

**TOSHKENT SHAHAR PEDAGOG KADRLARNI QAYTA
TAYYORLASH VA MALAKASINI OSHIRISH INSTITUTI**

A.Moxamedjanova

Масалаларини ечиш усуллари
(Uslubuy qo'llanma)

Toshkent - 2014

Mazkur uslubiy qo'llanmada qo'shimcha adabiyotlardan olingan ayrim olimpiada masalalarining tuzilishi va yechilishi haqida namunalar keltirilgan. Bu uslubiy qo'llanma yosh mutaxassislariga va matematikaga qiziquvchi o'quvchilarga yaqin ko'makchi bo'lib xizmat qiladi degan umiddaman.

Mualliflar:

A. Moxamedjanova – TSHPKQTMOI Matematika, informatika va fizika kafedrası o'qituvchisi.

Taqrizchilar:

R.K.Islomov – TSHPKQTMOI matematika, informatika va fizika kafedrası dotsenti.

S.K. Alimova – Toshkent shahar Shayhontohur tumanidagi 19-maktabning matematika o'qituvchisi.

TSHPKQTMOI Ilmiy Kengashining 2014 yil 17 sentyabr oyidagi 5-sonli bayonnoma qarori bilan chop etishga tavsiya etilgan.

Olimpiadaning kelib chiqish tarixi.

Yunonistonning eng baland tog'lari tizmasi Olimp deb ataladi. Tizmadagi eng baland cho'qqi 2917m gacha boradi. Qadimgi yunon mifologiyasida Olimp Zevs boshchiligidagi (xudolar otasi) xudolarning makoni hisoblangan. Shu erda joylashgan olimpiya shahrida eramizdan avvalgi 776 yildan boshlab har 4 yilda Zevs sharafiga umumyunon tantanalari va musobaqalari o'tkazib turilgan va u olimpiya o'yinlari deb nomlangan. Eramizning 394 yiligacha davom etgan bu an'ana 1896 yildan boshlab har 4 yilda o'tkaziladigan umumjahon sport musobaqalari ham olimpiada o'yinlari deb atala boshlangan.

Matematik turnirlar va musobaqalar ham uzoq tarixga ega: masalan, kubik tenglamalarni yechish uchun Tartalya-Kardano formulasi kashf qilinish tarixi shunday turnirlar bilan bog'liq.

1894 yildan buyon Vengriyada maktab o'quvchilari musobaqalarini muntazam o'tkazib kelindi. 1934 yilda Rossiyada, Leningrad shahrida, shu yili Gruziyaning Tbilisi shahrida bo'lib o'tgan. 1935 yilda Moskva shahrida birinchi Moskva olimpiadasi tashkil etildi. 1959 yilda Ruminiyada o'quvchilarning birinchi xalqaro olimpiadasi bo'ldi. 1961 yildan boshlab har yili o'quvchilar uchun matematika olimpiadasi o'tkazildi.

60-yillardan boshlab har yili respublikamizda, maktab o'quvchilarning umum ta'lim fanlari bo'yicha tuman, shahar, viloyat va respublika olimpiadalarini o'tkazish an'anaga aylandi. Shubhasiz aytish mumkinki, bu olimpidalar yoshlarning ilm-fanga, o'qishga qiziqishlarini, etuk mutahassis bo'lishga intilishlarini orttirishda ijobiy ta'sir ko'rsatadi.

Olimpiadaning asosiy maqsadi birgina g'olibni aniqlash bo'lmay, balki barcha qatnashchilarni original masalalar bilan qiziqtirish, ularni matematik to'garaklar mashg'ulotlariga muntazam ishtirok etishga, ma'ruzalar tinglashga, kitob bilan mustaqil ishlashga jalb qilishdir.

Hamma matematiklar ham olimpiada qatnashchisi yoki g'olibi bo'lgan emas. Muvaffaqiyatsizlikdan so'ng, albatta, keyingi olimpiadaga puxtaroq tayyorgarlik ko'rish kerak. Buning uchun ustoz ko'rsatmalariga amal qilish, mustaqil "Olimpiada masalalari to'plami"dan mashqlar bajarish, matematik to'garaklarga qatnashish kerak.

Olimpiada masalalarini yechish metodikasi.

O'quvchilarning bilimlarini chuqurlashtirish, olgan nazariy bilimlarini amalda qo'llashdagi muhim o'rinlardan birini olimpiadalar tashkil qiladi. Olimpiada qaysi bosqichda bo'lmasin, u qatnashchilarni hayajonga soluvchi, ammo u hech kim yutqazmaydigan kurashdir. Bunday kurashlarda mustaqil fikrlashga o'rgangan va masalalar yechish bilan muntazam shug'ullanadigan o'quvchilargina g'alaba qozonishi shubhasiz.

Olimpiadaga tayyorlanish jarayoni oldingi olimpiadalarda berilgan masalalar bilan tanishish, undagi amallarni bajarishni o'z ichiga olishi lozim. Olimpiada masalalarining o'ziga xos tomonlari mavjud. Ular nostandart bo'lib, yechimlari ham original fikrlashni, topag'onlikni talab qiladi.

Harfli ifodalar bilan raqamlar orasidagi bog'lanish.

1. $ABC+MN=FEDP$ (ikki, uch, to'rt xonali sonlar) berilganga ko'ra.
 $F^{M+N}+A^F$ ni hisoblang.

Yechish: uch xonali sonning birinchi raqami 9 bo'lgandagina unga ikki xonali son qo'shilsa 4 xonali son hosil bo'ladi va uning birinchi raqami albatta 1 bo'ladi. Demak $A=9$, $F=1$ ekan. $1^{M+N}+9^1=10$. Ya'ni 1 ni har qanday darajaga ko'tarsak 1. Xisoblashni bajarishda qolgan raqamlar ahamiyatga ega emas.

2. $\overline{abc} + \overline{dec} = \overline{fmc}$ (uch xonali, to'rt xonali sonlar)
 berilganga ko'ra $f^{a+d} + (b+d)^c$ ni hisoblang.

Yechish: Ikkala qo'shiluvchining oxirgi raqamlari bir hil bo'lib, yig'indi oxirida ham o'sha raqam bo'lsa, bu faqat 0 bo'lishi mumkin. Demak $c=0$. Ikkita uch xonali son qo'shilganda hosil bo'ladigan 4 xonali sonning birinchi raqami albatta 1 bo'ladi. Demak $f=1$, $1^{a+d}+(b+d)^c=1+1=2$. Qolgan raqamlar ahamiyatsiz.

3. $abcde-ebcda=69993$ 5 xonali sonlar ayirmasi quyidagi $bcd-dcb+792$ va $bc-cb+72$ shartlarni qanoatlantirsa, $abcde$ kamayuvchi sonni toping.

Yechish: $\overline{a\tilde{n}} - \overline{c\tilde{a}} = 10\tilde{a} + \tilde{n} - 10\tilde{n} - b = 9(\tilde{a} - \tilde{n}) = 72$. demak $b-c=8$; $b=8+c$ bunda ikki xol.

1) $c=0$ bo'lsa $b=8$ bu holda kamayuvchi bir xonali son bo'lib qoladi, bu to'g'ri emas.

2) $c=1$ da $b=9$ bu holda yuqoridagi tenglik $91-19=72$.

Endi birinchi shartga o'tamiz.

$$\overline{bcd} - \overline{dcb} = 910 + d - 100d - 19 = 891 - 99d = 792 \quad 99d = 99; \quad \underline{d=1}.$$

Endi berilganlarni ayirmaga qo'yamiz.

$$10000a + 9110 + e - 10000e - 9110 - a = 69993$$

$$9999(a-e) = 69993; \quad a-e=7 \text{ bunda ham ikki xol:} \quad 1) 9-2=7. \quad a=9, e=2 \text{ va}$$

$$2) 8-1=7, \text{ demak } a=8, e=1 \text{ ekan.}$$

$$1\text{-xolda } 99112 - 29119 = 69993$$

$$2\text{-xolda } 89111 - 19118 = 69993$$

Demak kamayuvchi 99112 yoki 89111 bo'lishi mumkin ekan.

4. AB va $5A$ ikki xonali sonlar. $3 \cdot AB = 5A$ bo'lsa, A^2+B^2 ni toping.

$$\text{Yechish: } 3 \cdot 17 = 51, A=1, B=7 \text{ bundan } A^2+B^2=1+49=50.$$

5. Jadvalni shunday uchta ketma-ket son bilan to'ldiringki, bu sonlarning yig'indisi 15 ga teng bo'lsin.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Yechish:

T	o'	r	t	b	e	s	h	o	l	t	i
---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$x+(x+1)+(x+2)=15$; $3x+3=15$; $x=4$. Demak ketma-ket sonlar 4; 5; 6. Jadvalga ularni xarflarda yozamiz.

Matnli masalalar.

6. Ikki pallali toshsiz tarozida berilgan tangalar ichidan qalbaki tangani 3 ga karrali sonlardan olib bir nechta masala tuzish mumkin. Masalan 81 ta tangadan toshsiz ikki pallali tarozida kami bilan necha marta tortishda qalbaki tangani aniqlash mumkin.

Yechish: Tangalarni teng 3 bo'lakka ajratamiz va tarozi pallalariga ikki bo'lagini qo'yamiz, pallalar baravar tursa qalbaki tanga pastda bo'ladi. Topilgan bo'lakni yana 3ga ajratib, shu ishni davom ettiramiz. Demak, to'rtinchi tortishda qalbaki tanga aniqlanar ekan.

7. Nisbati 5 ga teng, yig'indisi 498 ga karrali bo'lgan ikkita uch xonali sonni toping.

Yechish: Izlanayotgan sonlardan kichigini a , kattasini b desak, u holda $100 < a < b < 1000$ shartni qanoatlantiradi. Shartga ko'ra $a+b=498k$; $b:a=5$; bundan $b=5a$; $a+5a=498k$; $a=83k$. demak a uch xonali son bo'lishi uchun $k \geq 2$ bo'lishi kerak. $b=5 \cdot 83k = 415k$ b uch xonali son bo'lishi uchun $k \leq 2$ bo'lishi kerak. Demak $k=2$ ekan. Bundan $a=83 \cdot 2=166$; $b=415 \cdot 2=830$ ekan.

8. Quyidagi ifodalardan qaysi biri katta. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 99$ yoki 50^{99} .

Yechish: Chapdagi ifodaning yozilishini o'zgartiraylik. 50 dan boshlab uning ikki tarafdagilarni juftlaymiz. $50 \cdot (49 \cdot 51) \cdot (48 \cdot 52) \cdot \dots \cdot (1 \cdot 99)$ har bir ko'paytuvchi $(50-n)(50+n)$ ni beradi bunda $n=1$ dan 49 gacha sonlar. Demak ko'paytma $50^2 - n^2 < 50^2$ dan kichik son. Bunday ko'paytmalar soni 49 ta. $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 99 < 50 \cdot (50^2)^{49} = 50^{99}$

9. Izlanayotgan sonning kvadrati 0;2;3;5 raqamlaridan tuzilgan bo'lsa, sonning o'zini va kvadratini toping.

Yechish: Sonning kvadrati xech qachon 2, 3 yoki bitta 0 oxirgi raqami bilan tugamaydi. Shuning uchun oxirgi raqam 5 va undan oldingisi 2 bo'ladi. Sababi

$(10a+5)^2=100a^2+100a+25$. 0 ni oldinga yozish ma'nosiz. Shuning uchun birinchi raqam 3, ikkinchisi 0, demak sonning kvadrati $3025=55^2$ bo'lib izlangan son 55 ekan.

