

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM
VAZIRLIGI NIZOMIY NOMIDAGI TOSHKENT DAVLAT
PEDAGOGIKA
UNIVERSITETI FIZIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

“Himoyaga ruxsat etilsin”
Fakultet dekani, f.-m.f.n.

G'.F.Djabbarov

“ ”

2014yil

“5140100-matematika” ta'lim yo'nalishi 4-kurs talabasi

ARSLONOVA Shahnoza Qudratovna

**“Tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishga o'rgatish metodikasi
(Akademik litseylar misolida)” mavzusidagi**

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Talaba:_____Sh.Q.Arslonova

Ilmiy rahbar: “Matematika va uni
o'qitish metodikasi” kafedrası
dosenti, p.f.n. _____
Q.S.Jumaniyozov

Taqrizchilar:
“Matematika va uni o'qitish
metodikasi” kafedrası dotsenti,
p.f.n. _____N.O.Eshpo'latov

O'zDJTU qoshidagi 3-son Akademik
litsey matematika
o'qituvchisi _____N. Ilmurodov

“Himoyaga tavsiya etilsin”
“Matematika va uni o'qitish metodikasi”
kafedrası mudiri,
f.m.f.d. _____
R.B.Beshimov

“ ”
_____ 2014 yil
Toshkent 2014 yil.

MUNDARIJA

Kirish.....	3
I-BOB. Akademik litsey matematika darslarida tengsizliklar, teng kuchli tengsizliklar, chiziqli tengsizliklar va ularning sistemalari haqida umumiy ma'lumotlar	
1.1. Akademik litseylarda sonli va qo'sh tengsizliklarning xossalari.....	7
1.2. Teng kuchli tengsizliklar. Bir o'zgaruvchili chiziqli tengsizliklarni yechish.....	10
1.3. Bir o'zgaruvchili tengsizliklarni sistemasi va tengsizliklar to'plamini yechish.....	16
II-BOB. Akademik litseylarda tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishga o'rgatish metodikasi	
2.1. Matematika darslarida ratsional tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishga o'rgatish.....	19
2.2. Tengsizliklarni teng kuchli almashtirishlar yordamida intervallar metodi bilan yechish.....	22
2.3. Matematikani to'laroq o'rganishda tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishdan foydalanish.....	28
2.4. Mavzuga doir yangi pedagogik texnologiyalar yordamida tuzilgan dars ishlanmadan namuna.....	36
Xulosa.....	46
Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.....	47
Ilova.....	49

Kirish

Mustaqil O'zbekiston o'z xalqi tanlab olgan yo'l — ochiq, erkin bozor iqtisodiyotiga asoslangan odil jamiyat, kuchli demokratik huquqiy davlat qurish yo'lidan bosqichma-bosqich bormoqda. Davlatimiz oldida turgan g'oyat muhim vazifalar — mamlakatni ijtimoiy va iqtisodiy jihatdan isloh qilish, iqtisodiy munosabatlarni demokratiyalash, kelajak poydevori bo'lmish yuksak mahnaviyatimizni rivojlantirishdan, tahlil-tarbiya tizimini tubdan isloh qilib o'zgartirish, uni yangi zamon darajasiga ko'tarishdan iborat. Ushbu omil respublikada amalga oshirilayotgan islohotlarning asosiy maqsadi va harakatlantiruvchi kuchi hisoblanadi. Shu bois O'zbekiston Respublikasi Prezidenti I.A.Karimov 1997 yil 29 avgustida O'zbekiston Respublikasi Oliy Majlisi IX sessiyasidagi «Barkamol avlod - O'zbekiston taraqqiyotining poydevori» nomli ma'ruzasida o'quv yurtlaridagi ta'lim-tarbiya jarayonini isloh qilish hozirgi kundagi dolzarb masalalardan biri ekanligini ko'rsatib shunday dedi: «...bugungi kunda oldimizga qo'ygan buyuk maqsadlarimizga, ezgu niyatlarimizga erishishimiz, jamiyatimizning yangilanishi, hayotimizning taraqqiyoti va istiqboli amalga oshirilayotgan islohotlarimiz, rejalarimizning samarasi taqdiri – bularning barchasi, avvalombor, zamon talablariga javob beradigan yuqori malakali, ongli mutaxassis kadrlar tayyorlash muammosi bilan bog'liqligini barchamiz anglab yetmoqdamiz.[2]

Darhaqiqat Prezidentimiz I.Karimovning 2010 yil 29 yanvar «2009 yilning yakunlari va 2010 yilda O'zbekiston ijtimoiy-iqtisodiy rivojlantirishning eng muhim ustuvor yo'nalishlariga bag'ishlagan Vazirlar Mahkamasining majlisidagi ma'ruza» sida oliy va o'rta tahlimga alohida eg'tibor berib, Kadrlar tayyorlash milliy dasturi va Maktab ta'limini rivojlantirish Davlat umummilliy dasturining ijrosi amalda nihoyasiga

yetganligi, shu bilan birgalikda 9 yillik umumta'lim maktab bosqichini va 3 yillik o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi bosqichini o'z ichiga olgan uzluksiz yaxlit ta'lim tizimi yaratilganligini, bir so'z bilan aytganda yoshlarga umumiy ta'lim bilan birga, zamonaviy kasb-hunarlarga ega bo'lish imkonini beradigan 12 yillik ta'lim tizimga o'tish yakunlanayotganligini ta'kidladilar.[1]

Keyingi yillarda akademik litsey matematika dasturidan «Algebra va analiz asoslari» kursi mustahkam o'rin olgan. Shu tufayli akademik litsey matematika kursida tengsizliklarni intervallar metodi yordamida yechish bilan tanishtiriladi.

To'g'ri, algebra elementlari juda murakkab. Lekin hozirgi kunda bilimlarni matematikallashtirish, optimal yechimlar topish davri kelayotgan bir vaqtda o'quvchilarni har tomonlama tarbiyalashda matematikaning tatbiqiy masalalaridan foydalanish muhim ahamiyatga egadir. Shuning uchun ham tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishga o'rgatish bu masalalarni hal qilishga ijobiy yordam beradi degan umiddamiz.

“Ta'lim to'g'risida”gi qonunning qabul qilinishi va “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”ning ishlab chiqilishi, yangi dastur, qo'llanma va darsliklarning yaratilishi bu sohadagi muhim tarixiy qadamlar hisoblanadi.

Hozirgi kunda o'quvchilarga berilayotgan axborotlar hajmi, mazmuni keng bo'lib, ularning ichidan bevosita o'ziga va kelajakda kerak bo'ladigan axborotlarni ajratib olish uslubi, madaniyati etarli emasliklari, ularning matematik mantiqiy fikrlash qobiliyatini rivojlantirish va uni kerakli yo'nalishlarga olib o'tish lozim ekanligi hozirgi davrning dolzarb muammolaridan hisoblanadi.

Ayniqsa bu borada axborotlarning modellashtirilishi, hayotiy masalalar modelini qurish, yechilish algoritmini topish, o'qitishni takomillashtirishning muhim garovidir. Shu bois o'quvchilarning matematik ko'nikmalarini shakllashtirish, algebra va analiz asoslari darslarini o'qitishni

yangi sifat darajasiga chiqarish zarurligi mavzuning dolzarbligidan dalolat beradi.

Ma'lumki, bugungi kunda mavjud o'quv qo'llanmalari, darsliklar o'zining mazmuni, tuzilishi va funksiyasi jihatdan yuqorida keltirilgan fikr va faktlarga to'liq javob bera olmaydi hamda o'quvchilarning tatqiqiy ko'nikmalari shakllanishida etarli darajada qatnasha olmaydi. Akademik litseylarida mumkin bo'lgan imkoniyatlarning tahlil qilinishi, nazariy va amaliy bilimlar orasidagi bog'liqlikning qanday darajada amalga oshirilayotganligini e'tiborga olsak, u holda biz tadqiq etayotgan mavzuning dolzarb ekanligini ko'rishimiz mumkin.

Bu yuqorida keltirilgan fikrlar bevosita BMI ob'ekti, predmeti, tadqiqot masalalari va metodikasini aniqlashga, maqsadlarni aniq va tushunarli bayon qilishga imkoniyat yaratganini ko'rish mumkin.

BMI ob'ekti — O'zbekistonning ilmiy-texnik, ijtimoiy-iqtisodiy rivojlanish va uzluksiz ta'lim tizimi sharoitida akademik litseylarda algebra fanini o'qitish jarayoni.

BMI predmeti — Tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishga o'rgatishda o'quvchilar matematik ko'nikmalarini shakllantirishning metodik asosi.

BMI maqsadi — akademik litseylarida algebra va analiz asoslari darslarida o'quvchilarning matematik ko'nikmalarini shakllantiruvchi o'quv materialining mazmuni va uni o'qitish metodikasini ishlab chiqish.

BMI yozish jarayonida quyidagi metodlardan foydalanildi:

— o'quvchilarning tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishga o'rgatishda bilimi va ko'nikmasini shakllantirish muammosiga tegishli falsafiy, psixologik, pedagogik va metodik adabiyotlarni o'rganish;

— o'quvchilarning umumlashgan matematik bilimi va ko'nikmalarini shakllantirishga taalluqli adabiyotlarni tahlil qilish;

— shu sohada mavjud matematik dastur, darslik, o‘quv qo‘llanmalarni tahlil qilish;

— algebra va analiz asoslari darslarini tahlil qilish;

— o‘quvchi va o‘qituvchilar bilan suhbat, so‘rovnomalarni uyushtirish;

— tashxis, yozma va og‘zaki savol-javoblar, test o‘tkazish.

akademik litseylarida algebra va analiz asoslari fani bo‘yicha berilayotgan o‘quv materialini o‘quvchilarning bevosita matematik ko‘nikmalarini shakllantiribgina qolmasdan, balki ularning bilish faoliyatlarini ham rivojlantiradi. SHu sababli algebra va analiz asoslari fanini o‘qitishda matematik ko‘nikmalarga tayanish ta’lim jarayonining organik xujayrasi bo‘lishi bilan birga har bir o‘quv materialining ta’sir doirasini kengaytiradi. O‘quvchilarning matematika darslaridagi qobiliyati, dunyoqarashi rivojlanishida muhim omil bo‘lishi bilan birga, dunyoni bilish shakllarini namoyon bo‘lishida muhim ahamiyatga egadir.

BMI ishi kirish, ikkita bob, xulosa va adabiyotlar ro‘yxatidan iborat.

I-BOB. Akademik litsey matematika darslarida tengsizliklar, teng kuchli tengsizliklar, chiziqli tengsizliklar va ularning sistemalari haqida umumiy ma'lumotlar

1.1. Akademik litseylarda sonli va qo'sh tengsizliklarning xossalari

Sonlarni taqqoslash amaliyotda keng qo'llaniladi. Masalan, iqtisodchi rejada ko'zda tutilgan ko'rsatkichlarni amaldagi ko'rsatkichlar bilan taqqoslaydi, shifokor bemorning haroratini sog'lom kishining harorati bilan taqqoslaydi, chilangar yo'nayotgan buyumining o'lchamlarini andaza bilan taqqoslaydi.

Bu uchala holda qandaydir sonlar o'zaro taqqoslanadi. Sonlarni taqqoslash natijasida sonli tengsizliklar hosil bo'ladi.

