

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIV VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI NIZOMIY NOMIDAGI
TOSHKENT DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI
FIZIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

“Himoyaga ruxsat etilsin”

Fakultet dekani, f.-m.f.n.

_____ G'.F.Djabbarov

“ _____ ” _____ 2014 yil

“5140100-matematika” ta'lim yo'nalishi 4-kurs talabasi
AHMADJONOVA Umidaxon Komiljon qizi
“AKADEMIK LITSEY VA KASB-HUNAR KOLLEJLARIDA STEREOMETRIK
MASALALARNI YECHISHGA O'RGATISH” mavzusidagi

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Talaba: _____ U.Ahmadjonova

Ilmiy rahbar: “Matematika va uni o'qitish metodikasi” kafedrasida dotsenti, p.f.n.

_____ Q.S.Jumaniyozov

Taqrizchilar:

“Matematika va uni o'qitish metodikasi” kafedrasida dotsenti, p.f.n.

_____ F.Saydaliyeva

O'zDJTU qoshidagi 3-son Akademik litsey
matematika o'qituvchisi _____ N.
Ilmurodov

“Himoyaga tavsiya etilsin”

“Matematika va uni o'qitish metodikasi” kafedrasida
mudiri,

f.-m.f.d. _____ R.B.Beshimov

“ _____ ” _____ 2014 yil

Toshkent 2014 yil

MUNDARIJA

Kirish.....	3
I bob. Akademik litsey va kasb hunar kollejlarda stereometriya masalalarini o'qitishning nazariy asoslari.	
1.1 Stereometriya – fazoviy figuralar geometriyasi.....	7
1.2 Fazoviy burchaklar.	16
1.3 To'g'ri chiziq va tekislikning parallelligi.....	23
II bob. Akademik litsey va kasb hunar kollejlarda stereometriya masalalarini o'qitishning nazariy asoslari	
2.1 AL va KHK larda stereometriya masalalarni yechishga o'rgatishning usullari.....	28
2.2 Stereometrik masalalarni yechishda axborot texnologiyalari vositasida o'rgatish na'munalari.....	29
2.3 Dars ishlanmalaridan na'munalarni.....	34
Xulosa.....	56
Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.....	57
Ilova	59

Kirish

O'zbekiston Respublikasining «Kadrlar tayyorlash Milliy dasturi»da o'quv jarayonining moddiy-texnika va axborot bazasi yetarli emasligi, yuqori malakali pedagog-kadrlarning yetishmasligi, sifatli o'quv-uslubiy va ilmiy adabiyot hamda didaktik materiallarning kamligi, ta'lim tizimi, fan va ishlab chiqarish o'rtasida puxta o'zaro hamkorlik va o'zaro foydali aloqadorlikning yo'qligi kadrlar tayyorlashning mavjud tizimidagi jiddiy kamchiliklar sarasiga kiradi, deb ko'rsatib o'tilgan. Shuning bilan bir qatorda, ilg'or pedagogik texnologiyalarni yaratish va o'zlashtirish yuzasidan maqsadli innovasiya loyihalarini shakllantirish hamda amalga oshirish orqali ilm-fanning ta'lim amaliyoti bilan aloqasini ta'minlash chora-tadbirlarini ishlab chiqish, ilg'or axborot va pedagogik texnologiyalarni amalga oshirish uchun tajriba maydonchalari barpo etish orqali esa ilmiy tadqiqotlar natijalarini ta'lim-tarbiya jarayoniga o'z vaqtida joriy etish mexanizmini ro'yobga chiqarish, zamonaviy axborot texnologiyalari, kompyuterlashtirish va kompyuterlar tarmoqlari negizida ta'lim jarayonini axborot bilan ta'minlash rivojlanib borishi belgilab qo'yilgan.

Bu muammolarning yechimini topish esa axborot texnologiyalarini ta'lim tizimiga qo'llashdek muhim masalani keltirib chiqaradi.

Shu nuqtai nazardan, axborot texnologiyalarining dunyo miqyosida tutgan o'rniga nazar solamiz. Bugungi kunda jahon axborotlar sohasida haqiqiy inqilobiy jarayon kechmoqda. Shu narsani alohida ta'kidlash lozimki, jamiyatda iqtisodiyotning rivojlanishi ayni vaqtda tovar mahsulotlari, moddiy zahiralari va materiallari orqali emas, balki g'oya va bilimlarning kuchi bilan ham amalga oshirilmoqda.

Bu esa o'z navbatida, axborot texnologiyalaridan foydalanish masalalariga munosabatini tubdan o'zgartirishi lozim ekanligini ko'rsatmoqda. Shu bois O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2001 yil 23 mayda "2001-2005 yillarda kompyuter va axborot texnologiyalarini rivojlantirish, "INTERNET" ning xalqaro axborot tizimlariga keng kirib borishni ta'minlash dasturini ishlab chiqishni

tashkil etish chora-tadbirlari to'g'risida" gi 230-sonli qarori qabul qilindi. Axborot texnologiyalarini rivojlantirish bo'yicha vazifalarni hal etish uchun O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2002 yil 30 mayda chiqargan "Kompyuterlashtirishni yanada rivojlantirish va axborot-kommunikasiya texnologiyalarini joriy etish to'g'risida" gi Farmoni va ushbu farmonning bajarilishi yuzasidan Vazirlar Mahkamasining 2002 yil 6 iyunda qabul qilgan "2002-2010 yillarda kompyuterlashtirish va axborot-kommunikasiya texnologiyalarini rivojlantirish dasturi" to'g'risidagi qarorlarini keltirish mumkin.

Axborot texnologiyalarining multimedia vositalari asosida o'quv-materiallarini obrazli ko'rinishda ifodalashdek muhim imkoniyat mavjud. Ma'lumotlarni matn sifatida emas, balki obrazlar vositasida taqdim etish axborot texnologiyalarining ta'lim tizimida o'ziga xos inqilobiy jarayon ekanligidan dalolat beradi. Obrazlar ko'rinishida ma'lumotlarni taqdim etish o'qitishga va fikrlashga keskin ravishda ta'sir etishi mumkin. Buning sababi, obrazlar ko'rinishida berilayotgan o'quv materiallari matn ko'rinishidagiga nisbatan inson tomonidan oson o'zlashtirilishi (chunki bilimlarning 65-70 foizi ko'rish orqali olinadi) va unga ijobiy ta'sir etishidir. Obrazlar ko'rinishida ma'lumotlarni taqdim etish matn ko'rinishidagiga nisbatan prinsipial jihatdan farq qilib, insonning fikrlashi uchun juda muhim vosita sifatida ishlatilishi mumkin. Buning isboti sifatida o'tmishdagi mashhur donishmand allomalar Abu Ali ibn Sino, Abu Rayhon Beruniy va A.Eynshteynlarning obrazlar ko'rinishida fikr-mulohaza yuritganliklarini ko'rsatish mumkin. Dars jarayonini obrazlar asosida tashkil etish, bir tomondan, o'quvchilar diqqatini maksimal darajada jalb qilishga olib kelsa, ikkinchi tomondan, matn ko'rinishida berilayotgan o'quv materiallaridan tubdan farq qiladi. Bu esa axborot texnologiyalari asosida o'quv jarayonini yangi o'qitish metodikasi asosida tashkil qilish bugungi kunda dolzarb ekanligidan dalolat beradi.

Zamonaviy axborot texnologiyalari asosida ma'lumotlarni obrazlar ko'rinishida taqdim etish va fikrlash jarayonini tashkil etish o'quvchilarning aqliy rivojlanish darajasini yuqoriga ko'taribgina qolmasdan, an'anaviy o'qitish o'rtasidagi nisbatni o'zgartirishga ham olib keladi. Ehtimol bunday o'qitish

an'anaviy metodikaga nisbatan ma'lumotlarni inson aqliy rivojlanishining yangi shahobchasiga mos keladigan obrazli ko'rinishda taqdim etishi, muloqot tillari bilan bog'liq muammolarni yechishga va jahondagi kommunikativ jarayonlarining rivojlanishiga olib kelishi mumkin.

O'quv materiallarini obrazlar ko'rinishida taqdim etish metodikasi yordamida o'quvchilar bilim olish jarayonining hamma tarkibiy qismlariga u yoki bu tarzda ta'sir etish mumkin. Ayniqsa, bu o'rinda o'quvchilarni o'quv materiallarini qabul qilish, ma'nosini anglash, esda qoldirish, ularni takrorlash kabi jihatlarini ko'rsatishi mumkin. Bundan tashqari, bu uslub o'quvchilarning o'qishga nisbatan emosional yondashishini rivojlantiradi va ularni ko'p vaqt sarf qilmasdan o'quv materiallarini o'zlashtirishiga erishishni ta'minlaydi. Bu sifatlarni ana'naviy o'qitish va yangi metodika bilan taqqoslab ko'ramiz.

Ana'naviy o'qitish metodikasida o'quv materiallari asosan matn va formulalar ko'rinishida berilib, o'quv materiallarini namoyish qilish imkoniyati deyarli mavjud emas. Bunday ko'rinishda berilayotgan o'quv materiallarini o'quvchi tomonidan o'zlashtirish asosan ketma-ket ravishda amalga oshiriladi, shu sababli ularni esda qoldirish va o'zlashtirish juda sust bo'ladi.

Yangi o'qitish metodikasida o'quvchilarga berilayotgan materiallarni qayta kodlashtirish va o'zlarining modelini yaratish masalalari yuklanmaydi. Bu o'qitish metodikasida o'quv materiallari matn va formula ko'rinishi bilan bir qatorda, obrazlar ko'rinishida ham taqdim etiladi. Bu ma'noda axborot texnologiyalari asosida o'quv materiallarini obrazli ko'rinishda taqdim etishda ularga har xil ko'rinishdagi ranglar, harakat, ovoz kabi elementlarni kiritish o'quvchilarning o'quv materiallarini qabul qilish jarayoni samaradorligini oshirish bilan birga, berilayotgan materiallarni tahlil qilish, taqqoslash hamda abstraksiyalash kabi muhim sifatlarni rivojlantiradi. O'quv materiallarini obrazlar ko'rinishida taqdim etish uchun ularni axborot texnologiyalaridan foydalanib, elektron-didaktika asosida elektron kitob, darslik, kurs va virtual stend ko'rinishida yaratish yuqorida qo'yilgan masalalarni ijobiy xal etishga olib keladi.

Pedagogik yondashish o'quv jarayoniga didaktik maqsadlarni qo'llashga asoslangan. Informasion yondashish bo'lsa, o'ziga xos o'qitish muhitini yaratishga asoslangan bo'lib, unda pedagogik texnologiyalardan foydalanilganda o'rganish jarayonida kompyuterda modellashtirilgan obyektlarning ichki, tashqi xossalarini dinamik suratda ko'rsatish bilan o'quvchi-talabalarning darsga bo'lgan qiziqishini oshiradi, mustaqil ishlash uchun sharoit yaratish bilan bir qatorda, intellektual rivojlanish uchun imkoniyat yaratadi. Informasion yondashish asosan axborot texnologiyalarining vositalari orqali amalga oshiriladi.

Axborot texnologiyalari asosida akademik litsey va kasb hunar kollejlari geometriya kursini o'qitishga elektron o'quv qo'llanma yaratishning nazariy va amaliy masalalarini xal etish bugungi kunda dolzarb muammo hisoblanadi.

Ushbu bitiruv malakaviy ishini yozishdan maqsad Akademik litsey va kasb hunar kollejlari stereometriya masalalarini yechishga o'rgatish samaradorligini oshirish.

Bitiruv malakaviy ishning ob'yekti — O'zbekiston ilmiy-texnik, ijtimoiy-iqtisodiy rivojlanishi va uzluksiz ta'limi tizimi sharoitida akademik litsey va kasb hunar kollejlari geometriya fanini o'qitish jarayoni.

Bitiruv malakaviy ishning predmeti — geometriya fanini o'qitishda o'quvchilar stereometriya masalalarini yechishga o'rgatish samaradorligini oshirishning metodik asosi.

Bitiruv malakaviy ishning maqsadi — Akademik litsey va kasb hunar kollejlari o'quvchilarida stereometriya masalalarini yechish mavzusiga doir o'quv materialining mazmunini ko'rib chiqish.

Bitiruv malakaviy ishi kirish, 2 ta bob, 6 ta paragrafdan , xulosa, adabiyotlar ro'yxati va ilovadan iborat.

I Bob. Akademik litsey va kasb hunar kollejlarida stereometriya masalalarini o'qitishning nazariy asoslari.

1.1 Stereometriya – fazoviy figuralar geometriyasi.

Geometriya-eng qadimgi matematik fanlardan biri. Geometriya fani qadimgi yunon tilidan olingan bo'lib, geo-“yer” va metro-“o'lchayman” degan ma'noni anglatadi. Geometriya faninig vazifalaridan biri shakllarni o'zaro taqqoslash masalasi. Shakllarni o'zaro taqqoslashda ularning chizmalaridan (tasvirlaridan) foydalaniladi. Shakllarni chizmasini hosil qilishni geometriyaning eng birinchi masalasi deb aytish mumkin. Shakllarning ba'zi ma'lum xossalaridan foydalanib, uning yangi xossalarini o'rganish geometriyaning umumiy vazifasidir.

Geometriya darsida o'quvchilar quyidagilarni bilishlari kerak:

Geometrik shakl. Geometrik kattaliklarni o'lchash:

nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik haqida tasavvurga ega bo'lish;

kesmaning xossalarini bilish;

burchak va uning turlarini bilish, vertikal va qo'shni burchaklarning xossalarini bilish;

perpendikulyar va parallel to'g'ri chiziqlar haqida tushunchaga ega bo'lish;

bissektrisa haqida tushunchaga ega bo'lish va uning xossasini bilish;

siniq chiziq va ko'pburchak haqida tushunchaga ega bo'lish;

uchburchakning asosiy elementlarini bilish;

uchburchak va ularning turlarini bilish;

uchburchaklarning tenglik alomatlarini bilish;

kesma o'rtasidan o'tkazilgan perpendikulyarning xossasini bilish;

teng yonli uchburchak bissektrisasining xossasini bilish;

ikki to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq kesganda hosil bo'ladigan burchaklarni farqlay olish;

ikki parallel to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq kesganda hosil bo'ladigan burchaklarning xossalarini bilish;

uchburchak burchaklarining yig'indisi haqidagi teoremani bilish;

uchburchak tashqi burchagining xossasini bilish;

Stereometriya — geometriyaning bir bo'limi bo'lib, unda fazodagi figuralar o'rganiladi. Stereometriyada, planimetriyadagi singari, geometrik figuralarning xossalari, tegishli teoremlarni isbotlash yo'li bilan aniqlanadi. Unda aksiomalar bilan ifodalanuvchi asosiy geometrik figuralarning xossalari asos bo'lib, ximat qiladi. Stereometriya, ya'ni fazodagi geometriyani o'rganishni biz uning aksiomalaridan boshiaymiz:

S_1 . Tekislik qanday bo'lishidan qat'iy nazar, unga tegishli va unga tegishli bo'lmagan nuqtalar mavjud.