10. Quyidagi 3ta shartdan ikkitasini qanoatlantiruvchi A sonini toping.

1) $A+21$ -biror son kvadrati.

2) A -sonning oxirgi raqami.

3) $A-68$ -biror son kvadrati.

Yechish: 1 va 2 shart to'g'ri kelmaydi, chunki oxirgi ikki, sonning kvadrati 2 bilan tugamaydi. 2 va 3 shart to'g'ri kelmaydi, chunki oxirgi uch, sonning kvadrati 3 bilan tugamaydi. Demak, 1 va 3 shartni olamiz. Faraz qilaylik:

$$\begin{cases} A+21=e^2 & e^2-e^2+2e-1=89 \\ A-68=(e-1)^2 & 2e=90; \quad e=45 \end{cases}$$

$$A=45^2-21=2025-21=2004.$$

11. Ikki guruxda bir xil sondagi o'quvchilar o'qiydi. Shulardan har biri kamida bir tilni o'rganadi: ingliz yoki nemis. Agar birinchi guruxdan 5 o'quvchi va ikkinchi guruxdan 6 o'quvchi ikkala tilni o'rgansa, nemis tilini o'rganuvchilar soni ikkinchi guruxda birinchiga nisbatan 3 marta ko'p, ingliz tilini o'rganuvchilar soni birinchi guruxda ikkinchiga nisbatan 4 marta ko'p bo'ladi. Har bir guruxda mumkin bo'lgan o'quvchilarning minimal soni qanday?

Yechish: i-ingliz tilini o'rganuvchilar, n-nemis tilini o'rganuvchilar, u-guruxdagi o'quvchilar soni desak, masala shartiga ko'ra quyidagi tenglikni xosil qilamiz. $u=3n+i-5$ ikkinchi guruxda, $u=n+4i-6$ birinchi guruxda. Bu ikkala tenglikdan, $3n+i-5=n+4i-6$, $2n=3i-1$ $n=(3i-1)/2$, ikkinchidan $2u=3n+i-5+n+4i-6=4n+5i-11$, n o'rniga i orqali ifodasini qo'ysak, $2u=6i-2+5i-11=11i-13$, $u=(11i-13)/2$ ba $n=(3i-1)/2$ ifodalardan $n \geq 6$, $i \geq 6$, agar $i=6$ desak, n-kasr son bo'ladi. n va i lar natural son bo'lgani uchun, $i=7$ desak, $n=10$ bo'ladi. U xolda $u=(77-13)/2=32$ izlangan guruxdagi o'quvchilar soni.

Yuqorida ko'rilgan masalalarning hammasi o'quvchini mantiqiy fikrlashga o'rgatadi. Masalalar orasidagi qonuniyatlarni, o'hshashliklarni topishga o'rgatadi. Bu qonuniyatlarni bilgan va unga yondoshgan holda yangi masalalar tuzishi mumkin.

12. Stol ustida bir nechta kitoblar bor. Ularni 2, 3, 4, 5, 6, ta dan taxlasak har doim 1 ta kitob ortib qoladi. Agar 7 ta dan taxlasak kitob ortib qolmaydi. Stol ustida qancha kitob bor?

Yechish: Izlanayotgan kitoblar sonini x desak, 2, 3, 4, 5 va 6 sonlarning umumiy karralisi $60n$ bo'lib, $x=60n+1$; $x=7a$; n, a natural sonlar $60n+1=7a$ tenglikdan $a = \frac{60n+1}{7} = 8n + \frac{4n+1}{7}$. Natural son a uchun $n=5$ da $\frac{4n+1}{7}$ qoldiqsiz bo'linadi. Demak $x=60 \cdot 5+1=301$.

13. Xovuzdan 3 litrli va 5 litrli idish yordamida 4 litr suvni qanday olasiz? Yechish: 1-usul. 3 litr idishda 2 marta suv olib, 5 litrga quyamiz. 5 litrdagi suvni to'kib, 3 litrda qolgan 1 litr suvni 5 litrga quyamiz va yana 3 litrda suv olib 5 litrga quyamiz. 2-usul. 5 litr idishda suv olamiz va 3 litr idishga quyamiz. 3 litr idishdagi suvni to'kib, unga 5 litrda qolgan 2litrni quyamiz. 5 litrda suv olib, 3 litrdagi suvga quysak, 5 litr idishda 4 litr suv qoladi.

14. Bir ishni 10 kishi 18 kunda bajaradi. Shu ishni 15 kishi necha kunda bajaradi?

Yechish: $10/15 = x/18$ ya'ni teskari proportsional. Bundan $x=(8 \cdot 12):6=16$.

15. Hovuzga uchta quvurda suv tushadi. Agar 1 va 2 quvurdan oqsa 12 soatda, 1 va 3 dan oqsa 15 soatda, 2 va 3 dan oqsa 20 soatda to'ladi. Uchalasidan baravar oqsa necha soatda to'ladi?

Yechish: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$, $\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{15}$, $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{20}$ bu uchala tenglikning mos tomonlarini qo'shsak $2(\frac{1}{y} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}) = \frac{1}{5}$ hosil bo'ladi. Bundan $\frac{1}{y} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10}$ demak 10 soatda to'ldiradi.

16. Koptokni ma'lum balandlikdan tashlaganda u erga tushib, avvalgi masofaning $\frac{3}{5}$ qismiga ko'tariladi. Yana erga tushib 27 sm. ga ko'tariladi. Avval qanday balandlikdan tashlangan?

Yechish: Tashlangan masofani x desak, $(\frac{3}{5}x) * \frac{3}{5} = 27$; $\frac{9}{25}x = 27$; $x = 27 * \frac{25}{9} = 75$; j: 75 sm.

17. Idishdagi suvga a miqdorda suv qo'shsak $\frac{1}{4}$ qismi to'ladi, agar a miqdorda suv olsak $\frac{3}{20}$ qismi qoladi. Avval idishning qanday qismi to'la bo'lgan?

Yechish: $\begin{cases} x + a = \frac{1}{4} \\ x - a = \frac{3}{20} \end{cases}$; Tengliklarni qo'shsak $2x = \frac{1}{4} + \frac{3}{20} = \frac{5+3}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$; $x = \frac{2}{10} = 0,2$.

18. Savatdagi olmalarning avval 0,3 qismi va yana 2 donasi olindi, keyin qolgan olmalarning 0,4 qismi va yana 4 donasi olindi, keyin qolgan olmalarning 0,25 qismi olindi, so'ngra 15 dona olma qoldi. Dastlab savatda qancha olma bo'lgan?

Yechish: Masalani teskarisidan yechamiz. Qolgan 15 olma 0,75 qism bo'lsa, $15:0,75=20$, uchinchi olishda 20 olma bo'lgan. Ikkinchi olishda: $20+4=24$; $1-0,4=0,6$; $24:0,6=40$ ta olma bo'lgan. Birinchi olishda: $40+2=42$; $1-0,3=0,7$; $42:0,7=60$. Demak savatda 60 dona olma bo'lgan. J: 60 dona

19. Uch aka-uka mashina olmoqchi bo'lib magazinga kirishibdi. Ular tanlagan mashina 24 mln. so'm turar ekan. Shunda katta aka ukalariga sizlar pullaringizning yarmini bersalaring men shu mashinani olar edim debdi. O'rtanchisi sizlar pullaringizning $\frac{1}{3}$ ni bersalaring men shu mashinani olar edim debdi. Kichigi sizlar pullaringizning $\frac{1}{4}$ ni bersalaring men shu mashinani olar edim debdi. Har birida qanchadan pul bo'lgan?

Yechish: $\begin{cases} x + \frac{1}{2}(y + z) = 24 \\ y + \frac{1}{3}(x + z) = 24 \\ z + \frac{1}{4}(x + y) = 24 \end{cases}; \begin{cases} 2x + y + z = 48 \\ x + 3y + z = 72 \\ x + y + 4z = 96 \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 24 + 1 + 1 - 3 - 2 - 4 = 17; \quad \begin{vmatrix} 48 & 1 & 1 \\ 72 & 3 & 1 \\ 96 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 576 + 72 + 96 - 288 - 48 - 288 = 120$$

$$x = \frac{120}{17} = 7 \frac{1}{17}; \quad \begin{vmatrix} 2 & 48 & 1 \\ 1 & 72 & 1 \\ 1 & 96 & 4 \end{vmatrix} = 576 + 96 + 48 - 72 - 192 - 192 = 264; \quad y = \frac{264}{17} = 15 \frac{9}{17};$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 48 \\ 1 & 3 & 72 \\ 1 & 1 & 96 \end{vmatrix} = 576 + 72 + 48 - 144 - 144 - 96 = 312; \quad y = \frac{312}{17} = 18 \frac{6}{17}.$$

20. Zavodda uch ishchi detal tayorlashdi. 1-chi va 3-chi ishchi birgalikda 2-chi ishchidan 2 marta ko'p, 2-chi va 3-chi ishchi birgalikda 1-chi ishchidan 3 marta ko'p detal tayorladi. Qaysi biri ko'p tayorlagan?

Yechish: 1-chini x, 2-chini y, 3-chini z desak: $x+z=2y$; $y+z=3x$ bundan, $x=2y-z$; $y+z=3(2y-z)$; $y+z=6y-3z$; $4z=5y$; $z=1,25y$; $x=2y-1,25y=0,75y$. Demak eng ko'p detalni 3-chi ishchi tayorlagan.

21. Otning 14 kunda yeydigan ovqatini toychoq bilan birgalikda 10 kunda yeydi. Shu ovqatni toychoq o'zi yesa necha kunda yeydi?

Yechish: Algebraik usul: $1/14 + 1/x = 1/10$; $(x+14)/(14x) = 1/10$; $5x+70=7x$; $2x=70$; $x=35$ kunda.

Arifmetik usul: $14-10=4$ otning 4 kun yeydiganini toychoq 7 kun yeydi. $14:4 \cdot 10=35$ kun. J: 35 kun

22. Bir ishni usta 12 kunda, shogird esa 30 kunda bajaradi. Shu ishni 3 ta usta va 5 ta shogird necha kunda bajaradi?

Yechish: 3 ta usta ishni $12:3=4$ kunda, 5 ta shogird $30:5=6$ kunda. Birgalikda $1/4 + 1/6 = 1/x$, bundan $3x+2x=12$ $x=12/5=2,4$. J: 2,4 kun.