Ikkita a va b hakikiy son $a < b$ va $a = b$ yoki $a > b$ munosabatda bo'lishi mumkin. Bu ikki son $a = b$ bo'lganda tenglik, $a < b$ bo'lganda kichik, $a > b$ bo'lganda katta ($a \leq b$ bo'lganda katta emas, $a \geq b$ bo'lganda kichik emas) munosabatda bo'ladi. a va b sonlar $a < b$ yoki $a > b$ ($a \leq b$ yoki $a \geq b$ yoxud $a \neq b$) bo'lganda tengsizlik munosabatida bo'ladi.

Tengsizlik $<$ yoki $>$ belgilar bilan yozilgan bo'lsa, kat'iy, $\leq$ yoki $\geq$ belgilar bilan yozilgan bo'lsa, nokat'iy tengsizlik deyiladi. Masalan, $7 < 11$, $m^2 > -3$ kat'iy, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$, $a^2 \leq 1$ nokat'iy tengsizliklardir. $3 \cdot 2 > 7$ kabi tengsizlik noto'g'ri tengsizlik deyiladi.

Teorema. $a > b$ bo'lsa, $a - b$ musbat, $a < b$ bo'lsa, $a - b$ manfiy bo'ladi. Aksincha, $a - b$ musbat son bo'lgandagina $a > b$ bo'ladi. $a - b$ manfiy son bo'lgandagina $a < b$ bo'ladi.

Sonli tengsizlikning xossalari:

- 1^o. Agar $a > b$ va $b > c$ bo'lsa, $a > c$ bo'ladi.
- 2^o. $a > b$ bo'lsa, $b < a$ bo'ladi va aksincha, agar $a < b$ bo'lsa, $b > a$ bo'ladi.
- 3^o. $a > b$ va c -ixtiyoriy son bo'lsa, $a \pm c > b \pm c$ bo'ladi.
- 4^o. $a > b$ va $n > 0$ bo'lsa, $an > bn$ yoki $a : n > b : n$ bo'ladi.

To'g'ri tengsizlikning ikkalaismi biror musbat songa ko'paytirilsa yoki bo'linsa, tengsizlik o'zgarmaydi.

5⁰. $a > b$ va $n < 0$ bo'lsa, $a \cdot n < b \cdot n$ yoki $a : n < b : n$ bo'ladi.

To'g'ri tengsizlikning ikkalaismi biror manfiy songa ko'paytirilsa yoki bo'linsa hamda tengsizlik belgisi qarama-karshisiga almashtirilsa, yana to'g'ri tengsizlik hosil bo'ladi.

1-Ta'rif. Ikkita tengsizlikda bir xil $>(\geq)$ yoki $<(\leq)$ belgi bo'lsa, ular bir xilma'noli, tengsizliklarning birida $>$ belgi, ikkinchisi $<$ belgi bo'lsa, ular karama-karshi ma'noli tengsizliklar deb ataladi.

6⁰. $a > b$ va $c > d$ bo'lsa, $a + c > b + d$ bo'ladi.

Bir xil ma'noli to'g'ri tengsizlikning chap kismini chap kismiga, o'ng kismini o'ng kismiga ko'shish mumkin.

7⁰. $a > b$ va $c < d$ bo'lsa, $a - c > b - d$ bo'ladi. Karama-karshi ma'noli to'g'ri tengsizliklarning chap kismidan chap kismini, o'ng kismidan o'ng kismini ayirib, birinchi tengsizlikning belgisini ko'yish mumkin.

8⁰. $a > b > 0$ va $c > d > 0$ bo'lsa $ac > bd$ bo'ladi.

Kismlari musbat bo'lgan bir xil ma'noli to'g'ri tengsizlikning mos kismlarini ko'paytirish mumkin.

9⁰. $a > b > 0$ va $n \in \mathbb{N}$ bo'lsa, $a^n > b^n$ bo'ladi. Kismlari musbat bo'lgan to'g'ri tengsizlikning har ikki kismini bir xil natural ko'rsatkichli daraja shaklida yozish mumkin.

10⁰. $a > b > 0$ bo'lsa, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ bo'ladi.

11⁰. $a > b \geq 0$ va $n \in \mathbb{N}$ bo'lsa, $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ bo'ladi.

2-Ta'rif. $a < b < c$ yoki $a > b > c$ ($a \leq b \leq c$ yoki $a \geq b \geq c$) tengsizlik ko'sh tengsizlik deb ataladi.

Ko'sh tengsizliklarning xossalari:

1⁰. Agar $a < b < c$ bo'lsa, $c > b > a$ bo'ladi.

2⁰. Agar $a < b < c$ bo'lib, d – ixtiyoriy son ($d \in R$) bo'lsa, $a+d < b+d < c+d$ bo'ladi.

3⁰. Agar $a < b < c$ va $n > 0$ bo'lsa, $an < bn < cn$ yoki $a:n < b:n < c:n$ bo'ladi.

4⁰. Agar $a < b < c$ va $n < 0$ bo'lsa, $an > bn > cn$ yoki $a:n > b:n > c:n$ bo'ladi.

3-Ta'rif. $a_1 < b_1 < c_1$ bilan $a_2 < b_2 < c_2$ yoki $a_1 > b_1 > c_1$ bilan $a_2 > b_2 > c_2$ tengsizliklar bir xil ma'noli, $a_1 < b_1 < c_1$ bilan $a_2 > b_2 > c_2$ yoki $a_1 > b_1 > c_1$ bilan $a_2 < b_2 < c_2$ tengsizliklar esa karama-karshi ma'noli ko'sh tengsizliklar deyiladi.

5⁰. Agar $a_1 < b_1 < c_1$ va $a_2 < b_2 < c_2$ bo'lsa, $a_1 + a_2 < b_1 + b_2 < c_1 + c_2$ bo'ladi.

6⁰. Agar $a_1 < b_1 < c_1$ va $a_2 > b_2 > c_2$ bo'lsa, $a_1 - a_2 < b_1 - b_2 < c_1 - c_2$ bo'ladi. Masalan,

$$\begin{array}{l} 1) \quad \begin{array}{r} 4 < 10 < 15 \\ + \\ 0 < 15 < 9 \\ \hline 4 < 15 < 24 \end{array} \\ 2) \quad \begin{array}{r} -7 < 0 < 3 \\ - \\ 4 < 5,5 < 17 \\ \hline -24 < -5,5 < -1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} -7 < 0 < 3 \\ - \\ 17 > 5,5 > 4 \\ \hline -24 < -5,5 < -1 \end{array} \end{array}$$

7⁰. Agar $0 < a_1 < b_1 < c_1$ va $0 < a_2 < b_2 < c_2$ bo'lsa, $a_1 a_2 < b_1 b_2 < c_1 c_2$ bo'ladi. Masalan, $1 < 8 < 15,4$ va $2 < 4 < 7$ bo'lsa, $1 \cdot 2 < 8 \cdot 4 < 15,4 \cdot 7$ yoki $2 < 32 < 107,8$ bo'ladi.

8⁰. Agar $0 < a < b < c$ va $n \in N$ bo'lsa, $a^n < b^n < c^n$ bo'ladi.

9⁰. Agar $0 < a < b < c$ bo'lsa, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$ bo'ladi.

10⁰. Agar $0 \leq a < b < c$ va $n \in N$ bo'lsa, $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} < \sqrt[n]{c}$ bo'ladi.

1.2. Teng kuchli tengsizliklar. Bir o'zgaruvchili chiziqli tengsizliklarni echish.

1. Bir o'zgaruvchili tengsizliklar haqida asosiy tushunchalar.

Ushbu

$$f(x) > \varphi(x), \quad f(x) \geq \varphi(x), \quad f(x) < \varphi(x), \quad f(x) \leq \varphi(x)$$

ko'rinishidagi tengsizliklar *bir o'zgaruvchili tengsizliklar* deb ataladi.

Bu yerda $f(x)$ va $\varphi(x)$ x o'zgaruvchining funksiyalari bo'lib, ularda birortasi o'zgarmas son bo'lishi ham mumkin.

Agar $f(x)$ va $\varphi(x)$ algebraik ifodalar bo'lsa, u holda bunday tengsizliklar *algebraik tengsizliklar* deyiladi.

Masalan, $3x^2 + 7x + 5 \geq 0$, $3x < 6x - 13$, $\sqrt{x^2 - 1} \leq 5x$ algebraik tengsizliklardir.

x o'zgaruvchining berilgan tengsizlikni qanoatlantiradigan qiymati bir o'zgaruvchili tengsizlikning *yechimi* deyiladi.

Masalan, $x^2 - 5x < -6$ tengsizlik x o'zgaruvchining $x = 2,5$ qiymatida to'g'ri tengsizlikka, $x = 4$ bo'lganda esa noto'g'ri tengsizlikka aylanadi. $x = 2,5$ soni berilgan tengsizlikning yechimi bo'ladi, $x = 4$ soni esa yechimi bo'lmaydi.

bir o'zgaruvchili tengsizlikning *yechimi* deb, uning barcha xususiy yechimlari to'plamiga aytiladi.

$f(x) > \varphi(x)$ tengsizlikning *aniqlanish sohasi* deb yoki noma'lumga berish mumkin bo'lgan *qiymatlar to'plami* deb, x ning $f(x)$ va $\varphi(x)$ ifodalar aniqlangan qiymatlar to'plamiga aytiladi.

Boshqa so'z bilan aytganda $f(x) > \varphi(x)$ tengsizlikning aniqlanish sohasi $f(x)$ va $\varphi(x)$ ifodalar aniqlanish sohalarining umumiy qismiga aytiladi.

Masalan, $x^3 + \sqrt{6-x} > \frac{x}{x^2-1}$ tengsizlikning aniqlanish sohasi, ya'ni x

ning mumkin bo'lgan qiymatlar to'plami (MBQT) ni topaylik.

tengsizlikning chap qismi $6-x \geq 0$ ya'ni $x \leq 6$ bo'lganda mavjud bo'ladi.

O'ng qismi esa $x \neq \pm 1$ bo'lganda ma'noga ega. Demak, tengsizlikning aniqlanish sohasi, ya'ni x o'zgaruvchiga berish mumkin bo'lgan qiymatlar to'plami $x < -1$, $-1 < x < 1$, $1 < x \leq 6$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi x ning qiymatlari to'plamidan iborat bo'ladi.

2. Teng kuchli tengsizliklar va teng kuchli tengsizliklar haqida asosiy teoremlar.

Bizga ikkita bir o'zgaruvchili tengsizliklar berilgan bo'lsin.

$$f(x) > \varphi(x) \quad (1)$$

va

$$f_1(x) > \varphi_1(x) \quad (2)$$

(2) tengsizlik (1) tengsizlikdan ba'zi bir almashtirishlardan keyin olingan bo'lishi mumkin. Agar (1) tengsizlikning barcha yechimlari (2) tengsizlikning yechimlari bo'lsa, bunday holda (2) tengsizlik (1) tengsizlikning natijasi deyiladi.

Qisqacha $(1) \Rightarrow (2)$ ko'rinishida yoziladi.

Agar (1) tengsizlikning har bir yechimi (2) tengsizlikning yechimi, aksincha (2) tengsizlikning har bir yechimi (1) tengsizlikning yechimi bo'lsa, u holda (1) vz (2) tengsizliklar teng kuchli deyiladi.

Qisqacha $(1) \Rightarrow (2)$ ko'rinishida yoziladi.

