

Tursunoj Nischanowa

“Deutsch für Mathematiker ”



Ўқув қўлланмада математика соҳасига оид аслий тематик ва кўргазмали тарзда матнлар, дунёга машхур бўлган математиклар ҳаёти ва уларнинг илмий фаолияти, математика ҳақида машхур олимлар томонидан айтилган фикрлар, математикага оид глоссариум, грамматик маълумотлар, машқлар, тестлар тўплами ва расмий галерея ўрин олган. Ўқув қўлланма Математика - физика йўналиши I-II-III босқич талабалари учун мўлжалланган.

Ўқув қўлланма олий таълим муассасаларнинг Математика - физика йўналишида тахсил олаётган талабалар ҳамда мактаб, коллеж ва академик лицей ўқувчилари учун мўлжалланган.

Маъсул муҳаррир:

проф. Ў. Нурматов

Тақризчилар:

п.ф.н. доц. С. Сайдалиев

доц. З. Содиқов

ф-м ф.н., доц. М. Холмурадов

Техник муҳаррир:

Р.Полванов

СЎЗ БОШИ

“Биз таълим тизимида ўқувчиларнинг нафақат кенг билим ва профессионал кўникмаларни эгаллаши, айти пайтда чет мамлакатларнинг тенгдошлари билан фаол мулоқот қилиш, бугунги дунёда рўй бераётган барча воқеа-ходисалар, янгилик ва ўзгаришлардан атрофлича ҳабардор бўлиши, жаҳондаги ўлкан интеллектуал бойликни эгаллашнинг энг муҳим шарти ҳисобланган хорижий тилларни ҳам чуқур ўрганишлари учун катта аҳамият бермоқдамиз” дейилади, Тошкентдаги Симпозиумлар саройида 2012 йил 17-февраль куни Президентимиз И. Каримов ташаббуси билан ташкил этилган “Юксак салоҳиятли авлодни тарбиялаш - энг муқаддас мақсад” мавзусидаги халқаро конференцияда сўзлаган нутқида

(«Халқ сўзи», Тошкент, 2012 йил 18 феврал, № 35 (5455), 1-2 бетлар).

“Чет тилларни ўрганиш тизимини янада такомиллаштириш чора - тадбирлари тўғрисида”ги Қарорга асосан “Олий ўқув юртларида, айрим махсус фанларни, хусусан, техник ва халқаро мутахассисликлар бўйича ўқитиш чет тилларда олиб борилади”(«Халқ сўзи», Тошкент, 2012 йил 11 декабр, № 240 (5560), 1-2 бетлар). Ушбу фикрларни ҳаётга тадбиқ этиш мақсадида, “Математиклар учун немис тили” ўқув қўлланмаси яратилди. Ушбу ўқув қўлланма олий ўқув муассасаларнинг Физика – математика факультети талабалари ҳамда мактаб, коллеж ва академик лицей ўқувчилари учун мўлжалланган.

Ўқув қўлланмада математика соҳасига оид аутентик тематик ва кўргазмали тарзда матнлар, дунёга машҳур бўлган математиклар ҳаёти ва уларнинг илмий фаолияти, математика ҳақида машҳур олимлар томонидан айтилган фикрлар, математикага оид глоссарий, грамматик маълумотлар, машқлар, тестлар тўплами ва расмий галерея ўрин олган.

Ўқув қўлланма 4 та қисмдан иборат:

I- қисмда математика фанига оид аутентик матнлар ўрин олган: тарихи, ўрганадиган объектлари ва мавзулар берилган. Ушбу қўлланма талабаларга мавзуларни ўрганишда, аутентик матнлар устида ишлашда, саволларга жавоб беришда, ижодий фикрлашда, мавзуга оид машқларни мустақил бажариш каби материалларни ўрганишда амалий ёрдам беради.

II - қисмда дунёда машҳур бўлган математиклар ҳақида материаллар: ҳаёти, илмий фаолияти, ихтиролари, математика фанига қўшган ҳиссаси баён этилган.

III - қисмда математика ҳақида машҳур инсонлар томонидан айтилган фикрлар ўрин олган. Талабаларни мустақил ишлаши учун математик тестлар, машқлар ва масалалар берилган.

IV – қисмда математикага оид глоссарий, расмлар галереяси ва грамматик маълумотнома берилган. Бу қоидалар талабаларга грамматика ва лексикага оид машқларни ишлашда, матнларни таржима қилишда, ўз фикрини оғзаки ва ёзма ифода этишида амалий ёрдам беради Глоссарий математик тушунчаларни изоҳлаб беради, талабаларнинг оғзаки ва ёзма нутқини ривожланишида ёрдам беради.

Ўқув қўлланма олий ўқув муассасаларнинг Физика – математика факультети талабалари ҳамда мактаб, коллеж ва академик лицей ўқувчилари учун мўлжалланган.

Ушбу ўқув қўлланмани яратишдаги самимий ёрдамлари учун кафедра проф. Ў. Нурматов, п.ф.н., доц. С.Сайдалиев, доц. З.Содиқов, Физика-математика факультети профессор-ўқитувчилари ф.-м.ф.н., доц. М.Холмуродов, доц. Р.Ҳакимов, ф.-м.ф.н., доц. Р.Рахматуллаевларга ташаккур билдираман.

Муаллиф

DAS DEUTSCHE ALPHABET

| ABC Босма ҳарфлар | Name Ҳарфнинг номи | ABC Босма ҳарфлар | Name Ҳарфнинг номи |
|-------------------------|--------------------------|-------------------------|-----------------------|
| A a | [a:] а | N n | [ɛf] эн |
| B b | [be:] бэ | O o | [o:] о |
| C c | [ts:] цэ | P p | [pe:] пэ |
| D d | [de:] дэ | Q q | [ku:] ку |
| E e | [e:] э | R r | [ɛr] эр |
| F f | [ɛf] эф | S s | [ɛs] эс |
| G g | [ge:] гэ | T t | [te:] тэ |
| H h | [ha:] ха | U u | [u:] у |
| I i | [i:] и | V v | [fao] фау |
| J j | [jot] йот | W w | [ve:] вэ |
| K k | [ka:] ка | X x | [iks] икс |
| L l | [ɛl] эл | Y y | [ypsilon]ипсилон |
| M m | [ɛm] эм | Z z | [tset] цет |

1. ck - [k] c – [k]
2. ch - [x], [k], [ç]
3. s - [s], [z]
4. s – sp -[ʃp], st - [ʃt]
5. sch - [ʃ], tsch - [tʃ]
6. ß - s, [z]
7. v -- [v], [f]
8. pf – [pf], ph [f]

ä, ö, ü – Umlaut

oh [o:] uh [u:]

ah [a:], eh [e:]

e + i = ei

a + i = ai

a + u = au

e + u = eu

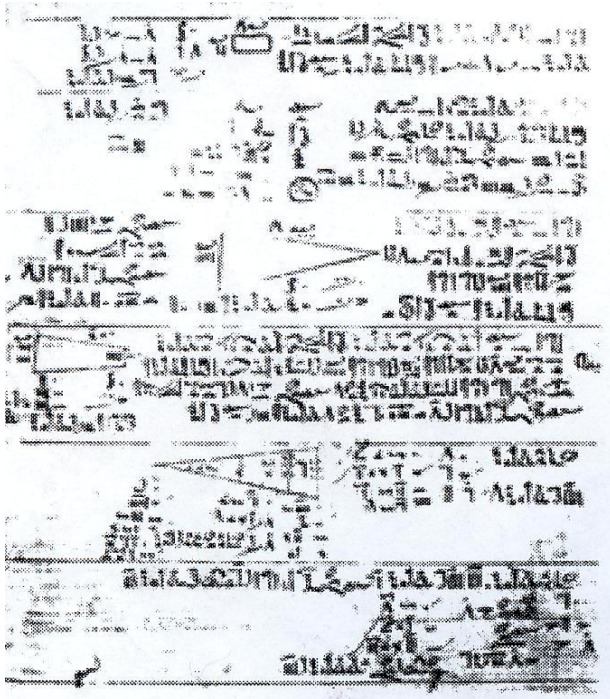
ä + u = äu

MATHEMATIK

“Mathematik ist die Mutter aller Wissenschaften “

Yoseph Weizenbaum (Massachusetts Institute of Technology)

Mathematik (altgriechisch [*meyyu mathematike techne*: "die Kunst des Lernens, zum Lernen gehörig" oder *manthano*: "ich lerne"; umgangssprachlich **Mathe**) ist die Wissenschaft, welche aus der Untersuchung von Figuren und dem Rechnen mit Zahlen entstand. Für Mathematik gibt es keine allgemein anerkannte Definition; heute wird sie Üblicherweise als eine Wissenschaft beschrieben, die selbst geschaffene abstrakte Strukturen auf ihre Eigenschaften und Muster untersucht.



Der agyptische Papyrus Rhind Euklid “Schule in Athen”Bild von Rafael

GESCHICHTE DER MATHEMATIK

**„Es ist nicht genug, zu wissen;
man muß auch anwenden; es ist nicht
genug zu wollen; man muß auch tun.
Denken und tun, tun und denken;
das ist die Summe aller Weisheit“
(Johann Wolfgang Goethe)**

Die Mathematik ist eine der ältesten Wissenschaften. Ihre erste Blüte erlebte sie noch vor der Antike in Mesopotamien, Indien und China. Später in der Antike in Griechenland und im Hellenismus, von dort datiert die Orientierung an der Aufgabenstellung des „rein logischen Beweisens“ und die erste Axiomatisierung, nämlich die euklidische Geometrie. Im Mittelalter erlebte sie unabhängig voneinander im frühen Humanismus der Universitäten und in der arabischen Welt.

In der frühen Neuzeit führte Francois Viète Variablen ein und Rene Descartes eröffnete durch die Verwendung von Koordinaten einen rechnerischen Zugang zur Geometrie. Die Beschreibung von Tangenten und die Bestimmung von Flächeninhalten („Quadratur“) führte zur Infinitesimalrechnung von Gottfried Wilhelm Leibniz und Isaac Newton. Newtons Mechanik und sein Gravitationsgesetz waren auch in den folgenden Jahrhunderten eine Quelle richtungsweisender mathematischer Probleme wie des Dreikörperproblems.

Ein anderes Leitproblem der frühen Neuzeit war das Lösen zunehmend komplizierter algebraischen Gleichungen. Zu seiner Behandlung entwickelten Niels Henrik Abel und Evariste Galois den Begriff der Gruppe, der Beziehungen zwischen Symmetrien eines Objektes mit der Infinitesimalrechnung im 17. Jahrhundert Probleme gelöst werden, die seit der Antike offen waren.

Auch eine negative Antwort, der Beweis der Unlösbarkeit eines Problems, kann die Mathematik voranbringen: so ist aus gescheiterten Versuchen zur Auflösung algebraischer Gleichungen die Gruppentheorie entstanden.

Fragen zum Text:

1. Was bedeutet das Wort „Mathematik“?
2. Was für eine Wissenschaft ist die Mathematik?
3. Wann und wo erlebte sie ihre Blüte?
4. Welche Orientierung hatte die Mathematik in der Antike?
5. Welche mathematische Probleme führten die Mathematiker der Welt ein?

6. Was entwickelten Niels Henrik Abel und Evariste Galois in der frühen Neuzeit?

7. Wie entstand die Gruppentheorie?

Texterläuterungen:

1. Mathematik (f, -, -) – математика
2. Kunst des Lernens – ўқиш санъати
3. Wissenschaft (f, -, -en) – фан
4. Definition (f, -, -en) – тушунча
5. alt (älter, am ältesten, der (die, das) älteste) – қадимий, ёш
6. erleben (erlebte, hat erlebt) – бошидан ўтказмоқ
7. eröffnen (eröffnete, hat eröffnet) – кашф этмоқ
8. algebraische Gleichungen – алгебраик тенгламалар
9. Lösen (n, -s, -) – ечим
10. Problem (n, -s, -e) – муаммо

Übung 1. Ergänzt die Sätze !

1. Das Wort „ die Mathematik“ bedeutet ...
2. Die Mathematik ist die Wissenschaft, welche entstand.
3. Die Mathematik ... selbst geschaffene abstrakte Strukturen auf ihre Eigenschaften und Muster.
4. Für Mathematik gibt es keine allgemein anerkannte ...
5. In der frühen Neuzeit führte Variablen ein und eröffnetedurch die Verwendung von Koordinaten einen rechnerischen Zugang zur Geometrie.
6. Ein anderes ... der frühen Neuzeit war ... zunehmend komplizierter

Mathematikgeschichte in Babylon

Babylonische Keilschrifttafel YBC 7289 mit einer sexagesimalen Näherung für die Quadratwurzel von 2 (auf der Diagonalen).

Die Babylonier verwendeten ein Sexagesimal-Stellenwertsystem für die Darstellung von beliebigen Zahlen sowie die Rechenarten der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division (Multiplikation mit dem Kehrwert).

Neben dem Algorithmus für die Berechnung von Quadratwurzeln legten sie Zahlentabellen (z. B. für Kehrwerte, Quadrate, Kuben, Quadratwurzeln, Kubikwurzeln und Logarithmen) an. Die Babylonier berechneten Zwischenwerte durch lineare Interpolation und konnten quadratische

Gleichungen lösen. Sie kannten den Satz des Pythagoras und als Näherung für die Kreiszahl π benutzten sie **3** oder **$3+1/8$** . Eine strenge Beweisführung wurde von den Babyloniern offenbar nicht angestrebt.

Die Mathematik der klassischen Antike teilt sich in vier große Perioden: Ionische Periode (Ionische Philosophie / Vorsokratiker: Thales, Pythagoras, Anaxagoras, Demokrit, Hippokrates, Theodoros) von 600 bis 400 v. Chr.

Athenische Periode (Sophisten, Platon, Aristoteles, Theaitetos, Eudoxos von Knidos, Menaichmos, Deinostratos, Autolykos) von 400 bis 300 v. Chr.

Alexandrinische Periode (Euklides, Aristarchos, Archimedes, Eratosthenes, Nikomedes, Apollonios) von 300 bis 200 v. Chr.

Spätzeit (Hipparchos, Menelaos, Heron von Alexandria, Ptolemäus, Diophant von Alexandrien, Pappos) von 200 v. Chr. bis 300 n. Chr.

Thales

Archimedes

Heron von Alexandria

Claudius Ptolemäus

Nach einer aus der Antike stammenden, aber unter Wissenschaftshistorikern umstrittenen Überlieferung beginnt die Geschichte der Mathematik als Wissenschaft mit Pythagoras von Samos. Ihm wird - allerdings wohl zu Unrecht - der Grundsatz „Alles ist Zahl“ zugeschrieben. Er begründete die Schule der Pythagoreer, aus der später Mathematiker wie Hippasos von Metapont und Archytas von Tarent hervorgingen. Im Unterschied zu den Babyloniern und Ägyptern hatten die Griechen ein philosophisches Interesse an der Mathematik. Zu den Erkenntnissen der Pythagoreer zählt die Irrationalität von geometrischen Streckenverhältnissen, die von Hippasos entdeckt worden sein soll. Die früher verbreitete Ansicht, dass die Entdeckung der Irrationalität bei den Pythagoreern eine philosophische "Grundlagenkrise" auslöste, da sie ihre früheren Überzeugungen erschütterte, wird jedoch von der heutigen Forschung verworfen. Die antike Legende, wonach Hippasos Geheimnisverrat beging, indem er seine Entdeckung veröffentlichte, soll aus einem Missverständnis entstanden sein.

In der Platonischen Akademie in Athen stand die Mathematik hoch im Kurs. Platon schätzte sie sehr, da sie dazu diene, wahres Wissen erlangen zu

können. Die griechische Mathematik entwickelte sich danach zu einer beweisenden Wissenschaft.

Aristoteles formulierte die Grundlagen der Aussagenlogik. Eudoxos von Knidos schuf mit der Exhaustionsmethode zum ersten Mal eine rudimentäre Form der Infinitesimalrechnung. Wegen des Fehlens von reellen Zahlen und Grenzwerten war diese Methode allerdings recht unhandlich. Archimedes erweiterte diese und berechnete damit unter anderem eine Näherung für die Kreiszahl π .

Platon

Aristoteles

Euklid von Alexandria

Demokrit

Euklid fasste in seinem Lehrbuch „Elemente“ einen Großteil der damals bekannten Mathematik (Geometrie und Zahlentheorie) zusammen. Unter anderem wird darin bewiesen, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. Dieses Werk gilt als Musterbeispiel für mathematisches Beweisen: aus wenigen Vorgaben werden alle Ergebnisse in einer Strenge hergeleitet, die es zuvor nicht gegeben haben soll. Euklids „Elemente“ wird auch noch heute nach über 2000 Jahren als Lehrbuch verwendet.

Im Gegensatz zu den Griechen befassten sich die antiken Römer kaum mit Mathematik. Bis zur Spätantike blieb die Mathematik weitgehend eine Domäne der griechischsprachigen Bewohner des Reichs, der Schwerpunkt mathematischer Forschung lag in römischer Zeit auf Sizilien und in Nordafrika, dort vor allem in Alexandria.

Chinesische und indische Mathematik

Das erste noch erhaltene Lehrbuch chinesischer Mathematik ist das Zhoubi suanjing. Es wurde während der Han-Dynastie, zwischen 206 v. Chr. bis 220 n. Chr., von Liu Hui ergänzt, da infolge der Bücher- und Urkundenverbrennungen während der Qin-Dynastie die meisten mathematischen Aufzeichnungen zerstört waren und aus dem Gedächtnis heraus wieder aufgeschrieben wurden. Die mathematischen Erkenntnisse werden bis in das 18. Jahrhundert v. Chr. datiert. Es folgten später bis 1270

n. Chr. weitere Ergänzungen. Es enthält außerdem einen Dialog über den Kalender zwischen Zhou Gong Dan, dem Herzog von Zhou, und dem Minister Shang Gao.

Fast genauso alt ist „Jiuzhang Suanshu“ („Neun Kapitel über mathematische Kunst“), welches 246 Aufgaben über verschiedene Bereiche enthält; unter anderem ist darin auch der Satz des Pythagoras zu finden, jedoch ohne jegliche Beweisführung.

Dezimalzahlen wurden mit Bambusziffern geschrieben; um 300 n. Chr. errechnete Liu Hui über ein 3072-Eck die Zahl **3,14159** als Näherung für π .

Den Höhepunkt erreichte die chinesische Mathematik im 13. Jahrhundert. Der bedeutendste Mathematiker dieser Zeit war Zhu Shijie mit seinem Lehrbuch Szu-yuem Yü-kien („Kostbarer Spiegel der vier Elemente“), das algebraische Gleichungssysteme und algebraische Gleichungen vierzehnten Grades behandelte und diese durch eine Art Hornerverfahren löste. Nach dieser Periode kam es zu einem jähen Abbruch der Mathematik in China. Um 1600 griffen Japaner die Kenntnisse in der Wasan (**Japanische Mathematik**) auf. Ihr bedeutendster Mathematiker war Seki Takakazu (um 1700). Mathematik wird als geheime Tempelwissenschaft betrieben.

Aryabhata



Die ältesten Andeutungen über geometrische Regeln zum Opferaltarbau finden sich bereits im Rig Veda. Doch erst mehrere Jahrhunderte später entstanden (d. h. wurden kanonisiert) die Sulbasutras („Seilregeln“, geometrische Methoden zur Konstruktion von Opferaltären) und weitere Lehrtexte wie beispielsweise die Silpa Sastras (Regeln zum Tempelbau) usw. Möglicherweise halbwegs verlässlich datiert auf etwa um 500 n. Chr. das Aryabhatiya und verschiedene weitere „Siddhantas“ („Systeme“, hauptsächlich astronomische Aufgaben).

Doch waren es jedenfalls die Inder, die das uns vertraute dezimale Positionssystem, d. h. die Polynomschreibweise zur Basis 10 sowie dazugehörige Rechenregeln entwickelten. Schriftliches Multiplizieren etwa in babylonischer, ägyptischer oder römischer Zahlnotation ist außerordentlich kompliziert und arbeitet mittels Substitution; d. h. mit vielen auf die Notation bezogenen Zerlegungs- und Zusammenfassungsregeln, während sich in indischen Texten viele „elegante“ und einfache Verfahren beispielsweise auch schon zum schriftlichen Wurzelziehen finden.

Unsere Zahlzeichen (Indische Ziffern) für die Dezimalziffern leiten sich direkt aus der indischen Devanagari ab. Die früheste Verwendung der Ziffer 0 wird vorsichtig auf etwa 400 n. Chr. datiert; Aryabhata um 500 und Bhaskara um 600 verwenden sie jedenfalls bereits ohne Scheu, sein Zeitgenosse Brahmagupta rechnet sogar mit ihr als Zahl und kennt negative Zahlen.

Bezüglich der Benennung der Zahlzeichen herrscht etwas Konfusion: Die Araber nennen diese (adoptierten Devanagari-) Ziffern indische Zahlen, wir Europäer auf Grundlage der mittelalterlichen Rezeptionsgeschichte arabische Zahlen und die Japaner aus analogem Grund Romaji, d. h. lateinische oder römische Zeichen (zusammen mit dem lat. Alphabet). Doch unter 'römischen Zahlen' verstehen Europäer wiederum etwas ganz anderes...

Mit der Ausbreitung des Islams nach Osten übernimmt um etwa 1000 bis spätestens 1200 die muslimische Welt viele der indischen Erkenntnisse, islamische Wissenschaftler übersetzen indische Werke ins Arabische, die über diesen Weg auch nach Europa gelangen. Ein Buch von dem persischen Mathematiker Muhammad ibn Musa Chwarizmi wird im 12. Jahrhundert in Spanien ins Lateinische übersetzt; erste Verwendung der „figurae Indorum“ von italienischen Kaufleuten; um 1500 bekannt in Deutschland.



Andere bedeutende Mathematiker: **Brahmagupta** (um 600), Bhaskara II (um 1150, Buch „Lilavati“); ab 1200 n. Chr.

Brahmagupta (c. 598 - 660) war ein indischer Mathematiker und Astronom. Er war aus Ushshan. Es war ein Zentrum der astronomischen Forschung im alten Indien. Brahmagupta schrieb 20 Bücher in Versen über Algebra und unbestimmte Gleichung. Sein 12. Buch hat er über Arithmetik und Geometrie geschrieben. 18. Buch hat er an Metrologie und anderen Büchern dem Ganzen und den gebrochenen Zahlen gewidmet.

Übung 1. Erzählt über die indischen Mathematiker !

Übung 2. Beantwortet die Fragen !

1. Was übernimmt die muslimische Welt mit der Ausbreitung des Islams nach Osten?
2. Wann und wo wird ein Buch von dem persischen Mathematiker Muhammad ibn Musa Chwarizmi ins Lateinische übersetzt?
3. Woraus leiten sich unsere Zahlzeichen (Indische Ziffern) für die Dezimalziffern ab?

Mathematik im islamischen Mittelalter



Al-Chwarizmi Al-Biruni
Al-Tusi Abu'l Wafa

In der islamischen Welt bildete für die Mathematik die Hauptstadt Bagdad das Zentrum der Wissenschaft. Die muslimischen Mathematiker übernahmen die indische Positionsarithmetik und den Sinus und entwickelten die griechische und indische Trigonometrie weiter, ergänzten die griechische Geometrie und übersetzten und kommentierten die mathematischen Werke der Griechen. Die bedeutendste mathematische Leistung der Muslime ist die Begründung der heutigen Algebra.

Diese Kenntnisse gelangten über Spanien, den Kreuzzügen und den italienischen Seehandel nach Europa, dort (z. B. in Toledo → „Übersetzerschule von Toledo“) wurden viele der arabischen Schriften ins Lateinische übertragen; Frühzeit; Al-Chwarizmi (um 820 n. Chr.), Name steckt im Wort „Algorithmus“ (Rechnen nach Art des Algorismi), schreibt De numero indorum in dem das indische Positionssystem beschrieben ist und Al-dschabr wa'l muqabalah (Aufgabensammlung für Kaufleute und Beamte, steckt im Wort „Algebra“); andere Mathematiker: Thabit Ibn Qurra, Al-Battani (Albategnius), Al-Habas, Abu'l Wafa Hochblüte; um 1000 n. Chr.; Al-Karagi erweitert die Algebra; der persische Mediziner, Philosoph und Mathematiker Ibn Sina (Avicenna) betont die Bedeutung der Mathematik; Al-Biruni; Ibn al-Haitham (Alhazen); Spätzeit; Der persische Dichter und Mathematiker Omar Khayyām „der Zeltmacher“ (um 1100) verfasst ein Lehrbuch für Algebra; Nasir Al-din al-Tusi (um 1250); Al-Kashi (um 1400);

Fragen zum Text:

1. Was bildete in der islamischen Welt für die Mathematik die Hauptstadt Bagdad?
2. Was übernahmen die muslimischen Mathematiker und entwickelten?
3. Was ist die bedeutendste mathematische Leistung der Muslime?

Mathematik der Maya

Die einzige schriftliche Überlieferung der Mathematik der Maya stammt aus dem Dresdner Kodex. Das Zahlensystem der Maya beruht auf der Basis 20. Als Grund dafür wird vermutet, dass die Vorfahren der Maya mit Fingern und Zehen zählten. Die Maya kannten die Zahl 0, aber verwendeten keine Brüche. Für die Darstellung von Zahlen verwendeten sie Punkte, Striche und Kreise, die für die Ziffern 1, 5 und 0 standen. Die Mathematik der Maya war hochentwickelt, vergleichbar mit den Hochkulturen im Orient. Sie verwendeten sie zur Kalenderberechnung und für die Astronomie. Der Maya-Kalender war der genaueste seiner Zeit.

Mathematik in Europa Mathematik im Mittelalter

Das Mittelalter als Epoche der europäischen Geschichte begann etwa mit dem Ende des römischen Reiches und dauerte bis zur Renaissance. Die Geschichte dieser Zeit war bestimmt durch die Völkerwanderung und den Aufstieg des

Christentums in Westeuropa. Der Niedergang des römischen Reiches führte zu einem Vakuum, das in Westeuropa erst durch den Aufstieg des Frankenreiches kompensiert wurde. Im Zuge der Gestaltung einer neuen politischen Ordnung durch die Franken kam es zu der sogenannten karolingischen Renaissance. Das Wissen des Altertums wurde zunächst in Klöstern bewahrt. Klosterschulen wurden im späteren Mittelalter von Universitäten als Zentren der Gelehrsamkeit abgelöst. Eine wichtige Bereicherung der westeuropäischen Kultur erfolgte unter dem Einfluss der arabischen Tradition, indem die arabische Überlieferung und Weiterentwicklung griechischer Mathematik, Medizin und Philosophie sowie die arabische Adaption indischer Mathematik und Ziffernschreibung auf dem Weg von Übersetzungen ins Lateinische im Westen bekannt wurden. Die Kontakte zu arabischen Gelehrten und deren Schriften ergaben sich einerseits als Folge der Kreuzzüge in den Vorderen Orient und andererseits durch die Kontakte mit den Arabern in Spanien und Sizilien, hinzu kamen Handelskontakte besonders der Italiener im Mittelmeerraum, denen zum Beispiel auch Leonardo da Pisa („Fibonacci“) einige seiner mathematischen Kenntnisse verdankte.

Mathematik im 19. Jahrhundert

Ab dem 19. Jahrhundert wurden die Grundlagen der mathematischen Begriffe hinterfragt und fundiert. Augustin Louis Cauchy begründete die -Definition des Grenzwertes. Außerdem legte er die Grundlagen der Funktionentheorie. Die Verwendung komplexer Zahlen wurde von Dedekind und Kronecker algebraisch fundiert.

Der Legende nach schrieb der Franzose Évariste Galois am Vorabend eines für ihn tödlich verlaufenden Duells seine Galoistheorie nieder. Damit war er der erste Vertreter der Gruppentheorie. Zu seiner Zeit von wenigen verstanden, wurde diese ein mächtiges Hilfsmittel in der Algebra. Mit Hilfe der Galoistheorie wurden die drei klassischen Probleme der Antike als nicht lösbar erkannt, nämlich die Dreiteilung des Winkels, die Verdoppelung des Würfels und die Quadratur des Kreises.

Die Algebraiker erkannten, dass man nicht nur mit Zahlen rechnen kann; alles, was man braucht, sind Verknüpfungen. Diese Idee wurde in Gruppen, Ringen und

Körpern formalisiert. Der Norweger Sophus Lie untersuchte die Eigenschaften von Symmetrien. Durch seine Theorie wurden algebraische Ideen in die Analysis und Physik eingeführt. Die modernen Quantenfeldtheorien beruhen im Wesentlichen auf Symmetriegruppen.

In Göttingen wirkten zwei der einflussreichsten Mathematiker der Zeit, Carl Friedrich Gauß und Bernhard Riemann. Neben fundamentalen Erkenntnissen in der Analysis, Zahlentheorie, Funktionentheorie schufen sie und andere die Differentialgeometrie – Geometrie wurde mit analytischen Methoden beschrieben. Auch wurde dank ihres Mitwirkens zum ersten Mal Euklids Geometrie neu überarbeitet: die Nichteuklidische Geometrie entstand.

Georg Cantor überraschte mit der Erkenntnis, dass es mehr als eine „Unendlichkeit“ geben kann. Er definierte zum ersten Mal, was eine Menge ist, und wurde somit der Gründer der Mengenlehre. Nach tausenden von Jahren erfuhr die Logik eine Runderneuerung. Gottlob Frege erfand die Prädikatenlogik, die erste Neuerung auf diesem Gebiet seit Aristoteles. Zugleich bedeuteten seine Arbeiten den Anfang der Grundlagenkrise der Mathematik.

Moderne Mathematik

Die moderne Mathematik entsteht aus dem Bedürfnis, die Grundlagen dieser Wissenschaft ein für allemal zu festigen. Allerdings beginnt alles mit einer Krise anfangs des 20. Jahrhunderts: Bertrand Russell erkennt die Bedeutung von Freges Arbeiten. Gleichzeitig entdeckt er allerdings auch unlösbare Widersprüche darin (Russellsche Antinomie). Diese Erkenntnis erschüttert die gesamte Mathematik. Falls es nur einen einzigen widersprüchlichen Satz in der Mathematik gibt, fällt die ganze Wissenschaft wie ein Kartenhaus zusammen. Sollte der Packesel Mathematik, der so viele gute Dienste geleistet hat, unter Cantors Unendlichkeiten erdrückt werden? Eine Zeit lang schien eine Lösung im Intuitionismus Brouwers nahezuliegen. Aber die zunächst sehr interessierten Mathematiker wandten sich schnell von dieser philosophischen Richtung ab. Mehrere Versuche zur Rettung werden gemacht: Russell und Alfred North Whitehead versuchen in ihrem mehrtausendseitigen Werk „Principia Mathematica“ mit Hilfe der Typentheorie ein Fundament aufzubauen. Alternativ dazu begründen Ernst Zermelo und Abraham Fraenkel die Mengenlehre axiomatisch (Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre). Letztere setzt sich durch, weil ihre wenigen Axiome wesentlich handlicher sind als die schweren „Principia Mathematica“.

Der Zweifel an den Grundlagen bleibt aber bestehen. Es bedurfte eines Geistesriesen, um den (scheinbaren) Ausweg aus der Situation zu finden. Dieser

kam in Gestalt von David Hilbert, von dem gesagt wird, dass er der Letzte war, der die gesamte Mathematik überblicken konnte. Seine Idee - um die Mathematik wasserdicht zu machen - war, das mathematische Beweisen selbst mit Hilfe der Mathematik zu untersuchen. Schließlich waren Beweise nur eine Folge von Symbolen mit vorgegebenen Verknüpfungen, und Symbole und Verknüpfungen kann man mit mathematischen Methoden behandeln. Es konnte wieder Hoffnung aufkommen. Diese wurde jedoch jäh von Kurt Gödel zerstört. Sein Unvollständigkeitssatz zeigt, dass nicht jeder wahre Satz bewiesen werden kann. Dies war wahrscheinlich eine der wichtigsten Erkenntnisse in der Mathematik. Damit schien der Traum, eine umfassende Widerspruchsfreiheit zu finden, zunächst ausgeträumt. Allerdings konnten Mathematiker und Logiker wie Gerhard Gentzen und Paul Lorenzen zeigen, dass eine konstruktive Mathematik und Logik durchaus widerspruchsfrei ist. Allerdings muss dort auf einen Teil des Satzbestandes der Mathematik verzichtet werden.

Für manche rationalitätskritische Philosophen war die Erkenntnis Gödels aber die Bestätigung ihrer Ansicht, dass der Rationalismus gescheitert sei. Andererseits kann man sich fragen, ob eine Theorie, die ihre eigenen Grenzen erkennt, nicht mächtiger ist als eine, die das nicht kann.

Neben der Logik wird die Mathematik zunehmend abstrahiert. Die polnische Schule unter ihrer Leitfigur Stefan Banach begründet die Funktionalanalysis. Mit Hilfe der Banachräume und ihren Dualitäten können viele Probleme sehr elegant gelöst werden.

Andrei Kolmogorow liefert eine axiomatische Begründung der Wahrscheinlichkeit. Die Wahrscheinlichkeit ist für ihn ähnlich dem Flächeninhalt und kann mit Methoden der Maßtheorie behandelt werden. Damit ist auch dieses Feld logisch einwandfrei (siehe auch: Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung). In der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts werden alle Teilgebiete der Mathematik in mengentheoretischer Sprache formuliert und auf axiomatische Grundlagen gestellt. Einen Höhepunkt erreichen Abstraktion und Formalisierung im Schaffen des Autorenkollektivs Nicolas Bourbaki.

Übung 1. Übersetzt diese Texte und stellt die Fragen zu den Texten zusammen?

Übung 2. Findet die Hauptgedanke des Textes?

John von Neumann

Im Zweiten Weltkrieg entsteht großer Bedarf an der Lösung konkreter mathematischer Probleme, beispielsweise bei der Entwicklung der Atombombe oder der Entschlüsselung von Codes. John von Neumann, Alan Turing und andere entwickeln deshalb ein abstraktes Konzept einer universalen Rechenmaschine.

Zuerst nur auf dem Papier, werden diese Ideen bald in Hardware gegossen und der Computer hält Einzug in die Mathematik.

Beantwortet die Fragen zum Text !

1. Was entwickelt John Neumann?

2. Woran entsteht großer Bedarf im Zweiten Weltkrieg?

Übung 1. Findet die Sätze im Perfekt, Imperfekt, Plusquamperfekt !

Übung 2. Findet Adjektive, die stark und schwach dekliniert wurden!

AXIOMATISCHE FORMULIERUNG UND SPRACHE

Sir Henry Billingsleys erste englische Ausgabe der „Elemente“ von Euklid (1570)

Seit dem Ende des 19. Jahrhunderts, vereinzelt schon seit der Antike, wird die Mathematik in Form von Theorien präsentiert, die mit Aussagen beginnen, welche als wahr angesehen werden; daraus werden dann weitere wahre Aussagen hergeleitet. Diese Herleitung geschieht dabei nach genau festgelegten Schlussregeln. Die Aussagen, mit denen die Theorie anfangt, nennt man Axiome, die man daraus hergeleiteten Sätze nennt. Die Herleitung ist selbst ein Beweis des Satzes. In der Praxis spielen noch Definitionen eine Rolle, sie gehören, aber zum Handwerkszeug der Logik, das vorausgesetzt wird. Aufgrund dieses Aufbaus der mathematischen Theorien bezeichnet man sie als axiomatische Theorien.

Im Allgemeinen verlangt man dabei von Axiomen einer Theorie, dass diese widerspruchsfrei sind, also dass nicht gleichzeitig ein Satz und die Negation dieses Satzes wahr ist. Diese Widerspruchsfreiheit selbst lässt sich aber nicht innerhalb einer mathematischen Theorie beweisen. Dies hat zur Folge, dass es immer noch nicht geklärt ist, ob die Mengenlehre, und damit die gesamte Mathematik widerspruchsfrei ist. Es gab schon Anfang des 20. Jahrhunderts Widersprüche wie die Russellsche Antinomie in der damaligen Mengenlehre, welche erst durch Zermelo und Frenkel beseitigt werden konnten. Nach diesen ist die Zermelo-Fränkel-Mengenlehre benannt, die der Satz von Axiomen ist, auf dem die heutige Mathematik üblicherweise aufbaut.

Die von diesen Theorien behandelten Gegenstände sind abstrakte mathematische Strukturen, die ebenfalls durch Axiome definiert werden. Während in den anderen Wissenschaften die behandelten Gegenstände vorgegeben sind und danach die Methoden zur Untersuchung dieser Gegenstände geschaffen werden, ist bei der Mathematik umgekehrt die Methode vorgegeben und die damit untersuchbaren Gegenstände werden erst danach

erschaffen. In dieser Weise nimmt und nahm die Mathematik immer eine Sonderstellung unter den Wissenschaften ein.

Die Weiterentwicklung der Mathematik geschah und geschieht dagegen oft durch Sammlungen von Sätzen, Beweisen und Definitionen, die nicht axiomatisch strukturiert sind, sondern vor allem durch die Intuition und Erfahrung der beteiligten Mathematiker geprägt sind. Die Umwandlung in eine axiomatische Theorie erfolgt erst später, wenn weitere Mathematiker sich mit den dann nicht mehr ganz so neuen Ideen beschäftigen.

Allerdings sind der Axiomatisierung der Mathematik auch Grenzen gesetzt. Kurt Gödel zeigte um 1930 in dem nach ihm benannten Unvollständigkeitssatz, dass in jedem mathematischen Axiomensystem entweder wahre, jedoch nicht beweisbare Aussagen existieren, oder aber das System widersprüchlich ist.

Mathematik benutzt zur Beschreibung von Sachverhalten eine sehr kompakte Sprache, die auf Fachbegriffen und vor allem Formeln beruht. Eine Darstellung der in den Formeln benutzten Zeichen findet sich in der Tabelle mathematischer Symbole. Eine Besonderheit der *t* beschreibt. Als weitere Vertiefung dieser Untersuchungen konnten die neuere Algebra und insbesondere die algebraische Geometrie angesehen werden.

Im Laufe des 19. Jahrhunderts fand die Infinitesimalrechnung durch die Arbeiten von Augustin Louis Cauchy und Karl Weierstrass ihre heutige strenge Form. Die von Georg Cantor gegen Ende des 19. Jahrhunderts entwickelte Mengenlehre ist aus der heutigen Mathematik ebenfalls nicht mehr wegzudenken, auch wenn sie durch die Paradoxien des naiven Mengenbegriffs zunächst deutlich machte, auf welch unsicherem Fundament die Mathematik vorher stand.

Die Entwicklung der ersten Hälfte des 20. Jahrhundert stand unter dem Einfluss von David Hilberts Liste von 23 mathematischen Problemen. Eines der Probleme war der Versuch einer vollständigen Axiomatisierung der Mathematik; gleichzeitig gab es starke Bemühungen zur Abstraktion, also des Versuches, Objekte auf ihre wesentlichen Eigenschaften zu reduzieren. So entwickelte Emmy Noether die Grundlagen der modernen Algebra, Felix Hausdorff die allgemeine Topologie als die Untersuchung topologischer Räume, Stefan Banach den wohl wichtigsten Begriff der Funktionalanalysis, den nach ihm benannten Banachraum. Eine noch höhere Abstraktionsebene, einen gemeinsamen Rahmen für die Betrachtung ähnlicher Konstruktionen aus verschiedenen Bereichen der Mathematik schuf schliesslich die Einführung der Kategorientheorie durch Samuel Eilenberg und Saunders Mac Lane.

Fragen zum Text:

1. Wann und in welchen Form wird die Mathematik präsentiert?
2. Welche Aussagen nennt man Axiome und Sätze?
3. Was spielen noch in der Praxis?
4. Ist die gesamte Mathematik widerspruchsfrei?
5. Welche Widersprüche gab schon Anfang des 20. Jahrhunderts in der damaligen Mengenlehre?
6. Womit unterscheidet sich die Mathematik im Vergleich den anderen Wissenschaften?
7. Nimmt und nahm immer die Mathematik eine Sonderstelle unter den Wissenschaften ein?
8. Wodurch geschah und geschieht die Weiterentwicklung der Mathematik?
9. Was zeigte Kurt Gödel um 1930?
10. Wozu benutzt Mathematik eine sehr kompakte Sprache?
11. Von wem und wodurch fand die Infinitesimalrechnung ihre heutige strenge Form?
12. Wieviel mathematische Probleme gab David Hilberts im ersten Hälfte des 20. Jahrhundert?

Texterläuterungen:

1. Jahrhundert (n,-s, -e) – аср
2. Antike (f,-,-) – антик даври
3. Aussage (f, -, -en) – фикр
4. Theorie (f,-,-n) – назария
5. Axiome (f,-,-n) – аксиома
6. Logik (f,-, -) – логика
7. verlangen (verlangte, hat verlangt) – талаб қилмоқ
8. widerspruchsfrei (adj.) – зиддиятдан холи
9. Mengenlehre (f,-,-n) – тўплам ҳақидаги таълим
10. Methode (f,-,-n) – услуб
11. Untersuchung (f,-,-en) – текшириш, текшириб чиқиш
12. geschehen (geschah, ist geschehen) – юз бермоқ, содир этмоқ
13. Sprache (f,-,-n) – тил
14. Zeichen (n,-s,-) – белги
15. Algebra (f,-,-) – алгебра
16. Geometrie (f,-,-) – геометрия

ÜBUNG 1. ÜBERSETZEN SIE SÄTZE INS USBEKISCHE!

1. Seit dem Ende des 19. Jahrhunderts, vereinzelt schon seit der Antike, wird die Mathematik in Form von Theorien präsentiert, die mit Aussagen beginnen, welche als wahr angesehen werden.

2. Im Allgemeinen verlangt man dabei von Axiomen einer Theorie, dass diese widerspruchsfrei sind, also dass nicht gleichzeitig ein Satz und die Negation dieses Satzes wahr ist.

3. Während in den anderen Wissenschaften die behandelten Gegenstände vorgegeben sind und danach die Methoden zur Untersuchung dieser Gegenstände geschaffen werden, ist bei der Mathematik umgekehrt die Methode vorgegeben und die damit untersuchbaren Gegenstände werden erst danach erschaffen.

4. Kurt Gödel zeigte um 1930 in dem nach ihm benannten Unvollständigkeitssatz, dass in jedem mathematischen Axiomensystem entweder wahre, jedoch nicht beweisbare Aussagen existieren, oder aber das System widersprüchlich ist.

INHALTE UND METHODIK

Teilgebiete der Mathematik

Die folgende Aufzählung gibt einen ersten chronologischen Überblick über die Breite mathematischer Themen:

- das Rechnen mit Zahlen (Arithmetik),
- die Untersuchung von Figuren (Geometrie - vorklassische Hochkulturen, Euklid),
- die Untersuchung der korrekten Schlussfolgerungen (Logik - Aristoteles) (teilweise nur zur Philosophie, oft aber auch zur Mathematik gezählt)
- das Auflösen von Gleichungen (Algebra - Tartaglia, Mittelalter und Renaissance).
- Untersuchungen zur Teilbarkeit (Zahlentheorie - Euklid, Diophant, Fermat, Leonhard Euler, Gauss, Riemann),
- das rechnerische Erfassen räumlicher Beziehungen (Analytische Geometrie - Descartes, 17. Jahrhundert),
- das Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten (Stochastik - Pascal, Jakob Bernoulli, Laplace, 17.-19. Jahrhundert),
- die Untersuchung von Funktionen, insbesondere deren Wachstum, Krümmung, des Verhaltens im Unendlichen und der Flächeninhalte unter den Kurven (Analysis - Newton, Leibniz, Ende des 17. Jahrhunderts),
- die Beschreibung physikalischer Felder, (Differentialgleichungen, partielle Differentialgleichungen, Vektoranalysis - Leonhard Euler, die Bernoullis, Laplace,

Gauß, Poisson, Fourier, Green, Stokes, Hilbert, 18.-19. Jahrhundert),

- die Perfektionierung der Analysis durch die Einbeziehung komplexer Zahlen (Funktionentheorie - Gauss, Cauchy, Weierstrass. 19. Jahrhundert),
- die Geometrie gekrümmter Flächen und Räume (Differentialgeometrie - Gauss, Riemann, Levi-Civita, 19. Jahrhundert),
- das systematische Studium von Symmetrien (Gruppentheorie - Galois, Abel, Klein, Lie, 19. Jahrhundert),
- die Aufklärung von Paradoxien des Unendlichen (Mengenlehre und wieder Logik - Cantor, Frege, Russell, Zermelo, Frege, Anfang des 20. Jahrhunderts),
- die Untersuchung von Strukturen und Theorien (Kategorientheorie).

Etwas abseits steht in dieser Aufzählung die Numerische Mathematik, die für konkrete kontinuierliche Probleme aus vielen der oben genannten Bereiche Algorithmen zur Lösung bereitstellt und diese untersucht.

Unterschieden werden ferner die Reine Mathematik, auch **theoretische Mathematik** bezeichnet, die sich nicht mit aussermathematischen Anwendungen befasst, wie sie u.a. der Briten Andrew Wiles und der Deutsche Gerd Faltings betreiben, und die angewandte Mathematik wie zum Beispiel Versicherungsmathematik und Kryptologie. Die Übergänge der eben genannten Gebiete sind fließend.

Fragen zum Text:

1. Welche Teilgebiete hat Mathematik?
2. Nennen Sie Mathematiker, die mit diesen Teilgebieten der Mathematik beschäftigen haben?
3. Was untersucht die Numerische Mathematik?
4. Wie bezeichnet man die Reine Mathematik und die angewandte Mathematik?

Texterläuterungen:

1. Teilgebiet (n,-s,-e) - соҳа
2. Untersuchung (f,-,-en) – тадқиқ этиш
3. Rechnen (n,-s,-) - ҳисоблаш
4. Wachstum (n,-s,-) – ўсиш
5. Krümmung (f,-,-en) – эгри чизиқ
6. Differenzialgleichung (f,-,-en) – дифференциал тенглама

Übung 1. Nennen Sie die Teilgebiete der Mathematik !

Übung 2. Finden Sie im Text starke und schwache Verbe und konjugieren sie im Singular und Plural im Präsens nach dem Muster!

1. untersuchen (untersuchte, hat untersucht)

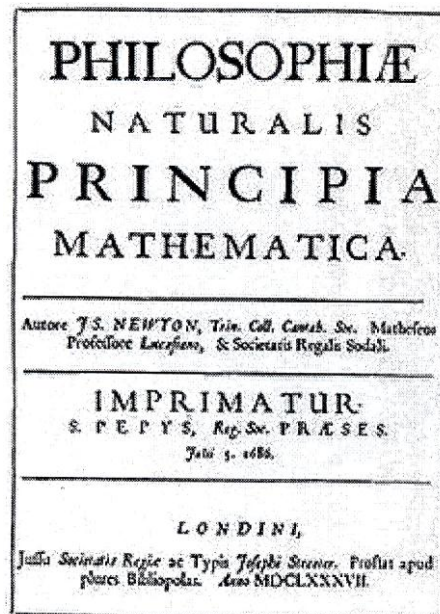
Singular

Plural

1 ich untersuche
2 du untersuchst
3 er untersucht
sie, es untersucht

1 wir untersuchen
2 ihr untersucht
3 sie untersuchen
Sie untersuchen

FORTSCHREITEN DURCH PROBLEMLÖSEN



Isaac Newton: Principia Mathematica
(Frontispiz)

Kennzeichnend für die Mathematik ist weiterhin die Weise, wie sie durch das Bearbeiten von „eigentlich zu schweren“ Problemen voranschreitet.

Sobald ein Grundschüler das Addieren natürlicher Zahlen gelernt hat, ist er in der Lage, folgende Frage zu verstehen und durch Probieren zu beantworten: „**Welche Zahl muss man zu 3 addieren, um 5 zu erhalten?**“

„Die systematische Lösung solcher Aufgaben aber erfordert die Einführung eines neuen Konzepts: der Subtraktion. Die Frage lässt sich dann umformulieren zu: „**Was ist 5 minus 3?**“. Sobald aber die Subtraktion definiert ist, kann man auch die Frage stellen: „**Was ist 3 minus 5?**“, die auf eine negative Zahl und damit bereits über die Grundschulmathematik hinaus führt.

Ebenso wie in diesem elementaren Beispiel beim individuellen Erlernen ist die Mathematik auch in ihrer Geschichte fortgeschritten: auf jedem erreichten Stand ist es möglich, wohldefinierte Aufgaben zu stellen, zu deren Lösung weitaus anspruchsvollere Mittel nötig sind. Oft sind zwischen der Formulierung eines Problems und seiner Lösung viele Jahrhunderte vergangen und ist mit der Problemlösung schliesslich ein völlig neues Teilgebiet begründet worden: so

konnten mathematischen Fachsprache besteht in der Bildung von aus Mathematikernamen abgeleiteten Adjektiven wie pythagoreisch, euklidisch, eulersch, abelsch, noethersch und artinsch.

Fragen zum Thema:

1. Was ist für die Mathematik kennzeichnend?
2. Was hat ein Grundschüler, wenn er das Addieren natürlicher Zahlen gelernt hat?
3. Was erfordert die systematische Lösung solcher Aufgaben?
4. Ist die Mathematik in ihrer Geschichte fortgeschritten?
5. Wie ist ein völlig neues Teilgebiet begründet worden?
6. Wie entstanden die Adjektive pythagoreisch, euklidisch, eulersch, abelsch, noethersch und artinsch?

Texterläuterungen:

1. kennzeichnend (adv.) – асосий белгиси
2. Grundschüler (m,-s,-) – бошланғич синф ўқувчиси
3. Addieren (n,-s,-) – қўшиш амали
4. verstehen (verstand, h. verstanden) - тушунмоқ
5. addieren (addiert, h. addiert) – қўшмоқ
6. erhalten (erhielt, h. erhalten) - олмоқ
7. Einführung (f, -, -en) - киритиш
8. Konzept (n, -s, -e) - концепция
9. Subtraktion (f,-,-en) – айириш амали
10. Formulierung (f,-,-en) - атама
11. pythagoreisch (adj.) – пифагорий

Übung 1. Rechnet !

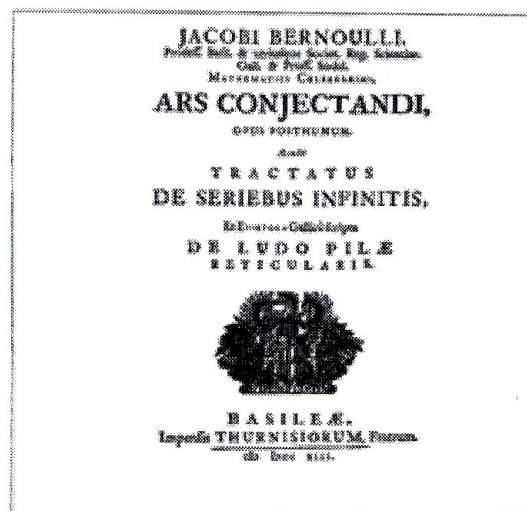
$$\begin{aligned}10 + 24 &= 456 - 31 = \\36 + 75 &= 172 - 80 = \\184 + 59 &= 964 - 45 = \\632 + 781 &= 1990 - 382 = \\2014 + 350 &= 524 - 17 = \\9067 + 8125 &= 3987 - 202 =\end{aligned}$$

Übung 2. Finden Sie Summe aller Zahlen der phythagoreischen Tabelle!

Die phythagoreische Tabelle

| | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

ANWENDUNGSGEBIETE



Jakob Bernoulli: *Ars Conjectandi* (1713)

Die Mathematik ist in allen Wissenschaften anwendbar, die ausreichend formalisiert sind. Daraus ergibt sich ein enges Wechselspiel mit Anwendungen in empirischen Wissenschaften. Über viele Jahrhunderte hinweg hat die Mathematik Anregungen aus der Astronomie, der Geodäsie, der Physik und der Ökonomie aufgenommen und umgekehrt die Grundlagen für den Fortschritt dieser Fächer bereitgestellt. Beispielsweise hat Newton die Infinitesimalrechnung entwickelt, um das physikalische Konzept „Kraft gleich Impulsänderung“ mathematisch zu fassen. Fourier hat beim Studium der Wellengleichung die Grundlage für den modernen Funktionsbegriff gelegt und Gauss hat im Rahmen seiner Beschäftigung mit Astronomie und Landvermessung die Methode der kleinsten Quadrate entwickelt und das Lösen von linearen Gleichungssystemen systematisiert.

Umgekehrt haben Mathematiker zuweilen Theorien entwickelt, die erst später Überraschende praktische Anwendungen gefunden haben. So ist zum Beispiel die schon im 16. Jahrhundert entstandene Theorie der komplexen Zahlen zur mathematischen Darstellung des Elektromagnetismus inzwischen unerlässlich geworden, oder die boolesche Algebra findet in der Digitaltechnik und der elektrischen Steuerungstechnik für Maschinen und Anlagen weitreichende Anwendung. Ein weiteres Beispiel ist der tensorielle Differentialformenkalkül, ohne den die Allgemeine Relativitätstheorie nicht mathematisch formulierbar wäre. Des Weiteren galt die Beschäftigung mit der Zahlentheorie lange Zeit als intellektuelle Spielerei ohne praktischen Nutzen, ohne sie waren heute allerdings die moderne Kryptographie und ihre vielfältigen Anwendungen im Internet nicht denkbar.

Fragen zum Thema:

1. Wie heissen die Teilgebiete der Mathematik ?
2. Ist die Mathematik in allen Wissenschaften anwendbar ?
3. Was hat Newton entwickelt ?
4. Was hat Fourier beim Studium der Wellengleichung gelegt ?
5. Was hat Gauss im Rahmen seiner Beschäftigung mit Astronomie und Landvermessung entwickelt und systematisiert ?
6. Welche Theorien haben Mathematiker entwickelt, die erst später Überraschende praktische Anwendungen gefunden haben ?

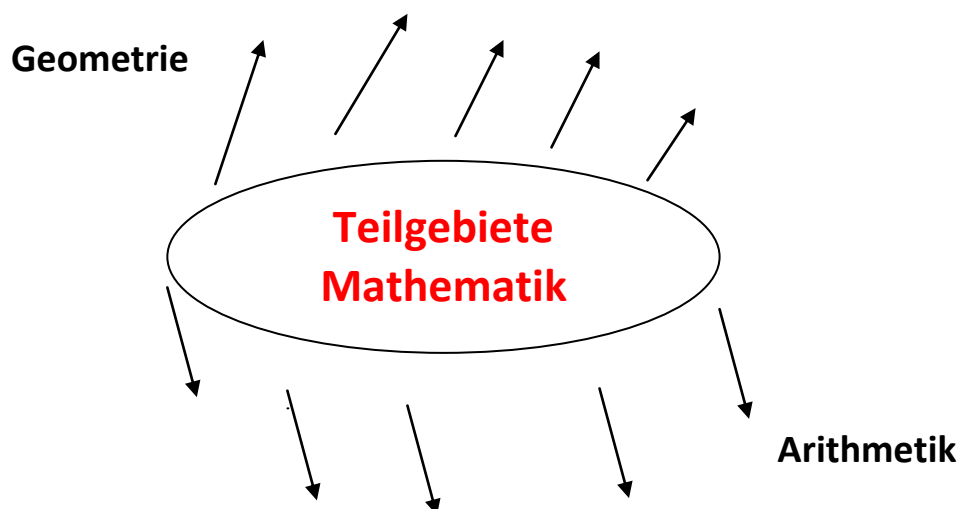
Texterläuterungen:

1. Rechnen (n, -, -) – ҳисоб
2. Schlussfolgerung (f, -, -en) - ҳулоса

3. Auflösen von Gleichungen – тенгламалар ечими
4. Erfassen (n,-s,-) – тушуниш
5. Wahrscheinlichkeit (f,-,-en) – эхтимоллик
6. Funktion (f,-,-en) – функция
7. Wachstum (n,-s,-) – ўсиш
8. Gruppentheorie (f,-,-n) – гуруҳ назарияси
9. Geometrie gekrümmter Flächen und Räume – эгри теккислик ва бўшлиқ геометрияси
- 10.unendlich (adj.) – чексиз
- 11.die theoretische Mathematik – назарий математика
- 12.die angewandte Mathematik – амалий математика
- 13.anwenden (wandte an, hat angewendet) – ишлатмоқ
- 14.die komplexen Zahlen – комплекс сонлар
- 15.die Allgemeine Relativitätstheorie – умумий нисбиёт назарияси

ÜBUNG 1. NENNEN SIE DIE TEILGEBIETE DER MATHEMATIK !

NACH „KLASTER“



Übung 2. Ergänzen Sie die Sätze !

1. Das Rechnen mit Zahlen ist ...
2. Die Untersuchung von Figuren ist ...
3. Logik Aristoteles ist ...
4. Differenzialgeometrie ist ...
5. Die Mathematiker haben Theorien entwickelt, die

6. Fourier hat beim Studium der Wellengleichung
7. Des Weiteren galt die Beschäftigung mit der Zahlentheorie
8. Ein weiteres Beispiel ist der tensorielle Differentialformenkalkuel
- 9 Die Mathematik ist in allen Wissenschaften anwendbar.....
- 10.Beispielsweise hat Newton die Infinitesimalrechnung entwickelt.....

VERHÄLTNIS ZU ANDEREN WISSENSCHAFTEN KATEGORISIERUNG DER MATHEMATIK



GREGOR REISCH, MARGARITA PHILOSOPHICA (1508)

Über die Frage, zu welcher Kategorie der Wissenschaften die Mathematik gehört, wird seit langer Zeit kontrovers diskutiert.

Viele mathematische Fragestellungen und Begriffe sind durch die Natur betreffende Fragen motiviert, beispielsweise aus der Physik oder den Ingenieurwissenschaften, und die Mathematik wird als Hilfswissenschaft in nahezu allen Naturwissenschaften herangezogen. Jedoch ist sie selbst keine

Naturwissenschaft im eigentlichen Sinne, da ihre Aussagen nicht von Experimenten oder Beobachtungen abhängen. Dennoch wird in der neueren Philosophie der Mathematik davon ausgegangen, dass auch die Methodik der Mathematik immer mehr derjenigen der Naturwissenschaft entspricht. Im Anschluss an Imre Lakatos wird eine „Renaissance des Empirismus“ vermutet, wonach auch Mathematiker Hypothesen aufstellen und für diese Bestätigungen suchen.

Die Mathematik hat methodische und inhaltliche Gemeinsamkeiten mit der Philosophie; beispielsweise ist die Logik ein Überschneidungsbereich der beiden Wissenschaften. Damit konnte man die Mathematik zu den Geisteswissenschaften im weiteren Sinne rechnen, aber auch die Einordnung der Philosophie ist umstritten. Auch aus diesen Gründen kategorisieren einige die Mathematik neben anderen Disziplinen wie der Informatik als Strukturwissenschaft bzw. Formalwissenschaft.

An deutschen Universitäten gehört die Mathematik meistens zur selben Fakultät wie die Naturwissenschaften, und so wird Mathematikern nach der Promotion in der Regel der akademische Grad eines Dr. rer. nat. (Doktor der Naturwissenschaft) verliehen. Im Vergleich dazu erreicht im englischen Sprachraum der Hochschulabsolvent den Titel „Bachelor of Arts“ bzw. „Master of Arts“, welche eigentlich an Geisteswissenschaftler vergeben werden.

Fragen zum Text:

1. Zu welcher Kategorie der Wissenschaften gehört die Mathematik?
2. Ist die Mathematik eine Naturwissenschaft?
3. Was wird im Anschluss an Imre Lakatos vermutet?
4. Welche Gemeinsamkeiten hat die Mathematik mit der Philosophie?
5. Warum konnte man die Mathematik zu den Geisteswissenschaften rechnen?
6. An welcher Fakultät gehört die Mathematik an deutschen Universitäten?
7. Welcher akademische Grad wird Mathematikern nach der Promotion verliehen?

