n\theta) e^{i(\gamma x - \omega t)},$$

(13) где $U_{k,n}, W_{k,n}, U_{x,n}, W_{r,n}, V_{k,n}, V_{\theta,n}$ - амплитуды перемещений оболочек и наполнителя; $c_{0p} = \left[\frac{2G_{0s}(1-\nu_s)}{\rho_s(1-2\nu_s)} \right]^{1/2}$ $\gamma = 2\pi / \lambda_\omega$; λ_ω, c_ω - число волн, длина волны и скорость фазы.

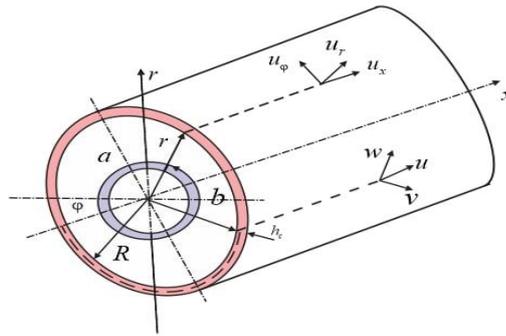


Рисунок 3. - Оболочка с двухслойным заполнителем

Если подставить (13) в (1) и (3), то получим систему алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами в следующем виде:

$$\begin{aligned} & - \left[\gamma^2 \Gamma_k - \rho_{0,k} \frac{1-\nu_{0,k}}{2G_k} \omega^2 + \frac{1-\nu_{0,k}}{2a_k^2} \Gamma_k n^2 \right] U_{k,n} + i\gamma \frac{(1+\nu_{0,k})n}{2a_k} \Gamma_k V_{k,n} + i\gamma \frac{\nu_{0,k}}{a_k} \Gamma_k W_{k,n} = 0; \quad (15) \\ & \left[\left[\gamma^2 \Gamma_k - \frac{\rho_{0,k}}{G_k} \omega^2 \right] \frac{1-\nu_{0,k}}{2} + \frac{n^2}{a_k^2} \Gamma_k \right] V_{k,n} + i\gamma \frac{(1+\nu_{0,k})n}{2a_k} \Gamma_k U_{k,n} + \frac{n^2}{a_k^2} \Gamma_k W_{k,n} = 0; \end{aligned}$$

$$\left(\frac{h^2}{12} \left[\gamma^2 + \frac{n^2}{a_k^2} \right]^2 \Gamma_k - \rho_{0,k} \frac{(1-\nu_{0,k})}{2G_k} \omega^2 + \Gamma_k \frac{1}{a_k^2} \right) W_{k,n} + i\gamma \Gamma_k \frac{\nu_{0,k}}{a_k} U_{k,n} + \frac{\Gamma_k n}{a_k^2} V_{k,n} = -\frac{(1-\nu_{0,k})}{2G_k h_k} q_{rk,n},$$

где $\Gamma_k = [1 - i\Gamma_0^g(\omega_R)]$.

Внешние силы, входящие в уравнение (14), будут следующими:

$$\begin{aligned} q_{rk,n} &= -\frac{2G_{0k}\chi^2}{1-\nu_{0,k}} [1 - i\Gamma_0^g(\omega_R)] \frac{W_{k,n}}{h_k}; f(k) = e_3 - \nu_{0,k} \eta^2 \frac{e_6}{\epsilon_k^2} + n^2 \frac{e_5}{\epsilon_k^4 e_4}; \\ e_1 &= -\left[1 - \frac{1-\nu_{0,1}}{3} c_0^2\right] \eta^2 + \frac{1-\nu_{0,1}}{3} \frac{n^2}{\epsilon_k^2}; e_2 = \frac{1-\nu_{0,1}}{2} \left[1 - \frac{2}{3} c_0^2\right] \eta^2 + \frac{n^2}{\epsilon_k^2}; \\ e_3 &= \frac{\chi^2}{12} \left[\eta^2 + \frac{n^2}{\epsilon_k^2}\right] + \frac{1}{\epsilon_k^2} - \frac{1-\nu_{0,1}}{3} c_0^2 \eta^2; e_4 = \frac{(1+\nu_{0,1})^2}{4e_1} \eta^2 \frac{n^2}{\epsilon_k^2} - e_2; \\ e_5 &= 1 - \frac{\nu_{0,1}(1+\nu_{0,1})}{2e_1} \eta^2; e_6 = \frac{e_5(1+\nu_{0,1})}{2e_1 e_4} \frac{n^2}{\epsilon_k^2} + \frac{\nu_{0,1}}{e_1}. \end{aligned}$$

где

$$c_1 = \frac{h}{R}, k_s = \frac{h_s}{h_2}, c_0^2 = \frac{3(2x+k_s)}{2x(1-n)}, x = \frac{\Gamma_0}{\Gamma_{0s}}, h_1 = h_2 = h, \Gamma_{01} = \Gamma_{02} = \Gamma_0, r_1 = r_2 = r.$$

