

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

УЛУҒБЕК НОМИДАГИ САМАРҚАНД ДАВЛАТ
АРХИТЕКТУРА-ҚУРИЛИШ ИНСТИТУТИ

*«Материаллар қаршилиги ва қурилиш механикаси»
кафедраси*

**Материаллар қаршилиги фанидан
«МУРАККАБ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ»
мавзусига доир
«Интерактив ўқув машғулоти учун»**

«УСЛУБИЙ ҚЎЛЛАНМА»

(Барча қурилиш таълим йўналишлари учун)

САМАРҚАНД - 2007 й.

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

**Мирзо Улуғбек номидаги Самарқанд Давлат
Архитектура-Курилиш институти**

*«Материаллар қаршилиги ва қурилиш механиқаси»
кафедраси*

«Тасдиқлайман»
М.Улуғбек номидаги
СамДАҚИ ректори
т.ф.д.проф.С.М.БОБОЕВ

«_____» _____ 2007 й.

СамДАҚИ илмий услубий
кенгашининг илмий, ўқув
услубий адабиётларини
нашр этиш секцияси баён-
номасига асосан нашрга
тавсия этилади
№ _____ «_____» _____ 2007й

Материаллар қаршилиги фанининг

«МУРАККАБ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ»
мавзусига доир

«Интерактив ўқув машғулоти учун»

«УСЛУБИЙ ҚЎЛЛАНМА»

(Барча қурилиш таълим йўналишлари учун)

САМАРҚАНД – 2007 й.

«Материаллар қаршилиги» фанининг
«МУРАККАБ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ»
мавзусига доир «Интерактив ўқув
машғулоти учун» услубий
қўлланма ёш ўқитувчилар ва қурилиш
таълим йўналишидаги 2 босқич
талабаларига маърузада ўтиладиган
материални тез ўзлаштириб олишига
ёрдам беради.

Тузувчи: т.ф.н.доцент Мелиқулов Н.М.

Такризчилар: т.ф.н.доцент Исматов М.Х.
т.ф.н.доцент Саидов Х.Р.

Компьютерда саҳифаловчи: Азизова Н.Н.

Нашр белгилари СамДАҚИ қоғоз босими А-5, Буюртма №____ Нусхаси 50,
ҳажми 2 босма табоқ

МУРАККАБ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ .

Асосий саволлар.

- 1 Умумий тушунчалар.
2. Чизиқли кучланиш ҳолати
3. Текис кучланиш ҳолати
4. Бош кучланишлар ва бош юзаларнинг йўналишларини аниқлаш

Таянч тушунчалари ва иборалари : чўзилган, сиқилган, кўндаланг, қия, стержень, кесим, чизиқли, текис, ҳажмий, нормал, уринма, кучланиш, ташқи, ҳолати, жуфтлик, умумлашган .

1-савол бўйича дарс (ўқитувчи)мақсади :

Талабаларга мураккаб кучланиш ҳолатининг турлари тўғрисида ва бу ҳоллатларда параллелипипед томонларига қандай кучланишлар таъсир қилиши тўғрисида тушунчалар бериш.

Идентив ўқув мақсадлари :

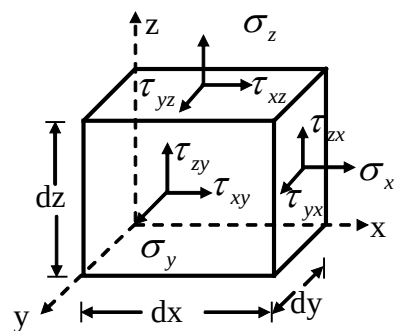
1. Талаба мураккаб кучланиш ҳолатининг турларини ва уларга таъсир этаётган бош кучланишларни билиш асосий вазифа эканлигини тушунтира олади.
2. Талаба мураккаб кучланиш ҳолатидаги ҳолларда кучланишларни топишнинг асосий йўналишларини санаб беради.

1-савол баёни: Бирор нуқтадан ўтказиладиган барча юзачаларда ҳосил бўладиган кучланишлар тўпламига мазкур нуқтадаги кучланиш ҳолати дейилади.

Нуқтанинг кучланиш ҳолатини текшириш мақсадида шу нуқта атрофида жуда кичик бир параллелипипед ажратамиз ва унинг ташлаб юборилган қисмларининг илгариги таъсирини алмаштирувчи ички кучларни нормал ва уринма кучланиш орқали ифодалаймиз (1 –шакл).

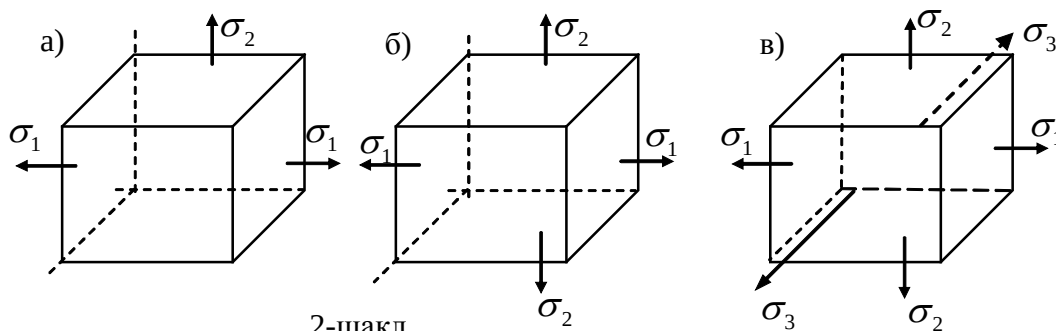
Бу уринма кучланишларнинг индексларини қуйидаги қоида асосида қўямиз: биринчи индекс кучланиш таъсир қилган юза нормалининг қайси ўққа параллел эканлигини; иккинчи индекс эса текшириляётган кучланишнинг қайси ўққа параллел эканлигини кўрсатади. Бу қоидага асосан нормал кучланишда бир хил иккита индекс бўлиши керак ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$) аммо бу бир хил иккита индексдан фақат биттасини қолдириш қабул қилинган.