23. Baliq ovida Azamat va Baxtiyor 70 ta laqqa, cho'rtan va zag'ora baliq tutdi. Azamat tutgan baliqlarning $5/9$ qismi laqqa, Baxtiyorda $7/17$ qismi zag'ora bo'lib, laqqa va zag'ora baliqlar soni teng. Nechta cho'rtan baliq ovlangan? Yechish: Ovlangan baliqlar natural sonda bo'lgani uchun 70 ning $5/9$ yoki $7/17$ qismi natural son bo'lishi kerak. Ya'ni 70 ni 9 va 17 ga karrali bo'lgan ikkita qo'shiluvchiga ajratamiz. $70=36+34$; Azamat tutgan laqqa baliqlar soni $36 \cdot (5/9)=20$ ta, Baxtiyor tutgan zag'ora baliqlar soni $34 \cdot (7/17)=14$. Azamat tutgan zag'ora va cho'rtan $36-20=16$ ta, Baxtiyor tutgan laqqa va cho'rtan $34-14=20$ ta.

	1-xol			2-xol			3-xol			4-xol			5-xol			6-xol		
	L	Ch	Z	L	Ch	Z	L	Ch	Z	L	Ch	Z	L	Ch	Z	L	Ch	Z
A	20	0	16	20	2	14	20	4	12	20	6	10	20	8	8	20	10	6
B	10	10	14	8	12	14	6	14	14	4	16	14	2	18	14	0	20	14

Tutilgan cho'rtan baliqlar: 1) $0+10=10$; 2) $2+12=14$; 3) $4+14=18$; 4) $6+16=22$; 5) $8+18=26$; 6) $10+20=30$. J: 10; 14; 18; 22; 26; 30.

24. Hovuzni to'ldiradigan ikkita quvur bo'lib, 1-quvur 15 soatda, 2-quvur 18 soatda to'ldiradi. Agar ikkala quvur baravar 1soat oqsa, hovuzning qancha qismi to'lmay qoladi?

Yechish: $1/15 + 1/18 = x$, $x=11/90$.
 $1-11/90=79/90$ qismi to'lmaydi.

25. 1 dan 99 gacha bo'lgan natural sonlar yozib chiqilsa, necha xonali son hosil bo'ladi? Bu sonda 2 raqami qancha uchraydi?

Yechish: Bir xonali sonlar 9 ta, ikki xonali sonlar 90 ta $9+2 \cdot 90=189$; 2 raqami 20 ta.

26. Birdan to'qqizgacha bo'lgan raqamlar orasiga belgi va ishoralar qo'yib birni hosil qiling.

Yechish: $123=1$, $(1+2):3=1$; $1234=1$, $1 \cdot 2+3-4=1$; $12345=1$, $((1+2):3+4):5=1$; $123456=1$, $(12:3+4+5):6=1$; $1234567=1$, $((((1+2):3+4):5+6):7=1$; $12345678=1$, $(12:3)-4+56:7:8=1$; $123456789=1$, $((((1+2):3+4):5+6):7+8):9=1$.

27. $a=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, a ning bo'luvchilari nechta?

Yechish: Bo'luvchilarni topish formulasidan foydalansak
 $n=(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\dots(1+a_k)$, $a_1, a_2, a_3 \dots a_k$ -tub ko'paytuvchilar darajalari.
 $a=2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ da $n=(1+3)(1+1)(1+2)(1+1)(1+1)(1+1)=4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^3=192$
j:192 ta

28. $a=3/7$, $b=5/13$, $c=9/11$ sonlarni o'sish tartibida yozing.

Yechish: Bir-biriga yaqin bo'lgan sonlarning maxraj va surat orasidagi farqqa qarab solishtirish mumkin. Farq qancha katta bo'lsa, kasr shuncha kichik bo'ladi. $7-3=2$, $13-5=8$, $11-9=2$ demak $b < c < a$ ekan.

29. Duskada 1, 2, 3, 4, ...101 sonlari yozilgan. Bir qadamda ularning ixtiyoriy ikkitasini o'chirib, ular o'rniga shu sonlar ayirmasini yozish mumkin. 100 qadamdan so'ng duskada bitta son qoladi. Uning nol emasligini isbotlang.

Yechish:1) 1 ni qoldiramiz, $3-1=1$, $5-4=1$, ..., $101-100=1$, 51 ta 1 qoladi (50 ta qadam); 2) 1 va 25 ta 0 qoladi (25 ta qadam); 3) 1 va 12 ta 0 qoladi (13 ta qadam); 4) 1 va 6 ta 0 qoladi (6 ta qadam); 5) 1 va 3 ta 0 qoladi (3 ta qadam); 1 va 0 qoladi (2 ta qadam); 6) $1 - 0=1$ qoladi (1 ta qadam). Qadamlar soni $50+25+13+6+3+2+1=100$.

30. 2012 ta butun sonning ko'paytmasi birga teng. Ularning yig'indisi nolga teng emasligini isbotlang.

Yechish: Ko'paytma 1 va -1 sonlaridan iborat bo'lishi mumkin. Bunda manfiy raqamlar soni juft sonda va musbatidan kam bo'lganda masala sharti bajariladi.

31. Savdogar bozorga 10 kg. li va 17 kg. li idishlarda 223 kg. asal olib bordi. Unga qancha idish kerek bo'ldi?

Yechish: 17 ni 9 ga ko'paytirganda oxiri 3 bo'ladi, $17 \cdot 9 = 153$, $223 - 153 = 70$, $70 : 10 = 7$. Demak 10 kg idishdan 7 ta, 17 kg idishdan 9 ta, jami 16 ta idish kerak bo'lgan.

32. Arifmetik progressiyaning hadlari soni juft. Uning juft o'rinda turgan hadlari yig'indisidan toq o'rinda turgan hadlari yig'indisini ayirsak 100 ga teng. Uning oxirgi va birinchi hadlari ayirmasi 199 ga teng. Progressiyaning nechta hadi mavjud?

Yechish: $(a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n}) - (a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1}) = (a_2 - a_1) + (a_4 - a_3) + \dots + (a_{2n} - a_{2n-1}) = d \cdot n = 100$; $a_{2n} - a_1 = 199$; $a_{2n} = a_1 + (2n-1)d$; $a_1 + (2n-1)d - a_1 = 199$; $2dn - 2dn + d = 200 - 199$; $d = 1$; $n = 100$. J: $d = 1$; $n = 100$

33. Raqamlari yig'indisiga bo'linadigan ikki xonali sonlar nechta?

Yechish: 10, 12, 18, 20, 21, 30, 36, 40, 42, 45, 48, 50, 54, 60, 63, 70, 72, 80, 81, 90, ya'ni 20 ta. J: 20 ta.

34. 9 ta ketma-ket kelgan sonning yig'indisi 243 ga teng. Oltinchi son nimaga teng?

Yechish: $n + (n+1) + (n+2) + \dots + (n+8) = 243$; $9n + 36 = 243$; $9n = 207$; $n = 23$; $23 + 5 = 28$. J: 28 ga.

35. $2011 \cdot 2012 \cdot 2013 - 2010 \cdot 2012 \cdot 2014$ ifodani hisoblang.

Yechish: $2012 = n$ desak. $(n-1) \cdot n(n+1) - (n-2) \cdot n \cdot (n+2) = n(n^2 - 1 - n^2 + 4) = 3 \cdot n = 3 \cdot 2012 = 6036$. J: 6036.

36. 2 va 94 sonlari orasiga shu sonlar bilan arifmetik progressiya xosil qiluvchi 20 ta son qo'yilgan. Shu progressiya hadlarining o'rta arifmetigini toping.

Yechish: Hadlar soni 22 ta bo'ladi, hadlar yig'indisi $\frac{2+94}{2} \cdot 22 = 1056$;

O'rta arifmetigi $\frac{1056}{22} = 48$.

37. Ushbu $2346 \cdot 4689 - 2344 \cdot 4691$ ifodaning sonqiymatini toping.

Yechish: $n = 2345$, $(n+1)(2n-1) - (n-1)(2n+1) = 2n^2 + n - 1 - 2n^2 + n + 1 = 2n = 2 \cdot 2345 = 4690$.

38. 1;2;3;4;5;6;7;8;9 raqamlaridan ularni takrorlamasdan shunday to'rtta ikki xonali tub son tuzingki, bu sonlar yig'indisi 190 dan kichik va 250 dan katta bo'lmasin.

Yechish: $29 + 83 + 47 + 61 = 220$.

39. n -ikki xonali son bo'lib, $p(n)$ -uning raqamlari ko'paytmasi, $s(n)$ – raqamlari yig'indisi bo'lsin. $n = p(n) + s(n)$ tenglik bajarilganda n ning birlar xonasini toring.

Yechish: Yechish: a deb o'nlar xonasi raqamini, b deb birlar xonasi raqamini belgilasak, $n=10a+b$ ikki xonali son yozilishi bo'ladi. U xolda $s(n)=a+b$; $p(n)=a \cdot b$ bo'ladi. Bundan $a \cdot b + a + b = 10a + b$; $a \cdot b = 9a$; $b = 9a/a = 9$. J: 9

40. Har qanday $1 < n$ toq natural sonning kvadrati 1 dan katta bo'lib, 8 ga bo'linganda 1 qoldiq qolishini isbotlang.

Yechish: $2n-1$ toq son. $(2n-1)^2 = 4n^2 - 4n + 1 = 4n(n-1) + 1$.
 n ga toq qiymatlar bersak, $n-1$ ifoda juft son bo'ladi. Eng kichik juft son 2 bo'lgani uchun $4n(n-1)$ ifoda 8 ga bo'linadi. Demakhar doim 1 qoldiq qolar ekan.

41. Natural n ning birorta ham qiymatida $n^2 + 7n + 4$ ning qiymati 121 ga bo'linmasligini isbotlang.

Yechish: $n^2 + 7n + 4 = (n+9)(n-2) + 22$ bu ifoda 11 ga bo'lingani uchun $(n+9)(n-2)$ ham 11 ra bo'linishi kerak. $(n+9)-(n-2)=11$ bo'lgani uchun $(n+9)(n-2)$ bir vaqtda 11 ga bo'linadi yoki bo'linmaydi. Agar $(n+9)(n-2)$ ifoda 11 ga bo'linsa 121 ga ham bo'linadi. Lekin 22 soni 121 ga bo'linmagani uchun $(n+9)(n-2)+22$ ifoda 121 ga bo'linmaydi.

42. Ikkita butun son kvadratlarining yig'indisi 4 ga bo'linsa 3qoldiq qolishi mumkin emasligini isbotlang.

Yechish: Butun sonni 4 ga bo'lsak 0, 1, 2, 3qoldiqlar qoladi. $n^2 + m^2$ ni qaraymiz.

a) $n=2p$, $m=2q$ bo'lsin, ya'ni juft sonlar. $n^2 + m^2 = 4p^2 + 4q^2 = 4(p^2 + q^2)$ ya'ni 4 ga bo'lsak qoldiq 0.

b) $n=2p-1$, $m=2q-1$ bo'lsin, ya'ni toq sonlar. $n^2 + m^2 = (2p-1)^2 + (2q-1)^2 = 4(p^2 + q^2 - p - q) + 2$ ya'ni 4 ga bo'lsak 2qoldiq qoladi.

g) $n=2p$, $m=2q-1$ biri juft, ikkinchisi toq sonlar. $n^2 + m^2 = 4(p^2 + q^2 - q) + 1$ ya'ni 4 ga bo'lsak 1qoldiq qoladi. Demak $n^2 + m^2$ ni 4 ga bo'lganda 3qoldiq qolmas ekan.