Все параметры представлены в безразмерный вид. Уравнение заполнителя (3) решим преобразованием Грин-Лэмба. Тогда амплитуду вектора перемещения, используя выражения (13), запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} U_{x,n}(r) &= i\gamma \varphi_n + \frac{d^2 \psi_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_n}{dr} - \frac{n^2}{r^2} \psi_n, \\ V_{\theta,n} &= -\frac{n}{r} \varphi_n + i\gamma \frac{n}{r} \psi_n - \frac{d\chi_n}{dr}, W_{r,n}(r) = \frac{d\psi_n}{dr} - i\gamma \frac{d\psi_n}{dr} + \frac{n}{r} \chi_n. \end{aligned} \quad (15)$$

Если подставить (13) в (6), то получим следующее обычное дифференциальное уравнение с комплексными коэффициентами

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \varphi_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi_n}{dr} - \frac{\varphi_n}{r^2} - [1 - M_p^2] \eta^2 \varphi_n &= 0, \\ \frac{d^2 \psi_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_n}{dr} - \frac{\psi_n}{r^2} - [1 - M_s^2] \eta^2 \psi_n &= 0, \\ \frac{d^2 \chi_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\chi_n}{dr} - \frac{\chi_n}{r^2} - [1 - M_s^2] \eta^2 \chi_n &= 0 \\ M_s &= \frac{c_f}{c_{0p} [1 - i\Gamma_{0p}^g(\omega_R)]}, M_s = \frac{c_f}{c_{0c} [1 - i\Gamma_{0c}^g(\omega_R)]} \\ c_{0p} &= \left[\frac{2G_{0c}(1-\nu_c)}{\rho_c(1-2\nu_c)} \right]^{1/2}, c_{0s} = \left[\frac{G_{0c}}{\rho_c} \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Общее решение уравнения (16), приведенного выше, выглядит следующим образом:

если $c_f < c_{0s} < c_{0p}$

$$\begin{aligned}
\varphi_n(r, \gamma) &= A_n(\gamma)K_n(m\eta r) + B_n(\gamma)I_n(m\eta r); \\
\psi_n(r, \gamma) &= C_n(\gamma)K_n(m_s\eta r) + D_n(\gamma)I_n(m_s\eta r); \\
\chi_n(r, \gamma) &= E_n(\gamma)K_n(m_s\eta r) + L_n(\gamma)I_n(m_s\eta r);
\end{aligned} \tag{17}$$

если $c_f > c_{0p}$

$$\begin{aligned}
\varphi_n(r, \gamma) &= A_n(\gamma)K_n(\bar{m}\eta r) + B_n(\gamma)I_n(\bar{m}\eta r); \\
\psi_n(r, \gamma) &= C_n(\gamma)Y_n(\bar{m}_s\eta r) + D_n(\gamma)I_n(\bar{m}_s\eta r), \\
\chi_n(r, \gamma) &= E_n(\gamma)Y_n(\bar{m}_s\eta r) + L_n(\gamma)I_n(\bar{m}_s\eta r).
\end{aligned} \tag{18}$$

Если мы подставим (16) в зависимость между напряжением и деформацией (закон Гука), то получим следующие уравнения, выраженные через потенциалы перемещения:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr,n} &= \lambda_{0c} [1 - i\Gamma_c^\lambda(\omega_R)] \left[-\gamma^2 \varphi_n + \frac{d^2 \varphi_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi_n}{dr} - \frac{n^2}{r^2} \varphi_n \right] + \\
&+ 2\mu_{0c} [1 - i\Gamma_c^\mu(\omega_R)] \left[\frac{d^2 \varphi_n}{dr^2} - i\gamma \frac{d^2 \psi_n}{dr^2} + \frac{n}{r} \frac{d\psi_n}{dr} - \frac{n^2}{r^2} \chi_n \right]; \\
\sigma_{r\theta,n} &= \mu_{0c} [1 - i\Gamma_c^\mu(\omega_R)] \left[\frac{2n}{r} \left[\frac{\varphi_n}{r} - \frac{d\varphi_n}{dr} \right] + 2in\gamma \frac{1}{r} \frac{d\psi_n}{dr} - \right. \\
&\left. - 2in\gamma \frac{1}{r^2} \psi_n + \frac{1}{r} \frac{d\chi_n}{dr} - \frac{n^2}{r^2} \chi_n - \frac{d^2 \chi_n}{dr^2} \right]; \\
\sigma_{rx,n} &= \mu_{0c} [1 - i\Gamma_c^\mu(\omega_R)] \left[2i\gamma \frac{d\varphi_n}{dr} + \frac{d^3 \psi_n}{dr^3} + \frac{1}{r} \frac{d^2 \psi_n}{dr^2} - \right. \\
&\left. - \frac{n^2+1}{2} \frac{d\psi_n}{dr} + \frac{2n^2}{r^3} \psi_n + \gamma^2 \frac{d\psi_n}{dr} + i \frac{n\gamma}{r} \chi_n \right].
\end{aligned} \tag{19}$$

Если подставить решения (17) и (18) в граничные условия (13), то для нахождения произвольных постоянных $A_n, B_n, C_n, D_n, E_n, L_n$ получим систему однородных алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами. Для того чтобы эта система линейных уравнений имела ненулевое нетривиальное решение, определитель, составленный из коэффициентов, стоящих перед неизвестными величинами, должен быть равен нулю. Отсюда следует уравнение (12) ($l, j=1, \dots, 6$). Численные результаты приведены на рис.4 и 5.