Параллелипипед томонлари йўналишининг ўзгаришида кучланишлар ҳам ўзгаради ва шундай бир вазият бўладики, унда уринма кучланиш нолга тенг бўлиб, нормал кучланиш эса экстремал қийматга эришади. Бу ҳилдаги юзага бош юза ва бу юзага таъсир қилувчи нормал кучланиш эса бош кучланиш деб аталади.



1-шакл

Умумий ҳолда, ҳар қандай кучланган стерженнинг исталган нуқтасидан бир-бирига тик йўналган учта бош юза ўтказиш мумкин. Бу бош юзаларга учта бош кучланишлар таъсир қилади, уларни мос равишда σ_1, σ_2 ва σ_3 билан белгилаймиз. Булардан σ_1 ни энг катта, σ_3 ни энг кичик кучланиш деб қабул қиламиз, яъни $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ бўлади. Агар бу бош кучланишларнинг учаласи ҳам нолдан фарқли бўлса, кучланганлик ҳолати ҳажмий ёки уч ўқли кучланиш ҳолати дейилади (2.в-шакл). Агар иккита бош кучланиш нолдан фарқли бўлса, кучланиш ҳолати текис ёки икки ўқли кучланиш ҳолати дейилади (2.б –шакл). Агар фақат биттагина бош кучланиш нолдан фарқли бўлса, кучланиш ҳолати чизикли ёки бир ўқли кучланиш ҳолати дейилади (2.а –шакл).



2-шакл

Кейинги ҳол асосан марказий чўзилиш ёки сиқилишга қаршилиқ кўрсатувчи конструкция элементларида кўп учрайди.

Муҳокама учун саволлар :

1. Нима сабабдан мураккаб кучланиш ҳолатини аниқлаш зарурдир? (аклий ҳужум).

2. Мураккаб кучланиш ҳолатида параллелипипед томонларига таъсир этаётган бош кучланишларни аниқлаш зарурми? (мунозара).

Савол якуни: Нуқтанинг кучланиш ҳолатини текшириш мақсадида шу нуқта атрофида жуда кичик бир параллелипипед ажратамиз ва унинг ташлаб юборилган қисмларининг илгариги

таъсирини алмаштирувчи ички кучларни нормал ва уринма кучланиш орқали ифодалаймиз (1 –шакл).

Бу уринма кучланишларнинг индексларини қуйидаги қоида асосида қўямиз : биринчи индекс кучланиш таъсир қилган юза нормалининг қайси ўққа параллел эканлигини; иккинчи индекс эса текширилаётган кучланишнинг қайси ўққа параллел эканлигини кўрсатади. Бу қоидага асосан нормал кучланишда бир хил иккита индекс бўлиши керак ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$) аммо бу бир хил иккита индексдан фақат биттасини қолдириш қабул қилинган.

Параллелипипед томонлари йўналишининг ўзгаришида кучланишлар ҳам ўзгаради ва шундай бир вазият бўладиги, унда уринма кучланиш нолга тенг бўлиб, нормал кучланиш эса экстремал қийматга эришади. Бу хилдаги юзага бош юза ва бу юзага таъсир қилувчи нормал кучланиш эса бош кучланиш деб аталади

Назорат учун тест саволлари (тарқатма материал):

1. Қандай кучланиш ҳолатларини биласиз ?

- А) Оддий чўзилиш ёки сиқилиш ҳолатларини;
- В) Мустаҳкамлик ва устиворлик ҳолатларини;
- С) Чизиқли, текис ва ҳажмий кучланиш ҳолатларини;
- Д) Бурилиш ва текис эгилиш ҳолатларини.

2. Қандай юзаларга бош юзалар дейилади?

- А) Бош кучланишлар таъсир қилувчи юзаларга бош юзалар дейилади.
- В) Нормал ва уринма кучланишлар таъсир этаётган юзаларга бош юзалар дейилади.
- С) Бош кучланишлар таъсир этаётган юзаларга бош юзалар дейилади.
- Д) Уринма кучланиш нолга тенг бўлиб, фақат нормал кучланиш таъсир этаётган юзаларга бош юзалар дейилади.

3. Қандай кучланишга бош кучланиш дейилади?

- А) Бош юзаларга таъсир этувчи уринма кучланишларга бош кучланиш дейилади.
- В) Бош юзаларга таъсир этувчи нормал кучланишларга бош кучланишлар дейилади.

С) Қия юзаларга тик таъсир этувчи уринма кучланишларга бош кучланишлар дейилади.

Д) Тик юзаларга таъсир этувчи уринма кучланишларга бош кучланишлар дейилади.

