

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
NIZOMIY NOMIDAGI TOSHKENT DAVLAT PEDAGOGIKA
UNIVERSITETI
FIZIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

“Himoyaga ruxsat etilsin”
Fakultet dekani, f.-m.f.n.
_____ G'.F.Djabbarov
“ ____ ” _____ 2014 yil

“5140100-Matematika” ta'lim yo'nalishi 4-kurs talabasi
TO'RAQULOVA FAROG'AT FAYZULLAYEVNA
**“KXKlarda tengsizliklarni intervallar metodidan foydalanib yechishga
o'rgatish metodikasi” mavzusidagi**

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Talaba:_____F.F.To'raqulova

Ilmiy rahbar: “Matematika va uni
o'qitish metodikasi” kafedrası
dotsenti, f.-m.f.n.
_____A.Normonov

Taqrizchilar:
“Matematika va uni o'qitish
metodikasi” kafedrası dotsenti,
p.f.n._____N.O.Eshpo'latov

TTYSI qoshidagi 2-akademik litsey
matematika o'qituvchisi
_____A.Xolmatov.

“Himoyaga tavsiya etilsin”
“Matematika va uni o'qitish metodikasi”
kafedrası mudiri,
f.-m.f.d. _____ R.Beshimov.
“ ____ ” _____ 2014 yil

Mundarija

Kirish

I BOB. Tengsizliklarning asosiy xossalari.

1.1. Sonli va qo'sh tengsizliklarning asosiy xossalari

1.2. Tengkuchli tengsizliklar va ularning xossalari

II BOB. Tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechish

2.1. Ratsional tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechish.

2.2. Bir o'zgaruvchili yuqori darajali tengsizliklar sistemasi va to'plami.

2.3. Modul belgisi ostida berilgan bir o'zgaruvchili tengsizliklarni yechish.

2.4. Matematikani chuqurroq o'rganiladigan guruhlarda tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishga o'rgatish

2.5. Ko'rstkichli va logorifmik tengsizliklarni yechish

2.6. Trigonometrik tengsizliklarni yechishda intervallar metodi

2.7. Tengsizlikni tengkuchli almashtirish yordamida intervallar metodi bilan yechish.

III BOB. Pedagogik kuzatishlar va ba'zi tajriba - sinov ishlari haqida

Xulosa

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati

Ilova

Kirish

Mavzuning dolzarbligi. O'zbekiston Respublikasining "Kadrlar tayyorlash milliy dasturi" asosida ta'lim islohotini to'la amalga oshirish uchun qator ishlarni amalga oshirish zarurligi alohida ta'kidlangan. Shuningdek, kasb-hunar kollejlarida fan asoslarini o'qitilishini izchillik bilan chuqurlashtirish, yangi texnologiyalar to'g'risida asosiy tasavvurlarni, zamonaviy, iqtisodiy, huquqiy, ekologik bilimlarni berish, umumiy o'rta va o'rta maxsus ta'limning darajasini fan-texnika va ma'naviy taraqqiyot talablariga doim muvofiq bo'lishini ta'minlash eng dolzarb vazifalardan qilib qo'yildi. Bu esa o'z navbatida matematika ta'limning mazmuni nimalardan iboratligini to'la aniqlashtirib olish va uning umumiy o'rta ta'lim maktabi va o'rta maxsus ta'limning boshqa kurslar bilan qanday munosabatda ekanligini aniqlashni taqazo etadi .

O'quvchilarning amaliy tayyorgarligi ishlab chiqarishning texnologiyasi haqidagi eng umumiy qonuniyatlarini bilishda namoyon bo'ladi. Shu bilimlar asosida o'quvchilarda ishlab chiqarish jarayonida zarur bo'ladigan umumlashgan ko'nikmalar shakllantiriladi. Shunday ekan, bilimlarning amaliy yo'nalishi o'qitiladigan predmetlar mazmunida o'z aksini topishi lozim.

KXX matematikasi kursida algebra va matematik analiz elementlari bugungi kunda yetakchi yo'nalishlardan bo'lib u algebrani va keyinchalik algebra va matematik analiz asoslarini o'qitishda yetakchi rol o'ynaydi.

KXX lari matematikasi kursida tenglama va tengsizliklar yo'nalishi eng asosiylardan bo'lib bu yo'nalish boshqa son tushunchasi yo'nalishi, funksiya tushunchasi yo'nalishi, ayniy almashtirishlar bilan bevosita bog'liq bo'lib o'zaro aloqadorlikda o'qitilishni talab etadi. Tengsizliklar va ularning sistemalarrini o'qitish muammosi bugungi kunda eng dolzarb muammolardan biridir. Shuning uchun biz BMI mavzusini **"KXXlarda tengsizliklarni intervallar metodidan foydalanib yechishga o'rgatish metodikasi"** tarzida tanladik.

BMIning maqsadi: KXX matematikasi kursida tengsizliklarni o'qitishda intervallar metodidan foydalanishga o'rgatish metodikasini shakllantirishdan iborat.

BMIning ob'ekti: KXX matematika kursini o'qitish jarayoni.

BMIning predmeti: KXX matematikasi kursida tengsizliklarni intervallar metodiga o'rgatishning maqsadi, mazmuni, metodlari, vositalarini va shakllarini ishlab chiqishdan iborat.

BMIning vazifalari:

1. Mavzuga oid metodik adabiyotlarni, me'yoriy xujjatlarni, o'quv darsliklarni, metodik qo'llanmalarni o'rganish, taxlil qilish, umumlashtirish.
2. KXXlar matematikasi kursida tengsizliklarni intervallar metodidan foydalanib yechishga o'rgatish metodikasini ishlab chiqish.
3. KXX larda tengsizliklarni yechish xususan, intervallar metodidan foydalanib yechishga o'rgatish bilan bog'liq bo'lgan bilim ko'nikma va malakalar tizimini aniqlash.
4. Ishlab chiqilgan metodikaning samaradorligini ko'rsatish uchun ba'zi tajriba-sinov va kuzatish ishlarini o'tqizish.
5. BMI ni yozish davomida olingan natijalarni xulosa va tavsiyalar tarzida shakllantirish va taqdim etish.

I BOB. Tengsizliklarning asosiy xossalari.

1.1. Sonli va qo'sh tengsizliklarning asosiy xossalari

Ikkita a va b haqiqiy son $a < b$ va $a = b$ bo'lganda tenglik, $a < b$ bo'lganda kichik, $a > b$ bo'lganda katta munosabatda bo'ladi. a va b sonlar $a < b$ yoki $a > b$ ($a \leq b$ yoki $a \geq b$, $a = b$) bo'lganda tengsizlik munosabatida bo'ladi.

Tengsizlik " $<$ " yoki " $>$ " belgilar yordamida yozilgan bo'lsa, qat'iy " $\leq$ " yoki " $\geq$ " belgilar yordamida yozilgan bo'lsa, noqat'iy tengsizlik deyiladi.

masalan $7 < 11$, $m^2 > 3$ qat'iy, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$, $a^2 \leq 1$ noqat'iy tengsizlik.

Teorema: $a > b$ bo'lsa, $a - b$ musbat, $a < b$ bo'lsa $a - b$ manfiy bo'ladi. Aksincha $a - b$ musbat son bo'lgandagina $a > b$ bo'ladi. $A - b$ manfiy son bo'lgandagina $a < b$ bo'ladi.

Sonli tengsizliklarning xossalari:

1. Agar $a > b$ va $b < c$ bo'lsa, $a > c$ bo'ladi.
2. $a > b$ bo'lsa, $b < a$ bo'ladi va aksincha, agar $a < b$ bo'lsa $b > a$ bo'ladi.
3. $a > b$ va c – ixtiyoriy son bo'lsa, $a \pm c > b \pm c$ bo'ladi.
4. $a > b$ va $n > 0$ bo'lsa, $an > bn$ yoki $a:n > b:n$ bo'ladi.

To'g'ri tengsizlikning ikkala qismi biror manfiy songa ko'paytirilsa yoki bo'linsa hamda tengsizlik belgisi qarama-qarshilisiga almashtirilsa, yana to'g'ri tengsizlik hosil bo'ladi.

1- Ta'rif: Ikkita tengsizlikda bir xil " $>$ " (" $\geq$ ") yoki " $<$ " (" $\leq$ ") belgi bo'lsa ular bir xil ma'noli, agar tengsizliklardan birida $>$ belgi, ikkinchisi $<$ belgi bo'lsa, ular qarama-qarshi ma'noli tengsizliklar deb ataladi.

5. $a > b$ va $n < 0$ bo'lsa, $a \cdot n < b \cdot n$ yoki $a:n < b:n$ bo'ladi.

6. $a > b$ va $c > d$ bo'lsa, $a + c > b + d$ bo'ladi. Bir xil ma'noli to'g'ri tengsizliklarning chap qismini chap qismiga, o'ng qismini o'ng qismiga qo'shish mumkin.

7. $a > b$ va $c < d$ bo'lsa, $a - c > b - d$ bo'ladi.

Qarama-qarshi ma'noli to'g'ri tengsizliklarning chap qismidan chap qismini, o'ng qismidan o'ng qismini ayirib, birinchi tengsizlikning belgisini qo'yish mumkin.

8. $a > b > 0$ va $c > d > 0$ bo'lsa $ac > bd$ bo'ladi. Qismlari musbat bo'lgan bir xil ma'noli to'g'ri tengsizliklarning mos qismlarini ko'paytirish mumkin.

9. $A > b > 0$ va $n \in \mathbb{N}$ bo'lsa, $a^n > b^n$ bo'ladi.

Qismlari musbat bo'lgan to'g'ri tengsizlikning har ikki qismini bir xil natural ko'rsatkichli daraja shaklida yozish mumkin.

10. $a > b > 0$ bo'lsa $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ bo'ladi.

11. $a > b \geq 0$ va $n \in \mathbb{N}$ bo'lsa, ${}^n \overline{a} > {}^n \overline{b}$ bo'ladi.

Ta'rif: $a < b < c$ yoki $a > b > c$ ($a \leq b \leq c$ yoki $a \geq b \geq c$) tengsizlik qo'sh tengsizlik deyiladi.

Qo'sh tengsizliklarning asosiy xossalari:

1. Agar $a < b < c$ bo'lsa, $c > b > a$ bo'ladi.

2. Agar $a < b < c$ bo'lib, ixtiyoriy son ($d \in \mathbb{N}$) bo'lsa, $a+d < b+d < c+d$ bo'ladi.

3. Agar $a < b < c$ bo'lib, $n > 0$ bo'lsa, $a \cdot n < b \cdot n < c \cdot n$ yoki $a : n < b : n < c : n$ bo'ladi.

4. Agar $a < b < c$ va $n < 0$ bo'lsa, $a \cdot n > b \cdot n > c \cdot n$, yoki $a : n > b : n > c : n$ bo'ladi.

5. Ta'rif: $a_1 < b_1 < c_1$ bilan $a_2 < b_2 < c_2$ yoki $a_1 < b_1 < c_1$ bilan $a_2 < b_2 < c_2$ yoki $a_1 > b_1 > c_1$ bilan $a_2 > b_2 > c_2$ tengsizliklar bir xil ma'noli, $a_1 < b_1 < c_1$ tengsizliklar bilan $a_2 < b_2 < c_2$ yoki $a_1 > b_1 > c_1$ bilan $a_2 > b_2 > c_2$ tengsizliklar esa qarama – qarshi manoli qo'sh tengsizliklar deyiladi

6. Agar $a_1 < b_1 < c_1$ va $a_2 > b_2 > c_2$ bo'lsa, $a_1 - a_2 < b_1 - b_2 < c_1 - c_2$ bo'ladi.

Masalan 1)
$$\begin{array}{l} 4 < 10 < 15 \\ + 0 < 15 < 9 \\ \hline 4 < 25 < 24 \end{array}$$

7. Agar $0 < a_1 < b_1 < c_1$ va $0 < a_2 < b_2 < c_2$ bo'lsa, $a_1 a_2 < b_1 b_2 < c_1 c_2$ bo'ladi.

Masalan, $1 < 8 < 15,4$ va $2 < 4 < 7$ bo'lsa, $1 \cdot 2 < 8 \cdot 4 < 15,4 \cdot 7$ yoki $2 < 32 < 107,8$ bo'ldi.

8. Agar $0 < a < b < c$ va $n \in \mathbb{N}$ bo'lsa, $a^n < b^n < c^n$ bo'ladi.

9. Agar $0 < a < b < c$ bo'lsa, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$ bo'ladi.

10. Agar $0 \leq a < b < c$ va $n \in \mathbb{N}$ bo'lsa, ${}^n \bar{a} < {}^n \bar{b} < {}^n \bar{c}$ bo'ladi.

1.2. Teng kuchli tengsizliklar va ularning xossalari

$f(x)$ va $\varphi(x)$ ifodalar $f(x) \vee \varphi(x)$ (1) ($\vee$ belgi $>$ yoki $<$ belgilardan birini bildiradi), $f(x) \geq \varphi(x)$ (1'), $f(x) \leq \varphi(x)$ (1'') munosabatda bo'lsa, bir o'zgaruvchili tengsizlik deyiladi. Masalan

1) $5x - 3 < 2 - \frac{x}{4}$

4) $9 + 3^x \geq 3^{2x}$

2) $5x - 2 > 7x^2$

5) $4\log_3 x < 3 + \log_3^2 x$

3) $x^3 - 2x < x(3 + x)$

6) $\sin 2x \geq \frac{1}{2}$

va bir o'zgaruvchili tengsizliklar bo'lib, 1) birinchi darajali (chiziqli), 2) ikkinchi darajali (kvadratik), 3) uchinchi darajali, 4) ko'rsatkichli, 5) logarifmik, 6) trigonometric tengsizlikdir.

Ta'rif : tengsizlikning aniqlanish sohasi ($D(T)$) deb tengsizlikning har ikki qismdagi ifodalar aniqlanish sohalarining kesishmasiga aytiladi.