43. 20! sonining nechta bo'luvchisi bor?

Yechish:

$20! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 =$
 $= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^4 \cdot 17 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 19 \cdot 2^2 \cdot 5.$
 $n = (1+18)(1+8)(1+4)(1+2)(1+1)^4 = 19 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 16 = 41040$

44. $2^{24} - 1$ ifodaning barcha bo'luvchilarini toping.

Yechish: $2^{24} - 1 = (2^{12} - 1)(2^{12} + 1) =$
 $= (2^6 - 1)(2^6 + 1)(2^4 + 1)(2^8 - 2^4 + 1) = 63 \cdot 65 \cdot 17 \cdot 241 = 3^2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 241.$ Bo'luvchilar soni: $n = (1+2)(1+1)^5 = 3 \cdot 32 = 96$ ta j: 96 ta

Juft va toq sonlarga doir masalalar.

Juft va toq sonlarga bog'liq qoidalar.

1. Toq sondagi toq sonlarning yig'igdisi toq son.
2. Juft sondagi toq sonlarning yig'igdisi juft son.
3. Juft sonlarning ixtiyoriy sondagisining yig'igdisi juft son.
4. Bir necha toq sonlarning ko'paytmasi toq son.
5. Ko'paytuvchilardan bittasi juft bo'lsa ko'paytma juftdir.
6. Ikkita ketma-ket kelgan natural son ko'paytmasi juft son.

45. $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + \dots + n \cdot (n+1) = 20122013$ tenglikni isbotlang.

Yechish:

Ko'paytuvchilardan biri juft bo'lsa ko'paytma juft, juft sonlarning ixtiyoriy sondagi yig'indisi juft son bo'lishi kerak. Demak tenglikni isbotlab bo'lmaydi.

46. Qassobga 20 ta qo'yni 1 haftada har kuni toq sonda so'yib berishni iltimos qildi. Qassob bu ishni bajara oladimi?

Yechish: Bajara olmaydi. Chunki 7 ta toq son yig'indisi juft son bo'lmaydi.

47. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 2011 \cdot 2012 = 2013$.

(*) o'rniga (+) va (-) ishoralarni qo'yib tenglikni isbotlang.

Yechish: Juft sondagi juft sonlarning algebraik yig'indisi juft son, juft sondagi toq sonlarning ham algebraik yig'indisi juft son. Demak tenglikni isbotlab bo'lmaydi.

48. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11$. Ko'paytma 100 ga karralimi? 99 ga chi?

Yechish: Ko'paytma ikkita 0 bilan tugaydi, demak 100 ga karrali. Ko'paytmada $9 \cdot 11 = 99$, demak 99 gaham karrali.

49. $51 \cdot 52 \cdot 53 \cdot 54 \cdot 55 \cdot 56 \cdot 57$. Ko'paytma 10 ga bo'linadimi? 9 ga chi?

Yechish: $54 \cdot 55$ da 0 xosil bo'ladi, demak 10 ga bo'linadi. 54 soni 9 ga bo'linadi.

50. 3 ta ketma-ket natural sonning ko'paytmasi 6 ga bo'linishini isbotlang?

Yechish: 3 ta ketma-ket son: toq·juft·toq yoki juft·toq·juft bo'lishi mumkin. Ko'paytmahar ikkala xolda ham juft bo'ladi. Ikkinchidan, 3 ta ketma-ket natural son ichida 3 ga karrali son albatta bo'ladi. 3 ga karrali juft son 6 ga bo'linadi.

51. 550 so'm pulni 1, 3, 5 so'mliklar orqali maydalash kerak.

Yechish: Bunda 1, 3, 5 so'mliklarning jami 355 ta bo'lsin. Yechish: Toq sondagi toq sonlarning yig'indisi har doim toq son bo'ladi. Bizda 550 juft son bo'lgani uchun masala echimi mavjud emas.

Natural sonlarni ixtiyoriy natural darajaga ko'targanda natijadagi sonning oxirgi xonasiga bog'liq masala va misollar

Natural sonlarni ixtiyoriy natural darajaga ko'targanda natijadagi sonning oxirgi xonasiga bog'liq masala va misollarni yechishdan avval quyidagi qonuniyatga e'tibor berish kerak:

- a) oxiri 0, 1, 5 va 6 bilan tugaydigan sonlarni ixtiyoriy natural darajaga ko'targanda natijaning oxirgi xonasi shu sonlarning o'zi bilan tugaydi.

$$M: 10^n = \dots 0, 21^n = \dots 1$$

$$35^n = \dots 5, 46^n = \dots 6$$

- b) Oxiri 9 bilan tugaydigan sonlarni darajaga ko'targanda juft daraja bo'lsa 1 bilan tugaydi, toq daraja bo'lsa 9 bilan tugaydi. M: $9^{2n} = \dots 1, 9^{2n+1} = \dots 9$

Oxiri 4 bilan tugaydigan sonlarni darajaga ko'targanda juft daraja bo'lsa 6 bilan tugaydi, toq daraja bo'lsa 4 bilan tugaydi. M: $4^{2n} = \dots 6, 4^{2n+1} = \dots 4$

- c) Oxiri 3, 7, 2, 8 bilan tugaydigan sonlarni darajaga ko'targanda quyidagicha o'zgaradi:

7^{4n}	3^{4n}	$\dots 1$	2^{4n+1}	8^{4n+3}	$\dots 2$
7^{4n+3}	3^{4n+1}	$\dots 3$	2^{4n+2}	8^{4n+2}	$\dots 4$
7^{4n+1}	3^{4n+3}	$\dots 7$	2^{4n}	8^{4n}	$\dots 6$
7^{4n+2}	3^{4n+2}	$\dots 9$	2^{4n+3}	8^{4n+1}	$\dots 8$

52. Yig'indini xisoblang.

$$1+11+111+\dots+111\dots 1 = (1/9)(9+99+999+\dots+999\dots 9) = \\ = (1/9)[(10-1)+(10^2-1)+\dots+(10^{2004}-1)] = (1/9)(10+10^2+\dots+10^{2004}) - \\ - 2004 = (1/9)(10^{2005}-10/9-2004)$$

53. Quyidagi ayirmani ildiz belgisidan qutqaring.

$$\sqrt{111111111111111111 - 22222222}$$

Yechish: Bu erda ikkala sonni xona birliklari yoyilmasi shaklida yozib olamiz. Bu qoidani 5- sinfda o'rganishgan. Ildiz ostidagi ayirmani A deb olaylik.

$$A = 10^{15} + 10^{14} + 10^{13} + \dots + 10 + 1 - 2 \cdot (10^7 + 10^6 + \dots + 10 + 1) =$$

Geometrik progressiya hadlari yig'indisi formulasini qo'llasak.

$$= \frac{10-10^{15} \cdot 10}{1-10} + 1 - 2 \cdot \left(\frac{10-10^7 \cdot 10}{1-10} + 1 \right) = \frac{10^{16}-10}{9} + 1 - 2 \cdot \frac{10^8-10}{9} - 2 = \frac{10^{16}-10+9-2 \cdot 10^8+20-18}{9} = \\ = \frac{10^{16}-2 \cdot 10^8+1}{9} = \frac{(10^8-1^2)}{9}; \sqrt{A} = \frac{10^8-1}{3} = 3\dots 3$$

54. $2008^{2008} - 2006^{2006}$ ifodaning oxirgi raqami necha?

Yechish: Yuqorida keltirgan qoidalaridan foydalansak kamayuvchining oxirgi raqami 6, ayiriluvchining oxirgi raqami 4 bo'lgani uchun ayirmaning oxirgi raqami 2 ga teng.

55. $2006+2005-2001$ ifoda 10ga bo'linadimi?

Yechish: Albatta bo'linadi. Yuqoridagi qonuniyatdan $\dots 6 + \dots 5 - \dots 1 = \dots 0$

Yuqoridagi sonlarni shunday tanlashimiz kerakki, natijaning oxirgi raqami 0 bo'lsa, ifodaning 10 ga yoki 5 ga bo'linishini isbotlashimiz mumkin.

Boshqa sonlarga bo'linishini isbotlash uchun bu misol boshqacharoq tuziladi.

56. $2006^{2006}-1995^{2006}$ ayirmaning 11 ga bo'linishini isbotlang.

Yechish: Bu ifodani ikki qavsga ajratish mumkin.

$$2006^{2006}-1995^{2006}=(2006-1995)(2006^{2005}+\dots+1995^{2005})=11\cdot(2006^{2005}+\dots+1995^{2005})$$

Birinchi qavs 11 ga tengligidan ko'paytma 11ga bo'linadi. Ikkinchi qavsni Nyuton binomi bo'yicha yoyib chiqish mumkin. Lekin bizning isbotimiz uchun uning axamiyati yo'q. Bu holda darajalar teng bo'lishi shart.

57. $7777^{2222}+2222^{7777}$ ifodaning 9 ga bo'linishini isbotlang.

Yechish: Buning uchun ifoda ko'rinishini o'zgartiramiz, ya'ni 1 ni qo'shib 1 ni ayiramiz. $(7777^{2222}-1^{2222})+(2222^{7777}+1^{7777})$

Bu qavslarning har birini ikkitadan qavsga ajratish mumkin.

$(7777-1)(7777^{2222}-\dots)+(2222+1)(2222^{7776}-\dots)$ Ikkinchi qavslarni Nyuton binomi bo'yicha yoyish mumkin, lekin bizga uning axamiyati yo'q.

$7777-1=7776$ soni 9 ga bo'linadi.

$2222+1=2223$ soni ham 9 ga bo'linadi. Demak yig'indi 9 ga bo'linar ekan.

58. 2^{1000} ifodani 7 ga bo'lganda, qanday qoldiq qoladi?

Yechish: $2^3=8$ ni 7 ga bo'lsak 1 qoldiq qoladi. $2^{999}=(2^3)^{333}=(7+1)^{333}$ ifodani 7 ga bo'lsak 1 qoldiq qoladi. $2^{999}=(2^3)^{333}=(7+1)^{333}$ ifodani 7 ga bo'lsak 1 qoldiq qoladi. $2^{1000}=2\cdot 2^{999}=2^{999}+2^{999}$ ifodani 7 ga bo'lganda 2 qoldiq qolar ekan.

59. $2^{99}+2^9$ yig'indining 41 ga bo'linishini isbotlang.

Yechish: Qisqa ko'paytirish formulasidan foydalansak $(2^{99}+2^9)=(2^{33})^3+(2^3)^3=(2^{33}+2^3)(2^{66}-2^{36}+2^6)$ birinchi qavsga yana qisqa ko'paytirish formulasini qo'llaymiz. $2^{33}+2^3=(2^{11})^3+2^3=(2^{11}+2)(2^{22}-2^{12}+2^2)$

Birinchi qavsdan $2^{11}+2=2(2^{10}+1)=2(1024+1)=2050=41\cdot 50$.