2-савол бўйича дарс (ўқитувчи) мақсади :

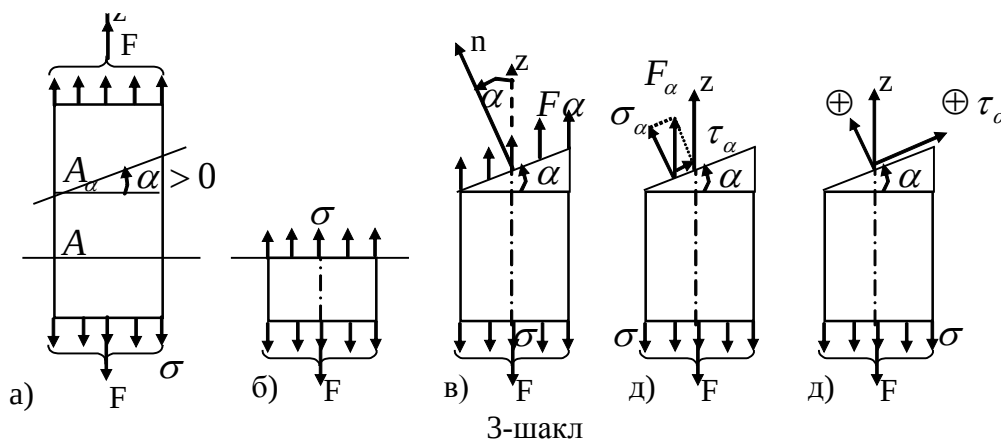
Чизиқли кучланиш ҳолатида стерженнинг қия кесимларида ҳосил бўладиган кучланишлар ва уларни топиш билан талабаларни таништириш.

Идентив ўқув мақсадлари :

1. Стержень қия кесимида қандай кучланишлар ҳосил бўлишини санаб бера олади.
2. Стержень қия кесимида ҳосил бўладиган кучланишларни қандай аниқлашни тушунтириб бераолади.
3. Стерженнинг қайси кесимларида куланишлар ўзининг экстремал қийматларига эришишини тушунтира олади.

2-савол баёни : Ўқ бўйлаб чўзилаётган стерженларнинг деформацияси энг оддийдир, чунки бундаги ҳар бир нуқтадаги кучланиш ҳолати бир хил бўлади. Бундай ҳолда ажратилган элементнинг ўлчамлари ҳар қандай юзадаги кучланишнинг текис тақсимланишида роль ўйнамайди.

3.а –шаклда кўрсатилгандек юкланган стерженни кўндаланг кесими билан α бурчак ҳосил қилувчи текислик билан уни фикран кесиб, икки қисмга ажратамиз ва пастки қисмини қолдириб, унинг мувозанатини текширамыз. Стерженнинг ўқи билан бу қия кесимнинг нормали (n) ҳам α бурчак ташқил этади (3.а-шакл). Бу бурчак стерженнинг ўқидан кесим нормалига қараб, соат стрелкаси юришига тескари йўналишда ҳаракат қилса, мусбат деб, акс ҳолда манфий деб ҳисоблаймыз.



Стерженнинг кўндаланг кесим юзини A билан, қия кесим юзини A_α билан белгиласак, A_α нинг қиймати қуйидагича бўлади:

$$A_\alpha = \frac{A}{\cos \alpha} \quad (1)$$

Стерженнинг текширилаётган қисмига ташлаб юборилган қисмининг илгариги таъсирини алмаштирувчи кучларни (F_α) қўямиз, улар қия кесим юзи бўйича F кучга параллел йўналган бўлиб, кўндаланг кесимда ҳосил бўладиган кучланишлардан фарқ қилади ва уларнинг тенг таъсир этувчиси F кучга тенг бўлади. Юқорида оддий чўзилиш (сиқилиш) да стерженнинг бўйлама толалари бир хилда чўзилади деган эдик, шунга асосан, қия кесим юзи бўйича кучланиш текис тақсимланади деб, уни қуйидаги формуладан топиш мумкин, $\sum Z = 0; -F_\alpha A_\alpha + F = 0$;

$$F_\alpha = \frac{F}{A_\alpha} = \frac{F \cos \alpha}{A} = \sigma \cos \alpha, \quad (2)$$

бунда

$\sigma = \frac{F}{A}$ - Z ўқига номал бўлган стерженнинг кўндаланг кесимидаги нормал кучланишдир (3.б-шакл). (2) формуладан кўринадик, қия кесимдаги F_α кучланишнинг миқдори α бурчакнинг қийматига, яъни кесимнинг йўналишига боғлиқ бўлади. F_α кучланишни қия кесимнинг нормали бўйлаб ва кесим юзига параллел йўналган иккита тузувчига ажратамиз. Буларнинг биринчисини σ_α билан белгилаб, уни нормал кучланиш, иккинчисини эса τ_α билан белгилаб, уринма кучланиш деб атаймиз (3.г –шакл).

(2) формулани эътиборга олиб 3.г- шаклдан σ_α ва τ_α лар учун қуйидаги ифодаларни ёзиш мумкин:

$$\sigma_\alpha = F_\alpha \cos \alpha = \sigma \cos \alpha \cos \alpha = \sigma \cos^2 \alpha; \quad (3)$$

$$\tau_\alpha = F_\alpha \sin \alpha = \sigma \cos \alpha \sin \alpha = (\sigma/2) \sin 2\alpha. \quad (4)$$

(3) ва (4) формулалардан кўринадик, σ_α ва τ_α ларнинг миқдорлари α бурчакнинг ўзгаришига, яъни қия кесим йўналишининг ўзгаришига боғлиқ бўлар экан. Шунинг учун, α бурчакнинг қандай қийматларида нормал ва уринма кучланишлар экстремал қийматга эришишини аниқлаймиз.