$x - 3 > 2x$ tengsizlikning aniqlanish sohasi $(-\infty; +\infty)$ dan $x - 3 \leq x - 4 < 0$ tengsizlikning aniqlanish sohasi $[0; +\infty)$ dan iborat.

Ta'rif: Tengsizlikning yechimi deb o'zgaruvchining shu tengsizlikni to'g'ri tengsizlikka aylantiradigan qiymatga aytiladi.

Ta'rif: tengsizlikni yechish uning barcha yechimlari to'plamini topishdan iborat.

Masalan, $x - 1 < 0$ tengsizlikning yechimi $(-\infty; 1)$ to'plamdan, $\log_2 x \geq 3$ tengsizlikning yechimi $[8; +\infty)$ to'plamdan, $x^2 > -1$ tengsizlikning yechimi barcha haqiqiy sonlar to'plami $\mathbb{R}$ dan, $10 + x^2 < 0$ tengsizlikning yechimi esa bo'sh to'plamdan iborat.

Ta'rif: ikki tengsizlikdan birining barcha yechimlari ikkinchisi uchun ham yechim bo'lsa, ikkinchisining barcha yechimlari esa birinchisi uchun ham yechim bo'lsa, bunday tengsizliklar deyiladi.

Masalan, $2x < 8$ va $x-1 < 3$ teng kuchli tengsizliklardir, chunki har ikki tengsizlik uchun 4 dan kichik barcha haqiqiy sonlar to'plami yechim bo'ladi. Teng kuchli tengsizliklar $(2x < 8) \Leftrightarrow (x-1 < 3)$ kabi yoziladi.

Yechimlari bo'sh to'plamdan iborat bo'lgan tengsizliklar ham teng kuchli deb ataladi.

Teng kuchli tengsizliklarga doir teoremlarni keltiramiz.

1-teorema. Tengsizlikning ikkala qismiga ixtiyoriy son yoki tengsizlikning aniqlanish sohasida ma'noga ega bo'lgan ifoda qo'shilsa (yoki ikkala qismidan ayrilsa), berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi.

Masalan, 1) $2x+3 < 7 \Leftrightarrow 2x+3+4x^2 < 7+4x^2$ (tengsizlikning har ikki qismiga tengsizlikning har ikki qismiga tengsizlikning aniqlanish sohasi $(-\infty; +\infty)$ da aniqlangan $4x^2$ ifoda qo'shilgan);

2) $\frac{3}{x} > 2 \Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2} > 2 + \frac{4}{x^2}$ (tengsizlikning har ikki qismiga uning aniqlanish sohasi $(-\infty; \infty) \cup (0; +\infty)$ da aniqlangan $\frac{4}{x^2}$ ifoda qo'shilgan);

3) $x > 3$ va $x + \frac{2}{x-3} > 3 + \frac{2}{x-3}$ tengsizliklar teng kuchli emas, chunki tengsizlikning har ikki qismiga qo'shilgan $\frac{2}{x-3}$ ifoda berilgan tengsizlikning har ikki qismiga qo'shilganda aniqlanish sohasi $(\mathbb{R})$ ga tegishli $x=3$ da aniqlanmagan.

Natija: tengsizlikning biror hadi ishorasini qarama-qarshisiga almashtirib, shu hadni tengsizlikning bir qismidan ikkinchi qismiga o'tkazish mumkin.

2-Teorema. Agar tengsizlikning ikkala qismi manfiy songa yoki tengsizlikning aniqlanish sohasida faqat manfiy qiymatlarni qabul qiluvchi ifodaga

ko'paytirilib (yoki bo'linib), tengsizlik belgisini qarama-qarshisiga almashtirilsa, berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi.

1- natija. Tengsizlikning ikkala qismidagi ifodalarning ishorasini qarama-qarshisiga o'zgartirib tengsizlik belgisini ham qarama-qarshisiga almashtirish mumkin.

2- natija. Tengsizlikning har ikkala qismini ishorasi ma'lum bo'lmagan ifodaga ko'paytirish mumkin emas.

Masalan $\frac{2x-1}{x+1} < 1$ tengsizlikning har ikki qismini $x+1$ ga ko'paytirib, $2x-1 < x+1$ ko'rinishida yozish mumkin emas, chunki $x+1$ ning ishorasi ma'lum emas, u $x \in (-1; +\infty)$ bo'lganda musbat $x \in (-\infty; -1)$ bo'lganda esa manfiydir.

3- Teorema. Agar tengsizlikning ikkala qismi musbat songa yoki tengsizlikning aniqlanish sohasida faqat musbat qiymatlarni qabul qiluvchi ifodaga ko'paytirilsa (yoki bo'linsa), berilgan tengsizlikka teng kuchli tengsizlik hosil bo'ladi.

Bir o'zgaruvchili chiziqli tengsizliklar sistemasini va tengsizliklar to'plamini yechish.

1- Ta'rif. Agar bir nechta bir o'zgaruvchili tengsizliklar berilib, o'zgaruvchining ularning har birini qanoatlantiradigan barcha qiymatlari to'plamini topish nazarda tutilganda, bir o'zgaruvchili tengsizliklar sistemasi

$$\begin{aligned} f_1(x) &\vee 0 \\ f_2(x) &\vee 0 \\ f_n(x) &\vee 0 \end{aligned} \quad (1)$$

berilgan deyiladi.

$$\text{Agar } f_i(x) = a_i x + b_i \text{ (bunda } i=1, 2, \dots, n) \text{ ya'ni } \begin{aligned} a_1 x + b_1 &\vee 0 \\ a_2 x + b_2 &\vee 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} a_1 x + b_1 &\vee 0 \\ a_2 x + b_2 &\vee 0 \\ a_3 x + b_3 &\vee 0 \end{aligned} \text{ va}$$

h.k. bo'lsa, (1) bir o'zgaruvchili chiziqli tengsizliklar sistemasidan iborat bo'ladi.

2- Ta'rif. Bir o'zgaruvchili tengsizliklar sistemasining yechimi deb o'zgaruvchining shu sistemani tashkil etuvchi barcha tengsizliklarni qanoatlantiradigan qiymatiga aytiladi.

3- Ta'rif. Tengsizliklar sistemasini yechish deb uning barcha yechimlar to'plamini topishga aytiladi.

Tengsizliklar sistemalari to'plami sistemani tashkil qiluvchi har bir tengsizliklarning yechimlari to'plamlarining kesishmasidan iborat bo'ladi.

1 – misol. Tengsizliklar sistemasini yeching.

$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} \geq 3x + \frac{1}{4} \\ \frac{1-2x}{3} < \frac{x}{4} + 1 \end{cases} \quad (2)$$

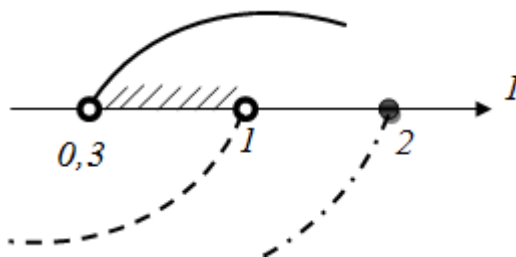
$$\text{Yechish: } (2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 \geq 12x + 1 \\ 4(1 - 2x) < 3x + 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6 \geq 12x + 1 \\ 4 - 4x < 3x + 12 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 10x \leq 5 \\ 11x > -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x > -\frac{8}{11} \end{cases}$$

Yechim har ikkala tengsizlikning yechimlari to'plamlarining kesishmasidan iborat, ya'ni $-\frac{8}{11}; +\infty \cap -8; \frac{1}{2} = (-\frac{8}{11}; \frac{1}{2}]$. Javob : $(-\frac{8}{11}; \frac{1}{2}]$.

$$\begin{aligned} 2- \text{ Misol. Tengsizliklar sistemasini yeching. } & \begin{cases} 4x - 1 > 0,5 - x \\ 7x - 9 < 3 - 5x \\ 9 - x \geq 5 + x \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Yechish: } & \begin{cases} 4x - 1 > 0,5 - x \\ 7x - 9 < 3 - 5x \\ 9 - x \geq 5 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x > 1,5 \\ 12x < 12 \\ 2x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0,3 \\ x < 1 \\ x \leq 2 \end{cases} \end{aligned}$$



1-rasm

1-rasmda berilgan sistemani tashkil etuvchi tengsizliklarning yechimlari mos ravishda uzliksiz, uzilgan va punktlari egri chiziqli yoʻllari bilan belgilangan boʻlib, sistemaning yechimlar toʻplami shtrixlangan. Javob (0,3;1)

4 – taʼrif. Agar bir nechta bir oʻzgaruvchili tengsizlik berilib, oʻzgaruvchining berilgan tengsizliklardan kamida bittasini qanoatlantiradigan barcha qiymatlar toʻplamini topish nazarda tutilsa, bir oʻzgaruvchili tengsizliklar toʻplami (birlashmasi)

$$\begin{aligned} f_1(x) &\vee 0 \\ f_2(x) &\vee 0 \\ f_k(x) &\vee 0 \end{aligned} \quad (3) \text{ berilgan deyiladi.}$$

Tengsizliklar toʻplamnin yechimlari toʻplamni tashkil qiluvchi barcha tengsizliklarning yechimlar toʻplamlarining birlashmisidan iborat boʻladi.

3- Misol. Tengsizliklar toʻplamini yeching.

$$\begin{aligned} 3x - \frac{3+x}{2} &< 5 - 4x \\ 2 + \frac{3x}{2} &< 7x - 9 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{Yechish: (4)} \Leftrightarrow \begin{aligned} 6x - 3 - x &< 10 - 8x \\ 4 + 3x &< 14x - 18 \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{aligned} 13x &< 13 \\ 11x &> 22 \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{aligned} x &< 1 \\ x &> 2 \end{aligned}$$

$$\text{Javob: } (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$$

4-misol. Tengsizlikni yeching.

$$3\frac{1}{3} < \frac{2x-3}{2} < 4,2 \quad (5)$$

Yechish: 1 – usul (qoʻsh tengsizliklarining xossalariidan foydalanish usuli).

$$(5) \Leftrightarrow 20 < 3(2x-3) < 25,2 \Leftrightarrow 29 < 6x < 34,2 \Leftrightarrow 4\frac{5}{6} < x < \frac{17,1}{3} = 5,7. \quad \text{Javob: } (4\frac{5}{6}; 5,7)$$

2- usul (tengsizliklar sistemasini yechish usuli)

$$(5) \Leftrightarrow \begin{matrix} 3\frac{1}{2} < \frac{2x-3}{2} \\ \frac{2x-3}{2} < 4,2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 20 < 3(2x-3) \\ 2x-3 < 8,4 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 6x > 29 \\ 2x < 11,7 \end{matrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{matrix} x > 4\frac{5}{6} \\ x < 5,7 \end{matrix} \Leftrightarrow 4\frac{5}{6} < x < 5,7$$

$ax + b \vee c$ ko'rinishidagi tengsizliklar va ularning sistemasi.

I. $ax + b < c$ (1) tengsizlik $c \leq 0$ bo'lganda ychimga ega emas.

1 – teorema. $c > 0$ bo'lganda $ax + b < c \Leftrightarrow -c < ax + b < c \Leftrightarrow \begin{matrix} ax + b > -c \\ ax + b < c \end{matrix}$ (2)

1-misol. Tengsizlikni yeching. $5x - 2 \vee 3$ (*)

Yechish: 1 – usul (qo'sh tengsizlik yozish bilan yechish).

$$(*) \Leftrightarrow -3 < 5x - 2 < 3 \Leftrightarrow -1 < 5x < 5 \Leftrightarrow -0,2 < x < 1 \quad \text{Javob: } (0,2;1).$$

2- usul. (tengsizliklar sistemasini tuzish bilan yechish).

$$(*) \Leftrightarrow \begin{matrix} 5x - 2 < 3 \\ 5x - 2 > -3 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 5x < 5 \\ 5x > -1 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} x < 1 \\ x > -0,2 \end{matrix} \Leftrightarrow 0,2 < x < 1$$

3- usul. (tengsizlikning har ikkala qismini kvadratga ko'tarish bilan yechish).

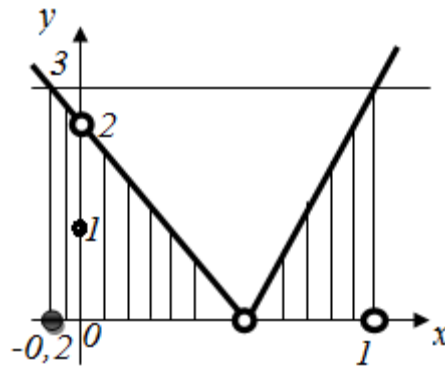
Berilgan tengsizlikning har ikkala qismi manfiy bo'lmagani uchun $5x - 2 \vee$

$$3 \Leftrightarrow (5x-2)^2 < 9 \Leftrightarrow 25x^2 - 20x + 4 < 9 \Leftrightarrow 25x^2 - 20x - 5 < 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 4x - 1 < 0 \Leftrightarrow 5(x-1)(x+\frac{1}{5}) < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} x - 1 > 0 \\ x + \frac{1}{5} < 0 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} x > 1 \\ x < -\frac{1}{5} \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} \emptyset \\ 0,2 < x < 1 \end{matrix} \Leftrightarrow -0,2 < x < 1$$

4-usul (grafik usul bilan yechish). $y=|5x-2|$ va $y=3$ funksiyalarning grafigini

chizamiz. Chizmada x ning $(-0,2;1)$ oraliqdagi qiymatlarida $|5x-2| < 3$ bo'lganidan yechim $(-0,2;1)$ to'plamdan iborat bo'ladi.



2-rasm

II. $|mx+n|>k$ tengsizliklarning yechimi: a) $k<0$ bo'lganda $(-\infty;+\infty)$ to'plamdan, b) $k=0$ bo'lganda $(-\infty;-\frac{n}{m})\cup(-\frac{n}{m};\infty)$ to'plamdan iborat.