S_2 . Agar ikkita har xil tekislik umumiy nuqtaga ega bo'lsa, bu tekisliklar shu nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'yicya kesishadi.

S_3 . Bitta to'g'ri chiziqda yotmagan ixtiyoriy uchta nuqtadan tekislik o'lkazish mumkin va u yagonadir. Fazoviy jismlar: Stereometriyaning eng muhim obyektlari hech qanday tekislikda yotmaydigan fazoviy jismlar, masalan, shar, sfera, kub, parallelepiped, prizma, piramida, konus, silindr kabilar hisoblanadi. Geometrik jismlarning katta guruhini ko'pyoqlar tashkil qiladi.

Ko'pyoqlar. Sirti chekli sondagi ko'pburchaklardan iborat jism *ko'pyoq* deyiladi. Ko'pyoqni chegaralovchi ko'pburchaklar uning *yoqlari* deyiladi. Ko'pyoq qo'shni yoqlarining umumiy tomonlari uning *qirralari* deyiladi. Ko'pyoqning bitta nuqtada uchrashadigan yoqlari ko'p yoqli burchak tashkil qiladi va bunday ko'p yoqli burchaklarning uchlari ko'pyoqning *uchlari* deyiladi. Ko'pyoqning bitta yog'ida yotmagan ixtiyoriy ikkita uchini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar uning *diagonallan* deyiladi.

O'zining bar bir yog'i tekisligining bir tomonida joylashgan ko'pyoq *qavariq ko'pyoq* deyiladi. Masalan, prizma, kub, parallelepiped, piramida qavariq ko'pyoqlardir.

Ko'pyoqning yoqlari soni Y , uchlari soni U va qirralari soni Q lar orasidagi bog'liqlik quyidagi teorema orqali beriladi.

T e o r e m a (Eylar). *Ixtiyoriy n yog uchun*

$$Y + U - Q = 2$$

munosabat bajariladi.

Quyidagi jadvaldan buni yaqqol ko'rish mumkin:

Ko'pyoq	Y	U	Q
Tetraedr	4	4	6
Parallelepiped	6	8	12
Olti burchakli prizma	8	12	18
O'n bir yoq	11	11	20
O'n ikki yoq	12	18	28

Te o r e m a. Ko 'pyoq tekis burchaklarining soni uning qirralari sonidan ikki marta ko'p.

N a t i j a l a r . 1 . Ko 'pyoq tekis burchaklarining soni har doim juftdir.

2. Agar ko 'pyoqning har bir uchida bir xil k sondagi qirralar tutashsa,

$$U * k = 2Q$$

munosabat o 'rinli.

3. Agar ko'pyoqning barcha yoqlari bir xil n tomonli ko 'pburchaklardan tashkil topgan bo'lsa,

$$Y * n = 2Q$$

munosabat o 'rinli.

T e o r e m a. Yoqlari soni Y va qirralari soni Q bo'lgan ko'pyoq tekis burchaklarining yiffindisi uchun

$$360^\circ (Y - Q)$$

munosabat bajariladi.

Agar ko'pyoq modelini tayyorlash talab qilinsa, u tekis ko'pburchaklarni — ko'pyoqning yoqlarini bir-biriga yopishtirish natijasida hosil qilinadi. Bunda faqat ko'pburchaklar majmuyiga ega bo'libgina qolmasdan, qaysi ko'pburchaklarni o'zaro yopishtirish zarjrligini ham bilish lozim bo'ladi.

Biror ko'pyoq yoqlariga teng ko'pburchaklar majrnuyi, qaysi tarafini, mos ravishda, yopishtirish kerakligi ko'rsatilgan holda, ko'pyoqning yoyilmasi deyiladi.

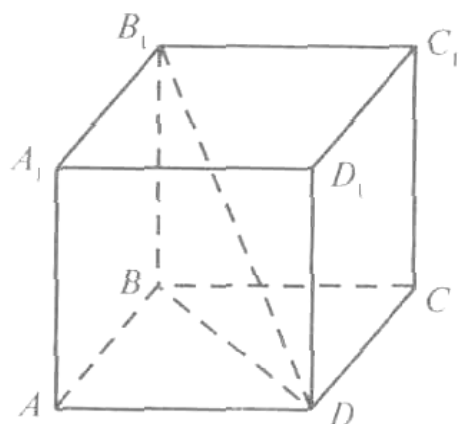
Ko'pyoq berilganda uning yoyilmasini yasash mumkin. Teskari masala esa, ya'ni berilgan yoyilma bo'yicha ko'pyoqni yasash, quyidagi shartlar bajarilganda yechimga ega bo'ladi:

- 1) yoyilmaning bar bir tomoniga qolgan tomonlarning faqat bittasi mos ketishi;
- 2) agar a va (3 yoqlari umumiy A uchga ega bo'lsa, qolgan yoqlardan faqat o'sha A uchga ega bo'lganlarini tanlab olish zarur;
- 3) yoqlarni bir-biriga yopishtirish ketma-ketligi ko'rsatilishi mumkin bo'lishi;
- 4) yoyilmaning uchlari, yoqlari va qirralari soni Eyler tenglamasini qanoatlantirishi, $Y + U - Q = 2$ shart bajarilishi;
- 5) ko'pburchaklarning yopishtiriladigan tomonlari bir xil uzunliklarga ega bo'lishi;
- 6) yoyilmaning har bir uchida tekis burchaklarning yig'indisi 360° dan kichik bo'lishi.

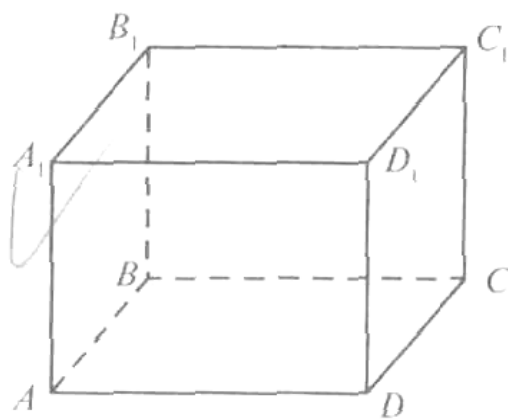
Endi ko'pyoqlarning ba'zilarini qarab chiqamiz.

Kub — barcha yoqlari kvadratlardan iborat ko'pyoqdir. Kubning yon yoqlari kesishadigan AA_1 , BB_1 , CC_1 , DD_1 kesmalar kubning *yon qirralari*, AB , BC , CD , DA , A_1B_1 , B_1C_1 , C_1D_1 , D_1A_1 lar esa kub *asoslarining qirralari* deyiladi (1- chizma). Kubning uchta yog'i kesishadigan A , B , C , D , A_1 , B_1 , C_1 , D_1 nuqtalar uning *uchlari* deyiladi.

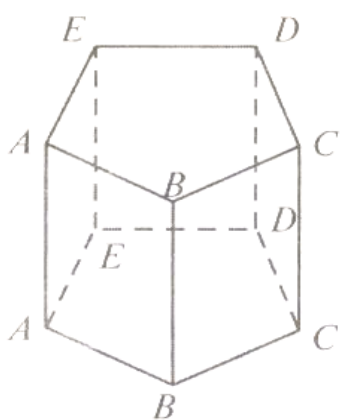
Parallelepiped — barcha yoqlari parallelogrammlardan iborat ko'pyoqdir (2- chizma). Yon yoqlari to'g'ri to'rtburchaklardan iborat parallelepiped to'g'ri parallelepiped, hamma yoqlari to'g'ri to'rtburchaklardan iborat parallelepiped *to'g'ri burchakli parallelepiped* deyiladi. Parallelepipedning qirralari va uchlari tushunchalari kubniki kabidir.



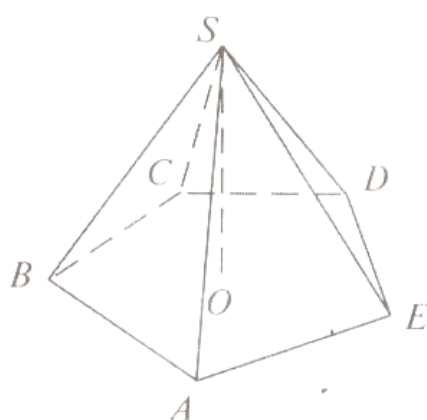
1- chizma.



2- chizma.



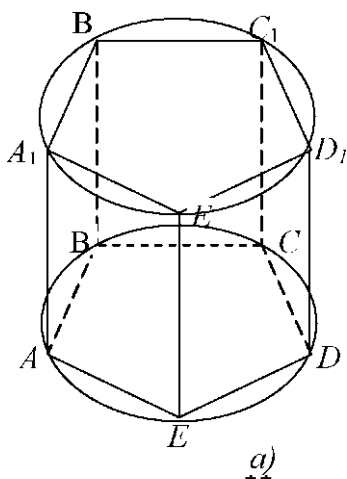
3- chizma.



4- chizma.

Prizma va silindr

Ta'rif. Agar prizmaning asoslari silindr asoslariga ichki cizilgan bo'lsa, prizma silindrga ichki chizilgan (silindr esa prizmaga tashqi chizilgan) deyiladi.

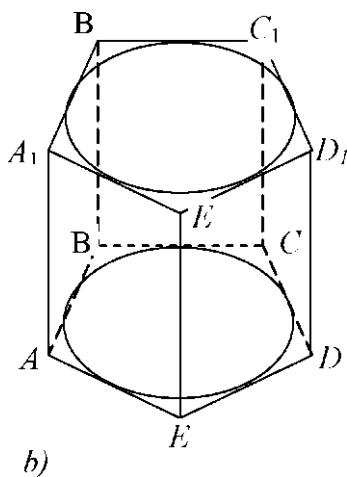


Agar 1) prizma to'g'ri va 2) uning asosiga tashqi aylana chizish mumkin bo'lsa, prizмага tashqi silindr chizish mumkin.

Bundan uchburchakli to'g'ri prizмага va ixtiyoriy muntazam prizмага tashqi silindr chizish mumkinligi kelib chiqadi. Bunda prizmaning yon qirradi tashqi chizilgan silindrning yasovchisidan iborat bo'ladi.

2-Ta'rif. Agar silindrning asoslari prizma asoslariga ichki chizilgan bo'lsa, silindr prizмага ichki chizilgan (prizma esa silindrga tashqi chizilgan) deyiladi.

Shunday qilib, agar:



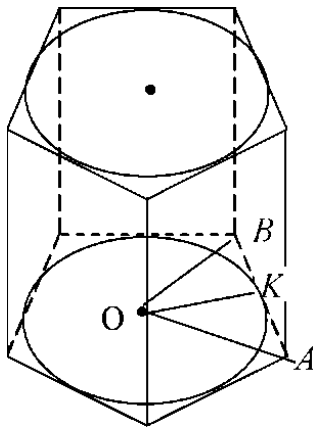
1) Prizma to'g'ri va

2) Prizmaning asosiga ichki aylana chizish mumkin bo'lsa, prizмага ichki silindr chizish mumkin.

Bundan ixtiyoriy uchburchakli to'g'ri prizma va ixtiyoriy muntazam prizмага ichki silindr chizish mumkinligi kelib chiqadi.

Quyidagi masalani ko'rib o'tamiz.

Masala. Oltiburchakli muntazam prizma va unga ichki chizilgan silindr hajmlarining nisbatini toping.



Yechilishi. O — prizma asosiga ichki chizilgan aylananing markazi bo'lsin.

U holda $\triangle AOB$ — teng tomonli bo'ladi. $AB = a$ bo'lsin.

Bu uchburchakning OK balandligini topamiz, u bir vaqtning o'zida silindr asosining radiusi hamdir, ya'ni $OK = r = a \sin 60^\circ$.

$$\text{Yoki } r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$\triangle AOB$ ning yuzi $S_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ bo'lganligidan, muntazam oltiburchakning yuzi

$$S_{\text{priz.asos}} = 6 \cdot S_1 = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Prizmaning hajmini topamiz:

$$V_{\text{prizma}} = S_{\text{prizma}} \cdot H = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} \cdot H$$

Silindrning hajmi

$$V_{\text{silindr}} = S_{\text{silindr}} \cdot H = \pi r^2 H \quad \text{yoki} \quad V_{\text{silindr}} = \pi \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot H$$

Endi ularning nisbatini topamiz:

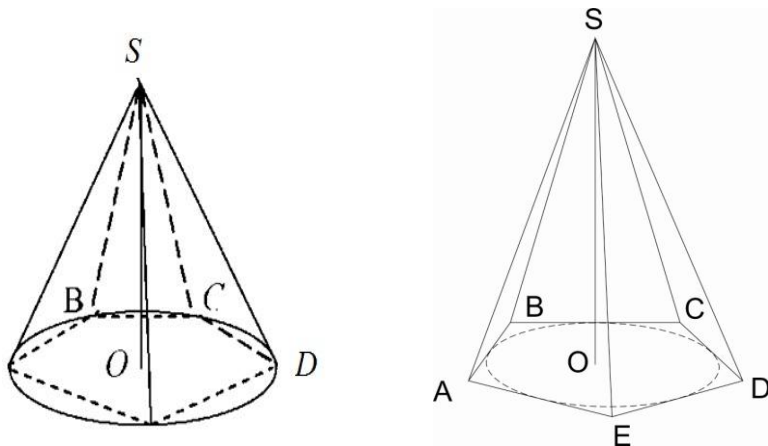
$$\frac{V_{\text{prizma}}}{V_{\text{silindr}}} = \frac{3\sqrt{3}a^2 \frac{H}{2}}{\frac{3a^2\pi}{4} H} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}$$

Konus va piramida

Ta'rif. Agar: 1) piramidaning uchi konusning uchi bilan ustma – ust tushsa, va 2) piramidaning asosi konus asosiga ichki chizilgan bo'lsa, piramida konusga ichki chizilga (konus esa piramidaga tashqi chizilgan) deyiladi.