(3) формуладан кўринадикки, $\cos \alpha = 1$, яъни $\alpha = 0$ бўлганда $\sigma_{\alpha} = \sigma \cos^2 0^{\circ} = \sigma \cdot 1 = \sigma$ энг катта қийматга эришади:

$$\sigma_{\alpha=0} = \sigma_{\max} = \sigma = \frac{F}{A}.$$

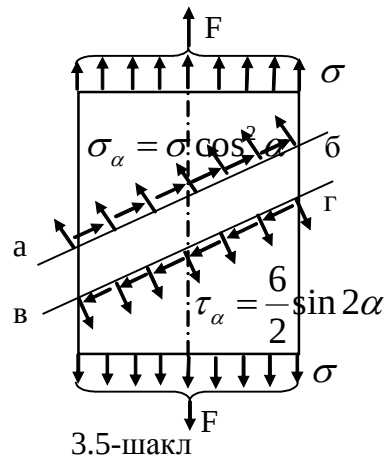
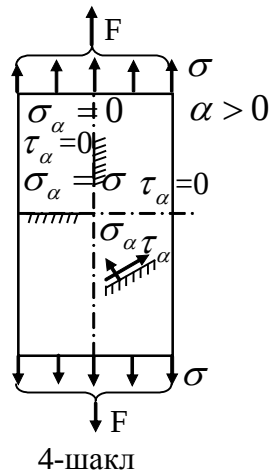
Агар шу формулада $\cos \alpha = 0$, яъни $\alpha = \frac{\pi}{2} = 90^{\circ}$ бўлса, $\sigma_{\alpha=\frac{\pi}{2}} = \sigma_{\min} = 0$ энг кичик қийматга эришади. Булардан кўринадикки, оддий чўзилишда энг катта нормал кучланиш стерженнинг кўндаланг кесимида ҳосил бўлиб, бўйлама кесимда эса ҳеч қандай нормал кучланиш бўлмайди ва стерженнинг бўйлама толалари бир-бирига босим кўрсатмас экан (4.-шакл).

(4) формуладан, агар $\sin 2\alpha = 1$, яъни $\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^{\circ}$ бўлганда $\tau_{\alpha=45^{\circ}} = \tau_{\max} = \frac{\sigma}{2} \sin 2 \frac{\pi}{4} = \frac{\sigma}{2}$ энг катта қийматга эришишини кўриш қийин эмас. Агар шу формулага $\sin 2\alpha = 0$, яъни $\alpha = 0$ ёки $\alpha = \frac{\pi}{2} = 90^{\circ}$ ни қўйсак $\tau_{\alpha=0} = \tau_{\alpha=90^{\circ}} = \tau_{\min} = 0$ бўлиб, энг кичик қийматга эришади.

Демак, энг катта уринма кучланиш нормали стержень ўқи билан 45° бурчак ҳосил қилувчи қия кесимларда ҳосил бўлиб, қиймати энг катта нормал кучланишнинг ярмисига тенг бўлар экан (4-шакл).

Энди нормал ва уринма кучланишларнинг ишораларига тўхталамиз ; агар нормал кучланишнинг йўналиши кесим нормалининг йўналишига мос келса, нормал кучланиш ишораси мусбат, акс ҳолда манфий деб олинади; агар кесим нормалини соат стрелкасининг юриши бўйича 90° га бурганимизда, унинг йўналиши уринма кучланишнинг йўналишига мос келса, уринма кучланиш ишораси мусбат, акс ҳолда манфий деб олинади (3.д – шакл).

Нормал ва уринма кучланишларнинг чўзилувчи Нормал ва уринма кучланишларнинг чўзилувчи стержень материалга кўрсатадиган таъсирини билиш мақсадида, ундан бир-бирига жуда яқин икки параллел текислик ёрдамида (a, b, b, c) элемент ажратамиз.



Бу элементнинг (a, b) ва (b, z) кесимларига стерженнинг ташлаб юборилган қисмининг қолдирилган қисмига илгариги кўрсатган таъсирини алмаштирувчи кучланиш (σ_α ва τ_α) ларни қўямиз ва унинг мувозанатини текшираамиз (5-шакл). Шаклдан кўринадики, агар (a, b) ва (b, z) кесимларни бир-бирига яқинлаштирсак, нормал кучланиш бу икки кесимни бир-биридан узоқлаштиришга, уринма кучланиш эса бу икки кесимни бир-бирига нисбатан силжитишга интилади.

Шундай қилиб, σ_α ва τ_α кучланишлар таъсиридан стержень материали икки хил деформацияланади ва уларга икки хил деформация: бўйлама ва силжиш деформациялари тўғри келади.

Муҳокама учун саволлар :

1. Чизиқли кучланиш ҳолати деб қандай ҳолатга айтилишини биласизми? (ақлий ҳужум).
2. Чизиқли кучланиш ҳолатида стержень қия кесимида уринма кучланиш ҳосил бўладими? (мунозара).

Савол якуни : Агар ажратилган параллелипед томонларига фақатгина битта бош кучланиш таъсир қилса параллелипеднинг бундай ҳолатига чизиқли кучланиш ҳолати дейилади.

Чизиқли кучланиш ҳолатида унинг қия кесимида уринма кучланиш ҳосил бўлади ва кесим нормали билан 45° бурчак ҳосил қилувчи кесимларда экстремал қийматга эришади.

Параллелипед томонлари йўналишининг ўзгаришида кучланишлар ҳам ўзгаради ва шундай бир вазият бўладики, унда уринма кучланиш нолга тенг бўлиб, нормал кучланиш эса экстремал қийматга эришади. Бу хилдаги юзага бош юза ва бу

юзага таъсир қилувчи нормал кучланиш эса бош кучланиш деб аталади.