2- teorema. $k>0$ bo'lganda $|mx+n|>k \Leftrightarrow \begin{cases} mx+n > k \\ mx+n < -k \end{cases} \quad (4)$

2- misol. Tengsizlikni yeching $|2x-1|\geq 3$

Yechish: $|2x-1|\geq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 3 \\ 2x-1 \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq 4 \\ 2x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$

Javob: $(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$.

II BOB. Tengsizliklarni intervallar metodi yordamida yechish.

2.1. Ratsional tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechish.

Ushbu $f(x) \forall 0$ tengsizlikni yechish $f(x)$ funksiyaning ishorasini aniqlashdan iborat, ya'ni $f(x) > 0$ bo'lganda $f(x)$ -musbat, $f(x) < 0$ bo'lganda $f(x)$ -manfiy bo'lgan x ning qiymatlarini topishdan iborat.

Umuman (1) tengsizlikni yechish uchun:

1) $f(x)$ funksiyaning aniqlanish sohasi $D(f)$ aniqlanadi;

2) $f(x)$ funksiyaning barcha (haqiqiy) ildizlari topiladi;

3) topilgan ildizlar yordamida $D(f)$ da funksiya bir xil ishoraga ega bo'lgan intervallar hosil qilinadi;

4) har bir intervaldagi $f(x)$ funksiyaning ishorasi aniqlanadi.

x ning $f(x)$ ishorasi (I) tengsizlik ishorasiga monand keladigan qiymatlarini barcha intervallari birlashmasi berilgan tengsizlikning yechimi bo'ladi.

Bu metod zaminida funksiyaning aniqlanish sohasini intervallarga ajratib, bu intervallarda funksiya ishorasini aniqlash yotgani uchun bu metod intervallar metodi deb ataladi.

Bir ushbu BMI da tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechish deganda $f_i(x)$ chiziqli funksiya (bunda $i=1,2,..,k$) bo'lganda.

$f_1(x), f_2(x) \dots f_k(x) \forall 0$ ko'rinishidagi tengsizliklarni yechishgina nazarda tutiladi. Tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishning bunday tushunish bu metod mohiyatini to'liq tushunmaslikdan iboratdir. Chunki intervallar metodi bilan irratsional, ko'rsatkichli, logorifmik, trigonometrik va h.k. tengsizliklarni ham yechish mumkin.

Masalan, $\sqrt{3x+2} > \sqrt{x+1} + \sqrt{2x-3}$ tengsizlikni yechaylik.

$$\overline{3x+2} > \overline{x+1} + \overline{2x-3} \Leftrightarrow \overline{3x+2} - \overline{x+1} - \overline{2x-3} > 0$$

1) $g(x) = \overline{3x+2} - \overline{x+1} - \overline{2x-3}$ funksiyaning aniqlanish sohasini topamiz:

$$D(t) \begin{cases} 3x+2 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ 2x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ x \geq -1 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1,5$$

Demak, $D(t) = [1,5; +\infty)$.

2) $g(x)$ funksiya-sining ildizlarini topish uchun $\overline{3x+2} - \overline{x+1} - \overline{2x-3} = 0$ tenglamani yechamiz:

$$\begin{aligned} \overline{3x+2} &= \overline{x+1} + \overline{2x-3} \Leftrightarrow \overline{2x^2 - x - 3} = 2 \\ &\quad x \geq 1,5 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x - 7 = 0 \\ x \geq 1,5 \end{cases} &\Rightarrow x = \frac{1}{4} (1 + \sqrt{57}) \end{aligned}$$

3) $g(x)$ funksiyaning ildizi $x = \frac{1}{4} (1 + \sqrt{57})$ aniqlanish sohasi $D(T) = [1,5; \infty)$ ni ikkita $1\frac{1}{2}; \frac{1}{4} (1 + \sqrt{57})$ va $\frac{1 + \sqrt{57}}{4}; +\infty$ intervallarga ajratadi.

4) Hosil bo'lgan intervallarda $g(x)$ funksiya ishorasini tekshiramiz. Buning uchun shu oraliqlarga tegishli bittadan qiymat, masalan, $x=2$ va $x=3$ ni olamiz:

$$a) \quad x = 2 \in 1\frac{1}{2}; \frac{1}{4} (1 + \sqrt{57}) , g \, x = \overline{8} - \overline{3} - 1 > 0$$

$$b) \quad x = 3 \in \frac{1 + \sqrt{57}}{4}; +\infty , g \, 3 = \overline{11} - 2 - \overline{3} < 0$$

Demak, x ning $1\frac{1}{2}; \frac{1}{4} (1 + \sqrt{57})$ intervalidagi qiymatlarida funksiya musbat

bo'lgani uchun yechimlar to'plami $1\frac{1}{2}; \frac{1}{4} (1 + \sqrt{57})$ dan iborat bo'ladi.

Intervallar metodi bilan ko'rsatkichli logarifmik, trigonometric va h.k. tengsizliklarni ham yechish mumkin bo'lgani sababli bu metodni tengsizliklarni yechishning umumiy metodi deyish ham mumkin.

Ko'p hollarda tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechish bo'shqa metodlar bilan yechishga nisbatan samarali bo'ladi. Ushbu $\varphi_1(x) \cdot \varphi_2(x) \cdot \dots \cdot \varphi_k(x) \neq 0$ tengsizlikni $\varphi(x) = \varphi_1(x) \cdot \varphi_2(x) \cdot \dots \cdot \varphi_k(x)$ funksiya ishorasini hisobga olgan holda tengsizliklar sistemalarining to'plamini tuzish bilan yechish mumkin. Masalan, (2)da $k=3$ bo'lsin, ya'ni $\varphi_1(x) \cdot \varphi_2(x) \cdot \varphi_3(x) > 0$ tengsizlikni yechish uchun quyidagi tengsizliklar sistemalarining to'plami tuziladi va yechiladi:

$$\begin{array}{cccc} \varphi_1(x) > 0 & \varphi_1(x) > 0 & \varphi_1(x) < 0 & \varphi_1(x) < 0 \\ \varphi_2(x) > 0 \text{ yoki } \varphi_2(x) < 0 & \varphi_2(x) < 0 \text{ yoki } \varphi_2(x) > 0 & \varphi_2(x) > 0 \text{ yoki } \varphi_2(x) < 0 & \varphi_2(x) < 0 \text{ yoki } \varphi_2(x) > 0 \\ \varphi_3(x) > 0 & \varphi_3(x) < 0 & \varphi_3(x) < 0 & \varphi_3(x) > 0 \end{array}$$

Agarda (2)da $k=4$ bo'lib $\varphi_1(x) \cdot \varphi_2(x) \cdot \varphi_3(x) \cdot \varphi_4(x) \neq 0$ tengsizlikni yechish talab qilinganda 8ta tengsizliklar sistemasini yechish lozim bo'lar edi. Shu sababli bu metod ko'paytuvchilar soni ko'p bo'lgan hollarda murakkab bo'lib, tengsizlikni yechish ko'p vaqt talab qiladi. Bu esa ba'zan xatoga yo'l qo'yishga ham sabab bo'ladi.

(2) tengsizlikni intervallar metodi bilan yechish uchun:

1) (3) funksiyaning aniqlanish sohasi $D(T)=(a,b)$ aniqlanadi;

2) $\varphi_1(x) \cdot \varphi_2(x) \cdot \dots \cdot \varphi_k(x) = 0$ (4) tenglamani yechib, uning ildizlari topiladi $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$ topiladi: (bunda $x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n$) deb faraz qilamiz);

3) (3) funksiyaning aniqlanish sohasi $(a:b)$ da $n+1$ ta $(a:x_1), (x_1:x_2)(\dots), (x_n,b)$ oraliqlar hosil qilinadi;

4) (3) funksiya ishorasi (2) tengsizlik ishorasiga monand bo'lgan intervallar aniqlanadi.

(3) funksiyaning ishorasini bir necha usul bilan aniqlash mumkin.

1-usul (funksiya qiymatini hisoblash usuli).

(2) tengsizlikni yechish uchun (3) funksiyaning ildizlari hamda uzilish nuqtalari $x_1, x_2, \dots, x_n$ topilib ($x_1 < x_2 < \dots < x_n$ deb faraz qilamiz), uning aniqlanish

sohasidagi ishorasi bir xil bo'lgan $(a:x_1)$, $(x_1:x_2)$, ..., $(x_n:b)$ intervallarning har birida funksiyaning ishorasi aniqlanadi. Funksiya ishorasi bilan tengsizlik ishorasi bir xil bo'lgan oraliqlar birlashmasi berilgan tengsizlikning yechimi bo'ladi.

2-usul (jadval tuzish usuli).

(2) tengsizlikni yechish uchun (3) funksiyaning ildizlari va uzilish nuqtalari topilib, jadvalning 1-satrida (3) funksiya ishorasi o'zgarmaydigan $n+1$ ta oraliqlar, keyingi k ta satrida esa $\varphi_i(x)$ funksiylarining ($i=1,2, \dots, k$), eng quyi satrida esa $\varphi(x)$ ning shu oraliqlardagi ishoralari yoziladi. Jadvalning quyi satridagi $\varphi(x)$ ning ishorasi bilan berilgan tengsizlikning ishorasi bir xil bo'lgan oraliqlar birlashmasi tengsizlikning yechimi bo'ladi.

(1-jadval)

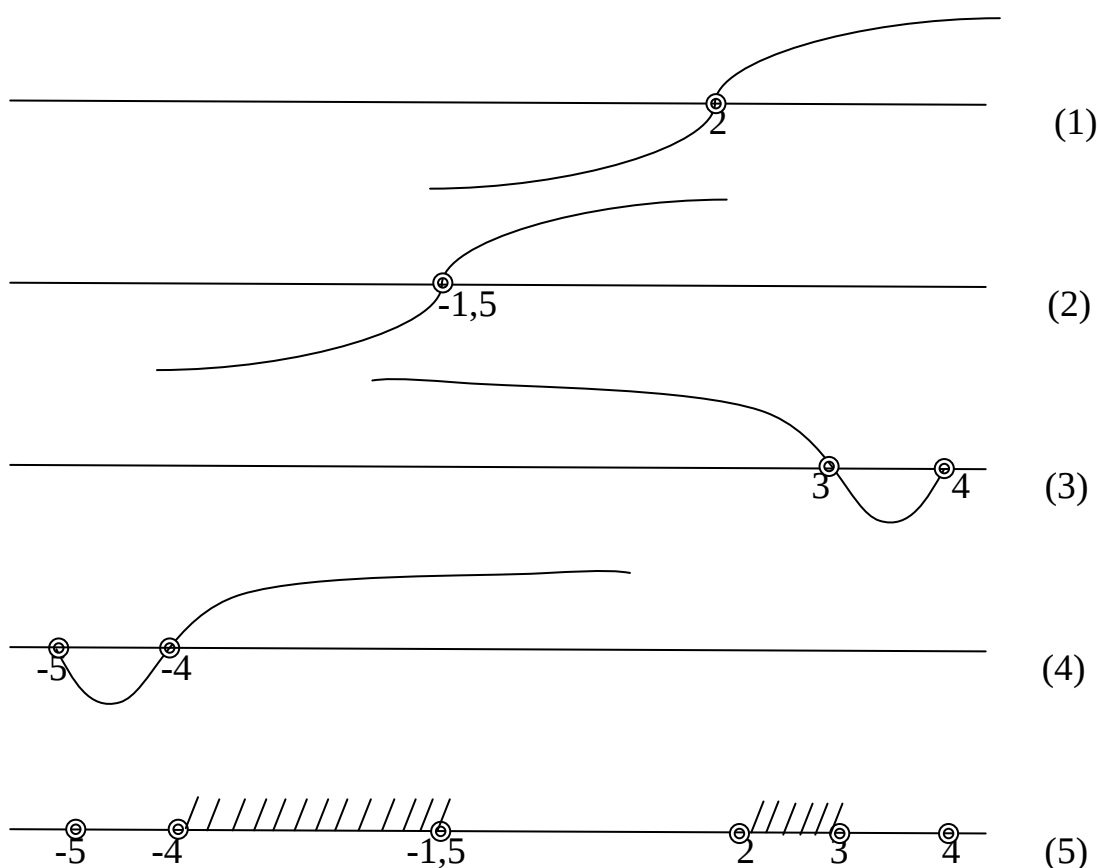
Oraliqlar Funksiyalar	$(a:x_1)$	$(x_1:x_2)$	$(\dots)$	$(x_{n-1}:x_n)$	$(x_n:b)$
$\varphi_1 x$					
$\varphi_2 x$					
...					
$\varphi_k x$					
$\varphi x = \bigcup_{i=1}^k \varphi_i(x)$					

3-usul. (o'zaro parallel kordinata to'g'ri chiziqlaridan foydalanish usul).

(2) tengsizliklarni yechish uchun k ta koordinata to'g'ri chizig'ida $f_i(x)=(i=1, 2, \dots, k)$ funksiylarning ishora chig'i alohida-alohida chiziladi. So'ngra $(k+1)$ – koordinata to'g'ri chizig'ida (3) funksiyaning aniqlanish sohasidagi har bir

oraliqda funksiyalarning ishoralari taqqoslanib, $f(x)$ ning ishorasi belgilanadi. Ishorasi tengsizlik ishorasi bilan monand bo'lgan oraliqlar aniqlanadi. Bunday intervallar birlashmasi berilgan tengsizlikning yechimi bo'ladi.