60. Ketma-ket raqamlar bilan yozilgan to'rt xonali natural son bilan ularning teskari tartibda yozilishidan xosil bo'lgan to'rt xonali son orasidagi farq nechaga teng?

$$\begin{aligned} & 1000n+100(n+1)+10(n+3)+n+3 \\ \text{Yechish: } & -\frac{1000(n+3)+100(n+2)+10(n+1)+n}{3000+100-10-1}=3087. \end{aligned}$$

Bu qonuniyatni o'qitayotgan sinfimizga qarab 2 xonalidan to 9 xonali sonlargacha olib shu shartni qo'yishimiz mumkin.

61. Ketma-ket raqamlar bilan yozilgan to'rt xonali natural son bilan ularning teskari tartibda yozilishidan xosil bo'lgan to'rt xonali son yig'indisi 11 ga bo'linadimi?

Yechish:

$$\frac{1000n + 100(n+1) + 10(n+2) + n + 3 + 1000(n+3) + 100(n+2) + 10(n+1) + 1}{1001(n+3) + 110(n+2) + 110(n+1) + 1001n} = \frac{91 \cdot 11(n+3) + 10 \cdot 11(n+2) + 10 \cdot 11(n+1) + 91 \cdot 11n}{1001(n+3) + 110(n+2) + 110(n+1) + 1001n}$$

Qo'shiluvchilarning har biri 11 ga bo'lingani uchun, yig'indi 11 ga bo'linadi.

62. Xovuzni to'ldirish uchun ikkita quvur o'rnatilgan. Ulardan birinchisi xovuzni 4,5 soatda, ikkinchisi 6,75 soatda to'ldirishi mumkin. Birinchi quvur ikkala quvur birgalikda ishlab to'ldiradigan vaqtgacha ishlatildi va uni o'chirib qolgan qismini ikkinchi quvur to'ldirdi. Ikkinchi quvur qancha vaqt ishlagandan so'ng xovuz to'ldi?

Yechish: 1) Avval ikkala quvur birgalikda ishlab to'ldiradigan vaqtni topamiz. Bundan $t = (t_1 \cdot t_2) / (t_1 + t_2) = (4,5 \cdot 6,75) / (4,5 + 6,75) = 2,7$ soat

2). Birinchi quvur qancha qismini to'ldirishini topamiz.

$$4,5q. - 16. \quad x = (2,7 \cdot 1) / 4,5 = 0,6 \text{ qismini to'ldiradi.}$$

$$2,7q. - x \text{ b} \quad 1 - 0,6 = 0,4 \text{ -qolganqismi}$$

1) Ikkinchi quvur ishlagan vaqt

$$2) \quad 16 - 6,75c \quad y = (0,4 \cdot 6,75) / 1 = 2,7 \text{ soat}$$

0,4 -yc

j: 2,7 soatdan so'ng xovuzni ikkinchi quvur to'ldiradi.

63. Berilgan maydonni ikki kombayn birgalikda 6 soatda yig'ishtiradi. Agar ular birgalikda 4 soat ishlasa, qolganini ikkinchisi 5 soat yig'ishtiradi. Har biri aloxida ishlasa necha soatda yig'ishtirishi mumkin?

Yechish: Birinchini x va ikkinchisini y deb, tenglama tuzamiz. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$;
 $4(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) + \frac{5}{y} = 1$; bundan $4 \cdot \frac{1}{6} + \frac{5}{y} = 1$; $\frac{2}{3} + \frac{5}{y} = 1$; $3y = 2y + 15$; $y = 15$; $\frac{1}{x} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$;
 $\frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{15}$; $\frac{1}{x} = \frac{3}{30}$; $x = 10$. J: 10 soat; 15 soat.

64. Ikki sonning yig'indisi 505 ga teng. Birinchi son ikki nol bilan tugaydi, ikkinchisi birinchining ikki nolini o'chirganiga teng. Shu sonlar ayirmasini toping.

Yechish: Birinchi son 500, ikkinchisi 5, ayirmasi $500 - 5 = 495$. j: 495.

65. Xosildorligi yaxshi bo'lgan 3 maydon, o'rtacha bo'lgan 2 maydon va yomon bo'lgan 1 maydondan 39 tonna bug'doy olindi. Xosildorligi yaxshi bo'lgan 2 maydon, o'rtacha bo'lgan 3 maydon va yomon bo'lgan 1 maydondan 34 tonna bug'doy olindi. Xosildorligi yaxshi bo'lgan 1 maydon, o'rtacha bo'lgan 2 maydon va yomon bo'lgan 3 maydondan 26 tonna bug'doy olindi. Har bir yaxshi, o'rtacha va yomon maydonlardan necha tonnadan bug'doy olindi.

Yechish: Yaxshi maydonni x, o'rtachani y va yomonini z desak quydagi tenglamalarga ega bo'lamiz. Sistemani Kramer usulidan foydalanib yechamiz.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 39 \\ 2x + 3y + z = 34 \\ x + 2y + 3z = 26 \end{cases}; \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 27 + 4 + 2 - 3 - 6 - 12 = 12;$$

$$\begin{vmatrix} 39 & 2 & 1 \\ 34 & 3 & 1 \\ 26 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 351 + 68 + 52 - 78 - 78 - 204 = 111; \quad x = \frac{111}{12} = 9,25;$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 39 & 1 \\ 2 & 34 & 1 \\ 1 & 26 & 3 \end{vmatrix} = 306 + 52 + 39 - 34 - 78 - 234 = 51; \quad y = \frac{51}{12} = 4,25;$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 39 \\ 2 & 3 & 34 \\ 1 & 2 & 26 \end{vmatrix} = 234 + 156 + 68 - 117 - 204 - 104 = 33; \quad z = \frac{33}{12} = 2,75. \quad \text{j: } 9,25; 4,25; 2,75.$$

Foizga doir masalalar.

66. Afandi baxorda 25% ozadi, yozda 20% semiradi, kuzda 10% ozadi va qishda 20% semiradi. Afandi bir yilda semirdimi yoki ozdimi? Qancha foizga? Yechish: $1 - 0,25 = 0,75$ baxorgi; $0,75 \cdot 0,2 = 0,15$; $0,75 + 0,15 = 0,9$ yozgi; $0,9 - 0,09 = 0,81$ kuzgi; $0,81 \cdot 0,2 = 0,162$; $0,81 + 0,162 = 0,972$ qishgi. Demak $1 - 0,972 = 0,028$, yani 2,8% ozgan.

67. 120 gr. bo'lgan 9% li tuzli aralashmani bug'lantirilganda 80 gr. qoldi. Natijada aralashma konsentratsiyasi necha foizli bo'ladi?

Yechish: Proportsiya tuzamiz.

120 rp.—100 %

x—9%

$$x = (120 \cdot 9) / 100 = 10,8 \text{rp}$$

2) 80 rp —100%

$$10,8 \text{ rp} - y\% \quad y = (10,8 \cdot 100) / 80 = 108 / 8 = 13,5\%$$

Javob: suv bug'langani uchun konsentratsiya 13,5% li bo'ladi.

M murakkab konsentratsiyalarni ko'ramiz.

M_A aralashmada A miqdordagi modda eritilgan.

M_B aralashmada B miqdordagi modda eritilgan.

$M_A + M_B$ aralashmada A + B birikma bor. O'rta vazinli qiymat formulasidan foydalansak $\frac{A \cdot M_A + B \cdot M_B}{A + B} = M;$

68. 15 kg. bo'lgan 35% li tuzli aralashmadan 25% li aralashma hosil qilish uchun qancha toza suv qo'shish kerak?

Yechish: Toza suvda aralashma bo'lmagani uchun 0, miqdorini x deb o'rta vazinli qiymat formulasidan foydalansak

$$\frac{15 \cdot 35\% + x \cdot 0\%}{15 + x} = 25\%; 15 \cdot 35 = 25 \cdot 15 + 25x; 25x = 15(35 - 25); x = 150 : 25 = 6. \text{ J: } 6 \text{ kg.}$$

69. 140 gr suvga 60 gr tuz qo'shilgan. Kontsentratsiyaning foyzi qanday?

Yechish: $140 + 60 - 100\%$ $x = 60 \cdot 100\% / (140 + 60) = 30\%$ j: 30% tuz
60% – x%

70. 80л bo'lgan 2% li yog'li sutga 5% li yog'li sut aralashtirilib, 3% li yog'li sut hosil qilingan. 5% li yog'li sutdan qancha litr qo'shilgan?

Yechish: 5% li yog'li sut miqdorini x deb, o'rta vazinli qiymat formulasidan foydalansak. $\frac{80 \cdot 2\% + x \cdot 5\%}{80 + x} = 3\%; 160 + 5x = 240 + 3x; 2x = 80; x = 40. \text{ J: } 40 \text{ litr.}$

71. Turli idishda 40 % li va 35% li aralashmalar bor. Har biridan qancha litr olib aralashtirilganda bir litri 37% li birikma hosil bo'ladi?

Yechish: 40 % li aralashmadan olingan miqdorini x litr deylik, 35% li aralashmadan olingani 1-x litr bo'ladi. Bundan $40x + 35(1-x) = 37 \cdot 1; 5x = 2; x = 0,4l; 1 - 0,4 = 0,6l. \text{ J: } 0,4l; 0,6l.$

72. (Iqtisod bilan bog'liq.) Stadiona kirish bileti 1500 so'm. Bilet narxi arzonlashgandan so'ng stadiona kiruvchilar 50 % ga ortdi va biletdan tushadigan foyda 25% ga ko'tarildi. Bilet narxi necha foizga pasaytirilgan?

Yechish: 1500 x –avvalgi tushgan tushum.
1,5 xy- kiruvchilar 50 % ga ortgandan so'ng tushum
 $1500x - 100\% \quad 1,5xy \cdot 100 = 1500x \cdot 125$
 $1,5xy - 125\% \quad y = (1500 \cdot 125 \cdot x) / (1,5 \cdot 100 \cdot x) = 1250 \text{ cym}$
Demak $1500 - 1250 = 250$ so'm ga pasaytirilgan.
 $1500 - 100\% \quad x = (250 \cdot 100) / 1500 = 16(2/3)\%$
250 – x
j: bilet narxi 16(2/3)% ga pasaytirilgan.

73. 1-chi savdogar molini avval 10% ga, so'ngra 20% ga kamaytirdi. 2-chi savdogar 30% ga kamaytirdi. Qaysi birining moli arzon?

Yechish: 1-chisini: $1 - 0,1 = 0,9; 0,9 - 0,9 \cdot 0,2 = 0,72$ ya'ni 72% ga tushgan.
2-chisini: $1 - 0,3 = 0,70$ ya'ni 70% ga tushgan. Demak ikkinchi savdogarniki arzon.

74. Proportsiyaning hadlari a,b,c,d. Arap $a+b+c+d=40; a+d=18$ va

$b-c=4$ bo'lsa $a \cdot d$ ni toping.

Yechish: $18 + b+c=40$; $b+c=22$ tenglik bilan

$b-c=4$ ni xadma-xad qo'shsak $2b=26$; $b=13$; $13-c=4$; $c=9$. Proportsiya xossasiga ko'ra: $a \cdot d=b \cdot c=13 \cdot 9=117$. J: 117

75. Matematika imtixonida 10% o'quvchi birorta ham misol yechmadi, 299 o'quvchi xatolik bilan yechdi. Hammasini to'g'ri yechgan o'quvchilarning umuman yechmagan o'quvchilarga nisbati 5:2 kabi bo'lsa, o'quvchilar soni qancha?