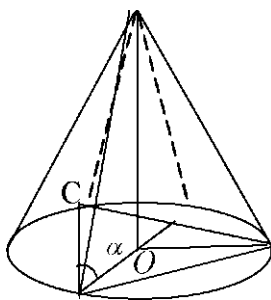
Konus — to'g'ri doiraviy konus bo'lganligidan, konusga ichki chizilgan piramida ta'rifiga ko'ra, ularning balandliklari ustma – ust tushadi va piramidaning har bir qirradi konusning yasovchisidan iborat bo'ladi.

Demak, piramidaga tashqi konus chizish uchun piramidaning yon qirralari teng bo'lishi shart, ya'ni konusga har doim ichki muntazam piramida chizish mumkin.



Ta'rif. Agar; 1) piramidaning uchi konusning uchi bilan ustma – ust tushsa va

2) piramidaning asosi bo'lsa, piramida konusga piramidaga ichki Bundan ixtiyoriy chizish mumkinligi kelib



konusning asosiga tashqi chizilgan tashqi chizilgan (konus esa chizilgan) deyiladi muntazam piramidaga ichki konus chiqadi.

Konusga tashqi chizilgan piramidaning har bir yog'I konus sirtiga uning yasovchisi bo'yicha urinadi.

Masala. Konusga yon qirradi asos tekisligiga α burchak ostida og'gan uchburchakli muntazam piramida ichki chizilgan. Piramida asosining tomoni a ga teng bo'lsa, konusning hajmini hisoblang.

Yechilishi: Konus asosining radiusi R , balandligi H bo'lsa, uning hajmi

$$V_{\text{konus}} = \frac{1}{3} \pi R^2 H \quad \text{formula bo'yicha hisoblanadi.}$$

S uch piramida va konus uchun umumiy bo'lganligidan, ularning $SO=H$ balandligi ham umumiy. Uchburchakli muntazam piramidaning asosi $\triangle ABC$, aylana ichki chizilgandir.

Biz sinuslar teoremasini qo'llaymiz:

$$\frac{a}{\sin 60^\circ} = 2R, \text{ bundan, } R = \frac{a}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Endi to'g'ri burchakli $\triangle AOS$ ni qaraymiz.

$$AO=R, \angle SAO=\alpha \text{ bo'lganligidan, } H=SO=AO \cdot \operatorname{tg} \alpha \text{ yoki } H = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Demak, konusning hajmi

$$V_{\text{konus}} = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \text{ yoki } V_{\text{konus}} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{27} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$\text{Javob: } \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{27} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Ichki va tashqi chizilgan sferalar

Planimetriyadagiga o'xshash ba'zi ta'riflarni keltiramiz.

Ta'rif. Agar sfera ko'pyoqli burchakning barcha yoqlariga urinsa, u ko'pyoqli burchakka ichki chizilgan deyiladi.

Ta'rif. Agar sfera ko'pyoq yog'larining barchasiga urinsa, u ko'pyoqqa ichki chizilgan deyiladi. Bu holda, tabiiyki, ko'pyoq sferaga tashqi chizilgan deyiladi.

Ta'rif. Agar ko'pyoqning barcha uchlari sferada yotsa, sfera ko'pyoqqa tashqi chizilgan deyiladi.

Ta'rif. Agar sfera to'g'ri doiraviy silindr yon sirtiga aylana bo'ylab hamda uning asoslariga urinsa, u silindrga ichki chizilgan deyiladi. Bunda silindr sferaga tashqi chizilgan deyiladi.

Ta'rif. Agar sfera to'g'ri doiraviy konusning asosiga urinsa hamda uning yon sirtiga aylana bo'ylab urinsa, u konusga ichki chizilgan deyiladi. Bunda konus sferaga tashqi chizilgan deyiladi.

Ta'rif. Agar to'g'ri doiraviy silindr asoslarining aylanalari sferada yotsa, sfera silindrga tashqi chizilgan deyiladi. Bunda silindr sferaga ichki chizilgan deyiladi.

Ta'rif. Kesik piramida asoslarining uchlari shar sirtiga (sferaga) tegishli bo'lsa, shar ushbu kesik piramidaga tashqi chizilgan deyiladi.

Ta'rif. Agar shar kesik piramidaning asosiga va yon sirtiga urinsa, u kesik piramidaga ichki chizilgan deyiladi. Sharning diametric kesik piramidaning balandligiga teng bo'ladi.

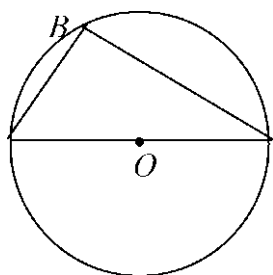
Ixtiyoriy jismga ichki chizilgan sferaning, prizma yoki silindga tashqi chizilgan sferaning markazi shu jismlarning ichida yotadi.

Piramida yoki konusga tashqi chizilgan sferaning markazi bu jismlarning ichida yoki ulardan tashqarida, yoki ularning sirtida ham yotishi mumkin.

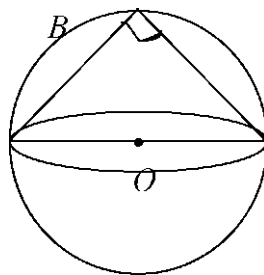
Aytilganlarni namoyish qilish uchun uchburchak va unga tashqi chizilgan aylananing 3 ta holini hamda to'g'ri doiraviy konus va unga tashqi chizilgan sfera uchun mumkin bo'lgan imkoniyatlarni qarab o'tamiz.

1. Agar uchburchak to'g'ri burchakli bo'lsa, unga tashqi chizilgan aylananing markazi uchburchakning tomonida yotadi.

Agar to'g'ri doiraviy konusning o'q kesimida teng yonli to'g'ri burchakli uchburchak hosil bo'lsa, konusga tashqi chizilgan sferaning markazi konusning sirtida yotadi.



O'tmas burchakli



uchburchakka tashqi

chizilgan aylananing markazi uchburchakning tashqarida yotadi.

Agar to'g'ri doiraviy konusning o'q kesimi teng yonli o'tmas burchakli uchburchakdan iborat bo'lsa, konusga tashqi chizilgan sferaning markazi konusdan tashqarida yotadi.

1.2 Fazoviy burchaklar.

Planimetriyada tekislikdagi burchak deb, bitta umumiy uchga ega ikkita nur va tekislikning ular bilan chegaralangan qismidan hosil bo'lgan shaklga aytiladi, ya'ni bunda α_1 va α_2 lar uchun ikki hol kuzatilishi mumkin (1- a, b chizmalar).

Ma'lumki, tekislikdagi ixtiyoriy to'g'ri chiziq uni ikkita yarim tekislikka bo'ladi.

Berilgan α va β tekisliklar AB to'g'ri chiziq bo'yicha kesishsin (2-chizma).

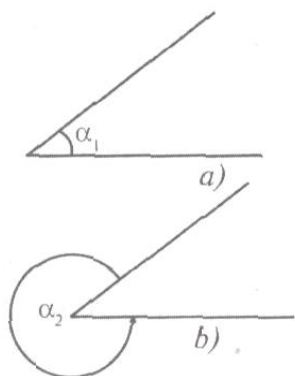
Ta' r i f. *Bitta AB to'g'ri chiziqdan chiquvchi ikkita α va β yarim tekislikdan tashkil topgan shakl ikki yoqli burchak deyiladi.*

Ta' r i f. AB to'g'ri chiziq ikki yoqli burchakning *qirras*i, α va β tekisliklar esa ikki yoqli burchakning *yoqlari* yoki *tomonlari* deyiladi.

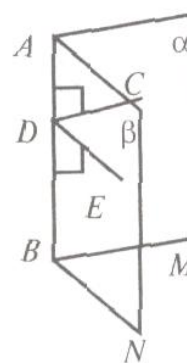
Ikki yoqli burchak to'rtta harf bilan ifodalanadi, ulardan ikkitasi qirrada, yana ikkitasi ikki yoqli burchakning yoqlarida bo'ladi. Masalan, $MABN$ ikki yoqli burchak(34 - chizma).

Ikki yoqli burchak AB qirrasining ixtiyoriy nuqtasidan uning har bir yog'ida qirrasiga perpendikular bittadan to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz, ya'ni $CD \perp AB$, $CD \subset \alpha$ va $DE \perp AB$, $DE \subset \beta$. Hosil bo'lgan $\angle CDE$ — ikki yoqli burchakning *chiziqli burchagi* deyiladi.

CD va DE to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishadi va shuning uchun ular bitta tekislikda yotadi. Modomiki, $AB \perp CD$, $AB \perp DE$ ekan, AB qirra (CDE) tekislikka perpendikular bo'ladi. Bundan ikki yoqli burchakning chiziqli burchagini yasash uchun AB qirraning ixtiyoriy D nuqtasidan AB qirraga perpendikular tekislik o'tkazish yetarli. Bu tekislikning ikki yoqli burchak yoqlari bilan kesishish



1 – chiziq.



2- chizma.

chiziqlari hosil qilgan $\angle CDE$ berilgan ikki yoqli burchakning chiziqli burchagi bo'ladi.

Planimetriyada ko'rib o'tilgani kabi, quyidagi burchaklar xillarini qarash mumkin:

1. Bitta yog'i umumiy, qolgan ikkita yog'i bitta tekislikning ikkita yarim tekisligini tashkil etuvchi qo'shni ikki yoqli burchaklar.
2. Ikkita ikki yoqli burchakning yoqlari ikkita tekislikning to'ldiruvchi yarim tekisliklari bo'lgan vertikal ikki yoqli burchaklar. Agar qo'shni ikki yoqli burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ularning har biri *to'g'ri ikki yoqli burchak* deyiladi,

Ikki yoqli burchak chiziqli burchakka keltirilganligidan, ikki yoqli burchaklarning quyidagi xossalari o'rinli:

- 1) teng ikki yoqli burchaklarga teng chiziqli burchaklar mos keladi;
- 2) katta ikki yoqli burchakka katta chiziqli burchak mos keladi;
- 3) barcha to'g'ri ikki yoqli burchaklar o'zaro teng;
- 4) vertikal ikki yoqli burchaklar o'zaro teng.

T a' r i f. Berilgan AB to'g'ri chiziq bilan α tekislik orasidagi burchak deb, to 'g'ri chiziq va uning tekislikdagi proyeksiyasi orasidagi φ burchakka aytiladi.

3- chizmada ikki hoi ko'rsatilgan:

- 1) AB to'g'ri chiziq α tekislikni kesmaydi (3- a chizma).
- 2) AB to'g'ri chiziq α tekislikni kesib o'tadi (3- b chizma).

Birinchi holda to'g'ri chiziqning ixtiyoriy A va B nuqtalaridan AA_1 va BB_1 perpendikularlar o'tkazamiz. A nuqtadan $AC \parallel \alpha$ to'g'ri chiziq o'tkazamiz. AA_1 va BB_1 to'g'ri chiziqlar bitta tekislikka perpendikular ikkita to'g'ri chiziq bo'lganligidan, ular o'zaro parallel bo'ladi hamda AA_1 , BB_1 va AB lar bitta tekislikda yotadi.



3 – chizma.

Shu sababli α tekislikka parallel AC to'g'ri chiziq BB_1 ni qandaydir C nuqtada kesib o'tadi. U holda A_1B_1 to'g'ri chiziq AB to'g'ri chiziqninga tekislikdagi proyeksiyasi bo'ladi va $AC = A_1B_1$. Shuning uchun AB to'g'ri chiziq va α tekislik orasidagi φ burchak $\angle BAC$ ga teng bo'ladi:

$$\angle BAC = \varphi$$

Agar A — berilgan to'g'ri chiziq va tekislikning kesishish nuqtasi bo'lsa, berilgan tekislikka B nuqtadan BB_1 perpendikular tushiramiz. U holda AB_1 — to'g'ri chiziqninga tekislikka proyeksiyasi bo'ladi va AB to'g'ri chiziq va α tekislik orasidagi burchak

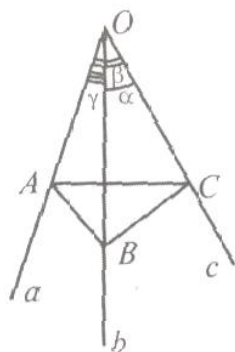
$$\angle BAB_1 = \varphi$$

bo'ladi.

Fazodagi ixtiyoriy O nuqtadan bitta tekislikda yotmaydigan uchta a, b, c yarim to'g'ri chiziq o'tkazilgan bo'lsin. Bu yarim to'g'ri chiziqlar juft-juft ravishda uchta $(ab), (bc), (ac)$ yassi burchak tashkil qiladi (4 - chizma).

T a' r i f. Uchta yassi burchakdan va har bir yarim to'g'ri chiziqlar juftlari orasidagi yarim tekisliklarning qismlaridan tashkil topgan shakl uch yoqli burchak deyiladi.

S — uch yoqli burchakning uchi, a, b, c yarim to'g'ri chiziqlar uning qirralari, tekis burchaklar va qirralar bilan chegaralangan tekisliklar qismlari uch yoqli burchakning yoqlari (tomonlari) deyiladi. Uch yoqli burchaklar tomonlarining (yoqlarining) har bir jufti ikki yoqli burchak hosil qiladi. Ular a qirradagi, b qirradagi va c qirradagi ikki yoqli burchaklardir.



T e o r e m a (kosinuslar formulasi). Agar α, β, γ — uch yoqli burchakning yassi burchaklari, A, B, C — ular qarshisidagi ikki yoqli burchaklar bo'lsa,

$$\cos \gamma = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos C$$

munosabat bajariladi.