1-teorema. Agar tengsizlikning aniqlanish sohasida uning chap va o'ng qismlarida ayniy almashtirishlar qilsak, u holda berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi, ya'ni aniqlanish sohasi D dan iborat bo'lgan (1) tengsizlik berilgan bo'lib, uni ayniy almashtirishdan hosil bo'lgan (2)

tengsizlikning ham aniqlanish sohasi D dan iborat bo'lsa, bu (2) tengsizlik (1) tengsizlikka teng kuchli bo'ladi.

2-teorema. Agar tengsizlikning har ikkala qismiga bir xil son va noma'lumning qiymatlar sohasida aniqlangan bir xil ifoda qo'shilsa, berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi, ya'ni aniqlanish sohasi D dan iborat bo'lgan

$$f(x) > \varphi(x)$$

Tengsizlik berilgan bo'lib, $m(x)$ esa son yoki x ning D sohadan olingan qiymatlarida aniqlangan ifoda bo'lsa, u holda

$$f(x) + m(x) > \varphi(x) + m(x)$$

tengsizlik berilgan tengsizlikka teng kuchli bo'ladi.

Natija. Tengsizlikning istalgan hadini uning bir qismidan ikkinchi qismiga qarama-qarshi ishora bilan olib o'tish mumkin.

3-teorema. Agar tengsizlikning har ikkala qismi musbat songa yoki noma'lumning barcha mumkin bo'gan qiymatlarida musbat qiymatlarni qabul qiluvchi ifodaga ko'paytirilsa, berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi.

Isbot. Ushbu

$$f(x) > \varphi(x) \quad (1)$$

tengsizlik berilgan bo'lsin.

(1) ning aniqlanish sohasidan olingan x lar uchun $m(x) > 0$ bo'lsin.

Bunday holda

$$f(x) \cdot m(x) > \varphi(x) \cdot m(x) \quad (3)$$

tengsizlik (1) tengsizlikka teng kuchli bo'lishini isbotlaymiz.

Faraz qilaylik, (1) tengsizlik $x = \alpha$ yechimga ega bo'lsin.

Bunday holda $f(\alpha) > \varphi(\alpha)$ tengsizlik va $m(\alpha) > 0$ musbat songa ega bo'lamiz.

Sonli tengsizliklarning xossasiga ko'ra

$$f(\alpha) \cdot m(\alpha) > \varphi(\alpha) \cdot m(\alpha)$$

tengsizlikka ega bo'lamiz. Bu esa $x = \alpha$ soni (3) tengsizlikning yechimi bo'lishini ko'rsatadi.

Endi faraz qilaylik, $x = \beta$ soni (3) tengsizlikning yechimi bo'lsin. Bunda holda

$$f(\beta) \cdot m(\beta) > \varphi(\beta) \cdot m(\beta)$$

sonli tengsizlikka ega bo'lamiz.

$m(\beta) > 0$ bo'lgani uchun, oxirgi tengsizlikning har ikkala qismin $m(\beta)$ ga bo'lib, $f(\beta) > \varphi(\beta)$ tengsizlikni olamiz. Bu tengsizlik $x = \beta$ soni (1) tengsizlikning yechimi bo'lishini ko'rsatadi.

Shunday qilib, (1) tengsizlikning istalgan yechimi (3) tengsizlikning yechimi va aksincha bo'lishini isbotladik.

Demak, (1) $\Leftrightarrow$ (3)

4-teorema. Agar tengsizlikning har ikkala qismini manfiy songa yoki noma'lumning barcha mumkin bo'gan qiymatlarida manfiy qiymatlarni qabul qiluvchi ifodaga ko'paytirilsa, berilgan tengsizlikka qarama-qarshi ma'nodagi teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi, ya'ni agar $f(x) > \varphi(x)$ tengsizlik berilgan bo'lib, $m(x)$ esa manfiy son yoki x noma'lumning barcha mumkin bo'lgan qiymatlaridagi manfiy qiymatlar qabul qiladigan ifoda bo'lsa, u holda

$$f(x) \cdot m(x) < \varphi(x) \cdot m(x)$$

tengsizlik berilgan tengsizlikka teng kuchli bo'ladi.

5-teorema. a) $\frac{f(x)}{\varphi(x)} > 0$ tengsizlik $\varphi(x) \neq 0$ bo'lganda $f(x) \cdot \varphi(x) > 0$

tengsizlik teng kuchli bo'ladi.

b) $\frac{f(x)}{\varphi(x)} < 0$ tengsizlik esa $\varphi(x) \neq 0$ bo'lganda $f(x) \cdot \varphi(x) < 0$ tengsizlikka

teng kuchlidir.

Isbot. a) teorema shartidagi $\frac{f(x)}{\varphi(x)} > 0$ tengsizlik chap qismining surat va maxrajini $\varphi(x) \neq 0$ ga ko'paytirib, 1-teoremaga ko'ra

$$\frac{f(x)\varphi(x)}{\varphi(x)^2} > 0$$

tengsizlikni olamiz.

$\varphi(x)^2 > 0$ bo'lganligidan birinchi tengsizlikka teng kuchli bo'lgan

$$f(x) \cdot \varphi(x) > 0$$

tengsizlikni olamiz.

b) teoremaning bu qismi ham yuqoridagiga o'xshash isbotlanadi. Shuni qayd

qilish kerakki, $\frac{f(x)}{\varphi(x)} \geq 0$ tengsizlik $\varphi(x) \neq 0$ bo'lganda

$$f(x) \cdot \varphi(x) \geq 0$$

tengsizlikka teng kuchli.

$\frac{f(x)}{\varphi(x)} \leq 0$ tengsizlik esa $\varphi(x) \neq 0$ bo'lganda

$$f(x) \cdot \varphi(x) \leq 0$$

tengsizlikka teng kuchli bo'ladi.

6-teorema. (teng kuchli tengsizliklarning tranzitivlik xossasi haqida).

Ushbu

$$f_2(x) > \varphi_2(x) \quad (4)$$

tengsizlik berilgan bo'lsin.

Agar (1) tengsizlik (2) tengsizlikka, (2) tengsizlik esa (4) tengsizlikka teng kuchli bo'lsa, u holda (1) tengsizlik (4) tengsizlikka teng kuchli bo'ladi.

3. Chiziqli tengsizliklar.

$ax > b$ ($ax \geq b$) yoki $ax < b$ ($ax \leq b$) ko'rinishidagi yoki shu ko'rinishga keltirish mumkin bo'lgan tengsizlik *bir o'zgaruvchili chiziqli tengsizlik* deyiladi (x - o'zgaruvchi, $a \neq 0$ va b - o'zgarmas haqiqiy sonlar).

$ax > b$ tengsizlikning har ikki qismi $a \neq 0$ ga bo'linsa, $a > 0$ bo'lganda $x > \frac{b}{a}$, $a < 0$ bo'lganda esa $x < \frac{b}{a}$ bo'ladi.

$ax > b$ tengsizlikning yechimi $a > 0$ bo'lganda $(\frac{b}{a}; +\infty)$ oraliqdan, $a < 0$ bo'lganda esa $(-\infty; \frac{b}{a})$ oraliqdan iborat bo'ladi.

1-Misol. $5x + 0,7 < 3x - 15,3$ tengsizlikni yeching:

Yechish. Ayniy almashtirishlar tengsizlikni $2x > -16$ ko'rinishga keltiradi.

Keyin tengsizlikning har ikki tamoni 2ga bo'lamiz: $x > -8$

Javob: $(-8; +\infty)$.

2-Misol. $3(x - 2) > x + 2(x - 8)$ tengsizlikni yeching.

Yechish. Ayniy almashtirishlar tengsizlikni $0 \cdot x > -10$ ko'rinishga keltiradi.

Bu tengsizlik barcha $x \in R$ larda o'rinli.

$ax \geq b$, $ax < b$, $ax \leq b$ ko'rinishdagi tengsizliklar ham yuqoridagi mulohazalarga o'xshash mulohazalar yordamida yechiladi.

3-Misol. $2(x + 4) < 6x - 4(x - 1)$ tengsizlikni yeching.

Yechish. Ayniy almashtirishlardan so'ng $0 \cdot x < -4$ tengsizlikni hosil bo'ladi. Bu tengsizlik esa yechimga ega emas.

1.3. Bir o'zgaruvchili tengsizliklarni sistemasi va tengsizliklar to'plamini echish.

Bir o'zgaruvchili $f_1(x) \wedge_1 0, f_2(x) \wedge_2 0, \dots, f_n(x) \wedge_n 0$ ratsional tengsizliklarni qaraymiz.

Bu yerda $\wedge_1$ tengsizlik belgisi bo'lib, uning o'rnida $<, >, \leq, \geq$ (*)

Belgilarining ixtiyoriy biri turishi mumkin, $\wedge_2, \wedge_3, \dots, \wedge_n$ lar o'rnida ham (*) dagi ixtiyoriy belgi turishi mumkin va bunda $\wedge_1, \wedge_2, \wedge_3, \dots, \wedge_n$ lar bir xil belgi bo'lishi shart emas deb tushunamiz.

Agar x soni $f_1(x) \wedge_1 0, f_2(x) \wedge_2 0, \dots, f_n(x) \wedge_n 0$ tengsizliklardan har birining yechimi bo'lsa, x soni

$$\begin{cases} f_1(x) \wedge_1 0 \\ f_2(x) \wedge_2 0 \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x) \wedge_n 0 \end{cases} \quad (1)$$

tengsizliklar sistemasining *yechimi* deyiladi.

(1) sistemani yechish uning barcha yechimlarini topish yoki bu sistema yechimga ega emasligini isbotlash demakdir.

1-misol. $x=1$ soni berilgan sistemaning yechimi bo'lishini ko'rsating va sistemani yeching:

$$\begin{cases} 5x + 2 > 3x - 1, \\ 3x + 1 > 7x - 4. \end{cases}$$

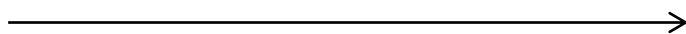
Yechish. $x=1$ sonni qo'yamiz va natijada $7 > 2$ to'g'ri sonli tengsizlikka ega bo'lamiz, $x=1$ sonini $3x+1 > 7x-4$ ga qo'ysak, $4 > 3$ to'g'ri sonli tengsizlik hosil bo'ladi.

Demak, $x=1$ soni shu tengsizliklardan har birining yechimi bo'ladi.

Bu esa $x=1$ berilgan sistemani yechimi bo'lishini bildiradi.

Endi berilgan sistemani yechamiz. Tengsizliklar sistemasini yechish uchun undagi har bir tengsizlikni alohida-alohida yechish va tengsizliklarning umumiy yechimlarini aniqlash kerak:

$$\begin{array}{l|l}
 5x + 2 > 3x - 1 & 3x + 1 > 7x - 4 \\
 5x - 3x > 1 - 2 & 3x - 7x > -4 - 1 \\
 2x > -1 & -4x > -5 \\
 x > -0,5 & x < 1,25
 \end{array}$$



1-rasm.

Bu yerdan berilgan sistemaning yechimlari to'plaminin aniqlaymiz:

$$(-0,5; 1,25).$$

Agar x soni $f_1(x) \wedge_1 0, f_2(x) \wedge_2 0, \dots, f_n(x) \wedge_n 0$ tengsizliklardan hech bo'lmaganda bittasining yechimi bo'lsa, x soni shu tengsizliklar to'plamining yechimi deyiladi.