Texterläuterungen:

1. Kategorie (f, -, -n) - категория
2. gehören (gehörte, h. gehört) - таалуқли
3. kontrovers (adv.) - контроверзли
4. diskutieren (diskutiert, h. diskutiert) – мунозара қилмоқ
5. Natur (f, -, -) - табиат
6. Naturwissenschaft (f. -, -en) – табиий фан
7. Experiment (n, -s, -e) - тажриба

- 8. methodisch (adj.) - методикали
- 9. inhaltlich (adv.) - мазмунли
- 10. Titel (m,-s,-) - унвон
- 11. erreichen (erreichte, h.erreicht) - эришмоқ
- 12. Hochschulabsolvent (m,-es,-e) – олий ўқув юрти битирувчиси
- 13. der akademische Grad (m,-es,-e) – академик даража

Übung 1. Bilden Sie Sätze mit folgenden Verben!

Gehören, sein, werden, haben, rechnen zu + Dat, kategorisieren verleihen, erreichen, diskutieren.

Übung 2. Übersetzen Sie folgende Sätze ins Deutsche !

1. Germaniyaning universitetlarida Matematika fakul'teti Tabiiy fanlar fakultetlariga kiradi, fan nomzodiga esa Tabiiy fanlar doktori darajasi beriladi.
2. Matematika metodik va mazmun jihatdan falsafa fani bilan umumiy xususiyatlarga ega.
3. Matematika uzoq vaqtdan beri qanday fanlar kategoriyasiga kiritilishi bo'yicha turli qarama-qarshi munozaralargqa sabab bo'lmoqda.

SONDERROLLE UNTER DEN WISSENSCHAFTEN

Eine Sonderrolle unter den Wissenschaften nimmt die Mathematik bezüglich der Gültigkeit ihrer Erkenntnisse und der Strenge ihrer Methoden ein. Während beispielsweise alle naturwissenschaftlichen Erkenntnisse durch neue Experimente falsifiziert werden können und daher prinzipiell vorläufig sind, werden mathematische Aussagen durch reine Gedankenoperationen auseinander hervorgebracht oder aufeinander zurückgeführt und brauchen nicht empirisch überprüfbar zu sein. Dafür muss aber für mathematische Erkenntnisse ein streng logischer Beweis gefunden werden, bevor sie als mathematischer Satz anerkannt werden. In diesem Sinn sind mathematische Sätze prinzipiell endgültige und allgemeingültige Wahrheiten, so dass die Mathematik als die exakte Wissenschaft betrachtet werden kann. Gerade diese

Exaktheit ist für viele Menschen das Faszinierende an der Mathematik. So sagte David Hilbert auf dem Internationalen Mathematiker-Kongress 1900 in Paris:

„Wir erörtern noch kurz, welche berechtigten allgemeinen Forderungen an die Lösung eines mathematischen Problems zu stellen sind: ich meine vor allem

die, daſi es gelingt, die Richtigkeit der Antwort durch eine endliche Anzahl von Schlüssen darzutun, und zwar auf Grand einer endlichen Anzahl von Voraussetzungen, welche in der Problemstellung liegen und die jedesmal genau zu formulieren sind. Diese Forderung der logischen Deduktion mittels einer endlichen Anzahl von Schlüssen ist nichts anderes als die Forderung der Strenge in der Beweisführung. In der Tat, die Forderung der Strenge, die in der Mathematik bekanntlich von sprichwortlicher Bedeutung geworden ist, entspricht einem allgemeinen philosophischen Bedürfnis unseres Verstandes, und andererseits kommt durch ihre Erfüllung allein erst der gedankliche Inhalt und die Fruchtbarkeit des Problems zur vollen Geltung. Ein neues Problem, zumal, wenn es aus der auf ihren Erscheinungswelt stammt, ist wie ein junges Reis, welches nur gedeiht und Früchte trägt, wenn es auf den alten Stamm, den sicheren Besitzstand unseres mathematischen Wissens, sorgfältig und nach den strengen Kunstregeln des Gärtners aufgepfropft wird."

Joseph Weizenbaum vom Massachusetts Institute of Technology bezeichnete die Mathematik als die Mutter aller Wissenschaften.

„Ich behaupte aber, dafür in jeder besonderen Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen ist."

- Immanuel Kant: Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft, A VIII - (1786)

Die Mathematik ist daher auch eine kumulative Wissenschaft. Man kennt heute über 2000 mathematische Fachzeitschriften. Dies birgt jedoch auch eine Gefahr: durch neuere mathematische Gebiete geraten ältere Gebiete in den Hintergrund. Neben sehr allgemeinen Aussagen gibt es auch sehr spezielle Aussagen, für die keine echte Verallgemeinerung bekannt ist.

Donald Ervin Knuth schreibt dazu im Vorwort seines Buches „Concrete Mathematics":

Der Veranstaltungstitel „Konkrete Mathematik" war ursprünglich als Gegenpol zur „Abstrakten Mathematik" gedacht, denn konkrete, klassische Errungenschaften wurden von einer neuen Welle abstrakter Vorstellungen - gemeinhin „New Math" („neue Mathematik") genannt- in rasantem Tempo aus den Lehrplänen gespult. Abstrakte Mathematik ist eine wunderbare Sache, an der nichts auszusetzen ist: Sie ist schon, allgemeingültig und nützlich. Aber ihre Anhänger gelangten zu der irrigen Ansicht, dass die tüchtige Mathematik minderwertig und nicht mehr beachtenswert sei. Das Ziel der Verallgemeinerung kam dementgegen in Mode, dass eine ganze Generation von Mathematikern nicht mehr im Stande war, Schönheit im Speziellen zu erkennen, die Lösung von quantitativen Problemen als Herausforderung zu begreifen oder

den Wert mathematischer Techniken zu schätzen. Die abstrakte Mathematik drehte sich nur noch um sich selbst und verlor den Kontakt zur Realität; in der mathematischen Ausbildung war ein konkretes Gegengewicht notwendig, um wieder ein stabiles Gleichgewicht herzustellen.

Es kommt somit der älteren mathematischen Literatur eine besondere Bedeutung zu.

Fragen zum Text:

1. Welche Sonderrolle unter Wissenschaften nimmt die Mathematik?
2. Was brauchen die mathematischen Aussagen nicht im Unterschied allen naturwissenschaftlichen Erkenntnisse?
3. Werden für mathematische Erkenntnisse ein streng logischer Beweis gefunden?
4. Warum ist die Mathematik als die exakte Wissenschaft betrachtet werden kann?
5. Was sagte David Hilbert auf dem Internationalen Mathematiker – Kongress 1900 in Paris?
6. Ist die Mathematik eine kumulative Wissenschaft?

Texterläuterungen:

1. Sonderrolle (f, -, -n) – муҳим ўрин
2. Gültigkeit (f, -, -en) – ҳаётий, қонун асосида
3. Erkenntnis (f, -, -se) – идрок этиш, хулоса қилиш
4. zurückführen (führte zurück, zurückgeführt) – инкор этмоқ
5. Beweis (m, -es, -e) – исбот
6. betrachten (betrachtete, h. betrachtet) – кўриб чиқмоқ
7. Forderung (f, -, -en) – талаб этиш
8. die logische Deduktion (f, -, -en) – мантиқий дедукция
9. kumulativ (adv.) – қумулятив
10. Fachzeitschrift (f, -, -en) – фан журнали
11. Bedürfnis (n, -ses, -se) (nach + D.) – эhtiёж сезмоқ

Übung 1. Bilden Sie Sätze mit angegebenen Substantiven!

1. die logische Deduktion, die Fachzeitschrift, der Beweis, die Gültigkeit, das Bedürfnis, die Erkenntnis, die Forderung, die Sonderrolle

Zum Beispiel: Eine Sonderrolle unter den Wissenschaften nimmt die Mathematik bezüglich der Gültigkeit ihrer Erkenntnisse und der Strenge ihrer Methoden ein.

Mathematik in der Gesellschaft

Mathematische Fähigkeiten sind zwar ein charakteristisches Merkmal des Menschen, aber auch schon Bonobos und einige andere Tierarten sind in begrenztem Umfang fähig, einfache mathematische Leistungen zu erbringen.

Fragen zum Text:

1. Welche Fähigkeiten sind ein charakteristisches Merkmal des Menschen?
2. Was sind noch mathematische Leistungen zu erbringen?

MATHEMATIK ALS SCHULFACH

Mathematik spielt in der Schule eine wichtige Rolle als Pflichtfach. Mathematikdidaktik ist die Wissenschaft, die sich mit dem Unterrichten von Mathematik beschäftigt. In der Unter- und Mittelstufe beschränkt sich das Fach "Mathematik" jedoch meist auf das Erlernen von Rechenfertigkeiten. In der Oberstufe werden dann Differential- und Integralrechnung eingeführt.

Fragen zum Text:

1. Was für ein Fach ist Mathematik in der Schule?
2. Was für eine Wissenschaft ist Mathematikdidaktik?
3. Wie studiert man Mathematik in der Schule?

MATHEMATIK ALS STUDIENFACH UND BERUF

Menschen, die sich beruflich mit der Entwicklung und der Anwendung der Mathematik beschäftigen, nennt man Mathematiker. Neben dem Mathematikstudium auf Diplom, in dem man seine Schwerpunkte auf reine und/oder angewandte Mathematik setzen kann, sind in neuerer Zeit vermehrt interdisziplinäre Studiengänge wie Technomathematik, Wirtschaftsmathematik, Computermathematik oder Biomathematik eingerichtet worden. Ferner ist das Lehramt an weiterführenden Schulen und Hochschulen ein wichtiger mathematischer Berufszweig. An deutschen Universitäten wird jetzt auch das Diplom auf Bachelor/Master-Studiengänge umgestellt. Eine gewisse Anzahl an

Semesterwochenstunden belegen müssen auch angehende Informatiker, Chemiker, Biologen, Physiker, Geologen und Ingenieure. Die häufigsten Arbeitgeber für Diplom-Mathematiker sind Versicherungen, Banken und Unternehmensberatungen, insbesondere im Bereich mathematischer Finanzmodelle und Consulting, aber auch im IT-Bereich. Darüber hinaus werden Mathematiker in fast allen Branchen eingesetzt.

Fragen zum Text:

1. Wen nennt man Mathematiker?
2. Welche interdisziplinäre Studiengänge sind in neuerer Zeit neben dem Mathematikstudium?
3. Woran ist das Lehramt ein wichtiger mathematischer Berufszweig?
4. Welches Diplom wird an deutschen Universitäten umgestellt?
5. Wo können Mathematiker arbeiten?

Texterläuterungen:

1. Mathematiker (m, -s,-) – математик
2. Mathematikstudium (n, -) – математикаға соҳасига ўқиш
3. sich beschäftigen (beschäftigte sich, h. sich beschäftigt) – шуғулланмоқ
4. Wirtschaftsmathematik (f,=,-) – иқтисодий математика
5. Diplom auf Bachelor – бакалавр дипломи
6. Anwendung (f, =,- en) - ишлатиш, тадбиқ этиш

MATHEMATISCHE MUSEEN UND SAMMLUNGEN

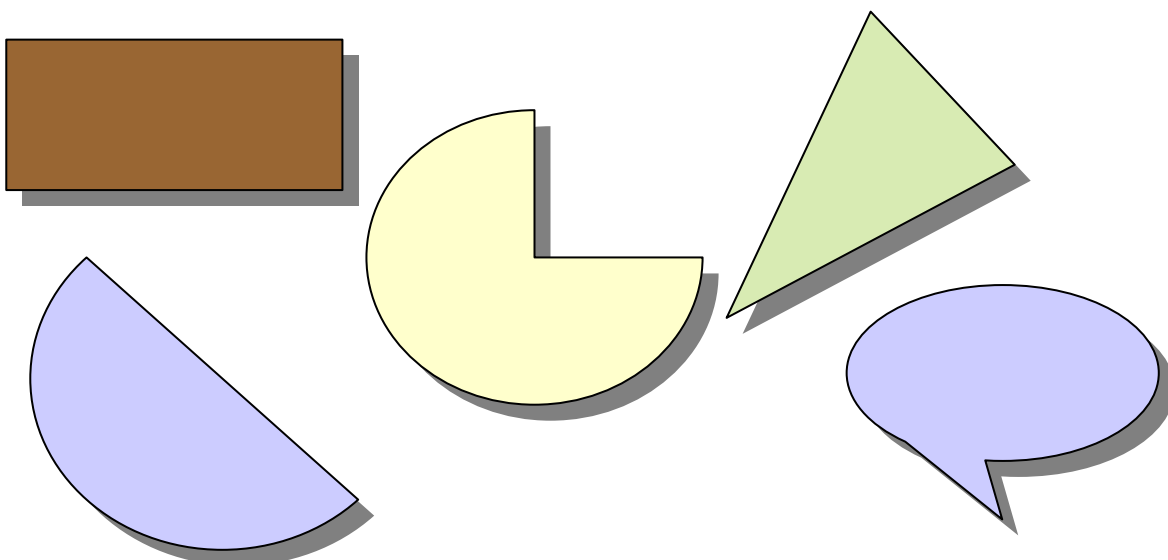
Mathematik ist eine der ältesten Wissenschaften und auch eine experimentale Wissenschaft. Diese beiden Aspekte lassen sich durch Museen und historische Sammlungen sehr gut verdeutlichen.

Die älteste Einrichtung dieser Art in Deutschland ist der 1728 gegründete Mathematisch-Physikalische Salon in Dresden. Das Arithmeum in Bonn am dortigen Institut für diskrete Mathematik geht in die 1970er Jahr zurück und beruht auf der Sammlung von Rechengeräten des Mathematikers Bernhard Korte. Das Heinz Nixdorf MuseumsForum (Abkürzung "HNF") in Paderbom ist das grösste deutsche Museum zur Entwicklung der Rechentechnik (insbesondere des Computers) und das Mathematikum in Giefien wurde 2002 von Albrecht Beutelspacher gegründet und wird von ihm laufend weiterentwickelt. Im Museumsquartier in Wien befindet sich das von Rudolf Taschner geleitete Math.space, welches die Mathematik im Kontext zu Kultur und Zivilisation zeigt. Darüber hinaus sind zahlreiche Spezialsammlungen an Universitäten untergebracht, aber auch in umfassenderen Sammlungen wie zum Beispiel im Deutschen Museum in München oder im Museum für Technikgeschichte in Berlin (Rechner von Konrad Zuse entwickelt und gebaut).

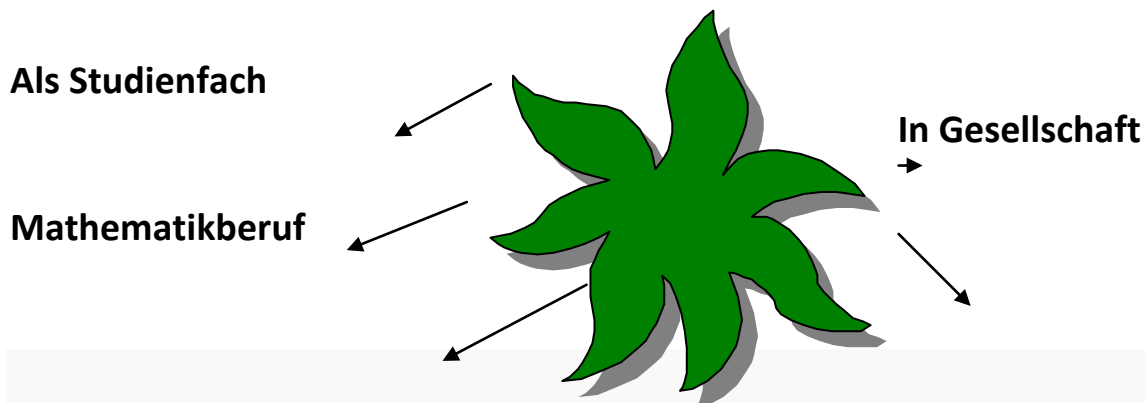
Fragen zum Text:

1. Wodurch lassen sich die beiden Aspekte der Mathematik verdeutlichen?
2. Wann gegründete Mathematisch-Physikalische Salon in Dresden?
3. Worauf beruht das Arithmeum in Bonn für diskrete Mathematik?
4. Wovon wurde das grösste deutsche Museum zur Entwicklung der Rechentechnik (insbesondere des Computers) und das Mathematikum in Giefien 2002 gegründet?

Übung 1. „Mathematik“ Nennen Sie diese Figuren !



Übung 2. Nennen Sie die Anwendungsgebiete der Mathematik !



MUSE DER GEOMETRIE, DER LOUVRE

ARITHMETIK UND GEOMETRIE

Mathematik ist die Wissenschaft von den Grössen.

Eine Grösse besteht aus Teilen oder kann in Teile zerlegt werden. Da es Zahlengrössen und Raumgrössen gibt, zerfällt die Mathematik in Arithmetik(Wissenschaft der Zahlengrössen) und Geometrie (Wissenschaft der Raumgrössen).

Arithmetik (aus dem Griechischen ριθμός -. Nummer) ist ein Zweig der Mathematik, die die einfachsten Formen der Zahlen (natürliche, ganze Zahlen,

rationale) und einfache arithmetische Operationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) studiert.

Geometrie (aus dem Griechischen Γη -. Land und μετρέω - «Meria») ist ein Zweig der Mathematik, die die räumlichen Strukturen, Beziehungen und ihre Verallgemeinerungen studiert.

Allgemein akzeptierte heute Klassifizierung der verschiedenen Zweige der Geometrie, die von Felix Klein in seinem "Erlanger Programm" (1872) vorgeschlagen hat. Laut Klein prüft jeden Abschnitt die Eigenschaften von geometrischen Objekten, konserviert (invariant) unter der Wirkung einer bestimmten Gruppe von Transformationen spezifisch für jeden Abschnitt. In Übereinstimmung mit dieser Klassifizierung in der klassischen Geometrie der folgenden Euklidischen Geometrie, davon ausgeht, dass die Größe sich von Strecken und Winkeln beim Bewegen der Figuren auf der Ebene ändern nicht. Mit anderen Worten, diese Theorie wird die Eigenschaften der Formen in ihrer Migration, Drehung und Spiegelung gespeichert. Es gibt folgende Arten der Geometrie:

- Planimetrie ist Abschnitt der euklidischen Geometrie, erkundet Formen auf der Ebene.
- Solid Geometry ist Abschnitt der euklidischen Geometrie, die Formen im Raum studiert.
- Projektive Geometrie beschäftigt sich mit der projektiven Eigenschaften der Figuren, das heißt, die Eigenschaften, die unter projektiven Transformationen von ihnen erhalten sind. Invarianten in der Geometrie sind Eigenschaften, die durch den Ersatz der Stücke auf ähnliche, aber unterschiedliche Größe erhalten bleiben.
- Affine Geometrie, die eine sehr allgemeine affine Transformation verwendet. Es sind Längen und Winkel nicht wesentlich, sondern gehen direkt an den Linien.
- Darstellende Geometrie ist engineering Disziplin, die auf einer Projektionsfläche Methode basiert. Diese Methode verwendet zwei oder mehr Projektionen (orthogonal oder schräg), die uns dreidimensionales Objekt auf eine Ebene stellen können.

Moderne Geometrie enthält die folgenden zusätzlichen Abschnitte:

- die mehrdimensionale Geometrie;
- Nichteuklidische Geometrie;
- die sphärische Geometrie;
- hyperbolische Geometrie;
- Riemannsche Geometrie;
- Geometrie der Mannigfaltigkeiten.

Topologie ist das Studium der stetigen Transformationen der allgemeinen Form, das heißt, die Eigenschaften von Objekten, die unverändert unter ständiger

Verformungen bleiben. In der Topologie befasst sich nicht mit metrischen Eigenschaften von Objekten. Laut der verwendeten Methoden zu produzieren wie instrumental Abschnitte:

Analytische Geometrie ist die Geometrie des Koordinatensystems Methode. Es werden die geometrischen Objekte durch algebraische Gleichungen in kartesischen Koordinaten (manchmal affine koordinaten) beschrieben und dann studieren die Methoden der Algebra und Analysis.

Differentialgeometrie ist die Erkundung der Linie und der Oberfläche durch differenzierbare Funktionen definiert, mit Hilfe von Differentialgleichungen.

Fragen zum Text:

1. Was bedeutet das Wort Arithmetik?
2. Was bedeutet das Wort Geometrie?
3. Welche Arten Geometrie gibt es?
4. Was ist Planometrie?
5. Was ist die Analytische Geometrie?
6. Was ist Differenzialgeometrie?

Texterläuterungen:

1. moderne Geometrie – замонавий геометрия
2. enthalten (enthielt, h. enthalten) - иборат
3. mehrdimensionale Geometrie – кўп ўлчовли геометрия
4. Nichteuklidische Geometrie – ноэвлид геометрия
5. Sphärische Geometrie – сферик геометрия
6. hyperbolische Geometrie – гиперболик геометрия
7. Riemannsche Geometrie – Римман геометрия
8. Analytische Geometrie – аналитмик геометрия
9. Differentialgeometrie – дифференциал геометрия
10. Topologie (f, -, -) - топология
11. Affine Geometrie – Афин геометрия
12. Darstellende Geometrie – чизма геометрия
13. Solid Geometry- солид геометрия
14. Projektive Geometrie – пректив геометрия
14. Planimetrie (f, -, -) - планометрия



FRAU LEHRT KINDERN GEOMETRIE.

Illustration der Pariser Handschrift Euklidischen "Elemente", die Anfang des XIV. Jahrhunderts.

Tradition hat es, dass die Vorfahren der Geometrie wie eine systematische Wissenschaft alten Griechen von den Ägyptern Handwerk entlehnt ist Vermessung und Messung des Volumens des Telefons und verwandelte sie in einer strengen wissenschaftlichen Disziplin. In dieser alten Geometer aus einer Reihe von Vorschriften wechselte die Einrichtung der allgemeinen Gesetze, den ersten systematischen und evidenzbasierten Arbeit auf Geometrie.

Zentral unter diesen sind etwa 300 v. Chr. zusammen. Oe. "Elements" des Euklid. Diese Arbeit ist mehr als zwei Jahrtausenden galt ein Modell skizziert den Geist der axiomatischen Methode: alle Bestimmungen sind logisch aus einer kleinen Zahl von klar definierten und bewies Annahmen abgeleitet Axiome. Geraden, Ebenen, Linien, regelmäßige Polygone und Polyeder, Kegelschnitte, sowie Kugeln, Zylinder, Prismen, Pyramiden und Kegel: Die Geometrie der Griechen, die heute den Namen euklidischen oder Einheit hat die einfachsten Formen untersucht und ihre Flächen und Volumina berechnet. Conversions wurden weitgehend auf die Ähnlichkeit beschränkt. Es war der Anfang des XIV. Jahrhunderts.

Das Mittelalter gab ein wenig Geometrie und die nächste große Ereignis in seiner Geschichte war die Eröffnung im XVII Jahrhundert von Descartes zu koordinieren Methode ("Discours de la Methode", 1637). Punkte, Reihen von Zahlen aufeinander sind abgestimmt, ist es möglich, die Beziehung zwischen den Formen der Methoden der Algebra zu studieren. Dies ist, wie die analytische Geometrie, die Formenstudien und Transformationen, die in den Koordinaten von algebraischen Gleichungen definiert sind. Etwa zur gleichen Zeit initiierten

Pascal und Desargues das Studium der Eigenschaften von ebenen Figuren, nicht sich mit der Gestaltung von einer Ebene zur projektiven Geometrie bekannt. Koordinate Methode ist die Grundlage, die später auf Differentialgeometrie, wo die Figuren und die Umwandlung noch in den Koordinaten definiert ist, sondern beliebige glatte Funktionen erschienen.

Klein in "Erlanger Programm" systematisiert alle Arten von homogenen Geometrien, untersucht die Eigenschaften von Formen, die invariant unter Transformationen einer Gruppe sind. Jede Gruppe setzt ihre Geometrie. Somit wird auch die Isometrie (Bewegung) der euklidischen Geometrie, die Gruppe der affinen Transformationen - Affine Geometrie untersucht.

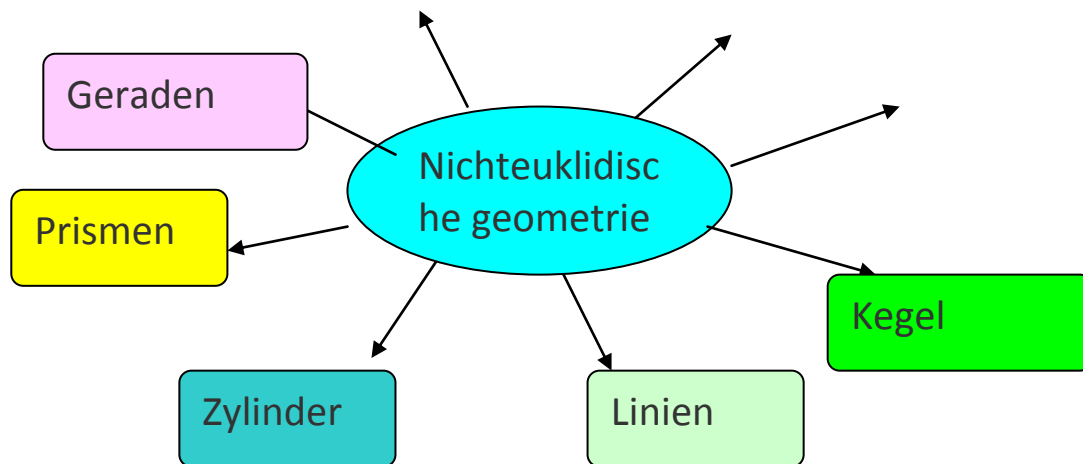
Texterläuterungen:

1. Gerade (f,-,-n)- тўғри чизиқ
2. Ebene (f,-,-n) - теккислик
3. Linie (f,-,-n) - чизиқ
4. regelmäßig – ўзгармас, доимо
5. Kegelschnitt (m,-es,-e)- конус қисми
6. Kugel (f,-,-n) - сфера
7. Zylinder (m,-s,-) – цилиндр
8. Pyramide (f,-,-n) - пирамида
9. Kegel (m,-s,-) - конус
10. Kreise (f,-,-n) – айлана, доира
11. Prisma (n,-s,-en) - призма
12. Kreise (f,-,-n) – айлана, доира
13. Körper (m,-s,-) – жисм
14. Grösse (f,=, n) - ҳажм, миқдор
15. zerlegen (zerlegte, hat zerlegt) - бўлмоқ
16. Zahlengrösse (f, =, n) - сонли катталиклар
17. Raumgrösse (f, =, n) - ҳажм катталиклари
18. Arithmetik (f. =, -) – арифметика
19. Geometrie (f, =,-) – геометрия

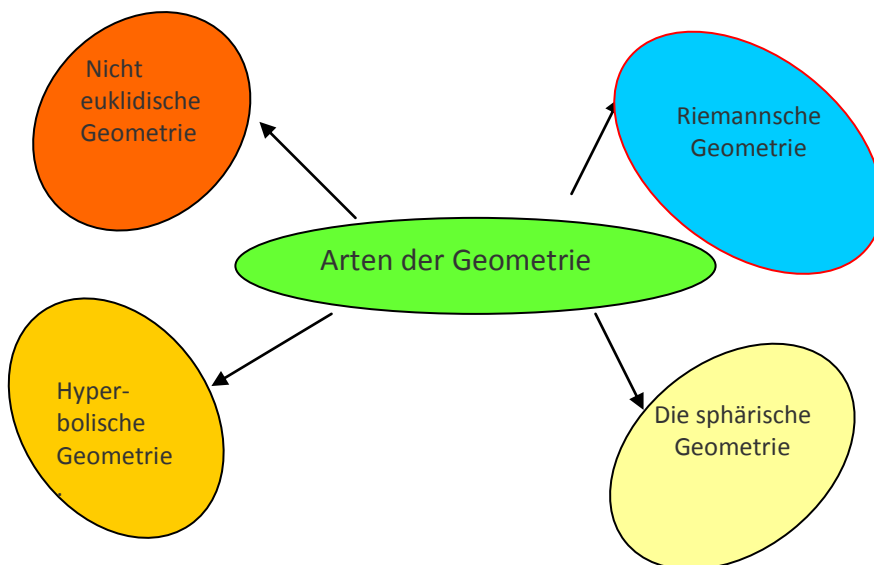
Fragen zum Thema:

1. Woraus besteht eine Grosse?
3. Welche zusätzliche Abschnitte enthält die moderne Geometrie?

1.Übung Was untersucht Nichteuklidische Geometrie? Schreiben Sie eine Erklärung !



2.Übung Nennen Sie die Arten der Geometrie !



ELEMENTARE MATHEMATIK

ZAHL

“ALLES IST ZAHL”
Phythagoras

Zahlen sind abstrakte mathematische Objekte, also Objekte unseres Denkens, die in der Empirie mittels Messungen, z. B. mittels einer Zählung, auf Beobachtungen bezogen werden. In der Mathematik wird der Begriff der Zahl für sehr verschiedenartige Konzepte verwendet, die sich historisch als Verallgemeinerungen bestehender Zahlenkonzepte entwickelt haben, sodass sie ebenfalls als Zahlen bezeichnet werden.

Vom Begriff der **Zahl** abzugrenzen sind Ziffern (Zahlzeichen, zur Darstellung bestimmter Zahlen verwendete Schriftzeichen), Zahlendarstellungen (Darstellung von Zahlen z.B. mit Hilfe von Ziffern unter Verwendung bestimmter Regeln), Zahlwörter (Numerale, zur Benennung bestimmter Zahlen verwendete Wörter) und Nummern (Identifikatoren, die selbst Zahlen, oder aber – in der Regel Ziffern enthaltende – Zeichenketten sein können).

Fragen zum Text:

1. Was sind die Zahlen?
2. Was sind Ziffern, Zahlendarstellungen, Zahlwörter, Nummern?

Texterläuterungen:

1. Zahl (f, -, -en) - сон
2. Ziffer (f, -, -n) – рақам
3. Zahlendarstellung (f, -, -en) – сонларни қоидалар асосида ифодалаш
4. Zahlwört (n, -eas, -er) – сон сўз билан ифодалаш
5. Nummer (f, -, -n) - нумерация

ETYMOLOGIE

Das deutsche Wort „Zahl“ entwickelte sich aus dem althochdeutschen Wort „zala“, welches „**eingekerbtes Merkzeichen**“ bedeutet. Eng verwandt sind die Begriffe **zählen** und **Anzahl**.

VERKNÜPFUNGEN VON ZAHLEN

Die Mathematik untersucht Beziehungen zwischen mathematischen Objekten und beweist strukturelle Eigenschaften in diesen Beziehungen. Elementare Beispiele für zwischen Zahlen definierte Beziehungen sind die allgemein bekannten Rechenoperationen (Grundrechenarten) über den rationalen Zahlen (Brüche), Vergleiche („kleiner“, „größer“, „größer gleich“ etc.) zwischen rationalen Zahlen, die Teilbarkeitsrelation zwischen ganzen Zahlen („3 ist ein Teiler von 9“). Zudem werden Prädikate über bestimmten Zahlen definiert (z. B. „die ganze Zahl 5 ist eine Primzahl“).

Solche Verknüpfungen sind nicht als vom Zahlbegriff unabhängige willkürliche Operationen zu verstehen, viel mehr werden bestimmte Zahlbereiche meist untrennbar von bestimmten Verknüpfungen betrachtet, da diese die zu untersuchende Struktur maßgeblich bestimmen. Spricht man etwa über die natürlichen Zahlen, gebraucht man fast immer zumindest auch ihre Ordnung („ $1 < 5$ “, „ $12 < 19$ “), welche maßgeblich unseren Begriff von natürlichen Zahlen bestimmt.

In der Schulmathematik, der Informatik und der numerischen Mathematik befasst man sich mit Verfahren, um solche Verknüpfungen auf konkreten Darstellungen von Zahlen auszuwerten (Rechnen).

In der abstrakten Algebra befasst man sich mit der Struktur von Verallgemeinerungen solcher Zahlbereiche, wobei nur noch das Vorhandensein von Verknüpfungen mit gewissen Eigenschaften über einer beliebigen Menge von Objekten vorausgesetzt wird (siehe algebraische Struktur). Ihre Resultate lassen sich auf konkrete Zahlbereiche anwenden, welche wiederum in der abstrakten Algebra als Motivation und elementare Beispiele dienen können.

In der Mathematik werden solche Verknüpfungen als Prädikate, Funktionssymbole oder Relationen, einschließlich Funktionen, aufgefasst.

DEFINITION VON ZAHLEN

Der Begriff der **Zahl** ist nicht mathematisch definiert. Die Mathematik spricht, wenn sie sich mit Zahlen befasst, stets über bestimmte wohldefinierte Zahlbereiche, d. h. nur über bestimmte Objekte unseres Denkens mit festgelegten Eigenschaften. Seit dem Ende des 19. Jahrhunderts werden in der

Mathematik Zahlen rein mittels der Logik unabhängig von Vorstellungen von Raum und Zeit definiert. Grundsteine wurden hier von Richard Dedekind und Giuseppe Peano mit der Axiomatisierung der natürlichen Zahlen (s. Peano-Axiome) gelegt. Dedekind schreibt zu diesem neuen Ansatz:

„Was beweisbar ist, soll in der Wissenschaft nicht ohne Beweis geglaubt werden. So einleuchtend diese Forderung erscheint, so ist sie doch, wie ich glaube, selbst bei der Begründung der einfachsten Wissenschaft, nämlich desjenigen Theiles der Logik, welcher die Lehre von den Zahlen behandelt, auch nach den neuesten Darstellungen noch keineswegs als erfüllt anzusehen. [...] die Zahlen sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes, sie dienen als ein Mittel, um die Verschiedenheit der Dinge leichter und schärfer aufzufassen. Durch den rein logischen Aufbau der Zahlen-Wissenschaft und durch das in ihr gewonnene stetige Zahlen-Reich sind wir erst in den Stand gesetzt, unsere Vorstellungen von Raum und Zeit genau zu untersuchen, indem wir dieselben auf dieses in unserem Geiste geschaffene Zahlen-Reich beziehen.“

– Richard Dedekind: „Was sind und was sollen die Zahlen?“ S. 7-8

Zu unterscheiden sind axiomatische Definitionen von mengentheoretischen Definitionen von Zahlen: Im ersteren Fall wird die Existenz gewisser Objekte mit auf ihnen definierten Verknüpfungen mit bestimmten Eigenschaften in Form von Axiomen postuliert, so etwa auch bei den frühen Axiomatisierungen der natürlichen und der reellen Zahlen durch Peano und Dedekind. Nach dem Satz von Löwenheim-Skolem-Tarski ist eine solche Axiomatisierung in Prädikatenlogik erster Stufe nicht eindeutig bis auf Isomorphie möglich (so verwenden die Peano-Axiome Prädikatenlogik zweiter Stufe, während die Formulierung in Prädikatenlogik erster Stufe, die Peano-Arithmetik, Nichtstandard-Modelle zulässt). Mit Georg Cantor ging man dazu über, zu versuchen, sich auf mengentheoretische Axiome zu beschränken, wie es in der Mathematik heute etwa mit der Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre üblich ist. Die Existenz gewisser Zahlenmengen und Verknüpfungen über ihnen mit gewissen Eigenschaften wird dann aus diesen Axiomen gefolgert. Mitunter wird ein Zahlbereich als eine bestimmte Klasse definiert. Innerhalb der Mengenlehre ist es nun mitunter möglich, die Zahlen nur mittels der Prädikatenlogik erster Stufe bis auf Isomorphie eindeutig zu definieren, wobei hier jedoch die Isomorphie als mengentheoretischer Begriff Teil der Objektsprache ist, metasprachlich haben mit verschiedenen Modellen der Mengenlehre auch Zahlenmengen verschiedene mögliche Interpretationen.

Ein elementares Beispiel einer mengentheoretischen Definition der Menge von Zahlen ist die von John Neumann eingeführte Definition der natürlichen Zahlen.

Als mengentheoretische Konzepte werden Ordinal- und Kardinalzahlen in allen Regeln mengentheoretisch definiert, ebenso die Verallgemeinerung der surrealen Zahlen.

Einige wichtige Zahlbereiche sind hier in ihrem mathematischen Kontext vorgestellt. Im Laufe der Geschichte der Mathematik wurden immer weitere Zahlbereiche eingeführt, um gegenüber bisherigen Zahlbereichen bestimmte Probleme allgemeiner behandeln zu können. Insbesondere werden bestehenden Zahlbereichen zusätzliche Elemente hinzugefügt, um über gewisse Operationen allgemeiner sprechen zu können.

Fragen zum Text:

1. Aus welcher Sprache stammt das Wort „Zahl“?
2. Wie heissen Mathematiker, die sich mit der Menge von Zahlen beschäftigt haben?
3. Was hat Richard Dedekind über die Axiomatisierung der natürlichen Zahlen gesagt?

Die natürlichen Zahlen

Was sind natürlichen Zahlen ? Unsere Vorfahren wurden durch zweierlei Bedürfnisse vor die Notwendigkeit gestellt, sich mit Zahlen zu beschäftigen; dies führte zu Kardinalzahlen und Ordinalzahlen. Die **natürlichen Zahlen** bilden diejenige Menge von Zahlen, die zum Zählen verwendet wird (0, 1, 2, 3, 4, 5, ...). Diese Menge wird, zurückgehend auf Nicolas Bourbaki, mit \mathbb{N} oder \mathbf{N} bezeichnet. Je nach Definition wird die Null miteingeschlossen oder nicht. Die natürlichen Zahlen sind mit einer Ordnung („kleiner“) versehen. Es gibt ein kleinstes Element (je nach Definition die Null oder die Eins) und jedes Element hat einen Nachfolger und ist kleiner als sein Nachfolger. Indem man ausgehend vom kleinsten Element immer wieder den Nachfolger bildet, erreicht man schließlich alle natürlichen Zahlen. Die natürlichen Zahlen sind zudem mit Addition und Multiplikation versehen, je zwei natürlichen Zahlen lassen sich damit eine Summe und ein Produkt zuordnen, die wieder natürliche Zahlen sind. Diese Operationen sind assoziativ und kommutativ, zudem sind sie im Sinne des Distributivgesetzes miteinander verträglich: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$. Diese drei Eigenschaften sind auch grundlegend für viele allgemeinere Zahlbereiche wie die ganzen, rationalen, reellen und komplexen Zahlen. Die Ordnung der natürlichen Zahlen ist in gewisser Hinsicht mit der Addition und Multiplikation verträglich: Sie ist verschiebungsinvariant, d. h. für natürliche Zahlen m, n, o folgt aus $m \leq n$ auch $m + o \leq n + o$, zusätzlich zur Verschiebungsinvarianz folgt auch $m \cdot o \leq n \cdot o$.

Die Existenz der Menge der natürlichen Zahlen wird in der Mengenlehre durch das Unendlichkeitsaxiom sichergestellt.

GANZE ZAHLEN

In der Menge der natürlichen Zahlen existiert für zwei Zahlen $n < m$ keine natürliche Zahl d , sodass $m + d = n$. Die ganzen Zahlen erweitern die natürlichen Zahlen so, dass für zwei beliebige Elemente eine solche Zahl d existiert. Hierzu fügt man die negativen Zahlen den natürlichen Zahlen hinzu: Zu jeder natürlichen

Zahl n existiert eine zweite ganze Zahl $-n$, sodass $n + (-n) = 0$, welche als additives Inverses bezeichnet wird. Die obige Zahl d , genannt Differenz, ist dann als $n + (-m)$, kurz $n - m$, gegeben. Hierdurch ist die Subtraktion auf den ganzen Zahlen definiert, welche jedoch im Wesentlichen eine Kurzschreibweise darstellt.

Die Ordnung über den natürlichen Zahlen wird auf die ganzen Zahlen erweitert, hierbei gibt es kein kleinstes Element mehr, dafür hat jedes Element einen Vorgänger und einen Nachfolger (der Vorgänger der 0 ist die -1 , der der -1 die -2 etc.). Die Verträglichkeit mit der Addition, die Verschiebungsinvarianz, bleibt dabei erhalten. Zudem ist das Produkt von zwei ganzen Zahlen größer Null stets wiederum größer Null.

Die ganzen Zahlen bilden einen Ring. Die Menge der ganzen Zahlen wird mit \mathbb{Z} oder \mathbb{Z} bezeichnet.

RATIONALE ZAHLEN

Ebenso wie die natürlichen Zahlen zu den ganzen Zahlen erweitert werden, um ein additives Inverses und die Subtraktion zu erhalten, erweitert man die ganzen Zahlen zu den rationalen Zahlen, um ein multiplikatives Inverses und die Division zu erhalten. D. h. die rationalen Zahlen enthalten die ganzen Zahlen und zu jeder ganzen Zahl $z \neq 0$ fügt man die $\frac{1}{z}$ genannte Zahl (Stammbruch) als multiplikatives Inverses hinzu, sodass $z \cdot \frac{1}{z} = 1$. Zudem soll das Produkt zweier beliebiger rationaler Zahlen definiert sein, allgemein erhält man rationale Zahlen der Form $\frac{x}{y} = x \cdot \frac{1}{y}$, genannt Bruch, wobei eine ganze Zahl z mit dem Bruch $\frac{z}{1}$ identifiziert wird. In dem Falle, dass eine ganze Zahl t existiert, die sowohl x als auch y teilt, d. h. es gibt ganze Zahlen e und f , sodass $t \cdot e = x$ und $t \cdot f = y$, werden die Brüche $\frac{x}{y}$ und $\frac{e}{f}$ miteinander identifiziert. Somit erhält man eine mit der Multiplikation ganzer Zahlen kompatible Multiplikation und Division.

Mittels der Dezimalbruchdarstellung lässt sich eine mit der Ordnung der ganzen Zahlen kompatible Ordnung definieren, die auch die Verträglichkeit mit Addition und Multiplikation erhält.

Die rationalen Zahlen bilden einen (geordneten) Körper. Die Konstruktion der rationalen Zahlen aus den ganzen Zahlen wird als Quotientenkörperbildung zu einem Ring verallgemeinert.

Die Menge der rationalen Zahlen wird mit \mathbb{Q} oder \mathbb{Q} bezeichnet.

ALGEBRAISCHE ERWEITERUNGEN

Mit der Addition und Multiplikation ganzer oder rationaler Zahlen lassen sich sogenannte Polynomfunktionen definieren: Jeder ganzen bzw. rationalen Zahl wird dabei eine Summe von Potenzen multipliziert mit konstanten Zahlen (Koeffizienten) zugeordnet. Etwa einer beliebigen Zahl x der Wert $12 \cdot x^0 + 4 \cdot x^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot x^3$ definiert als $12 + 4 \cdot x \cdot x + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot x \cdot x \cdot x$. Für viele solcher Polynomfunktionen existiert keine rationale Zahl, sodass der Wert der Polynomfunktion an dieser Stelle gleich Null wird (**Nullstelle**). Fügt man nun Nullstellen bestimmter Polynomfunktionen den rationalen Zahlen hinzu, wobei Multiplikation und Addition wohldefiniert bleiben, erhält man eine algebraische Erweiterung. Erweitert man die rationalen Zahlen um solche Nullstellen für alle nicht-konstanten Polynome erhält man die algebraischen Zahlen. Erweitert man die ganzen Zahlen um Nullstellen für alle nicht-konstanten Polynome, deren Koeffizienten ganzzahlig sind und deren Koeffizient zur höchsten Potenz 1 ist, so erhält man die ganzzahligen algebraischen Zahlen.

Algebraische Erweiterungen werden in der Galois-Theorie untersucht.

REELLE ZAHLEN

Betrachtet man Probleme wie etwa das Finden von Nullstellen von Polynomfunktionen über den rationalen Zahlen stellt man fest, dass sich in den rationalen Zahlen beliebig gute Näherungen konstruieren lassen: Etwa findet sich bei zahlreichen Polynomfunktionen zu jeder festgelegten Toleranz eine rationale Zahl, sodass der Wert der Polynomfunktion an dieser Stelle höchstens um die Toleranz von der Null abweicht. Zudem kann man die Näherungslösungen so wählen, dass sie „nah beieinander“ liegen, denn Polynomfunktionen sind stetig („weisen keine ‚Sprünge‘ auf“). Dieses Verhalten tritt nicht nur bei Nullstellen von Polynomfunktionen auf, sondern auch bei zahlreichen weiteren mathematischen Problemen, die eine gewisse Stetigkeit aufweisen, sodass man dazu übergeht, die Existenz einer Lösung zu garantieren, sobald beliebig gute Näherungen durch nahe beieinander gelegene rationale Zahlen existieren. Eine solche Lösung nennt man dann eine reelle Zahl. Um die Existenz solcher Lösungen zu zeigen, reicht es zu fordern, dass es zu jeder Menge rationaler Zahlen, die nicht beliebig große Zahlen enthält, unter den reellen Zahlen, die größer oder gleich als all diese Elemente der Menge sind, eine kleinste gibt. Alternativ lassen sich die reellen Zahlen explizit als Folgen von rationalen Zahlen, die sich einander „annähern“ definieren.

Die Menge der reellen Zahlen ist überabzählbar. Daher ist es nicht möglich, jede beliebige reelle Zahl sprachlich eindeutig zu beschreiben.

Die Abgeschlossenheit der reellen Zahlen unter solchen Näherungsprozessen bezeichnet man als Vollständigkeit. Diese erlaubt es, zahlreiche Begriffe aus der Analysis, wie den der Ableitung und den des Integrals, über Grenzwerte zu definieren. Grenzwerte erlauben zudem die Definition zahlreicher wichtiger Funktionen, etwa die der trigonometrischen Funktionen (Sinus, Cosinus, Tangens etc.), was über den rationalen Zahlen nicht möglich ist.

Die reellen Zahlen behalten maßgebliche Eigenschaften der Addition, Multiplikation und der Ordnung in den rationalen Zahlen und bilden somit ebenfalls einen geordneten Körper. Sie lassen sich nicht erweitern, ohne diese Eigenschaft oder das archimedische Axiom zu verletzen, also „unendlich kleine strikt positive Zahlen“ einzuführen. Die Idee des Übergangs von den rationalen zu den reellen Zahlen wird durch das Konzept der Vervollständigung verallgemeinert.

Die Menge der reellen Zahlen wird mit \mathbb{R} oder \mathbf{R} bezeichnet.

KOMPLEXE ZAHLEN

Manche Polynomfunktionen besitzen keine Nullstellen in den reellen Zahlen. Beispielsweise nimmt die Funktion $x \mapsto x^2 + 1$ für jede reelle Zahl x einen Wert größer als Null an. Es lässt sich zeigen, dass durch das Hinzufügen einer Zahl i , genannt imaginäre Einheit, die die Gleichung $i^2 + 1 = 0$ erfüllt, wobei die grundlegenden Eigenschaften der Addition und Multiplikation erhalten bleiben sollen, bereits die reellen Zahlen zu den komplexen Zahlen erweitert werden, in denen alle nicht konstanten Polynomfunktionen eine Nullstelle besitzen. Die komplexen Zahlen bilden damit den algebraischen Abschluss der reellen Zahlen. Grenzwertprozesse sind in den komplexen Zahlen ebenso möglich wie in den reellen Zahlen, jedoch sind die komplexen Zahlen nicht mehr geordnet. Sie lassen sich als Ebene (zweidimensionaler Vektorraum über den reellen Zahlen) auffassen. Jede komplexe Zahl lässt sich eindeutig in der Form $a + b \cdot i$ „darstellen“, wobei a und b reelle Zahlen sind und i die imaginäre Einheit bezeichnen.

Die Funktionentheorie ist das Teilgebiet der Analysis, das sich mit den analytischen Eigenschaften von Funktionen über den komplexen Zahlen befasst.

Die Menge der komplexen Zahlen wird mit \mathbb{C} oder \mathbf{C} bezeichnet.

ORDINALZAHLEN UND KARDINALZAHLEN

Unsere Vorfahren wurden durch zweierlei Bedürfnisse vor die Notwendigkeit gestellt, sich mit Zahlen zu beschäftigen; dies führte zu Kardinalzahlen und

Ordinalzahlen. Ordinal- und Kardinalzahlen haben sich im Zusammenhang miteinander entwickelt und bilden die beiden Aspekte der natürlichen Zahlen, zu denen man – verabredungsgemäß - häufig auch die Null rechnet. Kardinalzahlen sind Anzahlen / 1,2,3,... Ordinalzahlen sind Platznummern / 1,2,3,... Ordinal- und Kardinalzahlen sind Konzepte aus der Mengenlehre. In der Mengenlehre definiert man die Kardinalität einer Menge als Kardinalzahl, die Kardinalität ist eine Verallgemeinerung des Konzepts der „Anzahl der Elemente“ einer endlichen Menge auf unendliche Mengen. Die Kardinalitäten endlicher Mengen sind somit natürliche Zahlen, welche auch in den Kardinalzahlen enthalten sind.

Ordinalzahlen verallgemeinern das Konzept der „Position in einer (wohlgeordneten) Menge“ auf unendliche Mengen. Ordinalzahlen beschreiben dann eindeutig die Position eines Elementes in einer solchen Wohlordnung. Die Ordinalzahlen sind selbst wohlgeordnet, sodass die Reihenfolge von wohlgeordneten Objekten der Reihenfolge der ihnen zugeordneten „Positionen“ (also Ordinalzahlen) entspricht. Für Positionen in Anordnungen endlich vieler Objekte lassen sich natürliche Zahlen verwenden, welche den kleinsten Ordinalzahlen entsprechen.

Kardinalzahlen werden heutzutage als spezielle Ordinalzahlen definiert, wodurch sie ebenfalls eine Ordnung erhalten. Neben der Ordnung sind auf Kardinalzahlen und Ordinalzahlen auch Addition, Multiplikation und Potenzierung definiert, welche eingeschränkt auf die natürlichen Zahlen mit den üblichen Begriffen für natürliche Zahlen übereinstimmen, siehe hierzu Sowohl die Ordinalzahlen als auch die Kardinalzahlen bilden eine echte Klasse, das heißt sie sind im Sinne der modernen Mengenlehre keine Mengen.

Für Kardinalzahlen und Ordinalzahlen mußten zur mündlichen und schriftlichen Verständigung und zum Merken Zahlwörter und Zahlzeichen (Ziffern) gebildet werden, letztere besonders zur Abkürzung und zum bequemen Rechnen. Die große Ähnlichkeit zwischen Wörtern für einander entsprechende Kardinal- und Ordinalzahlen in allen Sprachen oder Schriften ist ein Zeichen für ihren engen Zusammenhang. Im Deutschen kennzeichnet man die Ordinalzahl meist durch die Endsilbe – **te** oder – **ste** (vier- der Vierte; hundert- der Hundertste), in der Schrift durch Anfügen eines Punktes (z.B. am 30. 4. 1777 wurde Gauss geboren), Wegen der großen Ähnlichkeit genügt es, sich im folgenden auf Kardinalzahlen zu beschränken; für Ordinalzahlen gelten entsprechende Überlegungen.

HYPERREELLE ZAHLEN

Die hyperreellen Zahlen sind eine Verallgemeinerung der reellen Zahlen und Untersuchungsgegenstand der Nichtstandardanalysis. Diese erlauben die Definition von Begriffen aus der Analysis wie die der Stetigkeit oder der Ableitung ohne die Verwendung von Grenzwerten.

HYPERKOMPLEXE ZAHLEN

Die komplexen Zahlen lassen sich als zweidimensionaler Vektorraum über den reellen Zahlen auffassen (siehe Gaußsche Zahlenebene), das heißt als zweidimensionale Ebene, bei der neben der üblichen koordinatenweisen Addition eine Multiplikation zwischen zwei Punkten der Ebene definiert ist. Es gibt zahlreiche ähnliche Strukturen, die man unter dem Begriff hyperkomplexe Zahlen zusammenfasst. Diese Strukturen müssen endlichdimensionale Vektorräume über den reellen Zahlen mit einer Multiplikation mit neutralem Element sein. Oftmals lassen sich die reellen Zahlen selbst in diese Strukturen einbetten, wobei die Multiplikation eingeschränkt auf die reellen Zahlen der üblichen Multiplikation von reellen Zahlen entspricht.

-p-adische Zahl ist eine Verallgemeinerung der rationalen Zahlen unter Miteinbeziehung von unendlich vielen „Vorkomma-Stellen“, die in der Zahlentheorie Verwendung findet.

-Surreale Zahl ist eine Verallgemeinerung der hyperreellen Zahlen und der Ordinalzahlen mit Anwendungen in der Spieltheorie.

-Restklassenringe können als Einschränkungen der ganzen Zahlen auf die ersten endlich vielen Elemente mit entsprechend definierter Arithmetik aufgefasst werden. Ihre Elemente werden mitunter auch als Zahlen bezeichnet.

BEZEICHNUNG UND DARSTELLUNG VON ZAHLEN

In der Mathematik spricht man mittels der Sprache der Logik über in dieser definierte mathematische Objekte wie etwa Zahlen, mit ihr lassen sich auch konkrete Zahlen mitunter eindeutig beschreiben, unter Umständen mittels Formeln. Über die gängigen logischen Formalismen hinaus existieren jedoch systematische Bezeichnungen für bestimmte Zahlen, etwa in Form von speziellen Kombinationen von Schriftzeichen (mitunter eigens dafür verwendete Zahlzeichen) oder mittels besonders konstruierter Wörter der natürlichen Sprache, wie etwa Numerale. Bezeichnungen für bestimmte Zahlen werden außerhalb der Mathematik verwendet, um konkrete Beobachtungen zu beschreiben, etwa eine Anzahl beobachteter Objekte (Ich sehe fünf Bananen) oder mittels eines anderen Messverfahrens bestimmte Messwerte (Der

Türrahmen ist zwei Meter hoch). Des Weiteren erlauben solch systematische Zahlendarstellungen mitunter einfaches, systematisches Rechnen mit konkreten Zahlen – gerade auch durch Rechenmaschinen und Computer. Die Rechenverfahren zur Berechnung gewisser Operationen zwischen konkreten Zahlen hängen stark von der gewählten Darstellung ab.

In der Kultur- und Mathematikgeschichte haben sich zahlreiche Zahlensysteme zu solchen systematischen Zahlendarstellungen entwickelt. Älteste Belege für die Darstellung von Zahlen finden sich aus der späten Altsteinzeit (siehe etwa Ishango-Knochen). Beispiele für Zahlendarstellungen sind Strichlisten (Unärsystem) und die Ziffernfolgen verwendenden Stellenwertsysteme, wie sie heute für die Darstellung natürlicher Zahlen üblich sind und auch für die Zahlendarstellung in Computern in Form des Dualsystems verwendet werden.

Betrachtet man sprachliche Darstellungen von Zahlen formal, so lässt sich nicht jeder Zahl eine solche Darstellung zuordnen: Da sprachliche Formulierungen stets endlich sind, kann es von ihnen nur abzählbar viele verschiedene geben, während die Mathematik auch überabzählbare Zahlbereiche betrachtet. Man spricht dennoch auch von Darstellungen überabzählbarer Zahlbereiche, wenn man sich bei solchen formalen Darstellungen nicht mehr auf zu sprachlichen Formulierungen korrespondierende beschränkt, in ihrer Struktur können sie jedoch den Zahlensystemen ähneln, etwa lassen sich die reellen Zahlen als spezielle formale Reihen definieren, welche der Darstellung in Stellenwertsystemen strukturell ähneln.

BEISPIELE

Einige Beispiele für Darstellungen von Zahlen:

- „Vier“ bezeichnet im Deutschen als Zahlwort eine Zahl.
- Diese Zahl lässt sich als Strichliste $||||$ darstellen.
- In der römischen Zahlendarstellung wird sie als IV dargestellt.
- Als Formel lässt sie sich z. B. als $1 + 1 + 1 + 1$ darstellen, was einer mathematischen Definition gleichkommt, falls die Eins zuvor definiert worden ist.
- Fasst man die natürlichen Zahlen als algebraische Struktur versehen mit Multiplikation und Addition auf, so lässt sich die Eins als einzige natürliche Zahl x definieren, sodass $x \cdot x = x \wedge x + x \neq x$, das Symbol 1 steht dann für eine natürliche Zahl, die diese Bedingung erfüllt.
- Definiert man natürliche Zahlen mengentheoretisch in der Variante von John von Neumann, so lässt sich die Vier über die übliche Darstellung endlicher Mengen als $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ darstellen.

- Rationale Zahlen lassen sich als Brüche darstellen, z. B. $\frac{1}{2}$.
- Lösungen quadratischer Gleichungen über den rationalen Zahlen lassen sich als Formeln bestehend aus Addition, Multiplikation und Quadratwurzelbildung rationaler Zahlen darstellen. Beispielsweise beschreibt die Formel $\sqrt{2}$ eine Lösung der Gleichung $x^2 = 2$ für die Variable x .
- Komplexe Zahlen werden oftmals als Summe von Realteil und dem Imaginärteil multipliziert mit der imaginären Einheit dargestellt, etwa $-\frac{4}{3} + \frac{9}{2} \cdot i$.
- Im Dualsystem wird die natürliche Zahl Neun als 1001 dargestellt, dies entspricht der Darstellung als Formel $1 + 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.
- Jede reelle Zahl lässt sich als Reihe $z + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cdot 2^{-i}$ mit einer ganzen Zahl z und Koeffizienten $a_i \in \{0,1\}$ „darstellen“, solche Darstellungen sind jedoch im Allgemeinen nicht endlich beschreibbar, da es überabzählbar viele mögliche „Belegungen“ der Koeffizienten gibt. Falls a_i für hinreichend große i stets Null wird, entspricht diese Darstellung einer Darstellung im Dualsystem mit Dezimaltrennzeichen (etwa 1001,11 für 9,75).

ZAHLEN ALS BEZEICHNUNG

Ebenso wie bei Zahlendarstellungen zu Zahlen sprachliche Ausdrücke, Zeichenketten oder der gleichen zugeordnet werden, können umgekehrt Zahlen bestimmten Objekten zugeordnet werden, zum einen für abstrakte Überlegungen, zum anderen, um Darstellungen von Zahlen konkret zur systematischen Bezeichnung von anderen Objekten einzusetzen, etwa Information mittels Zahlen zu kodieren. Ein solches Vorgehen erlaubt die Anwendung von den auf Zahlen definierten Operationen auf diese Bezeichnungen. Ein verbreitetes Beispiel ist die Nummerierung, bei der jedem Objekt einer bestimmten betrachteten Gesamtheit eine (meist natürliche) Zahl zugeordnet wird: Dies erlaubt zum einen die Benennung der Objekte mittels ihrer Nummern, und schafft zum anderen mittels der auf den natürlichen Zahlen definierten Ordnung („kleiner“) eine Ordnung der Objekte, dies erlaubt etwa im Falle natürlicher Zahlen ein sequentielles Durchgehen aller Objekte. Zu beachten ist, dass nicht jede Nummer eine Zahl als von der Darstellung unabhängiges mathematisches Objekt ist. Manche Nummern sind als spezielle Symbolfolgen zu verstehen, die als Identifikatoren dienen, selbst wenn sie nur aus Ziffern bestehen (z. B. ISB- oder Hausnummern). Ein anderes Beispiel ist die Interpretation digitaler Information in der Datenverarbeitung: Als binäre Folge vorliegende Daten können auf natürliche Weise als natürliche Zahl, dargestellt im Dualsystem, interpretiert werden (Randfälle wie führende Nullen müssen dabei

natürlich beachtet werden). Arithmetische Operationen über dieser Kodierung als Zahl werden u. a. in der Kryptographie und der Datenkompression eingesetzt.