I s b o t i. Uch yoqli burchakning c qirrasida ixtiyoriy C

nuqtani olamiz va $CB \perp c$, $CA \perp c$ to'g'ri chiziqlarni o'tkazamiz (4 - chizma), bunda A va B nuqtalar CA va CB perpendikularlarning a va b qirralar bilan kesishgan nuqtalaridir. A va B nuqtalarni tutashtirib, $\triangle ABC$ ni hosil qilamiz. Kosinuslar teoremasiga ko'ra, $\triangle ABC$ dan

$$AB^2 - AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C$$

va $\triangle ABO$ dan

$$AB^2 - AO^2 + BO^2 - 2AO \cdot BO \cdot \cos \gamma$$

munosabatlarga ega bo'lamiz. Bu tengliklarning ikkinchisidan birinchisini ayiramiz:

$$AO^2 + BO^2 - AC^2 - BC^2 + 2AC \cdot BC \cdot \cos C - 2AO \cdot BO \cdot \cos \gamma = 0. \quad (1)$$

$\triangle ABC$ va $\triangle ABO$ to'g'ri burchakli bo'lganligidan,

$$AO^2 - AC^2 = OC^2 \text{ va } BO^2 - BC^2 = OC^2 \quad (2)$$

bo'ladi. U holda (1) va (2) tengliklardan

$$AO \cdot BO \cdot \cos \gamma \cdot OC^2 + AC \cdot BC \cdot \cos C$$

ifodani hosil qilamiz. Lekin

$$\frac{OC}{AO} = \cos \beta, \quad \frac{OC}{BO} = \cos \alpha, \quad \frac{AC}{AO} = \sin \beta, \quad \frac{BC}{BO} = \sin \alpha$$

ekanligini hisobga olsak, talab qilingan

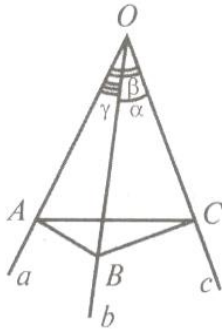
$$\cos \gamma - \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos C \quad (3)$$

formulani olamiz. (3) tenglik uch yoqli burchak uchun *kosinuslar formulasi* deyiladi.

T e o r e m a (sinuslar formulasi). Agar α , β , γ — uch yoqli burchakning yassi burchaklari, A , B , C — ular qarshisidagi ikki yoqli burchaklar bo'lsa (5 - chizma),

$$\frac{\sin \alpha}{\sin A} = \frac{\sin \beta}{\sin B} = \frac{\sin \gamma}{\sin C} \quad (4)$$

tenglik bajariladi.



5 - chizma.

I s b o t i. (3) kosinuslar formulasidan $\cos C$ ni topamiz:

$$\cos C = \frac{\cos \gamma - \cos \alpha * \cos \beta}{\sin \alpha * \sin \beta}$$

Endi bizga ma'lum formuladan

$$\begin{aligned} \sin^2 C &= 1 - \cos^2 C = 1 - \frac{(\cos \gamma - \cos \alpha * \cos \beta)^2}{\sin^2 \alpha * \sin^2 \beta} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha * \sin^2 \beta - (\cos \gamma - \cos \alpha * \cos \beta)^2}{\sin^2 \alpha * \sin^2 \beta} = \\ &= \frac{(1 - \cos^2 \alpha)(1 - \cos^2 \beta) - (\cos \gamma - \cos \alpha * \cos \beta)^2}{\sin^2 \alpha * \sin^2 \beta} = \\ &= \frac{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha * \cos \beta * \cos \gamma}{\sin^2 \alpha * \sin^2 \beta}. \end{aligned}$$

bo'lishi kclib chiqadi. Oxirgi tenglikning ikki tomonini $\sin^2 \gamma$ ga bo'lamiz:

$$\frac{\sin^2 C}{\sin^2 \gamma} = \frac{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha * \cos \beta * \cos \gamma}{\sin^2 \alpha * \sin^2 \beta * \sin^2 \gamma}. \quad (5)$$

(5) tenglikning o'ng tomoni α, β, γ miqdorlarga nisbatan simmetnkdir. Agar $\frac{\sin^2 A}{\sin^2 \alpha}$ va $\frac{\sin^2 B}{\sin^2 \beta}$ nisbatlarni ham hisoblasak, o'ng tornonda (5) ning o'ng tomonidagi

ifodani hosil qilamiz. Shu sababli bu nisbatlar o'zaro teng:

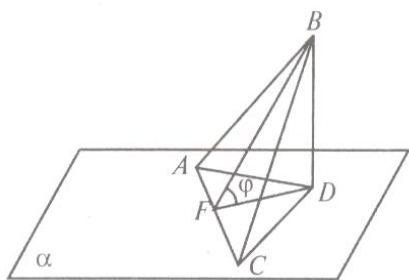
$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 B}{\sin^2 \beta} = \frac{\sin^2 C}{\sin^2 \gamma}.$$

(4) formula *sinuslar formulasi* deyiladi.

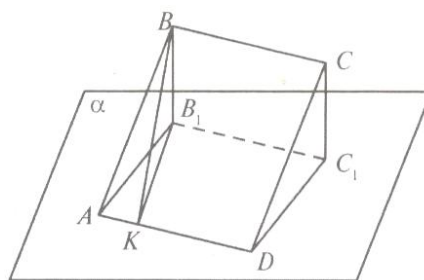
- N a t i j a l a r:** 1. *Uch yoqli burchakning har bir yassi burchagi uning qolgan ikkita yassi burchagi yig'indisidan kichik.*
2. *Uch yoqli burchak yassi burchaklarining yig'indisi 360° dan kichik.*

T e o r e m a. *Uchburchakning tekislikka ortogonal proyeksiyasining yuzi uchburchak yuzining uchburchak va uning proyeksiyasi tekisliklari orasidagi burchak kosinusiga ko'paytmasiga teng.*

I s b o t i. $\triangle ABC$ va α tekislik berilgan bo'lib (6 - chizma), uchburchakning AC tomoni α tekislikda yotsin, deb faraz qilamiz.



6 - chizma.



7 - chizma.

B nuqtadan α tekislikka BD perpendikular tushiramiz va $\triangle ABC$ ning BF balandligini o'tkazamiz hamda F va D nuqtalarni tutashtiramiz. Uch perpendikular haqidagi teorema ko'ra, $FD \perp AC$ bo'ladi.

So'ngra $\triangle ABC$ ning yuzini va uning tekislikka proyeksiyasi bo'lgan $\triangle ADC$ ning yuzini topamiz:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC * BF; \quad S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AC * DF.$$

Agar $\varphi = \angle BFD$ burchak $\triangle ABC$ tekisligi va α tekislik orasidagi burchak bo'lsa, to'g'ri burchakli $\triangle BFD$ dan

$$FD = BF * \cos \varphi$$

ekanligini topamiz. U holda

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AC * BF * \cos \varphi$$

yoki

$$S_{\Delta ADC} = S_{\Delta ABC} * \cos \varphi$$

bo'ladi. Shunday qilib, talab qilingan,

$$S_{pr} = S_{sh} * \cos \varphi$$

munosabatga kelamiz, bunda S_{sh} — proyeksiyalanuvchi shaklning yuzi, S_{pr} — shaklning α tekislikka proyeksiyasining yuzi.

I z o h. Agar ko'pburchak berilgan bo'lsa, uni uchburchaklarga bo'lamiz va masala yuqorida biz ko'rib o'tgan holga keltiriladi.

M a s a l a. $ABCD$ parallelogrammning tomonlari 8 sm va 6 sm, ular orasidagi burchak 30° ga teng bo'lsin. Parallelogrammning AD tomoni α tekislikda yotadi va parallelogramm α tekislik bilan 60° li burchak tashkil qiladi. Parallelogrammning α tekislikka proyeksiyasining yuzini hisoblang.

Y e c h i l i s h i. $ABCD$ parallelogrammning yuzi (7-chizma)

$$S_{par} = AB * AD * \sin 30^\circ$$

yoki

$$S_{par} = 6 * 8 * \frac{1}{2} = 24 \text{ sm}^2$$

Endi yuqorida isbotlangan

$$S_{pr} = S_{par} * \cos \varphi$$

formula orqali $ABCD$ parallelogrammning α tekislikka proyeksiyasidan iborat AB_1C_1D parallelogrammning yuzini hisoblash mumkin:

$$S_{pr} = S_{par} * \cos 60^\circ = 24 \text{ sm}^2 * \frac{1}{2} = 12 \text{ sm}^2. \quad \text{J a v o b: } 12 \text{ sm}^2.$$

1.3 To'g'ri chiziq va tekislikning parallelligi.

T e o r e m a (to'g'ri chiziqlarning parallellik alomati). *Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel ikkita to'g'ri chiziq o'zaro paralleldir.*

I s b o t i. Faraz qilaylik, $a \parallel b$ va $b \parallel c$ bo'lsin. $a \parallel c$ bo'lishini isbotlaymiz. a va c to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishmaydi, chunki, aks holda, a va c to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi orqali bitta b to'g'ri chiziqning o'ziga parallel ikkita har xil a va c to'g'ri chiziq o'tishi kerak edi, lekin bunday bo'lishi mumkin emas.

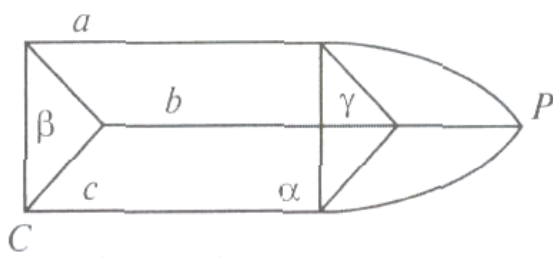
a va c to'g'ri chiziqlar ayqash bo'lsin, deb faraz qilaylik. Parallel a va b to'g'ri chiziqlar orqali γ tekislik, parallel b va c to'g'ri chiziqlar orqali esa α tekislik o'tkazamiz (1-chizma).

a to'g'ri chiziq va c to'g'ri chiziqning biror C nuqtasi orqali β tekislik o'tkazamiz. α va β tekisliklarning kesishish chizig'i m to'g'ri chiziq bo'lsin. U holda b , c , m to'g'ri chiziqlar bitta tekislikda yotadi, bunda $c \parallel b$ bo'ladi. Shu sababli c to'g'ri chiziq bilan kesishuvchi m to'g'ri chiziq, unga parallel b to'g'ri chiziqni biror P nuqtada kesib o'tishi lozim. m va b to'g'ri chiziqlar, mos ravishda, β va γ tekisliklarda yotadi. Shu sababli ular uchun umumiy P nuqta ularning kesishish chizig'i bo'lgan a to'g'ri chiziqda yotadi. Lekin bunda a va b to'g'ri chiziqlar, teoremaning shartiga zid ravishda, umumiy P nuqtaga ega bo'ladi.

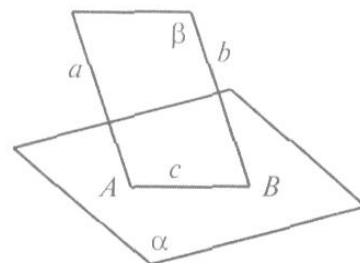
Demak, a va c to'g'ri chiziqlar kesishuvchi ham, ayqash ham bo'lishi mumkin emas, ular faqat parallel bo'ladi, ya'ni $a \parallel c$. Teorema isbotlandi.

Bitta to'g'ri chiziqda yoki parallel to'g'ri chiziqlarda yotuvchi ikkita va undan ko'p kesmalar *o'zaro parallel* deyiladi.

M a s a l a . Agar ikki parallel to'g'ri chiziqning biri tekislikni kesib o'tsa, ikkinchisi ham shu tekislikni kesib o'tadi.



1-chizma.



2- chizma.

Y c c h i l i s h i . $a \parallel b$ bo'lib, a to'g'ri chiziq α tekislikni A nuqtada kesib o'tsin (2- chizma). Ikkita parallel a va b to'g'ri chiziq orqali yagona β tekislik o'tkazish mumkin. α va β tekisliklar umumiy A nuqtaga ega, shu sababli ular, S_2 aksiomaga binoan, c to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. β tekislikda c to'g'ri chiziq

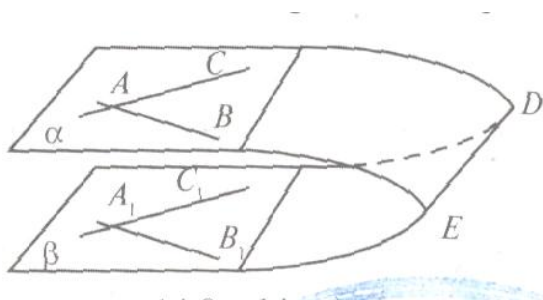
parallel to'g'ri chiziqlardan birini — a to'g'ri chiziqni A nuqtada kesib o'tadi. Demak, c to'g'ri chiziq b to'g'ri chiziqni ham B nuqtada kesib o'tadi.

Modomiki, AB to'g'ri chiziqning A va S nuqtalari α tekislikda yotgan ekan, AB to'g'ri chiziqning o'zi ham α tekislikda yotadi. Shuningdek, B nuqta b to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lganligidan, b to'g'ri chiziq, haqiqatan ham, α tekislikni B nuqtada kesib o'tadi.

T e o r e m a (to'g'ri chiziq va tekislikning paralellik alomati). *Agar to'g'ri chiziq tekislikda yotgan biror to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, u tekislikning o'ziga ham parallel bo'ladi.*

I s b o t i. Teoremaning shartiga ko'ra $AB \parallel CD$, $CD \subset \alpha$ (3-chizma). Shu sababli AB va CD to'g'ri chiziqlar orqali β tekislik o'tkazish mumkin. U holda $\alpha \cap \beta = CD$ bo'ladi hamda α va β tekisliklarning barcha umumiy nuqtalari CD to'g'ri chiziqda yotadi. AB to'g'ri chiziq α tekislik bilan qandaydir P nuqtada kesishadi, deb faraz qilaylik. AB to'g'ri chiziq β tekislikda yotganligidan, P nuqta β tekislikka tegishli bo'ladi. Ikkinchi tomondan, P nuqta α tekislikka tegishli. P nuqta α va β tekisliklarga tegishli bo'lganligidan, u tekisliklarning kesishish chizig'i — CD to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lishi kerak. Shunday qilib, AB va CD to'g'ri chiziqlar P umumiy nuqtaga ega, ya'ni ular kesishadi. Bu esa teoremaning shartiga zid. Bundan farazimizning noto'g'ri ekanligi kelib chiqadi. Demak, AB to'g'ri chiziq α tekislik bilan kesishmaydi, ya'ni ular parallel bo'ladi.