Yuqorida keltirilgan tengsizliklarning to'plami quyidagicha belgilanadi.

$$\left[\begin{array}{l} f_1(x) \wedge_1 0 \\ f_2(x) \wedge_2 0 \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x) \wedge_n 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

(2) to'plamni yechish uchun barcha yechimlarini topish yoki ularning mavjud emasligini isbotlash demakdir.

Tengsizliklar to'plamini yechish uchun odatda har bir tengsizlik alohida yechilib, yechimlar to'plamlari hosil qilinadi va to'plamlarning birlashmasi topiladi.

2-misol. $x=1$ soni quyidagi to'plamning yechimi bo'lishini isbotlang va to'plamni yeching:

$$\begin{cases} 2x + 7 > 9 - x \\ 4x + 9 < 3x + 5 \end{cases}$$

Yechish. $x=1$ soni to'plamdagi $2x+7>9-x$ tensizlikning yechimi bo'ladi. Demak, u to'planning ham yechimidir. Berilgan to'plamni yechamiz:

$$2x + 7 > 9 - x$$

$$2x + x > 9 - 7$$

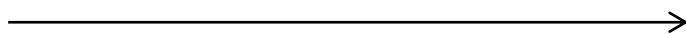
$$3x > 2$$

$$x > \frac{2}{3}$$

$$4x + 9 < 3x + 5$$

$$4x - 3x < 5 - 9$$

$$x < -4$$



2-rasm.

$(-\infty; -4)$ va $(\frac{2}{3}; +\infty)$ to'plamlarning birlashmasi $(-\infty; -4) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$

to'planning barcha yechimlari to'plamidir.

II-BOB. Akademik litseylarda tengsizliklarni intervallar metodi bilan echishga o'rgatish metodikasi.

2.1. Matematika darslarida ratsional tengsizliklarni intervallar metodi bilan echishga o'rgatish.

Berilgan bir noma'lumli n-darajali butun ratsional tengsizlikni quyidagi kanonik ko'rinishlarining biriga keltirish mumkin:

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 > 0, \quad 1$$

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \geq 0, \quad 2$$

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 < 0, \quad 3$$

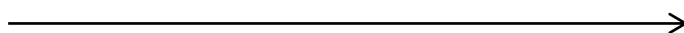
$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \leq 0, \quad 4$$

(1)-(4) tengsizliklarni turli usullar bilan yechish mumkin. Biz esa bu tengsizliklarni yechishga intervallar metodini qo'llaymiz. Intervallar metodining mazmunini aniq misollar yechish bilan ochishga harakat qilaylik.

1-misol. $x+1 \quad x-3 \quad x-5 > 0$ tengsizlikni yeching.

Yechish: Bu tengsizlikning chap qismidan iborat bo'lgan $f(x) = x+1 \quad x-3 \quad x-5$ funksiya barcha $\mathbb{R}$ haqiqiy sonlar to'plamida aniqlangan.

Funksiyaning (ko'phadning) qiymatlari $x = -1$, $x = 3$ va $x = 5$ nuqtalarda nolga aylanadi. Bu nuqtalar funksiyaning aniqlanish sohasini $-\infty; -1$; $-1; -3$; $3; 5$ va $5; +\infty$ oraliqlarga ajratadi. (3-rasm).



3-rasm.

Tengsizlikning chap qismi $x+1$ $x-2$ $x-5$ uchta ko'paytuvchining ko'paytmasidan iborat. Bu ko'paytuvchilardan har birining qaralayotgan oraliqlardagi ishoralari jadvalda ko'rsatilgan.

	$x \in -\infty; -1$	$x \in -1; -3$	$x \in 3; 5$	$x \in 5; +\infty$
$x+1$	-	+	-	+
$x-3$	-	-	+	+
$x-5$	-	-	-	+

Jadvaldan ko'rinib turganidek: agar $x \in -\infty; -1$ bo'lsa, $f(x) < 0$ bo'ladi;

agar $x \in -1; 3$ bo'lsa, $f(x) > 0$ bo'ladi;

agar $x \in 3; 5$ bo'lsa, $f(x) < 0$ bo'ladi;

agar $x \in 5; +\infty$ bo'lsa, $f(x) > 0$ bo'ladi;

Biz $-\infty; -1$, $-1; 3$, $3; 5$, $5; +\infty$ oraliqlarning har birida funksiya (tengsizlikning chap qismi) o'z ishorasini saqlashini -1 , 3 va 5 nuqtalar orqali o'tishda uning ishorasini o'zgarishini ko'ramiz.

Demak, berilgan tengsizlikning yechimlar to'plami $-1; 3 \cup 5; +\infty$ bo'ladi.

2-misol. $x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 8x - 15 > 0$ tengsizlikni yeching.

Yechish . tengsizlikning chap qismini ko'paytuvchilarga ajratamiz.

$f(x) = x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 8x - 15$ ko'phadi $-1; 1; 3$ va 5 nuqtalarda nolga aylanadi.

Demak, $f(x) = (x+1)(x-1)(x-3)(x-5)$ bunday holda tengsizlik quyidagi ko'rinishni oladi: $(x+1)(x-1)(x-3)(x-5) > 0$.

Yuqoridagiga o'xshash $-\infty; -1$, $-1; 1$, $1; 3$, $3; 5$, $5; +\infty$ oraliqlarning har birida $f(x)$ funksiyaning ishorasini aniqlaymiz:

agar $x \in -\infty; -1$ bo'lsa, $f(x) > 0$ bo'ladi;

agar $x \in -1; 1$ bo'lsa, $f(x) < 0$ bo'ladi;

agar $x \in 1; 3$ bo'lsa, $f(x) > 0$ bo'ladi;

agar $x \in 3; 5$ bo'lsa, $f(x) < 0$ bo'ladi;

agar $x \in 5; +\infty$ bo'lsa, $f(x) > 0$ bo'ladi.

Berilgan tengsizlikning yechimlar to'plami $-\infty; -1$, $1; 3$, $5; +\infty$ oraliqlarning yig'indisidan iborat bo'ladi: $-\infty; -1 \cup 1; 3 \cup 5; +\infty$

3-misol. $x^2 - 4$, $x^2 - 4x + 4$, $x^2 - 6x + 8$, $x^2 + 4x + 4 < 0$ tengsizlikni yeching.

Yechish. $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$;

$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$; $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$; $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$

bo'lgani uchun berilgan tengsizlik $(x + 2)^3 (x - 2)^4 (x - 4) < 0$ ko'rinishni

oladi. $f(x) = (x + 2)^3 (x - 2)^4 (x - 4)$ funksiyaning qiymati

$x = -2, x = 2, x = 4$ nuqtalarda nolga aylanadi. $f(x)$ funksiyaning $-\infty; -2$, $-2; 2$, $2; 4$, $4; +\infty$ oraliqlardagi ishoralarini aniqlaymiz.

agar $x \in -\infty; -2$ bo'lsa, $f(x) > 0$ bo'ladi;

agar $x \in -2; 2$ bo'lsa, $f(x) < 0$ bo'ladi;

agar $x \in 2; 4$ bo'lsa, $f(x) < 0$ bo'ladi;

agar $x \in 4; +\infty$ bo'lsa, $f(x) > 0$ bo'ladi.

Berilgan tengsizlikning yechimlar to'plami: $-2; 2 \cup 2; 4$.

2.2. Tengsizliklarni teng kuchli almashtirishlar yordamida intervallar metodi bilan yechish.

Teng kuchli almashtirishlarning asosini tashkil etgan teoremlar bilan tanishaylik.

1-teorema. Agar: a) $f_1(x) > 0 \Leftrightarrow f_2(x) > 0$ va $\varphi_1(x) > 0 \Leftrightarrow \varphi_2(x) > 0$ yoki b) $f_1(x) < 0 \Leftrightarrow f_2(x) < 0$ va $\varphi_1(x) < 0 \Leftrightarrow \varphi_2(x) < 0$ bo'lsa,

$$f_1(x) \cdot \varphi_1(x) > 0 \Leftrightarrow f_2(x) \cdot \varphi_2(x) > 0.$$

1'-teorema. Agar: a) $f_1(x) > 0 \Leftrightarrow f_2(x) > 0$ va $\varphi_1(x) < 0 \Leftrightarrow \varphi_2(x) < 0$ yoki b) $f_1(x) < 0 \Leftrightarrow f_2(x) < 0$ va $\varphi_1(x) > 0 \Leftrightarrow \varphi_2(x) > 0$ bo'lsa,

$$f_1(x) \cdot \varphi_1(x) < 0 \Leftrightarrow f_2(x) \cdot \varphi_2(x) < 0.$$

1-teoremani isbot qilish bilan chegaralanamiz.

M to'plam $f_1(x) \cdot \varphi_1(x) > 0$ (1) tengsizlikning yechimi bo'lsin. U holda x ning M to'plamga tegishli ixtiyoriy qiymatida

$$\begin{aligned} f_1(x) \cdot \varphi_1(x) > 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} f_1(x) > 0, \\ \varphi_1(x) > 0; \\ f_1(x) < 0, \\ \varphi_1(x) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} f_2(x) > 0, \\ \varphi_2(x) > 0; \\ f_2(x) < 0, \\ \varphi_2(x) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow f_2(x) \cdot \varphi_2(x) > 0. \quad (2) \end{aligned}$$

Demak, (1) tengsizlikni yechish o'rniga unga teng kuchli (2) tengsizlikni yechish bilan chegaralanish mumkin. Bunday holda (1) tengsizlikda $f_1(x)$ funksiyani $f_2(x)$ ga, $\varphi_1(x)$ funksiyani $\varphi_2(x)$ funksiyaga almashtirish bilan berilgan (1) tengsizlikka teng kuchli (2) tengsizlik hosil qilindi deyiladi.

$f_1(x)$ va $\varphi_1(x)$ irratsional yoki transendent funksiyalar bo'lib, $f_2(x)$ bilan $\varphi_2(x)$ ratsional funksiyalar bo'lsa, ko'p hollarda murakkab bo'lgan (1) tengsizlik o'rniga (2) tengsizlikni yechish oson bo'ladi. Bunday hollarda (2) tengsizlik (1) tengsizlikdan teng kuchli (standart) almashtirishni qo'llash bilan hosil qilinadi deyiladi.

Natija:

Agar:

$$f_1(x) \vee 0 \Leftrightarrow f_2(x) \vee 0, \varphi_1(x) \vee 0 \Leftrightarrow \varphi_2(x) \vee 0, \dots, g_1(x) \vee 0 \Leftrightarrow g_2(x) \vee 0$$

bo'lsa, $f_1(x) \cdot \varphi_1(x) \cdot \dots \cdot g_1(x) \vee 0 \Leftrightarrow f_2(x) \cdot \varphi_2(x) \cdot \dots \cdot g_2(x) \vee 0$ yoki

$$f_1(x) \cdot \varphi_1(x) \cdot \dots \cdot g_1(x) \wedge 0 \Leftrightarrow f_2(x) \cdot \varphi_2(x) \cdot \dots \cdot g_2(x) \wedge 0.$$

Shunday qilib, teng kuchli almashtirishlarda $f_1(x)$ funksiyani $f_2(x)$ funksiyaga almashtirish uchun $M \in D(f_1)$ to'plamda ixtiyoriy x uchun ($x \in M$) $f_1(x)$ va $f_2(x)$ sonlari bir xil ishorali bo'lishi kerak ekan.

