

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM
VAZIRLIGI NIZOMIY NOMIDAGI TOSHKENT DAVLAT PEDAGOGIKA
UNIVERSITETI FIZIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

“Himoyaga ruxsat etilsin”

Fakultet dekani, f.-m.f.n.

_____ G'.F.Djabbarov
“ _____ ” _____ 2014 yil

5140100-“Matematika” ta'lim yo'nalishi 4-kurs talabasi

TURSUNOVA Nodira Oripovnaning

**“TOPOLOGIK FAZODA OCHIQ VA YOPIQ TO'PLAMLAR TUZILISH
STRUKTURASI ” mavzusidagi**

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Talaba: _____ N.O.Tursunova

Ilmiy rahbar: “Matematika va uni
o'qitish metodikasi” kafedrası,
dotsenti f.-m.f.n. _____ T.Jo'rayev

Taqrizchilar:

“Matematika va uni o'qitish
metodikasi” kafedrası professori,
f.-m.f.d. _____ R.Beshimov

O'zMU “Geometriya” kafedrası
dotsenti _____ J.Aslonov

“Himoyaga tavsiya etilsin”

“Matematika va uni o'qitish metodikasi”
kafedrası mudiri,

f.-m.f.d. _____ R.Beshimov “
_____ ” _____ 2014 yil

Toshkent 2014 yil

Mundarija.

Kirish.....	3
I-Bob.Topologik fazolar va undagi amallar.	
1.1§.To'plamlar quvvati va quvvatlar ustida amallar.....	11
1.2§.Topologik fazolar.Misollar.....	14
1.3§.Metrik fazolar.Misollar.....	18
II-Bob.Topologik fazolarda ochiq va yopiq to'plamlar tuzilish strukturasi	
2.1§.Topologik fazolarda ochiq to'plamlarning tuzilishi.....	25
2.2 §.Topologik fazolarda yopiq to'plamlarning tuzilish strukturasi.....	29
2.3 §To'g'ri chiziq va tekislikda(tabiiy topologiyada) ochiq va yopiq to'plamlar tuzilishi. Kantor to'plami. De morgan formulalari.....	37
Xulosa.....	42
Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.....	43
Ilova.....	44

KIRISH

«Taraqqiyot taqdirini ma'naviy jihatdan yetuk odamlar hal qiladi. Texnikaviy bilim, murakkab texnologiyani egallash qobiliyati ma'naviy barkamollik bilan, mustaqil tafakkur bilan birga borishi kerak. Aqliy zakovat va ruhiy - ma'naviy salohiyat - ma'rifatli insonning ikki qanotidir».

I.A.Karimov

Mavzuning dolzarbligi. O'zbekiston Respublikasi mustaqil huquqiy demokratik davlat, erkin fuqarolik jamiyat qurish yo'lida ulkan ishlar olib borilib, inson mohiyatining yangidan ochishga, uni o'zligini anglashga, imkoniyatlarni ro'yobga chiqarishga va ma'naviy intellektual, aqliy – amaliy rivojlanishga yangi shart-sharoitlar yaratib berishdi.

Ta'lim mazmunini ijtimoiy xayot va texnika taraqqiyoti bilan bog'lash orqali o'quvchilarni ongli ravishda kasbga yo'naltirish, o'rta maxsus ta'lim mussalarida ya'ni akademik litsey va kasb-xunar kollejlarida o'qishni davom ettirish uchun zamin tayyorlashdan iborat.

2009 yili mamlakatimiz hayotida haqiqatan ham ulkan tarixiy ahamiyatga ega bo'lgan eng muhim ijtimoiy dasturlar Kadrlar tayyorlash milliy dasturi va Maktab ta'limini rivojlantirish Davlat umummilliy dasturining ijrosi amalda nihoyasiga etkazildi. 9 yillik umumta'lim maktab bosqichini va 3 yillik o'rta maxsus, kasb - hunar ta'lim bosqichini o'z ichiga olgan uzluksiz yaxlit ta'lim tizimi yaratildi.

Bir so'z bilan aytganda, farzandlarimizga umumiy ta'lim bilan birga, zamonaviy kasb - hunarlarga ega bo'lish imkonini beradigan 12 yillik ta'lim tizimiga o'tish yakunlanmoqda.

Shular qatorida Davlat Ta'lim Standartlarini, o'quv dasturlari va o'quv adabiyotlarini takomillashtirish, oliy va o'rta maxsus ta'lim tizimida ta'lim yo'nalishlari va mutaxasislarni bugungi kun talablari nuqtai nazaridan qayta ko'rib chiqish zarur.

Shuningdek, o'quv jarayoniga yangi axborot va pedagogik texnologiyalarni keng joriy etish, bolalarimizni komil insonlar etib tarbiyalashda jonbozlik ko'rsatadigan o'qituvchi va ustozlarga e'tiborimizni yanada oshirish, qisqacha aytganda, ta'lim-tarbiya tizimini sifat jihatidan butunlay yangi bosqichga ko'tarish diqqatimiz markazida bo'lishi darkor.

Aytish kerakki ta'lim sohasida zamonaviy axborot va kompyuter texnologiyalari, internet tizimi, raqamli va keng formatli telekommunikatsiyalarning zamonaviy usullurini o'zlashtirish, bugungi taraqqiyot darajasini belgilab beradigan bunday ilg'or yutuqlar nafaqat maktab, litsey va kollejlarda, oliy o'quv yurtlariga, balki har qaysi oila hayotiga keng kirib borishi uchun zamin yaratishning ahamiyatini chuqur anglab olishimiz lozim.

Kadrlar tayyorlash milliy modelini [1,2] hayotga joriy qilishda talabalarni fan va o'quv fanlarini egallashda umum pedagogik amaliy asoslar bilan qurollantirishni maqsad qilib qo'ydi. Oliy o'quv yurtlari, **AL** va **KHK**larida har bir o'quv fanining alohida soha sifatida rivojlantirish pedagogik ta'minotni yaratish

hozirgi kunning dolzarb masalasidir. Shuni nazarda tutgan holda ushbu bitiruv malakaviy ishda yoshlarning komil inson bo'lishida maktab, kasb-hunar kolleji va akademik litseylar roli, mehnat va kasb tarbiyasi, ta'lim nazariyasi va pedagogik texnologiya haqida fikr yuritiladi.

Mamlakatimiz kelajagi uchun oliy majlisning IX sessiyasida qabul qilingan „Kadrlar tayyorlash bo'yicha milliy dastur“ning amalga oshirilishi juda muhim ahamiyatga ega. Amalga oshirilayotgan barcha islohatlarning taqdiri shu masalaga ya'ni kadrlar tayyorlashga chambarchas bog'langanligini biz aniq va ravshan anglab olishimiz kerak. O'zini shu mamlakatning haqiqiy vatanparvari deb biladigan har bir kishi bu dasturni amalga oshirishga o'z mehnatini, ulushini qo'shadi. (Islom Karimov)

Muqaddas zaminda yashayotgan har qaysi inson vatan istiqboli, uning ravnaqi va kelajagi uchun kurashishi lozim. Mustaqil mamlakatimizga mustaqil fikrlaylaydigan ijodkor kadrlar zarur. Hozirgi zamon matematikasining amaliy faoliyatiga zarur kirishib borish uchun fan texnika va iqtisodda qo'llanilishi bilan xarakterlanadi. Boshqacha aytganda matematika amaliy masalalarni yechishda metodologik asos bo'lib qoladi. Mamlakatimiz kelajagi uchun oliy majlisning I-sessiyasida qabul qilingan kadrlar tayyorlash bo'yicha milliy dasturning amalga oshirilishi juda muhim ahamiyatga ega. Mamlakatimizda butunlay yangi turdagi ta'lim muassasalarini tashkil qilishi, malakali mutaxasislarni tayyorlash mazmuni yangidan shakllantirilishi davr talabidir.

„Kadrlar tayyorlash milliy dasturida ta'lim muassasalarining moddiy texnika va axborot bazasini mustahkamlash, o'quv tarbiya jarayonini yuqori sifatlar o'quv adabiyotlari bilan ta'minlash dolzarb vazifalar qatorida belgilanadi. Ta'lim muassasalari, ta'lim –tarbiya jarayonining samaradorligini oshirish Ilm fanning so'nngi yutuqlarini amalga joriy etish orqali ijodkor, ijtimoiy

faol ma'naviy boy har tomonlama bilimdon milliy va umuminsoniy qadryatlar ruhida tarbiyalangan ijodiy va mustaqil fikr yurita oladigan barkamol shaxsni kamolga yetkazish kabi qator vazifalar amalga oshirilishi lozim.

O'zbekiston Respublikasi Oliy Majlisining 1997 yil 29 avgustdagi IX sessiyasida qabul qilingan "Ta'lim to'g'risida"gi qonun va "Kadrlar tayyorlash milliy dasturi"da oliy ta'lim oldidagi bir qator muhim vazifalar belgilab berilgan. Jumladan, ta'limning fan va ishlab chiqarish bilan integrasiyasi mexanizmlarini rivojlantirish, uni amaliyotga joriy etish, o'qishni, mustaqil bilim olishni individuallashtirish hamda masofaviy ta'lim tizimi texnologiyasini, uning vositalarini ishlab chiqish, o'zlashtirish, yangi pedagogik va axborot texnologiyalari asosida o'quvchi va talabalarni o'qitishni jadallashtirish ana shunday dolzarb vazifalar sirasiga kiradi. Ushbu vazifalarni bajarish mavjud pedagogik jarayonlarni takomillashtirishni, uni hozirgi zamon o'quvchi va talablariga mos rivojlantirishni, xususan oliy pedagogik ta'lim paradigmasini zamonaviy pedagogik va axborot texnologiyalarini o'zlashtirishga, pedagogika oliy ta'lim muassasalarida kasbiy tayyorgarligi yuqori bo'lgan pedagog kadrlarni tayyorlashga yo'naltirishni taqozo etadi.

Respublikamizda "Kadrlar tayyorlash milliy dasturi" talablarini bajarish davom etmoqda. Uni muvaffaqiyatli davom ettirishda ta'limning yangi uslublari va axborot texnologiyalaridan foydalanish ham muhim o'rin tutadi.

Vazirlar mahkamasining "Kompyuterlashtirishning yanada rivojlantirish va axborot kommunikasiya texnologiyalarini joriy etish chora tadbirlari to'g'risida"gi qarorini hayotga tadbqiq etish, respublika o'quv muassasalaridagi kompyuter texnikasidan samarali foydalanish, o'quv metodik adabiyotlarni va pedagogik dastur vositalarining o'quv jarayonida qo'llash, ijodkor o'qituvchi hamda o'quvchi talabalarni aniqlash va ularning ishlarini ommaviylashtirish, o'qitishni takomillashtirish, mazmunan boyitishga qaratilgan o'quv pedagogik dasturlarni

yaratish va targ'ibot qilishga olimlar, mutaxassislarni jalb etish ayni vaqtda dolzarb masaladir.

"Kadrlar tayyorlash milliy dasturi"da ma'lum soxani tubdan islox qilish orqali rivojlangan demokratik davlatlar darajasida yuqori malakali kadrlar tayyorlash milliy tizimni yaratish maqsad qilib quyilgan.

Ilm-fan taraqqiy etayotgan zamonaviy jamiyatda rivojlangan axborot-kommunikasiya tizimlari vositasida turli fan soxalarida yaratilgan yutuqlarning tez yangilanib borishi ta'limda yangi axborot texnologiyalaridan foydalanish, o'quv jarayoniga kompyuterli o'qitish va nazorat qilish texnologiyalarini ishlab chiqish va qo'llash vazifasini qo'yadi. Mamlakatimiz o'quv yurtlariga kirib kelayotgan zamonaviy kompyuterlardan foydalanish, elektron darsliklar yaratish, dars jarayonlarini virtuellashtirish, o'qitishda virtual va multivositalardan foydalanish, ta'limning virtual bazasini yaratish kabi vazifalar qo'yilmoqda. Kompyuterlarning ta'lim-tarbiya sohasidagi ahamiyati beqiyosdir. Darslarda kompyuter vositalari: multimediyalar, virtual laboratoriyalar va virtual ko'rgazmalarning qo'llanilishi dars samaradorligini oshirishning yana bir omili bo'lib xizmat qiladi. O'qitishning kompyuter texnologiyasi, kompyuterning inson individual qobiliyatlariga mosligiga tayanadi. O'qitish jarayonini optimal darajada tezkor boshqarish imkoniyati mavjudligi, bu o'qitishning turining universal muloqoti ko'rinishida ekanligi, psixologik qulayliklari, o'qitishning cheklanmaganligi bilan ajralib turadi.