Auch in der reinen Mathematik finden sich Anwendungen dieses Prinzips, wobei mathematischen Objekten oder Aussagen Zahlen zugeordnet werden, etwa in Form von Gödelnummern. Weitere Beispiele sind die Repräsentation von Spielsituationen mittels surrealer Zahlen in der Spieltheorie oder die Darstellung von Drehungen im dreidimensionalen euklidischen Raum mittels Quaternionen.

Fragen zum Text:

1. Was sind die Ordinalzahlen?
2. Was sind die Kardinalzahlen?
3. Was sind die Komplexzahlen?
4. Was sind die Reelle Zahlen?

Texterläuterungen:

1. Natürliche Zahl – натурал сон
2. Ganze Zahl – бутун сон
3. Rationale Zahl - рационал сон
4. Reelle Zahl – ҳақиқий сон
5. Gerade Zahl - жуфт сон
6. Ungerade Zahl – тоқ сон
7. Positive Zahl – мусбат сон
8. Negative Zahl – манфий сон
9. Einfache Zahl - туб сон
10. Ordinalzahl – тартиб сон
11. Kardinalzahl - сапоқ сон
12. Komplexzahl - комплекс сон

1. Übung. Lesen Sie die Ordnungszahlen richtig !

- 1 - erste 2 – zweite 3 – dritte 4 - vierte
26 - sechsundzwanzigste
437 vierhundertsiebenunddreissigste
18 - achtzehnte
93 - dreiundneunzigste
1986 - neunzehnhundertsechsundachtzigste
2012 - zweitausendzwölfte
1965 – neunzehnhundertfünfundsechzigste

2.Übung. Schreiben Sie die angegebenen Zahlen mit Wörtern !

1, 2, 4, 6, 7, 11, 12, 15, 20, 21, 25, 30, 70, 80, 90, 99, 100, 101,
102 200, 201, 450, 650, 900, 950, 1000, 2001, 7843, 5912, 6541.

LESEN SIE DIE ZAHLEN RICHTIG !

| | | | | | |
|----|----------|----|------------------|----|------------------|
| 1 | eins | 21 | einundzwanzig | 41 | einundvierzig |
| 2 | zwei | 22 | zweiundzwanzig | 42 | zweiundvierzig |
| 3 | drei | 23 | dreiundzwanzig | 43 | dreiundvierzig |
| 4 | vier | 24 | vierundzwanzig | 44 | vierundvierzig |
| 5 | fünf | 25 | fünfundzwanzig | 45 | fünfundvierzig |
| 6 | sechs | 26 | sechsendzwanzig | 46 | sechsendvierzig |
| 7 | sieben | 27 | siebenundzwanzig | 47 | siebenundvierzig |
| 8 | acht | 28 | achtundzwanzig | 48 | achtundvierzig |
| 9 | neun | 29 | neunundzwanzig | 49 | neunundvierzig |
| 10 | zehn | 30 | Dreißig | 50 | fünfzig |
| 11 | elf | 31 | Einunddreißig | 51 | einundfünfzig |
| 12 | zwölf | 32 | zweiunddreißig | 52 | zweiundfünfzig |
| 13 | dreizehn | 33 | dreiunddreißig | 53 | dreiundfünfzig |
| 14 | vierzehn | 34 | vierunddreißig | 54 | vierundfünfzig |
| 15 | fünfzehn | 35 | fünfunddreißig | 55 | fünfundfünfzig |
| 16 | sechzehn | 36 | sechsenddreißig | 56 | sechsendfünfzig |
| 17 | siebzehn | 37 | siebenunddreißig | 57 | siebenundfünfzig |
| 18 | achtzehn | 38 | achtunddreißig | 58 | achtundfünfzig |
| 19 | neunzehn | 39 | neununddreißig | 59 | neunundfünfzig |
| 20 | dreißig | 40 | Vierzig | 60 | sechzig |

| | | | |
|----|-------------------|----|------------------|
| 61 | Einundsechszig | 81 | Einundachtzig |
| 62 | zweiundsechszig | 82 | Zweiundachtzig |
| 63 | dreiundsechszig | 83 | Dreiundachtzig |
| 64 | vierundsechszig | 84 | Vierundachtzig |
| 65 | fünfundsechszig | 85 | Fünfundachtzig |
| 66 | sechsendsechszig | 86 | Sechsendachtzig |
| 67 | siebenundsechszig | 87 | Siebenundachtzig |
| 68 | achtundsechszig | 88 | Achtundachtzig |

| | | | |
|----|------------------|-----|------------------|
| 69 | neunundsechszig | 89 | Neunundachtzig |
| 70 | Siebzig | 90 | Neunzig |
| 71 | Einundsiebzig | 91 | Einundneunzig |
| 72 | Zweiundsiebzig | 92 | Zweiundneunzig |
| 73 | Dreiundsiebzig | 93 | Dreiundneunzig |
| 74 | Vierundsiebzig | 94 | Vierundneunzig |
| 75 | Fünfundsiebzig | 95 | Fünfundneunzig |
| 76 | Sechsendsiebzig | 96 | Sechsendneunzig |
| 77 | siebenundsiebzig | 97 | Siebenundneunzig |
| 78 | Achtundsiebzig | 98 | Achtundneunzig |
| 79 | Neunundsiebzig | 99 | Neunundneunzig |
| 80 | Achtzig | 100 | Hundert |

ADDITION

Das Addieren ist die einfachste Rechenoperation (Rechenart) mit natürlichen Zahlen, die Subtraktion ist die Umkehrung dazu. Sie sind Rechenoperationen erster Stufe. Das Addieren spiegelt das Zusammenfügen, das Vereinigen zweier Mengen wider. Als Operationszeichen dient **+** (lies **plus**). Die Addition kann auch aufgefaßt werden als abgekürztes Vorwärtszählen:

5 + 3 als 5 + 1 → 6 + 1 → 7 + 1 → 8; daher auch der volkstümliche Name Zusammenzählen oder Zuzählen für Addieren. Die beiden Zahlen, die addiert werden, bezeichnet man als **Summanden**, das Ergebnis heißt **Summe**.

$$\begin{array}{rcccl} & \text{Summand} & \text{plus} & \text{Summand} & \text{gleich} & \text{Summe} \\ \text{Addition} & | & 3 & + & 2 & = & 5 \end{array}$$

Man darf bei einer Additionsaufgabe die Summanden vertauschen. Das Resultat ändert sich dabei nicht:

$$\mathbf{a + b = b + a}$$

Da diese Vertauschbarkeit der Summanden für alle natürlichen Zahlen gilt, schreibt man kurz:

kommutatives Gesetz der Addition | $a + b = b + a$

Dabei sind **a** und **b** - wie auch im folgenden - Symbole für

beliebige natürliche Zahlen.

Assoziatives Gesetz. Zunächst ist die Addition nur für zwei Summanden erklärt. Sollen drei Zahlen addiert werden, so müssen erst zwei von ihnen addiert werden, und aus dieser Summe kann dann mit der dritten Zahl eine neue Addition aus zwei Summanden gebildet werden. Dabei ist die Reihenfolge der Zusammenfassung ohne Einfluß auf das Ergebnis. Dieses Gesetz gilt auch für alle natürlichen Zahlen.

Nach ihm dürfen die Klammern weggelassen werden : $5 + 2 + 4 = 12$

Endsprechend lassen sich Additionen von mehr als drei Summanden ohne Klammern schreiben.

assoziatives Gesetz der Addition | $(a + b) + c = a + (b + c)$

Monotoniegesetz. Die Klammer- Beziehung zwischen zwei natürlichen Zahlen bleibt erhalten, wenn zu beiden Zahlen die gleiche Zahl addiert wird : $3 < 4$ folgt z.B. $3 + 7 < 4 + 7$. Auch dieses Gesetz gilt für alle natürlichen Zahlen

Monotoniegesetz der Addition | aus $a < b$ folgt $a + c < b + c$

Die Zahlen $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, 101, 102, \dots$ sind natürliche Zahlen. Auch die Zahl 135426 ist eine natürliche Zahl. Sie besteht aus sechs Ziffern. Man kann jede natürliche Zahl aus den zehn verschiedenen Ziffern $0, 1, 2, \dots, 8, 9$ bilden.

Das Symbol ∞ - **unendlich** ist keine Zahl. Man darf mit unendlich nicht wie mit einer Zahl rechnen.

Texterläuterungen:

1. Addition (f, -, -) - қўшиш
2. addieren (addierte, h. addiert) - қўшмоқ
3. natürlichen Zahlen – натурал сонлар
4. Symbol (n, -s, -e) - белги
5. unendlich - чексиз
6. rechnen (rechnete, h. gerechnet) – ҳисобламоқ
7. vertauschen (vertauschte, h. vertauscht) - алмаштирмоқ
8. kommutatives Gesetz der Addition – қўшиш амалининг коммутатив қонуни
9. assoziatives Gesetz der Addition - қўшиш амалининг ассоциатив қонуни
10. Monotoniegesetz der Addition - қўшиш амалининг монотон қонуни

Fragen zum Thema :

1. Was ist das Addieren ?
2. Wie nennt man die Zahlen , die man addiert?
3. Wie heisst das Ergebnis einer Additionsaufgabe?
4. Was ist das kommutative Gesetz der Addition ?
5. Was ist das assoziative Gesetz der Addition ?
6. Was ist das Monotoniegesetz der Addition ?
7. Ist das Symbol ∞ - **unendlich** eine Zahl ?
8. Darf man mit unendlich wie mit einer Zahl rechnen ?
9. Welche Zahlen sind die natürlichen Zahlen ?

Subtraktion

Auf diese Rechenoperation führt der zum Hinzufügen entgegengesetzte Vorgang, das Wegnehmen oder Abziehen. Operationszeichen ist hier das Zeichen - (lies minus), Die Subtraktion kann auch aufgefaßt werden als abgekürztes Rückwärtszählen . z.B.: $7 - 3$ als $7 = 1 \rightarrow 6 - 1 \rightarrow 5 - 1 \rightarrow 4$. Man gelangt von der Addition zur Subtraktion , wenn man bei bekannter Summe nach einem Summanden fragt : z.B.: $4 + ? = 7$, $? = 7 - 4$ Die Subtraktion ist demzufolge die Umkehrung der Addition. Die Zahl, von der subtrahiert wird , heißt **Minuend** , die Zahl , die subtrahiert wird , heißt **Subtrahend**, das Ergebnis **Differenz**.

Minuend minus Subtrahend gleich Differenz

Subtraktion | 7 - 3 = 3

$$a - b = c$$

(gelesen : a minus b gleich c).

Bei einer Subtraktionsaufgabe darf man die Glieder nicht vertauschen:

$$a - b \neq b - a$$

(gelesen: a minus b ungleich b minus a).

Wie das Wort „Summe“ wird auch „Differenz“ in zweierlei Bedeutung gebraucht: Die Differenz von 7 und 3 beträgt 4; der Ausdruck $7 - 3$ ist eine Differenz.

Die Subtraktion zweier natürlicher Zahlen ist zum Unterschied von

der Addition nicht immer ausführbar; z.B. hat die Aufgabe **2 – 9** keine natürliche Zahl als Lösung. Bedingung ist: Der Minuend darf nicht kleiner sein als der Subtrahend.

Texterläuterungen:

- 1.Subtraktion, f - айириш
- 2.subtrahieren (subtrahierte, h. subtrahierte) - айирмоқ
- 3.Differenz, f - айирма
- 4.Wert, f - қиймат
- 5.Minuend, m - камаювчи
- 6.Subtrahend m, – айирувчи
- 7.Ergebnis (n, -ses,-se) – натижа

Fragen zum Thema:

- 1.Wie nennt man die Zahlen, die man subtrahiert?
- 2.Wie heisst das Ergebnis einer Subtraktionsaufgabe?
- 3.Wie nennt man die Zahlen **a** und **b** in der Differenz **a – b** ?

1. Übung Rechnet !

| | |
|---------|-----------|
| 156-53= | 74-45= |
| 15-2= | 247-12= |
| 19-6= | 381-39= |
| 31-14= | 963-501= |
| 65-27= | 1000-881= |

2. Übung. Ergänzt und übersetzt Sätze ins Usbekische !

- 1.Nach dem Plan sollte der Urlaub am (25.) Mai beginnen.
- 2.Ein Brief nach Deutschland kostet (3) Euro.
- 3.Warum hast du sogar (2) Uhren gekauft?
- 4.Die Arbeit nahm (1) Stunde in Anspruch.
- 5.Der Arzt muss erst um (6) Uhr kommen.
- 6.Die auf den Schnellzug (102) wartenden Passagieren werden gebeten, im Wartesaal zu bleiben.
- 7.Robert braucht nicht nach Dresden zu fahren und dort (4) Tage zu bleiben.
- 8.Erich wollte schon mit (6) Jahren in die Schule gehen.

9. Willi hatte als erster alle (7) Übungen gemacht.

Multiplikation

Die Multiplikation ist eine Addition von gleichen Summanden. Wenn man eine Zahl **$a \cdot n$ -mal** addiert, so schreibt man dafür:

$$n \cdot a = c$$

(gelesen: **n mal a gleich c**).

Operationszeichen ist also ein Punkt in halber Höhe (lies **mal**) früher auch ein liegendes Kreuz **x**.

| | Multiplikator | mal | Multiplikand | gleich | Produkt |
|----------------|----------------|------------|---------------|---------------|----------------|
| Multiplikation | 7 | · (x) | 12 | = | 36 |
| | Produkt | mal | Faktor | gleich | Produkt |

Wegen der Vertauschbarkeit von Multiplikand und Multiplikator werden beide auch gemeinsam als Faktoren bezeichnet. Es gibt folgende Gesetze der Multiplikation :

kommutatives Gesetz der Multiplikation | $a \cdot b = b \cdot a$

assoziatives Gesetz der Multiplikation | $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Monotoniegesetz der Multiplikation | aus $a < b$ folgt $a \cdot c < b \cdot c$ für $c > 0$

In der Multiplikationsaufgabe **$n \cdot a = c$** sind **a** und **n** Faktoren. Wenn man die Zahl **a** mit der Zahl **n** multipliziert, erhält man als Ergebnis ein Produkt. Der Wert eines Produkts ist null, wenn ein Faktor null ist.

Ein Rechteck ist ein Viereck mit vier rechten Winkeln. Ein rechter Winkel ist ein Winkel von 90° . In einem Rechteck gibt es je zwei gleich lange Seiten. Der Flächeninhalt eines Rechtecks ist gleich dem Produkt aus den Seiten **a** und **b**

$$F = a \cdot b$$

In dieser Formel bedeuten F den Flächeninhalt und die Faktoren **a** und **b** die Seiten des Rechtecks.

Texterläuterungen :

1. Multiplikation , f - кўпайтириш
2. multiplizieren (multiplizierte, h. multipliziert) - кўпайтирмоқ
3. gleich - тенг
4. Faktor (m, -s, -) - кўпайтувчи
5. Produkt (n,-s,-) - кўпаювчи
6. Rechteck (n,-s,-e) –тўғри бурчак
7. Fläche ,f - теккислик
8. Multiplikator (m, -s,-) - кўпайтувчи
9. Multiplikand (n, -es, -) - кўпайтирма

Fragen zum Thema:

- 1.Unter welchen Bedingungen ist der Wert eines Produkts null?
- 2.Darf man bei einem Produkt die Faktoren vertauschen, ohne dass sich der Wert des Produkts ändert?
- 3.Wie gross ist jeder Winkel eines Rechtecks?
- 4.Wie lang sind je zwei Seiten eines Rechtecks ?
- 5.Wie gross ist der Flächeninhalt?
6. Welche Gesetze hat die Multiplikation ?

Übung 1. Bestimmt die Ordnung der Ziffern !

Warum werden diese Ziffern in solcher Reihe gestellt ?

5 , 1 , 7 , 2 , 0 ,

6 , 8 , 4 , 9 , 3 .

Übung 2. Bekommt aus 11 „ 2 “ die Zahl „ 2009 “ !

2* 2-

2+ 2

$$\begin{array}{r}
 2 + \\
 2 - 2 2 \\
 *2 \quad 2 \quad 2/
 \end{array}$$

Division

I.Quotienten

Bei einer Multiplikationsaufgabe sind die Faktoren bekannt, und man berechnet das Produkt. Bei einer Divisionsaufgabe sind der Wert des Produkts und ein Faktor gegeben, der andere Faktor soll berechnet werden.

Dividend durch Divisor gleich Quotient

Division | 15 : 3 = 5

Für $b \cdot c = a$ schreibt man :

$$a : b = c$$

**(gelesen: a dividiert durch b gleich c,
a geteilt durch b gleich c).**

Bei der Division nennt man **a** den Dividenten, **b** den Divisor und **c** den Quotienten.

Durch Null kann man nicht dividiert werden, weil es keine Zahl gibt, die mit null multipliziert ergibt. Die Division durch null ist nicht definiert. Wenn die Divisionsaufgabe **a : b** eine Lösung haben soll, muss man voraussetzen, dass **b** ungleich null ist.

exterläuterungen:

1. Quotient (m,-s,-e) - бўлинма
2. dividieren (dividierte, h. dividiert) - бўлмоқ
3. Division (f, -, -) - бўлиш
4. Dividend (m,-s, -e) - бўлинувчи

5. Divisor (m,-s,-) - бўлувчи

Fragen zum Thema :

1. Wie nennt man die Glieder der Divisionsaufgabe $a : b = c$?
2. Welchen Wert hat ein Quotient, wenn der Dividend Null ist?
3. Wie nennt man die Zahlen, die man dividiert?

2. GEMEINE BRÜCHE

Man kann jeden Quotienten als gemeinen Bruch darstellen:

3: 4 = (gelesen: drei durch vier gleich drei Viertel).

In dem Bruch ist 3 der Zähler und 4 der Nenner. Der Zähler eines Bruches entspricht dem Dividenten und der Nenner des Bruches dem Divisor einer Divisionsaufgabe. Zwischen dem Zähler und dem Nenner stelle man den Bruchstrich.

Beim Kürzen eines Bruches dividiert man Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl ist der reziproke Wert des Bruches. Man bildet den reziproken Wert eines Bruches, in dem man Zähler und Nenner vertauscht.

3. DEZIMALBRÜCHE

Man kann jeden gemeinen Bruch als Dezimalbruch oder Dezimalzahl darstellen.

0,1 - null Komma eins

3,25 - drei Komma fünfundzwanzig oder drei Komma zwei fünf

0,125 - null Komma einhundertfünfundzwanzig oder null Komma eins zwei fünf

0,0025 - null Komma null null zwei fünf

Wenn man den gemeinen Bruch als Dezimalbruch darstellt, erhält man einen unendlichen periodischen Dezimalbruch mit der Periode „3“. Endliche sowie unendliche periodische Dezimalbrüche sind rationale Zahlen. Man kann jede rationale Zahl durch einen gemeinen Bruch darstellen.

Texterläuterungen:

1. Bruch, m - каср
2. gemeine Brüche - оддий касрлар
3. Zähler, m - сурат
4. Nenner, m - маҳраж
5. Bruchstrich, m - каср чизиғи
6. Kürzen, n - қисқартириш

- 7.reziproke - тескари
- 8.Dezimalbruch, m (Syn.Dezimalzahl, f) - ўнлик каср
9. periodische Dezimalbrüche - даврий касрлар
- 10.echte Brüche – тўғри каср
- 11.unechte Bruch – нотўғри каср
- 12.gemischte Zahl – аралаш сон
- 13.ein Halbes – ярим
- 14.ein Drittel – учдан бир
- 15.ein Viertel – чорак
- 16.ein Zehntel – ўндан бир
- 17.ein Hundertstel – юздан бир
- 18.ein Tausendstel – мингдан бир

Fragen zum Thema:

- 1.Welche Namen haben Dividend und Divisor bei einem Bruch?
- 2.Kann man einen Bruch kürzen?
- 3.Wie kann man jeden gemeinen Bruch darstellen?
- 4.Wodurch kann man jede rationale Zahl darstellen?

DIE TRIGONOMETRISCHEN UND ZYKLOMETRISCHEN FUNKTIONEN

1.DAS BOGENMASS

Die Argumente der trigonometrischen Funktionen werden in der Analysis grundsätzlich im Bogenmass gemessen. Das Bogenmass beruht auf der Überlegung, dass Laenge eines Kreisbogens b bei einem bestimmten Radius r dem Zentriwinkel a propotional ist. Der Bogen b bestimmt den Winkel a , wenn man die Länge des Radius r festlegt. Um von der speziellen Länge des Radius unabhängig zu sein, bildet man das Verhältnis Bogenlänge zu Radius, das ebebfalls dem Zentrwinkel propotional ist:

Das Bogenmass ist ein absolutes Winkelmass, d.h., es ist dimensionslos.

$$\tilde{a} = \frac{b}{r} = \frac{\pi a^{\circ}}{180^{\circ}}$$

2.DIE TRIGONOMETRISCHEN FUNKTIONEN

Die trigonometrischen Funktionen $y=\sin x$, $y=\tan x$ und $y=\cos x$ sind periodische Funktionen. Für sie gilt: $f(x)=f(x+kw)$ mit $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Die Periode ist bei der Sinus - und Kosinusfunktion 2, bei der Tangens – und Kotangensfunktion. Die Sinus - und Kosinusfunktion sind für alle Werte von x definiert.

Die Tangensfunktion ist an den Stellen

$$x = \frac{(2k + 1)\pi}{2}$$

unstetig, die Kotangensfunktion existiert nicht für $x=k$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) Bei der Tangens -und Kotangensfunktion wechseln in einer hinreichend kleinen Umgebung einer Unstetigkeitsstelle die Funktionswerte ihr Vorzeichen.

Das bedeutet, dass sich die Kurve an einer Unstetigkeitsstelle von beiden Seiten der x - Achse asymptotisch einer Parallelen zur y - Achse nähert.

Texterläuterungen:

- 1.Bogenmass, n - айлана узунлиги
- 2.Länge, f - узунлик
- 3.Kreisbogen, n - айлана
- 4.Bogen, m - йой
- 5.definieren (definierte, h. definiert) - белгиламоқ
- 6.Vorzeichen, n - белги (plus, minus)
- 7.Achse, f - ордината ўқи
- 8.Kurve, f - эгри

Fragen zum Thema:

- 1.Welche trigonometrischen Funktionen gibt es, und welche Eigenschaften haben sie?
- 2.In welchem Maß werden die Argumente der trigonometrischen Funktionen in der Analysis gemessen?
- 3.Was ist bei einem bestimmten Radius r dem Zentriwinkel proportional?

4. Wozu bildet man das Verhältnis Bogenlänge zu Radius?

DIE UNBESTIMMTE INTEGRATION

Fällt ein Körper, dessen Masse man sich im Schwerpunkt vereinigt denken kann, senkrecht nach unten, so kann man seine Lage mit Hilfe einer senkrecht nach unten gerichteten Koordinatenachse beschreiben. Der Anfangspunkt der Bewegung ist dann der Koordinatenursprung, und die momentane Lage des Körpers ist abhängig von der Zeit, die der Körper nach unten gefallen ist: $x = x(t)$.

Die Geschwindigkeit des Körpers ist durch $\frac{dx}{dt} = v$ und seine Beschleunigung durch $\frac{dv}{dt} = a$ gegeben. Bezeichnet man die Erdbeschleunigung mit g und die Masse des Körpers mit m , so erhält man nach dem Newtonschen Gesetz-Kraftgleich Masse mal Beschleunigung ($\vec{F} = m\vec{a}$) - die Differentialgleichung $m\frac{dv}{dt} = mg$, denn die Beschleunigung, die dem Körper erteilt wird, ist gleich der Erdbeschleunigung. Aus dieser Gleichung ersieht man, dass im Vakuum die Geschwindigkeit unabhängig von der Masse ist, d.h., alle Körper fallen gleich schnell, wenn man die Reibung nicht berücksichtigt.

Die Differentialgleichung $\frac{dv}{dt} = g$ kann man durch zweimalige unbestimmte Integration lösen.

Die Auswertung der ersten Integrals $v = \int g dt$ ergibt, da der Integrand g eine von t unabhängige Konstante ist, $\int g dt = gt + C_1$, die Integrationskonstante C wird aus den Anfangsbedingungen berechnet. Zur Zeit $t_0 = 0$ ist auch die Geschwindigkeit v_0 des Körpers gleich null. Aus $gt_0 + C_1$ folgt $C_1 = 0$. Nochmalige Integration ergibt $x = \int gt dt = \frac{g}{2}t^2 + C_2$, da der zurückgelegte Weg zur Zeit $t_0 = 0$ gleich null ist, erhält man für die Integrationskonstante C_2 auch null.

Die Funktionsgleichung, die Lage eines frei fallenden Körpers in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt, ist demnach $x = \frac{g}{2}t^2$ wobei die Lagekoordinate x des Körpers den zurückgelegten Weg und t die

dabei vergangene Zeit bedäuten.

Um die Lage eines mit der Anfangsgeschwindigkeit v senkrecht nach oben geworfenen Körpers zu bestimmen, benutzt man ebenfalls eine vertikale Koordinatenachse. Da die Schwerkraft der Erde und die Anfangsgeschwindigkeit entgegengesetzt gerichtet sind, erhält man die Differentialgleichung $m\mathbf{y} = -m\mathbf{g}$. Zur Zeit $t_0 = 0$ ist der zurückgelegte Weg des Körpers gleich null und die Geschwindigkeit gleich v_0 . Unter Berücksichtigung dieser Anfangsbedingungen ergibt sich nach

zweimaliger Integration die Funktionsgleichung $y = v_0 t - \frac{g}{2} t^2$, die die Lage eines senkrecht nach oben geworfenen Körpers in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt.

Texterläuterungen:

1. senkrecht - вертикал
2. Differenzialgleichung, f – дифференциал тенглама
3. Integration, f - интеграция
4. Geschwindigkeit, f - тезлик
5. Beschleunigung, f - тезланиш
6. Reibung, f – ишқаланиш
7. Schwerkraft, f - оғирлик кучи

Fragen zum Thema:

1. Womit kann man die Lage eines Körpers beschreiben, der senkrecht nach unten fällt?
2. Wodurch sind Geschwindigkeit und Beschleunigung eines Körpers gegeben?
3. Aus welchen Bedingungen werden die Integrationskonstanten, die bei der Lösung einer Differentialgleichung auftreten, berechnet?

DER BEGRIFF "UNENDLICH"

Wird eine Zahl z der Reihe nach durch den Bruch $\frac{a}{b} = \frac{1}{10}$ oder $\frac{a}{b} = \frac{1}{100}$ oder $\frac{a}{b} = \frac{1}{1000}$ oder $\frac{a}{b} = \frac{1}{1000000}$ geteilt, so ergibt sich $10z$ oder $100z$ oder das Ergebnis ständig grösser. Nähert sich der Bruch $\frac{a}{b}$ der Null, ohne

sie aber zu erreichen, so nimmt der Quotient $z:\overline{b^a}$ unvorstellbar grosse Werte an. Solche Zahlen, die über alle Schranken wachsen, werden "unendlich gross" genannt. Das Zeichen für diesen Begriff ist ∞ (wie eine liegende Achse, spricht man: unendlich). Wird eine Zahl z umgekehrt durch immer grosser werdende Zahlen dividiert, so wird der Wert des Quotienten ständig kleiner und nähert sich der Null, ohne sie aber zu erreichen.

DAS POTENZIEREN - DIE POTENZRECHNUNG DER BEGRIFF DER POTENZ

Wie aus der Addition, wenn sämtliche Summanden gleich sind, die Multiplikation entsteht, so entsteht aus der Multiplikation, wenn sämtliche Faktoren gleich sind, das Potenzieren

$$\begin{array}{ccc} 3 \cdot 3 = 3^2 = 9, & 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4 = 625 & a \cdot a \cdot a = a^3 \\ \text{3 hoch 2} & \text{5 hoch 4} & \text{a hoch 3} \end{array}$$

3 zur zweiten 5 zur vierten a zur dritten

Das zu ergänzende Wort Potenz wird nicht mitgesprochen.

In allgemeinen Zahlen: Potenz a .

Der Faktor a heisst Grundzahl oder Basis: die Zahl n , die angibt, wie oft die Grundzahl als Faktor gesetzt werden soll, heisst Flochzahl oder Exponent. Da der Exponent bis jetzt eine Anzahl angibt, muss er eine absolute ganze Zahl sein. Eine Potenz ist also beim Produkt von gleichen Faktoren. a wird mit n potenziert. Die erste Potenz einer Zahl ist die Zahl selbst. **Merke besonders:**

$$10^1 = 10, 10^2 = 100, 10^3 = 1000, 10^4 = 10000, 10^5 = 100000$$

Bei der Zehnerpotenzen ist der Exponent gleich der Anzahl der Nullen. Die zweiten Potenzen werden Quadratzahlen genannt: denn a gibt den Flächeninhalt eines Quadrates mit der Seite a an. Darum wird a auch gelesen als a quadrat.

Die dritten Potenzen werden Kubikzahlen genannt: denn a gibt den Rauminhalt eines Würfels (Kubus) mit der Kante a an. Zu beachten ist Z.B. der Unterschied von $3^5=243$ und $5^3=125$. Allgemein gilt: In einer Potenz koennen Hochzahl und Grundzahl nicht vertauscht werden.

Eine Besonderheit liefert $2^4 = 4^2 = 16$, wo sich der Übereinstimmung der Faktoren ergibt. Ist die Basis eine rationale Zahl, so muss auch das Multiplikationsgesetz rationaler Zahlen beachtet werden.

Ein Produkt positiver Zahlen bleibt positiv; also gilt $(+a)^n = +a^n$

Ein Produkt negativer Zahlen kann positiv oder negativ sein, je nachdem eine gerade oder eine ungerade Anzahl von Faktoren auftritt.

Texterläuterungen:

1. Begriff, m "unendlich" - cheksizlik tushunchasi
2. Bruch, m - kasr
3. Ergebnis, n - natija
4. Potenzieren, n - daraja
5. Potenzrechnung, f - darajasini hisoblash
6. Grundzahl, f (Basis) - ko'rsatgich
7. Hochzahl, f (Exponent) - daraja ko'rsatgichi
8. Übereinstimmung, f - moslanish

Fragen zum Thema:

1. Welche Zahlen werden "unendlich" gross genannt?
2. Was ist der Potenz?
3. Wie heisst der Faktor "a"?
4. Wie heisst der Faktor "n"?
5. Können Hochzahl und Grundzahl in einer Potenz vertauscht werden?

DAS RADIEREN - DIE WURZELRECHNUNG

Wie beim Potenzieren ein Produkt berechnet wird, das aus gleichen Faktoren besteht, so verlangt die umgekehrte Aufgabe, dass eine Zahl in gleiche Faktoren zerlegt wird.

8 in 3 gleiche Faktoren zerlegt, ergibt **2.2.2.**; **2** ist die **3.** Wurzel aus **8**.

25 in zwei Faktoren zerlegt, ergibt **5.5**; ist die zweite Wurzel (Quadratwurzel) aus **25**. $2 = \sqrt[3]{8}$; **2** heisst die Wurzel, **8** heisst der Radikand; **3** heisst der Wurzelexponent; entsprechend ist $5 = \sqrt[4]{25} = \sqrt{25}$.

Bei der Quadratwurzel wird der Wurzelexponent meist weggelassen. $\sqrt{36} = 6$

denn $6^2 = 36$. $\sqrt[3]{64} = 4$, denn $4^3 = 64$

Rechnungsarten. Aus $x^2 = a$ folgt: $x = \sqrt{a}$ denn $(\sqrt{a})^2 = a$

Die Quadratwurzel aus einer Zahl **a** ist die Zahl, die in die zweite Potenz erhoben, den Radikanden **a**= ergibt.

Aus $x^n = a$ folgt: $x = \sqrt[n]{a}$ (sprich: n- te Wurzel aus a), denn $(\sqrt[n]{a})^n = a^{(n)}$.

$\sqrt[n]{a}$ ist die Zahl, die in die **n** - **te** Potenz erhoben (mit n potenziert) den Radikanden **a** ergibt.

Texterläuterungen:

1. Quadratwurzel, f - kwadrat ildizi
2. Radikand, m - radikal
3. Wurzelexponent, m - kwadrat ko'rsatgichi
4. Radieren, n - ildizni xisoblash

Fragen zum Thema:

1. Wie kann man eine Zahl zerlegt werden?
2. Welche Rechnungsarten sind Radizieren und Potenzieren?
3. Was wird bei der Quadratwurzel mit dem Wurzelexponent?
4. Wie ist die Quadratwurzel aus einer Zahl **a**?
5. Was ist die Zahl $\sqrt[n]{a}$?

QUADRAT

Quadrat - rechte Viereck oder Lutschtabletten, deren sämtliche Winkel sind rechte Winkel oder Parallelogramm, in dem alle Seiten und Winkel gleich.

Der Platz kann definiert werden als Rechteck, wo die beiden benachbarten Seiten gleich Diamant, in dem alle Winkel sind rechte Winkel (alle Platz ist eine Raute, aber nicht jeder Diamant ist ein Quadrat).

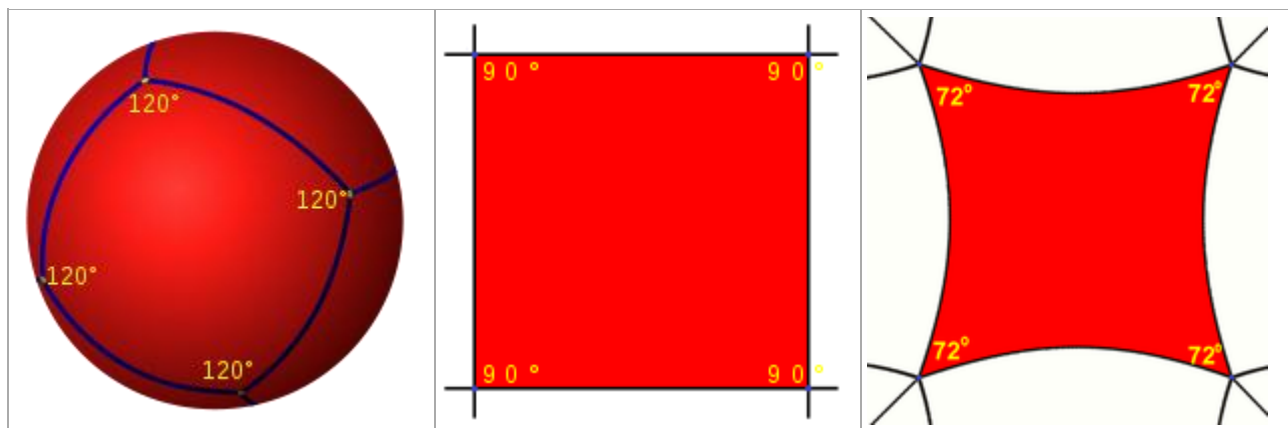
Sei **t** - Seite des Platzes, **R** - Radius des Umkreises, **r** - Radius des eingeschriebenen Kreises.

Dann der Radius des eingeschriebenen Kreises des Platzes ist: Der Radius des Umkreises des Platzes ist:

Umfang des Platzes ist: Fläche **S** ist gleich $S=t^2=2R^2=4r^2$.

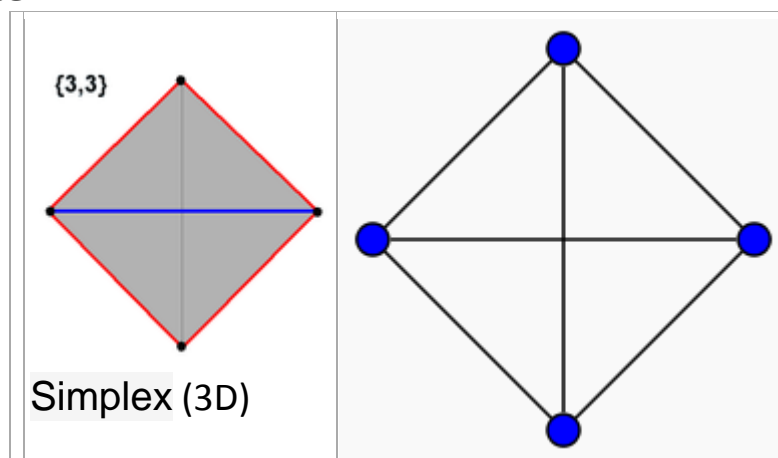
Der Platz hat die höchste Symmetrie zwischen allen Vierecken. Er hat eine Achse der vierfachen Symmetrie-Achse (senkrecht zur Ebene des Platzes und die durch seine Mitte); Vier Achsen der Symmetrie (die eine ebene Figur entspricht Reflexe), von denen zwei entlang der Diagonalen des Quadrats und die anderen beiden sind - parallel zu den Seiten. Diagonalen gleich sind, senkrecht zueinander stehenden, den Schnittpunkt und halbiere die Winkel des Platzes ist in zwei Hälften geteilt.

In der euklidischen Geometrie ein Quadrat (allgemein) Polygon mit 4 gleich langen Seiten und gleichen Winkeln.



Eine Vielzahl von Plätzen

Graphen: K4 vollständigen Graphen wird oft als ein Quadrat mit sechs Rippen vertreten



Flag Lima

Flagge von Lima, auf einem Schiff in den Hafen erhöht, bedeutet dies, dass das Schiff in Quarantäne Schachtafel.

Dreiecke - ein einfaches Polygon mit drei Knoten (Ecke) und 3-seitig, ein Teil der Ebene, die durch drei Punkte und drei Segmente paarweise Verbindung dieser Punkte begrenzt.

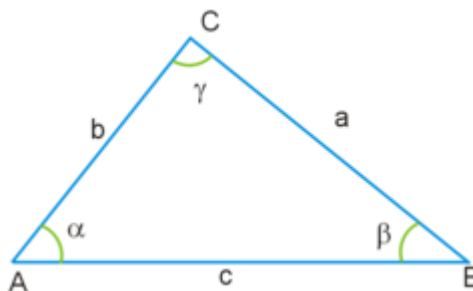
DIE EIGENSCHAFTEN UND MERKMALE VON DREIECKEN

Drei Punkte des Raumes, nicht auf einer Linie (und sie bilden einen nicht ausgearteten Dreieck), unbedingt das eine und nur eine Ebene. Das ist ziemlich einzigartig, weil weniger Punkte entsprechen direkten und Stelle, und nur vier Punkte liegen außerhalb einer Ebene befinden Dreiecke - ein Polygon durch die minimal mögliche Anzahl von Seiten begrenzt. Jede Polygon genau in Dreiecke aufgeteilt werden, sondern verbindet es an die Spitze der Segmente überschneiden sich nicht seiner Seite. Bei einigen Näherung kann die Dreiecke in die Oberfläche von beliebiger Form, wie auf der Ebene und im Raum verteilt werden. Der Prozess der Aufspaltung in Dreiecke nennt man Triangulation.

Dreiecke ist immer ein konvexes Polygon. Ein degenerierter Dreiecks liegen alle drei Eckpunkte auf einer Linie oder der gleichen, in der Regel nicht als ein Dreieck, sondern auch eine konvexe Menge.

Für ein Dreieck gibt es immer eine und nur eine Inschrift (an drei Seiten) und einer nach dem (durch die Spitze) Kreis beschrieben. Auch für das Dreieck gibt es drei Kreise auf der einen Seite und die Verlängerungen der beiden anderen Parteien - excircle.

Standard-Notation Griechische Buchstaben (α , β , γ) und die Längen der gegenüberliegenden Seiten - - kleinlateinische Buchstaben (a , b , c) Ziffer Ecken des Dreiecks wird traditionell von großen lateinischen Buchstaben (A , B , C), die Winkel an den jeweiligen Spitzen bezeichnet.



Beweis der Gleichheit der Dreiecke

Das Dreieck in der euklidischen Ebene ist eindeutig bestimmt (bis zu Kongruenz) kann durch das folgende Tripel von Elementen bestimmt werden:

a, b, γ (auf beiden Seiten gleich und der Winkel zwischen ihnen

liegenden);

a, β , γ (gleich an der Seite und zwei benachbarte Ecken);
a, b, c (Gleichheit auf drei Seiten).

Signs of the Gleichstellung von rechtwinkligen Dreiecken:

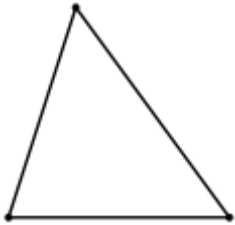
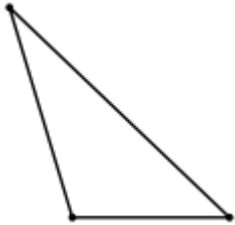
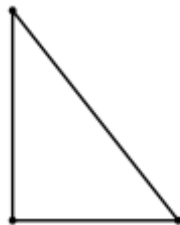
auf einem Bein und der Hypotenuse; zwei Bein; auf einem Bein und einem spitzen Winkel; entlang der Hypotenuse und ein spitzer Winkel. In sphärischen Geometrie und hyperbolischen Geometrie gibt es ein Zeichen der Gleichheit von Dreiecken in drei Ecken.

Texterläuterungen:

1. Quadrat, n - квадрат
2. recht - тўғри
3. Viereck, f - тўртбурчак
4. Winkel, f - бурчак
5. Rechteck, f – тўғри бурчак
6. Radius, n - радиус
7. Gleichheit, f - тенг
8. Dreieck, f – уч бурчак

Fragen zum Text:

1. Was bedeutet die Flagge von Lima?
2. Was ist ein Quadrat?
3. Wie sind die Merkmale und die Eigenschaften von Dreiecken?

| Arten von Dreiecken | | |
|--|--|--|
|  spitzwinklig |  stumpf |  rechteckig |



DIE GRÖSSE DER WINKEL

Summe der Winkel eines Dreiecks beträgt **180 °**. Wie in der euklidischen Geometrie die Summe der Winkel eines Dreiecks beträgt 180° , dann mindestens zwei Winkel eines Dreiecks müssen akuten (weniger als 90°).

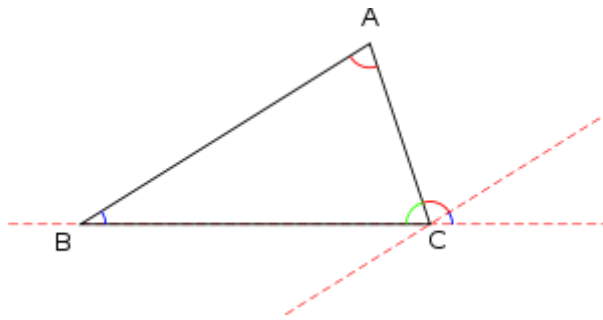
Es gibt die folgenden Arten von Dreiecken: Wenn alle spitzen Winkel, ist das Dreieck spitzwinklig; Wenn einer der Winkel eines Dreiecks stumpfen (größer als 90°), dann ist das Dreieck stumpf;

Wenn einer der Winkel eines Dreiecks einer geraden Linie (gleich 90°), dann das Dreieck ist rechteckig. Zwei Seiten, einen rechten Winkel bilden, sind Bein und der Seite gegenüber dem rechten Winkel aufgerufen wird die Hypotenuse.

In der hyperbolischen Geometrie die Summe der Winkel in einem Dreieck ist immer kleiner als 180° und auf dem Feld - immer mehr. Die Differenz zwischen der Summe der Winkel eines Dreiecks und 180° wird als Defekt. Der Defekt ist proportional zur Fläche eines Dreiecks, also unendlich kleinen Dreiecke auf der Kugel oder hyperbolischen Ebene Summe der Winkel wird wenig von 180 abweichen

Durch die Anzahl der gleich langen Seiten Gleichschenkligen Dreiecks genannt wird, in dem beide Seiten gleich sind. Diese Seiten aufgerufen werden, lateral, ist die dritte Partei namens der Basis. In einem gleichschenkligen Dreieck sind gleich Winkel an der Basis. Höhe, die mittlere und die Winkelhalbierende eines gleichschenkligen Dreiecks, fiel nach unten sind die gleichen.

Gleichseitigen Dreieck genannt wird, in dem alle drei Seiten gleich sind. In einem gleichseitigen Dreieck sind alle Winkel 60° , und die Zentren des einbeschriebenen und umschriebenen Kreise sind die gleichen Definitionen mit dem Dreieck verbunden. Alle Fakten erklärte in diesem Abschnitt die euklidische Geometrie.



Strahlen, Strecken und Punkte der Median, der ein Dreieck aus einer bestimmten Ecke gezogen ist. ein Segment verbindet der Scheitelpunkt der Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite (basierend auf den Median) genannt. Die drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks in einem Punkt schneiden. Dieser Schnittpunkt ist der Schwerpunkt oder Schwerpunkt des Dreiecks genannt. Letzterer Name ist aufgrund der Tatsache, dass ein Dreieck aus homogenem Material, das Zentrum der Schwerkraft an der Kreuzung der Mediane befindet. Der Schwerpunkt teilt jede Median in einem Verhältnis von 1:2, von der Basis der Median gemessen. Dreieck mit den Ecken die Mittelpunkte des Dreiecks nennt man den Median.

Die Höhe des Dreiecks aus einer bestimmten Ecke gezogen wird als senkrecht vom Scheitel auf der gegenüberliegenden Seite oder deren Verlängerung. Drei Höhen eines Dreiecks in einem Punkt genannt Höhenschnittpunkt des Dreiecks schneiden.

Winkelhalbierende eines Dreiecks aus einer bestimmten Ecke gezogen ist ein Segment verbindet die Ecke mit dem Punkt auf der gegenüberliegenden Seite aufgerufen wird, und teilt den Winkel an der Spitze die Hälfte. Die Mittelsenkrechten eines Dreiecks in einem Punkt schneiden und diesen Punkt mit dem Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises (insentrom). Segment verbindet der Scheitelpunkt auf der gegenüberliegenden Seite ist chevianny genannt.

Die mittlere Linie des Dreiecks nennt man die Verbindungsstrecke der Mitte auf beiden Seiten dieses Dreiecks.

In einem gleichschenkligen Dreieck die Winkelhalbierende, die mittlere Höhe und durchgeführt, um die Unterseite der gleiche. Ist auch wahr: Wenn die Winkelhalbierende, die mittlere Höhe und gezeichnet von einer Ecke zusammen, ist das Dreieck gleichschenklige. Wenn das Dreieck ist vielseitig, dann für jeden Punkt Winkelhalbierende daraus gezogen, liegt zwischen dem Median und der Höhe aus der gleichen Ecke gezogen.

Die senkrechte (mediatrisse) auf die Seiten des Dreiecks auch an einer Stelle, die mit dem Zentrum des Umkreises fällt schneiden. Progression - eine Folge von Variablen, von denen jede neben einigen üblich, die gesamte Progression liegt, abhängig von der vorherigen.

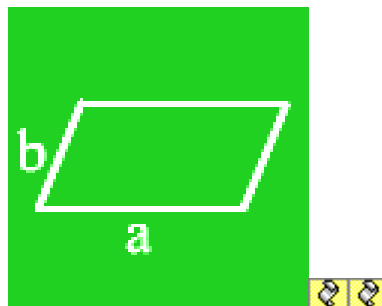
Arithmetische Progression - Progression, ist jede nachfolgende Begriff gleich davorhergehenden, erhöhte sich um eine feste Anzahl an Progressionen.
Geometrische Progression - Progression, ist jede nachfolgende Begriff entspricht demvorherigen, durch eine feste Anzahl an Progressionen multipliziert.

Texterläuterungen:

- 1.spitzwinklig - ўткир бурчак
- 2.stumpf - ўтмас
- 3.rechteckig-тўғри бурчак
- 4.vielseitig-турли томонли
- 5.gleichseitig- тенг ёнли
- 6.gleichschenkelig- тенг томонли
- 7.Strahle,f - ёй
- 8 Strecken, n-кесма

Übung 1. Finden Sie mit diesen Vokabeln Sätze im Text !

PARALLELOGRAMM



In einem Parallelogramm gilt: **a=c und b=d** alpha = gamma und beta = delta

Flächeninhalt = Seite * Höhe auf Seite

Weitere Maße lassen sich leicht durch gedankliche Zerlegung des Parallelogrammes in zwei **Dreiecke** berechnen.

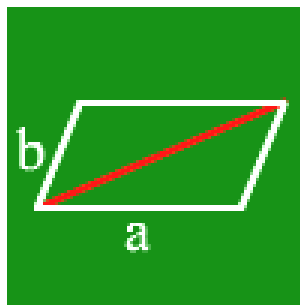
Was ist ein Parallelogramm?

Ein Parallelogramm oder Rhomboid ist ein konvexes ebenes Viereck, bei dem gegen ueberliegende Seiten parallel sind. Parallelogramme sind spezielle Trapeze

und zweidimensionale Parallelepipede. Rechteck, Raute (Rhombus) Quadrat sind Spezialfälle des Parallelogramms.

Hier sehen wir ein Parallelogramm. Typisch für ein Parallelogramm ist, daß gegenüberliegende Seiten parallel sind. Außerdem sind gegenüberliegende Seiten gleich lang, und gegenüberliegende Winkel sind gleich groß. In der Regel ist ein Parallelogramm durch drei Angaben eindeutig bestimmt, so z.B. durch zwei Seiten und einen Winkel.

Welche Rechenregeln gelten für ein Parallelogramm?



Nimmt man die Diagonale zwischen gegenüberliegenden Ecken zur Hilfe (siehe Bild links), dann kann man ein Parallelogramm als zwei nebeneinander liegende gleiche Dreiecke auffassen. Daher kann man viele der Rechenregeln für Dreiecke einfach auf Parallelogramme übertragen. Zum Beispiel gilt: Flächeninhalt $A = \text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}$, da das Parallelogramm ja aus zwei Dreiecken besteht und für jedes der beiden gilt: Flächeninhalt = Grundseite \cdot Höhe/2 (siehe Dreiecke)

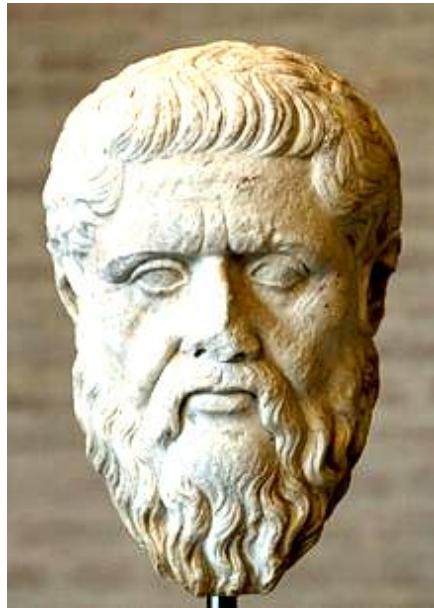
Texterläuterungen:

- 1.Parallelogramm, n -параллелограмм
- 2.parallel – параллель
- 3.gegen ueberliegebde Seiten – қарама қарши бўлган томонлар
- 4.Trapez, n - трапеция
- 5.Parallelepipед, n – параллелепипед

Fragen zum Text:

- 1.Was ist ein Parallelogramm?
- 2.Was ist typisch für ein Parallelogramm?
- 3.Welche Rechenregeln gelten für ein Parallelogramm?
- 4.Was gilt in einem Parallelogramm?
- 5.Wie berechnet man die Flächeninhalt des Parallelogramms?

PLATON



Plato auf dem Fresko "Die Schule von Athen"

Geboren: 428 oder 427 v. Chr.. Oe.

Geburtsort: Athen

Gestorben: 348 oder 347 v. Chr.

Todesort: Athen

Bürgerrecht: in Athen

Hauptinteressen: Metaphysik, Erkenntnistheorie, Ethik, Ästhetik, Politik, Bildung, Philosophie der Mathematik

Einflüsse: Sokrates, Archytas, Demokrit, Parmenides, Pythagoras, Heraklit

Einfluss: von Aristoteles, fast alle europäischen und nahöstlichen Philosophen

“ Er ist ein Mathematiker, und also hartnäckig.“

Goethe, Wilhelm Meisters Wanderjahre III, 15

Das genaue Datum der Geburt von Plato ist nicht bekannt. Nach den antiken Quellen, glauben die meisten Wissenschaftler, dass Plato in den Jahren 428-427 v. Chr. geboren wurde. Oe. in Athen oder Ägina in der Mitte des Peloponnesischen Krieges zwischen Athen und Sparta. Durch uralte Tradition, ist sein Geburtstag 7 targeliona (am 21. Mai), einen Urlaub, in dem nach dem mythologischen Legende, die Insel Delosrodilsya Gott Apollo.

Plato wurde in einer Familie, die aristokratische Herkunft war, von seinem Vater, Ariston (465-424) geboren. Er war der Legende nach, der letzte König von Attika Codrus und Periktionys Vorfahren, die Mutter von Plato, Solon war ein Athener Reformator. Auch nach Diogenes, war Plato unbeflecktempfänglich.

Periktionis war die Schwester von Harmides und Kritias, zwei Persönlichkeiten unter den dreißig Tyrannen, kurzlebige oligarchische Regime, das den Zusammenbruch von Athen am Ende des Peloponnesischen Krieges gefolgt. Neben Platon und Ariston hatte Periktionys drei Kinder: zwei Söhne - Adimant und Glaukon und Tochter. Nach dem Wortlaut des Staates waren Adimant und Glaukon älter als Plato. Aber Xenophon in seinem Memorabilia berichtet hat, dass Glaukon jünger als Plato war.

Der erste Lehrer Platons war Kratylos. Etwa 407 traf er sich Sokrates und wurde einer seiner Schüler. Charakteristisch ist, dass Sokrates ein ständiger Teilnehmer fast aller von Platons Werken war, in Form von Dialogen zwischen historischen und fiktiven Figuren manchmal geschrieben hat.



Nach dem Tod des Sokrates in 399 v. Chr. ging Platon nach Megara. Der Legende nach besuchte er Kyrene und Ägypten in den Jahren 399-389. In 389 ging er nach Süditalien und Sizilien, wo mit den Pythagoreern mitgeteilt hat. In 387 kehrte Plato nach Athen zurück und gründete dort eine eigene Schule - Platons Akademie. In der Platonischen Akademie in Athen stand die Mathematik hoch im Kurs. Platon schätzte sie sehr, da sie dazu diente, wahres Wissen erlangen zu können. Die griechische Mathematik entwickelte sich danach zu einer beweisenden Wissenschaft.

Nach alter Tradition, starb Platon an seinem Geburtstag in 347 Jahre. Nach Diogenes Lärtilius, Platons richtiger Name - Aristokles (altgriechische Αριστοκλής, wörtlich: "den besten Ruf.") Plato ist ein Spitzname, bedeutet "breit, mit breiten Schultern.

Die nächste wichtige Etappe war in der Geschichte der platonischen Fall die Aktivitäten im Zusammenhang mit Trasilla (I in. N. E.), dessen Sammlung in der Tat in der modernen Wissenschaft verwendet waren. In den Schriften Platons wurde Trasilla in der Tetralogie kombiniert.

Mathematik

Aktueller Status von Platons Fall wird durch die Veröffentlichung der englischen Sprache bestimmt. Stephen, ein prominenter französischer Gelehrter Hellenist des XVI. Jahrhunderts, zitierte Platons Texte in der wissenschaftlichen Literatur und veröffentlichte Platons Werke in der neuesten Ausgabe, wie in der griechischen und in anderen Sprachen.

Einfluss auf die Entwicklung der Ideenlehre hatten zudem die Gegenstände der Mathematik, insbesondere der Geometrie. In der sinnlich wahrnehmbaren, diesseitigen Realität gibt es nur mehr oder weniger unvollkommene einzelne kreisförmige Dinge, die definierende Beschreibung des Kreises ist ein Akt des mathematischen Verstandes, die Erkenntnis des Kreises an sich geht über die sinnliche Wahrnehmung hinaus:

„Aber soviel verstehe ich doch, du willst durch diese Gegenüberstellung feststellen, daß demjenigen, was durch die auf das Seiende und Gedachte gerichtete Wissenschaft der Dialektik betrachtet wird, größere Sicherheit und Deutlichkeit zukommt als dem von den mathematischen Fächern, also den sogenannten Künsten Erkannten, denen die Voraussetzungen zugleich das Erste und Oberste sind, und bei denen die Betrachtenden ihren Gegenstand zwar mit dem Verstand, nicht mit den Sinnen zu betrachten genötigt sind, aber, weil ihre Betrachtungsweise sie nicht aufwärts zu dem Ersten und Obersten führt, sondern sich auf bloße Voraussetzungen stützt, es dir nicht zu rein vernünftiger Einsicht über ihre Gegenstände zu bringen scheinen, obschon auch sie einer Vernunftserkenntnis mit Einschluß des Ersten und Obersten zugänglich sind. Mathematische Verstandeserkenntnis aber, und nicht Vernunftserkenntnis scheint dir mir das von den geometrischen und den ihnen verwandten Wissenschaften eingehaltene Verfahren zu nennen, da du sie für etwas Mittleres hältst zwischen bloßer Meinung und Vernunft.“ Platons spätere Kritik an der Mathematikerzunft entsteht aus dem Gedanken heraus, dass die Mathematiker von Dingen, wie einer Gleichung oder Ungleichung, ausgehen, ohne diese Begriffe genauer zu hinterfragen und ihre Voraussetzungen näher zu untersuchen. Die Mathematiker interessieren sich nicht für den Kreis, den sie mehr oder weniger unvollkommen in der Natur finden oder selbst zeichnen. Bei der Geometrie handelt es sich nicht um empirische, sondern um ideale

Gegenstände. Die Vollkommenheit der Kreisform beruht demnach nicht auf einem tatsächlichen, sondern auf einem geistigen Prinzip. Diesem kommt eine höhere Wahrheit zu als dem in der Natur gefundenen Abbild eines Kreises. Dieses Verhältnis von Idee zu Abbild wird dann von Platon zunächst herangezogen, wenn es um das Sein an sich geht: das Schöne an sich, das Gute an sich, das Gerechte und das Fromme. Schließlich wird dieses Verhältnis von Platon so weit verallgemeinert, dass hinter zahlreichen einzelnen empirischen Ersch.

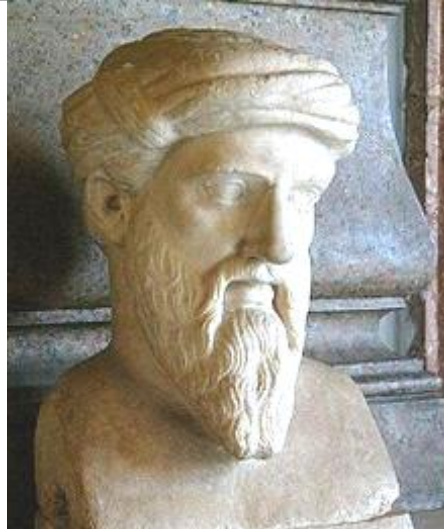
Fragen zum Text :

1. Wann und wo wurde Plato geboren?
2. War er aus einer einfachen Familie?
3. Wer war der erste Lehrer Platons?
4. Was gründete Plato in 387 in Athen?
5. Wie war ein richtiger Name von Plato?
6. Welche Platons Aktivitäten wurden mit Trasilla verbunden?
7. Wodurch wird Platons Status bestimmt?
8. Wann wurde Plato gestorben?
9. Wie waren Platons Hauptinteressen?
10. Woraus entsteht spätere Kritik an der Mathematikerzunft ?
11. Wofür interessieren sich die Mathematiker nicht ?

Übung 1. Beschreibt das Äussere Platons !

PHYTHAGORAS

Πυθαγόρας



Büste von Pythagoras im Capitol Museum in Rom

Geboren: Etwa 570 v. CH.E.

Geburtsort: Sydok oder Samos

Gestorben: etwa 490 BCE.