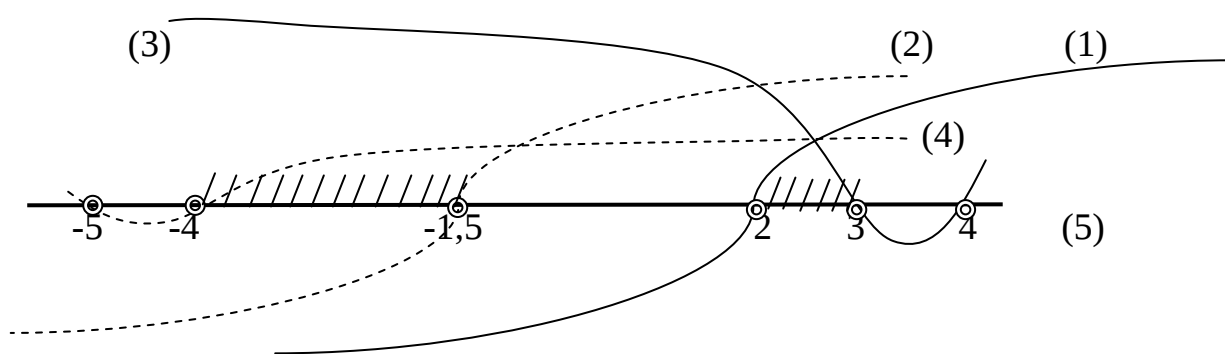
Masalan $(x-2)(2x+3) \lg(4-x) \lg(x+5) > 0$ tengsizlikni yechish uchun 4 ta koordinata to'g'ri chizig'ida to'rtala funksiyaning ishora chiziqlari chiziladi.



6-rasm

Behinchi son to'g'ri chizig'ida berilgan tengsizlikning aniqlanish sohasi $(-5;4)$ da tengsizlikning chap qismidagi funksiyalarning chap qismidagi funksiyalarning ildizlari ajralgan $(-5;-4)$, $(-4;-1,5)$, $(-1,5;2)$, $(2;3)$ va $(3;4)$ intervallar hosil qilinadi. Bu intervallardan 2 – va 4 –sida ko'paytma musbat bo'lgani uchun tengsizlikning yechimi $(-4;-1,5) \cup (2;3)$ dan iborat bo'ladi (bu oraliqlar koordinata to'g'ri chizig'ida shtrixlangan) (6-rasm).

Agar barcha funksiyalarning ishora chiziqlarini bitta koordinata to'g'ri chizig'ida har xil qilib quyidagi rasmdek chizilsa yechimni aniqlash oson bo'ladi (chizmada yechim intervallari shtrihlangan).



7-rasm

(2) tengsizlikning chap qismida ko'paytuvchilar soni ortgan soni chizma murakkab bo'lib, tengsizlikni noto'g'ri yechishga sabab bo'ladi. Shunga qaramay berilgan tengsizlikni boshqa usullarda yechish murakkab bo'lgan hollarda bu usuldan ham foydalaniladi.

4 – usul (tengsizlikning yechim chizmasini chizish usuli).

Bu usulda tengsizlik quyidagicha yechiladi:

- 1) tengsizlikning chap qismidagi funksiya ildizlari va uzilish nuqtalari topiladi;
- 2) koordinata to'g'ri chizig'ida aniqlangan ildizlar va uzilish nuqtalariga mos nuqtalar belgilanib, funksiya bir xil ishoraga ega bo'lib, intervallar hosil qilinadi;
- 3) funksiyaning “ishora chizig'i” chiziladi;
- 4) berilgan tengsizlikning yechimi bo'ladigan oraliqlar shtrixlanadi, so'ngra tengsizlikning javobi yoziladi. Hosil bo'lgan chizmaga berilgan “tengsizlikning yechimi chizmasi” deyiladi.

misol. Tengsizlikni yeching.

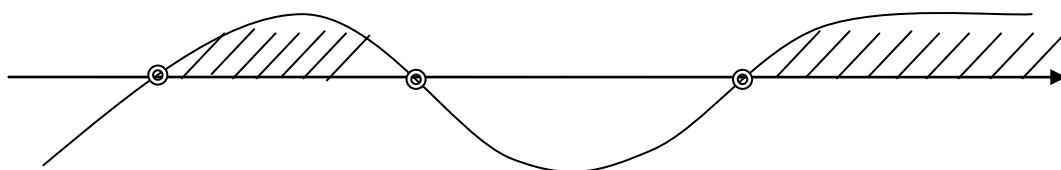
$$(2x+5)(x-2)(x+1) > 0$$

Yechish: Berilgan tengsizlikni jadval usulida yechish quyidagi jadvalda tasvirlangan.

Oraliqlar	$(-\infty; -2,5)$	$(-2,5; -1)$	$(-1; 2)$	$(2; +\infty)$
Funksiyalar				
$2x+5$	-	+	+	+
$x+1$	-	-	+	+
$x-2$	-	-	-	+
$(2x+5)(x+1)(x-2)$	-	+	-	+

Berilgan tengsizlikni yechim chizmasi yordamida yechish uchun:

- 1) $(2x+5)(x-2)(x+1)$ funksiyaning yoki $(2x+5)(x-2)(x+1)=0$ tenglamaning ildizlari -2,5; 2 va -1 topiladi;
- 2) Ildizlarni son to'g'ri chizig'ida belgilab



$(-\infty; -2,5)$, $(-2,5; -1)$; $(-1; 2)$ va $(2; +\infty)$ oraliqlar hosil qilinadi.

3) $f(x) = (2x+5)(x-2)(x+1)$ funksiyaning ishora chizig'i chiziladi (yuqoridagi chizma).

4) Yechim chizmasida $(2x+5)(x-2)(x+1)$ funksiya musbat bo'lgan $(-2,5; -1)$ va $(2;+\infty)$ intervallar shtrixlanadi. Javob: $(-2,5; -1) \cup (2;+\infty)$.

Ratsional tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechish

$x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n \geq 0$ (1) tengsizlikni yechish

$f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ (2) funksiyaning ishorasini aniqlashdan iborat bo'lgani uchun bu mavzuga doir oily va elementar matematika kursining ba'zi teoremlari bilan tanishishga to'g'ri keladi.

Teorema: Agar $(a;b)$ intervalda uzluksiz bo'lgan $f(x)$ funksiya interval chegaralarida har xil ishoraga ega bo'lsa, shu interval ichida kamida bitta nuqta $x_0 \in (a;b)$ mavjud bo'ladiki, funksiya shu nuqtada nolga teng, ya'ni $f(x_0)=0$ bo'ladi.

2-teorema. Agar $f(x)$ funksiya biror $(a;b)$ intervalda uzluksiz bo'lib, ildizlarga ega bo'lmasa, shu intervalda u faqat bir xil ishoraga ega bo'ladi.

Natija. Agar (2) funksiya faqat k ta $x_1, x_2, \dots, x_k$ ($k \leq n$) ildizga ega bo'lib, $x_1 < x_2 < \dots < x_k$ bo'lsa, bu funksiyaning ishorasi $(-\infty; x_1)$, $(x_1; x_2), \dots, (x_k; +\infty)$ intervalning hech birida o'zgarmaydi.

Funksiya bir xil va faqat bir xil ishoraga ega bo'lgan intervalga funksiyaning bir xil ishora intervali deyiladi.

3 – teorema. Agar (2) funksiyaning chiziqli ko'paytuvchilar ko'paytmasi, ya'ni

$$f(x) = (x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n) \quad (3)$$

ko'rinishida ifodalash mumkin bo'lsa $f(x)$ funksiyaning ishorasi uning ildizlari $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ f yordamida hosil bo'lgan ixtiyoriy ikki qo'shni intervalda har xil bo'ladi.

Isbot. $x_1 < x_2 < \dots < x_{i-1} < x_i < x_{i+1} < \dots < x_n$ bo'lib, $(x_{i-1}; x_i)$ va $(x_i; x_{i+1})$ intervallarda ixtiyoriy ikkita qo'shni intervallar bo'lsin.

Agar $x \in (x_{i-1}; x_i)$ bo'lsa $x - x_i < 0$ bo'ladi, agar $x \in (x_i; x_{i+1})$ bo'lsa, $x - x_i > 0$ bo'ladi, agar $x \in (x_i; x_{i+1})$ bo'lsa, $x - x_i > 0$ bo'ladi, ya'ni (3) ko'paytmada $x - x_i$ ikki had $(x_{i-1}; x_i)$

va $(x_i; x_{i+1})$ intervallarda har xil ishorali bo'lib, qolgan ikki hadlar ko'paytmasi esa bu oraliqlarda bir ishoraga ega. Shu sababli (3) funksiyaning ishorasi bu ikki qo'shni intervallarda har xil bo'ladi.

4-teorema. (3) funksiya $(x_n; +\infty)$ intervalda musbat (bunda x_n (3) funksiyaning ildizlari ichida eng kattasi).

Isbot. Haqiqatan ham, $x \in (x_n; +\infty)$ bo'lsa, $x_1 < x_2 < \dots < x_n < x$ bo'lgani sababli $x - x_1, x - x_2, \dots, x - x_n$ ikki hadlarning har biri musbat bo'lganidan ularning ko'paytmasi (3) funksiya ham musbat bo'ladi.

1-natija. (3) funksiyaning ishorasi uning n ta ildizi $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ yordamida hosil bo'lgan $(-\infty; x_1) \dots (x_n; +\infty)$ intervallarda galma-gal almashadi.

2-natija. $(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n) > 0$ (4) bunda $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ bo'lsin, tengsizlikning yechimi $(-\infty; x_1), (x_1; x_2), \dots, (x_{n-1}; x_n), (x_n; +\infty)$ intervallarning o'ngdan I, III, V, ... larning birlashmasidan;

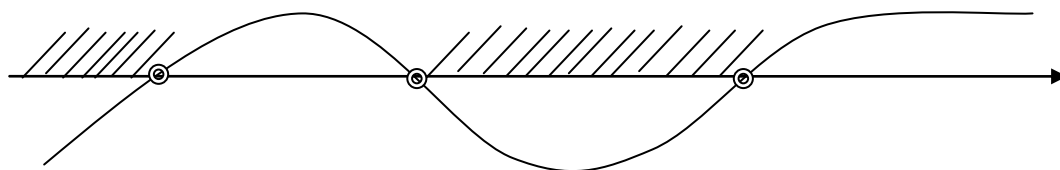
$$(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n) < 0 \quad (4')$$

tengsizlikning yechimi bu oraliqlarning o'ngdan II, IV, VI, ... larning birlashmasidan iborat bo'ladi.

1-misol. Tengsizlikni yeching:

$$x(x+2)(x-1) < 0$$

Yechish: $x(x+2)(x-1) = 0$ tenglamaning ildizlari; -2; 0; 1. Bu ildizlarni koordinata to'g'ri chizig'ida belgilab,



$(-\infty; -2)$, $(-2; 0)$, $(0; 1)$ va $(1; +\infty)$ intervallarni hosil qilamiz. Funktsiyaning ishora chizig'i hosil bo'lgan oraliqlarning o'ngdan 1 – sida son to'g'ri chiziqning yuqorisiga, qolganlarida esa son to'g'ri chizig'ining ostiga, yuqorisiga va h.k. chiziladi. $x(x+2)(x-1)$ funksiya manfiy bo'lgan $(-\infty; -2)$ va $(0; 1)$ intervallar shtrixlanadi. Javob: $(-\infty; -2) \cup (0; 1)$.

5 – teorema. Agar $f(x)$ funksiya $(a; b)$ intervalda uzluksiz o'suvchi (yoki kamayuvchi) bo'lib, x_0 dan iborat ildizga ega, ya'ni $f(x_0)=0$ bo'lsa, bu funksiya shu ildiz atrofida har xil ishoraga ega bo'ladi, chuninchi $(a; x_0)$ intervalda manfiy (musbat) $(x_0; b)$ intervalda esa musbat (manfiy) bo'ladi.

Natija. Agar $f(x)$ funksiya $(a; b)$ intervalda uzluksiz va shu intervaldagi $x=x_0$ ildizi atrofida har xil ishoraga ega bo'lsa, $(f(x))^{2k+1}$ ($k \in \mathbb{N}$) funksiya ham $x=x_0$ (toq karrali) ildiz atrofida har xil ishoraga ega bo'lib, bu funksiylarning ishoralari bir xil bo'ladi, ya'ni $(f(x))^{2k+1} \vee 0 \Leftrightarrow f(x) \vee 0$ ($k \in \mathbb{N}$), xususiyl holda. $(x-x_0)^{2k+1} \vee 0 \Leftrightarrow (x-x_0) \vee 0$ ($k \in \mathbb{N}$).

2 – misol. Tengsizlikni yeching.

$$x(x+1)^3(x-2)^5 > 0$$

Yechish: 5- teoremaning natijaga ko'ra $(x+1)^2$ bilan $(x+1)$, $(x-2)^5$ bilan $(x-2)$ bir xil ishoraga ega bo'lgani uchun: $x(x+1)^3(x-2)^5 > 0 \Leftrightarrow x(x+1)(x-2) > 0$

Javob: $(-1; 0) \cup (2; +\infty)$

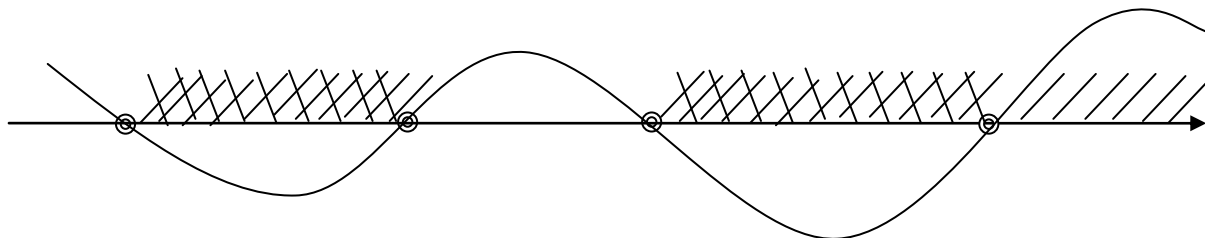
2⁰. 6- teorema. $\frac{f}{g} \geq 0$ va $f(x) \cdot g(x) \geq 0$ tengsizliklar teng kuchlidir, ya'ni

$$\frac{f}{g} \geq 0 \Leftrightarrow f(x)g(x) \geq 0 \quad (5)$$

3-misol. Tengsizlikni yeching:

$$\frac{x - 2,5}{x^2 - 1} < 0 \Leftrightarrow x(x-2,5)(x^2-1) < 0 \Leftrightarrow x(x-2,5)(x-1)(x+1) < 0.$$

$x(x-2,5)(x-1)(x+1)$ funksiyaniing ildizlari: -1; 0; 1; 2,5. Ildizlarni koordinata to'g'ri chizig'ida belgilab, funksiyaniing ishora chizig'ini chizamiz va yechim intervallarini shtrixlaymiz.