"Kadrlar tayyorlash" tizimini rivojlantirishning asosiy yo'nalishlaridan biri ta'limning uzluksizligini ta'minlashdan iboratdir. Uzluksiz ta'lim kadrlar tayyorlash tizimining asosi. O'zbekiston Respublikaning ijtimoiy-iqtisodiy taraqqiyotini ta'minlovchi, shaxs, jamiyat va davlatning iqtisodiy, ijtimoiy ilmiy-texnikaviy va ma'daniy ehtiyojlarini qondiruvchi ustuvor sohadir.

Uzluksiz ta'lim ijodkor, ijtimoiy faol, ma'naviy boy shaxs shakllanishi va yuqori malakali raqobatbardosh kadrlar ildam tayyorlanishi uchun zarur shart-sharoitlar yaratadi.

Zero, Prezidentimiz Islom Karimov aytganlaridek “Ta’lim tizimini isloh qilish va vazifalarini muvaffaqiyatli hal etilsa, ijtimoiy siyosiy iqlim keskin o’zgaradi, odamlar ongida demokratik qadriyatlar qaror topadi. Inson jamiyatdagi o’rnini ongli ravishda o’zi belgilaydi”.

Ta’lim jarayonida xozirgacha bo’lgan davrdagi matematikadan, xususan, geometriya va algebra fani bo’yicha yaratilgan ko’rgazmali va elektron ko’rgazmali qurollarni tahlil qilgan xolda o’quvchilar uchun qulay bo’lgan, ham nazariy bilim beradigan, ham amaliy ko’nikmalarni xosil qiladigan, geometrik shakllar haqida tasavvurlarni boyitadigan, o’z-o’zini sinab ko’rish imkoniga ega bo’lgan elektron qo’llanma yaratish dolzarb masaladir.

Prizidentimiz I.A.Kaimovning aytganlaridek “Bugun biz tarixiy bir davrda xalqimiz o’z oldiga ezgu va ulug’ maqqsadlar qo’yib, tinch osoyishta hayot kechirayotgan, avvalambor o’z kuch va imkoniyatlariga tayanib, demoktatik davlat va fuqarolik jamiyati qurish yo’lida ulkan natijalarni qo’lga kiritayotgan bir zamonda yashamoqdamiz.

Ana shu haqiqatni xalqimiz har tomonlama to’g’ri tushunib, tanlagan taraqqiyot yo’limizni ongli ravishda qabul qilgani va qo’llab-quvvatlayotgani oldimizga qo’ygan maqqsadlarga erishishning asosiy manbai va garovi ekanini hayotning o’zi tasdiqlamoqda. [1] 3-bet.

Bundan ko’rinb turubdiki bizga berilayotgan e’tibordan unumli foydalanish biz yoshlarning vatan oldidagi burchimiz hisoblanadi. Jumladan, yosh avlodga qaratilayotgan e’tiborni ta’lim tiziniga berilayotgan e’tibor zamirida ko’rishimiz mumkin. Yurtboshimiz olg’a surgan O’zbekiston ijtimoiy-iqtisodiy rivojlanishining beshta tamoyili bizga ma’lum. Ularning birida islohotlarni bosqichma-bosqich amalga oshirish belgilangan. “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi” ni ham mazkur prinsipga asosan, uch bosqichda amalga oshirish mo’ljallangan. Har bir bosqichning o’z oldiga qo’ygan aniq vazifalari bor.

O'tish davrini o'zga qamrab olgan mazkur bosqich 1997-2001 yillarni o'z ichiga oladi. Milliy dastur qabul qilinganidan keyin o'tgan davr mobaynida unda belgilangan vazifalarni hayotga tatbiq etish borasida muayyan ishlar amalga oshirildi. Yangi tizimning huquqiy asoslari yaratildi. Umumiy o'rta ta'lim, o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi to'g'risidagi nizom, umumiy o'rta-ta'limning davlat standartlari, o'quv predmetlari bo'yicha zamonaviy talablarga javob beruvchi dasturlar va meyoriy hujjatlar amalda qo'llash uchun kiritilgani ana shu ishlar jumlasidandir. Har bir hududning ijtimoiy-iqtisodiy rivojlanish istiqbollari, kadrlar bilan ta'minlovchi mazkur ta'lim muassasalarining joylashtirilishi, ularni moddiy va moliyaviy ta'minlashning 1999-2005 yillarga mo'ljallangan dasturi ishlab chiqildi. Bu borada akademik litsey va kasb-hunar kolliijlarini qayta rekonstruksiya qilish, ta'mirlash yangidan qurish zaruriyatidan kelibb chiqqan holda ularning moddiy bazasini ta'minlash masalalari o'z yechimini topdi.

Va nihoyat, uchinchi bosqichda (2005 yildan keyin) kadrlar tayyorlash tizimini takomillashtirish va yanada rivojlantirish jarayonini amalga oshirimoqdamiz [2] 62-64 betlar.

“Kadrlar tayyorlash” tizimini rivojlantirishning asosiy yo'nalishlaridan biri ta'limning uzluksizligini ta'minlashdan iboratdir. Uzluksiz ta'lim kadrlar tayyorlash tizimining asosi. O'zbekiston Respublikaning ijtimoiy-iqtisodiy taraqqiyotini ta'minlovchi, shaxs, jamiyat va davlatning iqtisodiy, ijtimoiy, ilmiy-texnikaviy va ma'daniy ehtiyojlarini qondiruvchi ustuvor sohadir.

Uzluksiz ta'lim ijodkor, ijtimoiy faol. Ma'naviy boy shaxs shakllanishi va yuqori malakali raqobatbardosh kadrlar ildam tayyorlanishi uchun zarur shart-sharoitlar yaratadi. [3] 43-bet

Zero, prezidentimiz Islom Karimov aytganlaridek “Ta'lim tizimini isloh qilish va

vazifalarini muvaffaqiyatli hal etilsa, ijtimoiy siyosiy iqlim keskin o'zgaradi, odamlar ongida demokratik qadriyatlar qaror topadi. Inson jamiyatdagi o'rnini ongli ravishda o'zi belgilaydi". [2] 78-bet.

BMI maqsadi:

Topologik fazoda ochiq va yopiq to'plamlarning tuzulish strukturasi .

BMI obyekti:

Topologik fazoda ochiq va yopiq to'plamlarning tuzulish strukturasi o'rganishdan iborat.Uning tadbiqu sifatida to'g'ri chiziqda ochiq va yopiq to'plamlarning tuzilish strukturasi o'rganish.

BMI vazifalari:

- Metrik fazo va xossalari;
 - Topologik fazo, misollar;
 - To'plamlar quvvati va quvvatlar ustida amallar.
 - Topologik fazolarda ochiq va yopiq to'plamlarning tuzilishi.
- To'g'ri chiziq va tekislikda (tabiiy topologiyada) ochiq va yopiq to'plamlar tuzilishi.Bu vazifalarni bajarish jarayoni bitiruv malakaviy ishimning tarkibiy tuzilmasini belgilab beradi. Unga ko'ra BMI kirish, ikkita bob, oltita paragraf, xulosa va foydalanilgan adabiyotlardan iborat bo'libsahifani tashkil qiladi.

I-§. To'plamlar quvvati va quvvatlar ustida amallar.

Agar X va Y to'plamlar cheksiz to'plamlar bo'lsa, ularni bir xil sondagielementlardan iborat ulkan to'plam deyish mumkin.

1.1.1.ta'rif. X va Y to'plamlar teng quvvatli yoki ekvivalent deyiladi, agar ular orasida o'zaro bir qiymatli moslik mavjud bo'lsa, va ular $X \sim Y$ ko'rinishida yoziladi.

Bu ta'rifdan ko'rinadiki, chekli elementli to'plamlar ekvivalent bo'lishi uchun bir xil sondagi elementlardan tashkil topgan bo'lishi zarur va yetarlidir. Ekvivalent cheksiz to'plamlar uchun elementlar soni bir xil ekvivalent bo'lmaganlari uchun har xil ekan. Ekvivalent bo'lmagan cheksiz to'plamlar cheksiz to'plamlar mavjudmi? Bu savolga quyidagi teorema javob beradi.

Biz $\text{Exp}X = \{X_\alpha : X_\alpha \subset X, X_\alpha \neq \emptyset\}$ -bu X to'plamning barcha to'plamostilaridan tashkil topgan to'plamlarni belgilaymiz.

1.1.2.teorema.(G.Kantor) Hech qanday X to'plam $\text{Exp}X$ ga ekvivalent emas

Isbot. Har qanday $x \in X$ nuqta uchun $\varphi(x)$ ga tegishli ham $\varphi(x)$ ga tegishli bo'lmasligi ham mumkin. Quyidagi $A = \{x \in X : x \in \varphi(x)\}$ to'plamni olaylik.

Ma'lumki $A \in \text{Exp}X$, A to'plam uchun $A \notin \varphi(x)$ ni o'rinli ekanligini ko'rsatsak, $\varphi(x) \neq \text{Exp}X$ o'rinli bo'ladi. Ixtiyoriy $x \in X$ nuqtani olaylik.

Agar $x \in \varphi(x)$ bo'lsa, A ning aniqlanishiga ko'ra $x \in A$ bo'ladi.

Demak, $\varphi(x) \neq A$. Agar $x \notin \varphi(x)$ bo'lsa, u holda $x \in A$. Bundan

$\varphi(x) = A$. Demak, barcha $x \in X$ uchun $\varphi(x) = A$.

Bundan $A \notin \varphi(x)$ jumla isbotlandi. Место для формулы.

1.1.3.Natija. Ekvivalent bo'lmagan cheksiz to'plamlar mavjud.

Isbot. Ixtiyoriy cheksiz X to'plamni olaylik. U holda $\text{Exp}X$ ham cheksiz to'plamni tashkil qiladi. **Oldingi 1.1.1.teoremaga** asosan X ekvivalent emas $\text{Exp}X$ natija isbotlandi.

Shunday qilib, to'plamlar sinfidagi ekvivalentlik tushunchasi ekvivalentlik munosabatini vujudga keltirar ekan.

1.1.4.Jumla.Bizga ixtiyoriy X, Y, Z to'plamlar berilgan bo'lsin.U holda quyidagilar o'rinlidir

a) $X \sim X$

b) Agar $X \sim Y$ bo'lsa,u holda $Y \sim X$ bo'ladi.

v) Agar $X \sim Y$ va $Y \sim Z$ bo'lsa, u holda $X \sim Z$ bo'ladi.

1.1.5.misollar.

Biz A bilan juft natural sonlar to'plamini belgilasak,bu to'plam „ N ” ning „shaxsiy” to'plamostisidir. $\varphi:N \rightarrow A$ akslantirishni $\varphi(n)=2n$ formula orqali aniqlaymiz.Ma'lumki φ akslantirish o'zaro bir qiymatlidir. Demak, $A \sim N$ bo'ladi.

$\varphi(n)=n+1$ formula bilan aniqlaymiz. Bu $\varphi:N \rightarrow N^+$ ham o'zaro bir qiymatli bundan $N \rightarrow N^+$ o'rinli. Bundan ko'rinmoqdaki cheksiz to'plamlarning shaxsiy to'plamostisi uning o'ziga ekvivalent bo'lar ekan. Cheksiz to'plamlarning bu xususiyati ulardagi elementlari soni nazariyasi chekli to'plamlardan farqlanishini ko'rsatmoqda.Cheksiz to'plamlarda elementlari soni tengligi qanday manoga ega bo'ladi.

1.1.6.Ta'rif.Aytamizki, X to'lamning elementlari soni Y to'plamning elementlari sonidan kichik deyiladi,yoki X to'lamning quvvati Y to'plamning quvvatidan kichik deyiladi,agar Y da shunday Y' to'plamosti mavjud bo'lsaki, $X \sim Y'$ bo'lsa,lekin Y to'plam X ga ekvivalent bo'lmasa bunday holat $X < Y$ ko'rinishida yoziladi.Agar X va Y to'plamlar $X < Y$ va $X = Y$ tengliklarini kamida birortasi qanoatlantirsa, $X \leq Y$ ko'rinishida yoziladi va X ning quvvati Y ning quvvatidan katta emas deyiladi.Ravshanki,agar $A \subset B$ bo'lsa u holda $A \leq B$ bo'ladi.Ixtiyoriy A, B va C to'plamlar uchun agar $A \leq B$ va $B \leq C$ u holda $A \leq C$

1.1.7.teorema .Har qanday X to'plam uchun quyidagi ikki tengsizlik o'rinlidir.

a) $X < ExpX$

b) $X \leq X * X$

tabiiy ikkita savol tug'ildi.Qanday cheksiz to'plamlar uchun $X \leq Y$ yoki $Y \leq X$ ni yoza olmiz.Qanday X va Y to'plamlar uchun, $X \leq Y$ va $Y \geq X$ tengsizliklardan $X = Y$ tenglik kelib chiqadi.Bu ikki savollar ga javob sifatida quyidagi teoremani isbotsiz keltiramiz.