Todesort: Metapont (Italien)

Schule/ Sitte: Phythagoras

Einrichtung: Westliche Philosophie

Peryode: Altgrichische Philosophie

Hauptinteressen: Philosophie Mathematik, Musikalische Harmonie, Ethik, Politik

Hauptideen: Musik, Phythagoreischer Satz

Nachvolger: Euklid, Platon, Kepler, Hippasus

LEBEN

Pythagoras wurde wohl um 570 v. Chr. als Sohn des Mnesarchos geboren, der auf der Insel Samos lebte. Mnesarchos stammte wahrscheinlich nicht (wie behauptet wurde) aus einer vornehmen samischen Familie, sondern war ein eingewanderter erfolgreicher Kaufmann (nach anderer Überlieferung Steinschneider). Als Lehrer des Pythagoras wird am häufigsten der Philosoph Pherekydes von Syros genannt. In seiner Jugend soll sich Pythagoras zu Studienzwecken in Ägypten und Babylonien aufgehalten hat; nach verschiedenen Berichten machte er sich mit dortigen religiösen Anschauungen und naturwissenschaftlichen Kenntnissen vertraut und kehrte dann nach Samos zurück. Dort hatte um 538 v. Chr. der Tyrann Polykrates die Macht an sich

gerissen. Pythagoras stand in Opposition zu diesem Machthaber und verließ die Insel.

Frühestens 532 v. Chr., spätestens 529 v. Chr. tauchte er im griechisch besiedelten Unteritalien auf und gründete eine Schule in Kroton (heute Croton in Kalabrien). Die Mitglieder (d.h. der innere Kreis) bildeten eine enge Gemeinschaft, legten sich auf eine disziplinierte, bescheidene Lebensweise fest („pythagoreische Art des Lebens“) und verpflichteten sich zur Treue gegeneinander. Pythagoras, der ein vorzüglicher Redner war, erlangte großen Einfluss auf die Bürgerschaft, den er auch politisch geltend machte. Er gewann auch in anderen Gegenden der Region Anhänger, sogar unter der nichtgriechischen Bevölkerung. Pythagoras war verheiratet und hatte Kinder. Als Name seiner Frau (nach anderer Überlieferung seiner Tochter) wird in einigen Quellen Theano angegeben.

LEHRE

Da keine Schriften des Pythagoras überliefert sind, stößt eine Rekonstruktion seiner Lehre auf große Schwierigkeiten. Die uns bekannte antike Überlieferung besteht größtenteils aus späten Quellen, die erst in der römischen Kaiserzeit, mehr als ein halbes Jahrtausend nach Pythagoras Tod entstanden sind. Die antiken Hinweise und Berichte sind voller Widersprüche und stark von Legenden durchgesetzt. Im 5. Jahrhundert v. Chr. behauptete der Dichter Ion von Chios, dass Pythagoras Gedichte verfasst hat, Autoren der römischen Kaiserzeit nannten Titel von Werken, die er angeblich geschrieben hatte. Zu den Gedichten, die ihm zugeschrieben wurden, gehörte insbesondere eine „Heilige Rede“ (hieròs lógos), deren erster Vers überliefert ist, sowie die „Goldenen Verse“, ein in der Antike beliebtes und mehrmals kommentiertes Gedicht (71 Hexameter, lateinischer Titel Carmen aureum). Es enthält Lebensregeln und religiöse Verheißungen und bietet eine zusammenfassende Einführung in pythagoreisches Gedankengut. Dieses Gedicht wurde als Ganzes sicher nicht von Pythagoras verfasst, enthält aber möglicherweise einzelne von ihm stammende Verse aus der „Heiligen Rede“.

MATHEMATIK

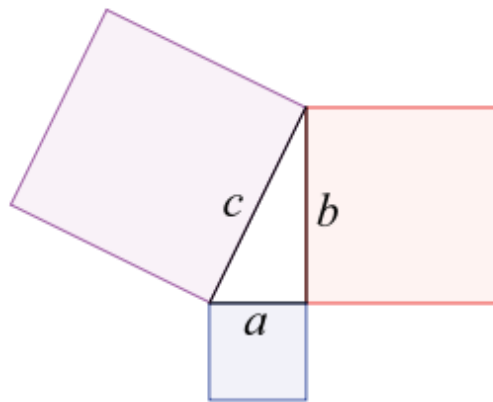


ILLUSTRATION DES SATZES DES PYTHAGORAS

Schon im 4. Jahrhundert v. Chr führten Aristoteles und Aristoxenos die Anfänge der Mathematik bei den Griechen auf die Pythagoreer bzw. Pythagoras zurück. In der Spätantike und im Mittelalter war die Überzeugung allgemein verbreitet, Pythagoras sei der Begründer der Mathematik gewesen. Damit war auch die Geometrie gemeint, der für die antiken Griechen wichtigste Teil der Mathematik war. Seit dem frühen 20. Jahrhundert würdigt die Forschung aber auch die griechische Mathematik, die sich unabhängig von der pythagoreischen Tradition entwickelt hat.

Die oft mit dem Pythagoreismus gleichgesetzte spekulative Zahlenlehre oder „Zahlenmystik“ mit dem Grundsatz „Alles ist Zahl“ existierte nach Zhmuds Ansicht in der frühpythagoreischen Zeit noch nicht, vielmehr gab erst der Platonismus den Anstoß zu ihrer Entstehung. Der Gegensatz zwischen den beiden Forschungsrichtungen zeigt sich auch in einzelnen umstrittenen Punkten:

Pythagoras gilt traditionell als der Entdecker des als Satz des Pythagoras bekannten Lehrsatzes der Euklidischen Geometrie über das rechtwinklige Dreieck. Dieser Satz war schon Jahrhunderte vor Pythagoras den Babyloniern bekannt. Ob sie aber einen Beweis für den Satz kannten, ist unbekannt. Zhmud meinte, dass Pythagoras einen Beweis gefunden hat, während Burkert im Sinne der Schamanismusthese argumentierte, dafür gab es keinen Beleg und Pythagoras hat sich für mathematische Beweisführung gar nicht interessiert. Zu den Errungenschaften, die man Pythagoras zugeschrieben hat, gehört die Begründung der Proportionentheorie; er soll den Begriff *lógos* im mathematischen Sinn von „Proportion“ eingeführt hat. Diese ältere

Forschungsmeinung wird weiterhin von den Befürwortern der Wissenschaftsthese vertreten. Als spezifisch pythagoreische Neuerung bezeichnen die antiken Quellen insbesondere die Lehre von den drei Mitteln (arithmetisches, geometrisches und harmonisches Mittel). Die Mittel kamen möglicherweise bereits in babylonischen Rechenregeln vor, doch die Babylonier kannten den Begriff der Proportion nicht. Die Beweisführung und Terminologie kann somit eine Errungenschaft des Pythagoras oder der Pythagoreer sein. Dagegen wendet Burkert ein, es sei nicht erwiesen, dass Pythagoras eine Proportionentheorie begründete. Er argumentiert, dass das Proportionsrechnen schon Anaximander bekannt war, der die Welt als ihrem Wesen nach geometrisch auffasste und mit mathematischen Proportionen erklärte. Zwar hätten die Pythagoreer bei der Entwicklung der Mittellehre anscheinend eine Rolle gespielt, doch sei unklar, wann und durch wen dies geschehen sei. Ein Hauptelement der frühen pythagoreischen Zahlenlehre war die Tetraktys („Vierheit“), die Gruppe der Zahlen 1, 2, 3 und 4, deren Summe die 10 ergibt, die bei Griechen und „Barbaren“ (Nichtgriechen) gleichermaßen als Grundzahl des Dezimalsystems diente. Die Vier wurde neben der „vollkommenen“ Zehn im Pythagoreismus als für die Weltordnung grundlegende Zahl betrachtet.

MUSIK

Die Ansicht, dass Pythagoras der Begründer der mathematischen Analyse der Musik gewesen sei, war in der Antike allgemein verbreitet und akzeptiert. Es ging um die Darstellung der harmonischen Intervalle durch einfache Zahlenverhältnisse. Nach der Schamanismusthese war es ebenso wie in der Mathematik auch in der Musik nicht das Anliegen des Pythagoras, musikalische Gegebenheiten durch Messung zu quantifizieren. Vielmehr ging es ihm darum, symbolische Beziehungen zwischen Zahlen und Tönen zu finden und so die Musik ebenso wie die Mathematik in das Gebäude seiner Kosmologie einzuordnen. Die Wissenschaftsthese vertritt auch hier den entgegengesetzten Standpunkt. Ihr zufolge war Pythagoras der Entdecker der musikalischen Harmonielehre; er ging dabei empirisch vor und bediente sich des Monochord. Seine Schüler setzten die Forschungen fort. Burkert bezweifelte hingegen, dass es damals schon ein Monochord mit verstellbarem Steg gab.

ASTRONOMIE

Die ältere Forschung hat für die Astronomie ebenso wie für die Mathematik Pythagoras wegen seiner Babylonreise in einer Vermittlerrolle gesehen. Auch auf

diesem Gebiet führen die beiden gegensätzlichen Pythagorasbilder zu entgegengesetzten Ergebnissen:

Der Schamanismusthese zufolge übernahmen die Griechen die babylonische Planetenordnung erst um 430, also lange nach Pythagoras' Tod. Erst danach entstand das älteste pythagoreische Modell, dasjenige des Pythagoreers Philolaos. Es lässt die Erde um ein Zentralfeuer kreisen, wobei die bewohnten Gegenden auf der diesem Feuer stets abgewandten Seite liegen; auf der anderen Seite des Zentralfeuers befindet sich eine ebenfalls für uns unsichtbare Gegenerde. Mond, Sonne und fünf Planeten kreisen ebenfalls um das Zentralfeuer. Zhmud kommt zum gegenteiligen Ergebnis. Er hält den Bericht über eine Orientreise des Pythagoras für eine Legende ohne historischen Kern. Aus seiner Sicht war der babylonische Einfluss auf die griechische Astronomie minimal. Nach seiner Auffassung gab es ein ursprüngliches astronomisches Modell der Pythagoreer vor Philolaos, auf dem auch die platonische Astronomie basierte. Es sah eine kugelförmige Erde im Zentrum des Kosmos vor, um die sich die Fixsternsphäre von Ost nach West sowie Mond, Sonne und die damals bekannten fünf Planeten von West nach Ost gleichförmig im Kreis drehten. Dieser Ansicht waren schon ältere Befürworter der Wissenschaftsthese.

Sicher pythagoreischen Ursprungs ist die Idee der Sphärenharmonie oder – wie die Bezeichnung in den ältesten Quellen lautet – „Himmelsharmonie“. Laut den im Detail voneinander abweichenden antiken Überlieferungen handelt es sich dabei um Töne, die von den Planeten bei ihren streng gleichförmigen Kreisbewegungen hervorgebracht werden und zusammen einen kosmischen Klang ergeben. Dieser ist jedoch für uns unhörbar, da er ununterbrochen erklingt und uns nur durch sein Gegenteil, durch einen Gegensatz zwischen Klang und Stille zu Bewusstsein käme. Einer Legende zufolge war Pythagoras der einzige Mensch, der die Himmelsharmonie hören konnte.

Burkert meint, dass diese Idee ursprünglich nicht mit der Astronomie zusammenhing, sondern nur mit der Fähigkeit zu außersinnlicher Wahrnehmung, die man Pythagoras als einem Schamanen zuschrieb. Ein ausgearbeitetes System habe es zu Lebzeiten des Pythagoras nicht gegeben. Zhmud hingegen ist der Ansicht, dass es ursprünglich eine physikalische Theorie war, in der astronomische und akustische Beobachtungen und Überlegungen miteinander verbunden wurden. Er weist auch darauf hin, dass die Töne der Himmelskörper nur als gleichzeitig, nicht als nacheinander erklingend gedacht werden konnten. Daher kann man zwar von einem Klang sprechen, aber der populäre Begriff „Sphärenmusik“ ist dafür sicher unpassend.

Fragen zum Text:

1. Wann und wo wurde Pythagoras geboren?
2. Wer war am häufigsten der Lehrer Pythagoras?
3. Was kann man über die Lehre Pythagoras erzählen?
4. War er der Begründer der Mathematik?
5. Wie heisst Pythagoras Grundsatz?
6. Was hat er entdeckt?
7. Was hat Pythagoras in der Musik und in der Astronomie entdeckt?
8. Was war ein Hauptelement der frühen pythagoreischen Zahlenlehre?
9. Wer war Pythagoras?
10. Welche Gedichte hat Pythagoras geschrieben?

Übung 1. Finden Sie die Meinungen von Burkert und Zhmud über Pythagoras und schreiben Sie schriftlich in die Hefte !

EUKLID Εκλείδης



**Statue von Euklid in der Oxford Universität
Museum of Natural History**

Geboren: ca. 325 BC r

Geburtsort: oder Athen
oder Trier

Gestorben: 265 B.C.E

Todesort: Egypten

Wissenschaftliches Gebiet: Mathematik

Bekannt wie: " Vater der Geometrie"

BIOGRAPHIE

Euklid (altgriechische Εκλείδης, ca. 300 v. Chr. E.) war ein griechischer Mathematiker. International bekannt durch die Grundlagen der Mathematik

"Elements" zu komponieren. Biographische Informationen über Euklid ist äußerst spärlich. Die zuverlässigsten Informationen über das Leben von Euklid hat Proklus in seinem ersten Buch gegeben. Anbetracht dessen, dass "Autoren, die über die Geschichte der Mathematik" brachte nicht die Präsentation dieser Wissenschaft auf die Zeit des Euklid, Proklus, dass Euklid älter als Platons Kreis war, aber jünger als Archimedes und Eratosthenes und die "zum Zeitpunkt des Ptolemaios I. Soter lebte", "weil und Archimedes, Ptolemäus lebte in der ersten, nennt Euklid und vor allem erzählt, dass Ptolemäus ihn fragte, ob es einen kürzeren Weg zur Geometrie als der Start zu lernen, aber er antwortete, dass es keinen Königsweg zur Geometrie"

Extra Hand an das Porträt in Euklid und Pappus Stobeya gefunden werden. Papp, dass Euklid sanft und freundlich zu allen war, konnte sich auch nur im geringsten auf die Entwicklung der mathematischen Wissenschaften beitragen und Stob sendet eine weitere Anekdote über Euklid. Begann die Geometrie zu studieren und analysiert den ersten Satz, fragte ein junger Mann Euklid: "Was soll ich von dieser Wissenschaft zu gewinnen?" Euklid nannte ein Sklave, und sagte: Gib ihm drei Obolen, wenn er von ihr Studium profitieren will".

Einige moderne Autoren interpretieren die Aussage von Proklus - Euklid lebte in der Zeit des Ptolemaios I. Soter -. In dem Sinne, dass Euklid am Hofe des Ptolemäus von Alexandria gelebt hat und war der Gründer Museyon. Es sollte jedoch beachtet werden, dass diese Ansicht in Europa im XVII Jahrhundert bestätigt wurde, Medieval Autoren identifiziert ein Schüler des Sokrates mit Euklid, Euklid von Megara Philosoph. Anonymous arabisches Manuskript aus dem XII Jahrhundert berichtet: Euklid, der Sohn des Naukrata, wie die "Geometrie" bekannt, ein Gelehrter der alten Tage griechischer Herkunft, Wohnort auf ein Syrer, ein gebürtiger Reifen... In seinen philosophischen Ansichten, war Euklid wohl Platoniker. Arabische Autoren glaubten, dass Euklid in Damaskus wohnte und dort veröffentlichte "Elements" von Apollonius.



Vatikanische Handschrift, v.1, 38V - 39R. Euklid I prop. 47 (Satz des Pythagoras).

Das Hauptwerk des Euklid nannte „**Beginnings**“. Buch mit dem gleichen Namen, die konsequent skizziert hat alle grundlegenden Tatsachen der Geometrie und der theoretischen Arithmetik, wurden von Hippokrates von Chios erwähnt, Leontius und Fevdiem gemacht. Allerdings stieß Euklid all diese Schriften von Artikeln und mehr als zwei Jahrtausende blieb das grundlegende Lehrbuch der Geometrie. Durch die Erstellung Ihres Buches, inklusive Euklid in ihm vieles, was von seinen Vorgängern geschaffen worden, die Behandlung des Materials und das Zusammenfassen.

„**Beginnend**“ bestehen aus dreizehn Bücher. Die erste, und einige andere Bücher sind durch eine Liste von Definitionen vorangestellt. Das erste Buch ist eine Liste der Postulate und Axiome voraus. In der Regel die grundlegendsten Setbau (z.B. "erforderlich, die durch zwei beliebigen Punkten könnte eine gerade Linie zu zeichnen"), und Axiom postuliert - allgemeine Regeln für den Betrieb mit den Ausgangsgrößen (z.B. "wenn zwei Werte gleich dem dritten, sie sind gleicha '). In dem Buch habe ich die Eigenschaften von Dreiecken und Parallelogrammen Studie, ist dieses Buch von dem berühmten Satz des Pythagoras für rechtwinklige Dreiecke gekrönt. Buch II, geht zurück auf die Pythagoreer, ist die sogenannte "**geometrische Algebra**" gewidmet. In Bücher III und IV sind die Geometrie der Kreise und des-und umgeschriebene Polygone, während der Arbeit an dieser Bücher könnte Euklid die Werke des Hippokrates Chios verwendet haben. Das V Buch stellt die allgemeine Theorie der Proportionen, durch Eudoxos von Knidos gebaut und VI in das Buch es auf die Theorie der ähnliche Zahlen angebracht ist. VII-IX des Buches gewidmet ist, die Theorie der Zahlen und geht zurück auf die Pythagoreer, der Autor des Buches VIII, vielleicht war Archytas Tarentsky. Diese Bücher gelten als Sätze über Proportionen und geometrischen Progressionen, haben wir eine Methode zur Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers zweier Zahlen (heute euklidischen Algorithmus bekannt) einzuführen, haben wir das auch vollkommene Zahlen zu konstruieren, können wir beweisen, gibt es unendlich viele Primzahlen. In der X-Register, das die umfangreichste und komplexeste Teil des Anfangs, Klassifikation von Irrationalitäten, vielleicht, dass der Autor Theaitetos von Athen ist. XI Buch behandelt die Grundlagen solide Geometrie. In XII Buch mit der Methode der Erschöpfung zu beweisen Sätze über das Verhältnis Bereich Gemeinde sowie das Volumen der Pyramiden und Kegel, der Autor dieses Buches ist zugegebenermaßen Eudoxos von Knidos. Schließlich ist XIII Buch gewidmet Bau der fünf regulären Polyeder, es wird angenommen, dass ein Teil der Konstruktion Theaitetos von Athen entwickelt wurde.

In der erhaltenen Handschriften dieser dreizehn Bücher wird noch zwei weitere hinzu. XIV Buch gehört zu den Alexandriner Gipsiklu (ca. 200 v.Chr. E.), Und XV

Buch wurde während der Lebensdauer des Isidor von Milet, der Erbauer der Kirche von St. geschaffen. Sophia in Konstantinopel (dem Beginn des VI. N. E.).

Begonnen, eine gemeinsame Basis für die anschließende geometrische Abhandlungen von Archimedes stellen, erwies sich Apollonius und andere antike Autoren in ihre Vorschläge bekannt sind. Kommentare zum Anfang in der Antike wurden Heron, Porphyry, Papp, Proklos, Simplicius. Proclus, um Ihren Kommentar I Buch und Kommentar des Pappus der X Buch (in arabischer Übersetzung) zu speichern. Von antiken Autoren Kommentator Tradition geht auf die Araber und später im mittelalterlichen Europa.

In der Gründung und Entwicklung der modernen Wissenschaft seit Beginn spielten eine wichtige ideologische Rolle. Sie blieben ein Modell der mathematischen Abhandlung präsentiert streng und systematisch die grundlegenden Elemente einer mathematischen Wissenschaft.

Andere Werke von Euklid:

Data (δεδομένα), die notwendig sind, um die Figur anzugeben ist;

Auf der Teilung (περ διαιρέσεων) - teilweise erhalten, und nur in arabischer Übersetzung, gibt die Aufteilung der geometrischen Figuren in Teilen gleich oder aus einem anderen in einem bestimmten Verhältnis;

Phenomena (φαινόμενα) - Anwendung der sphärischen Geometrie der Astronomie;

Optics (πτικά) - eine geradlinige Ausbreitung des Lichtes.

Für kurze Beschreibungen bekannt:

Porizmy (πορίσματα) - über die Bedingungen, dass die Kurven zu definieren;

Kegelschnitte (κωνικά);

Oberflächen-Sites (τόποι πρς πιφανεί) - auf die Eigenschaften der Kegelschnitte;

Psevdariya (ψευδαρία) - Fehler in geometrischen Beweisen;

Euklid auch zugeschrieben:

Katoptrik (κατοπτρικά) - die Theorie

der Spiegel, erhalten Theon von Alexandria Handhabung;

Die Teilung des Kanons (κατατομή κανόνος) - eine Abhandlung über die elementare Musiktheorie.

Fragen zum Text:

1. Wie heißt Euklids Geburtsort ?
2. War er bekannt in der Welt ?
3. War er ein griechischer Mathematiker ?
4. Wodurch war Euklid bekannt ?
5. Welche wissenschaftliche Werke hat er geschrieben ?
6. Wie heißt sein Hauptwerk ?
7. Wann ist Euklid gestorben ?

Übung. 2 Geben Sie den Inhalt des Textes wieder !
Nennen Sie Werke von Euklid !

ARCHIMEDES

Αρχιμήδης



«Archimedes» (Domeniko Fetti , 1620)

Geboren: 287.v.Chr.E

Geburtsort: Syrakus

Gestorben: 212. v.Chr.E.

Todesort: Syrakus

Wissenschaftliche Gebiete: Mathematik, Mechanik, Ingenieur

An Archimedes wird man sich erinnern, wenn Aischylos vergessen ist - weil zwar die Sprachen sterben, nicht aber die mathematischen Ideen.

GODFREY HAROLD HARDY

Archimedes (αρχιμήδης;.. 287 v. Chr. E. - 212 v. Chr. E.)- Ancient griechischer Mathematiker, Physiker, Maschinenbauer und Ingenieur von Syrakus. Er hat viele Entdeckungen in der Geometrie, war Begründer der Grundlagen in der Mechanik, Hydrostatik, der Autor einer Reihe von wichtigen Erfindungen.

BIOGRAPHIE

Informationen über das Leben von Archimedes haben uns Polybios, Livius, Cicero, Plutarch, Vitruv und andere verlassen. Sie lebten viele Jahre, haben nach den Ereignissen beschrieben und die Richtigkeit dieser Angaben ist schwer zu beurteilen.

Archimedes wurde in Syrakus, einer griechischen Kolonie in Sizilien geboren. Vater von Archimedes war ein Mathematiker und Astronom Phidias, die

~92~

nach Plutarch bestand, in enge Beziehung zu Hieron, Tyrann von Syrakus. Sein Vater hat in seinem Sohn aus seiner Kindheit Liebe zur Mathematik, Mechanik und Astronomie eingeflößt. Für das Training ging Archimedes nach Alexandria, Ägypten (wissenschaftliches und kulturelles Zentrum der damaligen Zeit).

In Alexandria traf Archimedes und freundete sich mit berühmten Wissenschaftlern, Astronomen Kononov, ein vielseitiger Gelehrter Eratosthenes, der dann bis zum Ende entsprach. Zu dieser Zeit war Alexandria berühmt für seine Bibliothek, die über 700 tausend Manuskripte erhoben hat.

Offenbar ist dieses, wo Archimedes lernte mit den Werken von Demokrit, Eudoxos und anderen großen griechischen Geometer kennen, die er in seinen Schriften erwähnt hat. Nach dem Studium kehrte er nach Sizilien. In Syrakus wurde er von Aufmerksamkeit umgeben und brauchte nicht die Mittel. Wegen der Einschränkung Jahre hat Lebensdauer von Archimedes eng mit den Legenden über ihn miteinander verflochten.

WISSENSCHAFTLICHE AKTIVITÄTEN

1. MATHEMATIK

Laut Plutarch war Archimedes nur mit Mathematik besessen. Er vergaß das Essen, sorgte nicht für sich selbst. Die Werke von Archimedes gilt für fast alle Gebiete der Mathematik jener Zeit, besaß er die bemerkenswerte Forschungen über Geometrie, Arithmetik, Algebra. Zum Beispiel, fand er alle semireguläre Polyeder, die nun seinen Namen tragen, sehr entwickelte die Lehre von den Kegelschnitten und gab eine geometrische Methode zur Lösung kubischer Gleichungen der Form, die Wurzeln, die er durch den Schnittpunkt der Parabel und Hyperbel gefunden hat. Archimedes verbrachte vollständige Untersuchung dieser Gleichungen. Doch die wichtigsten mathematischen Leistungen von Archimedes waren verbundene Probleme, die jetzt t auf dem Gebiet der mathematischen Analyse gehört.

Die Griechen waren in der Lage, den Bereich Archimedes Polygone und Kreise, die Lautstärke von Prismen und Zylindern, Pyramiden und Kegel zu bestimmen. Aber nur Archimedes fand eine viel allgemeinere Methode zur Berechnung der Fläche oder Volumen, dafür verbesserte und geschickte er angewandt die Methode der Erschöpfung des Eudoxos Knidos. In seinem "Brief an der Methode Eratosphen" (manchmal auch als das "Method of Mechanical Theoreme") hat er verwendet, um den infinitesimalen Volumen zu berechnen. Die Ideen von Archimedes später bildeten die Grundlage der Integralrechnung. Archimedes konnte feststellen, dass der Umfang und Zapfen

mit einer gemeinsamen Ecke, in die Zylinder eingeschrieben haben wie folgt verwandt sind:

zwei Kegel Kugel: Zylinder als 1:2:3. Seine beste Leistung hielt er die Definition der Oberflächen-und Volumen einer Kugel - eine Aufgabe, die niemand vor ihm nicht lösen konnte. Archimedes hat gebeten, den Ball auf seinem Grab zu klopfen und ihn wurde in den Zylinder eingeschrieben.

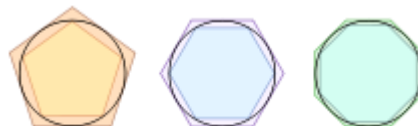
2. QUADRATUR DER PARABEL-SEGMENT

In seiner Arbeit Quadratur der Parabel Archimedes bewiesen, dass die Fläche von einem Segment einer Parabel abgeschnitten von ihrer Linie $\frac{4}{3}$ des Platzes in diesem Segment des Dreiecks eingeschrieben (siehe Abbildung). Um zu beweisen, Archimedes berechnete Summe einer unendlichen Reihe:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n} = 1 + \frac{1}{4^1} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots = \frac{4}{3}$$

Jedes Glied der Reihe - eine Fläche von Dreiecken in unerreichten von rüheren Mitgliedern eine Reihe von Segment der Parabel eingeschrieben. Zusätzlich zu den oben Archimedes die Fläche für das Segment der Kugel berechnet und schalten Sie ihn öffnen, "archimedische Spirale", definierte Volumina der Segmente einer Kugel, Ellipsoid, Paraboloid und Hyperboloid aus zwei Lagen Rotation.

Das nächste Problem betrifft die Geometrie von Kurven. Gegeben sei eine Kurve. Wie man eine Tangente an jedem Punkt zu definieren? Oder, wenn Sie das Problem Verschiebung in der Sprache der Physik, lassen Sie uns wissen, der Weg eines Körpers in jedem Augenblick. Wie bestimme ich die Geschwindigkeit der es an jeder beliebigen Stelle? Die Schule lehrt, wie man eine Tangente an den Kreis zu führen. Die alten Griechen konnten auch die Tangente an die Ellipse, Hyperbel und Parabel. Die erste allgemeine Methode zur Lösung dieses Problems wurde von Archimedes entdeckt. Diese Methode wurde später die Grundlage der Differentialrechnung.



Schema der archimedischen Methode zur Berechnung der Anzahl der π .

Von großer Bedeutung für die Entwicklung der Mathematik wurde von Archimedes Verhältnis des Umfangs zum Durchmesser berechnet. In seinem Aufsatz "On the Messung des Kreises" Archimedes hielt seine berühmte Näherung für die Zahl π : «Archimedische Zahl" Darüber hinaus war er in der Lage, die Richtigkeit dieser Annäherung zu bewerten. Um zu beweisen, hatte er für den

Kreis die Längen ihrer Seiten eingeschrieben und gebaut, 96-Gon umschrieben und berechnet.

In der Mathematik, der Physik und Astronomie sehr wichtig, die höchsten und niedrigsten Werte in unterschiedlichen Größen finden - ihren Extremen. Zum Beispiel, wie der Zylinder in einer Kugel eingeschrieben, finden Sie einen Zylinder, der das größte Volumen hat? Alle diese Aufgaben können nun mit der Differentialrechnung werden gelöst. Zum ersten Mal sah Archimedes den Zusammenhang zwischen diesen Problemen mit den Problemen der Bestimmung der tangentialen und zeigte, wie man Probleme bei Extrema zu lösen.

Die Ideen von Archimedes waren fast zwei Jahrtausende seiner Zeit voraus. Nur in dem XVII Jahrhundert, konnten die Wissenschaftler weiter die Werke der großen griechischen Mathematiker entwickeln.

3. MECHANICS

Archimedes war berühmt für viele mechanische Konstruktionen. Archimedes Satz wurde mit seiner vollen Theorie und in der Praxis erfolgreich angewendet. Plutarch berichtet, dass Archimedes im Hafen von Syrakus, eine Menge von Block-Hebel-Mechanismen zur Erleichterung Heben und Transportieren schwerer Lasten gebaut. Er erfand archimedische Schraube (Schnecke) zum Schöpfen von Wasser ist immer noch in Ägypten verwendet.

Archimedes ist der erste Theoretiker der Mechanik. Er beginnt sein Buch "Gleichgewicht der ebenen Figuren", das Gesetz des Hebels zu beweisen. In den Beweis beruht auf dem Axiom, dass gleiche Körper auf gleicher Augenhöhe auf den Schultern ausgewogen sein müssen basiert. Ebenso das Buch "Auf dem Schwimmkörper," beginnt mit einem Beweis des Gesetzes von Archimedes. Diese Beweise Archimedes sind die ersten Gedanken-Experimente in der Geschichte der Mechanik.

4. ASTRONOMIE

Archimedes baute ein Planetarium oder das "himmlische Sphäre" mit der Bewegung, die es möglich war, die Bewegung der fünf Planeten zu beobachten, der Aufgang der Sonne und Mondphasen und Finsternisse des Mondes, das Verschwinden der Körper unter dem Horizont. Das Problem der Bestimmung der Entfernungen zu den Planeten vermutlich auf seinen Berechnungen lag die Welt-System auf der Erde, sondern die Planeten Merkur, Venus und Mars zentriert ist, die die Sonne umkreisen und mit ihnen rund um die Erde. In seiner Arbeit über das heliozentrische System von Aristarch von Samos Welt informiert Psammit.

Fragen zum Text:

1. Wo und wann wurde Archimedes geboren?

2. Welche wissenschaftliche Aktivitäten hatte er?
3. Was bewies in seiner Arbeit Quadratur der Parabel Archimedes?
4. Wofür war Archimedes berühmt?
5. Woraus bestand Archimedes Satz und ihre Verwendung in Mechanik?
6. Was baute Archimedes?
7. Was war es möglich zu beobachten?
8. Wann und wo wurde er gestorben?
9. Welche wissenschaftliche Bücher hat er geschrieben?

Übung. 1 Übersetzt den Auszug aus dem Buch von Gerlinde und Hans-Georg Mehlhorn ins Usbekische !

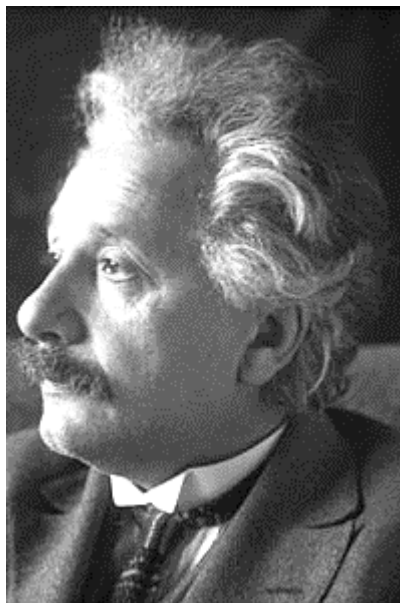
“Heureka, heureka, heureka – ich hab`s”, mit diesem Freudenschrei soll Archimedes (geb. um 287 v.u.Z., gest. 212 v.u. Z.) aus der Badewanne gesprungen und durch die Straßen seiner Stadt gerannt sein. Der Tyrann von Syrakus hatte ihn beauftragt, eine Krone, die angeblich aus reinem Gold sein sollte, genau nachzuprüfen. Der Tyrann schöpfte den Verdacht, daß dem Golde Silber beigemischt worden war. Archimedes kannte zwar das spezifische Gewicht des Goldes, doch um die gestellte Aufgabe zu lösen, brauchte er außerdem das Volumen der reichverzierten, also kaum abmeßbaren Krone. Nichts! Als er eines Tages in die Wanne stieg, um sich zu baden, und sah, wie sich das Wasser hob, kam ihm die rettende Idee. Er brauchte die Krone nur einzutauchen und abzumessen, wieviel Wasser sie verdrängt. Das mußte die Lösung sein.

“Heureka – ich hab`s gefunden !”

Texterläuterungen:

1. Heureka (griech.) – Эврика ! Мен топдим.
2. das ist die Summe aller Weisheit – донишмандлик айнан шундадир.
3. mit diesem Freudenschrei – ушбу хурсандчилик ила
4. (geb. um 287 v.u.Z., gest. 212 vor unserer Zeitrechnung) –
geboren um 287 vor unserer Zeitrechnung, gestorben 212 von unserer Zeitrechnung – милoddан олдин 287 йилда туғилган, милoddан олдин 212 йилда вафот этган
5. der Tyrann von Syrakus – Сиракузли жохил подшо
6. die reichverzierte, also kaum abmeßbare Krone – қиммат тошлар билан безалган, бироқ шунга кўра ўлчамини билиш қийин бўлган тож

ALBERT EINSTEIN




Geboren: am 14. März 1879


Geburtsort: Ulm, Württemberg , Deutschland

Gestorben: Am 18. April 1955 (76)

Todesort: Princeton, New – Jercy USA

Staat:  Deutschland (1879—1896, 1914—1933) (1896—1901)

 Schweiz (1901)

 USA (1940—1955)

Wissenschaftliches Gebiet: Theoretische Physik

Ort der Tätigkeit: Bern Züricher Universität Karlower Universität

Almamater: Hochtechnischeschule Zürich

Berühmt wie: Mitbegründer der modernen theoretischen Physik und die
Spezielle Relativitätstheorie

Preisen und Auszeichnungen: Nobelpreis für Physik (1921)

BIOGRAPHIE

Albert Einstein (deutsche Albert Einstein, IPA) wurde am 14. März 1879, in Ulm, Württemberg, Deutschland geboren. Am 18. April 1955 ist in Princeton, New Jersey, USA gestorben. Er war Physiker, Mitbegründer der modernen theoretischen Physik, mit dem Nobelpreis für Physik im Jahre 1921, sozialer Aktivist und Humanist. Er lebte in Deutschland (1879-1893, 1914-1933), Schweiz (1893-1914) und den USA (1933-1955). Ehrendoktor von etwa 20 führenden Universitäten in der Welt, ein Mitglied vieler Akademien der Wissenschaften, einschließlich eines ausländischen Ehrenmitglied der UdSSR (1926).

Einstein - der Autor von mehr als 300 wissenschaftliche Arbeiten über Physik, sowie rund 150 Bücher und Artikel über die Geschichte und Philosophie der Wissenschaft, Journalismus, etc. Er hat mehrere bedeutende physikalische

Theorien entwickelt:

- die spezielle Relativitätstheorie (1905). Im Rahmen - das Gesetz über Masse und Energie: $E = mc^2$.
- The General Theory of Relativity (1907-1916).
- Die Quantentheorie des photoelektrischen Effekts.
- Quantum Theorie der Wärme.Quantum Statistik von Bose - Einstein.Statistische -
- Theorie der Brownschen Bewegung, die die Grundlagen der Theorie der Fluktuationen gelegt.
- Die Theorie der stimulierten Emission.
- Die Theorie der Lichtstreuung durch thermodynamische Fluktuationen in der Umwelt.

Er sagte auch voraus, ein "Quanten-Teleportation" und berechneten und gemessenen gyromagnetischen Effekt der Einstein - de Haas. Seit 1933 arbeitete er an Problemen der Kosmologie und einheitliche Feldtheorie. Aktiv gegen den Krieg gegen den Einsatz von Nuklearwaffen, für Humanismus, die Achtung der Menschenrechte, des gegenseitigen Verständnisses zwischen den Völkern.

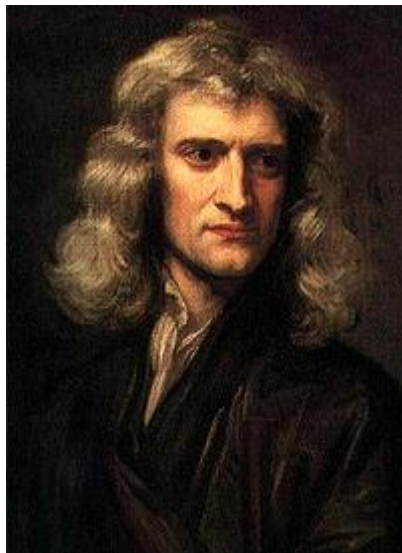
Einstein spielte eine entscheidende Rolle bei der Förderung und Einführung in die wissenschaftliche Revolution des neuen physikalischen Konzepten und Theorien. Dies betrifft vor allem die Revision des Verständnisses der physikalischen Natur von Raum und Zeit, um eine neue Theorie der Schwerkraft statt Newton zu bauen. Einstein auch, zusammen mit Plank, legte den Grundstein für die Quantentheorie. Diese Konzepte, immer wieder durch Experimente, die die Grundlage der modernen Physik bestätigt werden.

Fragen zum Text:

1. Wann und wo wurde Albert Einstein geboren?
2. Wer war er?
3. In welchen Ländern lebte A. Einstein?
4. Welche physikalische Theorien entwickelte er?
5. Woran arbeitete er seit 1933?
6. Wann und wo A. Einstein gestorben?
7. Welche Rolle spielte seine wissenschaftliche Revolution des neuen physikalischen Konzepten und Theorien?
8. Wie viel hat er die wissenschaftlichen Arbeiten geschrieben?
9. Mit wem legte er den Grundstein für die Quantentheorie?
10. Welche wissenschaftliche Titel hatte Albert Einstein?

Übung 1. Finden Sie im Text schwache und starke Verben !

Isaac Newton



Das Porträt von Kneller (1689)

Geboren: Am 25. Dezember 1642 (am 4. Januar 1643)

Gestorben: Am 20. März 1727 (am 31. März 1727)

Todesort: England

Wissenschaftliche Gebiete: Physik, Mathematik, Astronomie

Almamater: Cambridge Universität

Anschrift:

Is. Newton

Sir Isaac Newton (geboren Sir Isaac Newton, am 25. Dezember 1642 - 20. März 1727 auf den Julianischen Kalender in der Tat in England bis 1752, oder 4. Januar

1643 - 31. März 1727 im Gregorianischen Kalender) war der britische Physiker, Mathematiker und Astronom, einer der Gründer der klassischen Physik. Sir Isaac Newton war der Autor des Standardwerks "Mathematische Prinzipien der Naturphilosophie", in dem er das Gesetz der universellen Gravitation und drei Gesetze der Mechanik geschrieben hatte. In diesen Gesetzen wurden die Grundlage der, klassischen Mechanik geschrieben Er hat Differential-und Integralrechnung Theorie der Farbe und vielen anderen mathematischen und physikalischen Theorien entwickelt.

"The Mathematical Principles of Natural Philosophy" (1684-1686)
Die Titelseite der "Principia" von Newton Hauptartikel: Mathematische Prinzipien der Naturphilosophie Die Geschichte der Entstehung dieser Arbeit, zusammen mit den "Elements" des Euklid, eines der berühmtesten in der Geschichte der Wissenschaft, begann im Jahre 1682, wenn die Passage des Halleyschen Kometen das Wiederaufflammen des Interesses in der Himmelsmechanik verursacht. Edmond Halley versuchte Newton davon zu überzeugen, seine "allgemeine Theorie der Bewegung", die seit langem in der wissenschaftlichen Gemeinschaft das Gerücht gab, zu veröffentlichen. Newton lehnte ab. Es ist allgemein nur ungern von ihren Studien für eine sorgfältige Business-Publikation von wissenschaftlichen Arbeiten ablenken zu lassen.

In August 1684 Halley kam nach Cambridge und Newton sagte, er und Wren und Hooke diskutiert, wie sich aus dem Gesetz der Schwerkraft auf die Elliptizität der Umlaufbahnen der Planeten zu bringen, aber nicht wissen, wie sich zu nähern. Newton sagte, dass er bereits ein solcher Nachweis hatte, und im November schickte das fertige Manuskript Halley. Sofort schätzte er die Bedeutung des Ergebnisses und die Methode wieder, versuchte Newton, und dieses Mal gelang es ihm zu überreden, seine Erkenntnisse zu veröffentlichen. 10. Dezember 1684 in den Aufzeichnungen der Royal Society den historischen Aufzeichnungen kam Mr. Halley kürzlich in Cambridge zu Mr. Newton, der ihm eine interessante Abhandlung «De motu» [Die Bewegung] zeigte. Gemäß dem Antrag von Herrn Halley, versprach Newton zu den genannten Darm-Trakt an das Unternehmen senden.

Die Arbeit an dem Buch war in 1684-1686, jeweils. Nach den Memoiren Humphrey Newton, Vetter des Wissenschaftlers und seiner Assistentin in jenen Jahren, zuerst Newton "Elements", schrieb zwischen alchemistischen Experimenten, die auf konzentrierte, dann allmählich mit Begeisterung durchgeführt, und widmete sich auf dem Hauptbuch seines Lebens arbeiten.

Die Veröffentlichung soll die Mittel der Royal Society zu implementieren, aber in der frühen 1686 das Unternehmen gab eine Nachfrage, die nicht eine Abhandlung über die Geschichte des Fisches gefunden hat, und dadurch ihren

Haushalt erschöpfte. Halley hat angekündigt, um er die Kosten der Veröffentlichung selbst zu nehmen. Gesellschaft mit Genugtuung gab das großzügige Angebot. Es war als teilweise Kompensation für die gespendeten 50 Kopien von Halley Abhandlung über die Geschichte des Fisches. Newtons Werk wurde vielleicht analog zu den "Elements of Philosophy" Descartes (1644) genannt. Das Werk heisst "The Mathematical Principles of Natural Philosophy" (lat. Philosophiae Naturalis Principia Mathematica), "Mathematische Grundlagen der Physik"

28. April 1686 wurde der erste Band der "Mathematical Principles" von der Royal Society vorgestellt. Alle drei Bände, nach einiger Bearbeitung des Autors, erschienen im Jahre 1687. Circulation (300 Exemplare) wurde für 4 Jahre verkauft, für diese Zeit war sehr schnell. Seite der "Principia" von Newton (3rd Ed., 1726). Beide physikalischen und mathematischen Niveau der Arbeitsproduktivität Newtons waren durchaus vergleichbar mit den Werken seiner Vorgänger. Es fehlt der aristotelischen Metaphysik und kartesischen mit seinen vagen und unklaren Denken artikuliert, oft imaginäre "Ursachen" der Naturphänomene. Newton beweist und erklärt, in der Natur das Gesetz der Schwerkraft, basierend auf den beobachteten Muster der Bewegung der Planeten und ihrer Satelliten. Newton-Verfahren war Erstellung von Modellen des Phänomens, "nicht durch die Hypothesen erfunden", und dann, wenn genügend Daten, die Suche nach ihren Ursachen. Dieser Ansatz, der von Galileo initiiert wurde, bedeutete das Ende der alten Physik. Eine qualitative Beschreibung der Natur wurden quantifizierende Berechnungen, Zeichnungen und Tabellen gegeben. In seinem Buch definiert Newton die grundlegenden Konzepte der Mechanik und einige neue, darunter so wichtige physikalische Größen wie Masse, externe Kraft und Dynamik. Er hat drei Gesetze der Mechanik formuliert. Da es war eine strenge Ableitung des Gesetzes der Schwerkraft für alle drei Keplerschen Gesetze. Die Wahrheit der kopernikanischen heliozentrischen System von Newton wurde nicht explizit diskutiert, aber es bedeutet, und er schätzt selbst die Abweichung der Sonne vom Zentrum der Masse des Sonnensystems. In Newtons System, im Gegensatz zu Kepler war keine Ruhe und unterlag den allgemeinen Gesetzen der Bewegung. Das gesamte System inklusive eines Kometen bilden die Bahnen und große Kontroverse hervorrufen.

Der schwache Punkt der Gravitationstheorie von Newton, nach der Meinungen vieler damaligen Wissenschaftler hatten keine Erklärung für das Wesen dieser Kraft. Newton stellte die einzige mathematische Werkzeug, über die Ursache der Gravitation und ihrer physikalischen Medium. Für die wissenschaftliche Gemeinschaft, die auf der Philosophie von Descartes genährt hat, war es ungewöhnlich und herausfordernd Ansatz ein triumphaler Erfolg der

Himmelsmechanik im XVIII. Jahrhundert. Physiker sind mit der Newtonschen Theorie versöhnt gezwungen. Die physikalische Grundlage der Schwerkraft wurde erst nach mehr als zwei Jahrhunderten mit dem Aufkommen der Allgemeinen Relativitätstheorie klar.

Der mathematische Apparat und die allgemeine Struktur des Buches Newton baute so nah an den damaligen Stand der wissenschaftlichen Strenge - "Elements" des Euklid. Mathematische Analyse, er bewusst nicht fast überall einsetzen - Einsatz neuer und ungewöhnlicher Methoden würde die Glaubwürdigkeit der angegebenen Ergebnisse zu gefährden. Diese Vorsicht ist jedoch abgeschrieben Newton-Verfahren der Präsentation für die nächste Generation von Lesern. Newtons Buch war die erste Arbeit an der neuen Physik und auch einer der letzten großen Werke, mit den alten Methoden der Forschung. Alle Anhänger von Newtons bereits verwendet sie erstellt leistungsfähige Methoden der mathematischen Analyse. Die größte unmittelbare Nachfolger des Newton waren D'Alembert, Euler, Laplace, Lagrange und Clairaut. Newton war die Herrlichkeit der Welt.

Fragen zum Text:

1. Wer war Sir Isaac Newton?
2. Welche physikalische und mathematische Theorien hat er entwickelt?
3. Wann hat er den Hauptartikel über Mathematische Prinzipien der Naturphilosophie geschrieben?
4. Welche Meinungen hatten viele damalige Wissenschaftler in der Gravitationstheorie von Newton?
5. Welche wissenschaftliche Werke hat er geschrieben?
6. Welche Rolle spielten seine Werke?
7. Wer war Nachfolger Newtons?

Übung 1. Finden Sie im Text Adjektive und nennen sie !

Übung 2. Finden Sie im Text Sätze , die Hauptinteressen Newtons äussern !

Übung 3. Geben den Inhalt des Textes wieder !

Friedrich Gauß



Geboren: am 30. April 1777

Geborensort: Braunschweig

Gestorben: am 23. Februar (77)

Todesort: Göttingen

Staat: Braunschweig - Lückebug

Wissenschaftliche Gebiete: Mathematik, Physik, Astronomie

Bemerkenswerte Schüler: F. W. Bessel, J. W.R. Dedekind, G. F. B. Riemann



Anschrift:

Johann Carl Friedrich Gauß (deutsch: Johann Carl Friedrich Gauß, 30. April 1777, Braunschweig - 23. Februar 1855, Göttingen) ist ein deutscher Mathematiker, Astronom und Physiker, der als einer der größten Mathematiker aller Zeiten, "**der König der Mathematik**" nannte.

Wissenschaftliche Aktivitäten

Der Name des Gauss Grundlagenforschung im Zusammenhang mit fast allen wichtigen Bereichen der Mathematik: Algebra, Differential- und nichteuklidischen Geometrie, Analysis, komplexe Variable Theorie, Wahrscheinlichkeitstheorie, sowie in der Astronomie, Geodäsie und Mechanik. "In jedem Bereich der Eindringtiefe in das Material wurden die Kühnheit des Denkens und signifikante Ergebnisse frappierend. Gauss als "der König der Mathematiker". Mehrere Schüler, Studenten Gauss waren berühmte Mathematiker wie Riemann, Dedekind, Bessel, Möbius.

Algebra

Gauss gab den ersten strengen, selbst nach heutigen Maßstäben, die Beweise des Fundamentalsatzes der Algebra. Er entdeckte den Ring der Gaußschen komplexen Zahlen, hat ihnen die Theorie der Teilbarkeit und verwenden Sie sie nicht wenige beschlossen, algebraische Probleme. Jetzt haben wir alle eine vertraute geometrische Modell der komplexen Zahlen und Operationen mit ihnen. Gauss hat die klassische Theorie Vergleiche zeigten ein endlicher Körper von Rückständen modulo einer Primzahl, drangen tief in die Eigenschaften von Rückständen.

Geometrie

Gauss begann die innere Geometrie der Flächen zu untersuchen. Er öffnete die

charakteristische Oberfläche (Gaußsche Krümmung), die nicht durch Biegen und legte damit den Grundstein für Riemannsche Geometrie ist betroffen. Im Jahr 1827 veröffentlichte er eine vollständige Theorie der Oberflächen. Bewiesen Theorema Egregium, den Fundamentalsatz der Oberfläche Theorie. Proceedings of the Gauss in der Differentialgeometrie gab einen starken Impuls für die Entwicklung dieser Wissenschaft für die ganze XIX Jahrhunderts. Entlang des Weges, schuf er eine neue Wissenschaft - die höheren Geodäsie.

Gauss zuerst gebaut die Grundlagen der euklidischen Geometrie, und glaubte es möglich, eine Realität [3], sondern war gezwungen, ihre Forschungsergebnisse geheim (wahrscheinlich aufgrund der Tatsache, dass sie gegen das Dogma von der euklidischen Raum in der vorherrschenden, während die Philosophie Kants run) zu halten. Dennoch ist die Gauß einen Brief an Lobachevsky, die klar zum Ausdruck ihrer Solidarität und in persönlichen Briefen, nach seinem Tod veröffentlicht wurde, bewundert Gauss, Lobachevsky den Werken. Im Jahre 1817 schrieb er an den Astronomen Olbers B. :

“Ich bin immer mehr davon überzeugt, dass die kommenden Notwendigkeit unserer Geometrie nicht bewiesen, zumindest für die menschliche Vernunft und menschliche Verständnis. Vielleicht in einem anderen Leben wir, um einen Blick auf die Natur von Raum zu kommen, dass wir nicht mehr verfügbar sind. Bis jetzt ist die Geometrie muss nicht in einen Rang mit dem arithmetischen gestellt werden, es ist eine rein a priori, sondern die Mechanik.“ In seinen Papieren wurden wesentliche Hinweise zu diesem Thema gefunden , das später Topologie genannt wurde . Und er sagte die grundlegende Bedeutung dieses Themas. Gauss ergänzt den Bau der Theorie der regulären Vielecke mit Zirkel und Lineal.

Mathematical Analysis

Gauss erweiterten die Theorie der speziellen Funktionen, Serien, numerische Methoden, Lösung von Problemen der mathematischen Physik. Erstellt eine mathematische Theorie Potenzial. Und das mit Erfolg mit einer Menge der elliptischen Funktionen behandelt werden, aber aus irgendeinem Grund nicht veröffentlichen, was zu diesem Thema.

Astronomie

In der Astronomie interessiert sich Gauss, vor allem zu der Himmelsmechanik , die Bahnen der Kleinplaneten und deren Störungen. Er schlug vor, die Theorie der Störungen Buchhaltung und wiederholt sich in der Praxis ihre Wirksamkeit. In 1809 hat Gauss einen Weg gefunden, die Bahnelemente für drei vollständigen Beobachtungen (wenn die drei Punkte in der Zeit bekannt sind, die Zeit, Rektaszension und Deklination) zu bestimmen.

Weitere Erfolge

Zur Minimierung des Einflusses von Messfehlern verwendet Gauss seine Methode der kleinsten Quadrate, die jetzt allgemein sind in der Statistik zu verwenden. Obwohl Gauß hat nicht erst in die gemeinsame Natur der Normalverteilung entdeckt, aber es war so gründlich erforscht hat, dass die Verteilung des Zeitplans seitdem oft als Gauß bezeichnete. In der Physik entwickelte Gauss die Theorie der Kapillarität, die Theorie der Optik. Gauss legte den Grundstein für die mathematische Theorie des Elektromagnetismus: das erste, das Konzept des elektrischen Potentials eingeführt wird, hat ein System von elektromagnetischen Einheiten GHS entwickelt. Zusammen mit dem Gauss Weber konstruiert die ersten primitiven elektrischen Telegraphen.

Fragen zum Text:

1. Wann und wo wurde Gauss geboren?
2. Welche wissenschaftliche Arbeiten hat er geschrieben?
3. Was hat Gauss konstruiert?
4. Was hat er in der Mathematik, Physik, Astronomie entwickelt?
5. Wo verwendete Gauss seine Methode der kleinsten Quadrate?
6. Was entwickelte er in der Physik, Mathematik, Algebra, Geometrie, Astronomie?
7. Was konstruiert Gauss zusammen mit Weber?
8. Wie nannte Johann Carl Friedrich Gauß in der Welt?
9. Wo und wann wurde er geboren und gestorben?

William Sealy Gosset



Student (Стъудент) in 1908.

Geboren: Am 13. Juni 1876

Geborensort: Kent, England

Gestorben: Am 16. Oktober 1937

Todesort: Bekonsfild in England

Wissenschaftliches Gebiet: Mathematische Statistik

William Sealy Gosset (13. Juni 1876 - 16. Oktober 1937) ist ein bekannter Statistiker, besser bekannt unter seinem Pseudonym Student und für seine Arbeit auf die Untersuchung sogenannten bekannt Student-Verteilung.

Guinness war gut die Lebensmittelindustrie und Gosset würde seine Kenntnisse auf dem Gebiet der Statistik gelten in Bier brauen, und auf den Feldern - zur Entfernung der ertragreichen Sorten von Gerste. Gosset erworben, dass Wissen durch Lernen durch Versuch und Irrtum, wobei zwei Jahre lang (1906-1907 gg.). In einem biometrischen Labor von Karl Pearson. Gossett und Pearson waren in gutem Einvernehmen, und Pearson half Gosset in den mathematischen Teil seiner Forschung. So wurde Pearson beteiligt an der Veröffentlichung im Jahre 1908 (die brachte die Ehre der Studenten), aber nur wenig Bedeutung dieser Entdeckung. Die Studien wurden auf die Bedürfnisse der Brauerei geleitet und durchgeführt von einer geringen Anzahl von Beobachtungen. Biometristy ist in der Regel mit Hunderten von Beobachtungen behandelt und nicht das Bedürfnis verspüren, Methoden, die auf eine kleine Zahl von ihnen zu entwickeln.

Früher ein anderer Forscher, die auf der Guinness arbeitete, veröffentlichte in den Materialien Informationen, die Geschäftsgeheimnisse des Brauerei darstellt. Um zu verhindern, weitere Offenlegung vertraulicher Informationen, verboten Guinness seine Mitarbeiter die Veröffentlichung von Material, unabhängig von der darin enthaltenen Informationen. Dies bedeutete, dass Gosset der Lage, ihre Arbeit unter seinem eigenen Namen veröffentlichen. So wählte er das Pseudonym Student, um sich von Ihrem Arbeitgeber zu verbergen. Daher wurde seine wichtigste Entdeckung namens Student - Verteilung, sonst könnte es jetzt genannt werden die Verteilung von Gosset.

Gosset fast alle ihre Arbeiten, darunter "Der wahrscheinliche Fehler des Mittelwertes" (dt. Der wahrscheinliche Fehler eines Mittelwertes) in der Zeitschrift Pearson "Biometrie" veröffentlicht unter dem Pseudonym Student. Der erste, der die Bedeutung der Arbeit auf die Schätzung von Parametern Gosset kleine Probe realisiert, war ein Biologe Ronald Fisher. Gosset hatte ihm geschrieben: "Ich sende Ihnen eine Kopie der Tabelle Student, da Sie die einzige Person, die sie jemals zu genießen zu sein scheinen!" Fisher glaubte, dass Gosset eine "logische Revolution" gemacht. Ironischerweise t-Statistik, aufgrund derer Gosset ist berühmt war eigentlich Fisher Erfindung.

Gossett als Statistiken für $z = t / \sqrt{n-1}$. Fisher schlug vor, die Statistiken für t zu berechnen, da eine solche Darstellung in seiner Theorie der Freiheitsgrade zu passen. Fischer hat auch die t-Verteilung in der Regressionsanalyse angewendet.

Studentisiert Rückstände sind auch zu Ehren der Schüler genannt, wenn andere vorgeschlagen haben. Fix (Anpassung) die Standardabweichung der Stichprobe - Wie die Probleme, die die t-Verteilung geführt, sind sie auf der gleichen Idee.

Das Interesse an der Kultivierung der Gerste Gosset führte ihn zu der Annahme, dass die Erfahrung mit dem Ziel geplant werden sollten, um nicht nur die durchschnittliche Rendite, aber für solche Sorten von Gerste, deren Ertrag wäre stabil gegenüber Schwankungen in den Boden oder Klima zu bringen. Dieses Prinzip tritt nur auf, später in Fisher und dann im Jahr 1950 in Geniti Taguchi. Im Jahr 1935 verließ er nach Dublin nehmen den Posten des Chief Brauer verantwortlich für die wissenschaftlichen Aspekte des Fertigungsprozesses, eine neue Brauerei in Park Royal Guinness (Englisch), in Nord-West-London. Er starb an einem Herzinfarkt in der Stadt Bekonsfild (Englisch) in England. Gosset war ein Freund von Pearson und Fisher, und war ein bescheidener Mensch. Der Fall, als er abbrach seiner Rede Bewunderer der Worte "Fisher wäre immer noch in der Lage, alles öffne mich"

Übung 1. Nennt die Zeitformen, die in diesem Text gegeben haben !

Übung 2. Geben den Inhalt des Textes wieder !

Johannes Kepler



Geboren: Am 27. Dezember 1571

Geborensort: Weil der Stadt

Gestorben: Am 15. November 1630 (58)

Todesort: Regensburg

Staat: 🇩🇪 Room

Wissenschaftliche Gebiete: Astronomie, Mathematik, Physik

Almamater: Tübingener Universität

Wissenschaftlicher Leiter des wissenschaftlichen Beirates: Michail Moestlik

Berühmt wie: Autor der Gesetze der Planetenbewegung

Johannes Kepler (deutsch Johannes Kepler, 27. Dezember 1571, Weil der Stadt - 15 November 1630, Regensburg) - deutscher Mathematiker, Astronom, Astrologe und Optiker. Entdeckt Gesetze der Planetenbewegung.

Wissenschaftliche Aktivitäten

Albert Einstein nannte Kepler die "unvergleichlicher Mann," und schrieb über sein Schicksal : "Er lebte in einer Zeit, als es noch kein Vertrauen in die Existenz eines allgemeinen Muster für alle Naturphänomene. Was war sein tiefer Glaube an dieses Gesetz, wenn es allein arbeitet, niemand unterstützt und verstanden es seit vielen Jahrzehnten ist, zog es Kraft für die schwierige und mühsame empirische Studie der Planetenbewegung und der mathematischen Gesetze der Bewegung!