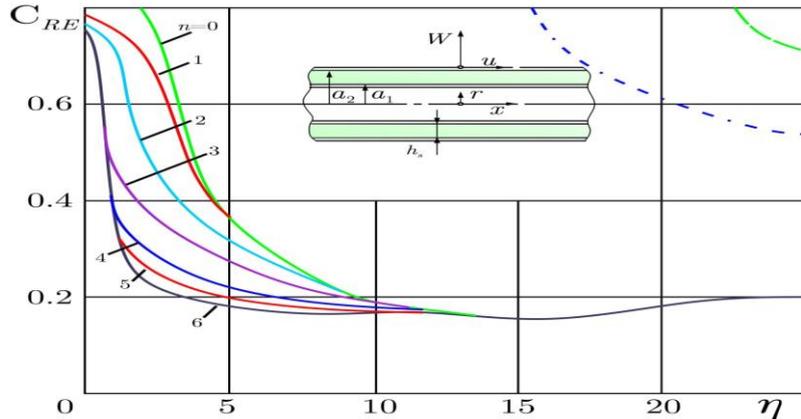


Рисунок 4. Изменение действительной части скорости фазы в зависимости от числа волн h ($h = g a_1$) для различных значений n (1. $n=1$; 2. $n=2$; 3. $n=3$; 4. $n=4$; 5. $n=5$; 6. $n=6$)

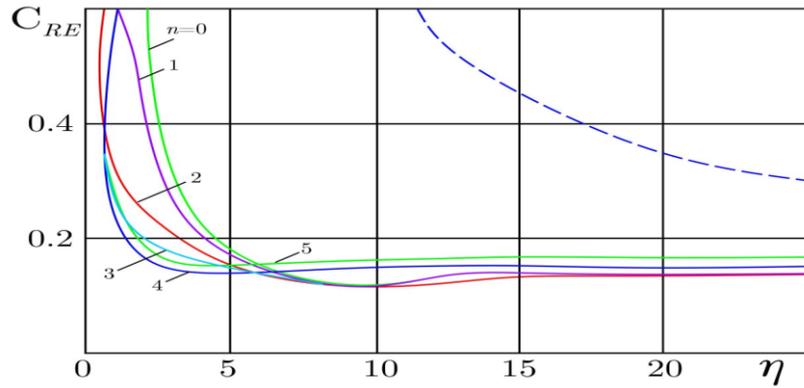


Рисунок 5. Изменение действительной части скорости фазы в зависимости от числа волн h ($h = g a_1$) для различных значений n (1. $n=1$; 2. $n=2$; 3. $n=3$; 4. $n=4$; 5. $n=5$)

Из рисунка видно, что при $h > 10.5$ изменение скорости фазы не зависит от n . В верхней части рисунка пунктирной линией приведены результаты при абсолютно жесткой внутренней оболочке в оболочке с наполнителем.

Результаты, полученные с помощью трех теорий, сравниваются на рисунке 6.

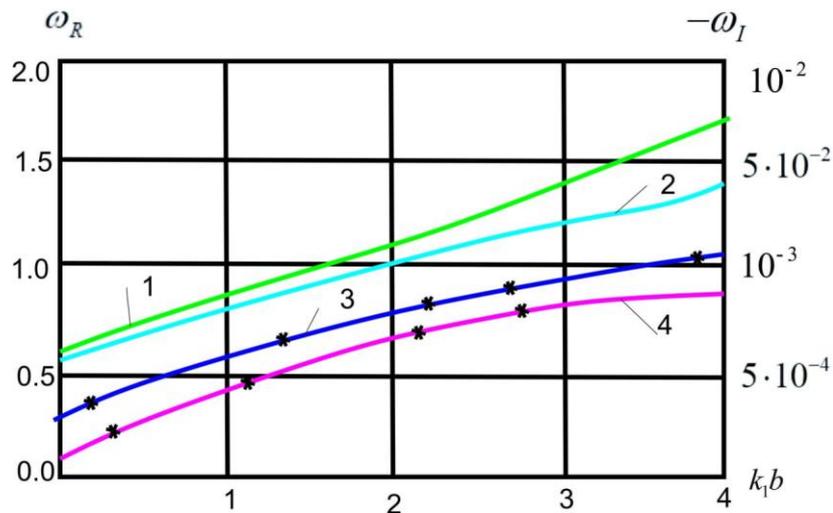


Рисунок 6. Изменение действительной и абстрактной частей частоты в зависимости от числа n : 1, 2-при выполнении гипотезы С.П. Тимошенко и 3,4-трехмерное уравнение Ламе