Yechish: o'quvchilar sonini x desak, umuman yechmaganlar $0,1x$, hammasini yechganlar $(5:2) \cdot 0,1x=0,25x$. Hammasini qo'shsak:

$$0,1x+0,25x+299=x; \quad 0,65x=299; \quad x=460. \text{ J: } 460 \text{ ta.}$$

Matematik induksiya metodi bilan ishlanadigan misol va masalalar.

76. $(3^{2n+1}+40n-67)$ ifodaning 64 ga bo'linishini isbotlang.

Isbot: $n=1$ da $0:64$, $n=2$ da $256:64$, $n=k$ da ham bajariladi deb $n=k+1$ da ko'ramiz. $3^{2k+3}+40(k+1)-67=9 \cdot 3^{2k+1}+40k-27=9(3^{2k+1}+40k-67)-320k+576=9(3^{2k+1}+40k-67)+64(9-5k)$. Demak ifoda bo'linar ekan.

77. $1^3+2^3+3^3+\dots+n^3=(n(n+1)/2)^2$ tenglikni isbotlang.

Isbot: $n=1$ da $1^3=(1 \cdot 2/2)^2$; $n=2$ da $1^3+2^3=(2(2+1)/2)^2$ o'rinli. Demak, $n=k$ uchun o'rinli deb $n=k+1$ uchun isbotlaymiz.

$$1^3+2^3+3^3+\dots+k^3+(k+1)^3=(k(k+1)/2)^2+(k+1)^3=\\=(k^2(k+1)^2+4(k+1)^3)/4=(k+1)^2(k^2+4k+4)/4=((k+1)(k+2)/2)^2$$

78. $(n^3+(n+1)^3+(n+2)^3)$ ifoda 9 ga bo'linishini isbotlang.

Isbot: $n=1$ da $1^3+2^3+3^3=36$ bo'linadi, $n=2$ da $2^3+3^3+4^3=99$ bolinadi, $n=k$ uchun bajariladi deb, $n=k+1$ uchun isbotlaymiz. $((k+1)^3+(k+2)^3+(k+3)^3)=(k+1)^3+(k+2)^3+k^3+9k^2+27k+27=(k^3+(k+1)^3+(k+2)^3)+9(k^2+3k+3)$. Demak ikkala qo'shiluvchi 9 ga bo'lingani uchun, berilgan ifoda n ning ixtiyoriy qiymatida 9 ga bolinar ekan.

79. $(n^4+6n^3+11n^2+6n)$ ifoda 24ga bo'linishini isbotlang.

Isbot: $n=1$ da $1+6+11+6=24$ bo'linadi, $n=2$ da $2^4+6 \cdot 2^3+11 \cdot 2^2+6 \cdot 2=120$ bolinadi, $n=k$ uchun bajariladi deb, $n=k+1$ uchun isbotlaymiz.

$$(k+1)^4+6 \cdot (k+1)^3+11 \cdot (k+1)^2+6 \cdot (k+1)=\\(k^4+4k^3+6k^2+4k+1)+6(k^3+3k^2+3k+1)+11(k^2+2k+1)+6k+6=\\(k^4+6k^3+11k^2+6k)+24(k^2+1)+4(k^3+11k) \text{ bundan birinchi qo'shiluvchi va ikkinchi } \\ \text{qo'shiluvchi bo'linadi. Uchinchi qo'shiluvchida qavs ichidagi ifodaning 6 ga } \\ \text{bo'linishini isbotlash yetarli. } (k^3+11k) \text{ ifoda } k=1 \text{ da } 1+11=12 \text{ bo'linadi, } k=2 \text{ da } \\ 8+22=30 \text{ bo'linadi, } k=m \text{ uchun bajariladi deb, } k=m+1 \text{ uchun isbotlaymiz.}$$

$$(m+1)^3+11 \cdot (m+1)=(m^3+3m^2+3m+1)+11 \cdot m+11=(m^3+11 \cdot m)+12+3m(m+1).$$

Birinchi qo'shiluvchi bilan 12 soni 6 ga bo'linadi, $m(m+1)$ ketma-ket sonlardan biri juft bo'lgani uchun, oxirgi qo'shiluvchi ham 6 ga bo'linadi.

$$80. 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ bo'lishini isbotlang.}$$

Isbot: $n=1$, $n=2$, $n=k$ uchun bajariladi deb, $n=k+1$ uchun isbotlaymiz. Tenglikning o'ng tarafini isbotlasak yetarli.

$$\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 = \frac{(k+1)}{6} (2k^2 + k + 6k + 6) = \frac{(k+1)}{6} (k+2)(2k+3).$$

Tenglik isbotlandi.

81. To'liqsiz induktivlik metodga doir masala. Oxiri 6 raqami bilan tugaydigan shunday eng kichik natural sonni topingki bu sondagi oxirgi 6 ni o'chirib, uni sonning boshiga yozganda xosil bo'lgan son, izlanayotgan sondan 4 marta katta bo'lsin.

Yechish: Izlanayotgan sonning raqamlari soni noaniq bo'lgani uchun

$x \cdot 10+6$ (1) ko'rinishda yozib olamiz. 6 ni o'chirib oldinga qo'yigandan keyingi sonni $6 \cdot 10^k+x$ deymiz. Shartga ko'ra $6 \cdot 10^k+x=4 \cdot (x \cdot 10+6)$. Bu tenglikdan x ni topsak $x=2(10^k-4)/13$. x -butun son bo'lgani uchun (10^k-4) ifoda 13 ga qoldiqsiz bo'linadigan k ning qiymatini topishimiz kerak.

$$k=1, 10-4=6; k=2, 10^2-4=96; k=3, 10^3-4=996;$$

$$k=4, 10^4-4=9996; k=5, 10^5-4=99996, \text{ bu 13 ga qoldiqsiz bo'linadi, } 99996:13=7692; x=2 \cdot 7692=15384$$

Izlangan sonni topish uchun topilgan x ni (1) ifodaga qo'ysak $15384 \cdot 10+6=153846$ izlanayotgan son,

$$153846 \cdot 4=615384 \text{ xosil bo'lgan son.}$$

$$82. 6^{2k+2} + 19^{k+1} - 2^{k+2} \text{ ifodaning 17 ga bo'linishini isbotlang.}$$

Yechish: Bir xil darajaga keltiramiz.

$$(36^{k+1} + 19^{k+1} - 2 \cdot 2^{k+1} = (34+2)^{k+1} + (17+2)^{k+1} - 2 \cdot 2^{k+1}) = \\ = 34(\dots) + 2^{k+1} + 17(\dots) + 2^{k+1} - 2 \cdot 2^{k+1} \text{ demak qoldiq nolga teng.}$$

Qiziqarli misol va masalalar.

$$1) 1^2-2^2+3^2-4^2+\dots-2003^2+2004^2-\dots-(2k)^2+(2k+1)^2-\dots$$

$$\text{agar toq son bilan tugasa} = 1^2+(3^2-2^2)+(5^2-4^2)+\dots+[(2k+1)^2-(2k)^2]= \\ = 1+5+\dots+(4k+1)=(4k+2)(k+1)/2=(2k+1)(k+1)$$

agar juft son bilan tugasa

$$= - (2^2-1^2)+(4^2-3^2)+\dots+[(2k)^2-(2k-1)^2] =$$

$$= - [3+7+11+\dots+(4k-1)] = - (4k+2)k/2 = -(2k+1)k$$

83. $x^2 - y^2 = 3003$ tenglamani nechta butun yechimi mavjud.
 Yechish: Shu tenglamaga teng kuchli tenglamani olamiz. $(x+y)(x-y) = 3003$;
 $\{ \begin{matrix} x+y=3003 \\ x-y=1 \end{matrix} \}; \{ \begin{matrix} x+y=1 \\ x-y=3003 \end{matrix} \}; \{ \begin{matrix} x+y=-3003 \\ x-y=-1 \end{matrix} \}; \{ \begin{matrix} x+y=-1 \\ x-y=-3003 \end{matrix} \};$
 Har bir juftlikda 4 ta butun yechim mavjud ekan. 3003 ni mumkin bo'lgan ko'paytuvchilarga ajratamiz: $(1 \cdot 3003); (3 \cdot 1001); (7 \cdot 429); (11 \cdot 273); (13 \cdot 231); (21 \cdot 143); (33 \cdot 91); (39 \cdot 77)$. Demak 8 ta juftlikda 32 ta butun yechim mavjud ekan.

84. Zanjirli tenglamani eching.

Yechish: Bu tenglama teskarisiga yechiladi.

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z + \frac{1}{k}}} = \frac{20}{13}; \quad \frac{20}{13} = 1 + \frac{7}{13} = 1 + \frac{1}{\frac{13}{7}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{6}{7}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{7}{6}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6}}}$$

85. $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{2013} + 7^{2014} + 7^{2015} + 7^{2016}$ yig'indi 40 ga bo'linishini isbotlang.

Yechish: $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 = 2800$, yig'indi $2800(1 + 7^4 + 7^8 + \dots + 7^{504})$ ko'rinishga keladi. Demak 40 ga bo'linar ekan.

86. $\sqrt{2x^2 + 3x + 5} + \sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 3x$

Yechish: Tenglikning ikkala tarafini chap tomonning ayirmasiga ko'paytiramiz.

$$2x^2 + 3x + 5 - 2x^2 + 3x - 5 = 3x(\sqrt{2x^2 + 3x + 5} - \sqrt{2x^2 - 3x + 5})$$

$\sqrt{2x^2 + 3x + 5} - \sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 2$ xosil bo'lgan tenglamani berilgan tenglama bilan qo'shib echamiz.

$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 + 3x + 5} + \sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 3x \\ \sqrt{2x^2 + 3x + 5} - \sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 2 \end{cases} \Rightarrow 2\sqrt{2x^2 + 3x + 5} = 2 + 3x$$

Bu tenglamani ikkala tarafini kvadratga ko'tarib yechsa bo'ladi.

$$8x^2 + 12x + 20 = 4 + 12x + 9x^2$$

$$x^2 - 16 = 0; \quad x_{1,2} = \pm 4. \quad \text{javob: } x = 4$$

87. $y = ax^2 + bx + c$ funktsiya $A(0;1)$, $B(1;2)$, $C(5/6;1)$ nuqtalardan o'tadi. a, b, c koeffitsientlarni toring.

Yechish: A, B, C nuqta koordinatalarini tenglamaga qo'yib uchta tenglik xosil qilamiz. $1 = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c$, $c = 1$, $2 = a \cdot 1 + b \cdot 1 + c$, $a + b = 1$, $a = 1 - b$.
 $1 = a \cdot (25/36) + b \cdot (5/6) + 1$, $25/36(1 - b) + (5/6)b = 0$, $25/36 + (5/36)b = 0$,
 $5b = -25$, $b = -5$, $a = 1 - (-5) = 6$. J: $a = 6$; $b = -5$.