Назорат учун тест саволлари (тарқатма материал) :

1. Чизиқли кучланиш ҳолатидаги стержень қия кесимида ҳосил бўладиган нормал кучланиш қандай формуладан аниқланади?

A) $\sigma_{\alpha} = \sigma_0 \cos \alpha$;

B) $\sigma_{\alpha} = \sigma_0 \cos^2 \alpha$;

C) $\sigma_{\alpha} = \sigma_0 \cos^3 \alpha$;

D) $\sigma_{\alpha} = \sigma_0 \sin \alpha$;

2. Чизиқли кучланиш ҳолатидаги стержень қия кесимида ҳосил бўладиган уринма кучланиш қайси формулалардан топилади?

A) $\tau_{\alpha} = \sigma_0 \sin 2\alpha$;

B) $\tau_{\alpha} = 2\sigma_0 \sin 2\alpha$;

C) $\tau_{\alpha} = \sigma_0 \sin^2 \alpha$;

D) $\tau_{\alpha} = \sigma_0 \sin 2\alpha / 2$

3-савол бўйича дарс (ўқитувчи) мақсади :

Талабаларга текис кучланиш ҳолатини текшириб унинг қайси кесимларида нормал ва уринма кучланишлар ўзининг экстремал қийматларига эришишини ҳамда уринма кучланишларнинг жуфтлик қонунини аниқлаш асосий муомма эканлигини тушунтириб бериш.

Идентив ўқув мақсадлари :

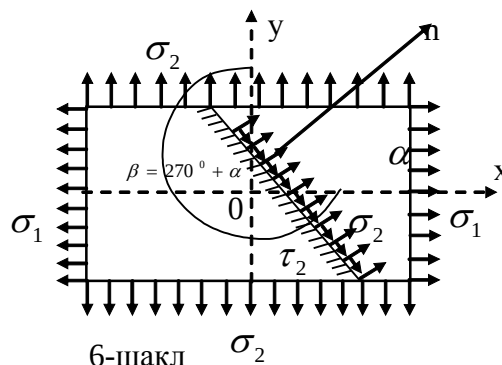
1. Талаба текис кучланиш ҳолатини текшириш асосий вазифа эканлигини тушунтира олади.
2. Талаба текис кучланиш ҳолатида энг каттанормал ва уринма кучланишларни аниқлаш тартибини санаб бераолади.

3-савол баёни : Қурилиш конструкциялари ичида текис кучланиш ҳолатида бўлган пластинка ва қобик кўринишидага элементлар кўп учрайди. Масалан, йиғма уй қурилишида (стеновой панел ва перегородка) лардан кенг фойдаланади ва ҳоказо.

Текис кучланиш ҳолатида бўлган параллелипипеднинг кучланиш ҳолатини текширамыз. Бу ҳолатда бўлган параллелипипед материалынинг мустаҳкамлигини текшириш учун унинг ихтиёрий кесимларида ҳосил бўладиган энг катта нормал ва уринма кучланишларнинг қийматларини аниқлаймыз (3.6-шакл).

Ташқи нормали n бўлган бирор қия кесимни кўриб чиқамиз. Бу ташқи нормали σ_1 бош кучланиш билан α ва σ_2 бош кучланиш билан $\beta = 270^\circ + \alpha$ бурчаклар ҳосил қилади.

Қия кесимга нормал σ_α ва уринма τ_α кучланишлар таъсир қилади. Бу кучланишларнинг қийматлари бош кучланишларга боғлиқдир.



6-шакл

(3) ва (4) формулалардан фойдаланиб, σ_1 ва σ_2 бош кучланишлар таъсиридан ҳосил бўладиган натижаларни қўшиш йўли билан σ_α ва τ_α ларнинг миқдорини аниқлаймиз.

оҳ ўқи йўналиши бўйича σ_1 нормал кучланиш таъсиридан ҳосил бўлган чўзилиш :

$$\sigma_\alpha^x = \sigma_1 \cos^2 \alpha ,$$

оу ўқи йўналиши бўйича σ_2 нормал кучланиш таъсиридан ҳосил бўлган чўзилиш:

$$\sigma_\alpha^y = \sigma_2 \cos 2(270^\circ + \alpha) = \sigma_2 \sin^2 \alpha .$$

Бу нормал кучланишларнинг йиғиндиси қуйидагича бўлади :

$$\sigma_\alpha = \sigma_\alpha^x + \sigma_\alpha^y = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha ; \sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha \quad (5)$$

Худди шу йўл билан (4) формуладан фойдаланиб τ_α уринма кучланишнинг қийматини аниқлаймиз :

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha + \frac{\sigma_2}{2} \sin 2(270^\circ + \alpha) = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha + \frac{\sigma_2}{2} (-\sin 2\alpha) = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha ;$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha . \quad (6)$$

Текис кучланиш ҳолатида ҳам, чизикли кучланиш ҳолатидаги хоссаларини келтириб чиқариш мумкин, яъни; σ_α ва τ_α кучланишларнинг экстремал қийматларини аниқлаш мумкин.