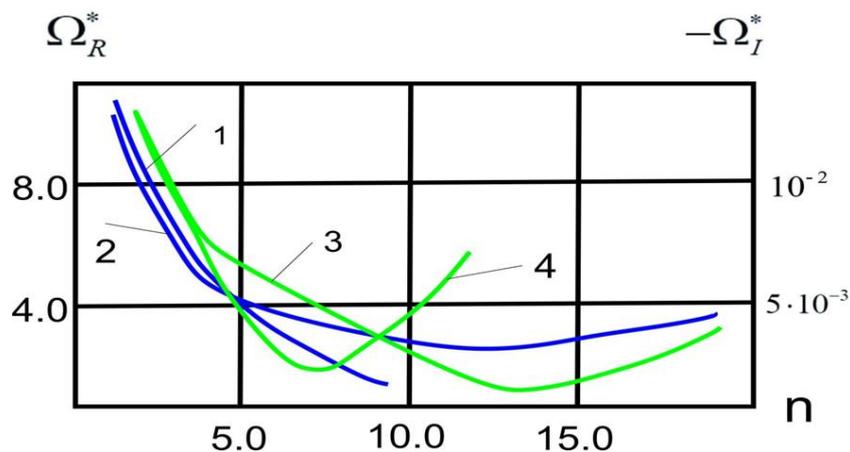


Рисунок 7. Изменение действительной и абстрактной частей частоты в зависимости от числа n : 1, 2 - по гипотезе Кирхгофа-Лява; 3,4 - трехмерное уравнение Ламе.

Изменение скорости фазы в зависимости от волнового числа получено для цилиндрической оболочки с вязкоупругим наполнителем при уместности различных теорий оболочки. Результаты представлены на рисунках 6 и 7.

Найдено критическое значение скорости фазы, в зависимости от радиуса кривизны и частоты, а также определены области поглощения частоты. Увеличение толщины оболочки приводит к постепенному росту частоты. Это приводит к увеличению перемещения наполнителя. Увеличение инерционных характеристик оболочки также приводит к уменьшению частоты.

В четвертой главе диссертации «Динамическое напряженно-деформированное состояние цилиндрической оболочки с вязкоупругим наполнителем» рассматривается задача распространения вынужденных волн, возникающих в цилиндрической оболочке с наполнителем под действием внешних гармонических сил (рис. 7). Получены и проанализированы численные результаты.

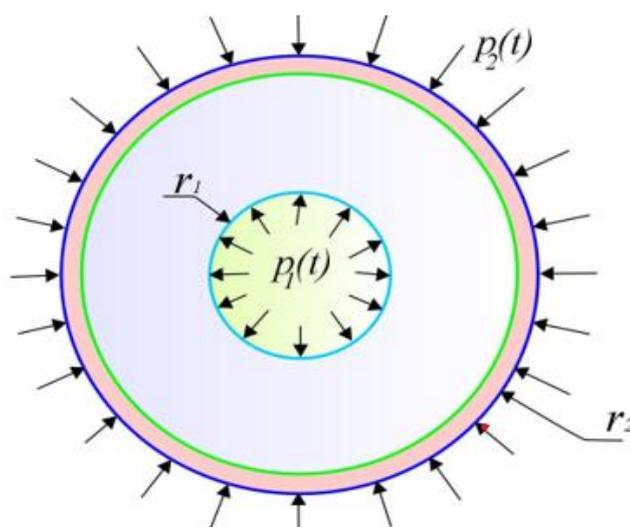


Рисунок 7. Цилиндрическая оболочка с наполнителем

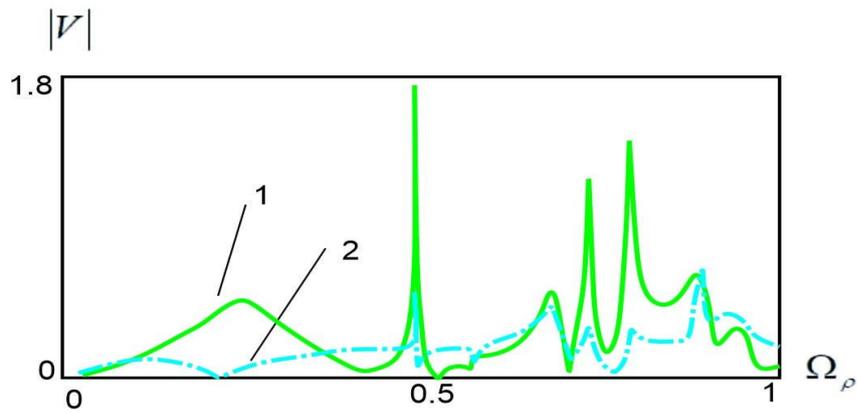


Рисунок 8. Изменение амплитуды радиального перемещения в наполнителе в зависимости от частоты: 1. $A=0.001$; 2. $A=0.01$.