T e o r e m a (ikki tekislikning paralellik alomati). *Agar α tekislikdagi ikkita kesishuvchi AB va AC to'g'ri chiziqlar β tekislikdagi ikkita kesishuvchi A_1B_1 va A_1C_1 to'g'ri chiziq'larga, mos ravishda, parallel bo'lsa, tekisliklar ham o'zaro parallel bo'ladi (4 – chizma).*



I s b o t i. Modomiki, $AC \parallel A_1C_1$, $A_1C_1 \subset \beta$ ekan, $AC \parallel \beta$ bo'ladi. Shunga o'xshash, $AB \parallel \beta$, $A_1C_1 \parallel \alpha$, $A_1B_1 \parallel \alpha$ bo'ladi. Isbotni teskarisini faraz qilish yo'li bilan

o'tkazamiz. α va β tekisliklar DE to'g'ri chiziq bo'ylab kesishsin, deb faraz qilamiz. U holda yuqorida isbotlangan teoreмага muvofiq, tekisliklar kesishgan DE to'g'ri chiziq bir vaqtning o'zida bitta A nuqta orqali o'tuvchi ikkita AB va AC to'g'ri chiziqqa parallel bo'ladi. Bunday bo'lishi mumkin emas va demak, farazimiz noto'g'ri. Bundan $\alpha \parallel \beta$ ekani kelib chiqadi. Teorema isbotlandi.

T e o r e m a (to'g'ri chiziqlarning parallellik alomati). *Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel ikkita to'g'ri chiziq o'zaro paralleldir.*

I s b o t i. Faraz qilaylik, $a \parallel b$ va $b \parallel c$ bo'lsin. $a \parallel c$ bo'lishini isbotlaymiz. a va c to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishmaydi, chunki, aks holda, a va c to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi orqali bitta b to'g'ri chiziqning o'ziga parallel ikkita har xil a va c to'g'ri chiziq o'tishi kerak edi, lekin bunday bo'lishi mumkin emas.

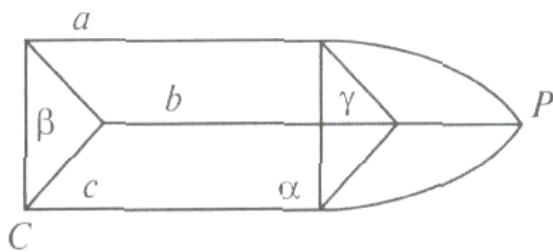
a va c to'g'ri chiziqlar ayqash bo'lsin, deb faraz qilaylik. Parallel a va b to'g'ri chiziqlar orqali γ tekislik, parallel b va c to'g'ri chiziqlar orqali esa α tekislik o'tkazamiz (1-chizma).

a to'g'ri chiziq va c to'g'ri chiziqning biror C nuqtasi orqali β tekislik o'tkazamiz. α va β tekisliklarning kesishish chizig'i m to'g'ri chiziq bo'lsin. U holda b , c , m to'g'ri chiziqlar bitta a tekislikda yotadi, bunda $c \parallel b$ bo'ladi. Shu sababli c to'g'ri chiziq bilan kesishuvchi m to'g'ri chiziq, unga parallel b to'g'ri chiziqni biror P nuqtada kesib o'tishi lozim. m va b to'g'ri chiziqlar, mos ravishda, β va γ tekisliklarda yotadi. Shu sababli ular uchun umumiy P nuqta ularning kesishish chizig'i bo'lgan a to'g'ri chiziqda yotadi. Lekin bunda a va b to'g'ri chiziqlar, teoremaning shartiga zid ravishda, umumiy P nuqtaga ega bo'ladi.

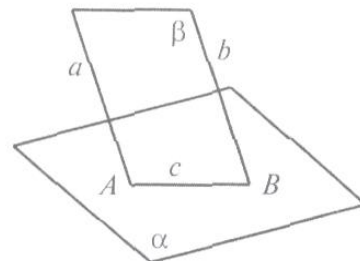
Demak, a va c to'g'ri chiziqlar kesishuvchi ham, ayqash ham bo'lishi mumkin emas, ular faqat parallel bo'ladi, ya'ni $a \parallel c$. Teorema isbotlandi.

Bitta to'g'ri chiziqda yoki parallel to'g'ri chiziqlarda yotuvchi ikkita va undan ko'p kesmalar *o'zaro parallel* deyiladi.

M a s a l a . Agar ikki parallel to'g'ri chiziqning biri tekislikni kesib o'tsa, ikkinchisi ham shu tekislikni kesib o'tadi.



1-chizma.



2- chizma.

Y e c h i l i s h i. $a \parallel b$ bo'lib, a to'g'ri chiziq α tekislikni A nuqtada kesib o'tsin (2- chizma). Ikkita parallel a va b to'g'ri chiziq orqali yagona β tekislik o'tkazish mumkin. α va β tekisliklar umumiy A nuqtaga ega, shu sababli ular, S_2 aksiomaga binoan, c to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. β tekislikda c to'g'ri chiziq parallel to'g'ri chiziqlardan birini — a to'g'ri chiziqni A nuqtada kesib o'tadi. Demak, c to'g'ri chiziq b to'g'ri chiziqni ham B nuqtada kesib o'tadi.

Modomiki, AB to'g'ri chiziqning A va S nuqtalari α tekislikda yotgan ekan, AB to'g'ri chiziqning o'zi ham α tekislikda yotadi. Shuningdek, B nuqta b to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lganligidan, b to'g'ri chiziq, haqiqatan ham, α tekislikni B nuqtada kesib o'tadi.

II bob. Akademik litsey va kasb hunar kollejlarida stereometriya masalalarini o'qitishning nazariy asoslari.

2.1 AL va KHK larda stereometriya masalalarni yechishga o'rgatishning usullari.

AL va KHK larda stereometrik masalalarni yechishda bir necha usullardan foydalanish mumkin. Ular quyidagilar:

1. Tarixiy masalalar orqali;
2. Axborot texnologiyalar orqali;
3. Ko'rgazmali vositalar orqali.

Tarixiy masalalar orqali deganda, buyuk matematik siymolarimiz tomonidan keltirilgan masalalarni ishlashni tushunamiz. Tarixiy masalalarni yechish orqali o'quvchining fikrlash qobiliyati yuksaladi, dunyoqarashi kengayadi. Masalaning turli yechimlari haqida bosh qotiradi. Bunday masalalarni kiritishda avvalo, quyidagilarga e'tibor qaratish kerak:

o'quvchilarning yosh xususiyatlarini ;

bilim darajasini;

masalaning mavzuga oidligini;

masalaning mantiqiyli va asosligini va hokazo.

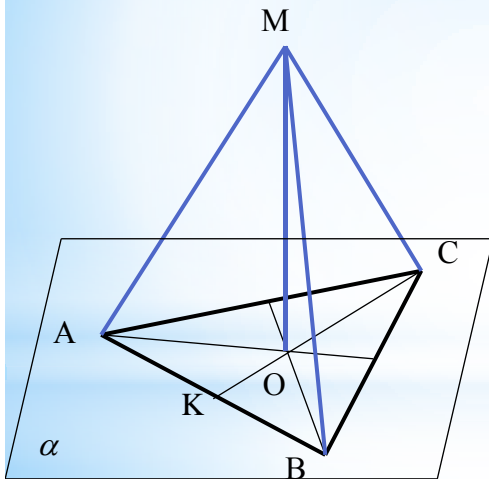
Matematikaning rivojlanishida ham tarixiylik muhim ahamiyat kasb etadi. Chunki matematika fani bugungi kunda paydo bo'lgan fan emas, u asrlar davomida sayqallanib kelgan, o'zining azaliy tarixiy ildizlariga ega bo'lgan fandır.

Stereometriya ham matematika bo'limi sifatida o'zining bir qator tarixiylikiga ega bunga biz quyidagi masalalarni olishimiz mumkin:

2.2 Stereometrik masalalarni yechishga o'rgatishni axborot texnologiyalari orqali o'rgatishga na'muna:

Savollarga javoblar	variantlar	To'g'ri javob
1. Ikkita to'g'ri chiziq orasidagi burchak qaysi oraliqlarda aniqlanadi?	A) $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ B) $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ C) $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	C
2. a to'g'ri chiziq va unda yotuvchi A nuqta berilgan. a to'g'ri chiziqqa perpendikulyar A nuqtadan o'tuvchi nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?	A) cheksiz ko'p B) bitta C) mumkin emas	A
3. a to'g'ri chiziq va unda yotmaydigan A nuqta berilgan. a to'g'ri chiziqqa perpendikulyar A nuqtadan o'tuvchi nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?	A) bitta B) mumkin emas C) cheksiz ko'p	A,C
4. $a \perp \alpha$ va $b \perp \alpha$. a va b to'g'ri chiziqlar qanday joylashgan?	A) a va b kesishadi B) a va b skreçivayutya C) a va b parallel	C
5. $a \perp \alpha$ va $a // b$. α tekislik va b to'g'ri chiziq qanday joylashgan?	A) b α tekislik bilan har qanday burchak ostida kesishadi B) b va α parallel C) b α tekislikda yotadi.	C

* MISOL (OG'ZAKI)



Berilgan: $\triangle ABC$ – uchburchak;
 O – markaz $\triangle ABC$, $OM \perp \alpha$

$OM=4$, $r=1,5$

Isbot qilish kerak: $MA=MB=MC$

Topish kerak: MA

Berilgan :

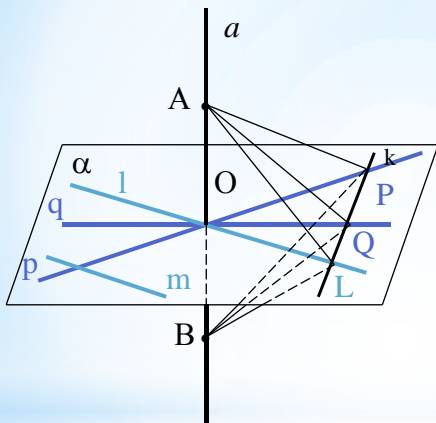
p va q tekislikda yotadi. $p \cap q = O$

$a \perp p$, $a \perp q$

Isbot qilish kerak: $a \perp \alpha$,

Demak, $a \perp m$,

α tekislikdagi har qanday to'g'ri chiziq



Isbotlash rejasi:

1. $A \in \alpha$, $B \in \alpha$, $AO=BO$,
 O nuqta orqali $l \parallel m$ o'tkazamiz,
 α tekislikka k to'g'ri chiziq o'tkazamiz
 $k \cap p = P$, $k \cap q = Q$, $k \cap l = L$
2. $AP=BP$, $AQ=BQ$
3. $\angle APQ = \angle BPQ$
4. $AL=BL$
5. $l \perp a$
6. $a \perp \alpha$

Qo'shimcha topshiriq

To'g'ri chiziq va tekisliklarning perpendikulyarlik alomatini vektorlar yordamida isbotlang.

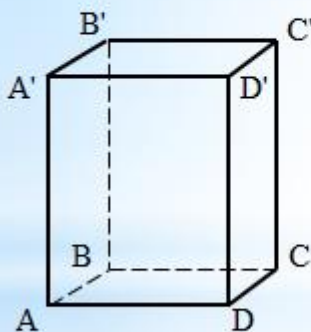
Eslatma

quyidagi qoidalarni eslatib o'tamiz:

- *O'zaro skalyar vektorlarning ko'paytmasi nolga teng.*
- *Har qanday nol vektorni ikkita nokollinear vektorlarga ajratish mumkin.*

* Topshiriq 1

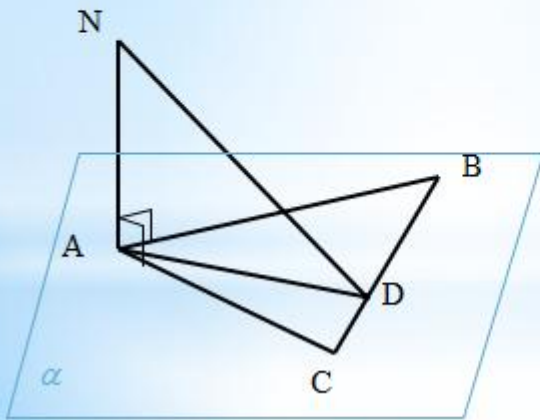
ABCD A'B'C'D' - to'g'ri burchakli parallelepiped.
Qaysi to'g'ri chiziqlar perpendikulyarligini aniqlang:



- ABB'A' tekislik;
- BB'C'C tekislik

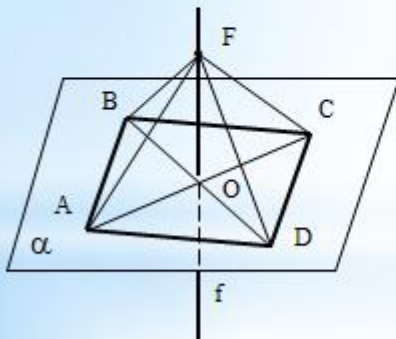
*Topshiriq 2

Berilgan chizmadan NAD uchburchakning turini aniqlang?

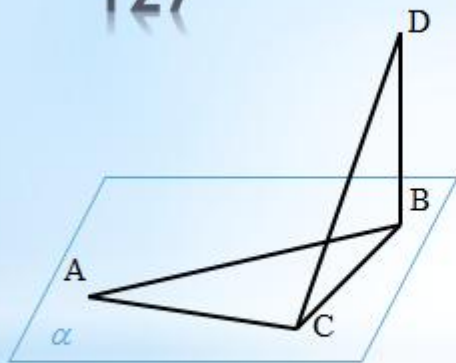


*Topshiriq 3

Tekislikdagi ABCD to'g'ri to'rtburchakning diagonalalar kesishish nuqtasi orqali o'tuvchi to'g'ri chiziqning barcha nuqtalari to'g'ri to'rtburchak uchlaridan bir xil uzoqlashsa, u holda bu to'g'ri chiziq tekislikka perpendikulyarligini isbotlang.



* No
127



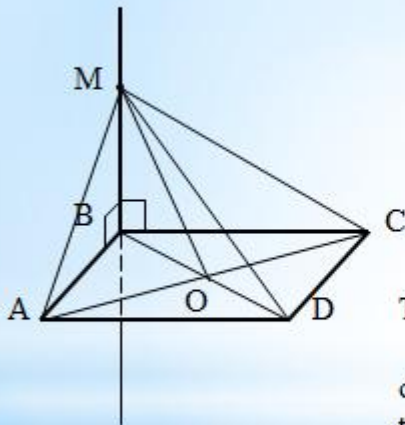
Berilgan : $\triangle ABC: \angle A + \angle B = 90^\circ$,
 $BD \perp \alpha$

Isbot qilish kerak: $CD \perp AC$

Yechimi

1. Demak $BD \perp \alpha$, shunda $BD \perp AC$.
2. Demak $\angle A + \angle B = 90^\circ$, shunda $BC \perp AC$.
3. To'g'ri chiziqlar va tekislik perpendikulyarligi $AC \perp (CDB)$,
 α , unda, $AC \perp CD$.