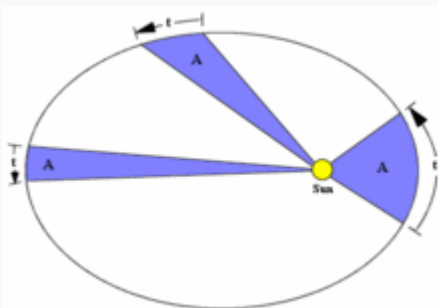
Heute, wo dieses wissenschaftliche Instrument wurde bereits erreicht, kann niemand vollständig zu schätzen wissen, wie viel Einfallsreichtum, harte Arbeit und wie viel Geduld es, diese Gesetze zu entdecken und so präzise ausdrücken ihnen nahm."

Mathematik

Kepler hat einen Weg gefunden, um das Volumen der verschiedenen Feststoffen der Revolution, die in dem Buch "New fester Geometrie der Weinfässer" (1615) beschrieben wird, zu bestimmen. Seine Methode umfasst die ersten Elemente der Integralrechnung. Cavalieri später verwendet den gleichen Ansatz für äußerst fruchtbar entwickeln "Methode der unteilbaren". Der Höhepunkt dieses Prozesses war die Entdeckung der mathematischen Analyse. Darüber hinaus ist Kepler eine detaillierte Analyse der Symmetrie von Schneeflocken. Studien über die Symmetrie führte ihn zu den Annahmen der dichten Kugelpackung, wonach die maximale Packungsdichte durch die Anordnung der Pyramiden von Kugeln voneinander erreicht. Mathematisch beweisen, das war nicht 400 Jahre lang möglich - das erste berichtete Beweis für die "Vermutungen von Kepler (Englisch)" erschien erst 1998 in Mathematik von Thomas Hales (English) Russian..

Die bahnbrechenden Arbeiten von Kepler in der Symmetrie waren in der späteren Anwendung der Kristallographie und Codierungstheorie gefunden. Im Zuge der astronomischen Forschung, machte Kepler einen Beitrag zur Theorie der Kegelschnitte. Er war einer der ersten Logarithmentafeln. Kepler zum ersten Mal mit dem Begriff "Durchschnitt". Kepler kam zu der Geschichte der projektiven Geometrie: das erste Mal führte er das wichtige Konzept der Unendlichkeit. Er führte auch das Konzept der Focalkegelschnitt und als der projektiven Transformationen der Kegelschnitte, einschließlich das Ändern ihrer Art - zum Beispiel verwandeln die Ellipse in eine Hyperbel.

Astronomie



Der zweite Hauptsatz der schraffierten Flächen Keplers sind gleich und werden über die gleiche Zeit verging Öffnen Kepler drei Gesetze der Planetenbewegung

in vollem Umfang und mit hoher Genauigkeit erklärt die scheinbare Unregelmäßigkeiten der Bewegungen. Statt vieler falsche Epizyklen Keplers Modell umfasst nur eine einzige Kurve - eine Ellipse. Das zweite Gesetz festgelegt, wie die Geschwindigkeit des Planeten, wenn Sie oder entfernen Annäherung an die Sonne, und die dritte ermöglicht es Ihnen, diese Rate und der Zeit der Revolution um die Sonne berechnen. Kepler als "Kepler-Gleichung" in der Astronomie verwendet, um die Position von Himmelskörpern zu bestimmen abgeleitet. Die Gesetze der Planetenbewegung Kinematik, offene Kepler, Newton diente später als Grundlage für eine Theorie der Gravitation. Newton bewies mathematisch, dass alle von den Keplerschen Gesetzen Folgen der Gesetze der Schwerkraft sind. Keplers Ansichten über die Struktur des Universums jenseits des Sonnensystems entstanden aus seiner mystischen Philosophie. So glaubte er noch, und der Umfang der Sterne als die Grenze des Friedens. Wenn die Anzahl der Sterne ist unendlich, dann in jede Richtung schauen kam zu einem Stern am Himmel, und es gäbe keine dunklen Flecken werden: In der Unendlichkeit des Universums, hat Kepler nicht in dem Argument vorgeschlagen (1610), die später bekannt als die photometrische paradox zu glauben. Streng genommen, behauptet das System der Welt Kepler nicht nur auf die Gesetze der Planetenbewegung zu identifizieren, sondern auch vieles mehr. Auch die Pythagoreer, Kepler die Implementierung eines numerischen Welt der Harmonie, sowohl musikalisch als auch geometrische als wäre die Offenlegung der Struktur dieser Harmonie geben Antworten auf die tiefsten Fragen: "Ich fand, dass alle Himmelskörper Bewegungen, sowohl in ihrer Gesamtheit und in allen Einzelfällen, mit der allgemeinen Harmonie durchdrungen sind - wenn auch nicht der, den ich erwartet hatte, aber noch perfekt." Zum Beispiel, Kepler erklärt warum die Planeten sechs sind (damals nur sechs bekannten Planeten im Sonnensystem), und sie sind im Raum so, wie in keinem anderen Weg gelegt haben: es stellt sich heraus, sind die Bahnen der Planeten in der regulären Polyeder eingetragen. Es ist interessant, dass auf der Grundlage dieser Überlegungen, unwissenschaftlich, Kepler die Existenz von zwei Satelliten des Mars und der Zwischenschicht Planeten zwischen Mars und Jupiter vorhergesagt.

Keplers Gesetze kombinieren die Klarheit, Einfachheit und die Rechenleistung, sondern eine mystische Form seines Weltsystems gründlich Unordnung wahre Wesen der großen Entdeckungen von Kepler.

Kepler war der Autor des ersten umfassenden (drei Bände) kopernikanischen Astronomie-Präsentation (**Epitome astronomia Copernicanae, 1617-1622**), die sofort geehrt hat, die sich "Index der verbotenen Bücher." hat. In diesem Buch, seinem inklusiven Hauptwerk gab Kepler eine Beschreibung seiner Entdeckungen in der Astronomie. Im Sommer 1627 nach 22 Jahren hat Kepler

Papiere veröffentlicht (auf eigene Kosten) astronomische Tabellen veröffentlicht, die zu Ehren des Kaisers "Rudolf" benannt haben. Die Nachfrage nach ihnen war riesig, als alle bisherigen Tabellen lange mit den Beobachtungen anderer Meinung sind. Es ist auch wichtig, dass die Arbeit zum ersten Mal eine praktische Tabelle mit Logarithmen berechnet werden . Kepler-Tische waren Astronomen und Seefahrer bis zum Beginn des XIX Jahrhunderts.

Ein Jahr nach Keplers Tod beobachtete Gassendi die vorhergesagte ihrer Passage über die Sonnenscheibe von Mercury. Im Jahr 1665 hatte der italienische Physiker und Astronom Giovanni Alfonso Borelli ein Buch, in dem die Keplerschen Gesetze gelten für Galileo-Satelliten des Jupiter öffentlich veröffentlicht wurden.

Physik

Es war Kepler in der Physik den Begriff Trägheit als angeborene Eigenschaft der Körper, um die aufgebrachte äußere Kraft zu widerstehen. Jeder Körper, der keine andere Handlung des Körpers ist bei Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung ist: Zur gleichen Zeit, er, wie Galileo, in eine klare Form der ersten Gesetz der Mechanik formuliert.

Kepler kam nah an das Gesetz der Schwerkraft Eröffnung, obwohl sie nicht versuchen, es mathematisch auszudrücken. Er schrieb in seinem Buch "The New Astronomy", die in der Natur eine exists "gegenseitige körperliche Begierde ähnlich (bezogen) Stellen für die Einheit oder Union." Die Quelle dieser Kraft, seiner Meinung nach, ist der Magnetismus in Verbindung mit der Rotation der Sonne und die Planeten um die eigene Achse.

Optics

Tiefes Eindringen in die Gesetze der Optik führte Kepler zu der Regelung Teleskop-Fernrohr (Kepler-Teleskop) im Jahr 1613 durch Christoph Scheiner gemacht. Durch den 1640 s solcher Rohre in weniger als perfekt Astronomie-Teleskop von Galileo ersetzt.

Fragen zum Text:

1. Welche Hauptdeckungen hat Kepler gemacht?
2. Welche drei Gesetze der Planetenbewegung hat er geöffnet?
3. Was hat in dem Buch "New fester Geometrie der Weinfässer" (1615) beschrieben?
4. Was ist Teleskop-Fernrohr (Kepler-Teleskop)?

Übung 1. Übersetzt den Text ins Usbekische!

Übung 2. Findet Adjektive und schreibt in die Hefte !

Übung 3. Findet die Hauptgedanke des Textes ?

Galileo Galilei



Porträt von Galileo Galilei

Galileo Galilei (Italiener Galileo Galilei, 15. Februar 1564, Pisa - 8. Januar 1642, Arcetri) ist der italienische Physiker, Ingenieur, Astronom, Philosoph und Mathematiker, hatte einen erheblichen Einfluss auf die Wissenschaft seiner Zeit. Verwendete er erstmals ein Teleskop zu beobachten Himmelskörper und machte eine Reihe von herausragenden astronomischen Entdeckungen.

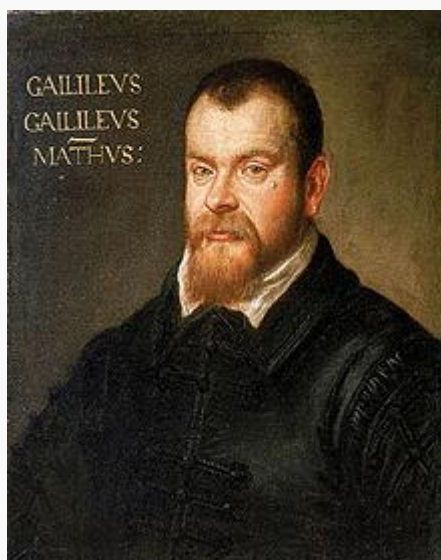
Galileo ist der Begründer der experimentellen Physik. Seine Experimente, er überzeugend widerlegt die spekulative Metaphysik des Aristoteles, und legte den Grundstein der klassischen Mechanik. Galileo wurde 1564 in der italienischen Stadt Pisa, der Sohn von gut , aber verarmten Adligen Vincenzo Galilei, ein prominenter Theoretiker der Musik-und Lautenspieler geboren. Der vollständige Name des Galileo Galilei: Galileo di Vincenzo de Bonayuti Galileo (italienisch: Galileo di Vincenzo Bonaiuti de 'Galilei.) Die Vertreter der Galiläer sind in den Dokumenten aus dem XIV. Jahrhundert erwähnt. Mehrere seiner direkten Vorfahren waren Priors (Mitglieder des regierenden Rates) der Republik Florenz, und Urgroßvater von Galileo, ein berühmter Arzt, auch trug den Namen Galileo, im Jahr 1445 wurde er Leiter der Republik gewählt. In der Familie von Vincenzo Galilei und Giulia Ammannati hatte sechs Kinder, aber geschafft, vier überleben:

Galileo (die älteste von den Kindern), die Töchter von Virginia, Libyen und der jüngste Sohn von Michelangelo, der später wurde auch bekannt als Komponist, Lautenist. Im Jahr 1572 zog Vincenzo nach Florenz, der Hauptstadt des Herzogtums Toskana. Die herrschende Dynastie der Medizin wurde es zu einer breiten und dauerhaften Schutz der Künste und Wissenschaften bekannt.

Galileos Kindheit wissen wir wenig. Von einem frühen Alter wurde der Junge zur Kunst gezogen, durch die er sein Leben lang die Liebe zur Musik und Malerei, die in Perfektion besessen durchgeführt. Die Grundschule Galileo war in einem nahe gelegenen Kloster Vallombroza. Der Junge liebte zu lernen und sich zu einem der besten Schüler in der Klasse. Er wog die Möglichkeit, Priester zu werden, aber sein Vater war dagegen. Im Jahr 1581, eine 17-jährige Galileo auf Drängen seines Vaters trat er in die Universität von Pisa, um Medizin zu studieren. An der Universität besuchte Galileo auch Vorlesungen über Geometrie (in der Mathematik, bevor er völlig fremd war), und so weg von dieser Wissenschaft durchgeführt, dass sein Vater begann zu fürchten, als wenn es nicht verhindern, dass das Studium der Medizin.

Mathematik

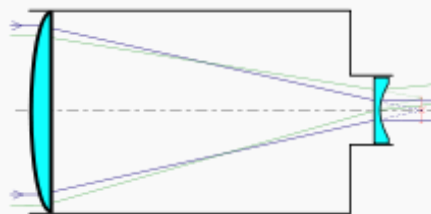
In die Universität von Pisa begann er die unabhängige Forschung auf die Mechanik und Mathematik zu führen. Im Bewusstsein der Bedeutung des mathematischen Wissens und deren Nutzung zu anderen wichtigen wissenschaftlichen, sind wir zurückhaltend Abbildungen, auch in der Suche nach einem würdigen Kandidaten. Derzeit, so der Wunsch, den Ort, Herr Galileo, ein ehemaliger Professor in Pisa, die einen sehr guten Ruf genießt und das zu Recht für die meisten versiert in den mathematischen Wissenschaften anerkannt zu nehmen. Daher freuen wir uns, ihm einen Lehrstuhl für Mathematik für vier Jahre mit 180 Gulden Jahresgehalt.



Domenico Tintoretto Statue von Galileo in Bildhauer Kotodi (1839) Florenz

Der Grund für die neue Etappe in der Erforschung von Galileo war die Entstehung im Jahre 1604 von einem neuen Stern, heute Keplers Supernova. Es weckt öffentliches Interesse an der Astronomie, Galileo und steht mit dem Zyklus der privaten Vorlesungen. Nachdem über die Erfindung des Fernrohrs in Holland, Galileo im Jahr 1609 gelernt, konstruiert seine eigene erste Teleskop und sendet sie an den Himmel.

Gerät Teleskop – Galileo



Galileo-Teleskop zeigt eine venezianische Doge (Fresco J. Bertini)

Seine ersten Entdeckungen mit dem Fernrohr, beschrieben Galileo in dem Buch "Star Gazette" (lateinisch Sidereus Nuncius), in Florenz im Jahre 1610 veröffentlicht. Das Buch war ein sensationeller Erfolg in ganz Europa, auch die gekrönten Häupter Eilauftrag ein Teleskop Galileo ist Europas berühmteste Wissenschaftler in seiner Ehre zu Oden, wo es mit Kolumbus verglichen wird, zu komponieren. Nur einmal, kurz vor seinem Tod (März 1638), ließ die Inquisition die Blinde und stark Krankenstand Galiläa und sich Arcetri in Florenz für die Behandlung. Zur gleichen Zeit war er in der Angst vor Gefängnis ist verboten, hinauszugehen und zu diskutieren "verdammte Meinung" auf der Bewegung der Erde. Doch ein paar Monate später, nach den Niederlanden Ausgabe von "Conversations..." wurde die Resolution zurückgezogen, und ordnete die Wissenschaftler zu Arcetri zurückkehren. Galileo war im Begriff, die weiterhin "Gespräche...", schrieb zwei weitere Kapitel, aber bevor er seinen Plan zu erfüllen.

Galileo starb am 8. Januar 1642, einen 78-jährigen Lebens, in seinem

Bett. Papst Urban verbot Bestattung in der Familiengruft der Galileo-Basilika von Santa Croce in Florenz. Er wurde ohne Auszeichnung in Arcetri begraben, ein Denkmal zu setzen Papst auch nicht erlaubt. Die jüngste Tochter, Libyen, starb im Kloster. Später, der einzige Enkel von Galileo auch, wurde Mönch und verbrannte es behielt seine wertvollen Handschriften des Wissenschaftlers als gottlos. Er war der letzte Vertreter der Galileischen Typ. Von 1979 bis 1981 auf Initiative von Papst Johannes Paul II. war eine Auftragsarbeit für die Rehabilitation von Galileo und 31. Oktober 1992, Papst Johannes Paul II. offiziell eingeräumt, dass die Inquisition im Jahre 1633 einen Fehler gemacht, einen Wissenschaftler zu zwingen, die kopernikanische Theorie zu verzichten.

Wissenschaftliche Leistungen

Galileo gilt als der Begründer der nicht nur experimentell, sondern - wesentlich - und der theoretischen Physik. In seiner wissenschaftlichen Methode, dachte er bewusst Experiment mit seiner rationalen Reflexion und Verallgemeinerung kombiniert und persönlich gab eindrucksvolle Beispiele für solche Studien. Manchmal wegen des Mangels an wissenschaftlichen Daten Galileo war falsch (zum Beispiel in der Form der Planetenbahnen, die Natur der Kometen, oder die Gründe für die Ebbe und Flut), aber in den meisten Fällen seine Methode führte zum Ziel. Bezeichnenderweise machte Kepler, mit mehr vollständige und genaue Daten über Galileo die richtigen Schlüsse in jenen Fällen, wo Galileo war falsch.

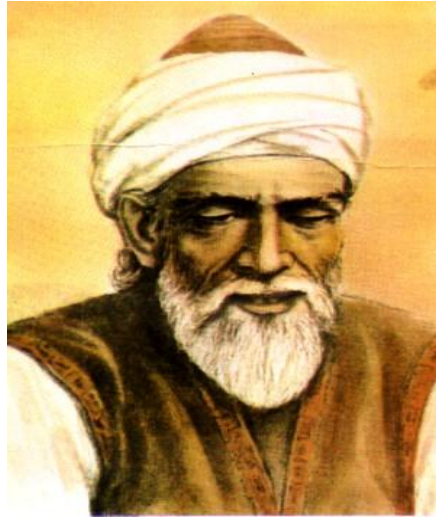
Galileo das letzte Werk über die Grundlagen der Mechanik Physik und Mechanik studierte in den Jahren von den Schriften des Aristoteles, die metaphysische Argumente über "Ursachen" der natürlichen Prozesse enthalten sind. Insbesondere erklärte Die Milchstraße, die mit dem bloßen Auge als ein kontinuierliches Leuchten aussieht, in einzelne Sterne gespalten (die die Vermutung von Demokrit bestätigt), und hat schon eine enorme Menge an bisher unbekannte Sterne. In der "Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme," Galileo ausführlich zu begründen (durch den Mund des Charakters Salviati), warum er das kopernikanische System bevorzugt, anstatt Ptolemäus. So bleibt es zwischen zwei Systemen der Welt zu wählen: die Sonne (die Planeten) umkreist die Erde oder die Erde dreht sich um die Sonne. Das beobachtete Muster der Bewegungen der Planeten in Galileo erklärt, warum die Erdachse nicht dreht, wenn Sie die Erde um die Sonne wenden, um dieses Phänomen zu erklären Kopernikus wurde eine spezielle "dritten Satz" der Erde.

Fragen zum Text:

1. Wann und wo wurde Galileo geboren?
2. Welche wissenschaftliche Leistungen hatte Galileo?
3. In welchem Buch hat Galileo seine ersten Entdeckungen mit dem Fernrohr beschrieben?
4. Wie war der vollständige Name von Galileo Galilei?

Übung 1. Findet im Text die Sätze, die Galileo Galileis wissenschaftliche Leistungen beschrieben wurden !

Abu l-Wafa



Abu l-Wafa, vollständiger Name Abu l-Wafa Muhammad ibn Muhammad ibn Yahya ibn Isma'il ibn al-'Abbas al-Buzdschani / أبو الوفا محمد بن محمد بن يحيى بن إسماعيل / بن العباس البوزجاني / Abū l-Wafā Muḥammad bin Muḥammad bin Yaḥyā bin Ismā'īl bin al-Abbās al-Būzǧān, (* 10. Juni 940 in Buzjan, nahe Dscham in der ostiranischen Region Chorasān; † 15. Juli 998 in Bagdad) war ein herausragender persischer Mathematiker und Astronom des Mittelalters, welcher mehrere Bücher über angewandte Mathematik schrieb, verschiedene bedeutende trigonometrische Entdeckungen machte und mittlerweile verloren gegangene Kommentare zu den Werken von Euklid, Diophant von Alexandrien und al-Chwarizmi verfasste.

Biographie

Abu'l-Wafa wuchs zur Zeit der Machtübernahme durch die Buyiden-Dynastie (herrschte im westlichen Iran und Irak von 945 bis 1055) auf und wirkte zu ihrer Hochzeit unter der Regentschaft von Adud ad-Daula (reg. 949–983). Dieser war ein großer Förderer der Kunst und der Wissenschaften und zog neben Abu'l-Wafa noch andere herausragende Gelehrte, wie die Mathematiker Abu Sahl al-Quhi and as-Sidschzi, an seinen Hof nach Bagdad. Auch unter seinem Sohn, dem nachfolgenden Emir Scharaf ad-Daula, arbeitete al-Wafa in Bagdad und war dort neben al-Quhi am 988 fertiggestellten Observatorium beteiligt. Unter den Instrumenten befanden sich unter anderem ein mehr als 6 Meter langer Quadrant und ein Sextant aus Stein mit über 18 Metern Länge. Damit war es Abu l-Wafa möglich, neben vielen anderen astronomischen Beobachtungen, die Neigung der Ekliptik, die Länge der Jahreszeiten und den Längengrad Bagdads zu bestimmen. Nach dem Tod Scharaf ad-Daulas wurde das Observatorium aber umgehend wieder geschlossen. Al-Wafa arbeitete auch mit al-Biruni in

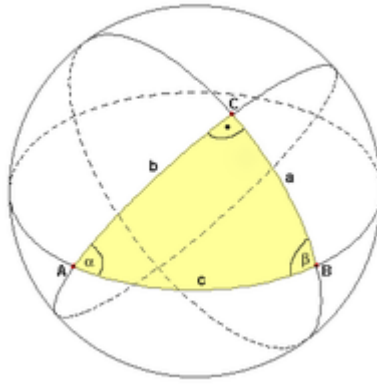
Choresmien zusammen, um aus der simultanen Beobachtung der Mondfinsternis am 24. Mai 997 die Differenz der Längengrade der beiden Orte exakter zu bestimmen. Entgegen gelegentlicher Behauptungen hat er aber nicht die Unregelmäßigkeiten der Mondumlaufbahn entdeckt.

Werke

Am bekanntesten ist Abu l-Wafa aber für den ersten Gebrauch der Tangensfunktion, und für die Erstellung von Tabellen für die sechs trigonometrischen Funktionen in 15'-Intervallen (entspricht einem Viertel Grad). Die angegebenen Werte sind auf acht Dezimalstellen genau (zum Vergleich: Ptolemäus' Werte waren nur auf drei Nachkommastellen exakt). Er führte auch die Funktionen des Sekans und Kosekans ein, und nahm moderne mathematische Entwicklungen vorweg, als er vorschlug die trigonometrischen Funktionen über den Einheitskreis zu definieren. Diese Ausarbeitungen wurden von al-Wafa im Rahmen seiner Untersuchung der Mondumlaufbahn vorgenommen. In den Jahren nach 961 verfasste al-Wafa ein Mathematiklehrbuch für Schriftgelehrte und Geschäftsleute, das *Kitāb fī mā yaḥtağ ilayhi al-kuttāb wa'l-'ummāl min 'ilm al-ḥisāb* („Buch über das, was notwendig ist aus der Wissenschaft der Arithmetik zu kennen, für Schriftgelehrte und Geschäftsleute“). Obwohl al-Wafa ein Experte im Gebrauch indischer Ziffern war, schrieb er in diesem Buch alle Zahlen in Worten aus, die Berechnungen müssen also im Kopf nachvollzogen werden. Dies war zu jener Zeit durchaus noch üblich, da unter dem angezieltem Personenkreis die Verwendung der indischen Ziffern, bei uns heute zumeist arabische Ziffern genannt, noch lange Zeit nicht in Gebrauch war.

Al-Wafa schrieb nach 990 ein weiteres Anwendungsbuch für den Praktiker, das *Kitāb fī mā yaḥtağ ilayhi aṣ-ṣāni min al-amāl al-handasiyya* („Buch über das, was notwendig ist von den geometrischen Konstruktionen zu kennen, für Handwerker“). Unter vielem anderen handelt es von der Konstruktion rechter Winkel, Konstruktion von Parabeln und regelmäßigen Polygonen. Dabei versucht al-Wafa weitgehend mit Lineal und (einem fest eingestellten) Zirkel auszukommen. Für nicht konstruierbare Probleme, wie zum Beispiel die Dreiteilung des Winkels, das zu den klassischen Problemen der antiken Mathematik gehört, gibt er Näherungsverfahren an.

In einem weiteren Werk, dem *Kitab al-Kamil* (Komplette Buch), präsentiert al-Wafa eine vereinfachte Version von Ptolemäus' *Almagest*, aus dem viele spätere Astronomen die Observationsdaten entnommen und für eigene Berechnungen genutzt haben.



Rechtwinkliges Dreieck auf einer Kugel

Al-Wafa vereinfachte die antiken Methoden der sphärischen Trigonometrie und bewies das Sinusgesetz für allgemeine sphärische Dreiecke:

$$\frac{\sin(A)}{\sin(a)} = \frac{\sin(B)}{\sin(b)} = \frac{\sin(C)}{\sin(c)}$$

Daneben etablierte er verschiedene trigonometrische Identitäten, wie zum Beispiel:

$$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$$

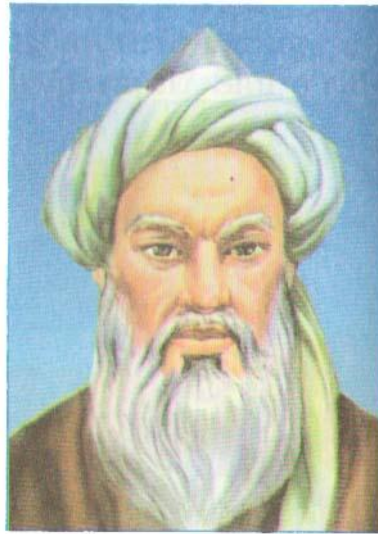
Fragen zum Text:

1. Wie ist vollständiger Name Al-Wafa?
2. Wer war Al-Wafa?
3. Welche Entdeckungen hat er auf dem Gebiet der Mathematik gemacht?
4. In welchem Jahrhundert lebte Al-Wafa?
5. Mit wem arbeitete er in Choresm?
6. Was bestimmte Al-Wafa am 24. Mai 997?
7. Welche Werke hat er geschrieben?

Übung 1. Übersetzt den Text ins Usbekische !

Übung 2. Findet Synonyme und Antonyme im Text !

Abu r-Raihan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni



Abu r-Raihan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni (arabisch أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني, DMG *Abū 'r-Raiḥān Muḥammad b. Aḥmad al-Bīrūnī*; persisch auch nur kurz ابوریحان بیرونی, *Abū Raiḥān Bīrūnī*; * 4. September 973 in der damaligen choresmischen Hauptstadt Kath (unweit des heutigen Xiva); † 9. Dezember 1048 in Ghazna (heute Afghanistan)) war ein muslimischer Universalgelehrter, Mathematiker, Kartograf, Astronom, Astrologe, Philosoph, Pharmakologe, Forschungsreisender, Historiker und Übersetzer choresmischer Herkunft aus Zentralasien.

Leben und Werk

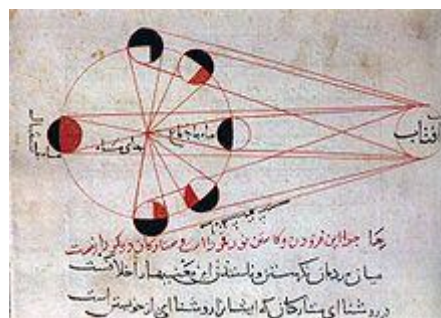


Illustration einer Mondfinsternis aus dem *Kitab at-Tafhim*

Die ersten 20 Jahre lebte Biruni in Choresm, wo er schon in jungen Jahren von dem Gelehrten Abu Nasr Mansur ibn Iraq ausgebildet wurde. Als die von Kath aus herrschende Afrighiden-Dynastie, welcher Biruni nahe stand, 995 von den

Mamuniden aus Gurgandsch gestürzt wurde, verließ er das Land und ging an den Hof des Samaniden Mansur II. nach Buchara. Hier wirkte zu dieser Zeit auch der vor allem als Mediziner bekannte Ibn Sina, mit dem Biruni viele Jahre lang zusammenarbeitete. 998 zog er nach Tabaristan und lebte am Hof des Ziyariden Qabus, bevor er in seine Heimat zurückkehrte und sieben Jahre lang zum Gurgandscher Gelehrtenkreis um den Choresm-Schah Mamun II. gehörte. Offenbar hatte er zuvor mit den Mamuniden Frieden geschlossen und die Beobachtung einer Mondfinsternis am 24. Mai 997 in Kath zeigt, dass er Choresm schon eher wieder besucht hatte. Biruni hatte damals mit Abu'l-Wafa verabredet, dass dieser das Ereignis in Bagdad beobachtet; durch einen Vergleich der notierten Eintrittszeiten des Erdschattens konnten sie die Differenz in den geographischen Längen von Kath und Bagdad bestimmen. Biruni beschäftigte sich in dieser Zeit mit Astronomie, Chronologie und Kartografie.

1017 eroberte der Ghaznawidensultan Mahmud von Ghazni Choresm und nahm Biruni, Abu Nasr Mansur und Andere als seine Gefangenen mit nach Ghazna. In der Folgezeit erhielt Biruni von Mahmud finanzielle Zuwendungen für astronomische Aufgaben. Die Beobachtung einer Sonnenfinsternis am 8. April 1019 in Laghman nördlich von Kabul zeigt, dass er sich zumindest im Herrschaftsbereich Mahmuds frei bewegen konnte. Er bestimmte auch die genaue geographische Breite von Kath. Ab 1022 beherrschte Mahmud Teile von Nordindien. Al-Biruni begleitete ihn auf diesen Feldzügen. Er war der erste islamische Wissenschaftler, der sich mit der brahmanischen Wissenschaft beschäftigte und darüber im ***Kitab al-Hind*** umfassend berichtete. Er übersetzte zahlreiche arabische und griechische Werke ins Sanskrit, darunter die Elemente des Euklid. 1023 ermittelte er mit einem von ihm erfundenen neuen Messverfahren den Radius der Erdkugel zu 6339,6 km. Der Radius am Äquator der Erde beträgt tatsächlich 6378,1 Kilometer. Somit errechnete Biruni den Radius der Erde am Ufer des Kabulflusses – damals Indus genannt – mit 6339,6 km ziemlich genau. Abu Raihan Muhammad al-Biruni konstruierte das erste Pyknometer. Damit bestimmte er die Dichte (spezifische Gewicht) von Elementen.

Ehrungen

Eine moderne Stadt im Bereich von al-Birunis Geburtsort wurde 1958 ihm zu Ehren in Beruniy umbenannt. Die Universität Schiraz benannte ihr astronomisches Observatorium ***Abu Reihan Observatory***. Die Internationale Astronomische Union (IAU) ehrt ihn mit dem Mondkrater Al-Biruni.

Schriften

Al-Biruni schrieb etwa 146 Bücher mit geschätzten 13000 Seiten Umfang und tauschte sich mit Kollegen wie Avicenna (Ibn Sina) per Briefverkehr aus. Etwa ein Fünftel seines Werkes ist erhalten geblieben, darunter:

- ***al-Qanun al-Mas'udi***, ein Sultan Masud I. von Ghazni gewidmetes Handbuch der Astronomie
- „Buch der Unterweisung in die Anfänge der Kunst der Sterndeutung“
- Pharmakognosie, ein alphabetisches Verzeichnis von Heilpflanzen und Nahrungsmitteln
- ***Kitab al-Dschamahir fi ma'rifat al-dschawahir***, ein Buch über Mineralien
- ***Kitab Tahdid nihayat al-amakin li-tashih masafat al-masakin***, ein Buch über Geodäsie
- ***Kitab Tarich al-Hind***, ein Buch zur Geschichte Indiens
- ***Kitab al-Athar al-baqiya an al-qurun al-chaliya*** („Buch der Hinterlassenschaften früherer Jahrhunderte“), ein dem Ziyariden Qabus gewidmetes Geschichtswerk (entstanden um 1000)

Fragen zum Text:

1. Wer war Al-Biruni?
2. Wo verbrachte er seine Jugendjahre?
3. Von welchem Gelehrten wurde Al-Biruni?
4. Wo lebte er 998?
5. Wieviel Buecher hat der Gelehrte geschrieben?
6. Wo und wann wurde Al-Biruni gestorben?

Übung 1. Findet die Adjektive im Text !

Übung 2. Findet die Präpositionen im Dat. und Akk. !



**Muhammad ibn Ismā'īl ibn Ibrāhīm
ibn al-Mughīra al-Buchārī al-Dschufī**



Muhammad ibn Ismā'īl ibn Ibrāhīm ibn al-Mughīra al-Buchārī al-Dschufī, محمد بن إسماعيل بن إبراهيم بن المغيرة البخاري / *Muḥammad b. Ismā'īl b. Ibrāhīm b. al-Muḡīra al-Buḥārī al-Ġufī*, bekannt nach seinem Geburtsort unter dem Namen al-Buchārī (* 21. Juli 810 in Buchārā; † 870 in Chartang bei Samarkand, heute Usbekistan), war ein bedeutender islamischer Gelehrter.

Leben

Al-Buchārī entstammte einer wohlhabenden Familie. Sein Urgroßvater, so al-Mizzī und adh-Dhahabī in ihren Gelehrtenbiographien, trug noch den persischen Namen Ibn Badhdizbah, Var. Bardizbah in der arabischen Bedeutung von „zarrā“ (Ackerbauer). Sein Urgroßvater al-Mughīra war noch Zoroastrier und nahm den Islam unter dem Gouverneur von Buchārā an.

Al-Buchārī genoss arabisch-islamische Erziehung und begann sehr früh mit dem Studium der Hadith-Wissenschaften und anderer Wissenschaftsdisziplinen. Im Alter von 16 Jahren begab er sich mit seiner Mutter und seinem Bruder auf die Pilgerfahrt und studierte anschließend bei Gelehrten von Mekka und Medina. Nach 16-jähriger Studienreise, unter anderem in Basra, Kufa, Syrien und Ägypten, kehrte er nach Nischapur zurück. Er soll, eigenen Angaben zufolge, bei über tausend Gelehrten seiner Zeit studiert haben. Zwar vertrat al-Buchārī die offizielle Lehrmeinung über die Unerschaffenheit des Korans, übertrug diesen theologischen Grundsatz aber nicht auf die Rezitation desselben durch den Menschen. Die Rezitation, das **Aussprechen** von Gottes Wort durch den Menschen ist al-Buchārīs Ansicht nach erschaffen, d. h. ein Produkt des Menschen. Aus diesem Grunde musste er die Stadt verlassen und nach Buchārā zurückkehren, um dort seinen Lehrbetrieb in der Hauptmoschee aufzunehmen.

Nachdem er dem Wunsch des Stadtgouverneurs nicht nachkam, dessen Kindern in seinem Haus Privatunterricht zu erteilen, wurde er nach Chartank verbannt, wo er im Kreis von Verwandten seinen Lebensabend verbrachte.



Mausoleum von **Muhammad al-Buchārī**, unweit Samarkand , Usbekistan

Werke

Al-Dschāmi as-sahīh / الجامع الصحيح / *al-Ğāmiu ṣ-ṣaḥīḥ* /, Sammlung authentischer Traditionen‘;

Der „Sahīh“ ist das Hauptwerk al-Buchārīs, an dem er über sechzehn Jahre gearbeitet haben soll und das seinen Ruhm in der gesamten islamischen Welt begründete. Angeblich soll er aus 600.000 Hadithen rund 2.800 – ohne Wiederholungen im Werk – nach den strengsten Kriterien der Traditionskritik ausgesucht haben, um sie als „Sahīh“ in seine Sammlung aufzunehmen. Das Werk steht an erster Stelle der sechs sunnitischen kanonischen Hadith-Sammlungen.

Bis heute genießt seine Hadith-Sammlung im sunnitischen Islam höchste Autorität. Sie enthält 97 Bücher, die vom vierten Kapitel an entsprechend dem Aufbau der Fiqh-Bücher thematisch geordnet sind (musannaf) und das traditionelle religiöse Weltbild seiner Zeit reflektieren. In den ersten drei Kapiteln werden andere Themenbereiche abgehandelt: Beginn der Offenbarung, Fragen des Glaubens und die Vorzüge der Wissenschaften. Sie beinhalten auch Traditionen über die Koranexegese, über gute Sitten und Traumdeutung, über die Bürgerkriege, über die Vorzüge von Mohammeds Gefährten und über die Lehre vom Tauhid.

Das Hauptziel des Werkes war, allen Themenbereichen der islamischen Jurisprudenz durch authentische Hadithe eine Stütze zu verschaffen und dem Leser die Möglichkeit zu bieten, widerstreitende Thesen der Rechtsschulen durch die Hadithbelege zu klären. Der Verfasser dieser Traditionssammlung ergänzt die Hadithe nicht selten mit seinen eigenen Glossen, die indes, nach den strengen Regeln der Hadith-Literatur, vom Wortlaut des Hadith getrennt sind, um die Inhalte etymologisch, syntaktisch und lexikalisch zu erörtern.

Die Hadith-Sammlung verbreitete sich im islamischen Osten durch die von den unmittelbaren Schülern al-Buchārīs hergestellten Abschriften rasch. In Nordafrika und in al-Andalus findet das Werk hingegen erst in der zweiten Hälfte des 10. Jahrhunderts erstmalig Erwähnung.

Es gibt in der islamischen, religiösen Literatur kaum ein zweites Buch, dem die muslimische Nachwelt – bis in die Gegenwart hinein – so viel Aufmerksamkeit und Interesse gewidmet hätte wie dem Lebenswerk al-Bucharis. Während das Buch bei Bucharis Zeitgenossen kein besonderes Ansehen unter den Hadith-Sammlungen genoss, wurde bald darauf sein überragender Rang anerkannt, und im 10. Jahrhundert wurde es zusammen mit dem gleichnamigen Werk von Muslim ibn al-Haddschadsch an die Spitze der sunnitischen Überlieferungen gestellt. Seit dieser Zeit wurde es vom Großteil der Sunniten als wichtigstes Werk nach dem Koran angesehen, obwohl ihm im Westen teilweise der „Sahīh“ von Muslim vorgezogen wurde.

Anfang der Ausgabe Bulak 1893-1894 Randvermerken von al-Yunini

Al-Buchārīs „Sahīh“ ist im 9. und 10. Jahrhundert in den Gelehrtenzirkeln der islamischen Welt vor allem durch vier bekannte Überlieferungsvarianten unterrichtet und durch neue Abschriften verbreitet worden. Der im Jahre 1302 verstorbene ägyptische Gelehrte Alī ibn Muhammad al-Yunīnī fertigte anhand der zuverlässigsten Abschriften – darunter war auch eine Abschrift von Ibn Asākir – sein Exemplar an, das in der Folgezeit als die grundlegende Redaktion des „Sahih“ betrachtet wurde.

Al-Yunīnī hat die Textvarianten und Interpolationen der von ihm verwendeten Abschriften in seinem Exemplar mit erstaunlicher Akribie dokumentiert und dabei einen der bedeutendsten Grammatiker seiner Zeit Ibn Mālik († 1274) als Fachmann zu Rate gezogen. Auf das Exemplar von al-Yunīnī geht die wohl bekannteste Druckausgabe des „Sahīh“, die berühmte „at-taba as-sultāniyya“ الطبعة السلطانية / *aṭ-ṭabatu s-sulṭāniyya* aus dem Jahre 1893–1894 (Kairo, Bulaq) zurück, die von der Thesaurus Islamicus Foundation in Liechtenstein im Jahre 2001 in einer Faksimileausgabe neu aufgelegt wurde.

Spätere Generationen schrieben sowohl kommentierende als auch kritische Werke zum „Sahīh“. Man warf al-Buchārī unter anderem vor, juristische,

historische und philologische Schriften seiner Vorgänger wahllos ausgewertet und undifferenziert übernommen zu haben; man warf ihm sogar eine Art „Imitationskrankheit“ vor: siehe Lit. Fuat Sezgin (1967). Etwa einem Viertel des „Sahīh“ fehlen die vollständigen Isnade; damit erweist sich al-Buchari – so Sezgin – „nicht als der Traditionsgelehrte, der, wie Leone Caetani (*Annali dell'Islam* I, 15) behauptet, den Isnad zur Vollkommenheit entwickelte, sondern als der erste, mit dem er in Verfall geriet.“ Die arabische Übersetzung des Werkes von Fuat Sezgin, der 1978 als erster den Preis für Islamwissenschaften der König-Faisal-Stiftung von Saudi-Arabien erhielt, enthält die obige Kritik am „Sahīh“ *nicht*, während sie in der Teilübersetzung des ersten Bandes (Kairo 1971, S. 307) noch berücksichtigt wurde.

Den bekanntesten und umfangreichsten Kommentar hat Ibn Hadschar al Asqalānī in dreizehn gedruckten Bänden (Kairo 1959) verfasst.

Der Orientalist Alphonse Mingana hat in seiner Studie (1936) die Geschichte der Werküberlieferung vom islamischen Osten bis nach al-Andalus dargestellt.^[10]

At-tarīḥ al-kabīr / al-awsat / as-saghīr / التاريخ الكبير, التاريخ الأوسط, التاريخ الصغير / at-tarīḥ al-kabīr / al-awsat / as-saghīr. d. h. die „große“ / „mittlere“ / und „kleine“ Geschichte sind drei Bücher, in denen al-Buchārī die „Geschichte“ d. h. die Vita von Traditionariern zusammengefasst und dabei seine eigene Meinung über ihre Glaubwürdigkeit als Vermittler von Aussagen des Propheten Mohammed (siehe: Hadith) hinzugefügt und seine eigene, später maßgebliche Terminologie der Hadithkritik definiert hat.

Al-adab al-mufrad / الأدب المفرد / al-adabul-mufrad / ‚Die einzigartigen, guten Sitten‘; Diese Hadith-Sammlung von insgesamt 1322 Hadithen beschränkt sich inhaltlich nur auf Traditionen mit moralisch-ethischen Ermahnungen. Der Verfasser greift dabei oft auf nicht glaubwürdige und „schwache“ Traditionarier zurück. Kitāb ad-duafā / كتاب الضعفاء / kitāb aḍ-ḍuafā / ‚Das Buch über die schwachen Traditionarier‘ auch Kitāb aḍ-ḍuafā as-ṣaghīr („Das kleine Buch über schwache Traditionarier“) genannt. In dieser Sammlung von insgesamt 422 Namen in alphabetischer Reihenfolge werden diejenigen Traditionarier genannt, die nach den Kriterien von al-Buchārī als „schwache“, das heißt unglaubwürdige Überlieferer von Hadithen zu betrachten sind. In diesem Buch führt der Verfasser eine neue, von ihm geprägte neue Terminologie ein: „Man schwieg sich über ihn aus“ sakatū an-hu / سكتوا عنه .

Fragen zum Text:

1. Aus welcher Familie stammte al-Buchārī?
2. Welche Erziehung genoss Al-Buchārī und begann er mit dem Studium der Hadith-Wissenschaften und anderer Wissenschaftsdisziplinen?
3. Welche Werke hat er geschrieben?



Abu Dscha'far Muhammad ibn Musa al-Chwarizmi

*Abu Dscha'far Muhammad ibn Musa al-Chwarizmi, Var. Chwarazmi, (arabisch أبو جعفر محمد بن موسى الخوارزمي, DMG Abū Ġafar Muḥammad b. Mūsā al-Ḥwārizmī, Var. al-Ḥwārazmī; * um 780; † zwischen 835 (?) und 850) war ein choresmischer Universalgelehrter, Mathematiker, Astronom und Geograph während der abbasidischen Blütezeit, der den größten Teil seines Lebens in Bagdad verbrachte und dort im „Haus der Weisheit“ tätig war. Von seinem Namen leitet sich der Begriff Algorithmus ab.***Inhaltsverzeichnis**

Leben

Das Geburts- und Todesjahr al-Chwarizmis sind nicht genau bekannt, doch der Bibliothekar Ibn an-Nadim schreibt über ihn, dass er choresmischer Herkunft war (*wa-aṣlu-hu min Ḥwārizm*). Er hat den größten Teil seines Lebens in Bagdad, der Hauptstadt der Abbasiden-Kalifen, verbracht. Sein hauptsächliches Wirken fiel in die Jahre 813 bis 833; er war Mitglied im **Haus der Weisheit (Dar al-Hikma)** des Kalifen Al-Ma'mun und verfasste alle seine Werke in arabischer Sprache. Als einziger schreibt ihm der Historiker al-Tabari zusätzlich die Nisba „al-Madschūsi“ zu. Daraus wird von einigen gefolgert, er sei Zoroastrier gewesen, was zu der Zeit für einen Mann iranischer Herkunft immer noch möglich war. Allerdings deutet das Vorwort zu seinem Meisterbuch **Algebra** an, dass er ein orthodoxer Muslim war, und so kann al-Tabaris Anmerkung nicht viel mehr bedeuten, als dass al-Chwarizmis Vorfahren, oder vielleicht er selbst in seiner Jugend, Zoroastrier waren.

Al-Chwarizmi gilt als einer der bedeutendsten Mathematiker, da er sich – anders als etwa Diophant von Alexandrien – nicht mit Zahlentheorie, sondern Algebra als elementarer Untersuchungsform beschäftigte. Auch leistete er bedeutende Beiträge als Geograph und Kartograph, dies auch durch Übersetzungen aus dem Sanskrit und dem Griechischen.

Werke über die Mathematik

Eine Seite aus al-Chwarizmis Kitāb al-muchtaṣar fī ḥisāb al-ğabr wa-l-muqābala.

In seinem Werk Kitāb al-Dscham wa-l-tafrīq bi-ḥisāb al-Hind („Über das Rechnen mit indischen Ziffern“, um 825) stellte al-Chwarizmi die Arbeit mit Dezimalzahlen vor und führte die Ziffer Null (arab.: sifr) aus dem indischen in das arabische Zahlensystem und damit in alle modernen Zahlensysteme ein. Die lateinische Fassung dieser Schrift trug den Titel Algorismi de... („Das Werk des Algorismus über...“). Daraus entstand die Bezeichnung „Algorithmus“, mit der generell genau definierte Rechenverfahren gemeint sind. Die arabische Urfassung dieses Buches ist verlorengegangen; es blieb nur in einer lateinischen Übersetzung erhalten.

Im Jahr 830 schloss er die Arbeit an dem Buch Kitāb al-muchtasar fi hisab al-dschabr wa-l-muqabala („Rechnen durch Ergänzung und Ausgleich“) ab. Es ist eine Zusammenstellung von Regeln und Beispielen. Sein – für die damalige Zeit ungewöhnliches – systematisch-logisches Vorgehen gab den Lösungsansätzen

linearer und quadratischer Gleichungen eine völlig neue Richtung, nämlich der geometrischen Bearbeitung dieser Gleichungen, was zu einer neuen Form von Verständnis für diese Aufgabenklasse führt. Diese „bildhafte“ Darstellung mathematischer Probleme macht das Thema nicht nur greifbarer, sondern führt zu einer Art der Erkenntnisgewinnung, welche für „Laien“ weitaus nachvollziehbarer ist. Die Leistung besteht also auch darin, dass er damit ein sehr effizientes mathematisches „Werkzeug“ geschaffen hat. Das Buch wurde vom 12. Jahrhundert an mehrfach ins Lateinische übersetzt; dabei wurde der Begriff „Algebra“ aus dem Titel dieses Werkes (*al-ğabr*) abgeleitet. Es hatte großen Einfluss auf die Mathematik im Vorderen Orient und dann auch auf die weitere Entwicklung im Westen.

Astronomie

Al-Chwarizmis *Zīj al-Sindhind* (Arabisch: زيج, „Astronomische Tabellen von Sind und Hind“) bestand aus ungefähr 37 Kapiteln, in denen er astronomische und Kalenderberechnungen beschrieb. Es enthielt 116 Berechnungstabellen, unter denen sich auch eine Tabelle mit Werten der Sinus-Funktion befand. Das Wissen, das al-Chwarizmi in dem Buch *Zīj* niederschrieb, übernahm er zum großen Teil von indischen Astronomen, worauf der Titel *Zīj al-Sindhind* verweist. Das Buch *Zīj* stellte einen enormen Wissensgewinn für die arabischen Astronomen dar.

Al-Chwarizmi verfasste das Buch *Zīj* vor dem Jahr 828. Die originale Handschrift ist verloren gegangen. Überliefert wurde eine um das Jahr 1000 entstandene Version des spanischen Astronomen Maslama ibn Ahmad al-Madschriti in lateinischer Übersetzung von Adelard von Bath. Die vier erhaltenen Manuskripte dieser Fassung werden in der Bibliothèque publique in Chartres, der Bibliothèque Mazarine in Paris, der spanischen Nationalbibliothek und der Bodleian Library in Oxford aufbewahrt.

Aufgrund der schlechten Überlieferung ist nicht sichergestellt, ob al-Chwarizmi nicht zwei verschiedene Bücher unter dem Titel *Zīj* verfasst hat.

Geografie

Ein weiteres Hauptwerk al-Chwarizmis ist das *Buch über das Bild der Erde* (كتاب صورة الأرض, *Kitāb Ṣūrat al-arḍ*), das er im Jahr 833 beendete. Es handelt sich um eine überarbeitete und erweiterte Fassung der Geografie Ptolemeus', die eine Liste von 2402 Koordinaten von Städten und anderen geografischen Orten

enthält. Es existiert nur eine erhaltene Kopie des Werks in der Bibliothèque nationale et universitaire de Strasbourg; editiert wurde es von Hans von Mžik (Leipzig 1926)

Weitere Publikationen

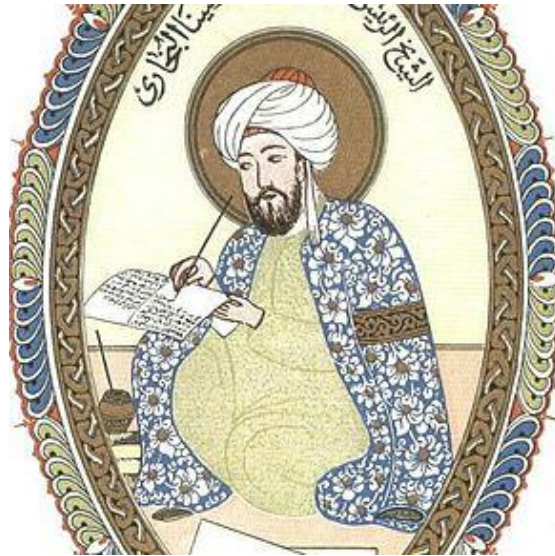
Al-Chwarizmi beschäftigte sich auch mit dem Jüdischen Kalender (Istichradsch Tarich al-Yahud), Kalendern allgemein (Kitab at-Tarich) und Sonnenuhren (Kitab ar-Ruchmat). Die von ihm erstellten trigonometrischen Tabellen hatten großen Einfluss auf die Entwicklung der westlichen Mathematik.

1983 wurde eine Briefmarke mit seinem Bildnis herausgegeben. In Chiwa (Usbekistan) wurde ihm zu Ehren ein Denkmal errichtet. In Tunesien trägt ein öffentliches Forschungsinstitut seinen Namen. Im Iran gibt es seit über 40 Jahren das „Festival Kharazmi“ (persisch: Dschaschnvare-ye Charazmi), in dem Preise für erfinderische Forschungen an Jugendliche vergeben werden. Auf der Mondrückseite ist ein Krater nach Al-Chwarizmi benannt.

Fragen zum Text:

1. Was schreibt der Bibliothekar Ibn an-Nadim über Al-Chwarizmi?
2. Wo hat er den größten Teil seines Lebens verbracht?
3. In welche Jahre fiel sein hauptsächliches Wirken?
4. In welcher Gemeinschaft war er Mitglied?
5. Welche Werke und weitere Publikationen hat Al-Chwarizmi geschrieben?
6. Welche Entdeckungen hat er auf dem Gebiet Mathematik, Astronomie und Geographie gemacht?

Avicenna



Personendaten

Name : Avicenna

Alternativnamen : Abu Ali Sina (Persisch); Abū Alī al-Husayn ibn Abdullāh ibn Sīnā; Abu Ali Hussein ibn Sina-e Balkhi

Kurzbeschreibung: persischer Arzt, Philosoph, Theologe, Physiker, Mathematiker und Wissenschaftler

Geburtsdatum : 980

Geburtsort : Afschana bei Bukhara (damals Khorassan in Persien, heute Usbekistan)

Sterbedatum : Juni 1037

Sterbeort : Hamadan (heute Iran)

Abū Alī al-Husain ibn Abdullāh ibn Sīnā (arabisch أبو علي الحسين بن عبد الله بن سينا, DMG *Abū 'Alī b. al-Ḥusain b. 'Abdullāh b. Sīnā*; * um 980 in Afschāna bei Buchara; † Juni 1037 in Hamadan), latinisiert **Avicenna**, war ein persischer Arzt, Physiker, Philosoph, Jurist, Mathematiker, Astronom, Alchemist und Musiktheoretiker aus Chorasān in Zentralasien. Er zählt zu den berühmtesten Persönlichkeiten seiner Zeit und hat insbesondere die Geschichte und Entwicklung der modernen Medizin maßgeblich geprägt. Einige seiner philosophischen Ausarbeitungen wurden von späteren Mystikern des Sufismus rezipiert

Leben

Jugend und Ausbildung

Ibn Sinas Vater war ein aus der chorasanischen Stadt Balch stammender ismailitischer Steuereintreiber, der sich im Dorf Afschāna bei Buchara im persischen Samanidenreich niederließ und dort Ibn Sinas Mutter Setāra heiratete. Ibn Sina und ein Bruder wurden in Afschāna geboren, anschließend zog die Familie nach Buchara. Da seine Muttersprache Persisch war, lernte er zuerst Arabisch, die damalige Lingua franca. Danach wurden ihm zwei Lehrer zugewiesen, die ihm den Koran und Literatur näher bringen sollten. Bereits im Alter von zehn Jahren konnte er den Koran auswendig und hatte viele Werke der Literatur studiert und sich dadurch die Bewunderung seiner Umgebung erworben. Während der nächsten sechs Jahre studierte er autodidaktisch die Rechte (Jura), Philosophie, Logik, Werke des Euklid und den Almagest. Von einem gelehrten Gemüsehändler lernte er indische Mathematik und Algebra. Er wandte sich im Alter von 17 Jahren der Medizin zu und studierte sowohl ihre Theorie als auch ihre Praxis. Er beschrieb die Heilkunst als „nicht schwierig“. Ibn Sina vertiefte sich auch in metaphysische Probleme, besonders in die Werke des Aristoteles, wobei ihm die Schriften von al-Farabi besonders halfen.

Da er sich im Alter von 18 Jahren bereits einen Ruf als Arzt erarbeitet hatte, nahm ihn der samanidische Herrscher Nuh ibn Mansur (976–997) in seine Dienste auf. Zum Dank wurde ihm erlaubt, die königliche Bibliothek mit ihren seltenen und einzigartigen Büchern zu nutzen. So gelang es ihm, im Alter von 21 Jahren sein erstes Buch zu verfassen.

Alter in Isfahan

Nach dem Tod Shams ad-Daulas (1021) bot Ibn Sina dem Kakuyiden-Emir ‘Alā ad-Daula Muḥammad von Isfahan seine Dienste an und wurde deswegen vom neuen Herrscher Hamadans in der nahen Burg Fardajān eingekerkert. Als ‘Alā ad-Daula vier Monate später gegen Hamadan marschierte (1023), kam Ibn Sina frei und zog zusammen mit seinem Freund al-Juzjānī und zwei Sklaven nach Isfahan, wo ihn Alā ad-Daula 1024 willkommen hieß. Er verbrachte seine letzten Jahre im Dienst des Kakuyiden, den er in wissenschaftlichen und literarischen Fragen beriet.

Ihm widmete er eine Zusammenfassung der Philosophie in persischer Sprache namens *Dānishnāma-yi ‘Alāī* („Das Buch des Wissens für ‘Alā ad-Daula“). Außerdem begleitete er ihn auf Kriegszügen. Freunde rieten ihm, sich zu schonen und ein gemäßigtes Leben zu führen, aber das entsprach nicht Ibn Sinas Charakter: „Ich habe lieber ein kurzes Leben in Fülle als ein karges langes Leben“ antwortete er. Erschöpft durch seine harte Arbeit und sein hartes Leben starb Ibn Sina im Juni 1037 im Alter von 57 Jahren entweder an der Ruhr oder an Darmkrebs. Angeblich wurde sein Ende durch eine übermäßige Gabe eines Medikaments durch einen Schüler beschleunigt. Er wurde in Hamadan begraben, wo noch heute sein Mausoleum steht.



Avicenna-Mausoleum in Hamadan, 1960



Avicennas Mausoleum, 2006



Innenansicht des Avicenna-Mausoleums

Werke

Es wird behauptet, dass Ibn Sina 21 Haupt- und 24 Nebenwerke in Philosophie, Medizin, Theologie, Geometrie, Astronomie und anderen Gebieten vollendet hat. Andere Autoren schreiben Ibn Sina 99 Bücher zu: 16 über Medizin, 68 über Theologie und Metaphysik, 11 über Astronomie und 4 über das Drama. Die meisten von ihnen waren arabisch; aber auch in seiner Muttersprache Persisch schrieb er eine große Auswahl philosophischer Lehren, genannt *Dānishnāma-yi ‘Alāī*, und eine kurze Abhandlung über den Puls.

Medizin

Die erste Seite einer Abschrift des Kanon von 1597/98 Der *Qānūn at-Tibb* (*Kanon der Medizin*) ist das bei weitem berühmteste von Ibn Sinas Werken. Er vereint griechische, römische und persische medizinische Traditionen. Das Werk ist mehrfach unterteilt. Die Hauptunterteilung sind die fünf Bücher:

1. Allgemeine Prinzipien (Theorie der Medizin)
2. Alphabetische Auflistung von Medikamenten (Arzneimittel und ihre Wirkungsweise)

3. Krankheiten, die nur spezielle Organe betreffen (Pathologie und Therapie)
4. Krankheiten, die sich im ganzen Körper ausbreiten (Chirurgie und Allgemeinkrankheiten)
5. Produktion von Heilmitteln (Antidotarium)

Werke

Ibn Sina schrieb seine frühesten Arbeiten in Buchara unter dem Einfluss von al-Farabi. Das erste, ein "Kompendium über die Seele" (Maqāla fī 'n-nafs), ist eine kurze Abhandlung, die er den samanidischen Herrschern widmete und in der er sich mit neuplatonischem Gedankengut beschäftigte. Das zweite ist die „Philosophie für den Prosodisten“ (al-Ḥikma al-'Arūḍīya), in der er sich mit der Metaphysik des Aristoteles auseinandersetzt.

Nach seinem Aufbruch aus Buchara verfasste Ibn Sina weitere philosophische Werke, darunter das "Buch der Heilung" (arabisch: Kitāb ash-Shifā), eine wissenschaftliche Enzyklopädie. Trotz des irreführenden deutschen Titels handelt es nicht hauptsächlich von Medizin. Die Bedeutung des arabischen Titels ist etwa „Angemessenheit“. Das Buch behandelt Arithmetik, Astronomie, Geometrie, Logik, Musik, Naturwissenschaften, Philosophie und Psychologie. Es wurde sowohl von hellenistischen Denkern wie Aristoteles und Claudius Ptolemäus als auch von muslimischen Wissenschaftlern wie al-Farabi und al-Biruni beeinflusst. Das zweite war das „Buch des Wissens für 'Alā ad-Daula“ auf Persisch (pers.: "Dānishnāma-yi 'Alāī"), in dem er seinem Gönner eine Zusammenfassung seiner Philosophie auf der Grundlage des „Buchs der Heilung“ bietet. Ein Teil dieses Werks erschien 1490 in Pavia. Avicenna verfasste außerdem das „Buch der Ratschläge und Erinnerungen“ (Kitāb al-Ishārāt wa-t-tanbihāt), ein Werk, das sein Denken über eine Vielzahl von logischen und metaphysischen Themen vorstellt. Ein anderes Werk ist „Das Urteil“ (al-Inṣāf), das sich von den anderen Arbeiten durch seine Radikalität und seine Vermischung von aristotelischem Gedankengut und Neuplatonismus unterscheidet. Sein letztes Werk ist „Die östliche Philosophie“ (al-Ḥikma al-mashriqīya), das er in den späten 1020ern schrieb; es ist weitgehend verloren.