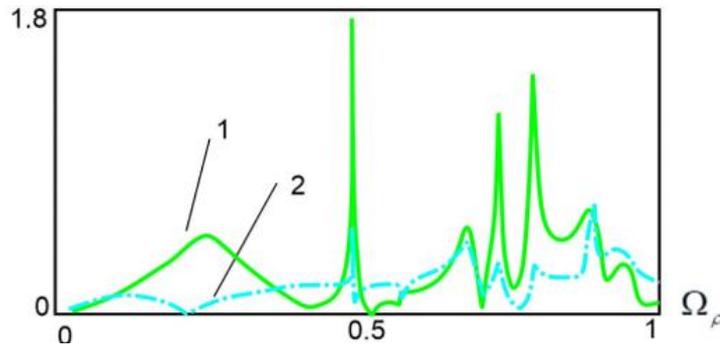


Рисунок 9. Изменение амплитуды касательного перемещения в наполнителе в зависимости от частоты: 1. $A=0.005$; 2. $A=0.01$.

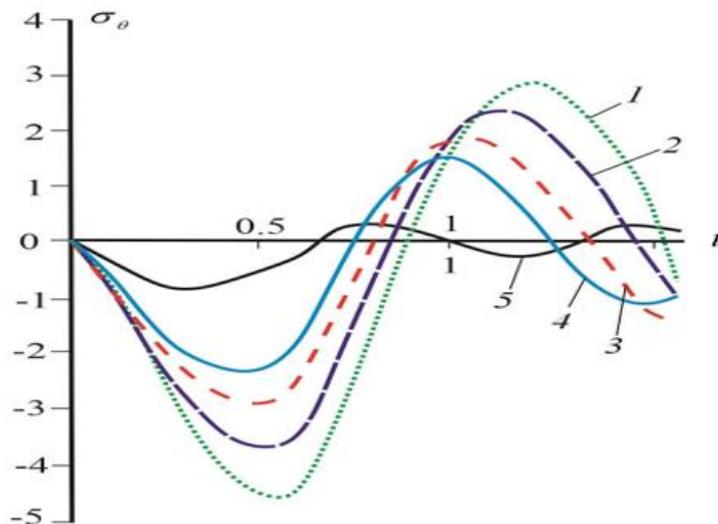


Рисунок 10. Изменение напряжения оболочечного контура во времени: 1. $A = 0.001$; 2. $A = 0.003$; 3. $A = 0.005$; 4. $A = 0.007$; 5. $A=0.009$.

Из полученных результатов следует, что максимальные значения перемещений и напряжений для диссипативно-неоднородной механической системы достигаются даже на высоких частотах. В случаях возникновения резонанса значение резонанса для диссипативных механических систем смещается снизу вверх, то есть слева направо. Как видно из рисунка, на низких частотах эти гипотезы дают близкие результаты. На высоких частотах разница между результатами, основанными на гипотезах, увеличивается.

Следовательно, в осесимметричном случае максимальные перемещения и напряжения достигаются в направлении радиальных компонент. Видно, что учет вязкости материала может уменьшить резонансную амплитуду до 15%. В результате численных расчетов установлено, что на высоких частотах амплитуда резонанса в диссипативных однородных механических системах в несколько раз меньше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Представлена математическая постановка и методика решения задачи распространения собственных и вынужденных волн в цилиндрической оболочке с вязкоупругим наполнителем. Между оболочкой и наполнителем (в контакте) было поставлено условие жесткого закрепления (или скольжения). Задачи были сведены из уравнения Ламе теории упругости методом Грина-Лемба к волновому уравнению с комплексными коэффициентами через потенциалы перемещения. Дифференциальное уравнение движения заполнительной и цилиндрической оболочек приведено к уравнению Бесселя (или Гельмгольца) и решено с помощью функций Бесселя и Ханкеля.

2. При изучении вынужденных колебаний аналитически найдены модули перемещений и напряжений, являющиеся комплексными величинами, в виде действительных напряжений и перемещений.

3. Проведен параметрический анализ распространения осесимметричных и не осесимметричных волн в цилиндрической оболочке, контактирующей со средой (расположенной в наполнителе или в вязкоупругой среде). Для изучения зависимости частот и скоростей комплексной фазы от волнового числа было получено и численно решено дисперсионное уравнение с комплексными параметрами.

4. Найдено критическое значение фазовой скорости в зависимости от радиуса кривизны и частоты, а также определены области поглощения частоты.

5. Увеличение толщины оболочки приводит к постепенному увеличению частоты. Это приводит к увеличению смещения наполнителя. определено, что увеличение инерционных характеристик оболочки также приводит к уменьшению частоты.

6. На основании полученных численных результатов установлено, что учет вязкости материала позволяет уменьшить амплитуду резонанса на 10-15%. Установлено, что применение стержневой теории вместо цилиндрической оболочки с наполнителем дает погрешность 20% при определении перемещений и напряжений.

7. Установлено, что применение гипотез Кирхгофа-Лява и Тимошенко дает разницу в низкочастотной области на 5-10%, в высокочастотной области на 20%.