Odatda murakkab ifodani ratsional ifodaga almashtirganda uning aniqlanish sohasi da qaraladi.

Quyida asosiy teng kuchli almashtirishlar haqidagi teoremlarni keltiramiz.

2-teorema. $f(x) \geq 0, \varphi(x) \geq 0, k \in N$ bo'lsa,

$$(\sqrt[2k]{f(x)} - \varphi(x)) \vee 0 \Leftrightarrow (f(x) - (\varphi(x))^{2k}) \vee 0. \quad (I)$$

3-teorema. $\varphi(x) \geq 0$ bo'lsa,

$$(|f(x)| - \varphi(x)) \vee 0. \Rightarrow (f(x) - \varphi(x))(f(x) + \varphi(x)) \vee 0. \quad (II)$$

4-teorema. $D(T)$ to'plamda

$$(f(x)^{\varphi_1(x)} - f(x)^{\varphi_2(x)}) \Leftrightarrow (f(x) - 1)(\varphi_1(x) - (\varphi_2(x))) \vee 0. \quad (III)$$

bunda $D(T)$

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ \varphi_1(x) - mavjud, \\ \varphi_2(x) - mavjud \end{cases}$$

sistemaning yechimlar to'plamidan iborat.

Natija. $f(x) > 0, f(x) \neq 1$ va $k > 0$ bo'lsa,

$$(f(x)^{\varphi(x)} - k) \vee 0 \Leftrightarrow (f(x) - 1)(\varphi(x) - \log_{f(x)} k) \vee 0. \quad (\text{III-A})$$

5-teorema. $f(x) > 0, f(x) \neq 1, \varphi_1(x) > 0, \varphi_2(x) > 0$ bo'lsa,

$$(\log_{f(x)} \varphi_1(x) - \log_{f(x)} \varphi_2(x)) \vee 0 \Leftrightarrow (f(x) - 1) \cdot (\varphi_1(x) - \varphi_2(x)) \vee 0. \quad (\text{IV})$$

Natija. $f(x) > 0, f(x) \neq 1, \varphi(x) > 0, k \in N$ bo'lsa,

$$(\log_{f(x)} \varphi(x) - k) \vee 0 \Leftrightarrow (f(x) - 1)(\varphi(x) - (f(x))^k) \vee 0. \quad (\text{IV-A})$$

Yuqorida keltirilgan teng kuchli almashtirishlarni quyidagi jadvalda keltiramiz.

	Ifoda	Teng kuchli ifoda	Shart bajarilganda
I	$\sqrt[2k]{f(x)} - \varphi(x)$	$f(x) - \varphi(x)^{2k}$	$f(x) > 0, \varphi(x) > 0,$ $k \in N$
I'	$\sqrt[2k+1]{f(x)} - \varphi(x)$	$f(x) - \varphi(x)^{2k+1}$	$k \in N$
II	$ f(x) - \varphi(x)$	$(f(x) - \varphi(x))(f(x) + \varphi(x))$	$\varphi(x) > 0$
III	$f(x)^{\varphi_1(x)} - f(x)^{\varphi_2(x)}$	$(f(x) - 1)(\varphi_1(x) - \varphi_2(x))$	$f(x) > 0$ $\varphi_1(x) - \text{mavjud}$ $\varphi_2(x) - \text{mavjud}$
III-A	$f(x)^{\varphi(x)} - k$	$(f(x) - 1)(\varphi(x) - \log_{f(x)} k)$	$f(x) > 0, f(x) \neq 1,$ $k > 0$
IV	$\log_{f(x)} \varphi_1(x) - \log_{f(x)} \varphi_2(x)$	$(f(x) - 1)(\varphi_1(x) - \varphi_2(x))$	$f(x) > 0, f(x) \neq 1,$ $\varphi_1(x) > 0,$ $\varphi_2(x) > 0$
IV-A	$\log_{f(x)} \varphi(x) - k$	$(f(x) - 1)(\varphi(x) - f(x)^k)$	$f(x) > 0, f(x) \neq 1,$ $\varphi(x) > 0, k \in N.$

Yuqoridagi asosiy teng kuchli almashtirishlardan foydalanib, boshqa teng kuchli almashtirishlarni hosil qilish mumkin.

Masalan,

$$f(x) > 0, \varphi(x) > 0, \varphi(x) \neq 1, \alpha \in \mathbb{N}$$

bo'lsa,

$$(\log_{\varphi(x)} \sqrt[2k]{f(x)} - \alpha) \vee 0 \Leftrightarrow ((f(x) - \varphi(x))^{2k\alpha})(\varphi(x) - 1) \vee 0 \text{ b0'ladi.}$$

1-Misol. Tengsizlikni yeching:

$$\frac{(\log_x \frac{x+1}{x+2} - 1)(\log_x \sqrt[3]{x} - 3)}{(\log_{2x-1} x^2 - 2)(\sqrt[4]{x-1} - 2)} < 0. \quad (3)$$

Yechish.

$$\frac{(\log_x \frac{x+1}{x+2} - 1)(\log_x \sqrt[3]{x} - 3)}{(\log_{2x-1} x^2 - 2)(\sqrt[4]{x-1} - 2)} < 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\log_x \frac{x+1}{x+2} - 1)(\log_x \sqrt[3]{x} - 3) \cdot (\log_{2x-1} x^2 - 2)(\sqrt[4]{x-1} - 2) < 0. \quad (3')$$

1) (IV) almashtirishdan:

$$(\log_x \frac{x+1}{x+2} - 1) \vee 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(\frac{x+1}{x+2}) \vee 0, \\ \frac{x+1}{x+2} > 0, \\ x \neq 1, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -(x-1)(x+2)(x - \frac{3-\sqrt{13}}{2})(x - \frac{3+\sqrt{13}}{2}) \vee 0, \\ x > -2. \end{cases}$$

2) (IV) va (I') almashtirishdan:

$$(\log_x \sqrt[3]{x} - 3) \vee 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt[3]{x} - x^3)(x-1) \vee 0, \\ x \neq 1, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-x^3)(x-1) \vee 0, \\ x \neq 1, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -(x-1)x(x-1)(x+1) \vee 0, \\ x \neq 1, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x(x+1) \vee 0, \\ x \neq 1, \\ x > 0. \end{cases}$$

3) (IV) almashtirishdan:

$$(\log_{2x-1} x^2 - 2) \vee 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (2x-2)(x^2 - (2x-1)^2) \vee 0, \\ 2x-1 \neq 1, \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -(x-1)^2(x-\frac{1}{3}) \vee 0, \\ x \neq 1, \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -(x-\frac{1}{3}) \vee 0, \\ x \neq 1, \\ x > 0. \end{cases}$$

4) (I) almashtirishdan:

$$\sqrt[4]{x-1} - 2 \vee 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-17) \vee 0, \\ x-1 \geq 0. \end{cases}$$

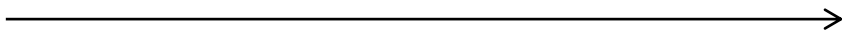
5) Teng kuchli almashtirishlar bajaramiz:

$$(3') \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-2)(x-\frac{3-\sqrt{13}}{2})(x-\frac{3+\sqrt{13}}{2})x(x+1)(x-\frac{1}{3})(x-17) > 0, \\ x > 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-\frac{3+\sqrt{13}}{2})(x-17) > 0, \\ x > 2. \end{cases}$$

Bu sistemaning yechim chizmasini chizamiz (4- rasm).

Javob: $\left[2; \frac{3+\sqrt{13}}{2}\right[\cup 17; +\infty .$



4-rasm.

2.3. Matematikani to'laroq o'rganishda tengsizliklarni intervallar metodi bilan echishdan foydalanish.

1^o. Intervallar metodi yordamida tengsizliklarni yechish algebra kursida qator mavzularni mukammalroq (chuqurroq) o'rganishga yordam beradi. Shunday mavzulardan biri umumiy ko'paytuvchilarni ildiz ostidan chiqarish yoki ko'paytuvchini ildiz ostiga kiritishdir.

Ushbu ifodada

$$\sqrt[2k]{f^{2k}(x)g(x)}$$

umumiy ko'paytuvchini ildiz ostidan chiqarish kerak bo'lsin .

$$\sqrt[2k]{f^{2k}(x)g(x)} = |f(x)|\sqrt[2k]{g(x)}$$

bo'lgani uchun berilgan ifoda x ning

$$\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

sistemani qanoatlantiruvchi qiymatlar to'plamida

$$f(x)\sqrt[2k]{g(x)}$$

ga,

$$\begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) > 0 \end{cases} \quad (2)$$

sistemaning yechimlar to'plamida esa

$$-f(x)\sqrt[2k]{g(x)}$$

ga teng bo'ladi.

Xuddi shuningdek, $f(x)\sqrt[2k]{g(x)}$ ifodada $f(x)$ ko'paytuvchini ildiz ostiga kiritish lozim bo'lsa, bu ifoda (1) sistemaning yechimlari to'plamida

$$\sqrt[2k]{f^{2k}(x)g(x)}$$

ga,

(2) sistemaning yechimlari to'plamida esa

$$-\sqrt[2k]{f^{2k}(x)g(x)}$$

ga teng bo'ladi.

1-misol. Ko'paytuvchini ildiz ostidan chiqaring:

$$\sqrt{\frac{(x+4)(x^2-2x-3)^2}{x}} \quad (\text{javobni modul belgisiz yozing}).$$

Yechish:
$$\sqrt{\frac{(x+4)(x^2-2x-3)^2}{x}} = |x^2-2x-3| \cdot \sqrt{\frac{x+4}{x}} = A.$$

Oxirgi ifodaning kiymati $\frac{x+4}{x}$ bilan x^2-2x-3 ning qiymatiga bog'liq bo'lib, x ning

$$\begin{cases} \frac{x+4}{x} \geq 0, \\ x^2-2x-3 \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

sistemani qanoatlantiradigan qiymatlar to'plamida

$$(x^2-2x-3)\sqrt{\frac{x+4}{x}}$$

ga,

$$\begin{cases} \frac{x+4}{x} \geq 0, \\ x^2-2x-3 < 0 \end{cases} \quad (3')$$

sistemani qanoatlantiradigan qiymatlar to'plamida

$$-(x^2-2x-3)\sqrt{\frac{x+4}{x}}$$

ga teng.