1.1.8.teorema.(Shryoder-Bernshteyn) Agar X va Y to'lamlar uchun

$X \leq Y$ va $Y \leq X$ o'rinli bo'lsa,quyidagi turli tuman natija va misollarga ega bo'lamiz.

Misol.1.1.9. $A = a, b$ kesma va $B = 0,1$ interval o'zaro

a) ekvivalentdir.

b) $A = a, b$ kesma va $B = 0,1$ yarim interval o'zaro ekvivalentdir.

v) $A = 0,1$ interval va R to'g'ri chiziq o'zaro ekvivalentdir.

1.1.10. Jumla Natural sonlar to'plami N ning ixtiyoriy M cheksiz to'plamostisi N ga ekvivalentdir.

1.1.11.Ta'rif. Natural sonlar to'plamining birorta to'plamostisiga ekvivalent to'plamga sanoqli to'plam deyiladi.Quyidagi jumalarni isbotsiz keltiramiz.

1.1.12.Jumla X va Y to'plamlar uchun $A \subset X, B \subset Y, A \sim B$ va $(X \setminus A) \sim (Y \setminus B)$ bo'lsa ,u holda $X \sim Y$ bo'ladi.

1.1.13.Jumla. Ixtiyoriy X va Y to'plamlar uchun $X \times Y \sim Y \times X$ o'rinlidir.

M to'plam barcha uchrashishi mumkin bo'lgan eng katta to'plamlar u holda bu to'plamda quyidagi shartlar bajarilishi kerak.

1) $X \in M \rightarrow X \in M, X = \{Y \sim X - o'zaro bir qiymatli \}$

2) $X \in M$ va $Y \subset X \rightarrow Y \in M$

- 3) Agar X to'plam $X \in M \rightarrow \text{Exp}X \in M$, $\text{Exp}X = \{Y \subseteq X : Y \neq \emptyset\}$, misol
 $X = \{1, 2, 3\}$ $\text{Exp}X = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$
- 4) Agar $X = \bigcup \{X_\alpha : \alpha \in A\}$, $\forall \alpha \in A, X_\alpha \in M$ va $A \in M \rightarrow X \in M$
- 5) Agar $X = \bigcap \{X_\alpha : \alpha \in A\}$, $\forall \alpha \in A, X_\alpha \in M$, $A \in M \rightarrow X \in M$
- 6) $\forall X \in M \rightarrow X \notin X$
- 7) Agar $X \in M$, $\forall y \rightarrow$ to'plam uchun $X \cap Y \in M$

M to'plamda ekvivalentlik munosabatini kiritsak, to'plamlarni ekvivalentlik sinflariga ajratib tashlaydi. $M = \{X : X \in M\}$

Bo'sh to'plam uchun koordinal son nol bo'ladi.

Koordinal son k desak $M \rightarrow N^* = \{0, 1, 2, \dots, n, \chi_1, \chi_2\}$

Alef nol N sonlarning koordinali $\emptyset \in M$ bo'lsa, $k(\emptyset) = 0$

$k(a_1 a_2 \dots a_m) = m$, $k\{N\} = \chi_0$, $k(\{a_1 a_2 \dots a_n \dots\}) = \chi_0$

$k([0, 1]) = c$ kontinum quvvatli to'plam $c = \chi_1$

$\chi_0, \chi_0 + 1, \dots$

$\chi_0 + 1 \neq \chi_0$, $\text{Exp}N = \chi_1$ $2^{\chi_0} = \chi_1$, $2^{\chi_1} = \chi_2$.

- 1) $\forall$ cheksiz to'plam o'zida sanoqli to'plamni saqlaydi.
- 2) $\forall$ cheksiz to'plam X $\text{Exp}X \cong X$ (XVIII-XIX asrlarda)
- 3) Ekvivalent bo'lmagan cheksiz to'plam doimo mavjud ekan.
- 4) $\forall X \in M$, $X < \text{Exp}X$
- 5) $\forall X \in M$, $X < X * X$

$A = (0, 1)$ $B = [0, 1)$ $C = (0, 1]$ $D = [0, 1]$

$A < B$

$A < C$

$A < D$

1.2-§.Topologik fazolar.Misollar.

Bu bobda topologiyaning asosiy obyektlari va topologik fazo ta'rifi beriladi, topologik fazoning asosiy tushunchalaridan biri bo'lmish topologik akslantirishlar mohiyati yoritiladi. Topologik fazolarni solishtirish, to'plamda turli topologiyalar mavjudligi, ochiq va yopiq akslantirishlar, topologik fazoda fazoostilar haqida, faktor fazo va ularning o'rinlari, inisial va final topologiyalar, filtr tushunchasi va umumlashgan yo'nalish (yoki umumlashgan ketma-ketlik) limiti, topologik fazo predmeti, topologik fazodagi asosiy invariantlar, to'plamda topologiyani kiritishning ba'zi yo'llari, topologik fazo bazasi va uning mohiyati, metrik fazo ta'rifi keltiriladi va metrik fazolarda ham topologiyaning kiritilishi haqida gap ketadi. Topologiyadagi inisial, final va indutsirlangan (sug'orilgan) topologiyalar xususida fikr yuritiladi. Qisqasi, bu bobda topologiya va topologik fazolarning asosiy tushunchalari o'rganiladi.

Ko'pgina matematik tushunchalar, ba'zida butun bir matematik nazariyalar vujudga kelishi bilan matematikadan tashqarida bir qancha vaqt davomida o'z tatbig'ini topmaydi. Jumboqli kompleks sonlar tarixi bunga yaqqol misol bo'ladi: ushbu sonlar bir necha yuz yillar mobaynida boshqa sohalarda qo'llanilmay, keyinchalik fizika va mexanikaga kirib keldi. Shunga o'xshab, matematikaning asosiy bo'g'ini bo'lmish geometriya fanini oladigan bo'lsak, bu sohada noevklid (Lobachevskiy) geometriyaning asosiy obyektlari — Lobachevskiy tekisligi va fazosi (Lobachevskiy tekisligi modeli) ham bir necha o'n yillar davomida o'z tatbig'ini topmagan.

Shunga o'xshash sohalardan yana biri **Evklid geometriyasi, Lobachevskiy geometriyasi, zamonamiz geometriyasi**, qolaversa, zamonaviy matematikaning bir bo'limi, hosilasi bo'lgan topologiya fanidir. Topologiya so'zining lug'aviy ma'nosi grekcha $\tau ο π ο ζ$ — joy (o'rin), $τ ο λ ο ζ$ — qonun so'zlaridan iborat.

Topologiya atamasini birinchi bo'lib Listing qo'llagan. Topologiya — matematikaning nisbatan “yosh” va muhim bo'limlaridan biridir. Topologiya fani geometriya va matematik analiz fanlarining qator fundamental faktlarini (tushunchalarini) umumiy nuqtai nazardan qayta ko'rib chiqish natijasida paydo bo'ldi.

Topologiya fan sifatida ilk marta XIX asrning oxirlarida buyuk fransuz matematigi Anri Puankare ishlarida shakllana boshlagan. U topologiyani “analysis situs” (lotinchadan tarjimasi — joy (o'rin) geometriyasi) tahlili deb nomlaydi. Bu

atamani esa, matematikaga birinchi bo'lib Riman olib kirgan. Keyinchalik bu atamalar bir so'z bilan *topologiya* deb atala boshlandi.

A. Puankare topologiya to'g'risida shunday degan edi: ***“O'zimga keladigan bo'lsak, oldinma-ketin kirib chiqqan turfa yo'llar meni analysis situs tomon boshlab keldi”.***

Bu o'rinda mashhur fransuz matematigi Andre Veylning topologiya xususida aytgan quyidagi so'zlari ham e'tiborga loyiqdir: ***“Har bir matematikning qalbini zabt etish ustida topologiya farishtasi bilan mavhum algebra shaytoni kurash olib boradi. Bu orqali, birinchidan, topologiyaning ajoyib jozibasi va go'zalligi namoyon bo'lsa, ikkinchidan, barcha zamonaviy matematikaning g'aroyib birikishi topologiya va algebraga eltishi ifoda etiladi”.***

Hozirgi zamon fanlarining rivojlanishida topologiyaning fizika, biologiya, ximiya va binobarin, geografiya fanlaridagi tatbig'i qo'llanilmoqda. Topologiyaning sehrli olamiga kirish mashaqqatlidir. Shu sababli topologiya fanining tushuncha, ta'rif va ma'lumotlarini puxta o'zlashtirish muhim. Oddiy topologik tushunchalar bizni o'rab turgan olamga nazar tashlaganda paydo bo'la boshlaydi. O'z-o'zidan tushunarliki, figuralarning geometrik xossalariga figura o'lchamlari, ularning joylashishi, burchaklarining ko'rinishi va hokazolar kiradi.

Bu geometrik xususiyatlardan tashqari, yana nimadir nazarimizdan chetda qolayotgandek tuyuladi. Masalan, geometrik chiziqlarning yopiq yoki yopiq emasligi, figuralarning “teshikli” yoki “teshiksiz”, cho'ziluvchan yoki cho'ziluvchan emasligi, geometrik figuralarning zanjirsimonligi yoki yo'qligi, bog'lamli chiziqlarning bog'ichli bo'lishi yoki bo'lmasligi, figuralarni yirtmasdan cho'zish yoki cho'zish mumkin emasligi kabi xossalarini inobatga oladigan bo'lsak, Evklid geometriyasidan sal tashqariga chiqishga to'g'ri keladi. Aynan shu o'rganish natijasida va shu kabi geometrik figuralarning xossalarini o'rganuvchi topologiya fani elementlari kirib kela boshladi.

A. Puankare nuqtai nazariga ko'ra, topologiya shunday fanki, u geometrik figuralarning sifatli xossalarini faqat uch o'lchamli fazoda emas, balki undan yuqori o'lchamli fazolarda ham o'rganishga yordam beradi. Geometrik figuralarning sifatli xossalari deganda, masalan, sferani rezina qobiq bilan qoplangan deb faraz qilib, uni yetarlicha siqishni yoki yetarlicha uzmasdan cho'zishni tushunish mumkin. Sferani bunday almashtirishlar topologik gomeomorfizm deb yuritiladi. Gomeomorfizm natijasida hosil qilingan har xil geometrik figuralar o'zaro gomeomorf deyiladi. Figuralarning sifatli xossalari bu

figuraga o'zaro gomeomorf bo'lgan barcha geometrik figuralarga tegishli bo'ladi. Bunday xossalar bir so'z bilan topologik xossalar deb ataladi.

Yuqoridagi misoldan ko'rinadiki, sferaning topologik xususiyati uning bir butunligi va bog'lamli ekanligidadir. Sferani chuqurroq o'rganishga, masalan, sfera bilan shar yoki doiraning harakati natijasida gomeomorfligini ko'rsatishga harakat qilsak, uning boshqa xususiyatlari ayon bo'ladi. Aslida bunday gomeomorfizm bo'lishi mumkin emas. Masalan, voleybol to'pi bilan velosiped kamerasi o'zaro topologik har xildir.

Ko'pgina matematik tushunchalar, ba'zida butun bir matematik nazariyalar vujudga kelishi bilan matematikadan tashqarida bir qancha vaqt davomida o'z tatbig'ini topmaydi. Jumboqli kompleks sonlar tarixi bunga yaqqol misol bo'ladi: ushbu sonlar bir necha yuz yillar mobaynida boshqa sohalarda qo'llanilmay, keyinchalik fizika va mexanikaga kirib keldi. Shunga o'xshab, matematikaning asosiy bo'g'ini bo'lmish geo-metriya fanini oladigan boisak, bu sohada noevklid (Lobachevskiy) geometriyaning asosiy obyektlari - Lobachevskiy tekisligi va fazosi (Lobachevskiy tekisligi modeli) ham bir necha o'n yillar davomida o'z tatbig'ini topmagan.

Shunga o'xshash sohalardan yana biri **Evklid geometriyasi, Lobachevskiy geometriyasi, zamonamiz geometriyasi**, qolaversa, zamonaviy matematikaning bir bo'limi, hosilasi bo'lgan topologiya fanidir. Topologiya so'zining lug'aviy ma'nosi yunoncha , - *joy (o'rin)*, *τοποζ* - *qonun* so'zlaridan iborat.

Topologiya atamasini birinchi bo'lib Listing qo'llagan. Topologiya - matematikaning nisbatan "yosh" va muhim bo'limlaridan biridir. Topologiya fani geometriya va matematik analiz fanlarining qator fundamental

faktlarini (tushunchalarini) umumiy nuqtai nazardan qayta ko'rib chiqish natijasida paydo bo'ldi.