88. Yig'indini xisoblang:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143} + \frac{1}{195} \\
&= \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 15} \\
&= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{15} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{15} = \frac{7}{15}
\end{aligned}$$

89. $(1-1/2^2)(1-1/3^2)(1-1/4^2) \dots (1-1/2012^2)$ ko'paytmani hisoblang.

Yechish:

$$\begin{aligned}
& (1-1/2)(1+1/2)(1-1/3)(1+1/3)(1-1/4)(1+1/4) \dots (1-1/2012)(1+1/2012) = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot \dots \cdot \frac{2011}{2012} \cdot \frac{2013}{2012} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2013}{2012} = \frac{2013}{4024}. \quad J: \frac{2013}{4024}.
\end{aligned}$$

90. $x^3+y^3+z^3=(2011^3+2012^3+2013^3)^4$ tenglamani qanoatlantiradigan kamida bita natural sonlar uchligini toping.

Yechish: Umumiy ko'rinishda yechamiz.

$$\begin{aligned}
& x^3+y^3+z^3=(a^3+b^3+c^3)^4; \quad x^3+y^3+z^3=(a^3+b^3+c^3)(a^3+b^3+c^3)^3; \\
& x^3+y^3+z^3=a^3(a^3+b^3+c^3)^3+b^3(a^3+b^3+c^3)^3+c^3(a^3+b^3+c^3)^3 \text{ bundan } x=a(a^3+b^3+c^3); \\
& y=b(a^3+b^3+c^3); \quad z=c(a^3+b^3+c^3); \quad a, b, c \text{ o'rniga berilgan sonlarni qo'ysak izlangan} \\
& \text{yechimlar kelib chiqadi.}
\end{aligned}$$

91.(Qadimiy masala) 50 tangaga 100 dona turli meva sotib olindi. 1 dona anor 5 tanga, 1 dona olma 1 tanga, 1 dona olxo'ri 10 chaqa. Har biridan qancha donadan olingan. Yechish:

$$\begin{cases} 500x + 100y + 10z = 5000 / :10 \\ x + y + z = 100 \end{cases}; \quad - \begin{cases} 50x + 10e + z = 500 \\ x + e + z = 100 \end{cases}; \quad 49x+9y=400;$$

$$y = \frac{400-49x}{9} = 44 - 5x + \frac{4(1-x)}{9} = 44 - 5x + 4t; \quad t = \frac{1-x}{9}; \quad x = 1 - 9t;$$

$$y = 44 - 5(1-9t) + 4t = 39 + 49t; \quad 1-9t > 0 \text{ va } 39+49t > 0 \text{ bundan } \frac{1}{9} > t > -\frac{39}{49}, \text{ demak } t=0.$$

Natijada $x=1; y=39; z=60$.

92. $5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, \dots$ arifmetik progressiyani tashkil qilsa, shu burchaklar kosinuslari yig'indisi nechanchi qadamda nolga teng bo'ladi?

Yechish:

$$\cos 5^\circ + \cos 10^\circ + \cos 15^\circ + \dots + \cos 170^\circ + \cos 175^\circ = 0; \quad 175^\circ : 5^\circ = 35; \quad n=35.$$

93. Sonning $\frac{1}{10}$ qismidan 10 ni olib, ayirmaning 0,1 qismini xisoblasak 10 xosil bo'ladi. Shu sonni toping.

$$\text{Yechish: Sonni } x \text{ desak, } \left(\frac{1}{10}x - 10\right) \cdot 0,1 = 10;$$

$$\frac{1}{10}x - 10 = 100; \quad \frac{1}{10}x = 110; \quad x = 1100.$$

94. Tenglamani yeching:

$$(x+1)^{2013} + (x+1)^{2012}(x-2) + (x+1)^{2011}(x-2)^2 + \dots + (x+1)^2(x-2)^{2011} + (x+1)(x-2)^{2012} + (x-2)^{2013} = 0.$$

Yechish: Tenglamani yechish uchun tenglikning ikkala tarafini $(x+1) + (x-2) = 3$ ifodaga xadma-xad ko'paytiramiz. Natijada o'rta xadlar qisqarib ketadi.

$$(x+1)^{2014} - (x+1)^{2013}(x-2) + (x+1)^{2013}(x-2) - (x+1)^{2012}(x-2)^2 + (x+1)^{2012}(x-2)^2 + \dots - (x+1)^2(x-2)^{2012} + (x+1)^2(x-2)^{2012} - (x+1)(x-2)^{2013} + (x+1)(x-2)^{2013} + (x-2)^{2014} = 0.$$

$$(x+1)^{2014} = (x-2)^{2014}; \quad x+1 = \pm(x-2); \quad x+1 = x-2 \text{ da yechim yo'q; } x+1 = -(x-2); \quad x = \frac{1}{2}$$

95. a sonini shunday tanlangki, $x^8 + ax^4 + 1 = 0$ tenglamaning to'rtta ildizi arifmetik progressiya tashkil etsin. Ya'ni $-x_2, -x_1, x_1, x_2$ lar arifmetik progressiya xadlari bo'lsin.

Yechish: $x_2 = x_1 + d, -x_2 = x_1 - 2d, -x_1 - d = x_1 - 2d$ bundan $x_1 = \frac{1}{2}d$ birinchi tenglikka qo'ysak $x_2 = \frac{1}{2}d + d = \frac{3}{2}d$. Ikkala ildiz orasidagi bog'lanish $x_2 = 3x_1$, darajaga ko'tarsak $(x_2)^4 = 81(x_1)^4$; $(x_1)^4, 81(x_1)^4$. Viet teoremasiga ko'ra $x_1 + x_2 = 82(x_1)^4 = a$; $x_1 \cdot x_2 = 81(x_1)^8 = 1$ bundan $(x_1)^4 = -\frac{a}{82}$; $(x_1)^4 = \frac{1}{9}$. Tenglashtirsak $-\frac{a}{82} = \frac{1}{9}$; $a = -\frac{82}{9}$ kelib chiqadi. J: $a = -\frac{82}{9}$

96. Yig'indini xisoblang: $\frac{2^4 + 2^2 + 1}{2^7 - 2} + \dots + \frac{2013^4 + 2013^2 + 1}{2013^7 - 2013} + \frac{1}{2 \cdot 2013 \cdot 2014}$

Yechish:

$$\sum_{k=2}^{2013} \frac{k^4 + k^2 + 1}{k^7 - k} = \frac{k^4 + k^2 + 1}{k(k^6 - 1)} = \frac{k^4 + k^2 + 1}{k(k^2 - 1)(k^4 + k^2 + 1)} = \frac{1}{k(k-1)(k+1)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{k(k-1)} - \frac{1}{k(k+1)} \right].$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4} - \dots + \frac{1}{2012 \cdot 2013} - \frac{1}{2013 \cdot 2014} \right] + \frac{1}{2 \cdot 2013 \cdot 2014} = \frac{1}{4}. \quad j: \frac{1}{4}$$

97. $y = x^2 + 2x + 3$ va $y = x^2$ egri chiziqlarning umumiy urinmasi tenglamasini toping.

Yechish: Urinma tenglamasini $y = kx + b$ ko'rinishda izlaymiz. Urinma egri chiziqlar bilan bitta umumiy nuqtaga ega bo'lgani uchun $x^2 + 2x + 3 = kx + b$ va $x^2 = kx + b$ bo'ladi. Urinma ikkalasi uchun umumiy bo'lganidan bu tenglamalar yagona yechimga ega, ya'ni diskriminant nolga teng.

$$1) x^2 + (2-k)x + 3 - b = 0; \quad D = (2-k)^2 - 4(3-b) = 0; \quad k^2 - 4k + 4b - 8 = 0 \text{ ikkinchidan}$$

$$2) x^2 - kx - b = 0; \quad D = k^2 + 4b = 0 \text{ bu ikki tenglikdan } -4k = 8; \quad k = -2; \quad 4 + 4b = 0; \quad b = -1.$$

Topilgan qiymatlarni urinma tenglamasiga qo'ysak $y = -2x - 1$ bo'ladi. J: $y = -2x - 1$

98. Agar $a + b = 1$ bo'lsa, a va b ning qanday qiymatlarida $a^3 + b^3 + ab$ ko'phad eng kichik qiymatga ega bo'ladi?

Yechish: $b = 1 - a$ desak va ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratsak $(a+b)(a^2 - ab + b^2) + ab = a^2 - ab + b^2 + ab = a^2 + b^2 = a^2 + (1-a)^2 = 2(a - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2}$ ga ega bo'lamiz. Bu ifoda $a = \frac{1}{2}$ da minimumga ega. Bundan $b = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. j: $a = \frac{1}{2}; \quad b = \frac{1}{2}$.

99. Agar $a+2b=1$ bo'lsa, a va b ning qanday qiymatlarida $a \cdot b$ ko'paytma maksimum qiymatga ega bo'ladi?

Yechish:

$a=1-2b$ deb belgilasak $a \cdot b = (1-2b) \cdot b = -2b^2 + b = -\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = -2(b - \frac{1}{4})^2 + \frac{1}{8}$. Bu ifoda $b = \frac{1}{4}$ da maksimumga ega bo'ladi. Bundan $a = 1 - 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$. j: $a = \frac{1}{2}$; $b = \frac{1}{4}$.

100. a va b ning shunday qiymatlarini topingki, $x^4 + x^3 + 2x^2 + ax + b$ ko'phad to'la kvadratni ifodalasin.

Yechish: Ya'ni $x^4 + x^3 + 2x^2 + ax + b = (x^2 + Ax + B)^2$ bo'lsin.
 $(x^2 + Ax + B)(x^2 + Ax + B) = x^4 + 2Ax^3 + 2Bx^2 + A^2x^2 + 2ABx + B$.
 $x^4 + x^3 + 2x^2 + ax + b = x^4 + 2Ax^3 + 2Bx^2 + A^2x^2 + 2ABx + B$. Mos nomalarni oldidagi koeffitsientlarni tenglashtiramiz. x^3 oldida $2A=1$, $A = \frac{1}{2}$; x^2 oldida $2B + A^2 = 2$, $B = \frac{7}{8}$; x oldida $2AB = a$, $a = \frac{7}{8}$; x_0 oldida $B^2 = b$, $b = \frac{49}{64}$. J: $a = \frac{7}{8}$; $b = \frac{49}{64}$.

101. Olti xonali bir xil raqamdan tuzilgan sonlarning tub bo'luvchilari yig'indisini bir o'quvchi 70 chiqardi, ikkinchisi 80 chiqardi. Qaysi biri to'g'ri chiqargan.

Yechish: $nnnnnn = n \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$, $n + 3 + 7 + 11 + 13 + 37 = n + 72$.

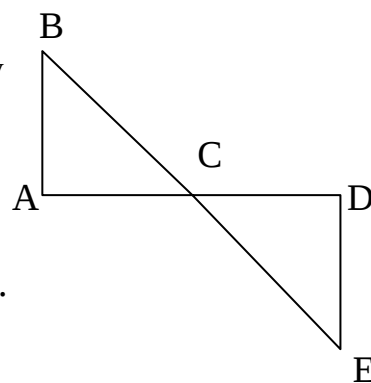
Demak $n=8$ bo'lib, olti xonali son 8 raqamlaridan tuzilgan, ikkinchi o'quvchi to'g'ri xisoblagan.