(3) va (3') sistemani yechamiz:

1)

$$\begin{aligned} \begin{cases} (x^2-2x-3) \geq 0, \\ \frac{x+4}{x} \geq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x-3) \geq 0, \\ x(x+4) \geq 0, \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1, \\ x \geq 3; \\ x \leq -4, \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -4, \\ x \geq 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Demak, $x \in -\infty; -4 \cup 3; +\infty$ bo'lganda $A = (x^2 - 2x - 3)\sqrt{\frac{x+4}{x}}$.

$$2) \begin{cases} x^2 - 2x - 3 < 0, \\ \frac{x+4}{x} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 3, \\ \begin{cases} x \leq -4, \\ x > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 3.$$

Demak, $x \in 0; 3$ bo'lganda $A = -(x^2 - 2x - 3)\sqrt{\frac{x+4}{x}}$.

$$\text{Javob: } \sqrt{\frac{(x+4)(x^2-2x-3)^2}{x}} = \begin{cases} (x^2 - 2x - 3)\sqrt{\frac{x+4}{x}}, & \text{agar } x \in -\infty; -4 \cup 3; +\infty \\ -(x^2 - 2x - 3)\sqrt{\frac{x+4}{x}}, & \text{agar } x \in 0; 3. \end{cases}$$

2-misol. Umumiy ko'paytuvchini ildiz ostiga kiriting:

$$(x^2 - 3x - 4)\sqrt{\frac{x}{x+2}}.$$

Yechish: Javob $x^2 - 3x - 4$ yig'indining ishorasiga bog'liq bo'lib, x ning

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \geq 0, \\ \frac{x}{x+2} \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

sistemani qanoatlantiruvchi qiymatlar to'plamida

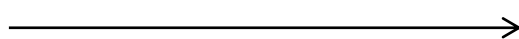
$$\sqrt{\frac{x(x^2 - 3x - 4)^2}{x+2}}$$

ga, x ning

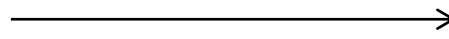
$$\begin{cases} x^2 - 3x - 4 < 0, \\ \frac{x}{x+2} \geq 0 \end{cases} \quad (4')$$

sistemani qanoatlantiradigan qiymatlar to'plamida esa

$$-\sqrt{\frac{x(x^2 - 3x - 4)^2}{x+2}} \text{ ga teng bo'ladi.}$$



a)



b)

5 -rasm

(4) va (4') sistemalarni yechaylik:

1) 5-a rasmda (4) sistemadagi 1-tengsizlikning yechimi tutash egri chiziq yoyi bilan, ikkinchi tengsizlikning yechimi esa punktir chiziq bilan belgilangan bo'lib, sistemaning yechimi $-\infty; -2 \cup 4; +\infty$ to'plamdan iborat bo'ladi.

2) Xuddi shuningdek, 5-b rasmdan (4') sistemaning yechimi $0; 4$ aniqlanadi.

$$\textbf{Javob: } (x^2 - 3x - 4)\sqrt{\frac{x}{x+2}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{x(x^2 - 3x - 4)^2}{x+2}}, & \text{agar } x \in -\infty; -2 \cup 4; +\infty \\ 1 - \sqrt{\frac{x(x^2 - 3x - 4)^2}{x+2}}, & \text{agar } x \in 0; 4 \end{cases}.$$

2⁰. Tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechish parametrli tenglamalarni yechishni, yechim ishorasini tekshirishni osonlashtiradi.

3-misol. Tenglamani yeching va yechim ishorasini tekshiring:

$$k(k-1)^2 + 2x = kx$$

$$\textbf{Yechish: } k(k-1)^2 + 2x = kx \Leftrightarrow (k-2)x = k(k-1)^2$$

$$\text{Agar } k-2 \neq 0, k \neq 2 \text{ yoki } -\infty; 2 \cup 2; +\infty \text{ bo'lsa, } x = \frac{k(k-1)^2}{k-2}.$$

$$f(k) = \frac{k(k-1)^2}{k-2} \text{ funksiyaning ishora chizig'ini chizamiz (6-rasm).}$$

6-rasmdan $k \in -\infty; 0 \cup 2; +\infty$ bo'lganda $x > 0$; $k \in 0; 1 \cup 1; 2$ bo'lganda $x < 0$; $k \in 0; 1$ bo'lganda $x = 0$ ekanini aniqlaymiz.

$$\textbf{Javob: } k \in (-\infty; 0 \cup 2; +\infty) \Rightarrow x > 0, \quad k \in 0; 1 \cup 1; 2 \Rightarrow x < 0,$$

$$k \in 0; 1 \Rightarrow x = 0; \quad k = 2 \Rightarrow \emptyset.$$

4-misol. Tenglamani yeching:

$$mx^2 - 2mx + (5m - 3 - m^2) = 0 \quad (m \neq 0).$$



6-rasm.

7-rasm.

Yechish:

$$x = \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 5m^2 + 3m + m^3}}{m} = \frac{m \pm \sqrt{m^3 - 4m^2 + 3m}}{m} = 1 \pm \frac{1}{m} \sqrt{m^3 - 4m^2 + 3m},$$

$$D = m^3 - 4m^2 + 3m = m(m-1)(m-3).$$

$f(m) = m(m-1)(m-3)$ funksiyaning ishora chizig'ini chizamiz (7-rasm).

7-rasmdan quyidagilarni aniqlaymiz: $0 < m < 1$ yoki $m > 3$ bo'lganda

$D > 0$ bo'lgani uchun tenglamaning yechim

$$\left\{ 1 - \frac{1}{m} \sqrt{m^3 - 4m^2 + 3m}; 1 + \frac{1}{m} \sqrt{m^3 - 4m^2 + 3m} \right\};$$

$m \in 1; 3$ bo'lganda $D = 0$ bo'lgani uchun yechim 1 bo'ladi;

$m < 0$ yoki $1 < m < 3$ bo'lganda esa $D < 0$ bo'lgani uchun tenglama

yechimga ega bo'lmaydi.

Bu misollarda funksiyaning ishora chizig'i kvadrat uchhad diskriminantining ishorasini va qiymatini aniklashda yordam bergani sababli misolni yechish nihoyatda soddalashadi.

3°. Ba'zan

$$f(x) \neq 0 \quad (5)$$

kabi tengsizlikni yoki

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(x) \neq 0, \\ f_2(x) \neq 0, \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x) \neq 0. \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(x) \vee 0, \\ \dots\dots\dots \\ f_k(x) \vee 0, \\ f_{k+1}(x) \neq 0, \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x) \neq 0, \end{array} \right. \quad (7)$$

kabi tengsizliklar sistemasini yechish lozim bo'ladi.

Haqiqatan ham :

1) a ning qanday qiymatlarida $a^2(x-1) = (4a+5)x - 4$ tenglama noldan farqli yagona yechimga ega bo'ladi, degan savolga javob berish uchun

$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 - 4a - 5 \neq 0, \\ a^2 - 4 \neq 0 \end{array} \right.$$

sistamani yechish lozim bo'ladi;

2) $\lg \frac{x^2-1}{x} \neq 0$ tengsizlikni yechish uchun

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(x^2-1)}{x} > 0, \\ \frac{(x^2-1)}{x} \neq 1 \end{array} \right.$$

sistamani yechish;

3) $\sin x \cos 3x \neq 0$ tengsizlikni yechish uchun esa

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x \neq 0, \\ \cos 3x \neq 0 \end{array} \right.$$

tengsizliklar sistemasini yechish lozim bo'ladi.

$f(x) \neq 0$ tengsizlik qanday yechiladi?

$f(x) = 0$ tenglamaning ildizlari $x_1, x_2, \dots, x_m$ bo'lsin.

U holda $f(x) \neq 0$ tengsizlikning yechimi

$$D(f) \setminus x_1, x_2, \dots, x_m$$

to'plamdan iborat bo'ladi.

1-teorema. Ushbu $f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot \dots \cdot f_n(x) \neq 0$ (8) tengsizlik (6) sistemaga teng kuchlidir.

2-teorema. $\frac{f(x)}{\varphi(x)} \neq 0 \Leftrightarrow f(x) \cdot \varphi(x) \neq 0.$

5-misol. Tengsizlikni yeching: $3x^3 - 2x^2 - x \neq 0.$

Yechish: $3x^3 - 2x^2 - x \neq 0 \Leftrightarrow x(3x+1)(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0, \\ x \neq -\frac{1}{3}, \\ x \neq 1. \end{cases}$$

Javob: $\left] -\infty; -\frac{1}{3} \right[\cup \left] -\frac{1}{3}; 0 \right[\cup] 0; 1 \cup] 1; +\infty .$

4⁰. Masalalar yechishda ham tengsizliklar va ularning sistemalarini intervallar metodi bilan yechishdan foydalaniladi. Shunday masalalardan namunalar keltiramiz.

1-masala. A va B shaharlar orasidagi masofa 50 km . Ro'paradan 60 km / soat tezlik bilan shamol esayotgan bo'lsa, avtomobil A va B ga 2 soatdan oz vaqt ichida borib qaytishi uchun u qanday tezlikda yurishi kerak?

Yechish: Avtomobil x km / soat tezlikda yurishi kerak bo'lsin. Avtomobil shamol yo'nalishi bo'yicha $(x+60)$ km / soat tezlikda yurib, 50 km ni $\frac{50}{x+60}$ soatda, shamol yo'nalishiga qarshi $(x-60)$ km / soat tezlikda

yurib, 50 km ni $\frac{50}{x-60}$ soatda o'tadi. A dan B ga borib qaytish uchun esa

$$\frac{50}{x+60} + \frac{50}{x-60} \text{ soat sarflaydi.}$$

Masala shartiga ko'ra:

$$\begin{cases} \frac{50}{x+60} + \frac{50}{x-60} < 2, \\ x > 60 \end{cases} \quad (*)$$

(*) tengsizliklar sistemasini yechamiz:

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{25}{x+60} + \frac{25}{x-60} < 1, \\ x > 60 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 50x - 3600}{x^2} > 0, \\ x > 60 \end{cases} \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-90)(x-60)(x+40)(x+60) > 0, \\ x > 60. \end{cases} \quad (**)$$

$x > 60$ bo'lgani uchun $x+60 > 0$; $x-60 > 0$; $x+40 > 0$ bo'ladi.

U holda

$$(**) \Leftrightarrow \begin{cases} x-90 > 0, \\ x > 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 90, \\ x > 60 \end{cases} \Leftrightarrow x > 90.$$

Javob: avtomobil 90 km / soat dan ortiq tezlik bilan yurishi kerak.

2.4. Mavzuga doir yangi pedagogik texnologiyalar yordamida tuzilgan dars ishlanmadan namuna.

Mavzu: Chiziqli va kvadrat tengsizliklar

Mashg'ulot texnologiyasi modeli

Mashg'ulot vaqti - 80 minut .	O'quvchilar soni 30 ta.
O'quv mashg'lotinig shakli	Nazariy – amaliy.
Ma`ruza rejasi	1. Chiziqli tengsizliklar va ularni yechish usullari 2. Kvadrat tengsizliklar va ularni yechish usullari 3. Misollar yechish
O'quv mashg'ulotining maqsadi :	a) ta'limiy – o'quvchilarga tengsizlik tushunchasi haqida ma'lumot berish va ularni yechish usullari bilan tanishtirish; b) rivojlantiruvchi–2-darajali tengsizliklarni yechishga doir bilimlarini shakllantirish; c) tarbiyaviy-matematikaning hayotdagi o'rnini ko'rsatish va shu fan orqali ularni diqqatni jamlashga, fikrlashga o'rgatish va matematik tafakkurni shakllantirish.

Pedagogik vazifalar : O'qituvchi : – O'quvchilarga chiziqli tengsizliklar to'g'risida tushuncha berish – O'quvchilarning tengsizliklar yechish ko'nikmalarini shakllantirish; - O'tilgan mavzuni o'zlashtirganlik darajasini aniqlash;	O'quv faoliyatining natijalari : O'quvchi: – Chiziqli tengsizliklarni yechishning asosiy qoidalar, metodik tafsilotlar haqidagi bilimlarga ega bo'ladi; – Kvadrat tengsizliklarni yechishning turli usullarini o'rganadi; – Berilgan mavzu bo'yicha misollarini yechadi Egallagan bilimlar darajasini aniqlaydi.
O'qitish vositalari .	Ma'ruza matn, darslik , tarqatma materiallar, plakatlar
O'qitish shakli	Umumjamoaviy, individual .
O'qitish sharoit	Kerakli jihozlar bilan ta'minlangan auditoriya
Monitoring va baholash	Reyting tizimi, nazorat.