Topologiya fan sifatida ilk marta XIX asrning oxirlarida buyuk fransuz matematigi Anri Puankare ishlarida shakllana boshlagan. U topologiyani "analysis situs" (lotinchadan tarjimasi - *joy (o'rin) geometriyasi*) tahlili deb nomlaydi. Bu atamani esa, matematikaga birinchi bo'lib Riman olib kirgan. Keyinchalik bu atamalar bir so'z bilan *topologiya* deb atala boshlandi.

A. Puankare topologiya to'g'risida shunday degan edi: **"O'zinga** keladigan bo'lsak, oldinma-ketin kirib chiqqan turfayo'Uar meni **"analysis**

situs” tomon boshlab keldi”.

Bu o‘rinda mashhur fransuz matematigi Andre Veylning topologiya xususida aytgan quyidagi so‘zlari ham e‘tiborga loyiqdir: “Har bir matematikning qalbini zabt etish ustida topologiya farishtasi bilan mavhum algebra shaytoni kurash olib boradi Bu orqali, birinchidan, topologiyaning ajoyib jozibasi va go‘zalligi namoyon bo‘lsa, ikkinchidan, barelta zamonaviy matematikaning g‘aroyib birikishi topologiya va algebraga eltishi ifoda etiladi”.

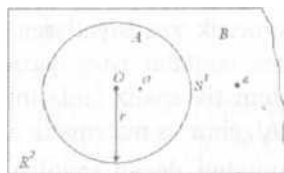
Hozirgi zamon fanlarining rivojlanishida topologiyaning fizika, biologiya, ximiya va binobarin, geografiya fanlaridagi tatbig‘i o‘rganilmoqda. Topologiyaning sehrli olamiga kirish mashaqqatlidir. Shu sababli topologiya fanining tushuncha, ta‘rif va ma‘lumotlarini puxta o‘zlashtirish muhim. Oddiy topologik tushunchalar bizni o‘rab turgan olamga nazar tashlaganda paydo bo‘la boshlaydi. O‘z-o‘zidan tushunarliki, figuralarning geometrik xossalariga figura o‘lchamlari, ularning joylashishi, burchaklarining ko‘rinishi va hokazolar kiradi.

Bu geometrik xususiyatlardan tashqari, yana nimadir nazarimizdan chetda qolayotgandek tuyuladi. Masalan, geometrik chiziqlarning yopiq yoki yopiq emasligi, figuralarning “teshikli yoki teshiksiz , cho‘zuvchan yoki cho‘ziluvchan emasligi, geometrik figuralarning zanjirsimonligi yoki yo‘qligi, bog‘lamli chiziqlarning bog‘ichli bo‘lishi yoki bo‘lmasligi, figuralarni yirtmasdan cho‘zish yoki cho‘zish mumkin emasligi kabi xossalarini inobatga oladigan bo‘lsak, Evklid geometriyasidan sal tashqariga chiqishga to‘g‘ri keladi. Aynan shu o‘rganish natijasida va shu kabi geometrik figuralarning xossalarini o‘rganuvchi topologiya fan. elementlari kirib kela boshladi.

д. Пуанкаре нуқтай назарига ко‘ра, топология шундай фанки, u метрик figuralarning sifatiy xossalarini faqat uch o‘lchamli fazoda emas balki undan yuqori o‘lchamli fazolarda ham o‘rganishga yordam beradi. Geometrik figuralarning sifatiy xossalari deganda, masalan, sferani rezina qobiq bilan qoplangan deb faraz qilib, uni yetarlicha siqishni yoki yetarlicha uzmasdan

choʻzishni tushunish mumkin. Sferani bunday aimashtirishlar topologik gomeomorfizm deb yuritiladi. Gomeomorfizm natijasida hosil qilingan har xil geometrik figuralar oʻzaro gomeomorf deyiladi. Figuralarning sifatli xossalari bu figuraga oʻzaro gomeomorf boʻlgan barcha geometrik figuralarga tegishli boʻladi. Bunday xossalari bir soʻz bilan topologik xossalari deb ataladi.

Yuqoridagi misoldan koʻrinadiki, sferaning topologik xususiyati uning blir butunligi va bogʻlamli ekanligidir. Sferani chuqurroq oʻrganishga, masalan, sfera bilan shar yoki doiraning harakati natijasida gomeomorfligini koʻrsatishga harakat qilsak, uning boshqa xususiyatlari ayon boʻladi. Aslida bunday gomeomorfizm boʻlishi mumkin emas. Masalan, voleybol toʻpi bilan velosiped kamerasi oʻzaro topologik har xildir. Koʻrgazmali tasavvurlardan maʼlum boʻladiki, doiraviy halqa doiraga gomeomorf emas. Chunonchi, figuralar teshiklari soni ham figuraning topologik xususiyatidir. Evklid tekisligi R^2 dagi markazi O nuqtada radiusi boʻlgan va r boʻlgan aylanani S^1 bilan belgilaylik (1.2.1 -rasm).



U holda $R^2 \setminus S^1$ toʻplam ikkita oʻzaro bir-birini toʻldiruvchi (S^1 ga nisbatan) ochiq A va B toʻplamlarga ajraladi, yaʼni $A \cup B = R^2 \setminus S^1$. S^1 ga nisbatan A -ichkarisi, B esa, tashqarisi desak, S^1 aylana A va B toʻplamlar oʻrtasida chegara - toʻsiq vazifasini oʻtamoqda. A toʻplamning ixtiyoriy $a \in A$ nuqtasi bilan B toʻplamning ixtiyoriy $b \in B$ nuqtasi orasida S^1 aylana bilan kesishmaydigan sodda uzluksiz yoʻl mavjudmi?

Toʻgʻri chiziqdagi $[0;1]$ kesmaning tekislikdagi **gomeomorf** obrazi (aksi) sodda uzluksiz yoʻl deb ataladi. Yuqoridagi savolning javobi: yoʻq . Haqiqatan ham, agar $p(x,y)$ bilan R^2 Evklid tekisligida ikki nuqta orasidagi masofani belgilasak, $\gamma : [0;1] \rightarrow R^2$ yoʻl boʻlsa, bu yerda $\gamma(0) = a$ va $\gamma(1) = b$. U holda $f(t) = p(\gamma(t), 0)$ funksiya ham $\gamma(t)$ uzluksiz boʻlgani uchun uzluksizdir va $f(0) <$

$r; f^{-1} > r$. Funksiyaning xossalriga ko'ra, ya'ni $a \in A; \exists f^{-1} = p^{-1} y^{-1}, 0 = p^{-1} a, 0 < r, f^{-1} = p^{-1} y^{-1}, 0 = p^{-1} b, 1 > r$, ya'ni $b \in B$.

Funksiyaning uzluksizligidan shunday t_0 nuqta topiladiki, bu nuqtada f funksiyaning qiymati r ga teng bo'ladi. Bundan esa, $y(t_0) \in S^1$. Demak, $\gamma([0,1]) \cap S^1 \neq \emptyset$. Ma'lum bo'ladi, A va B to'plamlarni tutashtiruvchi S^1 bilan kesishmaydigan uzluksiz yo'l mavjud emas ekan. Agar S^1 ning gomeomorf obrazini G orqali belgilasak, bunday chiziq yopiq sodda chiziq deb yuritiladi.

Shunday savol tug'iladi: $R^2 \setminus G$ to'plam o'zaro kesishmaydigan, chegaralari G dan iborat bo'lgan ochiq to'plamlarga ajraladimi? Topologiyaning chuqurroq tushunchalaridan foydalanib, Jordon bu savolga "ha" javobini beradi. Jordon teoremasi haqida risolamizning oxirgi boblaridan birida atroflicha to'xtalamiz.

Topologiyaning geometrik xususiyatlarga boy muhim yo'nalishlari - dan yana biri qo'zg'almas nuqtalar nazariyasidir. Qo'zg'almas nuqtalar nazariyasi algebra va matematik analiz fanlarining asosiy masalalari bilan chambarchas bog'liqdir. Algebra va matematik analizda $f(x) = 0$ (1) teng-lamaning yechimlari mavjudmi degan savolga duch kelamiz. Bu yerda $f(x)$ ko'phad yoki boshqa biror funksiya (1) tenglamaga ekvivalent.

$$f(x) + x = x \quad (2)$$

Agar $F(x) = f(x) + x$ deb belgilash kiritsak, ekvivalent $F(x) = x$ (3) tenglamaga ega bo'lamiz. Bu (3) tenglamaning yechimlari F akslantirishning qo'zg'almas nuqtasi deyiladi. Ushbu akslantirish birorta yopiq (Evklid fazosida), albatta, chegaralangan to'plamda qaralsa, qo'zg'almas nuqta mavjudligining mazmunli alomatlari hamda isbotlari bor.

Hozirgi kunga kelib topologiya matematik tadqiqotlarning mustahkam quroliga aylandi, uning tili esa, universal ahamiyat kasb ettirmoq Topologiyaning fizikada, mexanikada va boshqa fanlarda kompleks qo'lla-nishi fakt bo'lib qoldi. Fizikada ba'zi real holatlarni bayon qilishni topologiyasiz hal qilib bo'lmaydi. Teskari holatlar ham uchrab turadi, ya'ni fizikadagi ba'zi

muammolar topologiyaning rivojlanishiga ta'sir etmoqda.

Ixtiyoriy “tabiatli” bo‘sh bo‘lmagan X to‘plam va $\tau = U_\alpha: U_\alpha \subseteq X, \alpha \in A$ sistema (shu X to‘plamning to‘plamostilardan tashkil topgan) berilgan bo‘lsin.

1.2.1.1-ta’rif. Agar τ sistema(to‘plamostilar oilasi) quyidagi:

1) $\emptyset, X \in \tau$;

2) τ sistemaning ixtiyoriy sondagi elementlarining birlashmasi τ ga tegishli bo‘lsa, ya’ni $\forall A' \subset A$ uchun $U_{\alpha'} \in \tau; \alpha' \in A'$; $U_\alpha \in \tau$;

3) τ sistemaning ixtiyoriy chekli sondagi elementlari kesishmasi τ ga tegishli bo‘lsa, ya’ni $\forall \alpha_i \in A, i = 1, S \cap U_{\alpha_i} \in \tau$ $U_{\alpha_i} \in \tau$ shartlami qanoatlantirsa, τ sistema X to‘plamdagi topologiya, $(X; \tau)$ juftlik esa, birgalikda topologik fazo deyiladi.

$(X; \tau)$ topologik fazo tashkil qilsa, τ sistemaning elementlari ochiq to‘plamlar deb ataladi. Bu ta’rifdagi 1-3-shartlar topologiyaning yoki topologik fazoning aksiomalari deb yuritiladi. Ta’rifdan ma’lumki, X to‘plam qanday bo‘lishidan qat’i nazar, «topologik fazodagi ochiq to‘plamlar turlicha bo‘lishi mumkin ekan. Ko‘p hollarda, agar $(X; \tau)$ topologik fazo bo‘lsa, τ sistema topologik struktura, X to‘plam esa, $(X; \tau)$ topologik fazoning yoki topologiyaning ifodalovchisi — eltuvchisi deb ataladi.

1.3.2-misol. Ikki a va b elementlardan iborat X to‘plam berilgan deylik. τ sistema sifatida bo‘sh to‘plam, X to‘plamning o‘zini va $\{a\}$ dan tashkil topgan to‘plamlar oilasini olamiz, ya’ni $\tau = \emptyset: a; b, a$. Bu τ sistema ta’rifdagi 1-3-shartlarni qanoatlantirishi ravshan. Demak, $(X; \tau)$ juftlik topologik fazodir. Bu fazo topologik sodda qurilganiga qaramasdan, muhim va qiziqarli jihatlarga ega bo‘lganligi uchun maxsus nom bilan “bog‘lamli ikki nuqta” deb yuritiladi.

1.2.2- misolda, agar τ ni $\tau = \emptyset: a; b, a$ ko'rinishida olsak ham, sistema τ topologiya tashkil qiladi.

Yuqoridagi misollardan ko‘rinadiki, ixtiyoriy bo‘sh bo‘lmagan to‘plamga doimo turlicha topologiya kiritish, ya’ni aniqlash imkoni mavjuddir.

Topologiyalarning aniqlanishidan ma’lum bo‘lmoqdaki, ulardagi ochiq to‘plamlar ham turlicha bo‘lishi (topologiyaga qarab) mumkin ekan. Ya’ni. bir topologik

strukturaga nisbatan ochiq bo'lgan to'pamal n chi struktura nisbatan ochiq bo'lmashligi mumkin.

1.2.3-misol. X to'plam sifatida R^2 Evklid tekisligini olaylik. Ochik to'plam sifatida R^2 ning ixtiyoriy nuqtasi va markazi shu nuqtada bo'lgan radiusi yetarlicha kichik bo'lgan ochik doiralarni, bo'sh to'plamni qarasak, bu barcha ochik to'plamlar oilasi topologiya tashkil qiladi.