* No 130



Berilgan:

ABCD –kvadrat, O – diagonallar kesishish nuqtasi;

BM – to'g'ri chiziq,

$\angle MBA = \angle MBC = 90^\circ$;

$MB = m, AB = n$.

Toping : a) MA, MC, MB, MD;
b) M dan AC va BD to'g'ri chiziq-largacha bo'lgan masofani toping?

* № 129

Berilgan :
 $ABCD$ – kvadrat, O –
 diagonallar kesishish
 nuqtasi;
 $AM \perp \alpha$

Isbot qilish keak:
 1) $BD \perp (AMO)$
 2) $MO \perp BD$

Isbot :
 1) $BD \perp AC$ xuddi diagonalri
 kabi va $AM \perp BD$,
 2) Demak
 $AM \perp \alpha$, $BD \in \alpha$ tekislikda
 yotadi.
 to'g'ri chiziq va tekislikning
 perpendikulyarlik
 alomatidan
 $BD \perp (AMO)$

Demak MO , AMO va $BD \perp (AMO)$
 tekislikda yotadi.

2.3 Dars ishlanmalaridan namunalar.

Mashg'ulotning ta'lim texnologiya modeli

Mavzu : Shar va sfera. Sharning kesimlari.

Mashg'ulot vaqti - 80 minut	O'quvchilar soni 26-30 nafar
O'quv mashg'ulotining shakli	Aralash
Ma'ruza rejasi	1. Shar va sfera. 2. Sharning kesmlari.
O'quv mashg'ulotining maqsadi :	a) ta'limiy : o'quvchilargashar va sfera, shar bo'laklari, sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari haqida teorema, tarif va xossalari haqida tushunchalar berish . a) rivojlantiruvchi : shar va sfera,

	<p>shar bo'laklari, sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari haqida teorema, tarif va xossalari haqidagi bilim va ko'nikmalarni shakllantirish .</p> <p>c) tarbiaviy: o'quvchilarning kasbiy bilimlaridan foydalanib sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari, sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari haqida teorema, tarif va xossalari mavzusiga bo'lgan qiziqishlarni oshirish .</p>
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyatining natijalari :
<p>O'qituvchi : . Sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari haqida ta'riflarni beriladi.</p> <p>Sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari teoremasi haqida tushuncha beriladi.</p> <p>Sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari haqida masalalarni ishlashni turli usullarini o'rgatiladi</p>	<p>O'quvchi:</p> <p>Sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari haqida ma'lumotlar oladilar</p> <p>Sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari teoremasi haqida ma'lumotlar oladilar</p> <p>Sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari haqida masalalarni ishlashni turli usullari haqida ma'lumot oladilar.</p>
O'qitish usullari va texnikasi :	Tushunchalar tahlili, Blits so'rovi
O'qitish vositalari	Ma'ruza matn, darslik , tarqatma materiallar, plakatlar
O'qitish shakli	Umumjamoaviy, individual .
O'qitish sharoit	Kerakli jihozlar bilan ta'minlangan auditoriya
Monitoring va baholash	Reyting tizimi, nazorat.

--	--

Texnologik kartasi.

Bosqichlar vaqti(2s)	Faoliyat mazmuni	
	O'qituvchining	O'quvchining
1-bosqich Kirish (5 min)	1.1. Mavzu, maqsad va rejalashtirilgan o'quv natijalarini e'lon qilish qiladi.	1.1. Eshitadi, e'tibor beradi, yozib oladi.
2-bosqich Bilimlarni faollashtirish (10 min)	2.1. Avvalgi mavzuni asosiy tushunchalarini so'raydi. 2.2. Mavzuga oid tarixiy ma'lumotlarni beradi.	2.1. O'qituvchi savollariga javob beradi.
3-bosqich Asosiy (55 min)	3.1. Shar va sfera. Sharining kesimlari, sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari haqida ta'riflarni tushuntiradi. 3.2. Shar va sfera. Sharining kesimlari, sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari haqida teoremani tushuntiradi. 3.3. Shar va sfera. Sharining kesimlari, sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari haqida masalalarni ishlashni turli usullarini o'rgatadi. 3.4.O'quvchilarga topshiriqlar beradi.	3.1 Ta'riflarni yozib oladi. 3.2.Ta'rifni qanday tushungani haqida izoh beradi. 3.3. Shar va sfera. Sharining kesimlari, sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari haqida masalalarni ishlashni o'rganadi. 3.4.Berilgan topshiriqlarni bajaradi.

<p>4-bosqich Yakuniy (10 min)</p>	<p>4.1. O'quvchilarni tushunmagan savollariga javob beradi. Mavzuga xulosa yasaydi. 4.2.Uyga vazifa beradi.</p>	<p>4.1.O'qituvchidan tushunmagan va qiziqtirgan savollarini so'raydi. 4.2.Topshiriqlarni yozib oladi.</p>
---	---	---

1-Ilova.

Shar va sfera . Sharning kesimlari. Sferaga urinma tekislik, shar bo'laklari.

Ta'riflar va xossalari.

1 – t a' r i f. Fazoda berilgan O nuqtadan berilgan masofada joylashgan nuqtalarning geometrik o'rniga sfera deyiladi (110 – chizma).

Bunda berilgan O nuqta – sferaning markazi, berilgan R masofa – uning radiusi deyiladi.

2 – t a' r i f. Fazoda berilgan O nuqtadan berilgan R masofadan katta bo'lmagan masofada joylashgan nuqtalarning geometrik o'rni shar deyiladi.

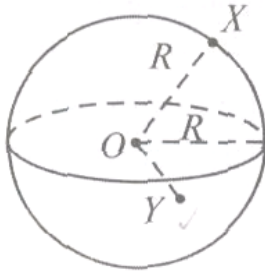
Bunda O – sharning markazi, R – sharning radiusi deyiladi (1 – chizma).

Agar X – sferaning ixtiyoriy nuqtasi bo'lsa, sfera ta'rifiga ko'ra, $OX = R$. Agar Y – sharning ixtiyoriy nuqtasi bo'lsa, ta'rifga ko'ra, $OY \leq R$ bo'ladi. Shunday qilib, agar sfera va shar umumiy O markazga ega bo'lsa, har doim $OY \leq OX$ bo'ladi. Shu sababli sfera sharning chegarasidan iborat va u sharning sirti deb ham ataladi. Sharning $OY \leq R$ shartni qanoatlantiruvchi barcha Y nuqtalari uning ichki nuqtalari deyiladi.

Sfera markazi bo'lgan O nuqtani uning X nuqtasi bilan tutashtiruvchi $OX = R$ kesma sfera va sharning radiusi deyiladi.

Sferaning markazidan o'tuvchi va uning ikki nuqtasini birlashtiruvchi kesma uning diametri deyiladi. Agar D – sfera diametri bo'lsa, ta'rifga ko'ra $D = 2R$ bo'ladi.

Fazoda to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi va R radiusli sfera berilgan bo'lsin.



1 – chizma.

Sfera markazining koordinatalarini $O(a; b; c)$ kabi belgilaymiz. Agar X – sferaning ixtiyoriy nuqtasi bo'lsa, ta'rifga ko'ra $OX = R$ bo'ladi. X ning koordinatalarini $X(x; y; z)$ deb belgilasak, ikki nuqta orasidagi masofa formulasidan

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2} = R$$

yoki

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \quad (1)$$

ko'rinishdagi sferaning kanonik tenglamasini hosil qilamiz.

Agar sferaning markazi koordinatalar sistemasi boshi bilan ustma-ust tushsa, (1) tenglama

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (2)$$

ko'rinishni oladi.

Shuni alohida e'tirof etish lozimki, ta'rifga muvofiq, markazi $O(a; b; c)$ nuqtada bo'lgan shar nuqtalarining koordinatalari har doim

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \leq R^2$$

tengsizlikni qanoatlantiradi.

Endi sfera va sharning xossalariga to'xtalamiz.

4 – t e o r e m a. Sharning tekislik bilan har qanday kesimi doiradan iborat, doiraning markazi sharning markazidan kesuvchi tekislikka o'tkazilgan perpendikularning asosidir.

I s b o t i. Sharning O markazidan kesim tekisligiga OF perpendikular o'tkazamiz (111 – chizma). M nuqta sferaning kesuvchi α tekislikda yotgan ixtiyoriy nuqtasi bo'lsin. To'g'ri burchakli $\triangle OFM$ dan, Pifagor teoremasiga asosan,

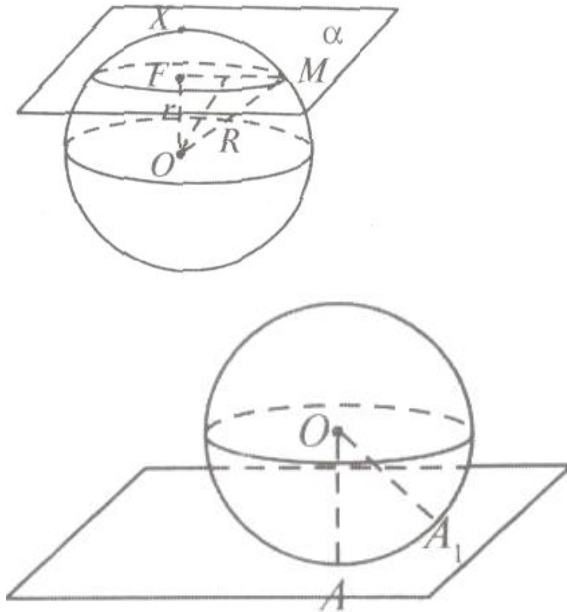
$$MO^2 = FO^2 + FM^2$$

kelib chiqadi.

Agar X – sharning α tekislikda yotgan nuqtasi, R – sharning radiusi bo'lsa,

$$FX \leq \sqrt{R^2 - OF^2}$$

bo'ladi va X nuqta markazi F nuqtada, radiusi $\sqrt{R^2 - OF^2}$ bo'lgan doiraga tegishli bo'ladi.



3 – chizma.

Aksincha, bu doiraning ixtiyoriy nuqtasi sharga tegishli bo'ladi. Bu esa α tekislik va shar markazi F nuqtada bo'lgan doira bo'yicha kesishishini ko'rsatadi. Teorema isbotlandi.

1 – n a t i j a. Markazdan bir xil uzoqlikda joylashgan kesimlar teng bo'ladi. Teng kesimlar markazdan bir xil uzoqlikda joylashadi.

2 – n a t i j a. Ikkita o'zaro teng bo'lmagan kesimlardan markazga yaqin joylashgani katta bo'ladi va aksincha.

3 – n a t i j a. Kesim tekisligiga perpendikular diametr kesimning markazidan o'tadi va aksincha.

4 – n a t i j a. Kesimlar ichida tekisligi shar markazidan o'tgan kesim kattadir. Bu kesim katta doira deyiladi.

3 – t a' r i f. Shar bilan bitta umumiy nuqtaga ega bo'lgan tekislik urinma tekislik deyiladi.

2 – t e o r e m a. Sharga urinma tekislikning urinish nuqtasiga o'tkazilgan radius urinma tekislikka perpendikularidir.

I s b o t i. Isbotlash teskarisini faraz qilish usuli bilan amalga oshiriladi. Markazi O nuqtada bo'lgan shar va α tekislik A nuqtada kesishsin (112 – chizma). OA_1 kesma α tekislikka og'ma bo'lsin, deb faraz qilamiz.

U holda α tekislikka perpendikular bo'lgan OA_1 kesma mavjud bo'lishi kerak hamda $A_1 \in \alpha$ va $OA_1 \perp OA$ bo'ladi. Demak, A_1 nuqta shar va α tekislikning umumiy nuqtasidan iborat. Shunday qilib, A nuqta shar va α tekislikning yagona umumiy nuqtasi emashgini ko'ramiz. Bunday bo'lsa, α tekislik urinma tekislik bo'lmaydi, bu esa teoremaning shartiga ziddir. Olingan qarama-qarshilik, farazimizning noto'g'ri ekanligini va $OA \perp \alpha$ bo'lishini tasdiqlaydi. Teorema isbotlandi.

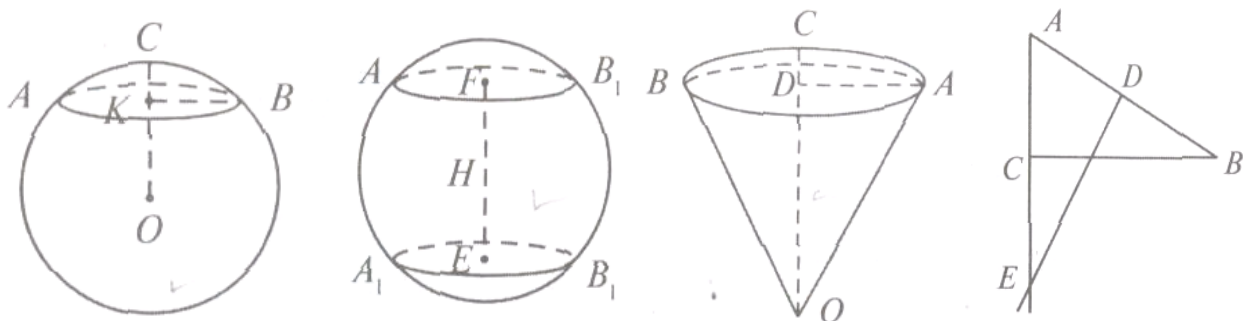
4 – t a' r i f. Shar bilan faqat bitta umumiy nuqtaga ega bo'lgan to'g'ri chiziq sharga urinma deyiladi.

Sharga urinma – urinish nuqtasiga o'tkazilgan radiusga perpendikularidir.

2. Shar segmenti va shar kamari.

5 – t a' r i f. Sharining tekislik bilan kesilgan qismi shar segmenti deyiladi.