Geometriyaga doir masalalar.

102. Dengiz qirg'og'idagi A nuqtadan dengizda turgan kemagacha bo'lgan masofani o'lchov asbobi metr va tayoqcha yordamida aniqlang.

Yechish:

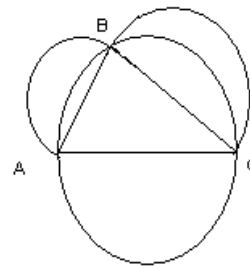
Qirg'oqdagi A nuqtadan aniqlab bo'lmaydigan B nuqta (kema turgan joy) gacha masofani aniqlash uchun o'lchov asbobi yordamida qirg'oq bo'ylab C nuqta tanlaymiz va unga tayoqchani qoqamiz. Yana davom etib $AC=CD$ qilib D nuqtani tanlaymiz. AD ga perpendikulyar yo'nalish bo'yicha E nuqtani shunday tanlaymizki, bu nuqtadan qaraganda C va B nuqtalar ustma-ust tushsin. Natijada qirg'oqda ABC uchburchakka teng DEC uchburchakni hosil qilamiz. Natijada AB masofamiz biz o'lchagan DE ga teng bo'ladi.



103. Yarim doiraga ichki chizilgan to'g'ri burchakli uchburchakning katetlarini diametr qilib yarim doiralar chizamiz. Xosil bo'lgan oyshalar yuzining uchburchak yuziga tengligini isbotlang.

Yeching:

Uchburchak tomonlari uzunligini a , b , c desak,



$$S_{ABC} = \frac{1}{2}a \cdot b; S_d = \frac{1}{2} * \pi \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \frac{\pi c^2}{8}; S_{bo'sh} = \frac{\pi c^2}{8} - \frac{1}{2}a \cdot b;$$

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{2} * \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} * \pi \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \frac{\pi c^2}{8} + \frac{1}{2}a \cdot b =$$

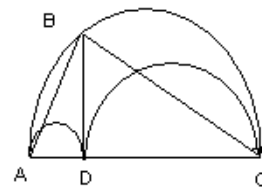
$$= \frac{\pi a^2}{8} + \frac{\pi b^2}{8} - \frac{\pi c^2}{8} + \frac{1}{2}a \cdot b = \frac{\pi}{8}(a^2 + b^2 - c^2) + \frac{1}{2}a \cdot b.$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ bo'lgani uchun } S_1 + S_2 = \frac{1}{2} * ab$$

104. Uchta yarim aylanalar kesishishidan xosil bo'lgan yuzaning $AC \perp BD$, BD diametrli doira yuziga tengligini isbotlang.

Yechish:

$$S_{kat.d} = \frac{1}{2}\pi \left(\frac{AC}{2}\right)^2; S_{o'rt.d} = \frac{1}{2}\pi \left(\frac{DC}{2}\right)^2; S_{kich.d} = \frac{1}{2}\pi \left(\frac{AD}{2}\right)^2;$$



$$S_{kesim} = \pi \frac{AC^2}{8} - \pi \frac{DC^2}{8} - \pi \frac{AD^2}{8} = \frac{\pi}{8}(AC^2 - DC^2 - AD^2)$$

Agar $AC = AD + DC$ ekanligini inobatga olsak

$$S_{kesim} = \frac{\pi}{8}((AD + DC)^2 - DC^2 - AD^2) =$$

$$= \frac{\pi}{8}(AD^2 + 2AD * DC + DC^2 - DC^2 - AD^2) =$$

$$= \frac{\pi}{8} * 2AD * DC = \frac{\pi}{4}BD^2 = \pi \left(\frac{BD}{2}\right)^2;$$

105. Uchburchakning tomonlari $a=35$, $b=14$, $\angle C$ bissektrisasi $l_c=12$. Uchbursak yuzini toping.

Yechish: 1) $l_c = \frac{2abc \cos \frac{\alpha}{2}}{a+b}; 12 = \frac{2*35*14 \cos \frac{\alpha}{2}}{35+14}; \cos \frac{\alpha}{2} 588:980; \cos \frac{\alpha}{2} = 0,6.$

2) $\cos^2 \alpha = \frac{1+\cos \alpha}{2}; \frac{1+\cos \alpha}{2} = (0,6)^2; 1+\cos \alpha = 0,72; \cos \alpha = -0,28.$

1) $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - (0,28)^2} = \sqrt{0,9216} = 0,96.$

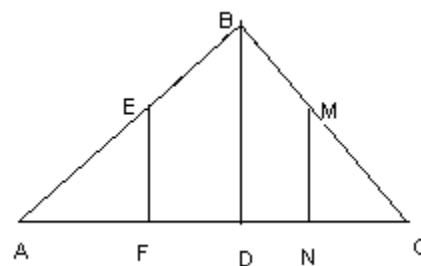
4) $S = \frac{1}{2}a * b * \sin \alpha = \frac{1}{2}35 * 14 * 0,96 = 235,2.$

106. ABC uchburchakda AB tomondagi E nuqtadan tushirilgan balandlik EF=h, AF=a, BC tomondagi M nuqtadan tushirilgan balandlik MN=h, NC=b. Agar FN=d bo'lsa, uchburchak balandligi BD nima teng.

Yechish: Uchburchak balandligini x desak, uni uchburchak yuzi yordamida topamiz.

$$\frac{1}{2}(a+b+d)x = \frac{1}{2}ah + dh + \frac{1}{2}d(x-h) + \frac{1}{2}bh,$$

Bundan,
$$x = h \left(1 + \frac{b}{a+b} \right).$$



Arifmetik masalalarni xosila yordamida yechish.

107. 50 sonini shunday ikki natural son yig'indisi ko'rinishda ifodalangki, bu sonlar kvadratlari yig'indisi eng kichik bo'lsin.

Yechish: Bunda birini x desak, ikkinchisini 50-x deymiz va $f(x)=x^2+(50-x)^2$ funktsiyani tuzamiz. Bu funktsiyadan xosila olib nolga tenglab x ni topamiz. Xosila nolga teng bo'lganda maksimum yoki minimum qiymatga erishadi. $f'(x)=2x-2(50-x)$; $2x-100+2x=0$; $4x=100$; $x=25$. Demak: $50=25+25$. J: 25; 25.

108. 625 sonini shunday ikki natural son ko'paytmasi ko'rinishda ifodalangki, bu sonlar kublari yig'indisi eng kichik bo'lsin.

Yechish: Bunda birini x desak, ikkinchisini $\frac{625}{x}$ deymiz va $f(x)=x^3+(\frac{625}{x})^3$ funktsiyani tuzamiz. Bu funktsiyadan xosila olib nolga tenglasak x ni topamiz. Xosila nolga teng bo'lganda maksimum yoki minimum qiymatga erishadi. $f'(x)=3x^2-3 \cdot 625^3(\frac{1}{x})^4$; $3x^6-3 \cdot 25^6=0$; $x^6=25^6$; $x=25$. Demak: $625=25 \cdot 25$. J: 25; 25

109. Perimetri p bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning yuzi eng katta bo'lishi uchun uning tomonlari qanday bo'lishi kerak?

Yechish: To'g'ri to'rtburchakning bir tomonini x desak, ikkinchi tomonini y desak, $p=2(x+y)$; $y=\frac{p}{2}-x$; $S(x)=x \cdot (\frac{p}{2}-x)$; Bu funktsiyadan xosila olib nolga tenglab x ni topamiz. Xosila nolga teng bo'lganda maksimum yoki minimum qiymatga erishadi. $S'(x)=\frac{p}{2}-x-x$; $\frac{p}{2}-x-x=0$; $2x=\frac{p}{2}$; $x=\frac{p}{4}$; $y=\frac{p}{2}-\frac{p}{4}=\frac{p}{4}$; $y=\frac{p}{4}$. j: $x=\frac{p}{4}$; $y=\frac{p}{4}$.

110. Yuzi 9 bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning perimetri eng kichik bo'lishi uchun uning tomonlari qanday bo'lishi kerak?

Yechish: To'g'ri to'rtburchakning bir tomonini x desak, ikkinchi tomonini u desak, $S=x \cdot y$; $x \cdot y=9$; $y=\frac{9}{x}$; $p(x)=2 \cdot (x+\frac{9}{x})$. Bu funktsiyadan xosila olib nolga tenglab x ni toramiz. Xosila nolga teng bo'lganda maksimum yoki minimum qiymatga erishadi. $p'(x)=2 \cdot (1-\frac{9}{x^2})$;
 $2 \cdot (1-\frac{9}{x^2}) = 0$; $\frac{9}{x^2} = 1$; $x^2=9$; $x=3$; $y=\frac{9}{3} = 3$. J: $x=3$; $y=3$.

Mundarija.

1.Olimpiadaning kelib chiqish tarixi.	3-4
2.Harfiy ifodalar bilan raqamlar oracidagi bog'lanish .	4-5
3. Matnli masalalar.	5-12
4. Juft va toq sonlarga doir masalalar.	12-12
5. Natural sonlarni ixtiyoriy natural darajaga ko'targanda natijadagi sonning oxirgi xonasiga bog'liq masala va misollar.	13-16
6. Foizga doir masalalar.	16-18
7. Matematik induksiya metodi bilan ishlanadigan misol va masalalar	18-19
8. Qiziqarli misol va masalalar.	19-23
9. Geometriyaga doir masalalar.	23-25
10. Arifmetik masalalarni xosila yordamida yechish.	25-26

Adabiyotlar.

1. Karimov I.A. Yuksak ma'naviyat-engilmas kuch.-T.: «Ma'naviyat», 2008 y.
2. Ikromov J., Mirzahmedov M., Rahimqoriev A., Saidjonov Y., Yusupov O. Matematika. O'rta maktabning 5-6-sinflari uchun o'quv qo'llanma.-T.: "O'qituvchi", 2002 y.
3. Mirzaahmedov M., Rahimqoriev A. Matematika 6-sinf. Umumiy o'rta ta'lim maktablari 6-sinfi uchun darslik. -T.: "O'qituvchi", 2009 y.
4. Alimov Sh.A., Xolmuhamedov O.R., Mirzaahmedov M. Algebra. Umumiy o'rta ta'lim maktablari 6-9-sinflari uchun darslik.-T.: "O'qituvchi", 2009 y.
5. Xo'jaev B., Bahromov F., Usmonov F., Bahromov A. Geometriya. Umumiy o'rta ta'lim maktablari 7-sinfi uchun darslik. -T.: "Sharq", 2010 y.
6. Rahimberdiev A.A. Geometriya 8-sinf. Darslik.-T.: "O'qituvchi", 2009 y.
7. Haydarov B., Sariqov E., Qo'chqorov A. Geometriya. 9-sinf.-T.: "O'zbekiston milliy ensiklopediyasi", 2009 y.
8. "Matematika ensiklopediyasi", 2009 y.
9. "Matematikadan mavzular bo'yicha testlar to'plami"(1996-2004yy).
10. "2006-2009 yillar shahar olimpiada materiallaridan" masalalar.
11. "Matematika olimpiadalari masalalari" Sh.A.Ayupov, B.B.Rixsiyev va O.Sh. Qo'chqorov.