1.2.4-misol. Bo'sh bo'lmagan ixtiyoriy X to'plam berilgan bo'sin. Topologiya sifatida X to'plamning jami to'plamostilarini olaylik, ya'ni $\{U: U \subseteq X, U\text{-ixtiyoriy to'plamosti}\}$. Bu topologik struktura ham X da topologiya tashkil qiladi. Bu topologiya τ_1 , topologiya deb qabul qilingan. Bu (X, τ_1) topologik fazo diskret topologik fazo deyiladi.

X to'plamda τ va τ' topologiyalar aniqlangan bo'lsin. Agar τ ning ixtiyoriy U elementi uchun $u \in \tau$ ekanligidan $u \in \tau'$ ekanligi kelib chiqsa, τ topologiya τ' topologiyadan kuchsizroq (ojizroq) deyiladi. Bu holda τ' topologiya τ topologiyadan kuchliroq (ozg'in, maydaroq) deyiladi.

Yuqoridagi ta'rif va misollardan ko'rinadiki, bo'sh bo'lmagan X to'plamdagi ixtiyoriy τ topologiya uchun $\tau_0 < \tau < \tau_1$ munosabat o'rinlidir.

Bu yerda τ_0 topologiya X fazodagi antidiskret, τ_1 esa, diskret topologiyalardir.

Agar τ va τ' topologiyalarning har biri o'zida ikkinchisining biror qism to'plamlarini saqlasa, taqqoslanmaydigan topologiya deyiladi. Bu yerda τ_0 topologiya X fazodagi antidiskret, τ_1 esa, diskret topologilardir.

Ma'lum bo'ladiki, X to'plamda aniqlangan $\tau_1 < \tau_2$ munosabat barcha topologiyalar to'plamida qisman tartiblangan munosabatlar strukturasi hosil qiladi. Lekin bu tartib munosabatlar to'plami chiziqli tartiblangan emas, ya'ni ixtiyoriy ikki topologiyani doimo taqqoslab bo'lavermaydi. 1.3.6-misolda aniqlangan X to'plamdagi τ_1 topologiya diskret yoki maksimal topologiya deb yuritiladi.

X to'plamda aniqlangan τ_0 topologiya (1.3.2-misol) trivial yoki minimal topologiya deb ataladi.

Topologiyalar orasida yuqorida keltirilgan qisman tartiblangan munosabatlar to‘plamida eng kichik element — trivial topologiya va eng katta element — diskret topologiyalar bor ekan. Boshqacha aytganda, bu qisman tartiblanganlik munosabati quyidan va yuqoridan chegaralangandir.

$(X; \tau)$ topologik fazodagi ochiq to‘plam tushunchasi bilan yopiq to‘plam tushunchasi birgalikda keladi. Ya’ni, $U \in \tau$ bo‘lsa, u holda $X \setminus U$ — yopiq va aksincha, agar F yopiq to‘plam bo‘lsa, u holda $X \setminus F$ ochiq to‘plamdir.

To‘plamlar nazariyasidagi amallarning ikkilik tamoyiliga (prinsipiga) ko‘ra, agar X dagi barcha yopiq to‘plamlar jamlanmasini $F = \{F_\alpha : \alpha \in A\}$ deb olsak, bu jamlanma quyidagi shartlarni qanoatlantiradi: Birorta bo‘sh bo‘lmagan X to‘plamda ma’lum bir τ topologiyani kiritish uchun uning barcha ochiq to‘plamlarini ko‘rsatish doimo ham shart bo‘lavermaydi. Buning uchun uning biron-bir ochiq to‘plamlari jamlanmasini ko‘rsatish yetarlidir. Ochiq to‘plamlar jamlanmasi ma’lum bir xossalarga ega bo‘ladi. Bu xossalar shu τ topologiyaning bazasini aniqlaydi.

1.2.5-ta’rif. Agar X fazoning ixtiyoriy bo‘sh bo‘lmagan U ochiq to‘plami β jamlanmaga tegishli bo‘lgan elementlarning birlashmasidan iborat bo‘lsa, (X, τ) topologik fazoning ochiq to‘plamlaridan tashkil topgan β to‘plamlar jamlanmasi τ topologiyaning bazasi yoki fazoning bazasi deyiladi.

Ta’rifdan ma’lum bo‘ladiki, har bir (X, τ) fazo bazaga ega. Ma’lumki, barcha ochiq to‘plamlardan tashkil topgan jamlanma uning bazasini tashkil qiladi.

1.2.6-ta’rif. Agar x_0 nuqtaning shunday U atrofi topilganda, bu atrof bilan M to‘plamning kesishmasi faqat x_0 nuqtadan iborat, ya’ni $U \cap M = \{x_0\}$ bo‘lsa, X topologik fazoning x_0 nuqtasi M to‘plamostisining yakkalangan nuqtasi deyiladi.

(X, τ) topologik fazo va $x_0 \in X$ uning nuqtasi bo‘lsin.

1.2.7-ta’rif. Birorta x_0 nuqtaning (X, τ) fazodagi atrofi deb shunday $A(x) \subset X$ to‘plamostiga aytiladiki, u quyidagi ikki shartni qanoatlantiradi:

- 1) $x \in A(x)$;
- 2) shunday $U \in \tau$ topiladiki, $x \in U \subset A(x)$.

Bu ta’rifdan ko‘rinadiki, (X, τ) topologik fazoning ixtiyoriy x_0 nuqtasi uchun X to‘plamning o‘zi atrof bo‘la oladi.

Birorta nuqtaning barcha atroflaridan tashkil topgan to‘plamlar oilasiga kelsak, bu oila quyidagi xossalarga egadir:

1) ixtiyoriy sondagi elementlarining birlashmasi yana X ning atrofidan iborat bo‘ladi;

2) ixtiyoriy chekli sondagi elementlarining kesishmasi yana x ning atrofi bo‘ladi;

3) x nuqtaning birorta atrofini o‘zida saqlagan ixtiyoriy to‘plam x nuqtaning atrofi bo‘ladi.

Shuni ta’kidlashimiz kerakki, X fazo birorta nuqtasining ochiq atrofi deb shu nuqtani o‘zida saqlagan ixtiyoriy ochiq to‘plamga aytiladi.

1.2.8-teorema. (X, τ) topologik fazoda A to‘plam ($A \neq \emptyset$) ochiq to‘plam bo‘lishi uchun mazkur A to‘plam har bir nuqtasining atrofini o‘zida saqlashi zarur va yetarlidir.

Topologik fazo bazasi ta’rifidan va nuqtaning atrofi tushunchasidan ayon bo‘ladiki, fazoning barcha yakka-langannuqtlari (agar shunday nuqtalar mavjud bo‘lsa) baza elementlari safiga kirar ekan.

1.2.9-teorema. (X, τ) topologik fazoning ochiq to‘plamlaridan tashkil topgan β jamlanma fazoning bazasi bo‘lishi uchun ixtiyoriy $x \in X$ nuqtaning atrofi U uchun shunday $V \in \beta$ topilib, $x \in V \subset U$ shart bajarilishi zarur va yetarlidir.

Bu teoremadan ma’lum bo‘ladiki, topologik fazo bazasi quyidagi ikki xossaga ega:

1⁰. β jamlanmaga tegishli barcha elementlarning birlashmasi butun X fazodan iborat.

2⁰. β jamlanmaning ixtiyoriy ikki elementi U, V va ixtiyoriy $x \in U \cap V$ uchun shunday $W \in \beta$ topiladiki, $x \in W \subset U \cap V$ shart o‘rinli bo‘ladi.

Shunday qilib, bu ikki xossadan ko‘rinadiki, birorta β ochiq to‘plamlar sistemasi β, X fazoning bazasi bo‘lishi uchun yuqoridagi ikki xossaga ega bo‘lishi zarur ekan. Bu ikki xossa X to‘plamdagi topologiyani bazasini to‘la xarakterlaydi. Demak, baza orqali ham topologiyani kiritish mumkin ekan.

1.3-§.Metrik fazolar.Misollar.

Matematikaning ko'p qo'llaniladigan tushunchalaridan biri metrik fazo tushunchasidir. Bu tushuncha matematikaga birinchi bor fransuz matematigi M. Freshe tomonidan 1906-yilda kiritildi.

Metrik fazo - bu biror bo'sh bo'lmagan to'plamdagi ikki element (nuqta) orasidagi masofani aniqlash ma'lum demakdir. Bu ikki nuqta orasidagi masofani aniqlash amali ma'lum bir shartlarni (aksiomalarni) qanoatlantirishi shart bo'ladi. Bu shartlar masofa (yoki metrika) aksiomalari deb yuritiladi. Metrik fazo matematikaning deyarli barcha sohalariga tatbiq etiladi. Qolaversa, barcha fanlarda ham turli-tuman ko'rinishda ishlatiladi. Fazoda (to'plamda) ikki nuqta orasidagi masofa ma'lum bo'lsa, nuqtalarning o'zaro "yaqin"ligini, nuqta va to'plamning, qolaversa, ikkita to'plam (figura) "yaqin"ligini aniqlasa bo'ladi. Buning, fazoning, figuralarning turli geometrik xossalarni o'rganishda muhim ahamiyatga egadir.

Bo'sh bo'lmagan X to'plam va R haqiqiy sonlar to'plami berilgan bo'lsin.

1.3.1.-ta'rif. Agar quyidagi shartlar o'rinli bo'lsa, $\rho: X \times X \rightarrow R$ akslantirish X to'plamda metrika deyiladi:

$$(\rho 1). \forall x, y \in X, \rho(x, y) \geq 0;$$

$$(\rho 2). \rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y;$$

$$(\rho 3). \rho(x, y) = \rho(y, x), \forall x, y \in X \text{ (simmetriklik aksiomasi);}$$

$$(\rho 4). \rho(x, y) + \rho(y, z) \geq \rho(x, z) \quad \forall x, y, z \in X \text{ (uchburchak aksiomasi).}$$

Agar X to'plam va ρ akslantirish metrika tashkil qilsa, ular birgalikda metrik fazo deyiladi va (X, ρ) ko'rinishda yoziladi. Metrikani (X, ρ) metrik fazoda ikki element yoki ikki nuqta orasidagi masofa deb tushuniladi.

1.3.2-misol. X to'plam sifatida R^1 - sonlar to'g'ri chizig'i yoki X - haqiqiy sonlar to'plami R^1 ni olsak hamda ixtiyoriy x va y sonlar uchun $\rho(x, y) =$

$x - y$ desak, u holda, ma'lumki, bu ρ metrikaning hamma aksiomalarini qanoatlantiradi. Demak, $(R^1, x - y)$ metrik fazo tashkil qiladi.

1.3.3-misol. R^n - ko'p o'lchovli sonlar fazosi. X sifatida

$\{x = x_1, \dots, x_n : x_i \in R^1, i = \overline{1, n}\}$ ko'rinishdagi to'plamni olaylik. Bu to'plamning ikki x va y elementlari orasidagi metrikani (masofani)

$\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} = \sqrt{x_1 - y_1 + \dots + x_n - y_n^2}$ formula bilan aniqlaymiz, bu yerda $x = (x_1, \dots, x_n) \in X$, $y = (y_1, \dots, y_n) \in X$.

Ma'lumki, bu ρ metrika tashkil qiladi. Bu fazo n o'lchovli sonlar fazosi deb yuritiladi va R^n ko'rinishda belgilanadi.

Xususiylashtirish holda, agar $n = 2$ bo'lsa, R^2 da Evklid tekisligidagi metrika $\rho(x, y) = \sqrt{x_1 - y_1^2 + x_2 - y_2^2}$, $n = 3$ bo'lsa, R^3 da Evklid fazosidagi metrika $\rho(x, y) = \sqrt{x_1 - y_1^2 + x_2 - y_2^2 + x_3 - y_3^2}$ ko'rinishlarda bo'ladi.

1.3.4-izoh. Bu X to'plamda ko'p hollarda metrika $\rho(x, y) = \max x_i - y_i$ ko'rinishda ham aniqlanadi.

1.3.5-misol. Diskret metrik fazo. Faraz qilaylik, X bo'sh bo'lmagan ixtiyoriy to'plam bo'lsin. X to'plamda ikki element: x va y orasidagi metrika (masofa)ni quyidagicha aniqlaymiz:

$$\rho(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x = y; \\ 1, & \text{agar } x \neq y. \end{cases}$$

Bu $\rho(x, y)$ metrika tashkil qiladi va diskret metrika deyiladi. (X, ρ) f diskret metrik fazo deb yuritiladi.

Shuni aytish kerakki, bu ko'rinishda fazoni metrikalashtirish doim ham mazmunli bo'lavermaydi. Shu sababli doimo fazoni diskret bo'lma- n metrika bilan ta'minlash mazmunliroq bo'ladi va ko'p o'rganiladi.