Metaphysik

Die frühe islamische Philosophie, die sich noch eng am Koran orientierte, unterschied klarer als Aristoteles zwischen Wesen und Existenz. Ibn Sina entwickelte eine umfassende metaphysische Weltbeschreibung, indem er neuplatonisches Gedankengut mit aristotelischen Lehren verband. Das Verhältnis von Stoff und Form verstand er so, dass im *Stoff* (materia) die Möglichkeiten der *Formen* (essentiae) bereits enthalten sind. Gott sei notwendig an sich, alles andere Sein notwendig durch anderes. «Gott ist das einzige Sein, bei dem Essenz (Wesen) und Existenz (Dasein) nicht zu trennen sind und das daher notwendig an sich ist.» Alles andere Sein sei bedingt notwendig und lasse sich in Ewiges und Vergängliches unterteilen. Gott schuf durch seine geistige Tätigkeit die Weltschöpfung. Der Intellekt des Menschen habe die Aufgabe, den Menschen zu

erleuchten. In der Frage der Ideen oder Allgemeinbegriffe vertrat Ibn Sina auf Platon aufbauend die These, dass diese ante rem (also vor der Erschaffung der Welt) bereits im Verstand Gottes sind, in re effektiv in der Natur zu finden sind und post rem auch in der menschlichen Erkenntnis. Mit dieser Unterscheidung zwischen ante rem, in re und post rem wurde Ibn Sina für den abendländischen Universalienstreit von großer Bedeutung. Ibn Sina bestritt die Unsterblichkeit der menschlichen Seele, Gottes Interesse an Einzelereignissen sowie eine Erschaffung der Welt in der Zeit. Drei lateinische Fassungen der Metaphysik wurden 1493, 1495 und 1546 in Venedig gedruckt. Porträts Ibn Sinas befinden sich unter anderem in der Halle der medizinischen Fakultät der Sorbonne, auf dem tadschikischen 20-Somoni-Geldschein und im Mailänder Dom in einem Kirchenfenster, gestiftet Mitte des 15. Jahrhunderts von der Apothekerzunft Mailands. Weiters befinden sich Statuen Ibn Sinas im tadschikischen Duschanbe und an seinem Geburtsort in Afschana bei Bucharra im heutigen Usbekistan.

Avicenna-Preis

Im Jahr 2005 wurde in Deutschland der Avicenna-Preis-Verein^[4] von Mitgliedern aus Wissenschaft, Politik und Gesellschaft unter der Initiative von Yaşar Bilgin, dem Vorsitzenden der Türkisch-Deutschen Gesundheitsstiftung, gegründet. Der Preis wird in regelmäßigen Abständen verliehen und zeichnet Initiativen von Personen oder Institutionen zur interkulturellen Verständigung aus. Mitglieder der Jury sind hochrangige Mitglieder aus Politik und Gesellschaft. Im Jahr 2012 gehörte der Jury unter anderem Rita Süßmuth, die ehemalige Präsidentin des Deutschen Bundestages, an. Erstmals wurde der Preis im Jahr 2009^[5] an die Allianz der Zivilisationen, engl. Alliance of Civilizations (AoC), verliehen, die 2005 auf Initiative der spanischen und türkischen Regierungen unter der Schirmherrschaft der Vereinten Nationen gegründet wurde. Stellvertretend nahm ihn der frühere portugiesische Staatschef Jorge Sampaio entgegen. 2012 wurde der Preis an die Friedensnobelpreisträgerin aus dem Jahr 2003, die iranische Rechtsanwältin und Menschenrechtsaktivistin Shirin Ebadi, in der Frankfurter Paulskirche verliehen.^[6]

Dedikationsnamen

Carl von Linné benannte ihm zu Ehren die Gattung *Avicennia* aus der Pflanzenfamilie der Akanthusgewächse (Acanthaceae).^{[7][8][9]}

Fragen zum Text :

1. Wer war Abū Alī al-Husain ibn Abdullāh ibn Sīnā ?
2. Wie benannte Ibn- Sina Carl von Linné ?
3. Wie heissen seine Buecher ueber Medizin, Metaphysik ?
4. Im welchem Alter hat er sein erstes Buch verfasst ?

5. Wann wurde in Deutschland der Avicenna-Preis-Verein von Mitgliedern aus Wissenschaft, Politik und Gesellschaft gegründet ?
6. Unter welchem Einfluss schrieb Ibn Sina seine frühesten Arbeiten in Buchara ?
7. Wann und wo wurde er gestorben ?

Uebung 1. Uebersetzen Sie folgende Sätze ins Usbekische !

Die Hauptunterteilung sind die fünf Bücher:

1. Allgemeine Prinzipien (Theorie der Medizin)
2. Alphabetische Auflistung von Medikamenten (Arzneimittel und ihre Wirkungsweise)
3. Krankheiten, die nur spezielle Organe betreffen (Pathologie und Therapie)
4. Krankheiten, die sich im ganzen Körper ausbreiten (Chirurgie und Allgemeinkrankheiten)
5. Produktion von Heilmitteln (Antidotarium)

- Marie-Thérèse d'Alverny, Danielle Jacquart: *Avicenne en Occident*. Vrin, Paris 1993.
- Ernst Bloch: *Avicenna und die aristotelische Linke*. Leipzig 1949.
- Gotthard Strohmaier: *Avicenna*. Beck, München 1999, ISBN 3-406-41946-1.
- Robert Wisnovsky: *Avicenna's Metaphysics in Context*. Duckworth, London 2003, ISBN 0-7156-3221-3.

Abu Nasr Muhammad al-Farabi



Abu Nasr Muhammad al-Farabi (arabisch ابو نصر محمد الفارابي, DMG *Abū Naṣr Muḥammad al-Fārābī*), latinisiert **Alpharabius**, auch Alfarabi, El Farati, Avenassar (* um 870; † 950 zwischen Asqalān und Damaskus), war ein muslimischer Philosoph und Gelehrter aus Zentralasien.

Leben

Vor allem über al-Fārābīs Kinder- und Jugendzeit bieten sowohl schriftlich-dokumentarische als auch schriftlich-erzählende Quellen keine eindeutigen, nachweisbaren Fakten. Sein Geburtsort war Wasidsch im Distrikt Farab an der Nordgrenze Transoxaniens oder die Region Faryab im heutigen Afghanistan. Über seine ethnische Herkunft finden sich in den – zeitlich viel späteren und größtenteils nicht direkt verlässlichen – biographischen Quellen unterschiedliche Angaben, u. a. eine iranische oder türkische Abstammung, wobei die Forschungsliteratur größtenteils letztere wahrscheinlicher findet oder ein abschließendes Urteil für unbegründbar hält. Al-Fārābī gibt an, dass einer seiner philosophischen Lehrer der nestorianische Christ und Anhänger der alexandrischen Schule Yuhanna ibn Ḥaylān (gest. um 920) war. Da dieser 908 nach Bagdad übersiedelte, wird angenommen, dass auch Fārābī spätestens ab diesem Zeitpunkt sich dort aufhielt. Ferner hatte al-Fārābī Verbindungen zu Abū Bišr Mattā ibn Yūnus, einem Übersetzer und Kommentator der Bagdader Schule christlicher Aristoteliker. Ab 942 lebte Fārābī dann in der Gefolgschaft des späteren Hamdanidenfürsten Saif ad-Daula meist in Aleppo. Im Jahre 950 soll er laut der legendarisch gefärbten Darstellung al-Bayhaqīs (ca. 1097–1169) als Begleiter von Saif ad-Daula auf dem Weg zwischen Damaskus und Asqalān von Straßenräubern erschlagen worden sein.

Werk

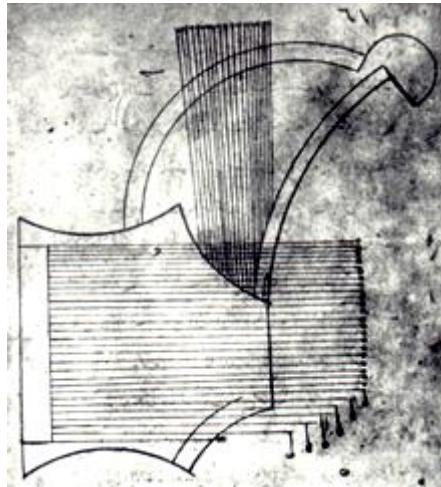


Illustration aus Kitāb al-Mūsīqā al-kabīr, ein „šāh-rūd“ genanntes Musikinstrument

Er beschäftigte sich mit Logik, Ethik, Politik, Mathematik, Philosophie und Musik. Er war der Ansicht, dass die Philosophie überall geendet und nunmehr in der islamischen Welt ihre neue Heimat gefunden habe. Philosophische Wahrheiten hielt er für universell gültig und betrachtete die Philosophen als Propheten, die zu ihren Erkenntnissen vermittelt göttlicher Inspiration (arab. wahy) gelangt seien.

Er kannte unter anderen die philosophischen Texte der griechischen Autoren Aristoteles (sowie alle wichtigen Kommentare) und Platon, die bis dahin auf Persisch oder Arabisch vorlagen, und trieb auch die Übersetzung weiterer Texte voran.

Sein Kitāb al-Mūsīqā al-kabīr gilt als umfassendste Schrift der islamischen Musiktheorie und Musiksystematik. In seinen Schriften zur Musik verband er seine detaillierten Kenntnisse als ausübender Musiker und seine sachliche Präzision als Naturwissenschaftler mit der Logik der Philosophie.



Rezeption

In der Wissenschaftsgeschichte des Islams wird al-Fārābī als „Zweiter Lehrer“ nach Aristoteles gesehen. Es war auch sein Verdienst, dass die griechische Philosophie ihren Weg in das Morgenland fand. Neben al-Kindi, ar-Rāzi, Avicenna und al-Ghazali ist al-Fārābī einer der wichtigsten Vertreter der islamischen Philosophie. Er gehört mit zu den herausragenden und umfassenden Denkern des 10. Jahrhunderts und gilt als größter Theoretiker der islamischen Musikgeschichte. Seine Werke wurden über Jahrhunderte immer wieder herangezogen und intensiv diskutiert. Besondere Wirkung, auch in hebräischen und lateinischen Übersetzungen des 11. und 12. Jahrhunderts, entfaltete sein wissenschaftstheoretisches Grundlagenwerk *Kitāb Iḥṣā al-ūm*. Moses ibn Tibbon aus der Übersetzerfamilie Ibn Tibbon übersetzte seine Werke ins Hebräische. Zur Forschungsgeschichte bemerkt Clifford Edmund Bosworth: „große Persönlichkeiten wie al-Farabi, al-Biruni und ibn Sina wurden von übermäßig begeisterten türkischen Forschern ihrem eigenen Volk zugeordnet“. Ein Beispiel dafür wäre der Eröffnungsartikel der osmanischen patriotischen Zeitschrift *Hürriyet* von 1868, wonach die Türken ein Volk gewesen seien, in deren Schulen Fārābīs, Ibn Sinas, Ghazzalis, Zamachsharis Wissen kultivierten.

Fragen zum Text:

1. Wie wird in der Wissenschaftsgeschichte des Islams al-Fārābī gesehen?
2. Wer war Abu Nasr Muhammad al-Farabi?
3. Wo war sein Geburtsort?
4. Was lautete der legendarisch gefärbten Darstellung al-Bayhaqīs?
5. Womit beschäftigte er sich?
6. Welche Ansichte hatte al-Farabi zur Philosophie und wie betrachtete er die Philosophen?
7. Welche Werke hat er geschrieben?

Zitate und Sprüche zur Mathematik

„Es ist nicht genug, zu wissen; man muß auch anwenden; es ist nicht genug zu wollen; man muß auch tun.

Denken und tun, tun und denken; das ist die Summe aller Weisheit“

(Johann Wolfgang Goethe)

“Alles ist Zahl”

Phythagoras

Es ist schon alles gesagt worden, aber noch nicht von allen

Karl Valentin

"Das entscheidende Kriterium ist Schönheit; für hässliche Mathematik ist auf dieser Welt kein beständiger Platz."

G. H. Hardy

Ein Mathematiker ist eine Maschine, die Kaffee in Theoreme verwandelt.

Paul Erdős, Mathematiker, 1913-1996

Die Mathematik ist eine gar herrliche Wissenschaft, aber die Mathematiker taugen oft den Henker nicht. Es ist fast mit der Mathematik wie mit der Theologie. So wie die der letzteren Beflissenen, zumal wenn sie in Ämtern stehen, Anspruch auf einen besonderen Kredit von Heiligkeit und eine nähere Verwandtschaft mit Gott machen, obgleich sehr viele darunter wahre Taugenichtse sind, so verlangt sehr oft der sogenannte Mathematiker für einen tiefen Denker gehalten zu werden, ob es gleich darunter die größten Plunderköpfe gibt, die man nur finden kann, untauglich zu irgend einem Geschäft, das Nachdenken erfordert, wenn es nicht unmittelbar durch jene leichte Verbindung von Zeichen geschehen kann, die mehr das Werk der Routine als des Denkens sind.

Georg Christoph Lichtenberg

Er ist ein Mathematiker, und also hartnäckig.

Goethe, Wilhelm Meisters Wanderjahre III, 15

“Offensichtlich” ist das gefährlichste Wort in der Mathematik.

Eric Temple Bell, Mathematiker, 1883-1960

Es ist nicht gewiß, daß alles ungewiß sei.

Blaise Pascal, Mathematiker und Philosoph, 1623-1662

Alles, was lediglich wahrscheinlich ist, ist wahrscheinlich falsch.

Rene Descartes, 1596-1650

Suche das Einfache und mißtraue ihm.

Alfred North Whitehead, Logiker und Philosoph, 1861-1947

Wissen hält nicht länger als Fisch.

Alfred North Whitehead, Logiker und Philosoph

Aristoteles beharrte darauf, daß Frauen weniger Zähne hätten als Männer. Obwohl er zweimal verheiratet war, kam er nie auf den Gedanken, seine Behauptung anhand einer Untersuchung der Münder seiner Frauen zu überprüfen.

Bertrand Russel, Mathematiker und Philosoph, 1872-1970

Ich muß Politik und Krieg studieren, damit meine Söhne die Freiheit haben, Mathematik und Philosophie zu studieren. Meine Söhne sollten Mathematik und Philosophie studieren, außerdem Geographie, Naturgeschichte, Schiffbau, Navigation, Handel und Landwirtschaft, damit sie ihren Kindern das Recht geben, Malerei, Poesie, Musik, Architektur, Dekoration und Porzellan zu studieren.

John Adams, zweiter US-Präsident, 1735-1826

Nach unserer bisherigen Erfahrung sind wir zum Vertrauen berechtigt, daß die Natur die Realisierung des mathematisch denkbar Einfachsten ist.

Albert Einstein

Der Wissenschaftler findet seine Belohnung in dem, was Poincaré die Freude am Verstehen nennt, nicht in den Anwendungsmöglichkeiten seiner Erfindung.

Albert Einstein

Chaplin zu Einstein:

"Mir wird applaudiert,
weil mich jeder versteht,
und Ihnen, weil Sie
niemand versteht."

Um eine Einkommensteuererklärung abgeben zu können, muss man ein Philosoph sein. Für einen Mathematiker ist es zu schwierig.

Albert Einstein, dt.-am. Physiker, 1879-1955

Derjenige, der die Beschäftigung mit Arithmetik ablehnt, ist dazu verurteilt, Unsinn zu erzählen.

John McCarthy, Professor für Artificial Intelligence, Stanford Univ.

Seit man begonnen hat, die einfachsten Behauptungen zu beweisen, erwiesen sich viele von ihnen als falsch.

Bertrand Russell

Es gibt Dinge, die den meisten Menschen unglaublich erscheinen, die sich nicht mit Mathematik beschäftigt haben.

Archimedes

Scherzhafte Beispiele haben manchmal größere Bedeutung als ernste.

M. Stifel

Ein guter mathematischer Scherz ist immer besser als ein ganzes Dutzend mittelmäßiger gelehrten Abhandlungen.

J. E. Littlewood

Mathematik ist die perfekte Methode, sich selbst an der Nase herum zu führen.

Albert Einstein

Die Mathematik als Fachgebiet ist so ernst, dass man keine Gelegenheit versäumen sollte, sie etwas unterhaltsamer zu gestalten.

Blaise Pascal

Beweisen muß ich diesen Käs', sonst ist die Arbeit unseriös.

F. Wille

Der Kreis ist eine geometrische Figur, bei der an allen Ecken und Enden gespart wurde.

???

Sollte es jemals zu einer Kraftprobe zwischen Mensch und Mathematik kommen, so werden die Menschen gut daran tun, die Computer abzustellen.

Philip J. Davis & Reuben Hersh

Die Mathematik ist dem Liebestrieb nicht abträglich.

Paul Möbius (1853-1907), Irrenarzt

Nicht: A. F. Möbius (1790-1868), der Erfinder des gleichnamigen Bandes

Das Buch der Natur ist mit mathematischen Symbolen geschrieben.

Galileo Galilei

Die Mathematik ist eine Art Spielzeug, welches die Natur uns zuwarf zum Troste und zur Unterhaltung in der Finsternis.

Jean-Baptist le Rond d'Alembert

Nicht etwa, daß bei größerer Verbreitung des Einblickes in die Methode der Mathematik notwendigerweise viel mehr Kluges gesagt würde als heute, aber es würde sicher viel weniger Unkluges gesagt.

Karl Menger

Religion und Mathematik sind nur verschiedene Ausdrucksformen derselben göttlichen Exaktheit.

Kardinal Michael Faulhaber (1869 - 1952)

Eine Gleichung hat für mich keinen Sinn, es sei denn, sie drückt einen Gedanken Gottes aus..

Srinivasa Ramanujan, indisches Mathematikgenie (1887-1920)

So kann also die Mathematik definiert werden als diejenige Wissenschaft, in der wir niemals das kennen, worüber wir sprechen, und niemals wissen, ob das, was wir sagen, wahr ist.

Bertrand Russell

An Archimedes wird man sich erinnern, wenn Aischylos vergessen ist - weil zwar die Sprachen sterben, nicht aber die mathematischen Ideen.

Godfrey Harold Hardy

Manche Menschen haben einen Gesichtskreis vom Radius Null und nennen ihn ihren Standpunkt.

David Hilbert

Ich wenigstens kenne keine vollbefriedigende Erklärung dafür, warum jede ungerade Zahl (von 3 ab) mit sich selbst multipliziert, stets ein Vielfaches von 8 mit 1 als Rest ergibt.

Erich Bischoff, Erforscher der Kabbalah, 1920

Der gute Christ soll sich hüten vor den Mathematikern und all denen, die leere Voraussagen zu machen pflegen, schon gar dann, wenn diese Vorhersagen zutreffen. Es besteht nämlich die Gefahr, daß die Mathematiker mit dem Teufel im Bunde den Geist trüben und in die Bande der Hölle verstricken.

Augustinus

Jedoch meint Mathematiker hier Astrologen. Heutige Mathematiker wurden damals Geometer genannt: Die Kunst der Geometrie zu lernen und öffentlich zu betreiben ist von Wert, aber die verdammenswerte mathematische Kunst ist verboten.

(Aus Römischem Recht)

Ich glaube, daß es, im strengsten Verstand, für den Menschen nur eine einzige Wissenschaft gibt, und diese ist reine Mathematik. Hierzu bedürfen wir nichts weiter als unseren Geist.

Georg Christoph Lichtenberg (1742 - 1799)

Die sogenannten Mathematiker von Profession haben sich, auf die Unmündigkeit der übrigen Menschen gestützt, einen Kredit von Tiefsinn erworben, der viel Ähnlichkeit mit dem von Heiligkeit hat, den die Theologen für sich haben.

Georg Christoph Lichtenberg (1742 - 1799)

Die Mathematik ist eine gar herrliche Wissenschaft, aber die Mathematiker taugen oft den Henker nicht. Es ist fast mit der Mathematik wie mit der Theologie. So wie die letzteren Beflissenen, zumal wenn sie in Ämtern stehen, Anspruch auf einen besonderen Kredit von Heiligkeit und eine nähere Verwandtschaft mit Gott machen, obgleich sehr viele darunter wahre Taugenichtse sind, so verlangt sehr oft der so genannte Mathematiker für einen tiefen Denker gehalten zu werden, ob es gleich darunter die größten Plunderköpfe gibt, die man finden kann, untauglich zu irgend einem Geschäft, das Nachdenken erfordert, wenn es nicht unmittelbar durch jene leichte Verbindung von Zeichen geschehen kann, die mehr das Werk der Routine, als des Denkens sind.

Georg Christoph Lichtenberg (1742 - 1799)

Gott ist ein Kind, und als er zu spielen begann, trieb er Mathematik. Sie ist die göttlichste Spielerei unter den Menschen.

V. Erath

Von allen, die bis jetzt nach Wahrheit forschten, haben die Mathematiker allein eine Anzahl Beweise finden können, woraus folgt, daß ihr Gegenstand der allerleichteste gewesen sein müsse.

Rene Descartes

Die Mathematiker, die nur Mathematiker sind, denken also richtig, aber nur unter der Voraussetzung, daß man ihnen alle Dinge durch Definitionen und Prinzipien erklärt; sonst sind sie beschränkt und unerträglich, denn sie denken nur dann richtig, wenn es um sehr klare Prinzipien geht.

Blaise Pascal

Insofern sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher, und insofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf die Wirklichkeit.

Albert Einstein

Es kann nicht geleugnet werden, daß ein großer Teil der elementaren Mathematik von erheblichem praktischen Nutzen ist. Aber diese Teile der Mathematik sind, insgesamt betrachtet, ziemlich langweilig. Dies sind genau diejenigen Teile der Mathematik, die den geringsten ästhetischen Wert haben. Die "echte" Mathematik der "echten" Mathematiker, die Mathematik von Fermat, Gauß, Abel und Riemann ist fast völlig "nutzlos".

Godefrey Harold Hardy

Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott geschaffen, alles andere ist Menschenwerk.

Leopold Kronecker

Die Algebra ist großzügig - oft gibt sie mehr, als wonach man gefragt hat.

Jean Le Rond d'Alembert

Wer für den anwendungsorientierten Mathematikunterricht ficht, der tritt für Blut, Schweiss und Tränen ein.

Hans Schupp

$1 \cdot 1 = 1$, unzweifelhaft. Aber 1^2 ist nicht 1, weil das Quadrat einer gegebenen Zahl größer sein muss als die Zahl selbst. Die Wurzel aus 1 kann logischerweise nicht 1 sein, weil die Wurzel aus einer Zahl kleiner sein muss als die Zahl selbst. Aber mathematisch oder formal ist $\sqrt{1}=1$. Die Mathematik widerspricht in diesem Falle der Logik oder der reinen Vernunft, und darum ist die Mathematik in

diesem Kardinalfalle vernunftwidrig. Auf der Sinnlosigkeit, der 1, bauen sich dann alle Werte auf, und in diesen falschen werden fußt die mathematische Wissenschaft, die "einzig exakte, unfehlbare". Aber dies ist Mathematik! Ein artiges Spiel für Leute, die nichts zu tun haben.

August Strindberg (1849-1912)

Mathematiker sind Künstler ohne Publikum. Bei einem Musiker, der ein Stück Musik vorspielt, kann sich jeder eine Meinung bilden - um die Schönheit mathematischer Beweise nachzuvollziehen, muss man mit ihnen vertraut sein.

Preda Mihailescu

Die berühmten Mathematiker Usbekistans

**Kori Nijosij Toschmuchammad Nijosowitsch
Qori Niyoziy Toshmuhammad Niyozovich**



Kori Nijosij Toschmuchammad Nijosowitsch ist (02. 09.1897) am zweiten September achtzehnhundertsiebenundneunzig in Kakand geboren. Er war der größte usbekische Akademiker auf dem Gebiet der Mathematik, ein führender begabte Wissenschaftler, Lehrer, Staatsmann und Held der Arbeit Usbekistans, Berunistaatspreisträger .

Kori Nijosij T.N. wurde von der Regierung Usbekistans mit dem Orden "Bujuk hismatlari utschun " ausgezeichnet. Er war Autor vieler wissenschaftlichen Arbeiten über die Geschichte des Kulturlebens der Völker Usbekistans.

Kori Nijosij T.N. war Autor der ersten usbekischen Lehrbücher für Elementare –und höhere Mathematik. Er kann als ein echtes Universalgenie bezeichnet werden.

Kori Nijosij starb (18.03.1970) am achtzehnten März neunzehnhundertsiebzig in Kakand.

Sarimsokow Toshmucharhammad Alijewitsch
Sarimsoqov Toshmuxammad Aliyevich



Sarimsokow Toshmucharhammad Alijewitsch ist neunzehnhundertfünfzehn (1915) in Andishan Region, Schachrichon geboren. Er war der bekannteste usbekische Wissenschaftler, Akademiker auf dem Gebiet der Mathematik. Die wichtigste mathematische Leistung von Sarimsokow T. A. war seine Untersuchung im Bereich der Wahrscheinlichkeitstheorie und der mathematischen Statistik. Er führte die Methoden der Wahrscheinlichkeitstheorie in der klassischen Analyse durch. Außerdem war er ein begabter Fachmann auf dem Gebiet der Markowschen Ketten, der topologischen Halbfelder. Er untersuchte ihre Nutzung im Bereich der Topologie, der funktionalen Analyse und der Wahrscheinlichkeitstheorie.

Er ist Autor über 200 (zweihundert) wissenschaftliche Arbeiten und populärwissenschaftliche Artikel. 8 (acht) von ihnen sind wissenschaftliche Monographien. Er hat sie auf die Entwicklung der Mathematik gewidmet. Sarimsokow T.A. hat 2 (zwei) Lehrbücher auf dem Gebiet der Mathematik geschaffen. Sie wird man zurzeit benutzt.

Sarimsakow T.A. starb neunzehnhundertfünfundneunzig (1995) in Andishan.

Siroshiddinow Sadi Hasanowitsch
Sirojiddinov Sa'di Hasanovich



Siroshiddinow Sadi Hasanowitsch ist (1920) neunzehnhundertzwanzig in Kakand geboren.

Siroshiddinow S.H. war ein berühmter Wissenschaftler, Akademiker, Mathematiker Usbekistans, der die Schule im Bereich der mathematischen Statistik gegründet hat. Er untersuchte am Ende (40) vierziger Jahre unter der Leitung W.I. Romanowski die mehrdimensionalen Polynome und Ermitsche Polynome. Es ist der Mathematikwelt als Limitstheoreme bekannt. Diese Theoreme gehörten zur Beweisung der lediglichen Markoschen Ketten.

Er war Autor etwa (180) hundertachtzig wissenschaftliche Arbeiten. Akademiker Siroshiddinow hat (10) zehn Doktoren und über (40) vierzig Kandidaten betreut. Seine Lehrlinge setzen die Arbeit ihres Lehrers heutzutage fort. Sie entwickeln weiter von ihm gegründete wissenschaftliche Schule auf dem Gebiet der Statistik. Jedes Jahr wird man in Nationaler Universität den Geburtstag von Siroshiddinow S.H. gefeiert. Er starb (1988) neunzehnhundertachtundachtzig in Kakand.

Salochiddinow Machmud Salochiddinowitsch
Saloxiddinov Maxmud Saloxiddinovich



Salochiddinow Machmud Salochiddinowitsch ist (1933) neunzehnhundertdreiunddreißig in Namangan geboren. Er ist der bekannteste Akademiker, Mathematiker und Wissenschaftler, Berunistaatspreisträger Usbekistans (1974). Er wurde von der Regierung Usbekistans mit der Auszeichnung "Bujuk hismatlari utschun" (2007), mit den Orden "Hurmat belgisi" (1976), "Mechnat Schuchrati" (1999) ausgezeichnet. Salochiddinow M.S. führte fundamentale Forschungen im Bereich der Differenzialgleichungen der partiellen Ableitungen , der

Gleichungen des Integralls, der Theorie der Funktion durch. Salochiddinow M.S. ist Autor 4 Monographien, über 10 Lehrbücher und Lehrwerke. Er veröffentlichte über 300 wissenschaftliche, populär-wissenschaftliche Artikel in den Internationalzeitschriften und den Republikanischenzeitschriften. 2013 feierte man in Nationaler Universität 80 Jähriges Jubiläum von Salochiddinow Machmud Salochiddinowitsch.

Farmonow Schokir Kosimowitsch
Farmonov Shokir Qosimovich



Farmonow Schokir Kosimowitsch war einer der beliebtesten Lehrlinge S.H. Siroshiddinowitschs. Er ist Akademiker im Bereich der Mathematik Usbekistans. Er ist (1940) neunzehnhundertvierzig in Kakand geboren. Farmonow beschäftigte sich mit der Warscheinlichkeitstheorie und Statistik am Anfang seiner wissenschaftlichen Tätigkeit und machte einen großen Beitrag auf diesem Gebiet. Er setzte die Forschung seines Lehrers von Siroshiddinow im Bereich der Theorie der mehrdimensionalen Markowschen Ketten fort. Diese Theorie entwickelnd weiter hat er sie noch bereichert. Farmonow S.K. ist Berunistaatspreisträger Usbekistans. Er ist Autor über 160 (hundertsechzig) wissenschaftliche Artikel und eine Monographie. Unter seiner Leitung wurden 22 (zweiundzwanzig) Kandidaten und 6 (sechs) Doktoren betreut.

Alimow Schawkat Orifshonowitsch
Alimov Shavkat Orifjonovich



Alimow Schawkat Orifshonowitsch ist (1951) neunzehnhunderteinundfünfzig in Taschkent geboren. Er ist Akademiker, einer der größten Fachmänner auf dem Gebiet der Mathematik-Physik und der funktionalen Analyse. Alimow S.O. hat zur der Entwicklung der Spektraltheorie der diffirenzialen Operatoren und der beschränkten Aufgabentheorie für die mathematik-physikalischen Gleichungen und der harmonischen Analyse beigetragen.

Alimow S. O. ist Berunistaatspreisträger Usbekistans. Er hat über (100) hundert wissenschaftliche Artikel und viele wissenschaftlich-methodische Arbeiten veröffentlicht. Er hat (6) sechs Doktoren und über (20) zwanzig Kandidaten betreut.

Ajupow Schawkat Abdullajewitsch
Ayupov Shavkat Abdullayevich



Ajupow Schawkat Abdullajewitsch ist der bekannteste Akademiker, Wissenschaftler, Mathematiker Usbekistans. Er ist (1952) neunzehnhundertzweiundfünfzig in Taschkent geboren. Bemerkenswert sind seine Beiträge zur funktionalen Analyse und Algebra. Er wurde Mitglied der usbekischen Akademie der Wissenschaften. Ajupow S.A. ist als Direktor zurzeit am Institut für Mathematik bei Nationaler Universität tätig.

Ajupow S.A. ist Autor über 200 (zweihundert) wissenschaftliche Artikel, 4 Monographien. Er hat (5) fünf Doktoren und (30) dreißig Kandidaten betreut. Für seine Beiträge zur Wissenschaft im Bereich der Mathematik wurde Alimow S.A. mit vielen Staatspreisen ausgezeichnet. Zum Beispiel wurde er 1986 mit seinen Lehrlingen mit dem Jugendstaatspreis ausgezeichnet.

Wichtige Angaben über die berühmten Mathematiker der Welt

1. **Abu r-Raihan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni** war ein muslimischer Universalgelehrter, Mathematiker, Kartograf, Astronom, Astrologe, Philosoph, Pharmakologe, Forschungsreisender, Historiker und Übersetzer. Choresmischer Herkunft aus Zentralasien war Abu Rayhan Beruni (973 - 1048) der größte Gelehrte von Horesm, Autor der zahlreichen wissenschaftlichen Arbeiten über die

Geschichte seiner Hauptstadt, Geographie, Philologie, Astronomie, Mathematik, Geodesie, Mineralogie, Pharmakologie, Geologie. Al-Beruni hatte weithin mathematische philosophische Bildung.

2. **Brahmagupta** (c. 598 - 660) war ein indischer Mathematiker und Astronom. Er war aus Ushshan. Es war ein Zentrum der astronomischen Forschung im alten Indien. Brahmagupta schrieb 20 Bücher in Versen über Algebra und unbestimmte Gleichung. Sein 12. Buch hat er über Arithmetik und Geometrie geschrieben. 18. Buch hat er an Metrologie und anderen Büchern dem Ganze und den gebrochenen Zahlen gewidmet.

3. **Abbas Buzdzhani, Buzgan** (bei Tegeran) wurde am 10. Juni 1940 geboren. Er war der größte Mathematiker und Astronom des mittelalterlichen Ostens. Sein Lehrer war Abu al- Hasan ibn al Junisa. Abbas Buzdzhani äußerte sich seine Meinungen zu den mathematischen Arbeiten von Al- Khwarazmi, Euklid, Diophant, Hipparch. Er schrieb das Buch „über das, was lernen muß, um arithmetische Studien“.

4. **Friedrich Wilhelm Bessel** (1764-1846) war ein deutscher Mathematiker und Astronom. Er hat auf dem Gebiet der mathematischen Analyse und Algebra gearbeitet. Auf dem Gebiet der Astronomie zeigte er die genaue Fall von 3222 Sternen.

5. **L. Bieberbach** (1886) war ein deutscher Mathematiker. Hauptsächlich beschäftigte er sich mit seinen Forschungs -und Lehrmaterialien auf dem Gebiet der Differenzialgleichungen, der Funktionen und der Zahlentheorie.

6. **Wilhelm Blaschke** (1885- 1962) war ein deutscher Mathematiker. Seine Interessen waren die Geschichte der Mathematik, die Differenzialgeometrie und ihre praktische Umsetzung. Er war Autor vieler Lehrbücher und Monographien.

7. **Heinrich Weber** (1842-1913) war ein deutscher Mathematiker. Er hat die meisten Untersuchungen im Bereich der algebraischen Zahlentheorie, Funktionen, Geometrie in mathematischer Physik eingeführt.

8. **Karl Weierstraß** (1815-1897) war ein deutscher Mathematiker. Er hat auf dem Gebiet der Zahlentheorie, der Differenzial-und Integralrechnung, der Geometrie der Variationsrechnung, der Geschichte und Philosophie gearbeitet. Er hatte ausgezeichnete Leistungen. Er schuf das Grundkonzept der mathematischen Analyse.

9. **Hermann Weyl** (1885-1955) war ein deutscher Mathematiker. Er hat im Bereich der Mathematik: Analysis, Algebra, Geometrie, Topologie und Mechanik eingeführt.

10. **Velstehn Josehf** war ein deutscher Mathematiker. Er ist Autor der Auslegung der Geometrie von Lobatschewski. Velstehn hat zusammen mit Weber drei Träge des Buches „ Enzyklopedie der elementaren Mathematik “ geschrieben.

11. **Hermann Hankel** (1839 -1873) war ein deutscher Mathematiker. Er hat auf dem Gebiet der Funktiontheorie, der Geschichte der Mathematik der Antike und des Mittelalters an den Grundlagen der Arithmetik gearbeitet.
12. **David Gilbert** (1862 -1943) war ein deutscher Mathematiker. Seine wissenschaftliche Arbeit lautet: „ Grundlagen der Geometrie, mathematische Logik, mathematische Physik, Zahlentheorie, Funktiontheorie, Funktionalanalysis, Integralgleichungen, Variationsrechnung.“
13. **Hermann Grassmann** (1805 - 1865) war ein deutscher Mathematiker, Physiker, Philologe. Er war Autor des Lehrens von vielen dimensional euklidischen Räume. Zusammen mit irischem Mathematiker Rowan Hamilton hat er ein System über die hyperkomplexen Zahlen geschaffen, erläuterte die Rolle der induktiven Definition (Übergang „ n “ in $n + 1$).
14. **Riechard Dedekind** (1831 -1916) war ein deutscher Mathematiker. Er war Begründer der mathematischen Analyse. Er war Autor von vielen wissenschaftlichen Veröffentlichungen auf dem Gebiet der Zahlentheorie.
15. **Dirichlet, Peter Gustav (Lejeune Dirichlet)** (1805 -1859) war ein deutscher Wissenschaftler. Er arbeitete in den Bereichen der Zahlentheorie und der Trigonometrie.
16. **Charles Siegel** (1896 -1956) war Mathematiker aus Deutschland, lebte zuerst in Deutschland, dann in Amerika. Er war Experte der Zahlentheorie.
17. **Sommerfeld Arnold, Johann** (1868 - 1951) war ein deutscher Mathematiker, arbeitete auf dem Gebiet der theoretischen Mechanik, der Differenzialgleichungen und Quantenphysik.
18. **Georg Kantor** (1845 -1918) war ein deutscher Mathematiker, Experte der Geschichte der Mathematik.
19. **Johanes Kepler** (1571 -1630) war ein berühmter deutsche Astronom, basierte auf das Lehren Kopernikus 3 Gesetze der Planetenbewegung, berechnete die Mengen von 92 Kreisen. Er war Autor der Idee des Integralls.
20. **Alfred Klebsch** (1833 -1672) war ein deutscher Mathematiker, arbeitete in den Bereichen Algebra, Geometrie, projektive Geometrie. Er war Begründer der Zeitschrift „Mathematical Analysis“.
21. **Felix Klein** (1849 -1925) war ein deutscher Mathematiker. Er war Autor von vielen Monographien über Algebra, Geometrie, Geschichte der Mathematik.
22. **Nikolaj Braschman** (1796 -1866) war ein tschechier Mathematiker und Ingenieur, ein hervorragender Lehrer. Von 1824 bis zum Ende seines Lebens arbeitete er in Russland, in der Stadt Petersburg, Kasan und seit 1834 in Moskau, an der Moskauer Kaiserlichen Universität. Er war ein korrespondierendes Mitglied der Petersburger Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften (1855), ein

emeritierter Professor der Moskauer Staatlichen Universität (1859). Er war Autor der analytischen Geometrie.

23. **Waschtschenko – Zakharchenko (Michael Y.)** (1825 -1912) war ein ukrainer Mathematiker. Mathematische Ausbildung erhielt er teilweise an der Kiewer Universität und in Paris. Von 1847 bis 1848 nahm er in Pariser College de France und Sorbone an Vorlesungen von Cauchy, Serret und Liouville teil. Seine wissenschaftliche Arbeiten sind: „Mathematische Analyse und ihre Anwendung auf der Integration der linearen Differenzialgleichungen“ (1862, Kijew), „Riemann, Theorie der Funktionen der zusammengesetzten Variable“ (1866, Kijew).

Glossarium der mathematischen Begriffe

1. Abbildung

Unter einer Abbildung f von einer Menge A in eine Menge B versteht man eine Vorschrift, die jedem $a \in A$ eindeutig ein bestimmtes $b = f(a) \in B$ zuordnet:

$$f : A \longrightarrow B.$$

Für die Elementzuordnung verwendet man die Schreibweise

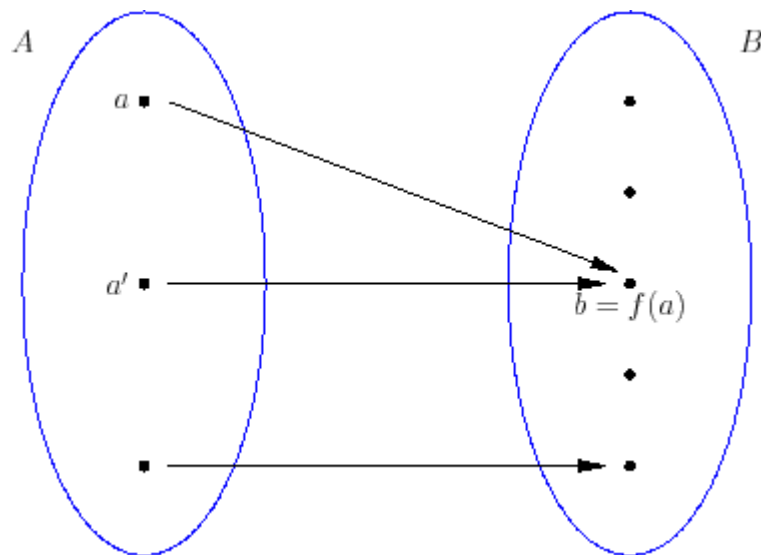
$$a \mapsto b = f(a)$$

bezeichnet b als das Bild von a , bzw. a als ein Urbild von b .

Ist $M \subseteq A$, so heißt $f(M) = \{f(m) | m \in M\} \subseteq B$ das Bild von M und
für $N \subseteq B$ heißt $f^{-1}(N) = \{a | f(a) \in N\} \subseteq A$ das Urbild von N unter der
Abbildung f .

Die Menge $f(A)$ heißt Wertebereich und A Definitionsbereich der Abbildung f .

Eine Abbildung kann man folgendermaßen illustrieren.



Wie aus dem Bild ersichtlich ist, müssen nicht alle Elemente aus B als Bild eines Elementes aus A auftreten und ein Element aus B darf auch Bild mehrerer Elemente aus A sein. Es muss allerdings für jedes Element aus A ein eindeutiges Bild geben, das heißt von jedem a muss genau ein Pfeil ausgehen.

Man erkennt auch, dass ein Bild b mehrere Urbilder haben kann, hier beispielsweise a und a' . Statt Abbildung verwendet man auch den Begriff Funktion, insbesondere in der reellen und komplexen Analysis.

2. Additionstheorem

Für die Kreisfunktionen $\sin t$ und $\cos t$ gelten folgende Beziehungen:

- $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \beta \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta$
-

Insbesondere ist

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, \quad \sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

(Autor: J. Hörner)

3. Abzählbare Menge

Eine Menge A heißt abzählbar, wenn A endlich ist, oder wenn es eine bijektive Abbildung

$$f : \mathbb{N} \mapsto A$$

gibt, d.h.

$$A = \{a_1, a_2, \dots\}$$

mit $a_i = f(i)$.

4. Banach-Raum

Ein normierter Vektorraum V heißt Banach-Raum, wenn er bezüglich der durch die Norm induzierten Metrik vollständig ist, d. h. wenn jede Cauchy-Folge einen Grenzwert in V besitzt.

Jeder abgeschlossene Untervektorraum $U \subset V$ ist ebenfalls ein Banach-Raum. Insbesondere sind endlich dimensionale normierte Vektorräume Banach-Räume. 3. Die Differentialgleichung

$$u' + pu = qu^k, \quad k \neq 0, 1,$$

lässt sich durch die Substitution

$$y = u^{1-k}, \quad y' = (1-k)u^{-k}u'$$

in die lineare Differentialgleichung

$$\frac{1}{1-k} y' = -py + q$$

überführen.

Speziell erhält man für konstantes p und q

$$y = \frac{q}{p} + c \exp(p(k-1)x)$$

bzw.

$$u = \left(\frac{q}{p} + c \exp(p(k-1)x) \right)^{\frac{1}{1-k}}$$

mit $c \in \mathbb{R}$.

5. Binomische Formeln:

Zum Lösen quadratischer Gleichungen eignen sich in speziellen Fällen die **Binomischen Formeln**:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

6. Cantor- Menge

Aus dem Einheitsintervall $[0, 1]$ wird das mittlere Drittel, d.h. das Intervall $(1/3, 2/3)$, entfernt. Aus den verbleibenden zwei Dritteln wird nun wiederum der mittlere Teil entfernt, usw.



Der Rest ist eine überabzählbare Menge mit dem Maß

$$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \dots = 0.$$

Sie wird als Cantor-Menge bezeichnet.

7. Differentialgleichung Differentialgleichung erster Ordnung

Eine Differentialgleichung erster Ordnung für eine skalare Funktion $y(x)$ hat die Form

$$y'(x) = f(x, y(x)) ,$$

wobei das Argument x oft weggelassen wird ($y' = f(x, y)$). Die Lösung ist im allgemeinen nur bis auf eine Konstante bestimmt, die durch eine Anfangsbedingung

$$y(x_0) = y_0$$

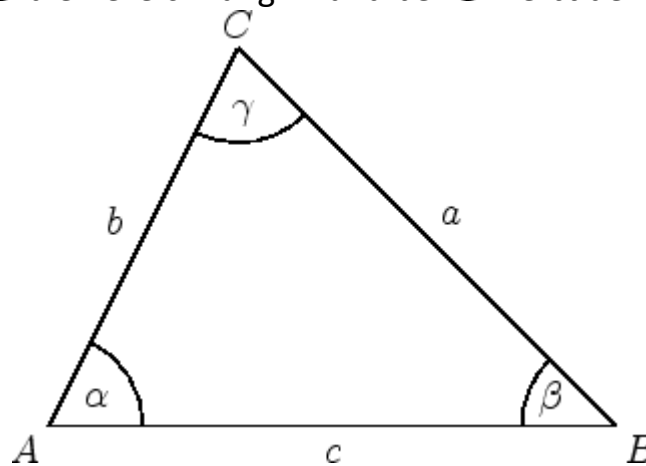
festgelegt werden kann.

8. Dreieck

Ein Dreieck besteht aus drei nicht auf einer Geraden liegenden Punkten A, B, C und drei Seiten, den Verbindungsstrecken $\overline{AB}, \overline{AC}$ und \overline{BC} der Punkte. Die Punkte A, B, C heißen Eckpunkte. Die Reihenfolge der Bezeichnungen wird in der Regel entgegen dem Uhrzeigersinn gewählt. Die Längen der Dreiecksseiten werden im Allgemeinen wie folgt benannt:

$$a = |\overline{BC}| ; b = |\overline{AC}| \text{ und } c = |\overline{AB}|$$

Die Winkel bei den Eckpunkten werden üblicherweise mit den ersten drei griechischen Kleinbuchstaben α, β und γ bezeichnet. Dabei erhält der Winkel bei Punkt A die Bezeichnung α , bei B die Bezeichnung β und bei C heißt der Winkel γ .



Die Winkelsumme in jedem Dreieck beträgt 180° . Das heißt in einem beliebigen Dreieck gilt stets

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

(Autor: Vorkurs Mathematik)

9. Ebene Abstand Punkt- Ebene

Der Lotvektor eines Punktes Q auf eine Ebene E durch P mit Normalenvektor \vec{n} ist

$$\overrightarrow{PQ} = \frac{\overrightarrow{PQ} \cdot \vec{n}}{|\vec{n}|^2} \vec{n}.$$

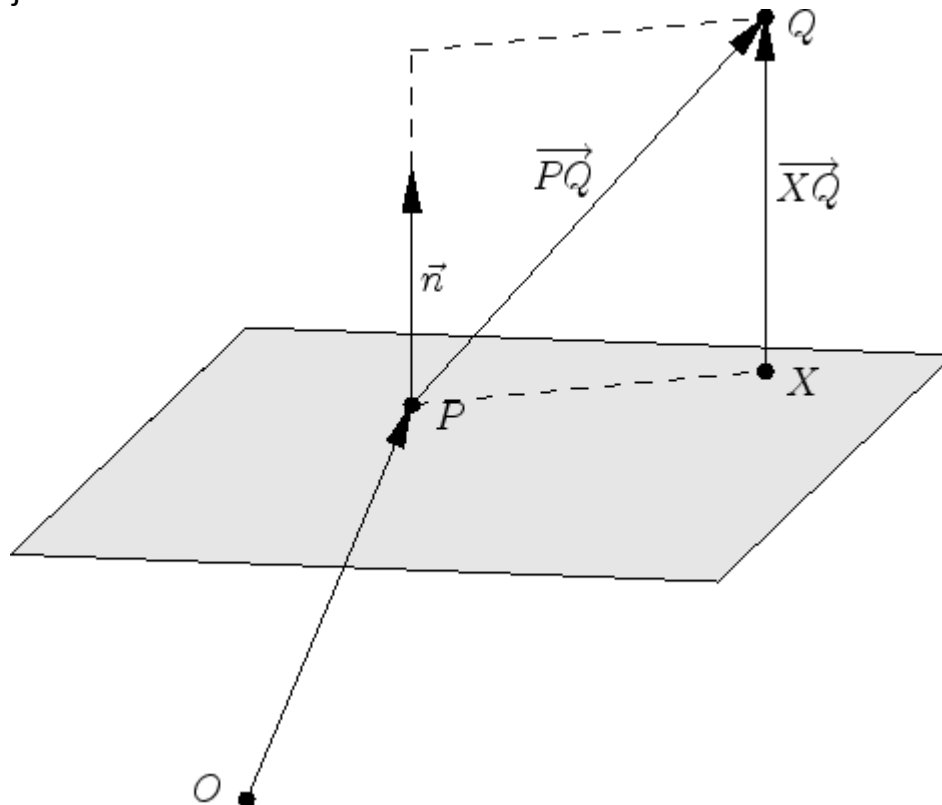
Seine Länge

$$d = \frac{|\vec{PQ} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|}$$

ist der Abstand der Ebene zu Q . Der Punkt X mit Ortsvektor

$$\vec{x} = \vec{q} - \frac{(\vec{q} - \vec{p}) \cdot \vec{n}}{|\vec{n}|^2} \vec{n}$$

wird als Projektion von Q auf E bezeichnet.



10 Fermat. Satz von Fermat

Für jede Primzahl β und $\alpha \neq 0 \pmod{\beta}$ gilt

$$\alpha^{\beta-1} = 1 \pmod{\beta}.$$

- Gauß-Newton-Verfahren

Die Lösung $x_* \in \mathbb{R}^n$ eines nichtlinearen Ausgleichsproblems

$$|f(x_1, \dots, x_n)|^2 = \sum_{k=1}^m |f_k(x)|^2 \rightarrow \min \quad (m > n)$$

kann mit der durch

$$\|f(x) + f'(x)\Delta x\|_2 \rightarrow \min$$

$$x \leftarrow x + \Delta x$$

definierten Gauß-Newton-Iteration bestimmt werden. In jedem Iterationsschritt wird dabei ein lineares Ausgleichsproblem mit der $(m \times n)$ -Matrix $f'(x)$ gelöst.

11. Gruppe Untergruppe

Für eine Gruppe (G, \diamond) bezeichnet man (U, \diamond) als Untergruppe, wenn U Teilmenge von G ist und (U, \diamond) selbst eine Gruppe bildet.

Um zu testen, ob U mit der Verknüpfung \diamond eine Untergruppe bildet, genügt es zu überprüfen, dass U bezüglich der Verknüpfung \diamond und der Bildung von Inversen abgeschlossen ist:

$$a, b \in U \Rightarrow a \diamond b \in U \quad \text{und} \quad a \in U \Rightarrow a^{-1} \in U .$$

12. Hardy Hardy-Lebesgue-Raum

Der Hardy-Lebesgue-Raum HL besteht aus allen auf der Einheitskreisscheibe $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$

holomorphen Funktionen

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k$$

mit

$$\|f\|_{HL}^2 = \langle f, f \rangle_{HL} = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \overline{c_k} < \infty .$$

13. Induktion

Aussageformen mit natürlichen Zahlen als Parametern kann man mit vollständiger

Induktion beweisen. Ist $A(n)$ eine von $n \in \mathbb{N}$ abhängige Aussage, so sind dazu die folgenden beiden Beweisschritte durchzuführen.

14. Induktionsanfang

Man zeigt, dass $A(1)$ richtig ist.

15. Induktionsschluss

Man zeigt, dass aus der Annahme, dass $A(n)$ richtig ist (Induktionshypothese), folgt, dass auch $A(n+1)$ richtig ist, d.h.

$$A(n) \implies A(n+1).$$

Dann ist gewährleistet, daß $A(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

Bei einem Induktionsbeweis wird sukzessive das Nächste aus dem Vorherigen gefolgert. Wird der Induktionsanfang nicht für $n_0 = 1$, sondern für ein $n_0 > 1$ durchgeführt, so gilt die Aussage nur für alle $n \geq n_0$.

16. Jacobi-Matrix

Für die Hintereinanderschaltung

$$h = g \circ f : x \mapsto y = f(x) \mapsto z = g(y),$$

stetig differenzierbarer Funktionen $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^\ell$ und $g : \mathbb{R}^\ell \rightarrow \mathbb{R}^n$ gilt

$$h'(x) = g'(y)f'(x),$$

d.h. die Jacobi-Matrix von h ist das Produkt der Jacobi-Matrizen von f und g . Die einzelnen Einträge von h' ergeben sich durch Matrixmultiplikation:

$$\frac{\partial h_i}{\partial x_k} = \sum_j \frac{\partial g_i}{\partial y_j} \frac{\partial f_j}{\partial x_k}.$$

Insbesondere hat die Kettenregel für den Spezialfall $m = n = 1$ (d.h. f ist eine parametrisierte Kurve und g eine skalare Funktion von l Veränderlichen) die Gestalt

$$\frac{dh}{dx} = (\text{grad } g)^t f'(x).$$

17. Kettenregel

Für die Verkettung von Funktionen

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x))$$

ist die Ableitung

$$h'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

Mit $f(y) = z$, $g(x) = y$, $h(x) = z$ schreibt man auch

18. Komplexe Zahlen

Um auch Wurzeln aus negativen Zahlen bilden zu können, führt man eine imaginäre Einheit i als eine der Lösungen von

$$i^2 = -1$$

ein und bezeichnet

$$\mathbb{C} = \{z = x + iy, \quad x, y \in \mathbb{R}\},$$

als Menge der komplexen Zahlen. Dabei werden x und y Real- bzw. Imaginärteil genannt:

$$x = \operatorname{Re} z, \quad y = \operatorname{Im} z,$$

$$\mathbb{R} = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}(z) = 0\}$$

insbesondere ist

Die komplexen Zahlen bilden einen Körper. Definiert man Addition und Multiplikation gemäß

$$z_1 + z_2 = x_1 + x_2 + i(y_1 + y_2)$$

$$z_1 \cdot z_2 = x_1 x_2 - y_1 y_2 + i(x_1 y_2 + x_2 y_1),$$

so gelten die üblichen Rechenregeln.

19. Landau-Symbole O und o

Man schreibt

$$f(x) = O(g(x)) \quad (x \rightarrow a),$$

wenn es eine Konstante c gibt, so dass $|f(x)| \leq c|g(x)|$ für x hinreichend nahe bei a . Strebt $|f(x)|/|g(x)|$ gegen 0, so benutzt man entsprechend die Schreibweise $f(x) = o(g(x))$.

19. Leibnitz - Regel

Die n -te Ableitung eines Produktes ist

$$(fg)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(n-k)} g^{(k)}.$$

19. Matlab

Das kommerzielle Programmpaket MATLAB der Firma MathWorks dient zur Durchführung numerischer Berechnungen, Visualisierung von Daten und der Entwicklung von Algorithmen und graphischen Benutzeroberflächen. Der Name des Programmpakets ist aus „MATrix LABoratory“ abgeleitet und deutet darauf hin, dass Matrizen die zentrale Datenstruktur bilden.

Vorteile von MATLAB sind unter anderem:

- großer Funktionsumfang
- einfach zu erlernende und mächtige Programmiersprache
- auf den wichtigsten Rechnersystemen verfügbar
- ausführliche Dokumentation

20. Menge. Zahlenmengen

Für folgende Zahlenmengen benutzt man Standardbezeichnungen.

- natürliche Zahlen: $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$
- ganze Zahlen: $\mathbb{Z} = \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$
- rationale Zahlen: $\mathbb{Q} = \{p/q : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}, \text{ggT}(p, q) = 1\}$
- reelle Zahlen: $\mathbb{R} = \{x : x = \lim_{n \rightarrow \infty} q_n, q_n \in \mathbb{Q}\}$
- komplexe Zahlen: $\mathbb{C} = \{x + iy : x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$

$$\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$$

Gebräuchlich sind ebenfalls die Schreibweisen

$$\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\} \quad \text{und} \quad \mathbb{R}_0^+ = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$$

$$\text{und dazu entsprechend } \mathbb{Z}^-, \mathbb{Z}_0^-, \mathbb{Q}^+, \mathbb{Q}_0^+, \mathbb{Q}^-, \mathbb{Q}_0^-, \mathbb{R}^-, \mathbb{R}_0^-.$$

21. Neumann - Problem

Für ein beschränktes Gebiet $D \subseteq \mathbb{R}^n$ und stetige Funktionen f und g hat das Randwertproblem

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f \quad \text{in } D \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= g \quad \text{auf } \partial D \end{aligned}$$

mit n der äußeren Einheitsnormalen eine Lösung, falls die Kompatibilitätsbedingung

$$\int_D f + \int_{\partial D} g = 0$$

erfüllt ist. Die Lösung ist bis auf eine Konstante eindeutig bestimmt.

Das Gebiet D muß gewissen Regularitätsvoraussetzungen genügen. Hinreichend ist, daß der Rand glatt ist.

22. orthogonal A – Orthogonalität

Zu einer symmetrischen positiv definiten Matrix A lässt sich durch

$$\langle x, y \rangle_A = x^t A y$$

ein Skalarprodukt definieren. Zwei Vektoren x und y heißen A -orthogonal, wenn das A -Skalarprodukt verschwindet, also wenn

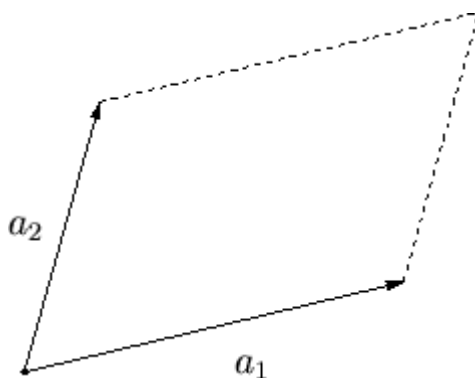
$$\langle x, y \rangle_A = 0$$

gilt.

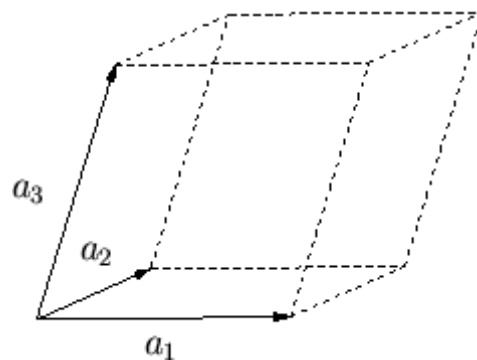
23. Parallelepiped

Ein n -dimensionales Parallelepiped P wird von n linear unabhängigen Vektoren a_i aufgespannt:

$$P = \{x = \sum_i \alpha_i a_i : 0 \leq \alpha_i \leq 1\}.$$



$n=2$



$n=3$

Zwei- und dreidimensionale Parallelepipeds werden als Parallelogramme bzw. Spats bezeichnet.

Das Volumen eines Parallelepipeds ist der Betrag der Determinante der aufspannenden Vektoren:

$$\text{vol } P = |\det(a_1, \dots, a_n)|.$$

24. Pi Rekursive Approximation von Pi

Die halben Längen a_n und b_n der um- und einbeschriebenen $(6 \cdot 2^n)$ -Ecke eines Einheitskreises genügen der Rekursion

$$a_{n+1} = \frac{2a_nb_n}{a_n + b_n}, \quad b_{n+1} = \sqrt{a_{n+1}b_n}, \quad a_0 = 2\sqrt{3}, \quad b_0 = 3,$$

mit deren Hilfe $\pi = 3.1415926535897932 \dots$ approximiert werden kann.

Diese Formeln wurden von Johann Friedrich Pfaff (1765-1825) im Jahr 1800 gefunden.

Archimedes (287-212 v. Chr.) hat mit Hilfe des 96-Ecks ($n = 4$) und der

Abschätzung $\frac{265}{153} < \sqrt{3}$ die Relation

$$3.140845 \dots = \frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7} = 3.142857 \dots$$

gewonnen.