Mashgʻulotning texnologik kartasi.

Bosqichlari va vaqti	Faoliyat mazmuni	
	O'qituvchi	O'quvchi
1-bosqich Mashgʻulotga kirish 10- min	1.1. Mavzuni, uning maqsadi, kutiladigan oʻquv natijalarini eʼlon qiladi. Mashgʻulot yakka, juftlikda, hamkorlikda ishlash texnologiyasini qoʻllagan holda oʻtishni maʼlum qiladi. Baholash turlari, mezonlarini eʼlon qiladi. 1.2. Mavzu boʻyicha oʻquvchilar nazariy va amaliy bilimlarini umumlashtiradi	1.1 Mavzuni yozib oladi. 1.2 Savollarga javob beradi, eshitadi.
2-bosqich Asosiy bosqich 60-min	2.1. Oʻquvchilar chiziqli va kvadrat tengsizliklarning asosiy qoidalari, ularni yechish usullari bilan	2.1. taʼriflarni yozib oladilar. Multimediyani namoyish qiladi. 2.2 “Qanday” organayzeri yordamida

	tanishtiradi(1-ilova) 2.2”Qanday?” organayzeri yordamida kvadrat tengsizlik yechiladi (2-ilova) 2.3. Mustaqil yechish uchun misollar(3-ilova) 2.4. klasterni tuzishni topshiradi (4-ilova) 2.5”BBB” jadvalini to`ldirishni so`raydi (5-ilova)	kvadrat tengsizliklarni yechadilar 2.3.Mustaqil yechish uchun berilgan misollarni yechishadi 2.4. klaster tuzadi 2.5.”BBB” jadvalni to`ldirishadi
3-bosqich Yakuniy bosqich 10- min	3.1. Mavzuga xulosa yasaydi. O`quv jarayonida faol ishtirok etgan o`quvchilarni rag`batlantiradi 3.2.Uy ishi uchun vazifa beradi(6-ilova)	3.1. Eshitadilar. 3.2. Topshiriqni yozib oladilar

1-ilova

Ta'rif: $A(x) > B(x)$, $A(x) < B(x)$, $A(x) \geq B(x)$, $A(x) \leq B(x)$

Munosabatlarga x o'zgaruvchili tengsizliklar deyiladi. x ning tengsizlikni chin sonli tengsizlikka aylantiruvchi har qanday qiymati *tengsizlikning yechimi* deyiladi.

1-misol. $4x - 8 \leq 0$ tengsizlik $x \leq 2$ qiymatlarda bajariladi.

Demak, tengsizlikning yechimi: $x \in -\infty; 2$

1-Teorema. Agar $C(x)$ ifoda barcha $x \in X$ larda aniqlangan bo'lsa, $A(x) < B(x)$ va $A(x) + C(x) < B(x) + C(x)$ tengsizliklar teng kuchlidir.

2-teorema. Agar barcha $x \in X$ larda $C(x) > 0$ bo'lsa, $A(x) < B(x)$ va $A(x)C(x) < B(x)C(x)$ tengsizliklar teng kuchli bo'ladi.

Chiziqli va kvadrat tengsizliklar.

Ta'rif: $ax > b$ ($ax \geq b$) yoki $ax < b$ ($ax \leq b$) ko'rinishdagi yoki shu ko'rinishga keltirilishi mumkin bo'lgan tengsizlik *bir o'zgaruvchili chiziqli tengsizlik* deyiladi (bunda x — o'zgaruvchi, $a \neq 0$ va b — o'zgarmas haqiqiy sonlar).

$ax > b$ tengsizlikning har ikki qismi $a \neq 0$ ga bo'linsa, $a > 0$ bo'lganda $x \geq \frac{b}{a}$, $a < 0$ bo'lganda esa $x \leq \frac{b}{a}$ bo'ladi. $ax > b$ tengsizlikning yechimi

$a > 0$ bo'lganda $\left(\frac{b}{a}; +\infty\right)$ oraliqdan, $a < 0$ bo'lganda esa $\left(-\infty; \frac{b}{a}\right)$ oraliqdan iborat bo'ladi.

Ta'rif: $ax^2 + bx + c > 0 (ax^2 + bx + c \geq 0)$ yoki

$$ax^2 + bx + c < 0 (ax^2 + bx + c \leq 0)$$

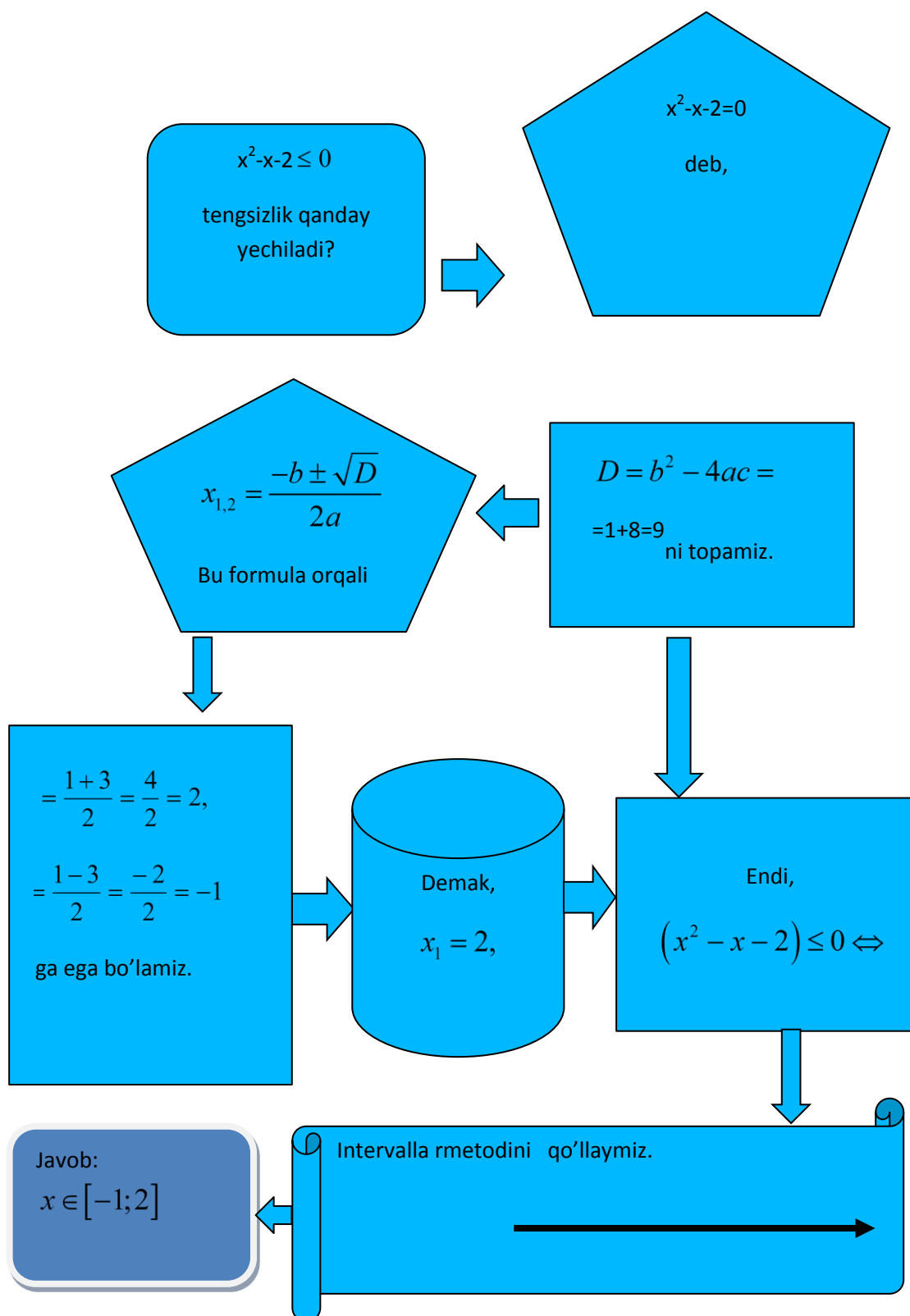
ko'rinishdagi tengsizlik *kvadrat tengsizlik* deyiladi. Kvadrat tengsizlikni yechish asosida quyidagi teorema yotadi:

Teorema. $ax^2 + bx + c$ kvadrat uchhadning diskriminanti

$D = b^2 - 4ac > 0$ bo'lib, x_1, x_2 lar kvadrat uchhadning ildizlari

bo'lsa kvadrat uchhad qiymatining Ishorasi $x \in x_1, x_2$ bo'lganda, a ning ishorasiga qarama-qarshi, $x \notin x_1, x_2$ bo'lganda esa a ning ishorasi bilan bir xil bo'ladi. $ax^2 + bx + c$ kvadrat uchhadning diskriminanti $D < 0$ bo'lsa, $\forall x \in R$ uchun kvadrat uchhad qiymatlarining ishorasi a ning ishorasi bilan bir xil bo'ladi.

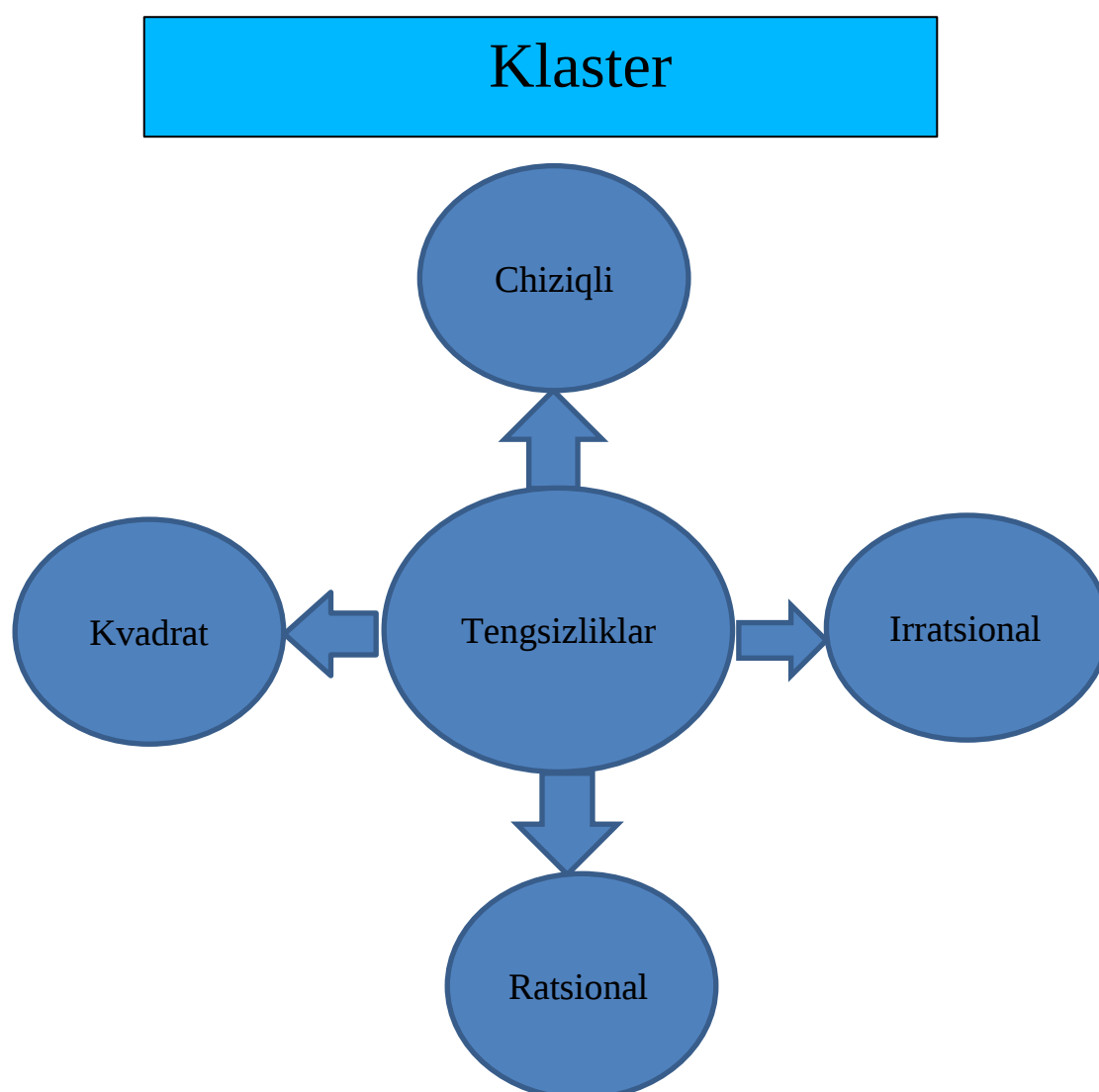
Qanday?