8. Синергетический эффект, обнаруженный И.Е.Трояновским и И.И.Сафаровым для недиссипативных механических систем, оказался актуальным и здесь.

**SCIENTIFIC COUNCIL PhD.03/2025.27.12.FM/T.16.02AWARDING OF
SCIENTIFIC DEGREES AT BUCHARA STATE TECHNICAL
UNIVERSITY**

BUCHARA STATE TECHNICAL UNIVERSITY

KHAMRAEVA ZILOLA QAKHRAMONOVNA

**PROPAGATION OF NATURAL WAVES IN A VISCOELASTIC
CYLINDRICAL SHELL WITH A FILLER AND DYNAMIC STRESS-
STRAIN STATE**

01.02.04 – mechanics of a deformable solid

DISSERTATION ABSTRACT
for scientific degree Doctor of Philosophy (PhD) in physical and mathematical sciences

Bukhara – 2026

The theme of the dissertation for Doctor of Philosophy (PhD) in physical and mathematical sciences was registered under by the Supreme Attestation Commission under the Ministry of Higher Education, Science and Innovations of the Republic of Uzbekistan B2025.3.PhD/FM1359

The dissertation has been prepared at Renaissance university of education

The dissertation abstract in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) has been placed on the website of the Scientific Council at Bukhara Engineering-Technological Institute (www.buxmti.uz) and on the Information-educational portal "ZiyoNET" (www.ziynet.uz).

Scientific advisor: **Teshaev Muxsin Xudoyberdiyevich**
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Official Opponents: **Ibraxim Mirzayev**
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Ismayilov Kubaymurat
Doctor of technical Sciences, Professor

Lead organization: **Khoja Ahmad Yassawi International Kazakh-Turkish University in Turkestan, Republic of Kazakhstan.**

The dissertation defense will be held at the meeting of the Scientific Council PhD.03/2025.27.12.FM/T.16.02 at Bukhara State -technical Universite (Address: 100118, 15. Qayum Murtazoyev street, Bukhara. Phone: (+99865) 223-78-84; fax: (+99865) 223-79-72, e-mail: bmti_info@edu.uz.)

The dissertation is available at the Information-resource center of Bukhara Engineering-Technological Institute (registred under No.331). (Address: 100118, 15. Qayum Murtazoyev street, Bukhara. Phone: (+99865) 223-78-84).

Abstract of dissertatsion sent out on 7 januar 2026 year.

(mailing report №10 on "28" oktober 2025 year).



B.S.Rahmonov

Chairperson of the Scientific Council awarding scientific degrees, Doctor of technical Sciences, (DSc).

R.A. Sobirova

Scientific Secretary of the Scientific Council awarding scientific degrees, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, (DSc), Professor

Z.I. Boltayev.

Chairperson of the Scientific Seminar under Scientific Council awarding scientific degrees Doctor of Physical and Mathematical Sciences (DSc), Professor.

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The relevance and relevance of the topic of the dissertation. In the world, the application of energy- and resource-saving technologies and technical means for determining the effects of energy dissipation in dynamic processes occurring under the influence of external loads in structures with viscoelastic fillers occupies one of the leading places. On a global scale, it is required to introduce into the practice of modern mechanical engineering and aircraft construction structures made of polymer multilayer plates and shells that interact with deformable media. In this regard, it is important to use technical means and devices consisting of thin composite viscoelastic polymer materials, the elements of which operate under various dynamic (vibration and impact) forces. The aim of the study is to create a methodology and algorithm for studying the problems of (free) wave propagation and dynamic stress-strain state characteristic of a dissipative inhomogeneous filled cylindrical shell, as well as to improve the scientific foundations of the existing theory.

In the world, scientific research is being conducted aimed at developing new scientific and technical solutions of resource-saving technologies and technical means to ensure the minimum distribution of stress concentration under dynamic conditions of bodies and structures with polymer viscoelastic layers. In this regard, special attention is paid to the development of a methodology and algorithm for calculating multilayer composite structures with various dissipative properties, assessing the dynamic state of structures, taking into account viscosity parameters, and solving problems aimed at developing resource-saving, durable structures using energy dissipation effects.

This dissertation research serves to a certain extent the fulfillment of the tasks stipulated in the Decrees of the President of the Republic of Uzbekistan No. PP-144 dated May 30, 2022 "On Measures to Further Improve the System of Ensuring Seismic Safety of the Republic of Uzbekistan," No. PP-158 dated May 16, 2023 "On Additional Measures to Further Improve the System of Ensuring Seismic Safety of the Population and Territory of the Republic of Uzbekistan," No. PP-161 dated April 17, 2024 "On Measures to Increase the Seismic Resistance of Buildings and Structures and Improve Seismic Hazard Monitoring Activities," as well as in other regulatory legal documents adopted in this area.