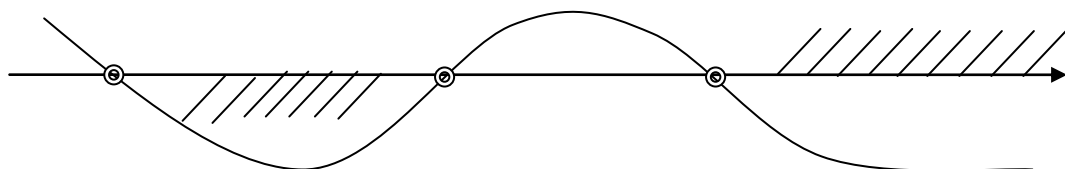
Javob: $(-1;0) \cup (1;2,5)$.

4- Misol. Tengsizlikni yeching.

$$\frac{x^2}{1-0,5x} < 0$$

Yechish: $\frac{x^2}{1-0,5x} < 2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{1-0,5x} - 2 < 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-x-2}{1-0,5x} < 0 \Leftrightarrow$

$$(x^2+x-2)(1-0,5x) < 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1)(0,5x-1) > 0$$



Javob: $(-2;1) \cup (2;+\infty)$.

3⁰. Ta'rif. Agar kvadrat uch had

$$ax^2+bx+c \quad (6) \quad \text{ni}$$

chiziqli ikki hadlar ko'paytmasi $a(x-x_1)(x-x_2)$ (bunda $x_1 \in \mathbb{R}$, $x_2 \in \mathbb{R}$) ko'rinishida tasvirlash mumkin bo'lnasa, u chiziqli ko'paytuvchilarga ajralmaydigan kvadrat uch had deyiladi.

1-lemma. Agar $x=x_0$ nuqta $(a;b)$ intervalda uzluksiz $y=f(x)$ funksiyaning shu intervaldagi ildizi bo'lsa, $y=(f(x))^{2k}$ funksiya $x=x_0$ (juft karrali) ildiz atrofida musbat bo'ladi.

1-natija. $(x-x_0)^2 > 0$ tengsizlikning yechimi $(-\infty; x_0) \cup (x_0; +\infty)$ dan, $(x-x_0)^2 < 0$ tengsizlikning yechimi esa $\emptyset$ dan iborat.

2-natija $(f(x))^{2k} \cdot \varphi(x) \vee 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} \varphi(x) \vee 0, \\ f(x) \neq 0; \end{matrix}$ xususiylashtirishda $(x-x_0)^{2k} \varphi(x) \vee 0 < \Rightarrow \begin{matrix} \varphi(x) \vee 0, \\ x \neq x_0; \end{matrix}$

2- lemma. Agar (6) kvadrat uchhadning diskriminant manfiy bo'lsa, u chiziqli ko'paytuvchilarga ajralmaydigan kvadrat uchhad bo'lib, uning ishorasi x ning har qanqay qiymatiga a ning ishorasi bilan bir xil bo'ladi.

1- Natija. Agar $D = \frac{p^2}{4} - q < 0$ bo'lsa, $(x^2+px+q) > 0$ tengsizlikning yechimi esa $\emptyset$ dan iborat bo'ladi.

2- Natija. Agar $D = \frac{p^2}{4} - q < 0$ bo'lsa, $(x^2+px+q) \cdot \varphi(x) \vee 0 \Leftrightarrow \varphi(x) \vee 0$.

3- Natija. $D = b^2 - 4ac < 0$ bo'lganda $a > 0$ bo'lsa, $ax^2+bx+c > 0$ tengsizlikning yechimi $(-\infty; +\infty)$ dan, $ax^2+bx+c > 0$ tengsizlikning yechimi $\emptyset$ dan iborat.

4- Natija. Agar $D = b^2 - 4ac < 0$ bo'lsa, $a > 0$ bo'lganda $(ax^2+bx+c) > \varphi(x) \vee 0$.

4⁰ Agar tengsizlik $b_0x^n + b_1x^{n-1} + b_2x^{n-2} + \dots + b_{n-1}x + b_n \geq 0$ (7)

ko'rinishida berilgan bo'lsa, uni hamma vaqt $b_0 \neq 0$ bo'lganda (1) ko'rinishiga keltirish mumkin.

7- teorema. Har qanday haqiqiy koeffitsientli (2) ko'phadni chiziqli va ajralmaydigan kvadrat uchhadlar ko'paytmasi ko'rinishida yozish mumkin, ya'ni

$$x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = (x-x_1)^{2m_1+1} \dots (x-x_k)^{2m_k+1} \cdot (x-x_1^1)^{2r_1} \dots \\ \dots (x-x_r^1)^{2r_r} (x^2+p_1x+q_1)^{l_1} \dots (x^2+p_sx+q_s)^{l_s} \text{ bunda } m_i \in N (i=1, 2, \dots, k), \quad r_i \in N (j=1, 1, \dots, t), \\ l_\varepsilon \in N, \quad \varepsilon = 1, 2, \dots, S. \quad x^2 + p_\varepsilon x + q_\varepsilon \text{ ajralmaydigan kvadrat uchhad va} \\ (2m_1+1) + \dots + (2m_k+1) + (2r_1 + \dots + 2r_t) + 2(l_1 + \dots + l_s) = n$$

$$1- \text{ Natija. } x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n \neq 0 \Leftrightarrow (x-x_1)^{2m_1+1} \dots (x-x_k)^{2m_k+1} \cdot (x-x_{l+1})^{2r_{l+1}} \dots (x-x_t)^{2r_t} (x^2 + p_1 x + q_1)^{l_1} \dots (x^2 + p_s x + q_s)^{l_s} \neq 0$$

$$2- \text{ Natija. } (x-x_1)^{2m_1+1} \dots (x-x_k)^{2m_k+1} \cdot (x-x_{l+1})^{2r_{l+1}} \dots (x-x_t)^{2r_t} \cdot (x^2 + p_1 x + q_1)^{l_1} \dots (x^2 + p_s x + q_s)^{l_s} \neq 0$$

$$(x^2 + p_s x + q_s)^{l_s} \neq 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} x - x_1, \dots, (x - x_k) \neq 0 \\ x \neq x_1 \\ x \neq x_t \end{matrix} \quad (8)$$

7- misol. Tengsizlikni yeching $x^7 - 4x^5 + x^4 - 4x^2 > 0$

$$\text{Yechish: } x^7 - 4x^5 + x^4 - 4x^2 > 0 \Leftrightarrow x^2(x+1)(x-2)(x+2)(x^2-x+1) > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} x+1 > 0 & x-2 < 0 & x+2 > 0 & 0 \\ x \neq 0 \end{matrix},$$

Javob: $(-2; -1) \cup (2; +\infty)$

8-teorema.

$$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} f(x) > 0 \\ f(x) = 0 \end{matrix} \Leftrightarrow f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} f(x) > 0 \\ f(x) = 0 \end{matrix}$$

Natija.

$$1) (x-x_0)^{2k} \cdot \varphi(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} \varphi(x) \leq 0 \\ x = x_0 \end{matrix}$$

$$\text{Haqiqatan ham } (x-x_0)^{2k} \cdot \varphi(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} x-x_0 > 0 & \varphi(x) > 0 \\ x-x_0 < 0 & \varphi(x) < 0 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} \varphi(x) > 0 \\ x \neq x_0 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} \varphi(x) > 0 \\ x = x_0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \varphi(x) \geq 0 \\ x = x_0 \end{matrix}$$

Tengsizlikni yeching.

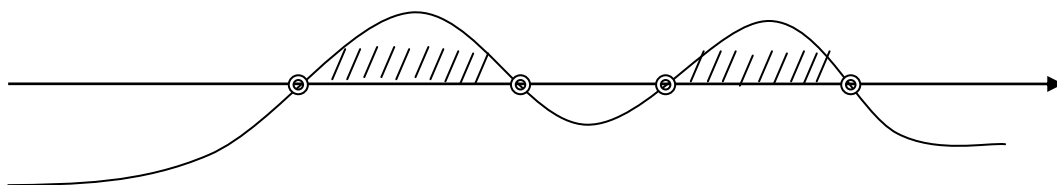
$$\frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{1 - x^2} \leq 0$$

Yechish:

$$\frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{1 - x^2} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} 1 - x^2 > 0 & x^3 - 4x^2 + 4x \leq 0 \\ 1 - x^2 \neq 0 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} x < 1 & x > 1 & (x-2)^2 \\ x^2 \neq 1 \end{matrix}$$

Tengsizlikning yechim chizmasini chizamiz.



Javob: $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$.

2.2. Bir o'zgaruvchili yuqori darajali tengsizliklar sistemasi va to'plami.

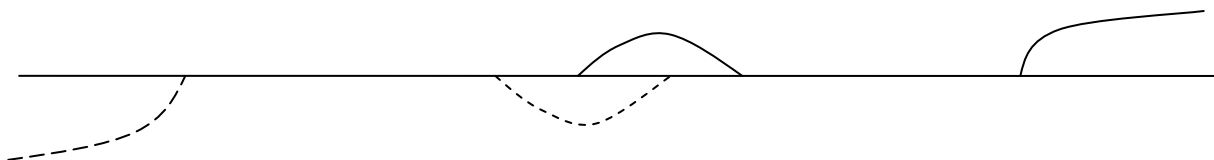
1 – misol. Tengsizliklar sistemasini yeching:

$$\text{I} \quad \begin{cases} x^2 + 2x + 3 > 0 \\ 5x + 1 < x + 2 \end{cases}$$

Yechish: berilgan sistema quyidagi sistemaga teng kuchli:

$$\text{II} \quad \begin{cases} x^2 + 2x + 3 > 0 \\ 5x + 1 < x + 2 \end{cases}$$

Bitta son to'g'ri chizig'ida sistemani tashkil etgan tengsizliklarning yechimini aniqlaymiz.



Bu intervalda II sistemadagi 1-tengsizlamaning yechimi $(-1.5; 0) \cup (3, 5; +\infty)$, 2-tengsizlikning yechimi esa $(-\infty; -5) \cup [-2; -\frac{1}{5}]$ dan iborat, endi ikkala yechimning kesishmasi $(-1.5; -0.2]$ berilgan sistemaning yechimi bo'ladi.

2.3. Modul belgisi ishtirok etgan bir o'zgaruvchili tengsizliklarni yechish.

1⁰. 1-teorema. Agar ixtiyoriy $x \in M$ da $\varphi(x)$ va $g(x)$ faqat manfiy bo'lmagan qiymatlar qabul qilsa, M to'plamda:

$$\varphi(x) \vee g(x) \Leftrightarrow (\varphi(x))^2 \vee (g(x))^2 \quad (1)$$

Natija: $D(T)=D(\varphi) \cap D(g)$ to'plamda $|\varphi(x)| \vee |g(x)| \Leftrightarrow (\varphi(x))^2 \vee (g(x))^2 \quad (2).$

1-misol. Tengsizlikni yeching: $|5x-3| \geq |2x+3|$

$$\begin{aligned} \text{Yechish: } |5x-3| \geq |2x+3| &\Leftrightarrow (5x-3)^2 \geq (2x+3)^2 \Leftrightarrow 25x^2 - 30x + 9 \geq 4x^2 + 12x + 9 \\ &\Leftrightarrow 21x^2 - 42x \geq 0 \Leftrightarrow x(x-2) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \leq 0, \\ x \geq 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Javob: $(-\infty; 0] \cup [2; \infty)$

2-teorema. 1) $g(x) \leq 0$ bo'lsa, $|\varphi(x)| < g(x)$ tengsizlikning yechimi bo'sh to'plam bo'ladi, 2) $g(x) > 0$ bo'lsa, $|\varphi(x)| < g(x) \Leftrightarrow -g(x) < \varphi(x) < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi(x) > -g(x), \\ \varphi(x) < g(x). \end{cases} \quad (3)$

Natija: $|\varphi(x)| \leq \varphi(x) \Leftrightarrow \varphi(x) = 0$

2-misol tengsizlikni yeching $|4x-5| < 3.$

$$\text{Yechish: } |4x-5| < 3 \Leftrightarrow -3 < 4x-5 < 3 \Leftrightarrow 2 < 4x < 8 \Leftrightarrow 0,5 < x < 2$$

Javob: $(0,5; 2).$

3-misol. Tengsizlikni yeching $|3x-1| < x+5.$

Yechish: $|3x-1| < x+5 \Leftrightarrow -(x+5) < 3x-1 < x+5.$ Bu qo'sh tengsizlikning uchala qismida ham o'zgaruvchi bo'lgani uchun uni tengsizliklar sistemasi tuzish bilan

yechamiz, ya'ni: $-(x+5) < 3x-1 < x+5 \Leftrightarrow \begin{matrix} 3x-1 < x+5 \\ 3x-1 > -x-5 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 2x < 6 \\ 4x > -4 \end{matrix} \Leftrightarrow -1 < x < 3$. Javob: $(-1; 3)$.

4-misol. Tengsizlikni yeching $\frac{3}{3x-4} > 1$.