Агар (5) формулага $\cos \alpha = 1$, яъни $\alpha = 0$ ни қўйсак энг катта нормал кучланишнинг қийматини ҳоил қиламиз :

$$\sigma_{\alpha=0} = \sigma_1 \cos^2 0^0 + \sigma_2 \sin^2 0^0 = \sigma_1 = \sigma_{\max} .$$

Энг кичик нормал кучланишни аниқлаш учун (5) формулага $\sin \alpha = 1$ яъни $\alpha = 90^0$ ни қўйиш керак :

$$\sigma_{\alpha=90^0} = \sigma_1 \cos^2 90^0 + \sigma_2 \sin^2 90^0 = \sigma_2 = \sigma_{\min} .$$

Булардан кўринадик, нормал кучланишларнинг экстремал қийматлари параллелипипед ўқларига параллел юзаларда ҳосил бўлиб, миқдорлари шу юзаларга таъсир қилган бош σ_1 ва σ_2 кучланишларга тенг бўлар экан.

Энди, (6) формулага $\sin 2\alpha = 1$, яъни $\alpha = 45^0$ ни қўйиб, энг катта уринма кучланишни аниқлаймиз :

$$\tau_{\alpha=45^0} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2(45^0) = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \tau_{\max}$$

Агар (6) формулага $\sin 2\alpha = -1$, яъни $\alpha = 135^0$ ни қўйсак, энг кичик уринма кучланиш келиб чиқади :

$$\tau_{\alpha=135^0} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2(135^0) = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \tau_{\min}$$

Шундай қилиб, экстремал уринма кучланишлар ташқи нормали энг катта бош σ_1 бош кучланиш билан 45^0 ва 135^0 бурчаклар ҳосил қилган қия юзаларда вужудга келиб, бош кучланишлар айирмасининг ярмига тенг бўлар экан.

Энди, қуйидаги хусусий ҳолларни кўриб чиқамиз. Агар параллелипипед томонларига таъсир қилаётган чўзувчи кучланишлар қиймати бир-бирига тенг, яъни $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ бўлса:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma \cos^2 \alpha + \sigma \sin^2 \alpha = \sigma(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \sigma;$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma - \sigma}{2} \sin 2\alpha = 0,$$

демак , нормал кучланиш ўзгармас бўлиб, уринма кучланиш бўлмас экан, бинобарин ҳамма юза бош юза бўлар экан.

Агар бир-бирига қиймати тенг бўлган ва бири чўзувчи, иккинчиси эса сиқувчи, яъни $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$ бўлса :

$$\sigma_{\alpha} = \sigma \cos^2 \alpha - \sigma \sin^2 \alpha = \sigma \cos 2\alpha;$$

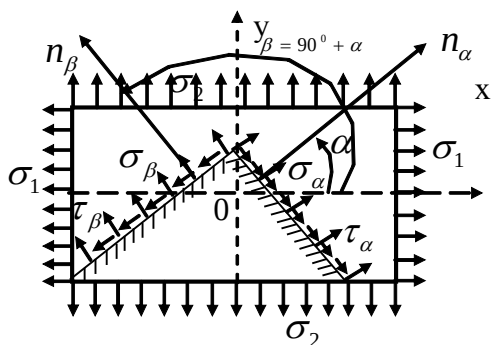
$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma - (-\sigma)}{2} \sin 2\alpha = \sigma \sin 2\alpha \quad .$$

$\alpha = 45^{\circ}$ ёки ($\alpha = 135^{\circ}$) да қуйидагини топиш мумкин :

$$\sigma_{\alpha=45^{\circ}} = \sigma_{\alpha=135^{\circ}} = 0 ; \quad \tau_{\max/\min} = \pm\sigma ,$$

демак, уринма кучланишлар экстремал қийматга эришган юзаларда нормал кучланишлар бўлмас экан.

Энди ташқи нормали n_{α} бўлган юқорида кўриб чиққан қия юзадаги кучланишлар учун чиқарилган (5) ва (6) формулалардан,



7-шакл

унга тик ва нормали n_{β} бўлган қия юзадаги кучланишларни ҳам топиш мумкин (7- шакл). Бу юзалар бири-биридан 90° фарқ қилади ва $\beta = 90^{\circ} + \alpha$ бўлади. (5) ва (6) формулага α нинг ўрнига $\beta = 90^{\circ} + \alpha$ ни қўйиб, нормали n_{β} бўлган юзадаги σ_{β} ва τ_{β} кучланишларни топамиз :

$$\sigma_{\beta} = \sigma_1 \cos^2(90^{\circ} + \alpha) + \sigma_2 \sin^2(90^{\circ} + \alpha) = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha ; \quad \sigma_{\beta} = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha , \quad (7)$$

$$\tau_{\beta} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2(90^{\circ} + \alpha) = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha ; \quad \tau_{\beta} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha ; \quad (8)$$

Агар бош нормал кучланишлар маълум бўлса, (5) – (8) формулалар тўпламидан фойдаланиб, ўзаро тик бўлган ҳар қандай юзалардаги кучланишларни топиш мумкин.

Энди, формулаларни таҳлил қиламиз, (5) ва (7) формулаларнинг ўнг ва чап томонларини қўшиб ва айириб қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta} = \sigma_1 + \sigma_2 = \text{const} , \quad (9)$$

яъна, ўзаро тик икки юзадаги нормал кучланишлар йиғиндиси юзаларнинг қиялик бурчагига боғлиқ бўлмас экан ва бош кучланишлар йиғиндисига тенг бўлиб, ўзгармас қиймат бўлар экан. Ёки бошқача таърифласак : ўзаро тик икки юзадаги нормал кучланишларнинг йиғиндиси, бу юзаларнинг қиялик йўналишига нисбатан инвариантдир.