Shar segmentining sirti sferik segment va shar segmentining asosi deb ataladigan doiradan tashkil topadi. Kesuvchi tekislik sharni ikkita shar segmentiga bo'ladi. Tekislikning shar sirti bilan kesishish aylanasi AB segmentning asosi, kesim tekisligiga perpendikular radiusning $CK = H$ kesmasi uning balandligi deyiladi (4 – chizma).



4 – chizma.

5 – chizma.

6– chizma.

7– chizma.

6 – t a' r i f. Shar sirtining ikkita parallel kesuvchi tekislik orasida joylashgan qismi shar kamari deyiladi (5 – chizma).

Bunda A_1B_1 va A_2B_2 kesishish aylanalari – shar kamarining asoslari, parallel tekisliklar orasidagi $H = EF$ masofa esa shar kamarining balandligi deyiladi.

7 – ta' r i f. Sharning ikkita parallel tekislik bilan kesilgan va ular orasida joylashgan qismi shar qatlami deyiladi.

8 – t a' r i f. OAC doiraviy sektorni OC radius atrofida aylantirganda hosil bo'lgan jism shar sektori deyiladi (6 – chizma).

Shar sektorining balandligi deb, mos shar segmentining balandligiga aytiladi, ya'ni, $CD = h$, h – shar segmentining balandligidir.

Takrorlash uchun savol va topshiriqlar

1. Sfera deb nimaga aytiladi?
2. Shar deb nimaga aytiladi?
3. Sfera va shar radiusi, diametri, markazi nima?
4. Sferaga urinma tekislikning ta'rifmi bering.
5. Shar segmenti deb nimaga aytiladi?
6. Shar sektori deb nimaga aytiladi?

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Sfera: a) to'g'ri chiziq bilan; b) tekislik bilan nechta umumiy nuqtaga ega bo'ladi?

J a v o b: a) 1 yoki 2 ta; b) cheksiz ko'p.

2. Sferaning radiusi 13dm ga teng. Sfera markazidan 5dm masofada tekislik o'tkazilgan. Hosil bo'lgan kesimning yuzini hisoblang.

$$\text{J a v o b: } 144 \pi \text{ dm}^2.$$

3. K nuqtadan sferagacha bo'lgan eng qisqa masofa 6sm, eng uzoq masofa esa 16sm. Berilgan sfera bilan chegaralangan shar katta doirasining yuzini hisoblang.

$$\text{J a v o b: } 25 \pi \text{ sm}^3.$$

4. Sferaning tenglamasi $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 25$ ko'rinishda berilgan bo'lsa, uning markazi va radiusini toping. J

$$\text{a v o b: } O(-1; 2; 1), R = 5.$$

5. Sferaning tenglamasi $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 6z - 3 = 0$ ko'rinishda berilgan bo'lsa, uning yuzini hisoblang. J

$$\text{a v o b: } S = 10 \pi.$$

6. Markazi $C(5; -2; 7)$ nuqtada, radiusi $R = 2$ bo'lgan sfera tenglamasini yozing.

$$\text{J a v o b: } (x - 5)^2 + (y + 2)^2 + (z - 7)^2 = 4.$$

7. Sharning markazidan 6sm masofada joylashgan kesimning yuz $64 \pi \text{ sm}^2$ bo'lsa, sharning hajmini toping.

$$\text{J a v o b: } \frac{4000 \pi}{3} \text{ sm}^3 = \frac{4}{3} \pi \text{ dm}^3.$$

8. Agar sferaning markazi $C(3; -2; 1)$ va unga tegishli $K(2; -1; -3)$ nuqta ma'lum bo'lsa, sfera tenglamasini yozing. J a v o b: $(x - 3)^2 +$

$$(y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 18.$$

9. Sfera diametrining uchlari $A(2; -3; 5)$ va $B(4; 1; -3)$ ma'lum bo'lsa, sfera tenglamasini yozing.

$$\text{J a v o b: } (x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 21.$$

10. Sharning radiusi 10dm, sharning tekislik bilan qandaydir kesimining yuzi $64 \pi \text{ dm}^2$. Sharning markazidan kesim tekisligigacha bo'lgan masofani toping.

$$\text{J a v o b: } 6 \text{ dm.}$$

11. P nuqtadan shargacha bo'lgan eng qisqa masofa 12sm, eng uzoq masofa esa 30sm. Shar sirtining yuzini hisoblang. J

$$\text{a v o b: } 324 \pi \text{ sm}^2.$$

12. Sharni ikkita parallel tekislik bilan kesganda hosil bo'lgan kesimlarning yuzlari $81\pi\text{ sm}^2$ va $36\pi\text{ sm}^2$. Tekisliklar shar markazidan bir tomonda yotadi va ular orasidagi masofa 5sm ga teng. Bu holda: 1) shar sirtining yuzini; 2) tekisliklar orasidagi shar kamarining yuzini hisoblang.

J a v o b: 1) 340π ; 2) $10\sqrt{85}\pi\text{ sm}^2$

14. Agar sharning radiusi 6sm va shar sektorining balandligi 2sm bo'lsa, shar sektorining hajmini hisoblang. J

a v o b : $48\pi\text{ sm}^3$.

15. Agar sharning radiusi 5sm, sharning markazidan segmentning asosi tekisligigacha bo'lgan masofa 3sm bo'lsa, sferik segmentning yuzini hisoblang.

J a v o b: $20\pi\text{ sm}^2$.

16. Agar sharning radiusi 8sm, shar sektorining o'q kesimidagi burchak 120° ga teng bo'lsa, sektorning yuzini hisoblang. J a v o

b: $32(2 + \sqrt{3})\pi\text{ sm}^2$.

17. Sharlarning radiuslari 17sm va 10sm bo'lib, ular uzunligi $16\pi\text{ sm}$ bo'lgan chiziq bo'ylab kesishadi. Sharlarning markazlari orasidagi masofani toping.

Javob: 21 sm.

3 ilova

BBB TEHNOLOGIYASI

BBB tehnologiyasi quydagi tarzda o'tkaziladi: mavzu boshida jadval o'quvchilarga topshiradi. Jadvalda "bilaman", "qisman bilaman", "bilib oldim" qismlari joylashgan bo'ladi. Dars boshida "bilaman", "qisman bilaman" bandlari to'ldiriladi. Dars oxirida esa "bilib oldim" bandi to'ldiriladi. BBB tehnologiyasi orqali o'quvchilar oldingi bilimini yodga oladilar, bilimi mustahkamlaydilar. Fikrlash qobiliyatini yuksaltiradilar.

BBB JADVALI

Bilaman«+»	Qisman bilaman «?»	Bilmayman «-»
------------	-----------------------	---------------

№	Tushunchalar	Moduldan chiqishda		
		«+»	«?»	«-»
1.	Shar			
2.	Shar sirti			
3.	Shar hajmi			
4.	Konus			
5.	Kesik konus			
6.	Konus sirti			
7.	Kesik konus sirti			
8.	Konus hajmi			
9.	Kesik konus hajmi			
10.	Silindr			
11.	Silindr sirti			
12.	Silindr hajmi			
13.	Shar sektori			
14.	Shar segmenti			
15.	Shar kamari			
16.	Shar qatlami			
17.	Shar katta aylanasi			
18.	Konus yasovchisi			
19.	Slindr va konus			
20.	Shar va konus			
21.	Slindr va shar			
22.	Sfera			

**4-
ilova**

ahola
sh
mezo
ni va
ko`rs
atkic

hlar

Guruhlar	Jadvalni to`liq vaaniq	Misollar bilan muammoga	Guruh a`zolarining	Jami ball
----------	---------------------------	----------------------------	-----------------------	-----------

	yoritishi 0-5ball	echim topish 0-5ball	faolligi 0-5ball	

Foydalanilgan adabiyotlar

- [1]- I.Isroilov, Z.Pashayev “Geometriya”- I qism Toshkent “O’qituvchi” 2004 yil
 [2]- I.Isroilov, Z.Pashayev “Geometriya”- II qism Toshkent “O’qituvchi” 2004 yil
 [3]- I.Isroilov, Z.Pashayev “Geometriyadan masalalar to’plami” - Toshkent “O’qituvchi” 2001 yil
 [4]- A.V.Pogorelov “Geometriya” - 7-11 sinflar uchun Toshkent “O’qituvchi” 2001 yil

Mashg’ulotning ta’lim texnologiya modeli

Mavzu : Prizma va parallelepipedlar.

Mashg’ulot vaqti - 80 minut	O’quvchilar soni 26-30 ta
O’quv mashg’ulotining shakli	Nazariy – yangi bilim ko’nikmalari
Ma’ruza rejasi	1.Prizma. 2.To’g’ri va muntazam prizma.

	<p>3.Parallelepipedlar.</p> <p>4. To`g`ri burchakli parallelepipedlar.</p>
<p>O'quv mashg'ulotining maqsadi :</p>	<p>a) ta'limiy : o'quvchilarga prizma, to`g`ri va muntazam pirizma,parallelepipedlar, to`g`ri burchakli parallelepipedlarhaqidatushunchalarberish .</p> <p>b) rivojlantiruvchi: prizma, to`g`ri va muntazam pirizma,parallelepipedlar,to`g`ri burchakli parallelepipedlarhaqidagibilimvako'nikmalarnishakllantirish .</p> <p>c) tarbiaviy:o'quvchilarningkasbiybilimlaridanfoydalanib prizma,to`g`ri va muntazam pirizma,parallelepipedlar, to`g`ri burchakli parallelepipedlar mavzusigabo'lganqiziqishlarnioshirish .</p>
<p>Pedagogik vazifalar</p>	<p>O'quv faoliyatining natijalari :</p>
<p>O'qituvchi : : prizma, to`g`ri va muntazam pirizmaga tarif beriladi ,Misollar keltiriladi. Parallelepipedlar,to`g`ri burchakli parallelepipedlarhaqida tushuncha beriladi.</p>	<p>O'quvchi:</p> <p>Pirizma, to`g`ri va muntazam pirizmaga berilgan ta`rifnidaftargayoziboladilar.</p> <p>Parallelepipedlar,to`g`ri burchakli parallelepipedlarhaqida ma`lumotlar oladilar.</p>
<p>O'qitish usullari va texnikasi :</p>	<p>Tushunchalar tahlili,</p> <p>Blits so`rovi</p>

O'qitish vositalari	Ma`ruza matn, darslik , tarqatma materiallar, plakatlar
O'qitish shakli	Umumjamoaviy, individual .
O'qitish sharoit	Kerakli jihozlar bilan ta'minlangan auditoriya
Monitoring va baholash	Reyting tizimi, nazorat.

Mashg'ulotning texnologik xaritasi

Bosqichlari va vaqti	Faoliyat mazmuni	
	O'qituvchi	O'quvchi
1-bosqich Mashgulotga kirish 10- min	1.1.Mashg'ulot rejasibilantaniştirish: <u>1-ilova</u> 1.2. Mavzubo`yicha asosiy tushunchalar bilan ishlash uchun adabiyotlar ro`yxatini tayradi: <u>2- ilova</u> 1.3. O`quv mashg'ulotida o'quvchilarni baholash mezonlari bilan tanishtiradi: <u>3- ilova</u>	Tinglaydigan mavzu, rejasini yozib oladilar

<p>2- bosqich Asosiy bosqich 60-min</p>	<p>2.1.Yangi mavzuni e`lon qiladi va reja asosida mavzuni tushuntiradi: <u>4-ilova</u></p>	<p>2.1.Diqat bilan tinglashadi.</p>
<p>3- bosqich Yakuniy bosqich 10- min</p>	<p>3.1.Mavzuga doir masalar echish: <u>5-ilova</u></p>	<p>3.1.Masal a shartini daftarga yozadilar</p>
	<p>3.2.Mustaqil islash va nazariy bilimlarni oshirish uchun uyga vazifa beriladi. Masala yechish : <u>6-ilova</u></p>	<p>8. Tinglaydi lar va daftarga yozib oladilar.</p>

Mavzu : Pirizma va parallelepipedlar.

Reja:

1. Pirizma.
2. To`g`ri va muntazam pirizma.
3. Parallelepipedlar.

Prizma.

Parallel ko`chirish bilan ustma – ust tushuvchi ikkita yassi ko`pburchakdan va bu ko`pburchaklarning mos nuqtalarini tutashtiruvchi xamma kesmalardan iborat ko`poyoq ***prizma*** deyiladi. Ko`pburchaklar prizmaning asoslari deyiladi, mos uchlarni tutashtiruvchi kesmalar esa ***prizmaning yon qirralari*** deyiladi.

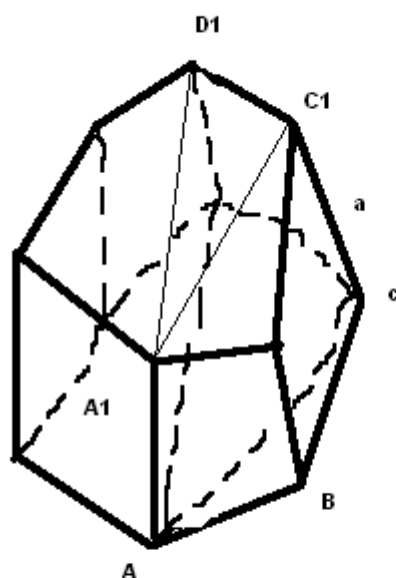
Parallel ko`chirish harakat bo`lgani uchun ***prizmaning asoslariteng*** bo`ladi. Parallel ko`chirishda tekislik ***parallel tekisliklarda yotadi.***

Parallel ko`chirishda nuqtalar parallel yoki ustma – ust tushuvchi to`g`ri chiziqlar bo`ylab ayni bir xil masofaga siljigani uchun prizmada ***yon qirralari parallel*** va ***o`zaro teng.***

Prizmaning sirti asoslaridan va yon sirtidan iborat. Yon sirti parallelogrammlardan iborat. Bu parallelogrammlarning har birida ikki tomoni esa qo`shni yon qirralar hisoblanadi.

Prizma asoslarining tekisliklari orasidagi masofa prizmaning balandligi deyiladi. Prizmaning bitta yotig`iga tegishli bo`lmagan ikki uchini tutashtiruvchi kesma *prizmaning diagonali* deyiladi.

Prizmaning bitta yoqqa tegishli bo`lgan ikki yon qirradi orqali o`tuvchi tekislik bilan kesimi *prizmaning diagonal kesimi* deyiladi. To`g`ri prizmaning asoslari muntazam ko`pburchak bo`lsa, u *muntazam prizma* deyiladi.