1.3.6-izoh. Agar A to'plam (X, ρ) metrik fazoning ixtiyoriy bo'sh bo'lmagan to'plamostisi bo'lsa, A to'plamning ixtiyoriy x_1 va x_2 elementlari uchun bu ikki element orasidagi masofani (metrikani) $\rho_A(x_1, x_2) = \rho(x_1, x_2)$ deb olsak, u holda A to'plamostida metrika bo'ladi. Bu metrika ρ_A indutsirlangan metrika deb

yuritiladi. (A, ρ_A) metrik fazo esa, (X, ρ) metrik fazoning fazoostisi deb yuritiladi. Agar A va B to'plamlar (X, ρ) ning bo'sh bo'lmagan to'plamostilari bo'lsa, bu A va B to'plamlar orasidagi masofa sifatida $\rho(A, B) = \inf_{x \in A, y \in B} \rho(x, y)$ son qabul qilingandir. Xususiyl holda $\rho(x_0, X) = \inf_{x \in X} \rho(x_0, x)$ soni x_0 nuqtadan X to'plamgacha bo'lgan masofa deb ataladi. Xullas, M to'plamning diametri deb $diam M = \sup_{x, y \in M} \rho(x, y)$ songa aytiladi. Bu yerda $M \subset X$.

Nihoyat, agar $diam M < \infty$ o'rinli bo'lsa, M to'plam chegaralangan to'plam deyiladi. Metrik fazolarga doir misollar ba'zi hollarda matematik analizga doir masalalarni hal qilishda yuzaga chiqmoqda.

1.3.7-misol. $[0, 1]$ kesmada uzluksiz bo'lgan barcha funksiyalar to'plamini olaylik. Bu to'plam $C_{[0, 1]}$ ko'rinishda belgilanadi. Agar $x(t), y(t)$ funksiyalar $C_{[0, 1]}$ ning ixtiyoriy uzluksiz funksiyalari bo'lsa, ular orasidagi masofani $\rho(x, y) = \max_{t \in [0, 1]} |x(t) - y(t)|$ shaklda aniqlaymiz. Matematik analiz kurslaridan ham ma'lumki, bu p funksiya $C_{[0, 1]}$ da metrika tashkil qiladi. $C_{[0, 1]}$ uzluksiz funksiyalar fazosi deb ataladi.

(X, ρ) metrik fazo bo'lsin. Bunda $M \subset X$ to'plam olamiz.

Ta'rif. Agar $M = \bar{M}$ bo'lsa, u holda M yopiq to'plam deyiladi.

Ixtiyoriy (X, ρ) metrik fazoda $S(x_0, r)$ yopiq shar, X ning o'zi bo'sh to'plam va har bir chekli to'plam yopiq to'plamlarga misol bo'la oladi. Shuningdek $(\mathbb{R}, \rho)$ to'g'ri chiziqda odatdagi $\rho(a, b) = |b - a|$ metrikaga nisbatan ixtiyoriy $[c, d]$ kesma yopiq to'plam bo'ladi.

Teorema. a) Chekli sondagi yopiq to'plamlarning birlashmasi yana yopiq to'plam bo'ladi.

b) Ixtiyoriy sondagi yopiq to'plamlarning kesishmasi yopiq to'plam bo'ladi.

Isbot. a) bu xossani ikki to'plam uchun isbotlash yetarli. Aytaylik F_1, F_2 yopiq to'plamlar to'plamlar bo'lsin, ya'ni $F_1 = \bar{F}_1$ va $F_2 = \bar{F}_2$ o'rinli.

U holda 2-§dagi teorema asosan $F_1 \cup F_2 = \bar{F}_1 \cup \bar{F}_2 = \bar{F}_1 \cup F_2$

Demak, ta'rifga ko'ra $F_1 \cup F_2$ yopiq to'plam.

b) Aytaylik ixtiyoriy sondagi $\{F_\alpha\} \alpha \in A$ yopiq to'plamlar sistemasi berilgan va x ularning kesishmasi $F = \bigcap_{\alpha \in A} F_\alpha$ to'plamning urinish nuqtasi bo'lsin. U holda x ning ixtiyoriy atrofida F ning kamida bitta, masalan, x_1 elementi mavjud va kesishmaning xossasiga ko'ra α ning barcha qiymatlari uchun $x_1 \in F_\alpha$ bo'ladi.

Demak, F yopiq to'plam.

2.1-§. Topologik fazolarda ochiq to'plamlarning tuzilishi

2.1.1-teorema. (X, τ) topologik fazoda A to'plam ($A \neq \emptyset$) ochiq to'plam bo'lishi uchun mazkur A to'plam har bir nuqtasining atrofini o'zida saqlashi zarur va yetarlidir.

Topologik fazo bazasi ta'rifidan va nuqtaning atrofi tushunchasidan ayon bo'ladiki, fazoning barcha yakka-langon nuqtalari (agar shunday nuqtalar mavjud bo'lsa) baza elementlari safiga kirar ekan.

2.1.2-teorema. (X, τ) topologik fazoning ochiq to'plamlaridan tashkil topgan β jamlanma fazoning bazasi bo'lishi uchun ixtiyoriy $x \in X$ nuqtaning atrofi U uchun shunday $V \in \beta$ topilib, $x \in V \subset U$ shart bajarilishi zarur va yetarlidir.

Bu teoremadan ma'lum bo'ladiki, topologik fazo bazasi quyidagi ikki xossaga ega:

1⁰. β jamlanmaga tegishli barcha elementlarning birlashmasi butun X fazodan iborat.

2⁰. β jamlanmaning ixtiyoriy ikki elementi U, V va ixtiyoriy $x \in U \cap V$ uchun shunday $W \in \beta$ topiladiki, $x \in W \subset U \cap V$ shart o'rinli bo'ladi.

Shunday qilib, bu ikki xossadan ko'rinadiki, birorta β ochiq to'plamlar sistemasi β, X fazoning bazasi bo'lishi uchun yuqoridagi ikki xossaga ega bo'lishi zarur ekan. Bu ikki xossa X to'plamdagi topologiyani bazasini to'la xarakterlaydi. Demak, baza orqali ham topologiyani kiritish mumkin ekan.

2.1.3-teorema. Bo'sh bo'lmagan X to'plamda yuqoridagi ikki 1⁰–2⁰-shartlarni qanoatlantiruvchi β to'plamlar sistemasi aniqlangan bo'lsin. U holda X to'plamda shunday yagona τ topologiya mavjud bo'ladiki, bu τ topologiya uchun β sistema baza bo'ladi.

Mabodo birorta X to'plamning to'plamostilari sistemasi $V = \{V_\alpha : \}$ berilgan va agar bu sistema elementlari uchun $X = \bigcup_{\alpha} V_\alpha$, $V_\alpha \in V$, $V_\alpha \subset X$ shart o'rinli bo'lsa, V sistema X to'plamning qoplamasini deyiladi.

Agar qoplamaning elementlari ochiq to'plamlardan tashkil topgan bo'lsa, u qoplama ochiq qoplama deb yuritiladi.

Agarda $\{S_\alpha\}$ to'plamostilar sistemasi X to'plamning ixtiyoriy qoplamasini bo'lsa, tabiiy savol tug'iladi: qanday shart bajarilsa, to'plamning ixtiyoriy

qoplamasiga ko'ra X to'plamda biron-bir topologiyani aniqlash mumkinmi? Bu savolga quyidagi teorema javob beradi.

2.1.4-teorema. $\{S_\alpha\}$ sistema X fazoning qoplamasi bo'lsin. $\{V = \bigcap_{\alpha \in k} S_\alpha : k - \text{ixtiyoriy chekli to'plam}\}$ jamlanma tabiiy topologiya vujudga keltiradi va V sistema τ topologiyaning bazasini tashkil qiladi.

Demak, X to'plamning qoplamasi $\{S_\alpha\}$ ushbu to'plamda topologiya tashkil qilar ekan. Bu topologiyada $V(\bigcap_{\alpha \in k} S_\alpha)$ ko'rinishdagi barcha mumkin bo'lgan birlashmalar va bo'sh to'plam ochiq to'plamlar sinfini tashkil qiladi.

2.1.5-ta'rif. (X, τ) topologik fazoning ochiq to'plamlaridan tashkil topgan $\nu = \{W_\alpha\}$ sistemaning ixtiyoriy sondagi chekli elementlari kesishmasi τ topologiya bazasini tashkil qilsa, u topologik fazoning old bazasi deyiladi.

Bu ta'rifdan ko'rinadiki, topologiyaning ixtiyoriy bazasi old baza bo'la oladi. Lekin buning teskarisi har doim ham o'rinli emas.

2.1.6-misol. Endi $X = R^1$ to'g'ri chiziq yoki haqiqiy sonlar to'plami bo'lsin. $S_\alpha = \{x : x < \alpha; \alpha \in R^1\}$ va $S_\beta = \{x : x > \beta; \beta \in R^1\}$ to'plamlar sistemasini olaylik. Bu to'plamlar sistemasi sonlar chizig'i R^1 dagi tabiiy topologiyaning old bazasini tashkil qiladi.

2.1.7-misol. R^n – n o'lchamli vektor fazo bo'lsin. Bu R^n fazoda topologiyaning bazasi sifatida $B = \{V_{a;b}\}$ ko'rinishdagi elementlardan tashkil topgan $V_{a;b} = \{x \in R^n : a_i < \xi_i < b_i, i = \overline{1, n}\}$ sistemani olamiz, bu yerda ξ_i – vektorning koordinatasi $x = (\xi_1; \xi_2; \dots; \xi_n)$; $a = (a_1; a_2; \dots; a_n)$; $b = (b_1; b_2; \dots; b_n)$ lar R^n dagi ixtiyoriy vektorlar, bunda $a_i < b_i$ bo'lsa, R^n fazodagi $V_{a;b}$ ko'rinishdagi to'plamlar R^n ning ochiq parallelipedi deb yuritiladi.

2.1.8-teorema. Fazoning M to'plamostisi yopiq bo'lishi uchun u o'zining yopig'iga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

2.1.9-natija. Fazoning ixtiyoriy M to'plamostisi yopig'i $\overline{M}$ bu fazoda yopiq to'plamdir.

Shuni ta'kidlash kerakki, to'plam yopig'ining amali quyidagi xossalarga ega:

$$1^0. \overline{A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n} = \overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \dots \cup \overline{A_n}$$

$$2^0. \overline{\overline{A}} = \overline{A}$$

$$3^0. A \subset \overline{A}$$

$$4^0. \emptyset = \emptyset$$

2.1.10-ta'rif. X topologik fazoning x_0 nuqtasi uchun x_0 nuqtaning shunday ochiq atrofi U_0 topilsaki va bu atrof to'la M_0 to'plamda yotsa, u X fazoning M to'plamostisining ichki nuqtasi deyiladi, ya'ni $U_0 \subset M$ bo'lsa, M to'plamning barcha ichki nuqtalari tashkil topgan to'plam M ning ichi deyiladi va $\text{int } M$ ko'rinishida belgilanadi. Ta'rifdan va oldingi keltirilgan faktlardan ko'rinadiki, M to'plam ochiq to'plam bo'lishi uchun $\text{int } M = M$ tenglik yoki u o'zining ichiga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

Yana shuni aytish mumkinki, M to'plamning ichi ochiq to'plam va $\text{int } M$ – bu M da yotgan ochiq to'plamlarning birlashmasidan iboratdir. To'plamning ichi int quyidagi xossalarga ega:

- 1) agar $M \subset N$ bo'lsa; $\text{int } M \subset \text{int } N$ (monotonligi);
- 2) $\text{int}(\text{int } M) = \text{int } M$ (idemponent);
- 3) $\text{int}(M \cap N) = \text{int } M \cap \text{int } N$.

2.1.11-misol. Sonlar o'qi R^1 topologiyasiga ko'ra, $\text{int } Q = \emptyset$ va $\text{int}(R^1 \setminus Q) = \emptyset$, bu yerda Q — ratsional sonlar to'plami.

X topologik fazoning ixtiyoriy M to'plamostisi uchun:

$$X \setminus \overline{M} = \text{int}(X \setminus M)$$

$$X \setminus \text{int } M = \overline{(X \setminus M)} \text{ tengliklar o'rinlidir.}$$

Ba'zi bir masalalarda figuralarning topologik xossalarini o'rganishda maxsus ochiq (yopiq) to'plamlar sinfidan foydalanishga to'g'ri keladi.

2.1.12-ta'rif. Agar X topologik fazoning $A \subset X$ to'plamostisi, o'z yopig'ining ichiga (ichining yopig'iga) teng bo'lsa, kanonik ochiq (kanonik yopiq) deyiladi.