Энди, (5) формуладан (7) формулани ҳадлаб айириб қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta} = \sigma_1(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + \sigma_2(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha); \quad \sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta} = (\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\alpha. \quad (10)$$

Нихоят, (6) ва (8) формулаларни ҳадлаб қўшиб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\tau_{\alpha} + \tau_{\beta} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}(\sin 2\alpha - \sin 2\alpha) = 0; \quad \tau_{\alpha} = -\tau_{\beta}. \quad (11)$$

Демак, исталган икки ўзаро тик юзалардаги уринма кучланишлар миқдор жиҳатидан ўзаро тенг булиб, қарама-қарши йўналган бўлар экан.

(11) ифодага уринма кучланишларнинг жуфтлик қонуни деб аталади.

Муҳокама учун саволлар :

1. Нима сабабдан текис кучланиш ҳолатини текшириш зарурдир ? (аклий ҳужум).
2. Текис кучланиш ҳолатида энг катта нормал ва уринма кучланишларни топиш керакми? (мунозара).

Савол якуни : Текис кучланиш ҳолатида бўлган параллелипипед материалининг мустаҳкамлигини текшириш учун унинг ихтиёрий кесимларида ҳосил бўладиган энг катта нормал ва уринма кучланишларнинг қийматларини аниқлаймиз . Ташқи нормали n бўлган бирор қия кесимни нормали σ_1 бош кучланиш билан α ва σ_2 бош кучланиш билан $\beta = 270^\circ + \alpha$ бурчаклар ҳосил қилади. Нормал кучланишларнинг экстремал қийматлари параллелипипед ўқларига параллел юзаларда ҳосил бўлиб, миқдорлари шу юзаларга таъсир қилган бош σ_1 ва σ_2 кучланишларга тенг бўлади.

Назорат учун тест саволлар (тарқатма материал) :

1. Текис кучланиш ҳолатида нормал кучланиш қандай формуладан аниқланади?

- А) $\sigma_{\alpha} = \sigma_1 \cos \alpha + \sigma_2 \sin \alpha$; В) $\sigma_{\alpha} = \sigma_1 \sin \alpha + \sigma_2 \cos \alpha$;
 С) $\sigma_{\alpha} = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha$; Д) $\sigma_{\alpha} = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha$;

2. Текис кучланиш ҳолатида уринма кучланиш қандай формуладан аниқланади ?

- А) $\tau_{\alpha} = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha$; В) $\tau_{\alpha} = (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha$;
 С) $\tau_{\alpha} = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha/2$; Д) $\tau_{\alpha} = (\tau_0 \cos 2\alpha - \sigma_2) \cos 2\alpha/2$;

3. Уринма кучланишларнинг жуфтлик қонуни нима?

- А) Ўзаро тик юзаларда албатта кучланишлар бўлади.
- В) Ўзаро тик юзалардаги нормал кучланишлар тенг бўлади.
- С) Ўзаро тик юзалардаги кучланишлар параллел бўлади.
- Д) Ўзаро тик юзалардаги уринма кучланишлар бир-бирига тенг ва қарама-қарши йўналган бўлади.

4. Текис кучланиш ҳолатида ўзаро тик юзалардаги нормал кучланишлар йиғиндиси нимага тенг ?

- А) Шу юзалардаги уринма кучланишлар йиғиндисига тенг;
- В) Шу юзалардаги бош кучланишлар айирмасига тенг ;
- С) Шу юзалардаги бош кучланишлар йиғиндисига тенг бўлиб ўзгармас миқдордир;
- Д) Шу юзалардаги бош кучланишлар йиғиндисининг ярмига тенг

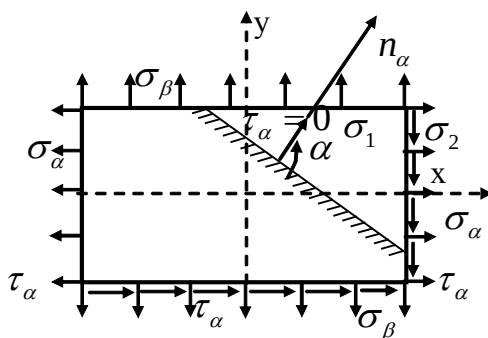
4-савол бўйича дарс (ўқитувчи) мақсади :

Талабаларга бош кучланишларни ва бош юзаларнинг йўналишларини аниқлаш асосий муомма эканлигини тушунтириб бериш.

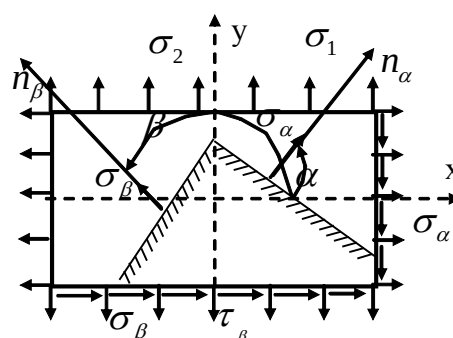
Идентив ўқув мақсадлари :

1. Талаба бош кучланиш ва бош юзаларнинг йўналишларини аниқлаш асосий вазифа эканлигини тушунтира олади.
2. Талаба бош кучланиш ва бош юзаларнинг йўналишларини топишнинг асосий йўналишларини санаб бераолади.