Misol: $x^2 - x - 2 \leq 0$ 

Mustaqil yechish uchun misollar

Tengsizliklar yechimini toping:

- | | | |
|--|---|---|
| 1) $6x^2 + x - 1 > 0$ | 2) $5x^2 - 9x + 4 > 0$ | 3) $x^2 - 2x + 1 < 0$ |
| 4) $x^2 - 7x - 8 \leq 0$ | 5) $2x^2 + 5x - 12 \geq 0$ | 6) $x^2 + 10x + 25 > 0$ |
| 7) $\frac{3x^2 - 5x - 8}{2x^2 - 5x - 3} > 0$ | 8) $\frac{4x^2 + x - 3}{5x^2 + 9x - 9} < 0$ | 9) $x^2 + 3 > 2x$, |
| 10) $-x^2 - 5x \geq 8$ | 11) $2x^2 + 1 > 3x$ | 12) $\frac{x^2}{10} + 2 \leq \frac{7x}{10}$ |



“BBB” jadvali

Bilaman “+” qisman bilaman “?” bilmayman “-”				
T/r	Tushunchalar	“+”	“?”	“-”
1	Tengsizlik tushunchasi			
2	Chiziqli tengsizliklar			
3	Kvadrat tengsizliklar			
4	Kvadrat tengsizliklarni yechish			
5	Tengsizliklar haqidagi teorema			
6	Yechim			
7	Aniqlanish soha			

6-ilova

Uy ishi uchun misollar

1) a) $x^2 + 5x > 0$,

2) a) $x - 5^2 * x^2 - 25 > 0$

b) $x^2 - 9x > 0$

b) $(x + 7)^2 * (x^2 - 49) > 0$

3) a) $\frac{x-2}{x+5} > 0$

b) $\frac{x-4}{x+3} < 0$

c) $\frac{1,5-x}{3+x} \geq 0$

d) $\frac{3,5+x}{x-7} \leq 0$,

7-ilova

Baholash mezonlari

F.I.SH	“Nima uchun?” (20 ball)	Klasterni (10 ball)	Mustaqil yechish uchun misollar (60 ball)				BBB jadvali (10 ball)
			N 1	N 2	N 3	N 4	

Xulosa

Akademik litseyning hozirgi foydalanilayotgan dasturida ham, darsliklarida ham tengsizliklarga oid eng oxirgi mavzu tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechish mavzusidir. Biz yuqorida ana shu mavzuni o'qitish metodikasi haqidagi fikrlarimizni bayon qildik. Mavzuning dastur va darslikda mavjudligi har bir o'qituvchidan, metodistdan uni o'qitishda ma'lum bir qoidalarga amal qilishni talab etadi. Akademik litseyda tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishga o'rgatishning ta'limiy va tarbiyaviy maqsad va vazifalari aniqlab berildi. Tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishning tarbiyaviy ahamiyati quyidagilarda namoyon bo'ladi: tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishga o'rgatish o'quvchilarning dunyo qarashlarini shakllantirishga katta ta'sir ko'rsatadi, turli xil algaritmlarni tuzishda va yozishda qo'llanilishi bilan, matematikani hayot bilan, ishlab chikarish bilan bog'lab o'qitish imkoniyatlariga ega va bu o'quvchilarning politexnik dunyoqarashlarini shakllantirishga xizmat qiladi. Bitiruv malakaviy ishida o'quvchilarning yosh xususiyatlari, bilish imkoniyatlari va o'quv dasturidagi mavjud materiallarni hisobga olgan holda ularda shakllantirilishi lozim bo'lgan amaliy ko'nikma va malakalarning ketma-ketligi aniqlab berilgan. Bu ketma-ketliklar bir bosqichda shakllantirilishi lozim bo'lgan malakalar sanalgan va ularga konkret misollar keltirilgan. Biz ushbu bitiruv malakaviy ishimizda "Tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishga o'rgatish metodikasi" mavzusi mazmunini mavjud adabiyotlardan foydalanib, tahlil qilishga va ba'zi metodik xulosalar chiqarishga harakat qildik. Mavzuga oid misol va masalalar yechishdan namunalari keltirdik.

Bitiruv malakaviy ishining asosiy xulosalari va olingan natijalari shulardan iborat. Ishimizda berilgan o'quv va uslubiy materiallardan Akademik litsey o'quvchilari o'z amaliy faoliyatlarida foydalanishlari mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.

1. I.A Karimov "Yuksak ma'naviyat yengilmas kuch" Toshkent. O'qituvchi 2008-yil.
2. I.A.Karimov "Barkamol avlod orzusi" Sharq T.1999-yil.
3. I.A. Karimov "Kadrlar tayyorlash milliy dasturi" Toshkent 1997-yil.
4. Mirzaahmedov M.A, Rahmqoriev A.A " Matematika". Toshkent "O'qituvchi " 2009-yil.
5. Akademik litseylar uchun chuqurlashtirilgan fanlar. Davlat ta'lim standartlari.Arnpring.T 2001-yil. 3-tom.
6. Sh. Ayupov va boshqalar "Akademik litseylar uchun o'quv dasturi (algebra va matematik analiz asoslari).
7. Mirzaahmedov M.A, Rahmqoriev A.A " Matematika". Toshkent " O'zbekiston milliy akademiyasi" 2009-yil.
8. O'rta maxsus kasb-hunar ta'limining davlat ta'lim standartlari.
9. A.U Abduhamidov ,H.A Nasimov, U.M Nosirov, J.H Husanov "Algebra va matematik analiz asoslari" T.O'qituvchi 2010-yil . 1-2-qism.
10. J.O.Taxirov, G.R.Muxamedova "Matematika fanini kasbiy sohalarga yo'naltirib o'qitish".
11. J.G'. Yo'ldoshev,S.A. Usmonov "Pedagogik texnologiya asoslari" T. O'qituvchi 2004-yil.
12. O'.Gadayboyev, B.Hasanova, M.Yuldasheva "Pedagogik izlanish" TDPU 2006-yil.
13. A.H. Azizxodjayeva "Pedagogik texnologiya" TDPU, 2003-yil.
14. Глейзер Г.Д. и др. Алгебра и начала анализа."Просвещение",М., 1989.
15. S. Alixonov "Matematika o'qitish metodikasi" T.:O'qituvchi, 2008-yil.

16. D.I Yunusova “Matematika o’qitishning zamonaviy texnologiyalari” Toshkent 2010-yil.
17. Xodiev B., Голиш Л. Mustaqil o’quv faoliyatini tashkil etish uslub va vositalari. Toshkent, 2007.
18. Погорелов А. Geometriya, 10-sinf. O’qituvchi, 2004.
19. Alimov Sh.A, Xolmuhammedov O.R, Mirzaahmedov M.A “Algebra” 7-sinf Toshkent “O’qituvchi” 2009-yil.
20. Yo’ldoshev J.G‘., Usmonov S.A. “Pedagogik texnologiya asoslari”. - T.: “O’qituvchi”, 2004.
21. Голиш Л.В, Fayzullaeva D.M. Pedagogik texnologiyalarni loyihalashtirish va rejalashtirish. O’quv qo’llanma. Toshkent, 2011.
22. Meliqulov A., Qurbonov P. Matematika. 1-2 – qism. O’qituvchi, 2003.
23. Alimov Sh.A, Xolmuhammedov O.R, Mirzaahmedov M.A “Algebra” 8-sinf Toshkent “O’qituvchi” 2006-yil.
24. Abduhamedov A.A., Nasimov N.A., Nosirov U.M., Xusanov J.H. Algebra va matematik analiz asoslari. Toshkent, “O’qituvchi”, 2001.
25. Vafoev R.H., Xusanov SH.X. Algebra va analiz asoslari. Toshkent, 2001.
26. Alimov Sh.A, Xolmuhammedov O.R, Mirzaahmedov M.A “Algebra” 9-sinf Toshkent “O’zbekiston” 2006-yil.
27. <http://www.ziyonet.uz/ru/library/libid/10400>
28. <http://graphfunk.narod.ru>
29. <http://www.neive.by.ru>
30. <http://www.problems.ru>
31. <http://zadachi.mccme.ru>

Ilova.

o'zgaruvchi	variable
o'zgaruvchilarni almashtirish	change of variable
Ochiq interval	open interval
Ta'rif	definition
Ta'riflash	defined
Tahlil qilish	analyze
taqqoslash	comparation
tenglama	equation
Tenglamaning tartibi	order of equation
tengsizlik	inequality
teorema	theorem
yechim	decision
Yechim {masalaning}	solution {of a problem}
Yechimlar to'plami	solution set
yechish	Solve
x- o'qi	x-axis
y-o'qi	y-axis
z- o'qi	z-axis
Zaruriy va yetarli shart	necessary and sufficient condition
nol	zero
xato	error
xato	incorrect
son	number

Sonlar o'qi	number line
Qat'iy	strict
o'q	axis
Algebra	algebra
Arifmetika	Arithmetik
Interfal	Interval
Texnologiya	Texnologiy
Matematika	Mathematics
Xulosa	Eoncension
Misol	exercise
Ilova	Index
Mundarija	Content
Natija	Lemma
Ratsional sonlar to'plami	the rational number
Irratsional son	irrational number
Masala	a problem
Haqiqiy son	the real number
Ko'paytirish	multiplication
Funksiya	function
Formula	formula
Teorema	theorem
Aksioma	axsioma
Axborot texnologiyalari	information
Baholash	evaenation
Yoy	arc
Xossa	propert