Yechish: $|3x-4| \neq 0$ yoki $x \neq 1\frac{1}{3}$ bo'lganda $\frac{3}{3x-4} > 1 \Leftrightarrow \begin{matrix} 3 > 3x-4, \\ 3x-4 \neq 0 \end{matrix} \Leftrightarrow$

$$\begin{matrix} -3 < 3x-4 < 3 \\ x \neq 1\frac{1}{3} \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} \frac{1}{3} < x < 1\frac{1}{3}, \\ x \neq 1\frac{1}{3} \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} \frac{1}{3} < x < 1\frac{1}{3}, \\ 1\frac{1}{3} < x < 2\frac{1}{3} \end{matrix}$$

Javob: $(\frac{1}{3}; 1\frac{1}{3}) \cup (1\frac{1}{3}; 2\frac{1}{3})$

3-teorema. 1) $g(x) < 0$ bo'lsa, $|\varphi(x)| > g(x)$ (*) tengsizlikning yechimi $D(T) = D(\varphi) \cap D(g)$ dan iborat bo'ladi; 2) $g(x) = 0$ bo'lsa,

$$|\varphi(x)| > g(x) \Leftrightarrow |\varphi(x)| > 0 \Leftrightarrow \varphi(x) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} \varphi(x) > 0, \\ \varphi(x) < 0; \end{matrix}$$

$$2) \ g(x) > 0 \text{ bo'lsa, } |\varphi(x)| > g(x) \Leftrightarrow \begin{matrix} \varphi(x) > g(x) \\ \varphi(x) < -g(x) \end{matrix}$$

$$1\text{-natija. } |\varphi(x)| > \varphi(x) \Leftrightarrow \varphi(x) < 0$$

$$2\text{-natija. } |\varphi(x)| \geq \varphi(x) \Leftrightarrow \varphi(x) \leq 0$$

5-misol. Tengsizlikni yeching: $|4x-7| > 3$.

$$\text{Yechish: } |4x-7| > 3 \Leftrightarrow \begin{matrix} 4x-7 < -3 \\ 4x-7 > 3 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 4x < 4 \\ 4x > 10 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} x < 1 \\ x > 2,5 \end{matrix}$$

Javob: $(-\infty; 1) \cup (2,5; +\infty)$.

Berilgan tengsizlikni grafik usulda ham yechish mumkin.

6-misol. Tengsizlikni yeching: $\overline{x^2 + 4x + 4} > x^2 - 8x + 16$.

Yechish: $\overline{x^2 + 4x + 4} = \overline{(x + 2)^2} = x + 2$ ekanini hisobga olsak:

$$\overline{x^2 + 4x + 4} > x^2 - 8x + 16 \Leftrightarrow x + 2 > x^2 - 8x + 16 \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} x + 2 > x^2 - 8x + 16 &\Leftrightarrow x^2 - 9x + 14 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 7 \\ x + 2 < -x^2 + 8x - 16 &\Leftrightarrow x^2 - 7x + 18 < 0 \Leftrightarrow \emptyset \Leftrightarrow 2 < x < 7 \end{aligned}$$

7-misol. Tengsizlikni yeching $|2x-3| > \overline{x+1}$

xning ixtiyoriy qiymatida $-\overline{x+1} < 0$ bo'lgani uchun tengsizlikning yechimi $[1; +\infty)$ dan iborat.

2.4. Matematikani to'laroq o'rganishda tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishdan foydalanish

1^o Intervallar metodi yozdamida tengsizliklarni yechish algebra kursida qator temalarni mukammalroq o'rganishga yordam beradi. Shunday temalardan biri umumiy ko'paytuvchini ildiz ostidan chiqarish yoki ko'paytuvchini ildiz ostiga kiritishdir.

Ushbu ifodada $^{2k} \overline{\varphi^{2k} x g(x)}$ umumiy ko'paytuvchini ildiz ostidan chiqarish kerak bo'lsin, $^{2k} \overline{\varphi^{2k} x g(x)} = \varphi(x) \cdot ^{2k} \overline{g(x)}$ bo'lgani uchun berilgan ifoda

xning $\begin{cases} \varphi(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$ (1) Sistemani qanoatlantiruvchi qiymatlar to'plamida

$\varphi(x) \cdot ^{2k} \overline{g(x)}$ ga, $\begin{cases} \varphi(x) < 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$ (2) sistemaning yechimlar to'plamida esa

$-\varphi(x) \cdot ^{2k} \overline{g(x)}$ ga teng bo'ladi.

Xuddi shuningdek, $\varphi(x) \cdot ^{2k} \overline{g(x)}$ ifodada $\varphi(x)$ ko'paytuvchini ildiz ostiga kiritish lozim bo'lsa, bu ifodada (1) sistemaning yechimlari to'plamida $^{2k} \overline{\varphi^{2k} x g(x)}$ ga, (2) sistemaning yechimlar to'plamida esa $-^{2k} \overline{\varphi^{2k} x g(x)}$ ga teng bo'ladi.

1-misol. Ko'paytuvchini ildiz ostidan chiqaring $\frac{x+4 \cdot (x^2-2x-3)^2}{x}$

Yechish: $\overline{\frac{x+4}{x} (x^2-2x-3)^2} = x^2 - 2x - 3$

$$x \overline{\frac{x+4}{x}} = A.$$

Oxirgi ifodaning qiymati $\frac{x+4}{x}$ bilan $x^2 - 2x - 3$ ning qiymatiga bog'liq bo'lib, xning $\frac{x+4}{x} \geq 0$ (3) sistemani qanoatlantiradiga qiymatlar $x^2 - 2x - 3 < 0$

to'plamida $(x^2 - 2x - 3) \overline{\frac{x+4}{x}}$ ga, $\frac{x+4}{x} \geq 0$ (3) sistemani $x^2 - 2x - 3 < 0$ qanoatlantiradigan qiymatlar to'plamida $-(x^2-2x-3) \overline{\frac{x+4}{x}}$ ga teng.

(3) va (3') sistemalarni yechamiz.

$$1) \quad x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} x+1 & (x-3) \geq 0 \\ x & x+4 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} x \leq -1 \\ x \geq 3 \\ x \leq -4 \\ x > 0 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} x \leq -4 \\ x \geq 3 \end{matrix}.$$

Demak, $x \in (-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$ bo'lganda $A = (x^2 - 2x - 3) \overline{\frac{x+4}{x}}$.

$$2) \quad x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} -1 < x < 3 \\ x \leq -4 \\ x > 0 \end{matrix} \Leftrightarrow 0 < x < 3.$$

Demak, $x \in (0; 3)$ bo'lganda $A = (x^2 - 2x - 3) \overline{\frac{x+4}{x}}$.

Javob:

$$\frac{x+4}{x} (x^2-2x-3)^2 = \begin{matrix} x^2 - 2x - 3 & \overline{\frac{x+4}{x}}, \Rightarrow \text{agar } x \in (-\infty; -4] \cup [3; \infty) \\ -x^2 - 2x - 3 & \overline{\frac{x+4}{x}}, \Rightarrow \text{agar } x \in (0; 3) \end{matrix}.$$

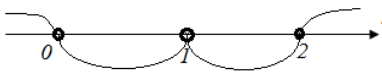
2° Tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechish parametrlil tenglamalarni yechishni, yechim ishorasini tekshirishni osonlashtiradi.

3-misol. Tenglamani yeching va yechim ishorasini tekshiring:

$$k(k-1)^2 + 2x = kx.$$

Yechish: $k^2 = (k-1)^2 + 2x = kx \Leftrightarrow (k-2)x = k(k-1)^2$.

Agar $k-2 \neq 0$, $k \neq 2$ yoki $k \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ bo'lsa $x = \frac{k(k-1)^2}{k-2} \cdot \varphi$ $k = \frac{k(k-1)^2}{k-2}$

funksiyaning ishorasi  ushbu chizmadan

$k \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ bo'lganda $x > 0$; $k \in (0; 1) \cup (1; 2)$ bo'lganda $x < 0$; $k \in [0; 1]$ bo'lganda $x = 0$ ekanini aniqlaymiz.

4°. Masalalar yechishda ham tengsizliklarni va ularning sistemalarini intervallar metodi bilan yechishdan foydalaniladi. Shunday masalalardan namunalar keltiramiz.

1-masala. A va B shaharlar orasidagi masofa 50 km. ro'paradan 60 km/soat tezlik bilan shamol esayotgan bo'lsa, avtomobil A dan Bga 2 soatdan oz vaqt ichida borib qaytishi uchun u qanday tezlikda yurish kerak?

Yechish. Avtomobil x km/soat tezlikda yurishi kerak bo'lsin. Avtomobil shamol yo'nalishi bo'yicha $(x+60)$ km/soat tezlikda yurishi, 50 km ni $\frac{50}{x+60}$ soatda, shamol yo'nalishiga qarshi $(x-60)$ km/soat tezlikda yurib, 50 km ni $\frac{50}{x-60}$ soatda o'tadi. Adan Bga borib qaytish uchun esa $\frac{50}{x+60} + \frac{50}{x-60}$ soat sarflaydi.

Masala shartiga ko'ra:

$$\frac{50}{x+60} + \frac{50}{x-60} < 2, (*)$$

$$x > 60$$

Bu tengsizliklar sistemasini yechomis; $(*) \Leftrightarrow \frac{25}{x+60} + \frac{25}{x-60} < 1 \Leftrightarrow x > 60$

$$\frac{x^2 - 50x - 3600}{x^2 - 3600} > 0 \Leftrightarrow \frac{x - 90}{x - 60} \cdot \frac{x + 40}{x + 60} > 0 (**)$$

$$x > 60$$

$x > 60$ bo'lgani uchun $x+60 > 0$; $x-60 > 0$; $x+40 > 0$ bo'ladi. 4 holda $(**) \Leftrightarrow$

$$\frac{x - 90}{x - 60} > 0 \Leftrightarrow \frac{x - 90}{x - 60} > 0, \Leftrightarrow x > 90$$

$$x > 60$$

javob: avtomobil 90 km/soat dan ortiq tezlik bilan yurishi kerak.

2.5. Ko'rstkichli va logarifmik tengsizliklarni yechish

Agar $f(y)$ funksiya y ga nisbatan ratsional funksiya bo'lib, $y=a^{\varphi(x)}$ yoki $y=\log_a g(x)$ bo'lsa $f(y) \vee 0$ ko'rinishidagi tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishga keltirish mumkin.

1-misol. Tengsizlikni yeching.

$$\log_3 x \log_{\frac{1}{3}} x + 2 \log_3 x + 1 > 0 \quad (1)$$

Yechish: Tengsizlikning aniqlanish $D(T)=(0;+\infty)$. Endi $\log_3 x=y$ deb belgilaymiz. U holda $\log_{\frac{1}{3}} x = -\log_3 x = -y$ bo'ladi va (1) $\Leftrightarrow$

$$y - y + 2 \quad y + 1 > 0, \quad \Leftrightarrow$$

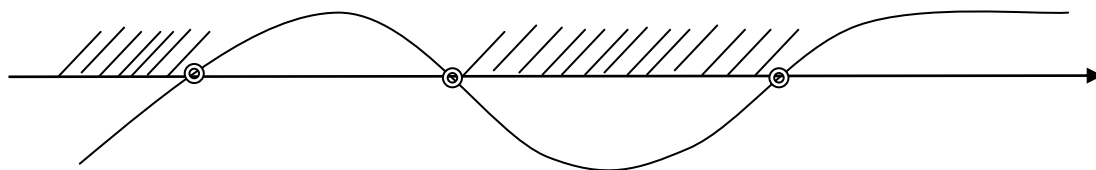
$$y = \log_3 x$$

$$y \quad y - 2 \quad y + 1 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad y < -1, 0 < y < 2 \quad \Leftrightarrow \quad \log_3 x < -1 \quad \Leftrightarrow$$

$$y = \log_3 x \quad \Leftrightarrow \quad 0 < \log_3 x < 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$0 < x < \frac{1}{3}$$

$$1 < x < 9$$



Javob: $(0; \frac{1}{3}) \cup (1; 9)$, bu yerda $y(y-2)(y+1) < 0$ tengsizlikni yechishda quyidagi yechim chizmasidan foydalaniladi.

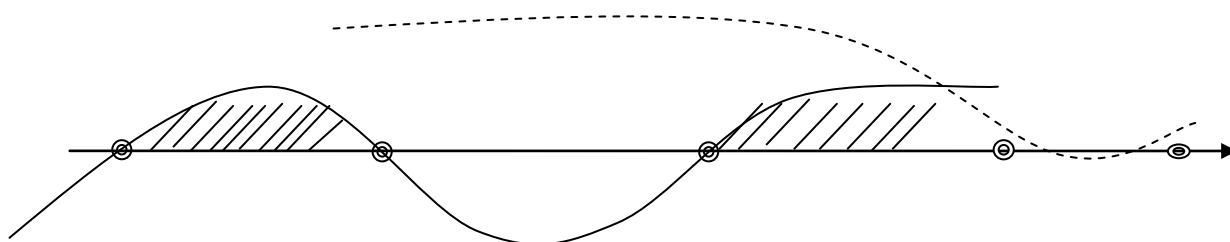
2-misol. Tengsizlikni yechig

$$x(x+2)(x-1)\lg(4-x) > 0.$$

Yechish: Berilgan tengsizlikni jadval usulida yechish quyidagi jadvalda ko'rsatilgan.

Oraliqlar	$(-\infty; -2)$	$(-2; 0)$	$(0; 1)$	$(1; 3)$	$(3; 4)$
Funksiyalar					
$x(x+2)(x-1)$	-	+	-	+	+
$\lg(4-x)$	+	+	+	+	-
$x(x+2)(x-1)\lg(4-x)$	-	+	-	+	-

Tengsizlikning yechim chizmasini tasvirlaymiz.