1 – rasm.

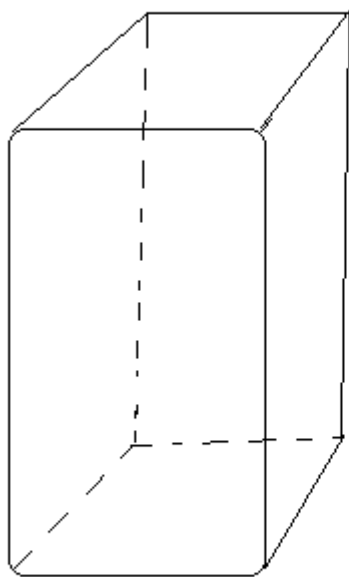
Prizmaning diagonal kesimlari to`gri to`rtburchaklardan iborat bo`lib (1-rasm), ularning asoslari prizma asoslarining diagonallari, balandligi esa prizmaning balandligi bo`ladi.

Parallelipiped.

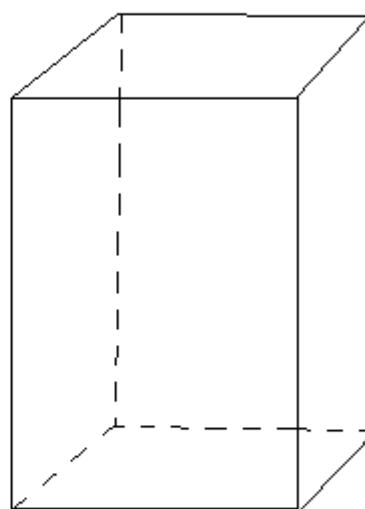
Prizmaning asosi parallelogramm bo`lsa, bunday prizma *parallelepiped* deyiladi. Parallelepipedning hamma yoqlari parallelogrammlardir. Rasmda og`ma parallelepiped, rasmda to`g`ri parallelepiped tasvirlangan.

Parallelepipedning umumiy uchlarga ega bo`lmagan yoqlari qarama – qarshi yoqlar deyiladi.

Teorema. *Parallelepipedning qarama – qarshi yoqlari parallel va teng.*



a)



b)

Teorema. *Parallelepipedning diagonallari bir nuqtada kesishadi va kesishgan nuqtasida teng ikkiga bo`linadi.*

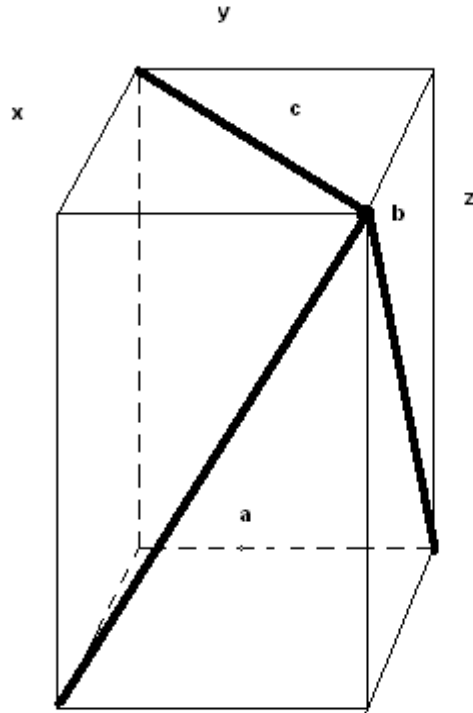
Teorema. *Parallelepiped diagonallarining kesishgan nuqtasi uning simmetriya markazi ekani kelib chiqadi.*

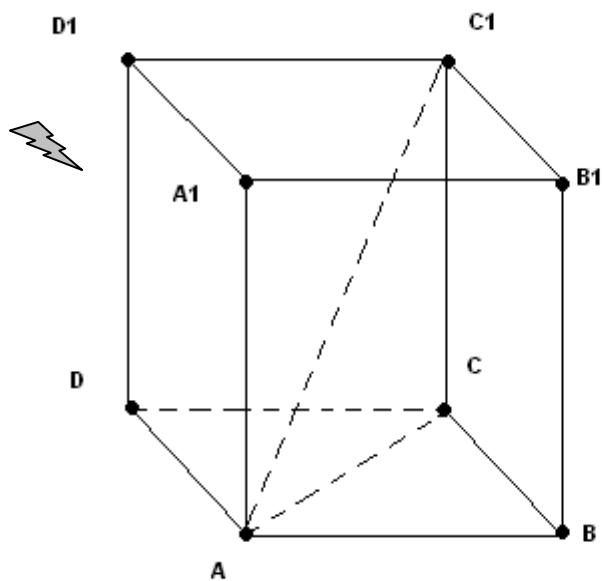
Asosi to`g`ri to`rtburchakdan iborat to`g`ri parallelepiped to`g`ri burchakli parallelepiped deyiladi. To`g`ri burchakli parallelepipedning hamma yoqlari to`g`ri to`rtburchaklardan iborat.

Hamma qirralari teng bo`lgan to`g`ri parallelepiped kub deyiladi.

To`g`ri burchakli parallelepipedning parallel bo`lmagan qirralarining uzunliklari uning chiziqli o`lchovlari deyiladi. To`g`ri burchakli parallelepipedda uchta chiziqli o`lchovi bor.

Teorema. *To`g`ri burchakli parallelepiped – ning istalgan diagonalining kvadrati uning uchta chiziqli o`lchov i kvadratlarning yig`indisiga teng.*





2-ilova

Foydalanilgan adabiyotlar:

- A.B.Pogorelov. "Geometriya" Toshkent "O`qituvchi" 1989.
- Elektron ta`lim resurslari
- www.ziyouet.uz
- www.pedagog.uz

3-ilova

Baholash mezoni va ko`rsatkichlar

	Jadvalni to`liq	Misollar bilan	Guruh	
--	-----------------	----------------	-------	--

Guruhlar	vaaniq yoritishi 0-5ball	muammoga echim topish 0-5ball	a`zolarining faolligi 0-5ball	Gami ball

4-ilova

Reja:

- Tashkiliy qism: -salomlashish; - yo`qlama; (3 min.)
- Uy ishi yangi texnologiya orqali so`raladi; (10 min)
- Yangi mavzu taqdimoti; (40 min)
- Mavzuga doir masalalar yechish; (20 min)
- O`quvchilarni baholash; (5min)
- Uyga vazifa berish; (2 min)

1-bosqich Mavzu va undan kutilayotgan natijalar e`lon qilinadi “Blits” so`rovi orqali tekshiriladi

2-bosqich Mavzuni mustahkamlash uchun plakatlar namoyish etiladi.

3-bosqich Mavzuga doir masala shartini daftarga yoziladi. O`qituvchi masala shartini o`qib ,tushuntirib ishlab ko`rsatadi

4-bosqich Bajarilgan topshiriqlarni inobatga olib , o`qituvchi darsni yakunlab ,o`quvchilarni individual baholaydi

5-bosqich Mustaqil bajarish uchun uyga vazifa beriladi Masalalar yechish

5-ilova

Mavzuga doir masalalar yechish

Masala. Parallelipiped uchta yog`ining yuzlari 1 m^2 , 2 m^2 va 3 m^2 gateng. Parallelipipedning to`liq sirti nimaga teng.?

Yechilishi. Parallelepipedning qarama – qarshi yotgan yoqlari teng va demak, yuzlari teng bo`lgani uchun berilgan parallelepipedda yuzi 1 m^2 dan bo`lgan ikkita yoq, yuzi 2 m^2 dan bo`lgan ikkita yoq, 3 m^2 dan ikkita yoq bor. Parallelepipedda oltita yoq borligi uchun uning to`liq sirti $2 * 1 + 2 * 2 + 2 * 3 = 12 \text{ m}^2$ ga teng.

6-ilova

Uyga vazifa berish

1. Uchburchakli og`ma pirizmaning yon qirralari orasidagi masofa 2 sm , 3 sm va 4 sm , yon qirralari esa 5 sm . Pirizmaning yon sirtini toping.
2. To`rtburchakli muntazam pirizma yon yog`ining yuzi Q gateng. Diagonal kesimining yuzini toping.

Xulosa

Bitiruv malakaviy ish kirish, ikki bob, jami 6 ta paragraf, xulosa, ilova va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat.

Bitiruv malakaviy ishning kirish qismida mavzuning dolzarbligi, bitiruv malakaviy ishning maqsadi, ob'ekti, predmeti, vazifalari uning tuzilishi haqida ma'lumotlar berilgan.

Birinchi bob "Akademik litsey va kasb hunar kollejlarida stereometrik masalalarni o'rgatishning nazariy asoslari" deb nomlanadi. Unda stereometriya haqida ma'lumotlar berilgan. Stereometrik masalalardan na'munalar keltirilgan.

Ikkinchi bob "Akademik litsey va kasb hunar kollejlarida stereometrik masalalarni o'rgatishning metodologik asoslari" deb nomlanadi. Bu bobda stereometrik masalalarni yechish usullari, masalalarni yechishga o'rgatishning turli yo'llari haqida bayon qilingan va bularga doir misollar keltirilgan. Ushbu bobda 4 soatlik darslik dars ishlanmalari keltirilgan. Interfaol metodlar orqali dars ishlanmalari takomillashtirilgan.

Xulosa qilib shuni aytishimiz mumkinki, bitiruv malakaviy ishda stereometrik masalalarni yechishga o'rgatish va uning tadbiqlari bilan tanishtirilgan va misollar yechib ko'rsatilgan.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.

- 1.** I.A Karimov “Yuksak ma’naviyat yengilmas kuch” Toshkent. O’qituvchi 2008-yil.
- 2.** I.A.Karimov “Barkamol avlod orzusi” Sharq T.1999-yil.
- 3.** “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi” Toshkent 1997-yil.
- 4.** Akademik litseylar uchun chuqurlashtirilgan fanlar. Davlat ta’lim standartlari.Arnpring.T 2001-yil. 3-tom.
- 5.**I.Isroilov, Z. Pashayev “Geometriya” I-qism. 2-nashri. T. 2010-yil
- 6.**S. Alixonov “ Geometriya darslarini umumlashtirish ” T. O’qituvchi. 1989-yil.
- 7.**F. X. Saydaliyeva, N. O. Eshpo’latov “ Matematika o’qitish metodikasi” dan laboratoriya mashg’ulotlari. TDPU. 2007-yil.
- 8.**A.A.Rahimqoriyev “Geometriya “ 8-sinf uchun darslik. T. 2010-yil.
- 9.**N.S. Saidahmedov “Pedagogik amaliyotda yangi texnologiyalarni qo’llash na’munalari” T. 2000-yil.
- 10.**J.G’. Yo’ldoshev,S.A. Usmonov “Pedagogik texnologiya asoslari” T. O’qituvchi 2004-yil.
- 11.**A. V. Pogorelov “ Geometriya” 7-11-sinf darsligi. T. 1991-yil.
- 12.**A.H. Azizxodjayeva “Pedagogik texnologiya” TDPU, 2003-yil.
- 13.**I.Isroilov, Z. Pashayev “Geometriya” II-qism. 2-nashri. T. 2010-yil
- 14.** Sh. Ayupov va boshqalar “Akademik litseylar uchun o’quv dasturi (algebra va matematik analiz asoslari).
- 15.** O’rta maxsus kasb-hunar ta’limining davlat ta’lim standartlari.
- 16.** A.U Abduhamidov ,H.A Nasimov, U.M Nosirov, J.H Husanov “Algebra va matematik analiz asoslari” T.O’qituvchi 2010-yil . 1-2-qism.
- 17.** D.I Yunusova “Matematika o’qitishning zamonaviy texnologiyalari” Toskent 2010-yil.

18. Ходиев В., Голиш Л. Mustaqil o‘quv faoliyatini tashkil etish uslub va vositalari. Toshkent, 2007.
19. Погорелов А. Геометриya, 10-sinf. O‘qituvchi, 2004.
20. Yo‘ldoshev J.G‘., Usmonov S.A. “Pedagogik texnologiya asoslari”. -T.: “O‘qituvchi”, 2004.
21. Ziyomammedov B., Tojiev M. Pedagogik texnologiya-zamonaviy o‘zbek milliy modeli.-T.: “Lider Press”, 2009.-104 bet.
22. <http://www.ziyonet.uz/ru/library/libid/10400>
23. <http://graphfunk.narod.ru>
24. <http://www.neive.by.ru>
25. <http://www.problems.ru>
26. <http://zadachi.mccme.ru>

Ilova.

1. Aksioma – axsioma
2. Arifmetika-Arithmetik
3. Interfaol-Interval
4. Texnologiya-TeXnologiy
5. Matematika-Mathematics.
6. Metod-A method.
7. Xulosa-Eoncension
8. Misol-Exercise
9. Qo'shish-add
10. Ilova-Index
11. Mundarija-Content
12. Natija-Lemma
13. Masala-A problen
14. Son-Number
15. Ko'paytirish-multiplication
16. Funksiya-Function
17. Formula-Formula
18. Teorema-Theorem
19. Aksioma-Axsioma
20. Bilim-Knovledge
21. O'qish-Training
22. Axborot texnologiyalari-Information
23. Yig'indi-Addition
24. Baholash-Evaenation.
25. Zaruriy va yetarli shart-necessary and sufficient condition.
26. Yoy-Arc
27. Yechish-Solve
28. Yechimlar to'lami-Solution set
29. Yechim-Decision

30. Yechim (masalaning)-Solution (of a problem)
31. Yechim-Decision
32. Xossa-Propert.
33. Uchburchak- triangle
34. Trapetsiya-Trapezoid
35. Trigonometrik funksiya-Trigonometrik function
36. Trigonometrik-trigonometric
37. Trigonometriya- trigonometry
38. Tub ko'paytuvchilarga ajratish-prime factorization
39. Tub son-Prime number
40. To'plam-set
41. To'plamlar nazariyasi-set theory
42. To'rtburchak-tetragon
43. Tekislik-Plane
44. Tekshirish-Verify
45. Tasdiq-Statement
46. Tasdiq(jumla)-proposition
47. Ta'riflash- Define
48. Planometriya-Plane geometry
49. Logarifm-Logarithm
50. Kompleks son-Complexs number
51. Kompleks sonning absalut qiymati-Absolute value of a complex number
52. Matematika o'qitish metodikasi-The methods of the teaching mathematics.