25.Quantor Quantoren

Als Abkürzung für die Formulierungen

„es gibt ...“, „für alle ...“

werden der Existenzquantor \exists und der Allquantor \forall verwendet. Diese Quantoren

werden häufig in Verbindung mit Aussagen $A(p)$ benutzt, die von einem Parameter p aus einer Menge P abhängen.

| Schreibweise | Bedeutung |
|--------------------------|--|
| $\exists p \in P : A(p)$ | es gibt mindestens ein p aus P , für das $A(p)$ wahr ist |
| $\forall p \in P : A(p)$ | für alle p aus P ist $A(p)$ wahr |

Bei der Negation der beiden Aussagentypen vertauschen sich die Quantoren:

$$\neg(\exists p \in P : A(p)) = \forall p \in P : \neg A(p)$$

$$\neg(\forall p \in P : A(p)) = \exists p \in P : \neg A(p)$$

Gebräuchlich ist ebenfalls die Schreibweise $\exists!$ für die Formulierung „es gibt genau ein ...“.

26. Rationale Zahlen : Dezimalbrüche

Eine rationale Zahl $\frac{p}{q}$ lässt sich genau dann als endlicher Dezimalbruch schreiben,

$$\frac{p}{q} = a_1 \cdots a_m . b_1 \cdots b_n ,$$

wenn der Nenner q nur 2 und 5 als Primfaktoren hat. Treten auch andere

Primfaktoren auf, so kann $\frac{p}{q}$ als unendlicher periodischer Dezimalbruch dargestellt werden,

$$\frac{p}{q} = a_1 \cdots a_m . b_1 \cdots b_n \overline{c_1 \cdots c_k} ,$$

d.h. die Ziffernfolge $c_1 \cdots c_k$ wiederholt sich unendlich oft.

27. Reihe Taylor – Reihe Binominalreihe

Die Funktion

$$f(x) = (1+x)^\alpha$$

mit $\alpha \in \mathbb{R}$ besitzt die Taylor-Reihe

$$(1+x)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} x^k = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!} x^3 + \dots$$

für $|x| < 1$, wobei

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2) \cdots (\alpha-k+1)}{k!}$$

der verallgemeinerte Binomialkoeffizient ist.

28. Rang Rang einer Matrix

Für eine $(m \times n)$ -Matrix A stimmt die maximale Anzahl linear unabhängiger Spalten mit der maximalen Anzahl linear unabhängiger Zeilen überein und wird als Rang von A , $\text{Rang } A$, bezeichnet. Insbesondere gilt

$$\text{Rang } A \leq \min\{m, n\}.$$

29. Schwingung Harmonische Schwingung

Eine harmonische Schwingung mit Amplitude $c \geq 0$, Phasenverschiebung δ und Frequenz ω bzw. Periode $T = 2\pi/\omega$ hat die Form

$$x(t) = c \cos(\omega t - \delta).$$

30. Stetigkeit Regeln für stetige Funktionen

Für in einem Punkt a stetige Funktionen f und g sind

$$rf \quad (r \in \mathbb{R})$$

$$f \pm g$$

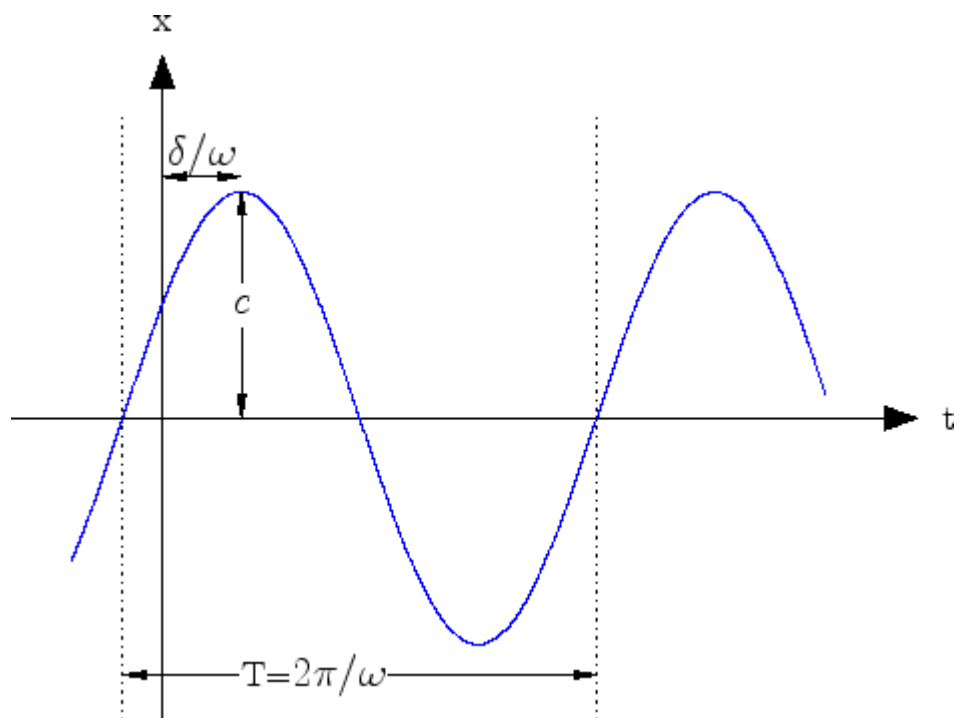
$$fg$$

$$f/g \quad \left(\begin{array}{l} g(a) \neq 0 \\ \text{falls} \end{array} \right)$$

$$f \circ g$$

in a stetig.

Entsprechendes gilt für auf einem Intervall D stetige Funktion sowie für links- und rechtsseitige Stetigkeitsstellen.



Äquivalente Darstellungen sind

$$\operatorname{Re} c \exp(i(\omega t - \delta))$$

oder

$$a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t)$$

mit $a = c \cos(\delta), b = c \sin(\delta)$, d.h. (c, δ) sind die Polarkoordinaten von (a, b) .

31. Tangente

Der Tangentenvektor einer mit einer stetig differenzierbaren Funktion f parametrisierten Kurve

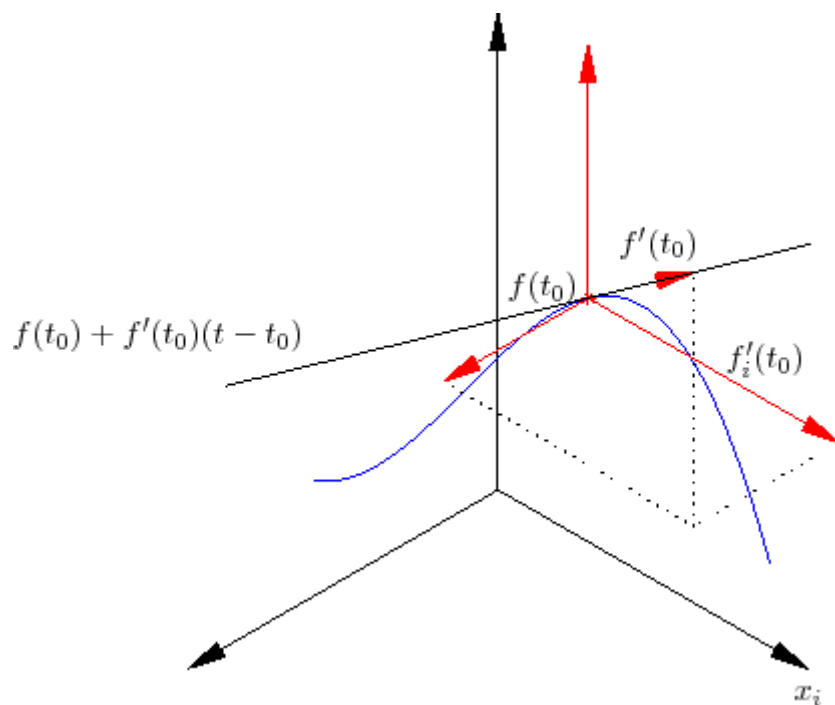
$$t \mapsto (f_1(t), \dots, f_n(t))^t$$

im Punkt $f(t_0)$ ist die Ableitung $f'(t_0)$, falls mindestens eine der

Komponente $f'_i(t_0)$ ungleich Null ist. Die Tangente ist die durch

$$f(t_0) + f'(t_0)(t - t_0), \quad t \in \mathbb{R},$$

parametrisierte Gerade.

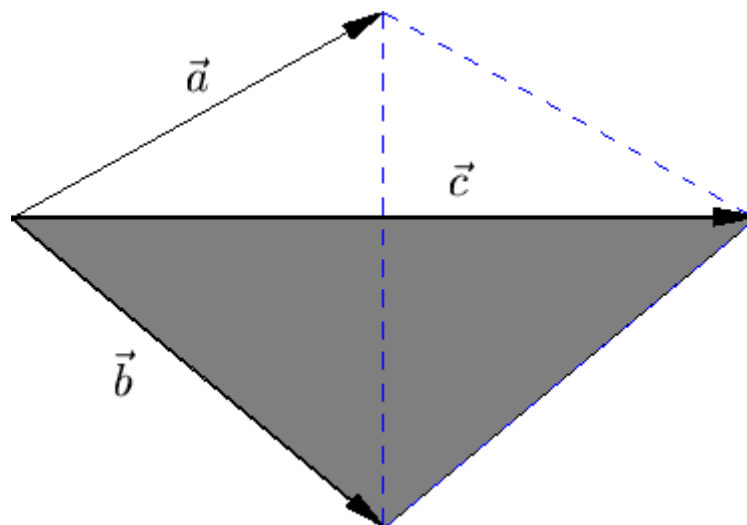


Ist $f'(t_0)$ der Nullvektor, so ist die Parametrisierung bei t_0 singulär. Ein Tangentenvektor muss nicht existieren, die Tangentenrichtung kann sich im Punkt $f(t_0)$ abrupt ändern.

32. Tetraeder Volumen eines Tetraeders

Das Volumen V eines Tetraeders, der von den Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} aufgespannt wird, ist

$$V = \frac{1}{6} |[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]|.$$



33. Ungleichung Bernoullische Ungleichung

Für $x \in \mathbb{R}$ mit $x > -1$ und $n \in \mathbb{N}_0$ gilt

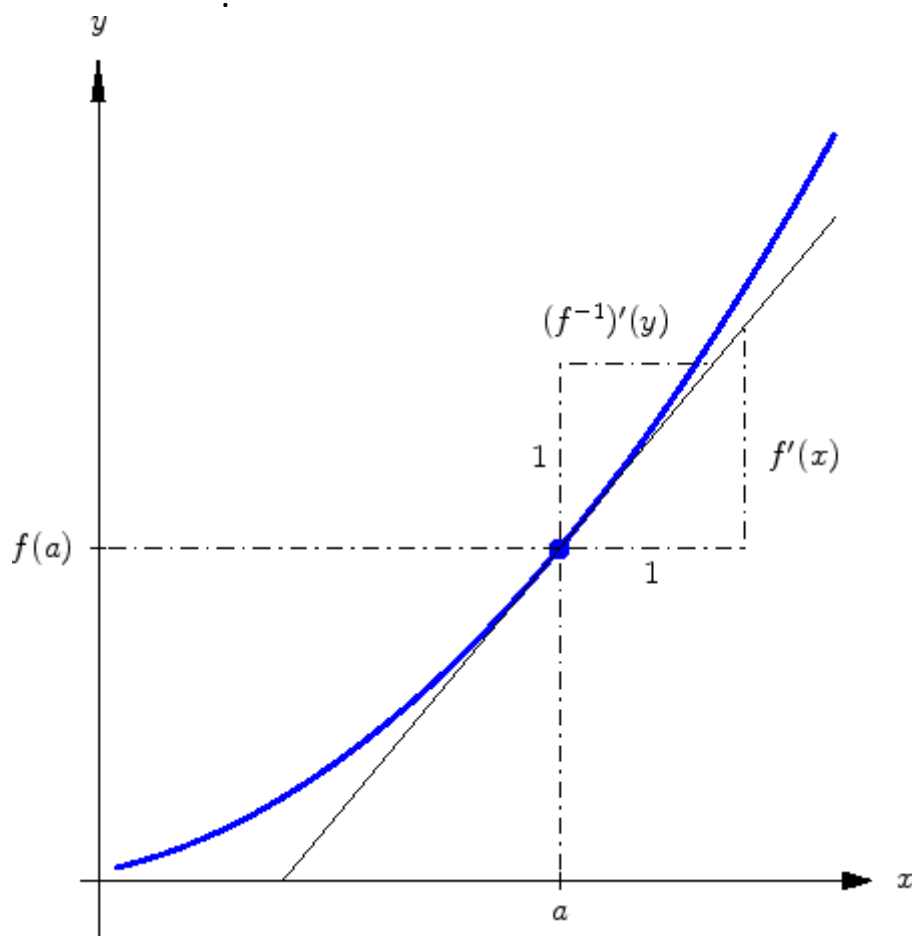
$$1 + nx \leq (1 + x)^n.$$

34. Umkehrfunktion Ableitung der Umkehrfunktion

Ist eine Funktion $y = f(x)$ stetig differenzierbar mit $f'(x) \neq 0$, so ist f in einer Umgebung von x invertierbar, und es gilt

$$(f^{-1})'(y) = f'(x)^{-1},$$

bzw. $dx/dy = (dy/dx)^{-1}$.



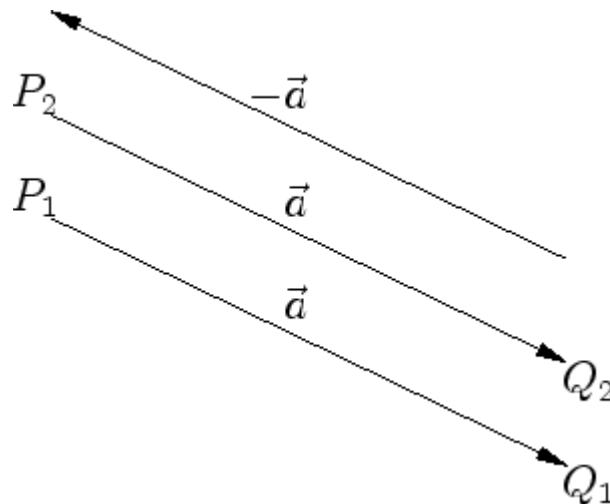
Wie in der Abbildung veranschaulicht, sind die Steigungen von f und f^{-1} reziprok.

35. Vektor Vektoren im Raum

Ein Vektor ist eine gerichtete Strecke:

$$\vec{a} = \overrightarrow{PQ}$$

bezeichnet den Vektor vom Punkt P zum Punkt Q . Alternativ kann ein Vektor als Parallel-Verschiebung des Raumes interpretiert und mit einem Pfeil identifiziert werden.



Wie aus der Abbildung ersichtlich ist, stellen gleichlange Pfeile mit gleicher Richtung

$$\overrightarrow{P_1Q_1} = \overrightarrow{P_2Q_2}$$

den gleichen Vektor dar, . Die spezielle Darstellung bezogen auf den Ursprung des Koordinatensystems wird als Ortsvektor bezeichnet und definiert die Koordinaten des Vektors:

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} .$$

Die Koordinaten von \vec{a} lassen sich ebenfalls als Differenz der Koordinaten der

Punkte Q und P berechnen. Schließlich wird mit

$$\overrightarrow{OO} = \overrightarrow{PP} = \vec{0}$$

der Nullvektor bezeichnet.

36. Volumen Determinante als Volumen

Der Betrag der Determinante einer reellen Matrix A stimmt mit dem n -dimensionalen Volumen des von den Spalten a_i aufgespannten Spats überein:

$$|\det A| = \text{vol} \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i a_i : 0 \leq \alpha_i \leq 1 \right\} = \text{vol} (A[0, 1]^n) .$$

37 Wirbel Schnitt zweier Ebenen

Der kleinere der beiden Winkel $\varphi \in [0, \pi/2]$ zwischen zwei Ebenen mit Normalenvektoren \vec{n}_i ist durch

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|}$$

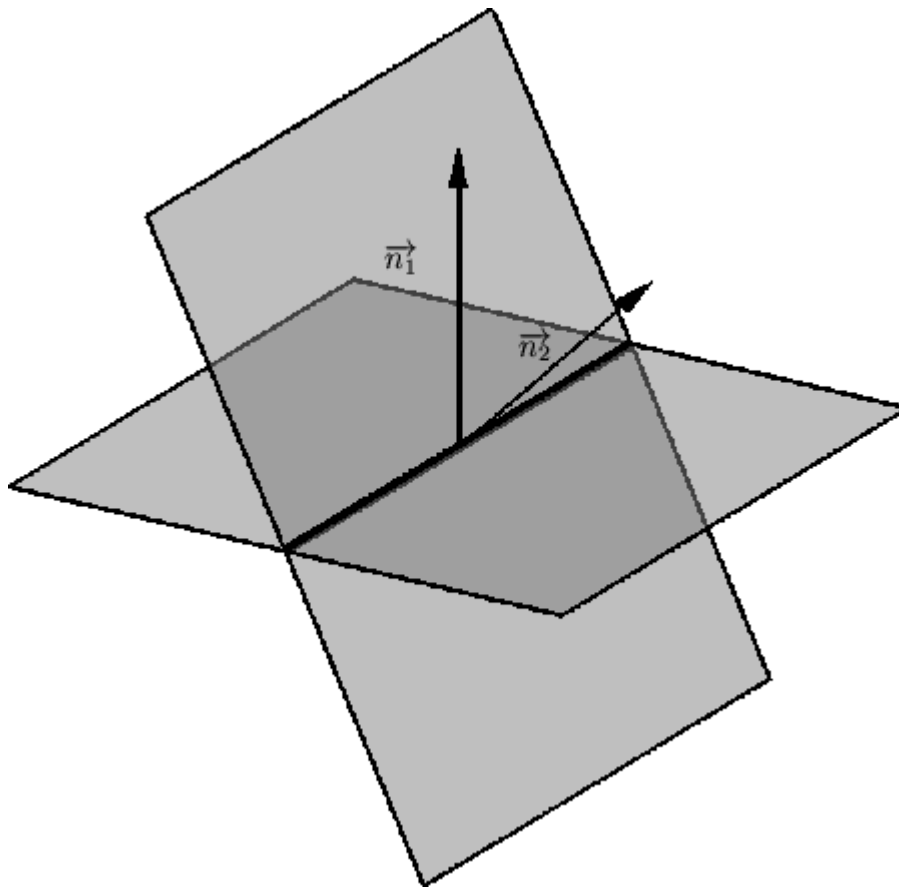
eindeutig bestimmt und

$$\vec{u} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$$

ist die Richtung der Schnittgeraden g . Einen Punkt P auf g kann man durch Schnitt mit einer der Koordinatenebenen bestimmen und erhält dann

$$g : \vec{x} = \vec{p} + t\vec{u} \quad t \in \mathbb{R}$$

als Parameterdarstellung von g .



38. Wronski Wronski - Determinante

Für eine Fundamentalmatrix Γ des homogenen

$$u' = A(t)u$$

Differentialgleichungssystems

gilt für die sogenannte Wronski-

$$\Gamma(t)$$

Determinante det

$$(\det \Gamma)' = \text{Spur } A(t) (\det \Gamma) .$$

Damit ist

$$\det \Gamma(t) = \det \Gamma(t_0) \exp \left(\int_{t_0}^t \text{Spur } A(s) ds \right) > 0 ,$$

woraus insbesondere folgt, dass $\Gamma(t)$ für alle $t > t_0$ invertierbar ist, falls

$$\det \Gamma(t_0) \neq 0$$

39. Zahlen : natürliche und ganze Eigenschaften natürlicher Zahlen

Die natürlichen Zahlen

$$\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$$

können durch die folgenden, auf

Peano zurückgehenden Axiome charakterisiert werden:

- Jede natürliche Zahl n hat einen Nachfolger.
- 1 ist die kleinste natürliche Zahl.
- Jede Teilmenge der natürlichen Zahlen besitzt ein kleinstes Element.
- Zwischen zwei natürlichen Zahlen liegen nur endlich viele weitere natürliche Zahlen.
- Durch Abzählen, beginnend bei 1, durchläuft man in Einerschritten alle natürlichen Zahlen.

$$\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$$

Man schreibt für die natürlichen Zahlen und 0. Gelegentlich bezeichnet man auch 0 als eine natürliche Zahl. Die obigen Eigenschaften bleiben dann gültig, wenn man 1 durch 0 ersetzt.

40. Zufallszahlen Gleichverteilte Folgen

Eine Folge x_0, x_1, \dots in einem Quader

$$Q = [a_1, b_1] \times \dots \times [a_n, b_n]$$

heißt gleichverteilt, wenn

$$\lim_{\ell \rightarrow \infty} \frac{\#\{x_k \in Q' : k < \ell\}}{\ell} = \text{vol } Q' / \text{vol } Q$$

für alle Teilquader $Q' \subseteq Q$. Dabei bezeichnet $\#D$ die Anzahl der Elemente einer Menge D .

Allgemeiner definiert man m -verteilt, indem man $x_k \in Q'$ durch

$$x_{k+\nu} \in Q'_\nu, \quad \nu = 1, \dots, m,$$

ersetzt und $\text{vol } Q'$ durch $\prod_{\nu=1}^m \text{vol } Q'_\nu$. Eine Folge, die für alle $m \in \mathbb{N}$ m -verteilt

ist, bezeichnet man als ∞ -verteilt.

Teste (Zahlen)

Wählen Sie eine richtige Variante des Zahlwortes !

- Nach dem Plan sollte der urlaubam_____ (25) Mai beginnen.
- fünfundzwanzigste
- fünfundzwanzig
- fünfundzwanzigsten
- Ein Brief nach Deutschland kostet _____ (3) Euro.
- dritte
- drei
- dritten
- Warum hast du sogar _____ (2) Uhren gekauft?
- zweite
- zwei
- zwanzig
- Die Arbeit nahm _____ (1) Stunde in Anspruch.
- eine
- ein
- eins
- Der Arzt muß erst um _____ (6) Uhr kommen.
- sechste
- sechsten
- sechs
- Die auf den Schnellzug _____ (102) wartenden Passagieren werden gebeten, im Wartesaal zu bleiben.
- hundert zwei
- hundertzwei
- hundertundzwei
- Robert braucht nicht Dresden zu fahren und dort _____ (4) Tage zu bleiben.
- vier
- vierten
- vierte
- Erich wollte schon mit _____ (6) Jahren in die Schule gehen.

- sechsten
- sechs
- sechte
- Wille hatte als erster alle_____(7) übungen gemacht.
- siebzig
- siebte
- sieb en
- In der _____(6) Übung hat er einen Fehler gemacht.
- sechsten
- sechs
- sechste
- Mein Sohn ist schon_____(2,8) Jahre alt.
- zwei achtel
- zwei Komma acht
- zweiachtel
- Heute ist der_____(14) April.
- vierzehnte
- vierzigste
- vierzeinten
- Die Fahrkarte kostet_____(150) Euro.
- einhundert fünfzig
- einhundertfünfzig
- ein Hunder fünfzig
- Ich kenne ihm seit_____(1992).
- neunzeinhundertneunundzwanzig
- eintausendneunhundertzweiundneuzig
- neunzeinhundertzweiundneunzig
- Bleiben Sie bitte bis_____(13,15).
- viertelnachderizein
- viertelnachdreizein
- viertel nach dreizein
- Er hat seinen Geburtstag am_____(10) Januar.
- zehn
- zehnten
- zehnte
- Heute feiert er seinen_____(10) Geburtstag.
- zehnten

- zehn
- zehnte
- Die Bevölkerung Deutschlands beträgt etwa _____(82,5 Mill.) Menschen.
- zweiundachtzig Komma fünf Millionen
- zweiundachtzigmillionen Komma fünf
- zweiundachtzig Millionen Komma fünf
- In der ____ (1) Klasse lernen die Kinder lesen, rechnen und schreiben.
- erster
- eins
- ersten
- Der nächste Zug geht erst in _____(2) Stunden.
- zweit
- zwei
- zweiten

Mathematische Übungen

Übung 1. Schreibt die Beispiele ! Lösungen dieser

1. Wie heißt die Summe der Zahlen 434 und 367?
2. Addiere die Zahlen 235, 678 und 345 !
3. Addiere zu der Differenz der Zahlen 33 und 25 die Zahl 40 und dividiere das Ergebnis durch 4 !
4. Subtrahiere von der Zahl 812 die Zahl 123 !
5. Bilde die Differenz der Zahlen 980 und 345 !
6. Subtrahiere von der Summe der Zahlen 237 und 452 die Differenz der Zahlen 432 und 293 !

Übung 2. Wie heißt die Zahl?

1. Wenn du von meiner Zahl 223 abziehst, erhältst du die Summe aus 194 und 66.
2. Wenn du zu meiner Zahl 456 dazuzählst, erhältst du die Differenz aus dem Zahlen 1000 und 289.
3. Meine Zahl verdoppelt heißt 888.
4. Wenn du die Zahl durch 4 teilst und dann das Ergebnis von 21:7 addierst, erhältst du 15. Wie heißt die Zahl ?
5. Wenn du meine Zahl halbiert, erhältst du 123.
6. Meine Zahl ist das Doppelte von 45.
7. Meine Zahl ist die Summe von der Hälfte von 90 und der Hälfte von 64.

8. Wenn ich von meiner Zahl 24 subtrahiere und das Ergebnis durch 6 teile, erhalte ich die Zahl 8.
9. Wenn ich meine Zahl mit 3 multipliziere, ist das Ergebnis 12 addiere, erhalte ich die Zahl 30.
10. Wenn ich meine Zahl mit 8 multipliziere, ist das Ergebnis die Hälfte von 144.
Wie heißt meine Zahl?

Übung 3. Bildet eure Rätsel für folgende Gleichungen:

1. $574 + x = 890$
2. $x = 25 * 2$
3. $x + 670 = 930$
4. $x - 462 = 33$
5. $630 : x = 9$

Antworten für Übungen !

Übung 1.

1. $434 + 567$
2. $235 + 678 + 345$
3. $((33 - 25) + 40) : 4$
4. $812 - 123$
5. $980 - 345$
6. $(237 + 452) - (432 - 293)$

Übung 2.

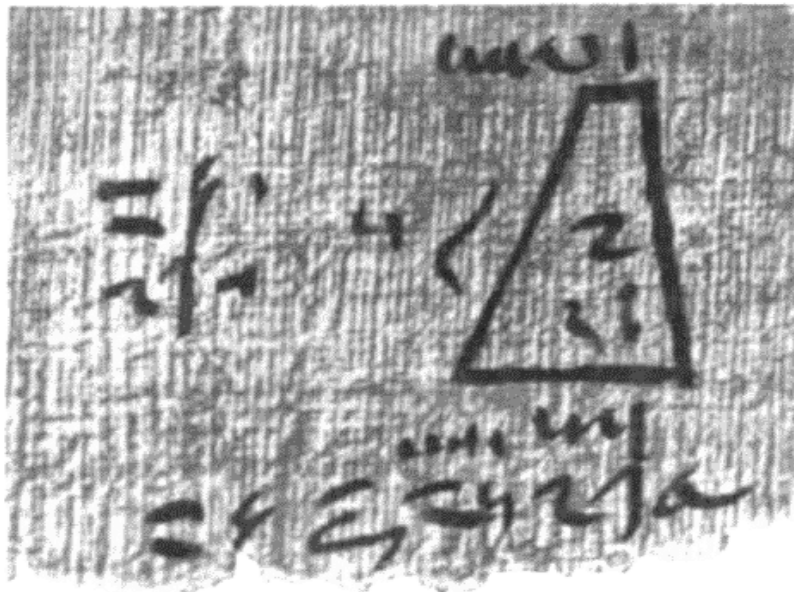
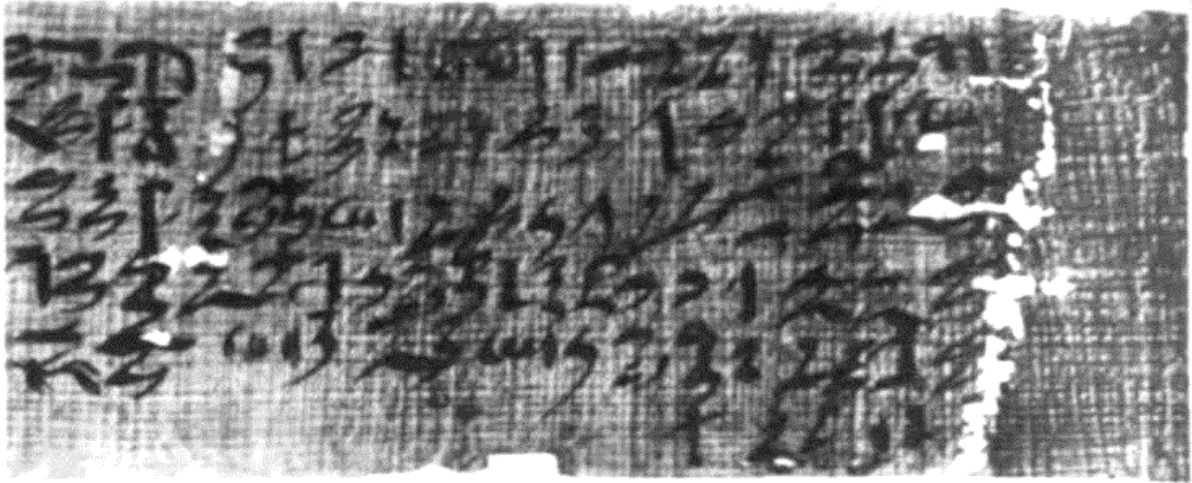
1. $x - 223 = 194 + 66$
2. $x + 456 = 1000 - 289$
3. $x * 2 = 888$
4. $x : 4 + 21 : 7 = 15$
5. $x : 2 = 123$
6. $x = 2 * 45$
7. $x = 90 : 2 + 64 : 2$
8. $(x - 24) : 6 = 8$
9. $x * 3 + 12 = 30$
10. $x * 8 = 144 : 2$

Übung 3. Mögliche folgende Varianten:

1. Die erste Zahl ist 574. Die Summe heißt 890. Wie heißt die zweite Zahl?
2. Meine Zahl ist das Doppelte von 25.
3. Wenn ich zu meiner Zahl 670 addiere, erhalte ich 930.
4. Wenn ich von meiner Zahl 462 subtrahiere, ist das Ergebnis 33.
5. Wenn ich 630 durch meine Zahl dividiere, erhalte ich 9.

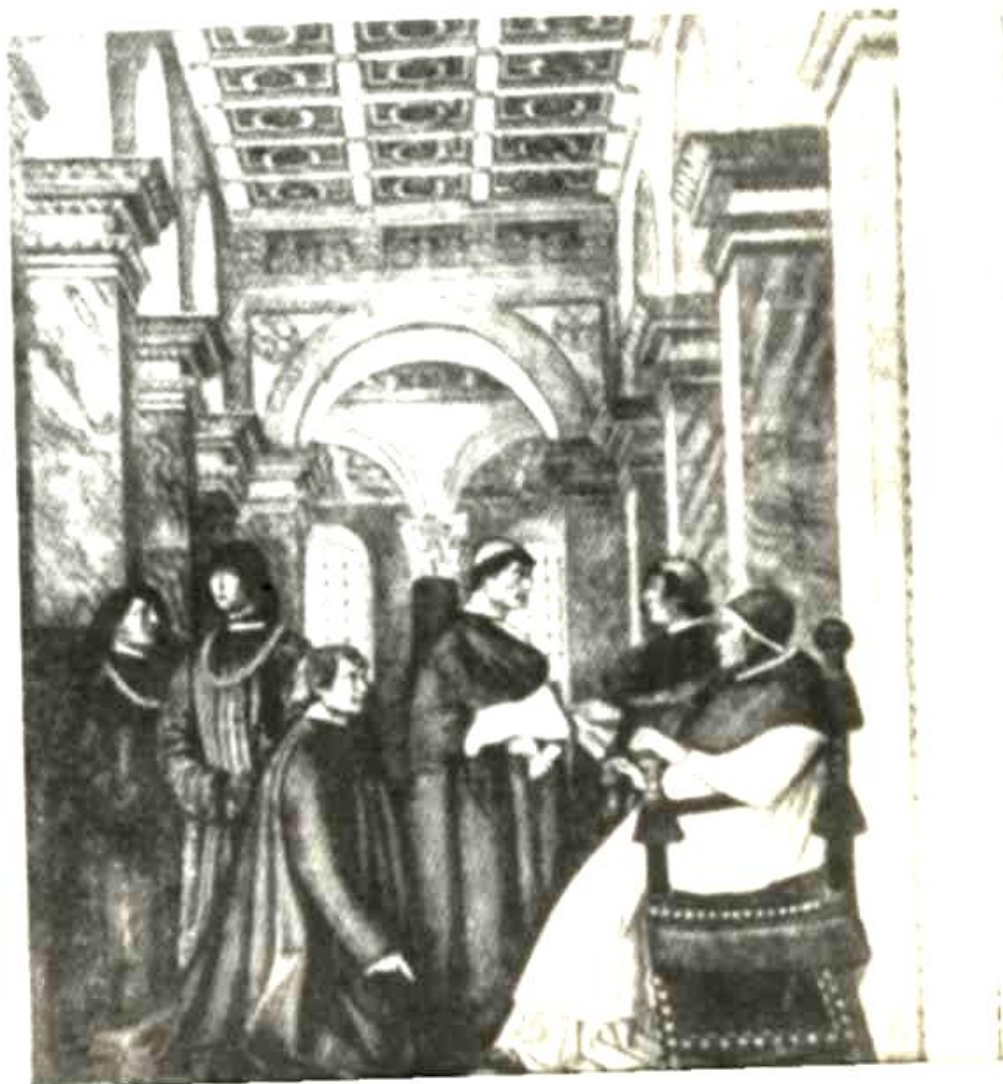
\

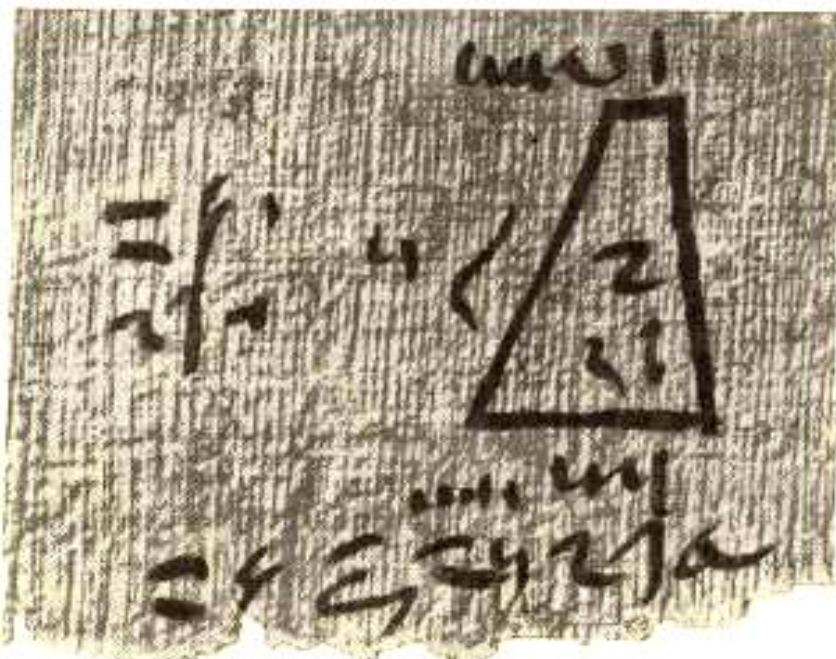
Bildtafeln











oben

Originaltext der Hau-Aufgabe
in demotischer Schrift,
darunter: Transkription
der demotischen Schrift
des oberen Bildes
in Hieroglyphen

10 Altägyptische Mathematik (Moskauer Papyrus)

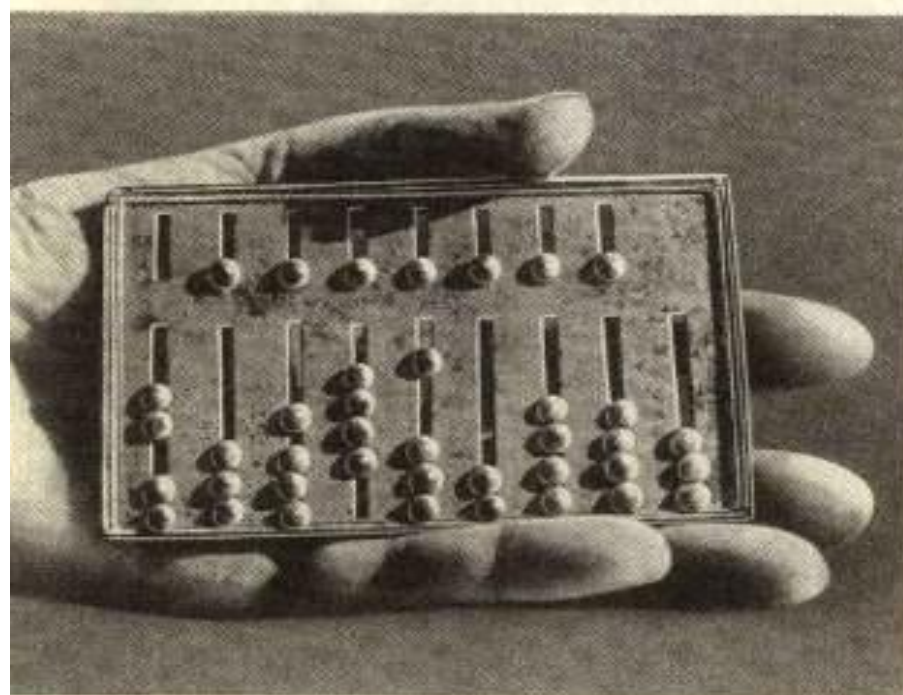
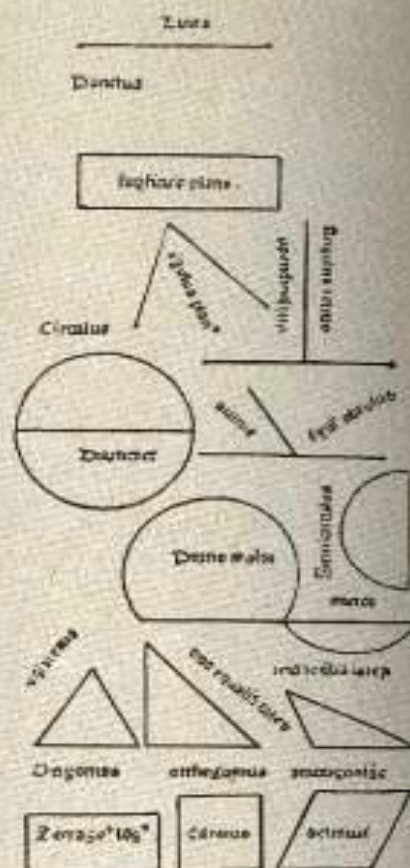
Berechnung
eines Pyramidenstumpfes

Præclarissimus liber elementorum Euclidis periphi-
cacissimè in artem Geometrie incipit quæsolectissimè:



Rectus est cuius pars non est. Linea est
longitudo sine latitudine cuius quidam ex-
tremitates sunt duo puncta. Linea recta
est ab uno puncto ad aliud brevissima et ter-
minatio in extremitates suas utriusque recipiens.
Superficies est quæ longitudo et lati-
tudo in terminis quibusdam sunt lineæ.
Superficies plana est ab una linea ad al-
iam extensio in extremitates suas recipiens.
Angulus planus est duarum linearum al-
ternas præter terminos quos expansio est super
hanc applicationem non directa. Quando autem angulum præter due
lineas recte rectilineus angulus nominatur. Si recta linea super rectam
steterit duoque anguli utrobique fuerint equeles eorum uterque rectus erit.
Lineæque lineæ superflue ei cui superflue perpendicularis vocatur. An-
gulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. Angulus vero minor re-
cto acutus appellatur. Terminatio est quod uniuscuiusque terminus est. Figura
est quæ terminis vel terminis præter. Circulus est figura plana una quodam li-
nea præter quæ circumferentia nominatur in cuius medio punctus est: a quo omnes
lineæ recte ad circumferentiæ extremitates libere exiunt et sunt equaliter. Et hic
quidam punctus centrum circuli dicitur. Diameter circuli est linea recta que
super ei centrum transiens extremitatesque suas circumferentiæ applicans
circuli in duo media dividit. Semicirculus est figura plana dia-
metro circuli et medietate circumferentiæ præterita. Porro circu-
li est figura plana recta linea et parte circumferentiæ præterita: semicircu-
lo quidam aut maior aut minor. Rectilineæ figure sunt quæ rectis li-
neis continentur quarum quedam trilateræ quæ tribus rectis lineis: quedam
quadrilateræ quæ quatuor rectis lineis: quedam multilateræ que pluribus
que quatuor rectis lineis continentur. Figurarum trilaterarum: alia
est triangulus habens tria latera equalia. Alia triangulus duo habens
equalia latera. Alia triangulus tria inequalia latera. Idem iterum
alia est orthogonius: id est rectum angulum habens. Alia est an-
gulum aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigeni-
um: in qua tres anguli sunt acuti. Figurarum autem quadrilaterarum
Alia est quadratum quod est equilaterum atque rectangulum. Alia est
rectangulum longius: quæ est figura rectangula: sed equilatera non est.
Alia est rhombus: que est equilatera: sed rectangula non est.

De principijs per se notis: et primo de diffini-
tionibus eorundem



Elemente des Euklid,
erste Druckausgabe
in Europa, 1482

12 Griechisch-römische Mathematik

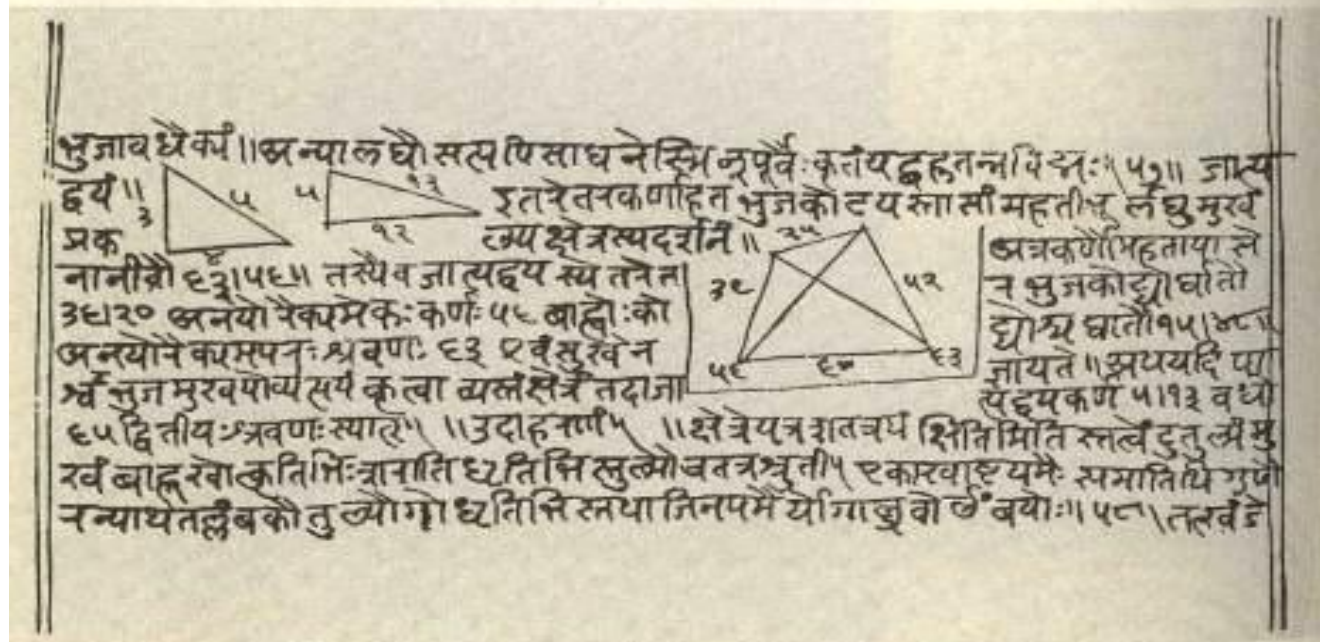
Römischer Handabakus

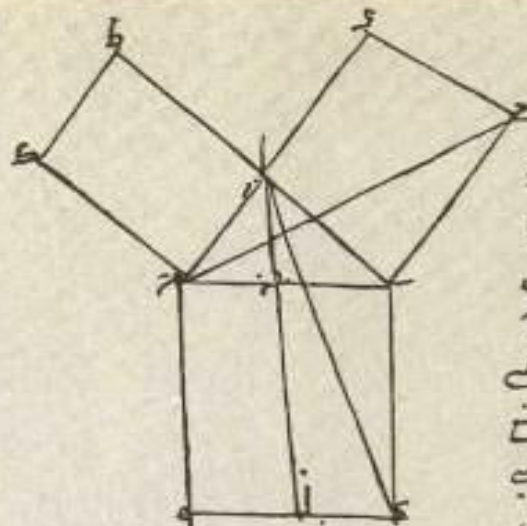


Astronomisch-mathematische Bauwerke aus dem 17. Jh. zur Bestimmung von Zeit, Deklination und Stundenwinkel (bei Delhi)

14 Altindische Mathematik

Mathematisches Manuskript aus dem 16. Jh. (Kopie einer Handschrift von Bhaskara)

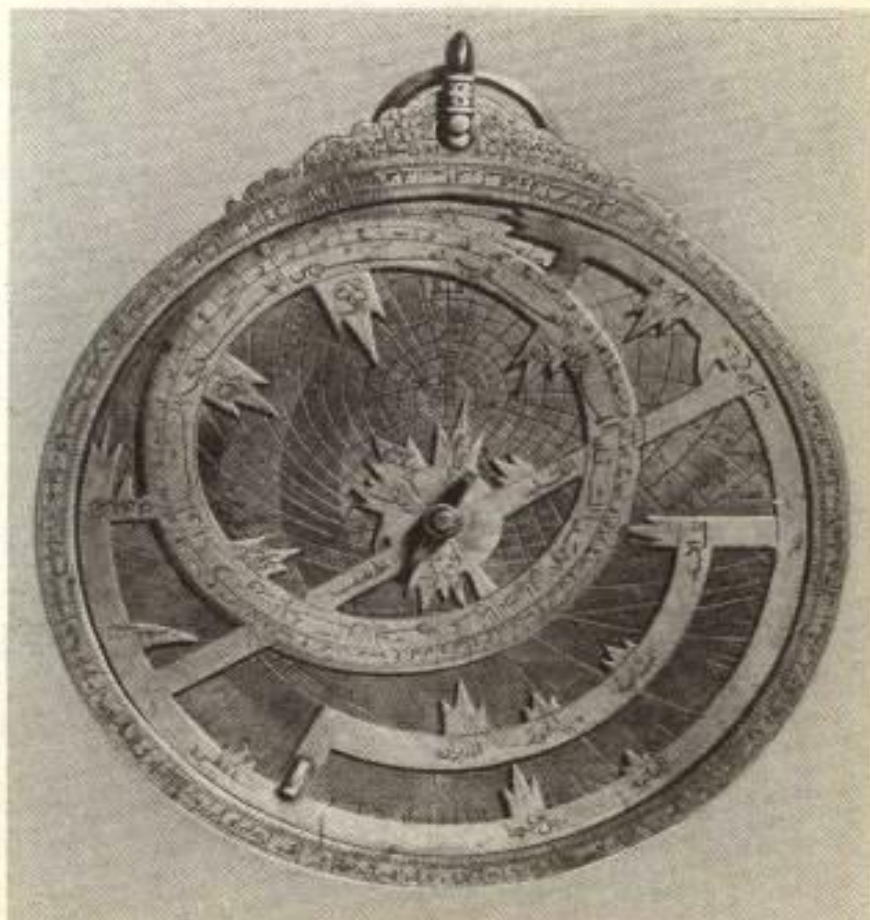




سطح
لب و نصفها
و مثل ذلك
بنيوا على سطح
لب و سطح
حكة فاذا ضرب
كم ساه و مربع
سأ اح و ذلك

ما اردوا ان يثبتوا ان كل مثلث قائم الزاوية
مختلف رجليه المربعان الثالث بحسب جيات اضلاع
الثلاث و يجمع ذلك في ثمانية اوجز او كان لكل جيات
قريب الاثنى عشر في الاثنى عشر و يجمع ابيات
من الاقنات فكثيرا من الزاوية والها ربا لا يخرج خط انك
المداخلة و ربا لا يولد مربع التديس عليها او لا يعولان
اصلا من جهات مربع مجموعها و يقبل احدهما واما اثباتها

Satz des Pythagoras
in einer arabischen
mathematischen Handschrift
aus dem 14. Jh.



Arabisches Astrolabium
für Höhenmessungen
und astronomische
Berechnungen,
Anfang des 15. Jh.



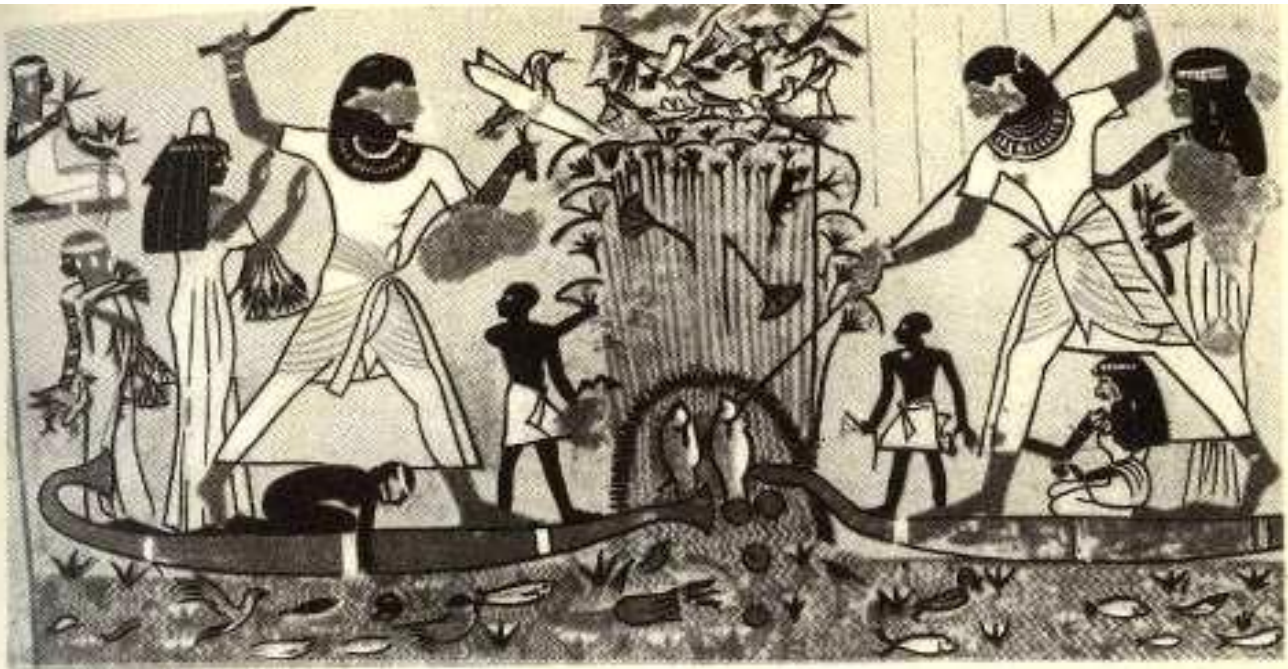
16 Mathematik im Europa des 15./17. Jahrhunderts

Sieg des Ziffernrechnens über das Abakusrechnen. Zeitgenössische Darstellung von 1504.

Pythagoras, der als Erfinder des Abakusrechnens galt, sitzt griesgrämig noch beim Rechnen, während Boethius (links), der angebliche Erfinder des schriftlichen Rechnens mit indischen Ziffern, bereits fertig ist. Die Göttin Arithmetica im Hintergrund beaufsichtigt den Wettbewerb

Gebrauch des Jakobstabs. Zeitgenössische Darstellung aus dem 16. Jh.