Bu chizmadagi silliq egri chiziq $x(x+2)(x-1)$ funksiyaning, punktir chiziq esa $\lg(4-x)$ funksiyaning ishora chizig'i bo'lib, har ikki ifoda bir xilishoraga ega bo'lgan intervallar, ya'ni berilgan tengsizlikning yechimi shtrixlangan. Javob: $(-2; 0) \cup (1; 3)$.

4-misol. Tengsizlikni yeching.

$$(x-3)\lg(x^2-1) < 0$$

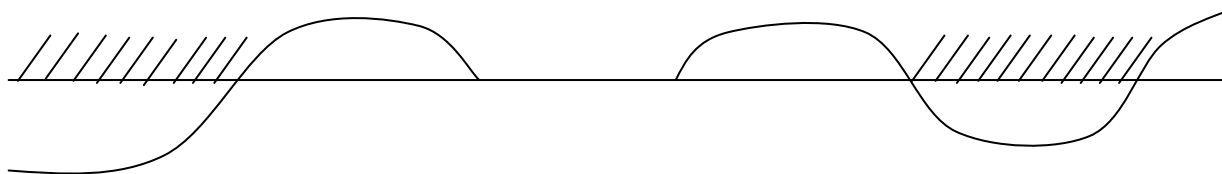
Yechish: tengsizlikning aniqlanish sohasi $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Ildizlarini aniqlaymiz: $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$;

$$\lg(x^2-1)=0 \Leftrightarrow x^2-1=1 \Leftrightarrow x=\pm \sqrt{2}.$$

Ildizlari: 3: $-\sqrt{2}$ va $\sqrt{2}$.

Koordinata to'g'ri chizig'ida tengsizlikning aniqlanish sohasining chegaralari $(-1$ va $1)$ hamda ildizlari $(3; -\sqrt{2}$ va $\sqrt{2})$ ni

belgilaymiz.



Bunda funksiya aniqlanmagan $(-1;1)$ intervalda egri chiziq chizilmaydi, keying intervalda chiziladi.

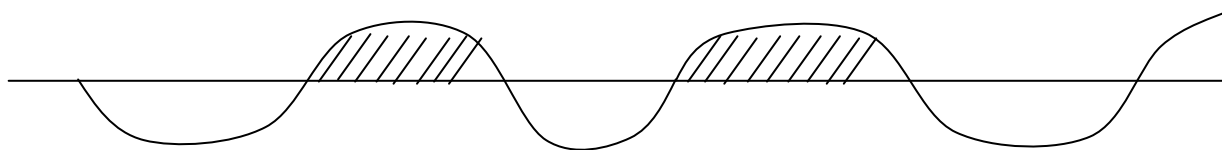
Javob: $(-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; 3)$

5- Misol. Tengsizlikni yeching.

$$(x^2-1) \lg(9-x^2) > 0$$

Yechish: $D(T)=(-3;3)$. Bu aniqlanish sohasi. Tengsizlikning chap qismidagi funksiyaning ildizlari $-1;1$; $-\sqrt{2}; \sqrt{2}$.

Koordinata to'g'ri chizig'ida $-\sqrt{2}; -1; 1; \sqrt{2}$ nuqtalarni belgilaymiz.



$(-\infty;-3) \notin D(T)$ va $(3;+\infty) \notin D(T)$ bo'lgani uchun $(-\infty;-3)$ va $(3;+\infty)$ intervallarda ishora chizig'i chizilmaydi.

Javob: $(-\sqrt{2}; -1) \cup (1; \sqrt{2})$.

6-misol. Tengsizlikni yeching:

$$\lg(x^2-1) \lg(x+1,5) > 0$$

Yechish: $D(T)=(-1,5;-1)\cup(1;+\infty)$

Aniqlanish sohasining chegara qiymatlari $-1,5;-1;1$. Tengsizlikning chap qismidagi funksiyaning ildizlarini aniqlaylik: $\lg(x^2-1) = 0 \Rightarrow x^2-1=1 \Leftrightarrow x=\pm \sqrt{2}$
 $\lg(x+1,5)=0 \Leftrightarrow x+1,5=1 \Leftrightarrow x=-0,5$.

Ildizlardan $-\sqrt{2}$ va $\sqrt{2}$ $D(T)$ ga tegishli bo'lib, $x=-0,5 \notin D(T)$.

Koordinata to'g'ri chizig'ida $-1,5;-\sqrt{2}, -1; -0,5; 1; \sqrt{2}$ nuqtalarni belgilaymiz.

Funksiya ishora chizig'i o'ngdan chapga qarab hosil bo'lgan barcha intervallarda galma-gal koordinata to'g'ri chizig'ida ustida, ostida va h.k. chizilishi kerak. $D(T)$ ga tegishli intervallarda ishora chizig'ining yoylari chiziladi. $D(T)$ ga tegishli bo'lmagan intervallarda esa chizilmaydi.

Javob: $(-\sqrt{2};-1)\cup(\sqrt{2};+\infty)$.

2.6. Trigonometrik tengsizliklarni yechish

Odatda trigonometric tengsizliklar $t(x) > a$, $t(x) \geq a$, $t(x) \leq a$, $a \leq t(x) < b$, $a < t(x) \leq b$ ko'rinishidagisodda trigonometric tengsizliklarni yechishga keltiriladi va yechiladi. Bunda $t(x)$ biror trigonometric funksiya.

Agar $f(y)$ biror $y=t(x)$ trigonometric funksiya nisbatan ratsional funksiya bo'lsa, $f(y) \in \mathbb{Q}$, $f(y) \geq 0$, $f(y) \leq 0$ tengsizliklarni $y=t(x)$ ga nisbatan ratsional tengsizlik deb y ga nisbatan intervallar metodi bilan yechib, soda tengsizliklarni yechishga keltiriladi.

1- Misol. Tengsizlikni yeching. $\lg 2x > 3 \lg x$

Yechish: Tengsizlikning aniqlanish sohasi: $D(T)=\mathbb{R} \setminus \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}) \cup$

$\frac{\pi}{4} \cdot (2k+1), (k \in \mathbb{Z})$.

(1) Tengsizlikda $\lg 2x$ ni $\frac{2 \lg x}{1 - \lg^2 x}$ ifodaga almashtirsak va $\lg x = t$ deb belgilanadi.

$$(1) \quad \Leftrightarrow \frac{2t}{1-z^2} > 3t \Leftrightarrow \frac{t \sqrt{3}-1 \sqrt{3}+1}{1-z^2} > 0 \Leftrightarrow$$

$$t = t \operatorname{tg} x$$

$$t \quad t-1 \quad t+1 \quad t-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad t+\frac{1}{\sqrt{3}} < 0$$

$$t = t \operatorname{tg} x$$

Integrallar metodidan foydalanib (1) tengsizlikni yechamiz:

$$(1) \quad \Leftrightarrow \begin{aligned} & t < -1, \\ & \frac{1}{\sqrt{3}} < t < 0, \\ & \frac{1}{\sqrt{3}} < t < 1, \\ & t = t \operatorname{tg} x \end{aligned} \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} & t \operatorname{tg} x < -1, & -\frac{\pi}{2} + k\pi < x < -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ & -\frac{1}{\sqrt{3}} < t \operatorname{tg} x < 0, & -\frac{\pi}{6} + k\pi < x < k\pi, \\ & \frac{1}{\sqrt{3}} < t \operatorname{tg} x < 1. & \frac{\pi}{6} + k\pi < x < \frac{\pi}{4} + k\pi \end{aligned} \Leftrightarrow$$

Javob: $x | -\frac{\pi}{2} + k\pi < x < -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \cup x | -\frac{\pi}{6} + k\pi < x < k\pi, k \in \mathbb{Z} \cup$

$x | \frac{\pi}{6} + k\pi < x < \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} .$

2-misol. Tengsizlikni yeching: $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 2x > 0$.

Yechish: 1) $g(x) = \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x$ funksiyaning davri π ga teng bo'lib, juft funksiya.

2) Yechim chizmasini $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ oralig'ida chizamiz:

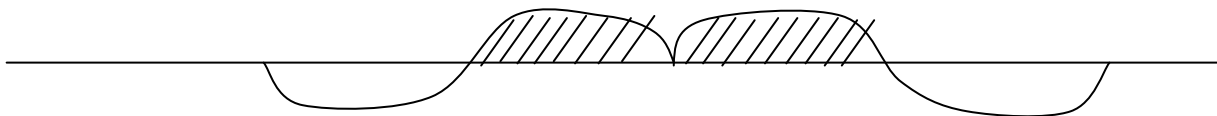
1. $y = \operatorname{tg} x$ ning $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ oralig'idagi ildizi 0, uzilish nuqtalari $-\frac{\pi}{2}$ va $\frac{\pi}{2}$; 2.

$y = \operatorname{tg} 2x$ ning $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ intervaldagi ildizlari 0; $-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}$ uzilish nuqtalari $-\frac{\pi}{4}$ va

$\frac{\pi}{4}$. $-\frac{\pi}{2}$, 0 va $\frac{\pi}{2}$ nuqtalar atrofida $g(x)$ funksiya o'z ishorasini ikki arta

almashtiradi. Boshqacha aytganda, funksiya bu nuqtalar atrofida bir xil

ishorga ega. Tengsizlikning yechim chizmasini chizamiz.



Javob: $x | -\frac{\pi}{4} + k\pi < x < k\pi, k \in \mathbb{Z} \cup x | k\pi < x < \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

4-misol. Tengsizlikni yeching: $\cos x(2\sin x - 1)(\tan x - 1) > 0$

Yechish: $D(T) = \mathbb{R} \setminus \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

1° $g(x) = \cos x(2\sin x - 1)(\tan x - 1)$ funksiyaning davri 2π ga teng.

2° tengsizlikning yechim chizmasini $[0; 2\pi]$ kesmada chizaylik. Buning uchun:

a) $g(x)$ funksiyaning $[0; 2\pi]$ intervaldagi ildizlarini topamiz.

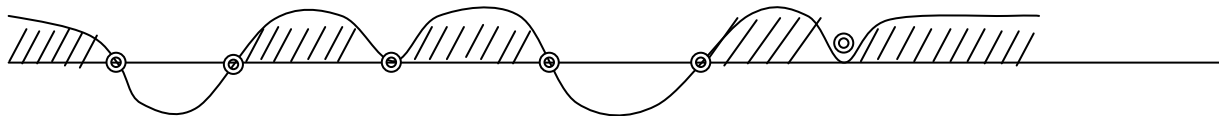
$\cos x = 0$ tenglamaning ildilari $\frac{\pi}{2}$ va $\frac{3\pi}{2}$;

$2\sin x - 1 = 0$ tenglamaning ildizlari: $\frac{\pi}{6}$ va $\frac{5\pi}{6}$; $\tan x - 1 = 0$ niki $\frac{\pi}{4}$ va $\frac{5\pi}{4}$, uzilish

nuqtalari: $\frac{\pi}{2}$ va $\frac{3\pi}{2}$;

b) topilgan qiymatlarga tegishli nuqtalarini koordinata to'g'ri chizig'ida belgilaymiz;

c) $g(x)$ ning ishora chizig'ini chizamiz.



3⁰. Yechishda intervallarni shtrixlab javobni yozaniz.

$$\begin{aligned} \text{Javob: } & x|2\pi \leq x < \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \cup x|\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \cup x|\frac{\pi}{4} + 2\pi k < \\ & x < \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \cup x|\frac{\pi}{2} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \cup x|\frac{5\pi}{4} + 2\pi k < x < \\ & \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \cup x|\frac{3\pi}{2} + 2\pi k < x < 2\pi k + 1, k \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (1)$$

Javobdagi birinchi va oxirgi to'plamni bitta to'plam qilib yozsak:

$$\begin{aligned} & x|2\pi \leq x < \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \cup x|\frac{3\pi}{2} + 2\pi k < x < 2\pi k + 1, k \in \mathbb{Z} = \\ & x|2\pi \leq x < \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \cup x|-\frac{\pi}{2} + 2\pi k < x \leq 2\pi k, k \in \mathbb{Z} = x|-\frac{\pi}{2} + \\ & 2\pi k < x < \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (2)$$

Natijada yechim (1) va (2) ning birlashmasi bo'ladi.

2.7. Tengsizlikni teng kuchli almashtirish yordamida intervallar metodi bilan yechish

1. Tengsizliklarni teng kuchli almashtirishlar yordamida yechish.

Teng kuchli almashtirishlarning asosini tashkil etgan teoremlar bilan tanishaylik.

1- Teorema. Agar: a) $f_1(x) > 0 \Leftrightarrow f_2(x) > 0$ va $\varphi_1(x) > 0 \Leftrightarrow \varphi_2(x) > 0$ yoki b) $f_1(x) < 0 \Leftrightarrow f_2(x) < 0$ va $\varphi_1(x) < 0 \Leftrightarrow \varphi_2(x) < 0$ bo'lsa $f_1(x) \cdot \varphi_1(x) > 0 \Leftrightarrow f_2(x) \cdot \varphi_2(x) > 0$.

1⁰. Agar: a) $f_1(x) > 0 \Leftrightarrow f_2(x) > 0$ va $\varphi_1(x) < 0 \Leftrightarrow \varphi_2(x) < 0$ yoki b) $f_1(x) < 0 \Leftrightarrow f_2(x) < 0$ va $\varphi_1(x) > 0 \Leftrightarrow \varphi_2(x) > 0$ bo'lsa $f_1(x) \cdot \varphi_1(x) < 0 \Leftrightarrow f_2(x) \cdot \varphi_2(x) < 0$.