Ya'ni, agar $A = \text{int } \overline{A}$ bo'lsa, A kanonik ochiq deyiladi, agar $A = \overline{\text{int } A}$ bo'lsa, A kanonik yopiq deyiladi. Kanonik ochiq va kanonik yopiq to'plamlarga tekislikda ochiq va yopiq doiralarni misol keltirish mumkin.

To‘plamning kanonik yopig‘ini olish amalini $C\ell^*$ bilan, to‘plamning kanonik ichini olish amalini int^* bilan belgilasak, bu maxsus amallar bilan to‘plamning yopig‘i va ichini olish amallari orasida quyidagicha bog‘lanish mavjud:

$$\text{int}^* A = \text{int } \bar{A};$$

$$C\ell^* A = \overline{\text{int } A}.$$

Ko‘p hollarda kanonik ichini olish amali $\text{int}^* A$ to‘plamning kanonik yadrosini aniqlash amali deb ham yuritiladi. To‘plamning ichini topish $\text{int } A$ esa, uning yadrosini aniqlashdir.

Ma’lumki, $A \subset \bar{A}$, u holda $\text{int } A \subset \text{int}^* A$. Ya’ni, ochiq yadro doimo kanonik yadroda yotadi. Demak, barcha ochiq to‘plamlar o‘zining kanonik yadrosida yotar ekan. Bundan ko‘rinadiki, $\text{int } A \subset A$ munosabat o‘rinli. U holda $C\ell(A) \subset \bar{A}$. Ya’ni, to‘plamning kanonik yopig‘i uning yopig‘ida yotadi. Demak, barcha yopiq to‘plamlar o‘zida kanonik yopig‘ini saqlar ekan.

2.1.13-teorema. A to‘plamning to‘plamostisi A fazoda yopiq to‘plam bo‘lishi uchun bu to‘plam A topologik fazoda birorta yopiq to‘plam bilan A to‘plamning kesishmasidan iborat bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Aytaylik, A to‘plam X ning fazoostisi va $B \subset A$ bo‘lsin. Agar B to‘plam X fazoda ochiq to‘plam bo‘lsa, albatta, u A fazoda ham ochiq to‘plam bo‘ladi. Buning aksi doim ham o‘rinli bo‘lavermaydi.

2.1.14-misol. R^2 fazoda “chegarasiz” doirani olaylik. Bu to‘plam o‘zi yotgan fazoda ochiq to‘plam bo‘ladi. Biroq R^3 fazoda ochiq to‘plam bo‘la olmaydi, hatto bu to‘plamning R^3 da birorta ichki nuqtasi ham mavjud emas.

2.1.15-ta’rif. Agar X topologik fazoning A va B to‘plamlari uchun $\bar{A} \cap B = \emptyset$ va $A \cap \bar{B} = \emptyset$ shart o‘rinli bo‘lsa, bu to‘plamlar X fazoda topologik ayri (ajratilgan) yoki X fazoda ayri deyiladi.

Isbotlash mumkinki, agar U va V lar X fazoning ixtiyoriy ochiq (yoki yopiq) to‘plamostilari bo‘lsa, u holda $A = U \setminus V$ va $B = V \setminus U$ lar X fazoning ayri to‘plamlari bo‘ladi.

2.1.16-ta’rif. Agar topologik fazoning biror bir uning ixtiyoriy fazoostisida ham o‘rinli bo‘lsa, u holda bu xossa nasliy xossa deyiladi.

$(X; \tau)$ topologik fazo va $Y \subset X$ bo‘lsin. Ma’lum bo‘ladiki, $\tau_Y = \{V : V \subset U \cap Y : U \in \tau\}$ sistema Y to‘plamostida topologiya tashkil qilar ekan.

Bu topologiyani ko'p hollarda X ning Y dagi nasliy topologiyasi deb ham yuritiladi.

$f : X \rightarrow Z$ akslantirish $(X; \tau)$ va (Z, ∂) topologik fazolar orasidagi uzluksiz akslantirish bo'lsin. Agar $Y \subset X$ fazoosti bo'lsa, u holda $f : Y \rightarrow Z$ akslantirishni olsak, bu akslantirish f ning Y fazoostidagi torayishi (yoki y bilan chegaralanishi) deyiladi va $f|_Y$ ko'rinishda belgilanadi.

2.2-§. Topologik fazolarda yopiq to'plamlarning tuzilish strukturasi.

$(X; \tau)$ topologik fazodagi ochiq to'plam tushunchasi bilan yopiq to'plam tushunchasi birgalikda keladi. Ya'ni, $U \in \tau$ bo'lsa, u holda $X \setminus U$ — yopiq va aksincha, agar F yopiq to'plam bo'lsa, u holda $X \setminus F$ ochiq to'plamdir.

To'plamlar nazariyasidagi amallarning ikkilik tamoyiliga (prinsipiga) ko'ra, agar X dagi barcha yopiq to'plamlar jamlanmasini $F = \{F_\alpha : \alpha \in A\}$ deb olsak, bu jamlanma quyidagi shartlarni qanoatlantiradi:

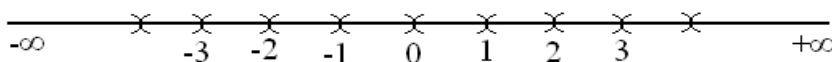
$$F1) \quad X; \emptyset \in \{F_\alpha : \alpha \in A\};$$

$F2) \quad \{F_\alpha : \alpha \in A\}$ ning ixtiyoriy sondagi elementlari kesishmasi ham $\{F_\alpha : \alpha \in A\}$ ga tegishlidir.

Bu xossalar $(X; \tau)$ topologik fazoda yopiq to'plamlarning to'liq xarakteristikasi bo'la oladi.

2.2.1-mashq. $[a, b]$ kesma R^1 da aniqlangan (1.3.4-misoldagi) topologiyada yopiq to'plamdir. R^2 dagi yopiq doira yopiq to'plamdir (1.3.5-misoldagi topologiya).

2.2.2-misol. Sonlar o'qi R^1 da Z butun sonlar to'plamini olsak, bu to'plam yopiq to'plam tashkil qiladi. Chunki uning to'ldiruvchisi $R^1 \setminus Z$ ni $\bigcup_{n=1}^{\infty} (-n, 0)$ va $\bigcup_{n=1}^{\infty} (0, +n)$ to'plamlar birlashmasi ko'rinishida yozishimiz mumkin. R^1 da kiritilgan topologiyaga (1.3.4-misol) ko'ra, bu birlashmalarning har bir elementi ochiq to'plamdan iborat. Ikkala birlashmaning birlashmasi ham ochiq to'plamdir. Demak, $R^2 \setminus Z$ to'plam ochiq to'plamdir. U holda Z yopiqdir.



2.2.3-misol. Tekislikdagi ixtiyoriy ikkinchi tartibli chiziq yopiq to'plamdir. Bu jumlaning to'g'riligini isbotlash uchun, agar ikkinchi tartibli chiziqni γ deb belgilasak, u holda $R^2 \setminus \gamma$ to'plam ochiq to'plam ekanligini ko'rsatishimiz yetarli bo'ladi. Tekislikda γ chiziq ellips, parabola, giperbola, ikkita parallel to'g'ri

chiziq yoki ikkita kesishuvchi to'g'ri chiziqlardan biri bo'lishi mumkin. Agar ixtiyoriy $x_0 \in R^2 \setminus \gamma$ ni olsak, bu nuqta ikkinchi tartibli chiziq γ ga tegishli emas. Agar γ yuqoridagi chiziqlardan birortasi, masalan, ellips bo'lsa, u holda x_0 nuqta yoki ellips "ichida" yoxud "tashqarisida" yotadi. Bunday vaziyatda x_0 nuqta o'z ichiga olgan shunday kichik r radiusli ochiq doira topiladiki, bu doira γ chiziq bilan kesishmaydi. Bu esa, $R^2 \setminus \gamma$ ning ochiq to'plam ekanligidir. Agar γ chiziq ikkinchi tartibli chiziqlarning boshqa birortasi bo'lsa ham, shunday yo'l tutiladi.

Birorta bo'sh bo'lmagan X to'plamda ma'lum bir τ topologiyani kiritish uchun uning barcha ochiq to'plamlarini ko'rsatish doimo ham shart bo'lavermaydi. Buning uchun uning biron-bir ochiq to'plamlari jamlanmasini ko'rsatish yetarlidir. Ochiq to'plamlar jamlanmasi ma'lum bir xossalarga ega bo'ladi. Bu xossalar shu τ topologiyaning bazasini aniqlaydi.

2.2.4-ta'rif. Agar X fazoning ixtiyoriy bo'sh bo'lmagan U ochiq to'plami β jamlanmaga tegishli bo'lgan elementlarning birlashmasidan iborat bo'lsa, (X, τ) topologik fazoning ochiq to'plamlaridan tashkil topgan β to'plamlar jamlanmasi τ topologiyaning bazasi yoki fazoning bazasi deyiladi.

Ta'rifdan ma'lum bo'ladiki, har bir (X, τ) fazo bazaga ega. Ma'lumki, barcha ochiq to'plamlardan tashkil topgan jamlanma uning bazasini tashkil qiladi.

2.2.5-ta'rif. Agar x_0 nuqtaning shunday U atrofi topilganda, bu atrof bilan M to'plamning kesishmasi faqat x_0 nuqtadan iborat, ya'ni $U \cap M = \{x_0\}$ bo'lsa, X topologik fazoning x_0 nuqtasi M to'plamostisining yakka-langani nuqtasi deyiladi.

(X, τ) topologik fazo va $x_0 \in X$ uning nuqtasi bo'lsin.

2.2.6-ta'rif. Birorta x_0 nuqtaning (X, τ) fazodagi atrofi deb shunday $A(x) \subset X$ to'plamostiga aytiladiki, u quyidagi ikki shartni qanoatlantiradi:

- 1) $x \in A(x)$;
- 2) shunday $U \in \tau$ topiladiki, $x \in U \subset A(x)$.

Bu ta'rifdan ko'rinadiki, (X, τ) topologik fazoning ixtiyoriy x_0 nuqtasi uchun X to'plamning o'zi atrof bo'la oladi.

Birorta nuqtaning barcha atroflaridan tashkil topgan to'plamlar oilasiga kelsak, bu oila quyidagi xossalarga egadir:

1) ixtiyoriy sondagi elementlarining birlashmasi yana X ning atrofidan iborat bo'ladi;

2) ixtiyoriy chekli sondagi elementlarining kesishmasi yana x ning atrofi bo'ladi;

3) x nuqtaning birorta atrofini o'zida saqlagan ixtiyoriy to'plam x nuqtaning atrofi bo'ladi.

Shuni ta'kidlashimiz kerakki, X fazo birorta nuqtasining ochiq atrofi deb shu nuqtani o'zida saqlagan ixtiyoriy ochiq to'plamga aytiladi.

2.3-§ To'g'ri chiziq va tekislikda (tabiiy topologiyada) ochiq va yopiq to'plamlar tuzilishi. Kantor to'plami. De Morgan formulalari.

Bizga $R = (-\infty, +\infty)$ haqiqiy sonlar to'plami berilgan bo'lsin. Ma'lumki, haqiqiy sonlar to'plami nuqtalari bilan to'g'ri chiziq nuqtalari to'plami orasida bir qiymatli moslik mavjud. Shu sababli ko'p hollarda to'g'ri chiziqni R haqiqiy sonlar to'plami sifatida qabul qilamiz. R to'g'ri chiziqda tabiiy topologiya bazasi intervallar sistemasi tashkil qiladi. Ya'ni $B_R = \{(a, b) : a < b, a, b \in R\}$ baza bo'ladi. Demak, ixtiyoriy (a, b) interval R to'g'ri chiziqda ochiq to'plamdan iborat ekan. Demak, ixtiyoriy (a, b) interval, R to'g'ri chiziqning o'zi va $\emptyset$ lar ochiq to'plamlardir. Ikkinchi tomondan, topologiya ta'rifiga ko'ra, chekli sondagi ochiq to'plamlarning (intervallar) kesishmasi va ixtiyoriy sondagi ochiq to'plamlar (intervallar) birlashmasi ochiq to'plamdir.

$$O_1 = (a_1, b_1)$$

$$O_2 = (a_2, b_2)$$

.....

$$O_n = (a_n, b_n)$$

$$O = \bigcap_{i=1}^{\infty} (a_i, b_i) = (a_1, b_1) \cap (a_2, b_2) \cap \dots \cap (a_n, b_n) \text{ ochiq to'plamdir.}$$

R

$$O' = \bigcap_{i=1}^n O_i = \bigcap_{i=1}^n (a_i, b_i) \text{ — ochiq to'plamdir.}$$

Xususiyl holda $O_n = (-n, n)$ intervalni olsak, $\bigcap_{n=1}^{\infty} O_n = R$ -ochiq to'plam.

$$\bigcap_{n=1}^k O_n = \bigcap_{n=1}^k (-n, n) = (-1, 1) \text{ -ochiq to'plam.}$$

Bizga ma'lumki, ochiq to'plamning to'ldiruvchi to'plami yopiq to'plamdir.