4-савол баёни : 8 –шаклда кўрсатилган параллелипипеднинг томонларига таъсир этаётган нормал $\sigma_\alpha, \sigma_\beta$ ва уринма τ_α, τ_β кучланишлар маълум бўлган ҳолда σ_1, σ_2 бош кучланишларни ва бош юзаларнинг йўналишларини аниқлаймиз .



8-шакл



9-шакл

Бунинг учун (6) ва (10) формулаларни иккала томонини квадратга кўтариб ҳосил бўлган тенгламаларни ҳадлаб қўшамиз :

$$(\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta})^2 + 4\tau_{\alpha}^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 (\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha).$$

бундан

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \pm \sqrt{(\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta})^2 + 4\tau_{\alpha}^2} \quad (12)$$

келиб чиқади.

Юқорида қабул қилганимиздай σ_1 энг катта, σ_2 эса энг кичик, яъни

$\sigma_1 = \sigma_{\max}$ ва $\sigma_2 = \sigma_{\min}$ деб ҳисобласак $\sigma_1 - \sigma_2 > 0$ бўлади. Шунинг учун (12) формуладаги квадрат илдиз олдида мусбат ишорани оламиз. Шундай қилиб, (9) ва (12) формулалардан

$$\sigma_1 - (\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta} - \sigma_1) = \sqrt{(\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta})^2 + 4\tau_{\alpha}^2}.$$

ёки

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta})^2 + 4\tau_{\alpha}^2}.$$

Шунга ўхшаш

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta})^2 + 4\tau_{\alpha}^2}.$$

Бу иккала ифодаларни бирлаштириб, бош нормал кучланишларни аниқлаш формуласини ҳосил қиламиз :

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{\max/\min} = \frac{1}{2} \left[(\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta}) \pm \sqrt{(\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta})^2 + 4\tau_{\alpha}^2} \right] \quad (13)$$

Бош юзаларнинг йўналишларини аниқлаш формуласини чиқариш учун (6) формулани (10) формулага бўламиз :

$$\frac{\tau_{\alpha}}{\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta}} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha}{2(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha},$$

бундан

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{\alpha}}{\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta}}, \quad (14)$$

ёки (11) формулага асосан

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_\beta}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}. \quad (15)$$

келиб чиқади.

Бу ерда α_0 - бош юза нормалининг σ_α кучланиш йўналиши билан ҳосил қилган бурчаги. Бу (14) ва(15) формулалар α_0 бурчак учун ўзаро тик бўлган икки юзанинг йўналишини аниқловчи қийматларни беради, улар бир-биридан 90° га фарқ қилади. Бу юзаларнинг бирига $\sigma_1 = \sigma_{\max}$ бош нормал кучланиш ва иккинчисига $\sigma_2 = \sigma_{\min}$ бош нормал кучланиш таъсир қилади (9-шакл).

Муҳокама учун саволлар :

1. Нима учун бош кучланиш ва бош юзаларнинг йўналишларини аниқлаш зарурдир ? (ақлий ҳужум).

2. Бош кучланиш ва бош юзаларнинг йўналишларини топиш керакми ? (мунозара).

Савол якуни : Параллелипипеднинг томонларига таъсир этаётган нормал $\sigma_\alpha, \sigma_\beta$ ва уринма τ_α, τ_β кучланишлар маълум бўлган ҳолда σ_1, σ_2 бош кучланишларни ва бош юзаларнинг йўналишларини аниқлаш мумкин.

Назорат учун тест саволлари (тарқатма материал) :

1. Бош кучланишлар қандай формуладан топилади

$$\text{A) } \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}{2} \pm \sqrt{(\sigma_\alpha + \sigma_\beta) + 4\tau_\alpha^2}; \quad \text{B) } \sigma_{1,2} = \sqrt{\sigma_\alpha + \sigma_\beta + 4\tau_2^2};$$

$$\text{C) } \sigma_{1,2} = \sigma_\alpha + \sigma_\beta \pm \sqrt{(\sigma_\alpha + \sigma_\beta)}; \quad \text{Д) } \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}{2} \pm \sqrt{(\sigma_\alpha + \sigma_\beta) + 4\tau_\alpha^2};$$

2. Бош кучланишлар йўналишини аниқловчи формула қандай бўлади

$$\text{A) } \operatorname{tg} 2\alpha_0 = 2\tau_\alpha ;$$

$$\text{B) } \operatorname{tg} 2\alpha_0 = 2\tau \alpha / (\tau_\alpha - \tau_\beta) ;$$

$$\text{C) } \operatorname{tg} 2\alpha_0 = -2\tau_\alpha / (\sigma_\alpha - \sigma_\beta) ;$$

$$\text{Д) } \operatorname{tg} 2\alpha_0 = 2\tau_\alpha \beta$$

Фойдаланган адабиётлар

1. М.Т.Ўразбоев “Материаллар қаршилиги асосий курси” Т.”Ўқитувчи” 1973.
2. А.Ф.Смирнов “Материаллар қаршилиги”.Т.”Ўқитувчи”, 1988.
3. К.М.Мансуров “Материаллар қаршилиги”.Т,”Ўқитувчи, 1969, 1983.
4. В.К.Качурин таҳрири остида “Материаллар қаршилигидан мисол ва масалалар” тўплами. Т.”Ўзбекистон”, 1993й.
5. Н.М.Беляев ва бошқалар “Материаллар қаршилиги” фанидан масалалар тўплами. Т,”Ўзбекистон” 1993 й.
6. Б.А.Обидовский, С.Е.Ханин “Материаллар қаршилиги мисол ва масалалар”да. Т. “Ўқитувчи” 1983 й.