1-teoremani isbot qilish uchun M to'plam $f_1(x) \cdot \varphi_1(x) > 0$ tengsizlikning yechimi bo'lsin. U holda x ning M to'plamga tegishli ixtiyoriy qiymatida

$$f_1(x) \cdot \varphi_1(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} f_1(x) > 0, \\ \varphi_1(x) > 0, \\ f_1(x) < 0 \\ \varphi_1(x) < 0 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} f_2(x) > 0, \\ \varphi_2(x) > 0, \\ f_2(x) < 0 \\ \varphi_2(x) < 0 \end{matrix} \Leftrightarrow f_2(x) \cdot \varphi_2(x) > 0 \quad (2)$$

Demak, (1) tengsizlikni yechish o'rniga unga teng kuchli (2) tengsizlikni yechish bilan chegaralanish mumkin. Bunday holda (1) tengsizlikda $f_1(x)$ funksiyani $f_2(x)$ ga $\varphi_1(x)$ funksiyani $\varphi_2(x)$ funksiyaga almashtirish bilan berilgan (1) tengsizlikka teng kuchli (2) tengsizlik hosil qilinadi deyiladi.

$f_1(x)$ va $\varphi_1(x)$ irratsional yoki transident funksiyalar bo'lib, $f_2(x)$ bilan $\varphi_2(x)$ ratsional funksiyalar bo'lsa, ko'p hollarda murakkab bo'lgan (1) tengsizlik o'rniga (2) tengsizlikni yechish oson bo'ladi.

Bunday hollarda (2) tengsizlik (1) tengsizlikdan teng kuchli almashtirishni qo'llash bilan hosil qilindi deyiladi.

Natija. Agar $f_1(x) \vee 0 \Leftrightarrow f_2(x) \vee 0$, $\varphi_1(x) \vee 0 \Leftrightarrow \varphi_2(x) \vee 0, \dots, g_1(x) \vee 0 \Leftrightarrow g_2(x) \vee 0$ bo'lsa $f_1(x) \cdot \varphi_1(x) \cdot \dots \cdot g_1(x) \vee 0 \Leftrightarrow f_2(x) \cdot \varphi_2(x) \cdot \dots \cdot g_2(x) \vee 0$ yoki $f_1(x) \cdot \varphi_1(x) \cdot \dots \cdot g_1(x) \wedge 0 \Leftrightarrow f_2(x) \cdot \varphi_2(x) \cdot \dots \cdot g_2(x) \wedge 0$.

Shunday qilib, teng kuchli almashtirishlarda, $f_1(x)$ funksiyani $f_2(x)$ ga almashtirish uchun $M \in D(f_1)$ to'plamda ixtiyoriy x uchun ($x \in M$) $f_1(x)$ va $f_2(x)$ sonlari bir xil ishorali bo'lishi kerak ekan.

Odatda murakkab ifodani zatsional ifodaga almashtirganda uning aniqlanish sohasi kengayadi. Shu sababdan almashtirish teng kuchli bo'lishi uchun hosil bo'lgan ifoda berilgan ifodaning aniqlanish sohasida qaraladi.

Quyida asosiy teng kuchli almashtirishlar haqidagi teoremlarni keltiramiz.

2- Teorema. $f(x) \geq 0$, $\varphi(x) \geq 0$, $k \in \mathbb{N}$ bo'lsa, $\overline{f(x) - \varphi(x)} \vee 0 \Leftrightarrow (f(x) - \varphi(x)^{2k}) \vee 0$ (I)

3- Teorema. $\varphi(x) \geq 0$, bo'lsa, $f(x) - \varphi(x) \vee 0 \Leftrightarrow f(x) - \varphi(x) (f(x) + \varphi(x)) \vee 0$ (II).

4- Teorema. $D(T)$ to'plamda $(f(x)^{\varphi_1(x)} - f(x)^{\varphi_2(x)}) \vee 0 \Leftrightarrow f(x) - 1 (\varphi_1(x) - \varphi_2(x)) \vee 0$ (III) bunda $D(T)$

$$f(x) > 0$$

$\varphi_1(x) - mavjud$ sistemaning yechimlar to'plamidan iborat.

$\varphi_2(x) - mavjud$

5- Teorema. $f(x) > 0, f(x) \neq 1, \varphi_1(x) > 0, \varphi_2(x) > 0$ bo'lsa $(\log_{f(x)} \varphi_1(x) - \log_{f(x)} \varphi_2(x)) \vee 0 \Leftrightarrow (f(x) - 1) \cdot (\varphi_1(x) - \varphi_2(x)) \vee 0$ (IV)

Natija: $f(x) > 0, f(x) \neq 1; \varphi(x) > 0, k \in \mathbb{N}$ bo'lsa, $(\log_{f(x)} \varphi(x) - k) \vee 0 \Leftrightarrow (f(x) - 1) (\varphi(x) - (f(x))^k) \vee 0$.

Yuqoridagi asosiy teng kuchli almashtirishlardan foydalanib, boshqa teng kuchli almashtirishlarni hosil qilish mumkin. Masalan, $f(x) > 0, \varphi(x) > 0, \varphi(x) \neq 1, \alpha \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}$ bo'lsa, $(\log_{\varphi(x)} f(x)^{2k} - \alpha) \vee 0 \Leftrightarrow (f(x) - \varphi(x)^{2k\alpha}) (\varphi(x) - 1) \vee 0$.

1-misol. Tengsizlikni yeching.

$$\frac{\log_x \frac{x+1}{x+2} - 1}{\log_{2x-1} x^2 - 2} \cdot \frac{\log_x^3 \bar{x} - 3}{(\sqrt[4]{x-1} - 2)} < 0. \quad (3)$$

$$\text{Yechish: } \frac{\log_x \frac{x+1}{x+2} - 1}{\log_{2x-1} x^2 - 2} \cdot \frac{\log_x^3 \bar{x} - 3}{(\sqrt[4]{x-1} - 2)} < 0 \Leftrightarrow \log_x \frac{x+1}{x+2} - 1 \cdot \log_x^3 \bar{x} - 3 < 0.$$

$$\log_{2x-1} x^2 - 2 \cdot \sqrt[4]{x-1} - 2 < 0. \quad (3')$$

1) (IV) almashtirishdan:

$$\log_x \frac{x+1}{x+2} - 1 \vee 0 \Leftrightarrow$$

$$(x-1) \left(\frac{x+1}{x-2} - x \right) \vee 0,$$

$$> \frac{x+1}{x-2} > 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$x \neq 1, \\ x > 0$$

$$> -x - 1 \quad x - 2 \quad x - \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \quad \left(x - \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right) \vee 0 \\ x > 2$$

2) (IV)

va

(I)

almashtirishdan:

$$\begin{aligned}
 \log_x {}^3\sqrt{x} - 3 \leq 0 &\Leftrightarrow \begin{aligned} &({}^3\sqrt{x} - x^3)(x - 1) \geq 0, \\ &x \neq 1, \\ &x > 0 \end{aligned} \Leftrightarrow \\
 &\begin{aligned} &x - x^9 (x - 1) \geq 0 \\ &x \neq 1 \\ &x > 0 \end{aligned} \Leftrightarrow \\
 &\begin{aligned} &-x - 1 \leq x \leq x - 1 (x + 1) \geq 0, \\ &x \neq 1 \\ &x > 0 \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{aligned} &-x(x + 1) \geq 0 \\ &x \neq 1, \\ &x > 0 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

3) (IV) almashtirishdan:

$$\begin{aligned}
 \log_{2x-1} x^2 - 2 \leq 0 &\Leftrightarrow \begin{aligned} &2x - 2 (x^2 - 2x - 1) \geq 0 \\ &2x - 1 \neq 1, \\ &2x - 1 > 0 \end{aligned} \Leftrightarrow \\
 &\begin{aligned} &-x - 1 \leq (x - \frac{1}{3}) \geq 0 \\ &x \neq 1 \\ &x > \frac{1}{2} \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{aligned} &-(x - \frac{1}{3}) \geq 0 \\ &x \neq 1 \\ &x > \frac{1}{2} \end{aligned}
 \end{aligned}$$

4) (I) almashtirishdan.

$${}^4\sqrt{x-1} - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{aligned} &(x - 17) \geq 0 \\ &x - 1 \geq 0. \end{aligned}$$

5) Teng kuchli almashtirishlarni bajaramiz:

(3')

$\Leftrightarrow$

$$\begin{aligned}
 x - 1 \leq x - 2 \leq x - \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \leq x - \frac{3 + \sqrt{3}}{2} \leq x \leq x + 1 \leq x - \frac{1}{3} \leq x - 17 \leq 0 &< \\
 x > 2 & \\
 \Rightarrow x - \frac{3 + \sqrt{3}}{2} \leq x - 17 \leq 0 \Rightarrow \text{endi yechim chizmasini chizamiz.} & \\
 x > 2 &
 \end{aligned}$$



Javob: $2; \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \cup 17; +\infty$.

III BOB. Pedagogik kuzatishlar va ba'zi tajriba - sinov ishlari haqida

BMI mavzusi bo'yicha kuzatishlar va ba'zi tajriba-sinov ishlari 2013/2014 o'quv yili davomida pedagogik amaliyot davomida va undan keyin ham olib borildi. Bizlar asosan o'qituvchining va amaliyotchilarning darslarini kuzatish, taxlil qilish umumlashtirish, natijalarni qayd etib bordik.

Kuzatish ishlarining boshida o'quvchilarning tengsizliklarni yechish davomida uchraydigan asosiy qiyinchiliklar mavjudligiga e'tibor qarandik. Bunda asosiy qiyinchilik tengsizliklarni teng kuchli almashtirishlarni bajarish davomida uchrashiga ishonch hosil qildik.

Tajriba - sinov ishlarini sinab ko'rishga 58 ta o'quvchini qamrab oldik va uning natijasida quyidagilar aniqlandi:

1. Tajriba - sinov ishlari boshlangunga qadar o'quvchilarning "tengsizliklarni intervallar metodi bilan ishlash" va unga bog'liq asosiy tushunchalarini egallanganlik darajasi o'quvchilar bilimlarini aniqlash orqali o'rganildi;

2. O'quvchilarda biz taklif qilgan metodika asosda olgan bilimlari yozma ishlar o'tkazish orqali tekshirib ko'rildi;

Amaliyot davridagi kuzatishlarimiz shuni ko'rsatdiki tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechishga o'rgatishda yangi axborot texnologiyalari va interaol usullardan foydalanish zarur natijalarni berar ekan.

Kuzatishlarimiz asosida o'quvchilarning tengsizliklarni yechish bo'yicha tasavvurlarining rivojlanish darajasi quyidagicha bo'ldi.

Baholar Sinflar	"3"	"4"	"5"	Sifat o'zlashtirish ko'rsatkichlari
Tajriba sinfi	15	10	4	48%
Nazorat sinfi	16	9	4	44%

Jadvaldan ko'rinib turibdiki tajriba sinfidagi sifat o'zlashtirishi nazorat sinfi sifat o'zlashtirishidan ancha yuqori (4%) bo'ldi.

Shunday qilib biz taklif etayotgan metodika asosida tengsizliklarni intervallar metodi asosida o'qitish o'quvchilarda zarur bilim va ko'nikmalarni shakllantirishda samarali ekanligini ko'rsatdi.

Xulosa

1. BMI mavzusiga doir mavjud adabiyotlarni o'qib o'rganish, taxlil qilish va ummlashtirish asosida bitiruv malakaviy ishni yozish davomida quyidagi natijalar olindi:

I. Intervallar metodi va undan foydalanishga oid metodik adabiyotlarni o'rganish asosida intervallar metodining tavsiflari shakllantirildi.

2. Ishning ikkinchi qismida intervallar metodi asosida tengsizliklarni yechishga namunalar keltirildi.

3. Pedagogik amaliyot davomida tengsizliklarni yechishga doir darslarni loyihalashda orttirilgan tajriba va bilim, ko'nikmalar asosida dars mashg'ulotlarini ishlanmalari tayyorlandi va sinab ko'rildi.

4. Mavjud metodik adabiyotlarni o'rganish, taxlil qilish va ummlashtirish ba'zi tajriba namunalarini o'rganish natijasida matematika o'qitishda intervallar metodidan foydalanib tengsizliklarni yechishga o'rgatish o'quvchilarda mustaqil fikrlashni rivojlanishiga ijobiy ta'sir qilishining guvohi bo'ldik.

5. KXKlari matematikasi kursida "Tengsizliklarni intervallar metodi asosida o'qitish" bo'yicha to'plangan materiallaridan va chiqarilgan xulosalardan kelajakda amaliy faoliyatda foydalanish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati

1. Karimov I.A. Barkamol avlod – O'zbekiston taraqqiyoti poydevori. Toshkent. "SHarq" 1997.
2. O'zbekiston umumiy ta'lim maktablarining konsepsiyasi. Toshkent. 1993
3. O'zbekiston Respublikasi kadrlar tayyorlash milliy dasturi. Toshkent. 1997.
4. Alixanov S. Matematika o'qitish metodikasi. "O'qituvchi" Toshkent. 1992.
5. Belyaeva E.S., V.M.Monaxov. Экспериментальные задачи. «Prosveteniye». 1977,
6. Gaybullaev N.R. Ta'lim-tarbiyaning amaliy yo'nalishi. "O'qituvchi" T. 1986.
7. Nasritdinov G'. Iqtisodiy-matematik modellashtirish haqida dastlabki ma'lumotlar. Toshkent, «Universitet». 1997.
8. Hikmatov A.G'. Ekstremal masalalar. T. "O'qituvchi" 1985.
9. Algebra va analiz asoslari. O'rta maktabning 10-11 – sinf uchun darslik (Sh.A.Alimov, YU.M.Kolyagin va boshqalar). – T.: O'qituvchi, 2001, - 304 b.
10. Algebra va analiz asoslari. Akademik litseylar uchun qo'llanma (R.X.Vafojev, J.X.Xusanov va boshqalar). – T.: O'qituvchi, 2003-368 b.
11. Algebra va matematik analiz asoslari. I k. Akademik litseylar uchun qo'llanma (A.Abduxamidov, A.Nasimov va boshqalar). – T.: O'qituvchi, - 2007-462 b.
12. Matematika. I, II qism. Kasb-hunar kollejlari uchun qo'llanma (A.Meliqulov va boshqalar). – T.: 2003.