Shu sababli, quyidagi $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ to'plam doimo yopiq to'plam ekan, bunda

O - ochiq to'plamdir. Ikkinchi tomondan, $\mathbb{R}$ to'g'ri chiziq T_1 fazo

bo'lganligi sababli nuqta yopiq to'plamdir. Chekli sondagi nuqtalar

to'plami $\mathbb{R}$ to'g'ri chiziqda yopiq to'plam bo'ladi.

Topologik fazo ta'rifiga ko'ra, chekli sondagi ochiq to'plamlar kesishmasi

ochiq to'plam bo'lganligi sababli, ixtiyoriy sondagi chekli to'plamlar

kesishmasi yopiq to'plamdir.

Bizga ma'lumki, $[0,1]$ kesmada Kantorning mukammal to'plamini

olsak bu to'plam yopiq to'plamdir. Demak, $\mathbb{R}$ to'g'ri chiziq ixtiyoriy

kesma yopiq to'plam ekan. Topologiya ta'rifiga ko'ra, chekli sondagi

kesmalar birlashmasi yopiq to'plam bo'lar ekan. Ikkinchi tomondan

ixtiyoriy sondagi kesmalar kesishmasi yopiq to'plam bo'lar ekan.

Misol sifatida $A_k = [\frac{1}{k}, 1]$ kesmani olsak, u holda

$$\bigcap_{k=1}^n A_k = \bigcap_{k=2}^n [\frac{1}{k}, 1] = [1, \frac{1}{2}]$$

$$\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k = \bigcap_{k=1}^{\infty} [1, \frac{1}{k}] = \{1\}$$

Chiziq tushunchasi geometriyaning eng muhim va asosiy tushunchalaridan biridir. Intuitiv nuqtai nazardan chiziqqa bir o'ldovli tuzilmalar sifatida qarash mumkin. Shu sababli ham Evklid chiziqni ta'riflashda "ensiz uzunlikdir" yoki "chiziqning chegaralaridagi nuqtalaridir", deya tushuntirishga harakat qilgan. Chiziq ta'rifiga javob beruvchi yetarlicha keng figuralar sinfini ajratish uchun deyarli ikki ming yil davomida urinishlar amalga oshirilgan. Oldingi boblarda eslatdikki, bu masalaga P.S. Urison tomonidan uzil-kesil javob berilgan, lekin biz hozir ba'zi ajoyib xususiyatga ega bo'lgan chiziqlar ustida to'xtalib o'tamiz.

8.1-§. Kantorning mukammal to'plami.

R^1 to'g'ri chiziqda $\Delta = [0,1]$ kesmani olaylik. Bu kesmani $\frac{1}{2}$ va $\frac{2}{3}$ nuqtalar bilan uchta teng bo'lakka ajratamiz va bo'laklarni quyidagicha belgilaymiz:

$$\Delta_0 = [0, \frac{1}{3}], \quad \delta = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}), \quad \Delta_1 = [\frac{2}{3}, 1]$$

Δ_0 va Δ_1 kesmalarni 1-rang kesmalar deb ataymiz. Δ kesmaning markaziy uchdan bir qismi bo'lgan δ intervalni "tashlab yuborib" (hisobga olmasdan), qolgan Δ_0 va Δ_1 kesmalarning har birini yana

$$\frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}; \quad \frac{2}{9} = \frac{2}{3^2}; \quad \frac{7}{9} = \frac{7}{3^2}, \quad \frac{8}{9} = \frac{8}{3^2}$$

nuqtalar bilan uch bo'lakka ajratamiz. Markaziy intervallar $\delta_0 = (\frac{1}{9}, \frac{2}{9})$, $\delta_1 = (\frac{7}{9}, \frac{8}{9})$ ni 1-rang interval deb ataymiz va ularni Δ_0 va Δ_1 kesmalardan tashlab yuboramiz-da, quyidagi 2-rang kesmalarni qoldiramiz:

$$\Delta_{00} = [0, \frac{1}{9}], \quad \Delta_{01} = [\frac{2}{9}, \frac{3}{9}], \quad \Delta_{10} = [\frac{6}{9}, \frac{7}{9}], \quad \Delta_{11} = [\frac{8}{9}, \frac{9}{9}] .$$

Qolgan kesmalarni teng uch bo'lakka bo'lish jarayonini davom ettiramiz va markaziy intervallarni tashlab yuboramiz. Natijada, to'g'ri chiziqning to'plamostisi bo'lmish S to'plamga ega bo'lamiz. S to'plamosti uni birinchi bo'lib aniqlagan olim G. Kantor sharafiga Kantor to'plami yoki Kantor diskontinuumi deb ataladi.

Endi ushbu to'plamning tuzilishini to'laroq tasniflaymiz.

Aytaylik, barcha k , $2 \leq k < n$, $n \geq 3$ lar uchun dizyunkt (o‘zaro kesishmaydigan) va uzunliklari $\frac{1}{3}k$ bo‘lgan k -rang $\Delta_{i_1 \dots i_k}$ kesmalar va $(k-1)$ -rang $\delta_{i_1, \dots, i_{k-1}}$, $i_p = 0, -1$ $p = 1, 2, \dots, k$ intervallar qurilgan bo‘lib, ular quyidagi shartni qanoatlantirsin:

$$\Delta_{i_1 \dots i_{k-1}} = \Delta_{i_1 \dots i_{k+0}} \cup \delta_{i_1, \dots, i_{k-1}} \cup \Delta_{i_1 \dots i_{k+1}}, \quad (1)$$

$$\Delta_{i_1 \dots i_{k-1}} 0 \text{ kesma } \Delta_{i_1 \dots i_k} \text{ ik} - 1 \quad (2)$$

kesmadan chaproqda joylashgan (ya’ni $x < y$ tengsizlik ixtiyoriy $x \in \Delta_{i_1 \dots i_{k-1}} 0$ va $y \in \Delta_{i_1 \dots i_{k-1}} 1$ nuqtalar uchun o‘rinli). Ixtiyoriy $n-1$ rangli $\Delta_{i_1 \dots i_{n-1}} = [a, b]$ kesma uchun $\Delta_{i_1 \dots i_{n-1}} 0 = [a, a + \frac{1}{3}n]$; $\delta_{i_1, \dots, i_{n-1}} = (a + \frac{1}{3}n, a + \frac{2}{3}n)$, $\Delta_{i_1 \dots i_{n+1}} = [a + \frac{2}{3}n, b]$ belgilashlar kiritamiz.

$$C_n = \cup \{ \Delta_{i_1 \dots i_n} : i_p = 0, 1; p = 1, 2, \dots, n \}, \quad C = \bigcap_{n=1}^{\infty} C_n$$

S to‘plam Kantor to‘plamidan iboratdir, bu yerda

$$C_n = C_{n-1} \setminus \cup \{ \delta_{i_1, \dots, i_{n-1}} : i_p = 0, 1; p = 1, \dots, n-1 \}$$

U holda $C = [0, 1] \setminus (\delta \cup \{ \delta_{i_1 \dots i_{n-1}} : i_p = 0, 1; p = 1, \dots, n-1, n = 2, \dots \})$, ya’ni S Kantor to‘plami $[0, 1]$ kesmadan δ interval va $\delta_{i_1 \dots i_n}$, $i_p = 0, 1; p = 1, \dots, n; n = 1, 2, 3, \dots$ ko‘rinishidagi barcha intervallarni tashlab yuborishdan tashkil topgandir. Bu δ va $\delta_{i_1 \dots i_n}$ intervallar hamda $(-\infty, 0)$, $(1, +\infty)$ intervallar S to‘plamga qo‘shni deb ataladi. S to‘plamning qurilishidan u quyidagi xossalarga ega:

(A): S ga qo‘shni ixtiyoriy ikki interval orasida S ga qo‘shni interval mavjud;

(V): S ning birorta nuqtasi ham S ga qo‘shni bo‘lgan ikkita intervalning oxiri bo‘la olmaydi.

S to‘plamga qo‘shni intervallarning oxirlari, ixtiyoriy C_n ga tegishli. Demak, S ga ham tegishli, ular S ning tomonlari nuqtalaridir. Sizga ma’lumki, bu to‘plam sanoqsiz to‘plam bo‘lib, uning quvvati kontinuumga tengdir, boshqacha aytganda, $[0, 1]$ kesmaning yoki R^1 to‘g‘ri chiziq nuqtalarining soni qancha bo‘lsa, S ning nuqtalari ham shunchadir.

Kantorning mukammal to‘plami va ikkinchi atamasining diskontinuum deyilishiga asosiy sabab S to‘plam uzil-kesil bog‘lamsiz to‘plam ekanligidir. Ya’ni, S ning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasida S ga qo‘shni bo‘lgan interval mavjud.

Boshqacha aytganda, S to'plam o'zida "tug'ma" bo'lmagan kesmalarni saqlamaydi.

S to'plamning yana bir ajoyib xossasi shundaki, S to'plam mukammal to'plamdir. Ya'ni, S to'plam o'zining hosila to'plamiga teng. Boshqacha aytganda, uning barcha nuqtalari limit nuqtalardan iboratdir.

Xulosa.

Mazkur bitiruv malakaviy ishida topologik fazoda ochiq va yopiq to'plamlar, ularning quvvatlari, to'g'ri chiziq va tekislikda ochiq va yopiq to'plamlar tuzilish strukturasini tushunchasi masalasi ko'rildi.

Bitiruv malakaviy ishi maqsadi to'la qonli ochib berildi.

Bundan tashqari topologik va metrik fazolarni yoritib berish orqali tabiiy topologiyada ochiq va yopiq to'plamlar tuzilishi haqida ma'lumot berildi.

Ushbu bitiruv malakaviy ishim o'zimning keyingi pedagogik faoliyatimda asqotishiga umid qilaman.

Zero prezidentimiz I. Karimov aytganlaridek "Kelajakda O'zbekiston yuksak darajada taraqqiy etgan iqtisodiy bilangina emas, balki bilimdon, ma'naviy jihatidan yetuk farzandlari bilan ham jahonni qoyil qilishi lozim" [2] 14-bet.

Shunday ekan biz yoshlar universitetlar olgan bilimlarimizni keyingi pedagogik faoliyatimizga ham yoshlarga bilim tarbiya berish orqali ulashishimiz lozim.

Bitiruv malakaviy ishim ikkita bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlardan iborat.

Foydalinlgan adabiyotlar ro'yxati.

1. I.A.Karimov “Yuksak ma’naviyat-yengilmas kuch” Toshkent.Ma’naviyat. 2008 y.
2. I.A.Karimov “Barkamol avlod orzusi” Toshkent. “Sharq” nashriyot-matbaa konserni bosh tahririyati 1998 y.
3. I.A.Karimov “Barkamol avlod-O’zbekiston taraqqiyotining poydevori”. Toshkent. 1998 y.
4. O’zbekiston Respublikasi “Ta’lim to’g’risida” gi qonuni. Toshkent. Sharq 1997 y.
5. O’zbekiston Respublikasi “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”. Toshkent. Sharq. 1997 y.
6. T.F.Jo’rayev “Topologiyaga kirish. Funktorlar. O’lchamlar. Chiziqlar” . Toshkent. “Tafakkur-Bo’stoni” 2012 y.
7. Р.Энгелькиг “Общая топология”. Москва. “Мир”. 1986 г.
8. Нармонов. А “Дифференциал геометрия”ю тошкентю 2003 й.
9. Борисович Ю.Г , Близняков Н.М, Израилевич Я.Аб Фоменко Т.Н “Введение в топологию учебюпособие” Наука Физматлитю 1995 г.
10. [http:// vilenin.narod.ru//Mm/books/](http://vilenin.narod.ru//Mm/books/)
11. <http://www.allmath.ru/>
12. <http://www.pedagog.uz/>
13. <http://www.ziyonet.uz/>
14. <http://window.edu.ru/window/>

Ilova.

1. **Xulosa** –Conclusion.

Third decision formed from two exact decisions.

2. **Hukm** –decision.

Comparative complex thinking in which subject is defined by its exact sign.

3. **Teorema** –theorem.

Mathematical suggestion, which true is fixed on facility proof.

4. **Aksioma** –axiom

Offer, taken without proof. His where the truth is allowed.

5. **Postulat** –postulate

Offer, in which is expressed certain requirement and must satisfy certain nation or certain relations between nation.

6. **To'g'ri teorema** –straight line theorem given any theorem given any theorem.

7. **Teskari teorema** –indirect theorem which appears as a result of exchange by places condition and conclusion in given theorem.

8. **Qarama-qarshi teorema** –theorem contrast to bring “unless it's A, that not will be B”. to “If it's A, that will be B”.