Research objectives:

- development of a mathematical formulation, solution methods and algorithm for the problems of wave propagation and dynamic stress-strain state characteristic of a cylindrical shell with a filler, taking into account the viscoelastic properties of materials;

- for structurally dissipative inhomogeneous cylindrical mechanical systems, a comparative assessment of the dependence of several modes of oscillation frequency (real and abstract parts) on physical, mechanical and geometric parameters;

- assessment of the influence of mechanical and geometric parameters on

amplitude-frequency relationships for assessing the resonant state of a cylindrical shell with a filler under vibration loading;

- comparative assessment of the dependence of the dynamic stress-strain state on the physical-mechanical and geometric parameters of the internal dynamic pressure of loading of a cylindrical shell with a structurally dissipative inhomogeneous filler.

A viscoelastic cylindrical shell with a filler is taken as the object of study.

The subject of the study is the development of a dynamic theory of a cylindrical shell with a filler, calculation methods and the development of an algorithm based on complex arithmetic for studying spectral problems taking into account viscoelastic properties.

Research methods. In the course of the study, the freezing method, the method of separation of variables, Muller, Gauss, Laplace and Godunov orthogonal projection methods were used to solve the system of differential integro-differential equations obtained in the dissertation.

Implementation of research results. Based on the results obtained using the calculation method, algorithm and program, taking into account the scientific foundations of the problems of propagation of linear free and forced waves in a viscoelastic cylindrical shell with a filler:

- Methods for calculating dynamic processes taking into account the interaction of the cylindrical shell with the ground environment were used in the innovative project IL-5321091543 "Seismic Resistance of Residential Buildings in Rural Areas of Tajikistan (as part of the Asian Development Bank's international project) " implemented at Urgench State University named after Abu Rayhan Beruni in 2022-2023. As a result, it is possible to predict the regions of resonant vibrations generated by harmonic waves and reduce them by 15-20% by selecting the voltage amplitude parameters.

- Methods for increasing the intensity of energy dissipation in the liquid polymer shell were used in the implementation of the innovative project №. IL-21071166 "Creation of a wind turbine with a vertical axis of rotation, designed for low wind speeds," carried out at the Institute of Mechanics and Seismic Resistance of Structures of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan in 2022-2024 (certificate №. 16023 of the Institute of Mechanics and Seismic Resistance of Structures of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan dated December 2, 2025). The application of the scientific results obtained in the dissertation made it possible to reduce vibrations in the resonance region by 20% compared to the previous existing calculation method.

Testing of the research results. The results of this study were discussed at 4 national and 3 international scientific and practical conferences.

Publication of the research results. On the topic of the dissertation, 12 scientific papers were published, including 4 articles in scientific journals recommended for publication of the main scientific results of dissertations of the Doctor of Philosophy (PhD) by the Higher Attestation Commission of the

Republic of Uzbekistan.

Structure and volume of the dissertation. The dissertation consists of an introduction, four chapters, a conclusion, a list of references and appendices. The volume of the dissertation is 105 pages.

E'LON QILINGAN ISHLAR RO'YXATI
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I bo'lim (I часть; part I)

1. Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Марасулов А.А., Эсанов Н.К., Негматуллаев Б.Б., Хамраева З.К. Математическое моделирование собственных и вынужденных колебаний криволинейных труб, взаимодействующих со средой. – «Фан». – Ташкент. –2009. -160 с.

2. Z.Q.Hamroyeva "Ideal suyuqlikli qovushoq-elastik silindrik qobiqda hos to'lqin tebranishi". Ilm sarchashmalari. – Urganch. –2024. –№ 12. – 29-34 б. (01.00.00, №12)

3. Karimov I.M., Kulmuratov N.R., Z.Q.Hamroyeva Damping Of Vibrations In Viscoelastic Mechanical Systems. International Scientific Journal Theoretical & Applied Sciencep-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)Year: 2025 Issue: 01 Volume: 141Published: 03.01.2025, Soi:https//s-o-i org/(1,1) TAS-01-141-1. – 2025. – P. 15-19 (IF=1,5)

4. Z.Q.Hamroyeva, N.O'.Sharipova Type Estimates for Djuble Singular Cauchy-Stieljes Integral // Impact Factor 3.582 Case Studies Journal ISSN (2304-509x). – 2019. –Volume 8, Issue. –P.130-136 (IF=1,5)

II bo'lim (II часть; part II)

1. Сафаров И.И., Негматуллаев Б.Б., Хамраева З.К. Колебания криволинейных тонкостенных стержней. "Энергия ресурсларни тежашда альтернатив энергия манбаларидан фойдаланиш – муаммолар ва ечимлар" Респулика илмий-техник анжумани материаллари. – 2008.– Қарши. –213-215 б.

2. Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Хамраева З.К. Колебания цилиндрических оболочек, находящихся в безграничной упругой среде. Матералы XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. – «ВМСППС -2009». – 2009. –С. 407-409

3. Сафаров И.И., Марасулов А.А., Тешаев М.Х., Хамраева З.К. Взаимодействие трубопровода и сейсмической волны в одномерном приближении при наличии трения на границе контакта. Материалы международной научно-практической конференции «Проблемы подготовки специалистов высшего профессионального образования в XXI веке: прошлое, настоящее и будущее». – Шымкент. – 2009. – С. 141-143

4. Сафаров И.И., Хамраева З.К., Шарипова Н. Динамическое взаимодействие сейсмических волн с трубопроводами в одномерном приближении. Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным программным системам ВМСППС-2013. –Алушта. – 2013. –С. 321-323

5. Сафаров И.И., Хамраева З.К., Шарипова Н.О. Взаимодействии

сейсмических волн с трубопроводами. Материалы Международной конференции «Современные проблемы механики грунтов и сложных реологических систем». –Самарканд. –2013 г. –С. 23-25

6. Сафаров И.И., Болтаев З.И., Хамраева З.К. Математическая постановка задачи распространения гармонических волн в пластинке с переменной толщиной и построение условия биортогональности. «Юқори технологияларга асосланган техник ва технологик жараёнларни моделлаштиришнинг замонавий муаммолари» («Олий математика» кафедраси ташкил этилган лигининг 50 йиллигига бағишланади) мавзусида республика илмий-амалий анжумани. –Бухоро, –2013. –С. 67-71

7. Хамраева З.К., Отажонова Н., Жураев Ш.И. Решение неоднородных дифференциальных уравнение изгибных колебаний. “Замонавий ишлаб чиқаришнинг муҳандислик ва технологик илмий-амалий муаммолари” мавзусида талабалар илмий-амалий анжумани материаллари. –Бухоро. –2015. –25-28 б.

8. Z.Q.Hamroyeva. Distribution of waves dissipative-of inhomogeneous and homogeneous cylindrical shells with fluid. Актуальные вопросы развития территорий: теоретические и прикладные аспекты. Выпуск 2 07.03.2016. –Пермь. –2016. –С. 8-9

9. Хамраева З.К. Распространение свободных волн деформируемого. Актуальные вопросы развития территорий: теоретические и прикладные аспекты. Выпуск 2 07.03.2016. –Пермь. –2016. –С. 17-19

10. Хамраева З.К. Колебания деформируемого полупространства с цилиндрическими преградами различного очертания. Тезисы докладов IV международного научного семинара “Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы” –Москва. –2016. –С. 144-151

11. Axmedov M.Sh., Z.Q.Hamroyeva. Suyuqlikli troidal qobiq tebranishining chiziqli bo’lmagan differensial tenglamasini ba’zi bir xususiy yechimlar. XXI asrda fan, ta’lim va ishlab chiqarish integratsiyasini dolzarb muammolari. –Toshkent. –2017. –С. 63-67

12. Z.Q.Hamroyeva. Quvur o’tkazgichning egri chiziqli bo’lagining xususiy tebranishlari. 21-asrda fan va ta’lim ilmiy maqolalar to’plami. –2017. 207-211 b.

13. Z.Q.Hamroyeva, Sobirova Rano The Isomorphism Realized By Mixed Fractional Integrals In HÖLDER Classes . Journal of Computer Science & Computational Mathematics. –Volume 10. –Issue 2. –June. –2020. DOI: 10.20967/jcscm.2020.02.002, –P. 58-63

14. Жумаев З.Ф., Сафаров У.И., Хамраева З.К. О воздействии сейсмических волн на двух ниточный трубопровод с жидкостью. Республиканская научно–практическая конференция «Механика ва математиканинг амалий муаммолари». –Тошкент. –2022. –С. 41-43

15. Shodiyev Z.O., Z.Q.Hamroyeva, Barotova N.S. Paxta bo’lagining separator trubasidagi harkatini matematik modellashtirish. Respublika ilmiy–amaliy konferensiya «Mexanika va matematikaning amaliy muammolari». –Toshkent. –2022. –72-75

16. Ахмедов М.Ш., Юлдашев О.О., Хамраева З.К. Колебания оболочки с присоединенной массой. Республика илмий-амалий конференция «Механика ва математиканинг амалий муаммолари». –Тошкент. –2022. –С. –83-86

17. Рахмонов Б.С., Хамроева З.К., Умаров А.О., Райимов Д.Г., Аблокулов Ш.З. Свободные волны в вязкоупругом полом цилиндре. Международный симпозиум “Рахматулинские чтения”. –Ташкент. –2025. –С. 49-51

Avtoreferat “Durdona” nashriyotida tahrirdan o‘tkazildi hamda o‘zbek, rus va ingliz tillaridagi matnlarning mosligi tekshirildi.

Bosishga ruxsat etildi: 22.12.2025 yil. Bichimi 60x84 1/16 , «Times New Roman» garniturada raqamli bosma usulida bosildi. Shartli bosma tabog‘i 3,0.
Adadi: 100 nusxa. Buyurtma №2

Guvohnoma AI №178. 08.12.2010.
“Sadriiddin Salim Buxoriy” MCHJ bosmaxonasida chop etildi.
Buxoro shahri, M.Iqbol ko‘chasi, 11-uy. Tel.: 65 221-26-45