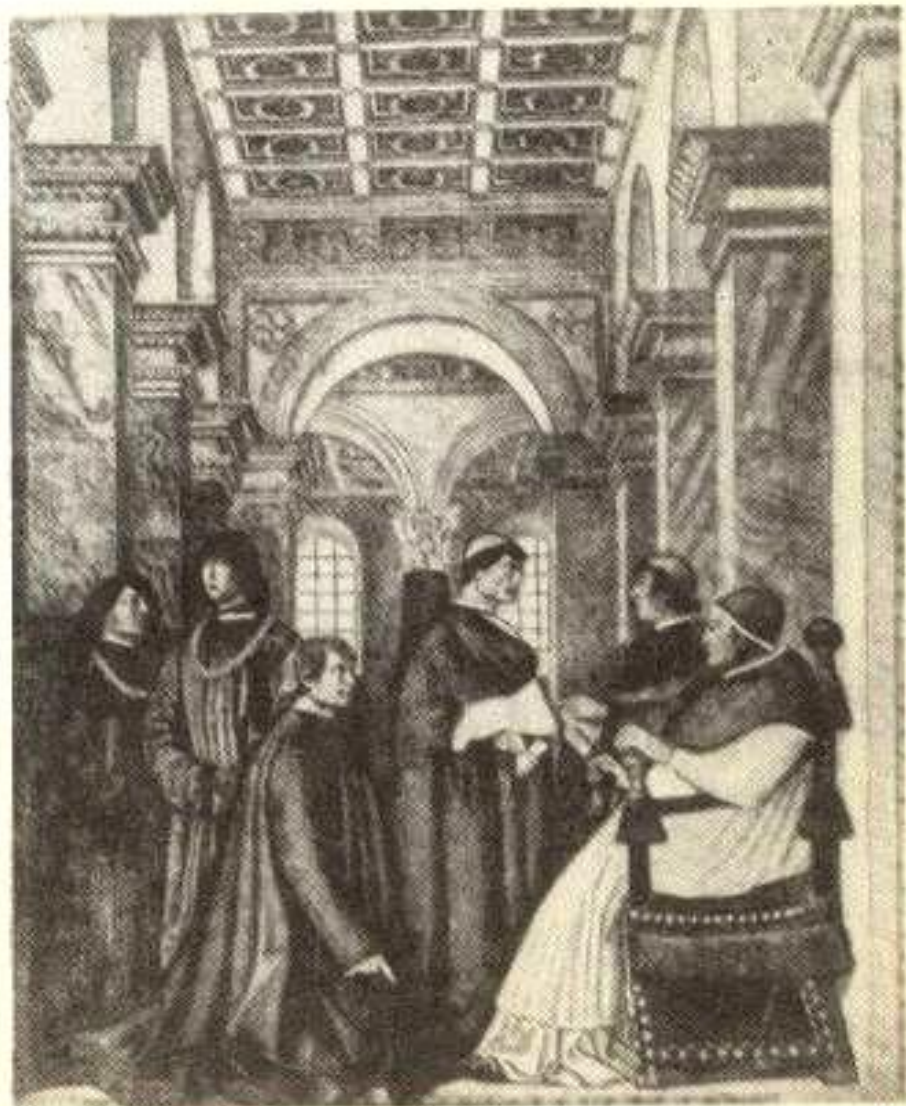


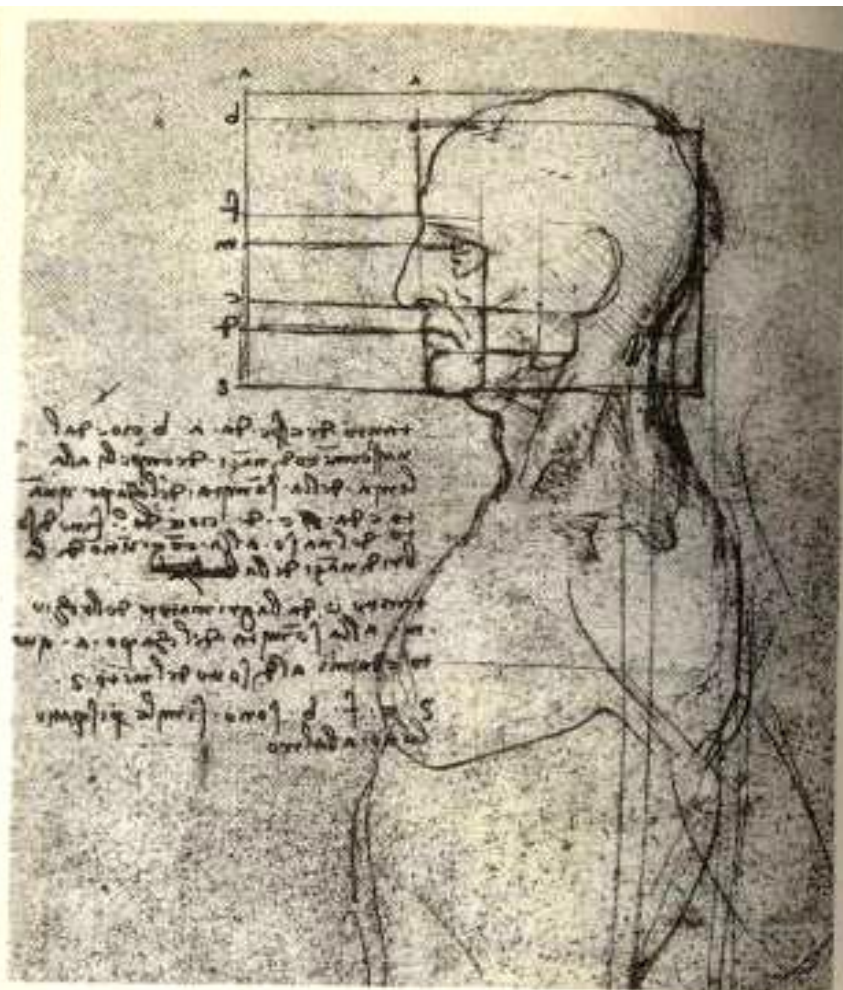
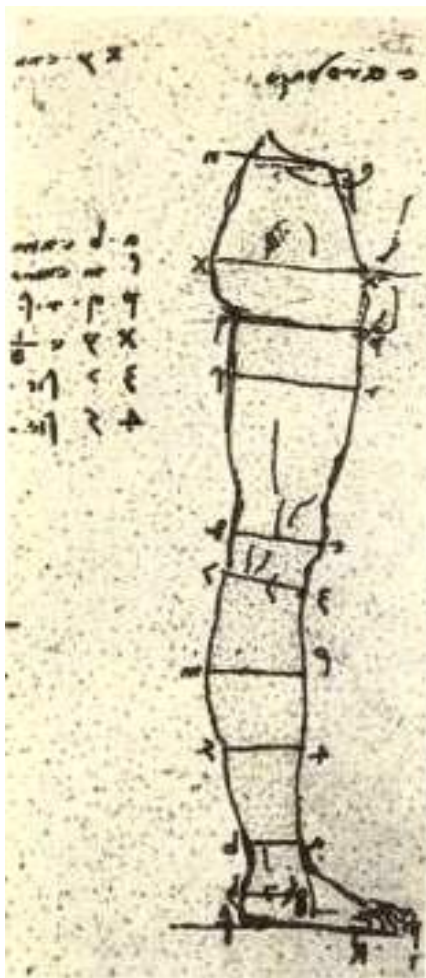
Altägyptische Wandmalerei: Fischstechen und Vogeljagd im Papyrusdickicht.
 Aufrißprojektionen der charakteristischsten Querschnitte, vgl. etwa
 die Lage von Kopf und Schultern bei den Hauptpersonen

17 Mathematik und bildende Kunst I

Beispiele für die Dar-
stellung räumlicher
Gebilde in einer Ebene

Gemälde
 von Melozzo da Forlì
 (1438–1494):
 Papat Sixtus IV. ernannt
 Platina zum Präfekten
 des Vatikans (Rom,
 Vatikanische Galerie).
 Die Entdeckung
 des Fluchtpunktsatzes
 zu Anfang des 15. Jh.
 bedeutet einen Wende-
 punkt in der Geschichte
 der Malerei

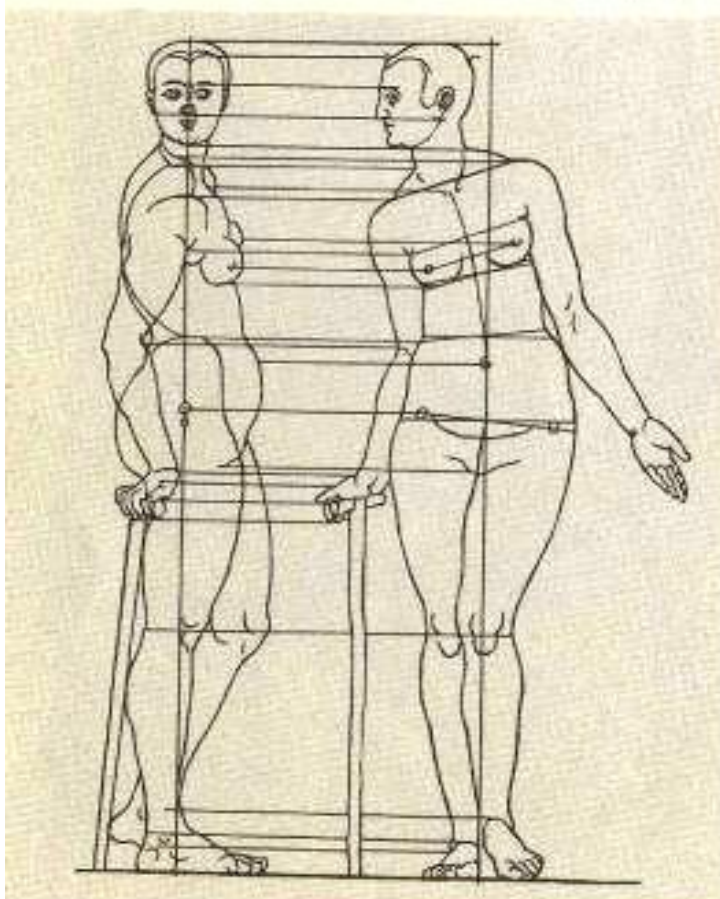




Handzeichnungen
von Leonardo da Vinci

18 Mathematik und bildende Kunst II

Proportionen
des menschlichen Körpers



Proportionsschema
von Albrecht Dürer

**Geometrische Formen
in Baukunst
und Technik I**



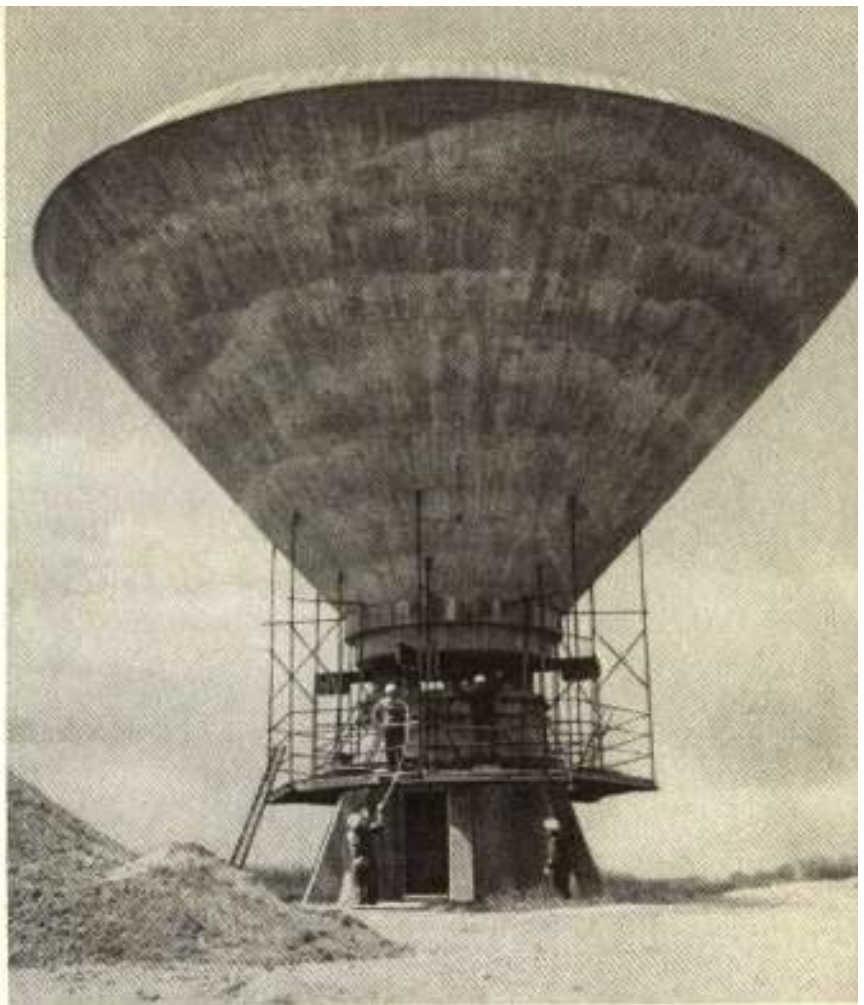
Palazzo Rucellai,
Florenz, 15. Jh. Die
Höhen der Stockwerke
bilden eine
geometrische Folge

Altes Rathaus,
Leipzig, 16. Jh.
Der Turm teilt die
Vorderfront im Ver-
hältnis des Goldenen
Schnittes

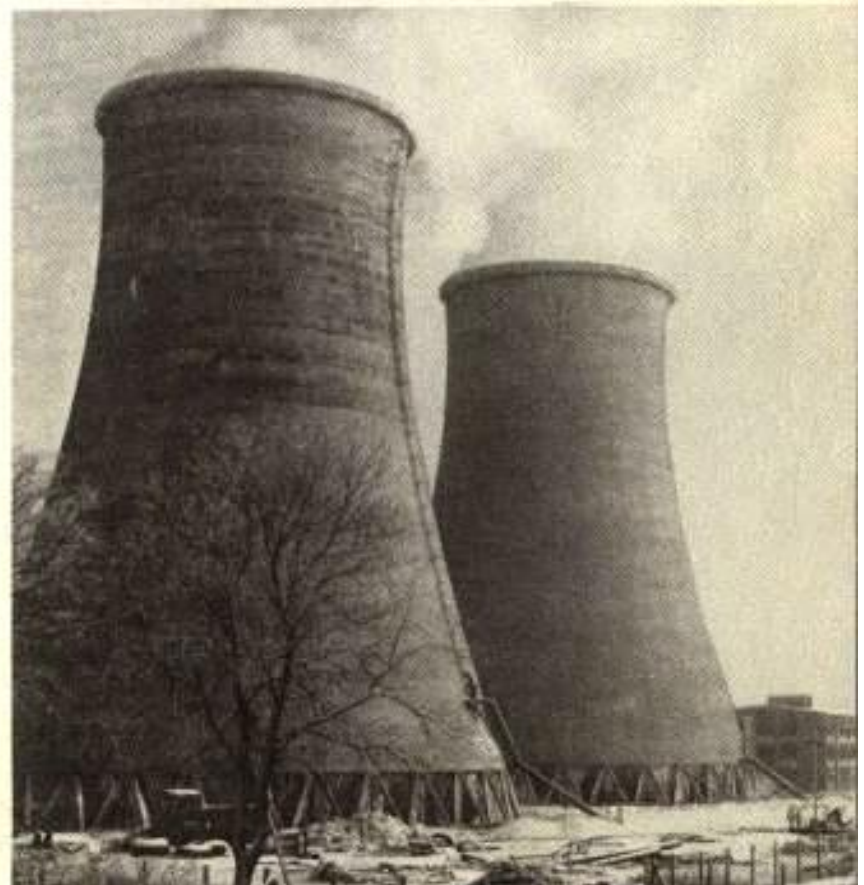


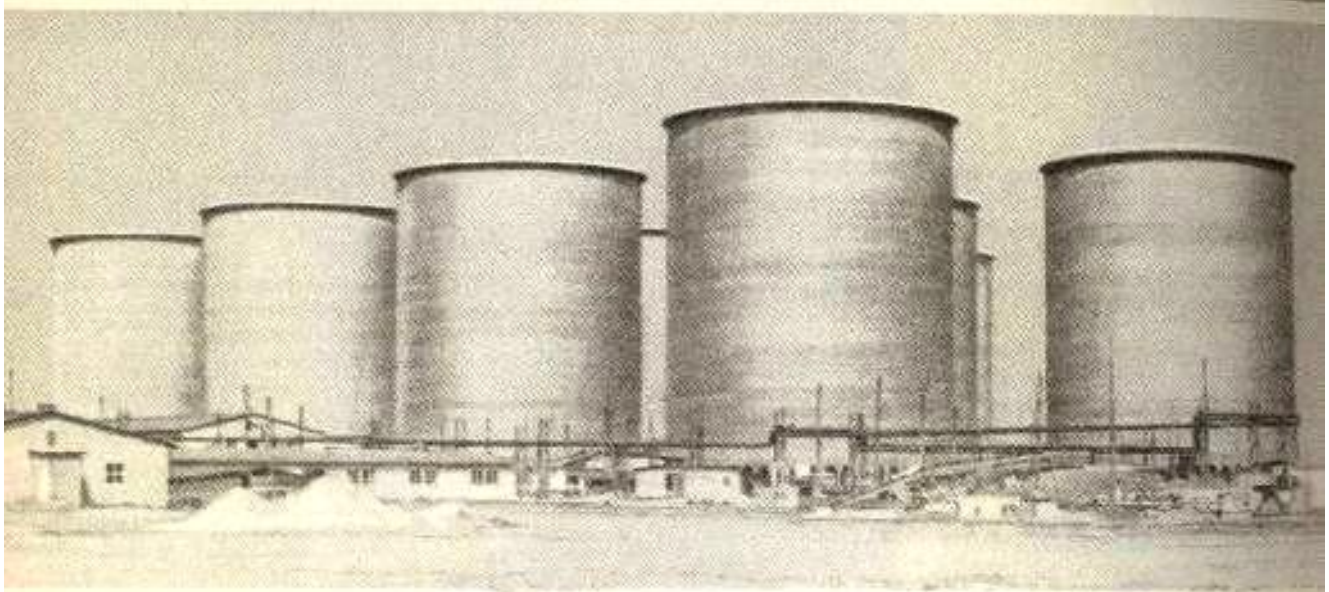
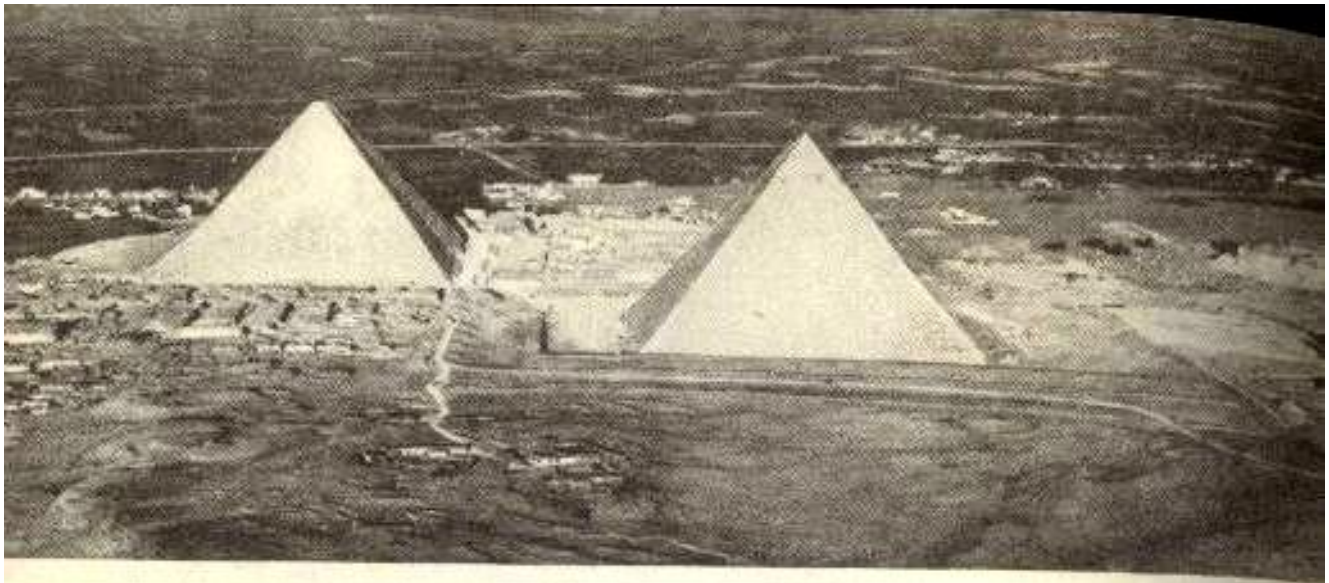
21 Geometrische Formen
in Baukunst
und Technik II

Neuartiger Wasserturm ;
durch seine Kegelform
bietet er einen ungewohnten
Anblick



Kühltürme
eines Heizkraftwerkes
(Rotationshyperboloide)





oben

Ägyptische Pyramiden bei Gizeh
(gerade quadratische Pyramide)

Mitte

Kraftwerk
(gerader Kreiszylinder)

22

**Geometrische Formen
in Baukunst und Technik III**

Stadtmauerturm
(gerader Kreiskegel)



1



2



3



4



5



6

7

23

Bedeutende Mathematiker im 15./16. Jh.

- 1 Regiomontanus (1436–1476)
- 2 Simon Stevin (1548–1620)
- 3 Albrecht Dürer (1471–1528)
(Ausschnitt aus Selbstbildnis)
- 4 Niccolo Tartaglia (um 1500–1557)
- 5 Geronimo Cardano (1501–1576)
- 6 Jost Bürgi (1552–1632)
- 7 Luca Pacioli (1445–1514)
(nach einem Gemälde eines
unbekannten Meisters um 1500)



Rechnung auff der Linihen vnd Federn/ Auff allerley handchirung gemacht/ durch Adam Riesen.



Zum andern mal vbersehen
vnd gecohret,
Anno M. D. XXXV.

Rechenung nach der Lenge/ auff den Linihen vnd Feder.

Darzu forteil vnd behendigkeit durch die Proportio-
nes/ Practica aenaut/ Mit grünllichem
vnterricht des visierens.

Durch Adam Riesen.
im 1550. Jar.



Cum gratia & priuilegio
Cæsareo.

Adam Riesen. Viheskauff.



Item/ einer hat 100. fl. dafür wil er 100.
haupt Vihes kauffen / nemlich / Ochsen/
Schwein/ Kälber/ vnd Geissen/ kost ein Ochse
4 fl. ein Schwein anderthalben fl. ein Kalb
einen halben fl. vnd ein Geiß ein ort von einem
fl. wie viel sol er jeglicher haben für die 100. fl.?
Machs nach den vorigen/ mach eines jeglichen
kosten zu ortern/ desgleichen die 100. fl. vnd setz
als dann also:

| | | | |
|-----|----|----|-----|
| | 16 | 15 | |
| | 6 | 5 | |
| 100 | 1 | 1 | 400 |
| | 1 | | |

oben links

Titelbild der 1532 von Melchior Sachse
in Erfurt gedruckten Ausgabe

oben

Titelblatt der 1550 von Jakob Bärwald in Leip-
zig gedruckten Ausgabe mit einer Wiedergabe
des Verfassers

24 Bedeutende Mathematiker im 16. Jh.

Adam Ries (1492-1559), Rechenmeister in
Erfurt und Annaberg, vollendete 1522 sein
Werk „Rechnung auff der Linihen und
Federn ...“. Es wurde zum echten Volks-
rechenbuch und ist in über 100 Auflagen er-
schienen

Rechenaufgabe, die den Einkauf von Vieh
behandelt (eine Seite aus dem Rechenbuche
von Ries)



Abschluß eines Geschäfts
am Rechentisch, auf dem
Linien und eine Münz-
einteilung aufgezeichnet
sind (alter Holzschnitt)

25 Aus alten Rechenbüchern

Berechnung des Inhalts
von Fässern
(d. i. Visieren);
Titelblatt des 1531
in Nürnberg gedruckten
Visierbüchleins
von Johann Frey



DISCOURS
DE LA METHODE

Pour bien conduire la raison, & chercher
la verité dans les sciences.

PLUS
LA DIOPTRIQUE.
LES METEORES.
ET
LA GEOMETRIE.

Qui sont des essais de cete METHODE.



A LEYDE
De l'Imprimerie de IAN MAIRE.
CIC IDC XXXVII.
Avec Privilege.

26 Bedeutende
Mathematiker
im 17. Jh. I

Titelblatt
des von R. Descartes
verfaßten Werkes
„Discours de la
Méthode“, dessen
dritter Teil
„La Géométrie“
die Grundlagen
der analytischen
Geometrie enthält

René Descartes (1596–1650)





oben links

Das Leibniz-Denkmal
in Leipzig

oben

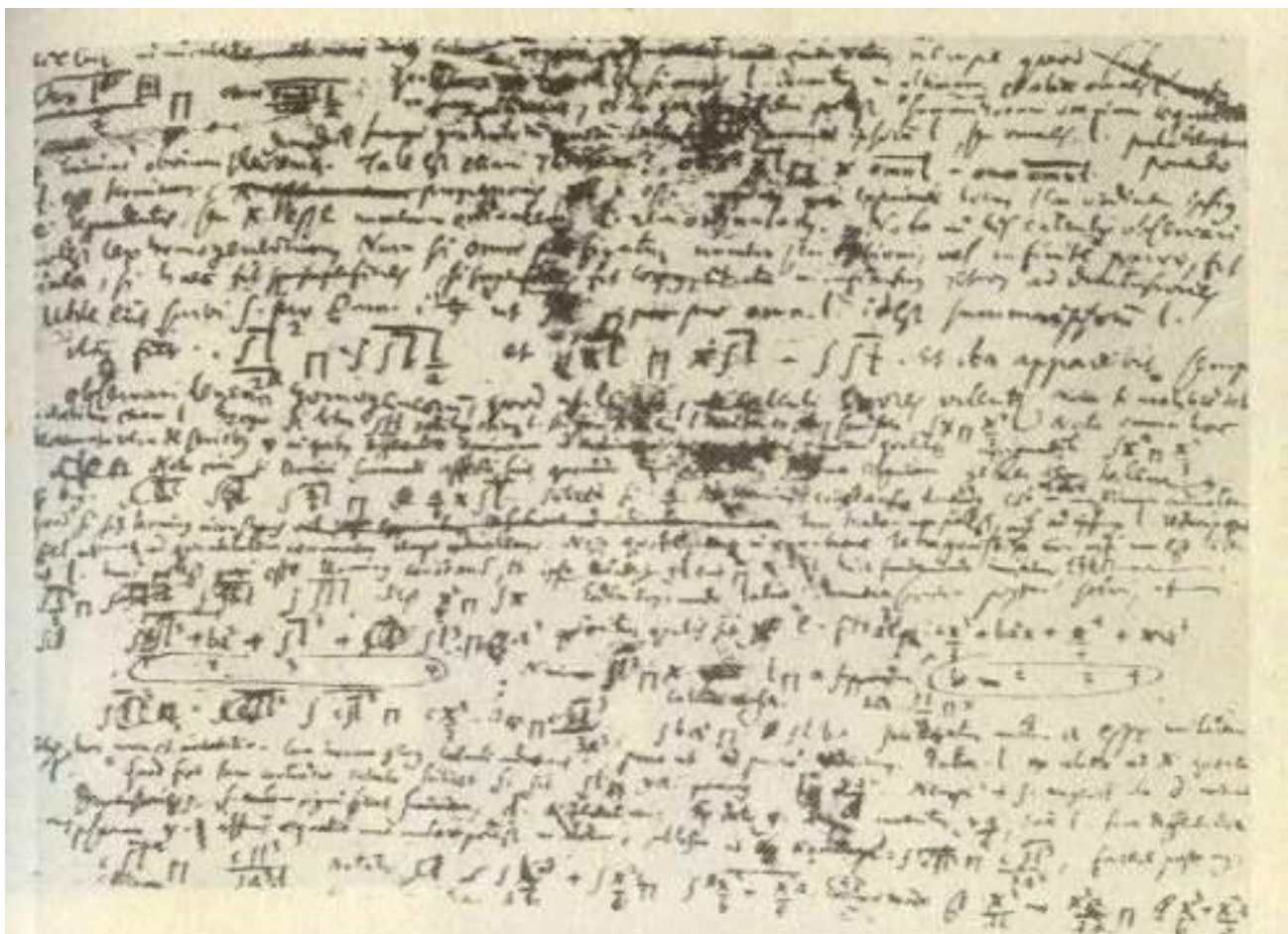
Gottfried Wilhelm Leibniz
(1646–1716)



23 Bedeutende Mathematiker im 17./18. Jh. I

An der Erfindung
der Infinitesimalrechnung
(Differential- und Integral-
rechnung) haben Leibniz
und Newton unabhängig
voneinander gearbeitet

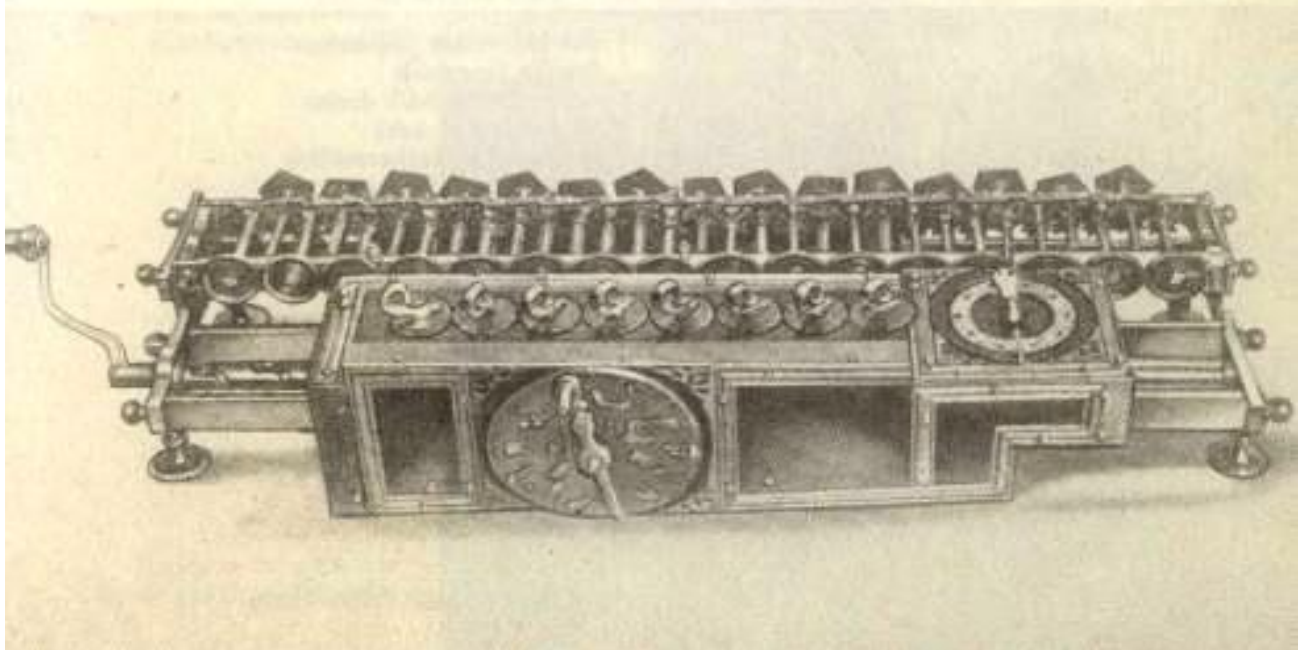
Isaac Newton (1643–1727)



Ausschnitt aus einem Manuskript von Leibniz vom 29. Oktober 1675, in dem zum ersten Male das Integralzeichen auftritt

29 Bedeutende Mathematiker im 17./18. Jh. II

Rechenmaschine von Leibniz





oben links

Jakob Bernoulli (1654–1705)

oben

Johann Bernoulli (1667–1748)



30 Bedeutende Mathematiker im 17./18. Jh. III

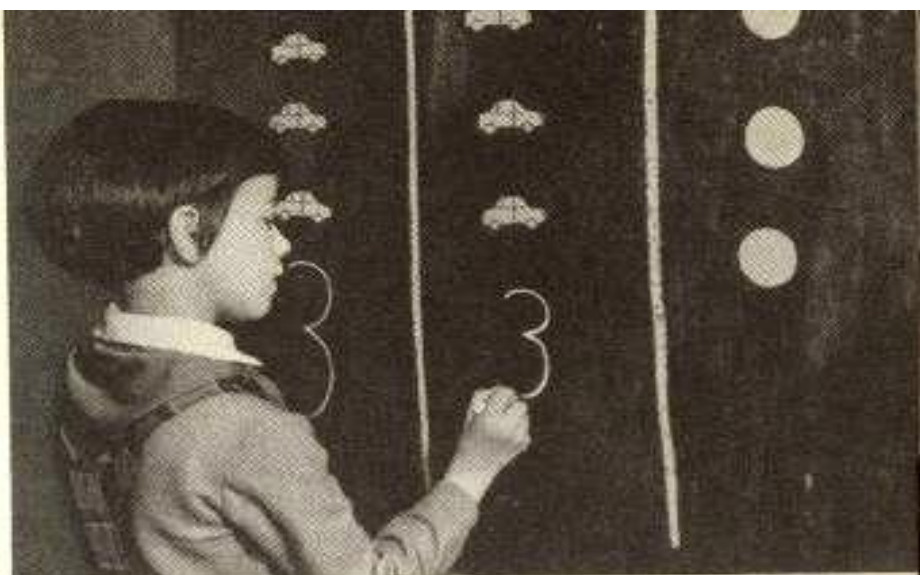
Die Schweizer Gelehrtenfamilie Bernoulli brachte innerhalb dreier Generationen acht bedeutende Mathematiker hervor. Die drei wichtigsten sind Jakob Bernoulli, sein Bruder Johann und dessen Sohn Daniel

Daniel Bernoulli (1700–1782)

31 Mathematisches Kabinett I

Praktische Arbeit
von Schülern einer
Oberschule

Arbeiten an einer
Hafttafel



Winkelbestimmung
mit einem selbstgebauten
Schülerübungsgerät



Besseres Verständnis
durch geeignete Modelle





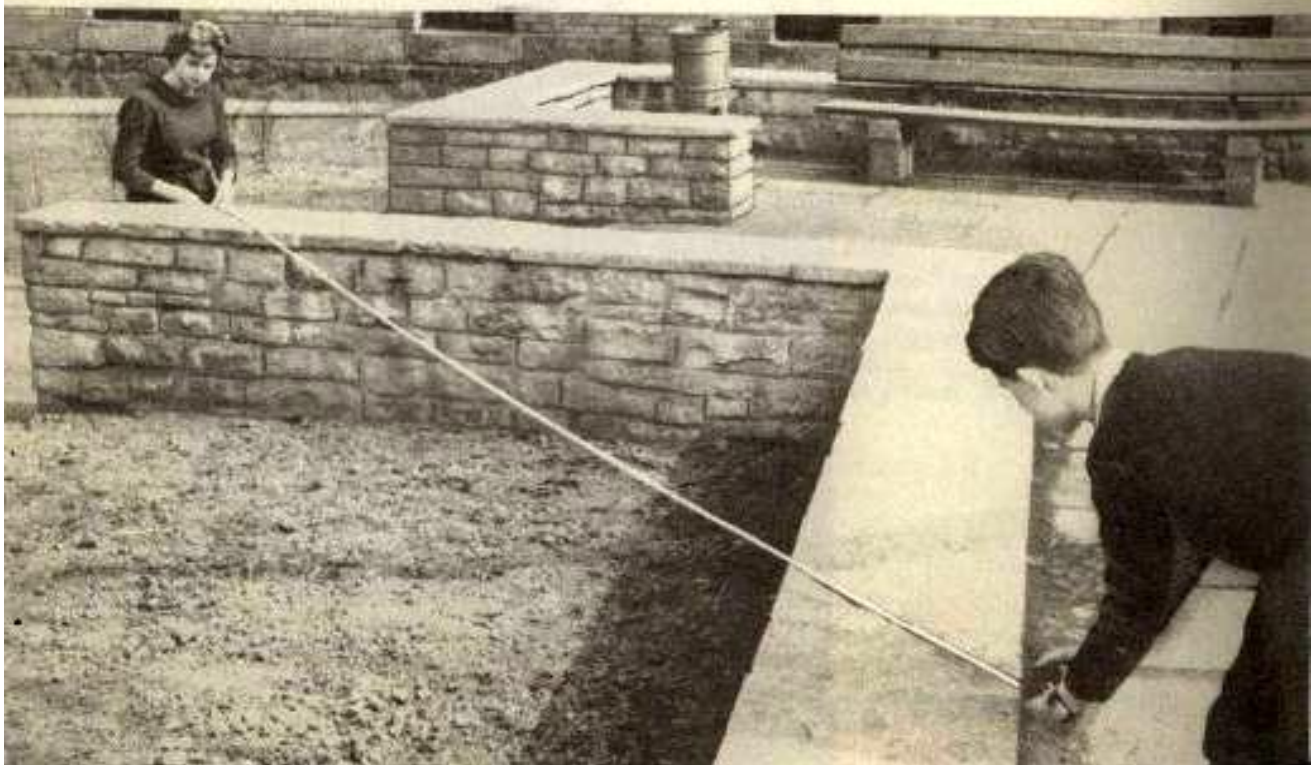
Praktische Schülerübungen im Freien.
Berechnungen an einer Plakatsäule



Berechnungen an einem Exhausterteil

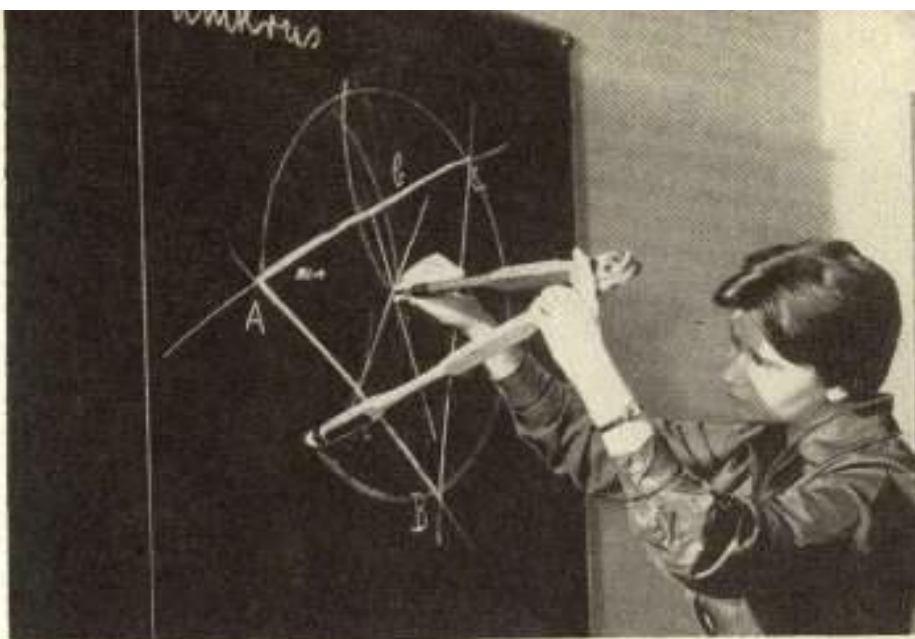
32 Mathematisches Kabinett II

Anwendung zum Lehrsatz des Pythagoras



33 Mathematisches Kabinett III

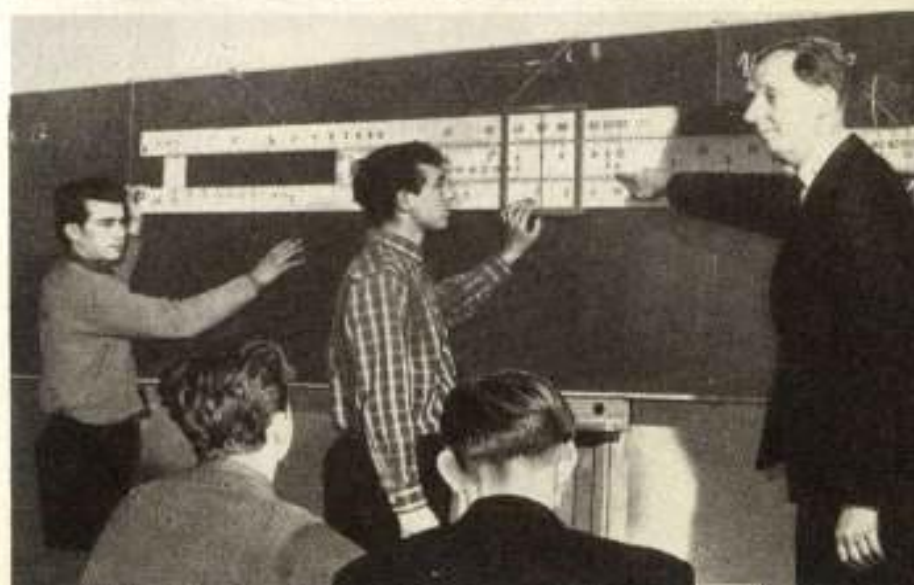
Konstruktionsübungen
an der Wandtafel



Blick in die
Lehrmittelsammlung



GroßRechenschieber
für Unterrichtszwecke





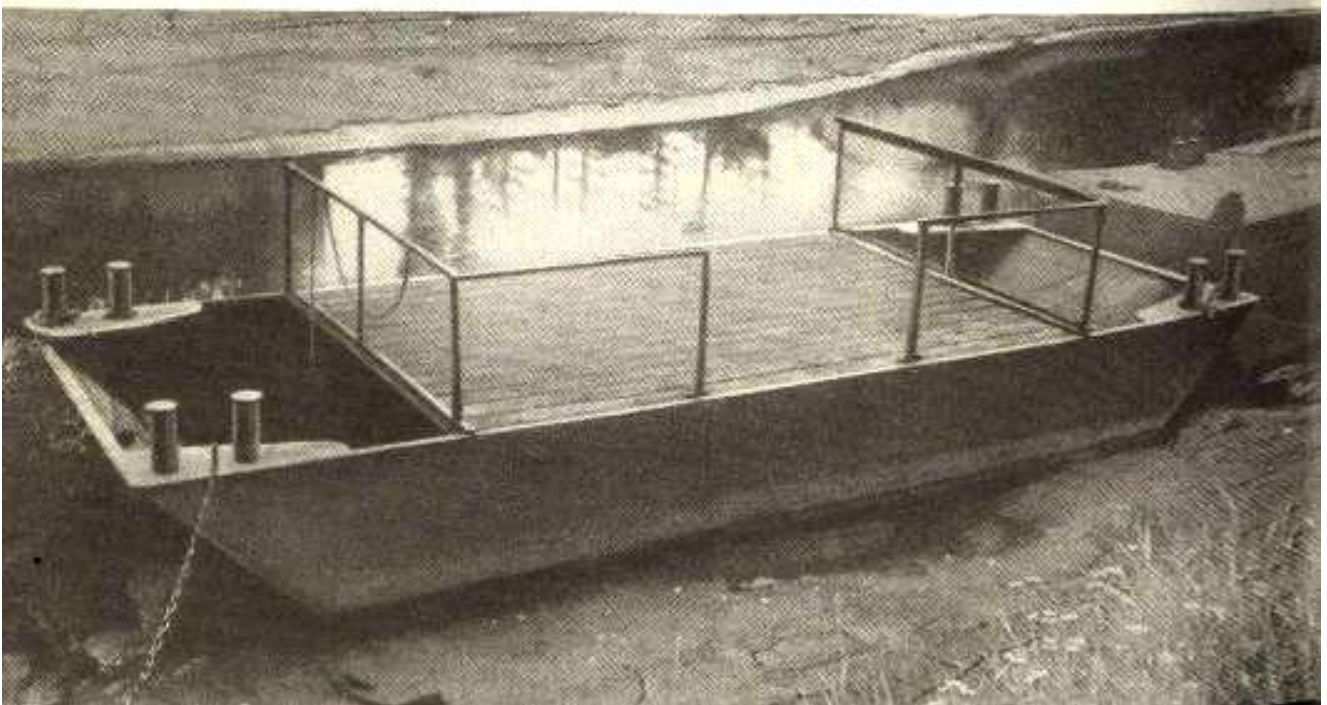
Obelisk im großen Ammontempel
in Karnak (Altägypten)

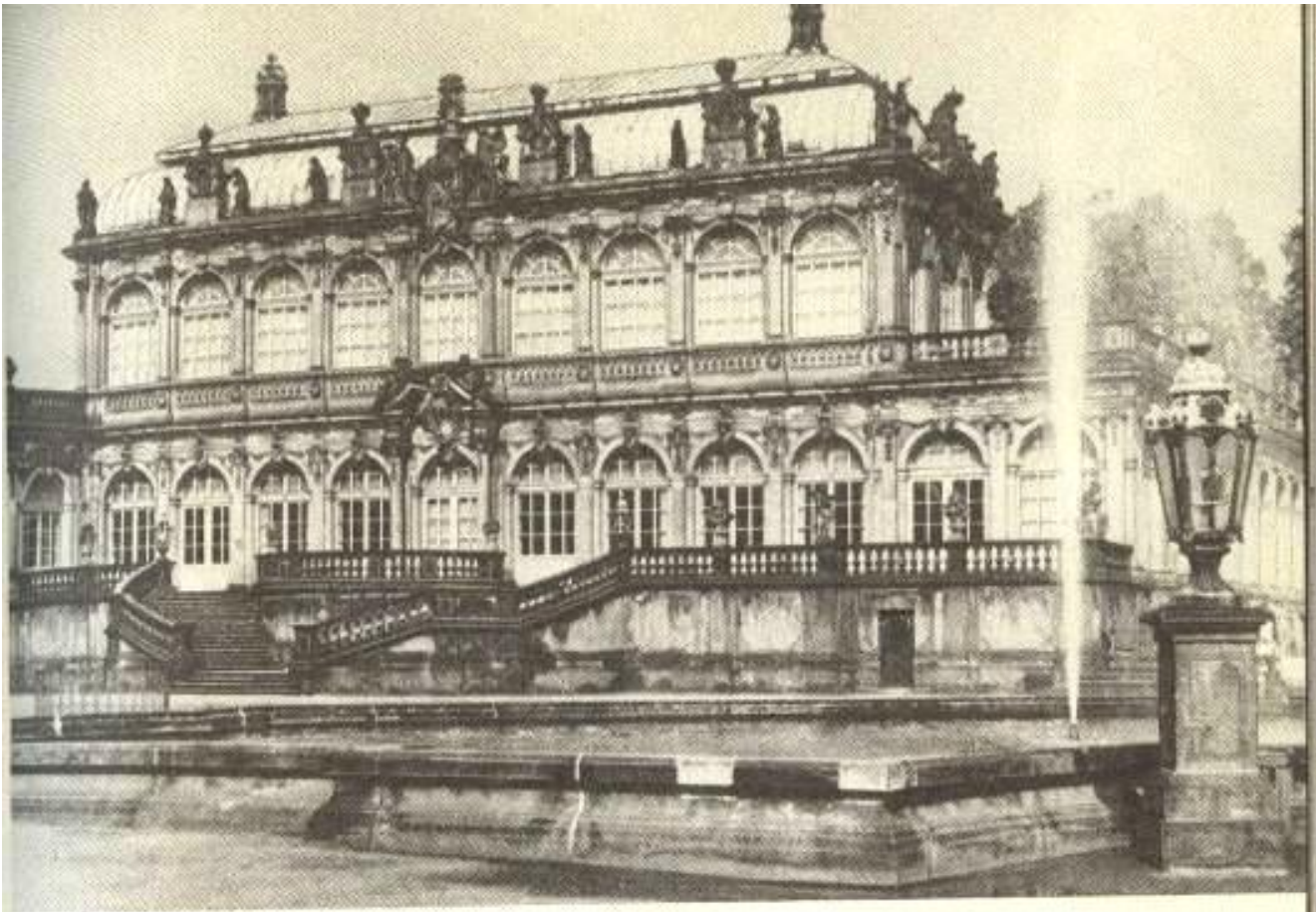


Keil als Spaltwerkzeug

34 Prismoide

Ponton als frei schwimmender Tragteil für bewegliche Brücken

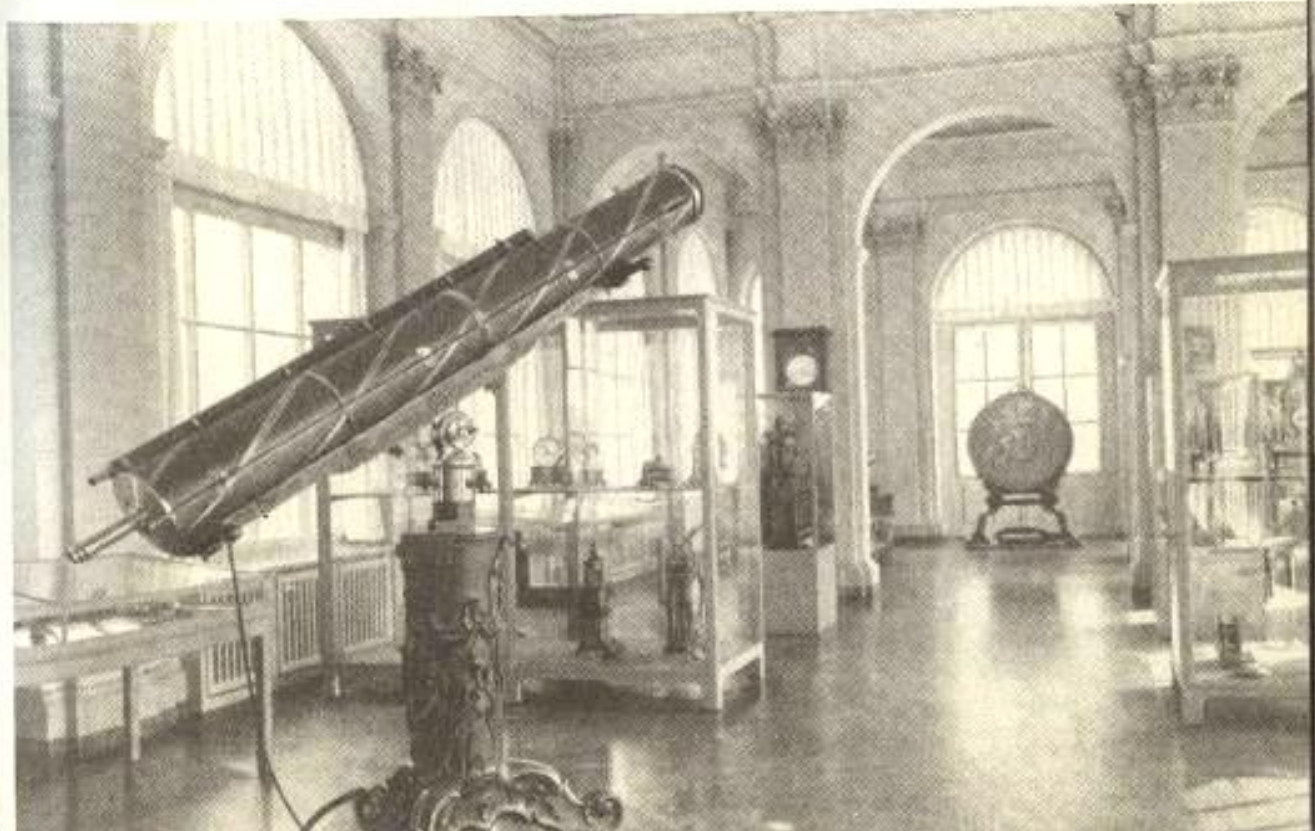


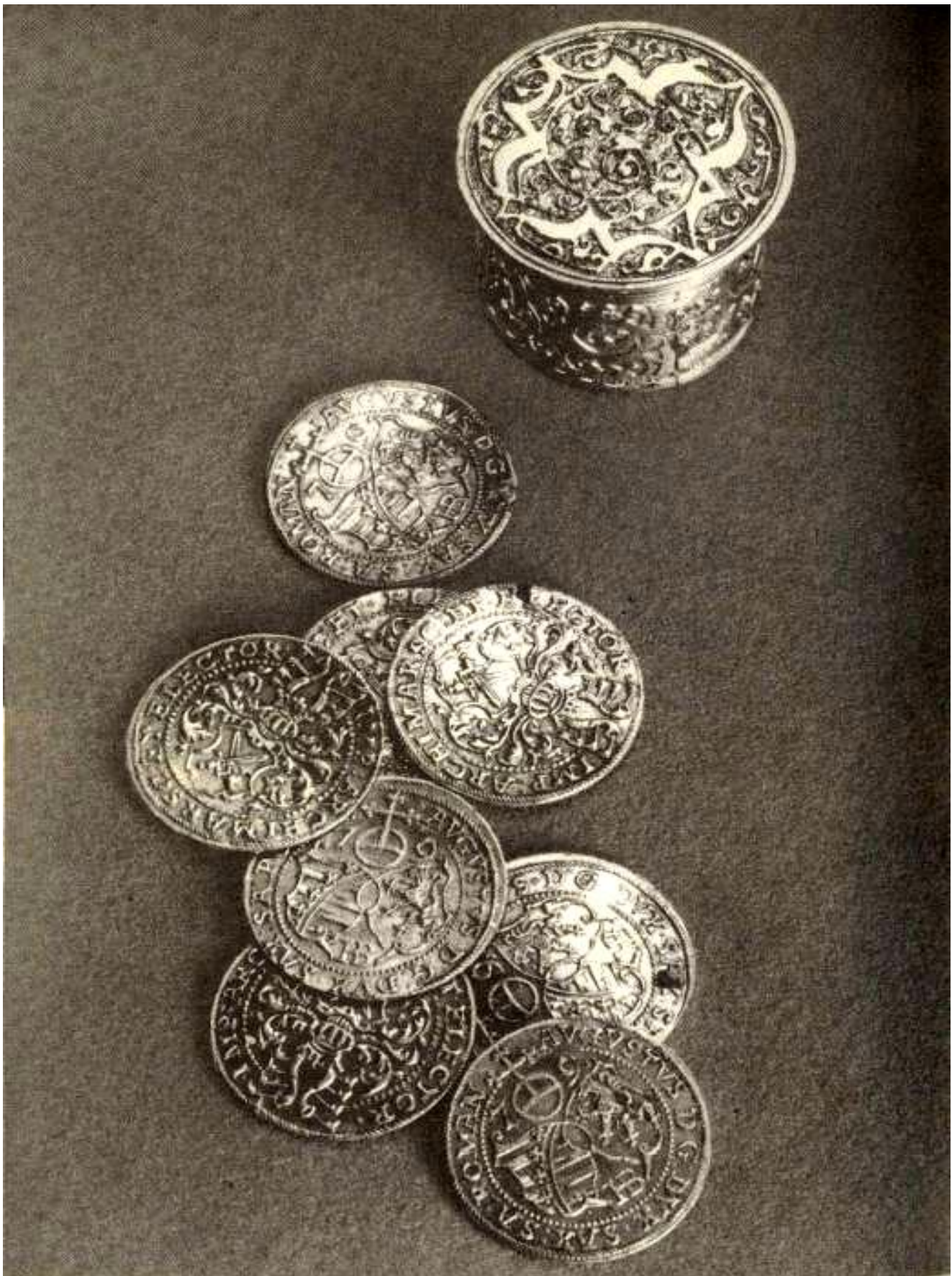


Gesamtansicht des Staatlichen Mathematisch-Physikalischen Salons im Dresdner Zwinger

35 Staatlicher Mathematisch-Physikalischer Salon I

Teilansicht des Ausstellungsraumes





36 Staatlicher Mathematisch-Physikalischer Salon II Rechenpfennige mit Rechendose, 16. Jh.

Öllampen-Uhr, um 1800

Einsatzgewicht für 50 Mark, Nürnberg 1588

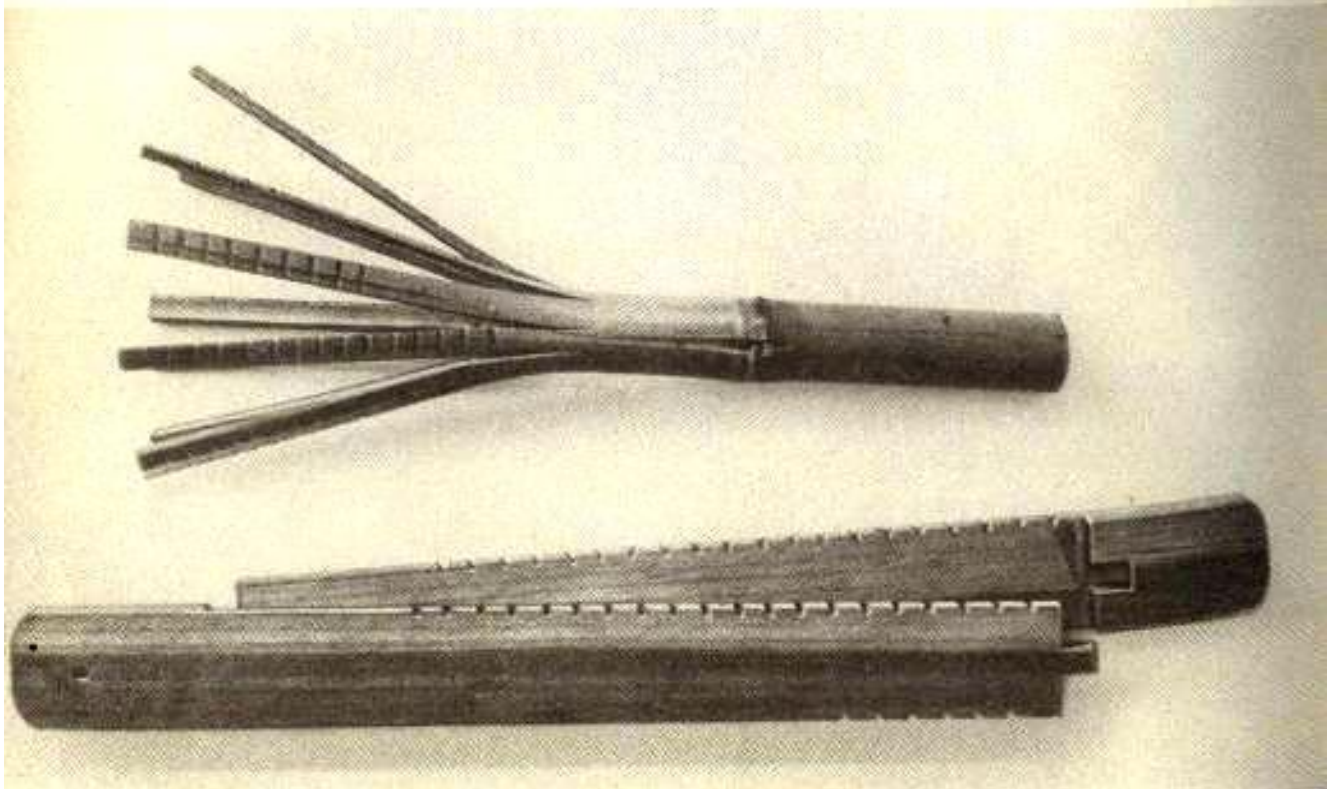


38 Staatlicher
Mathematisch-
Physikalischer
Salon IV

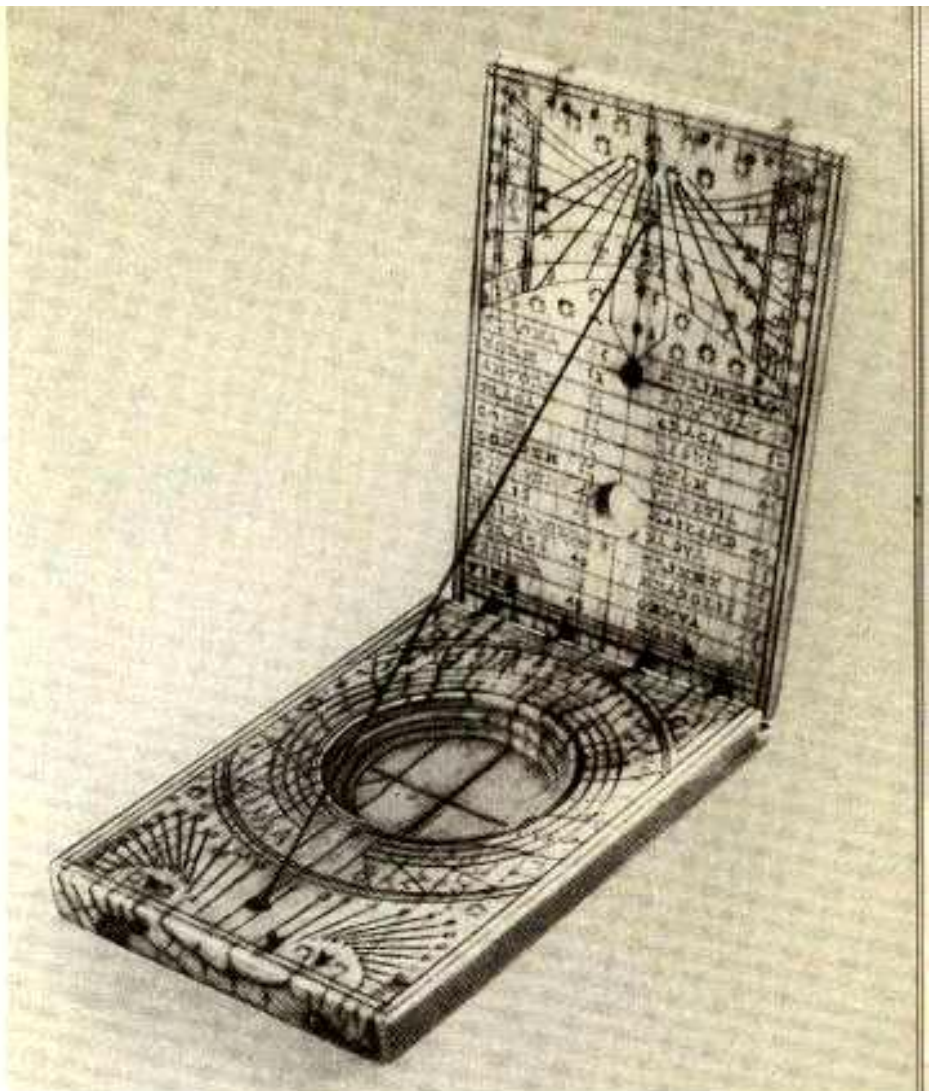


Schrittzähler, 1741

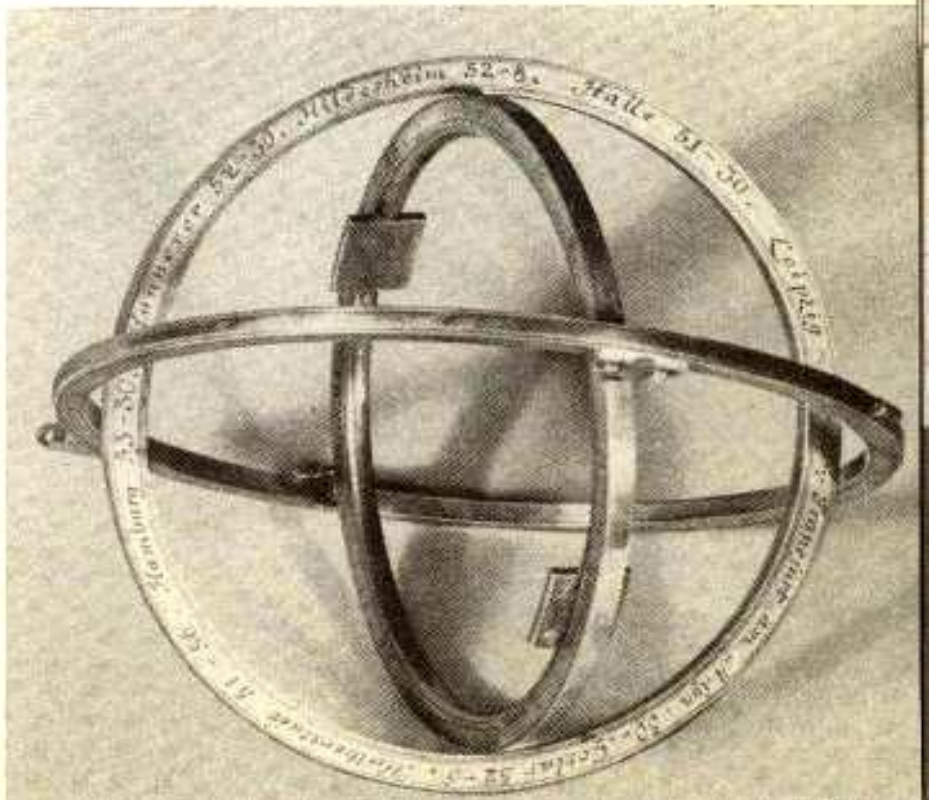
Aufgeschlitzter Bambus
als Zählstock (Sumatra).
Darunter: Kerbholz.
Beim Abschluß eines
Geschäftes wurden
gleichzeitig in beide
ineinandergelegten
Hölzer des Kerbholzes
die entsprechenden
Kerben eingeschnitten.
Jeder Partner erhielt
dann eine Hälfte als
Rechtsunterlage



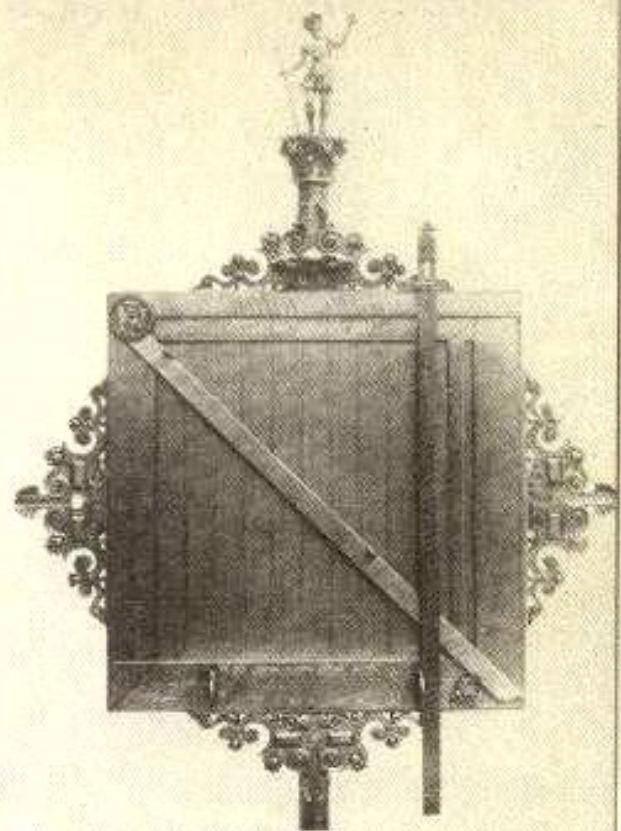
39 Staatlicher
Mathematisch-
Physikalischer
Salon V



Aufklappbare Sonnenuhr
aus Elfenbein



Ringsonnenuhr,
Braunschweig, um 1720

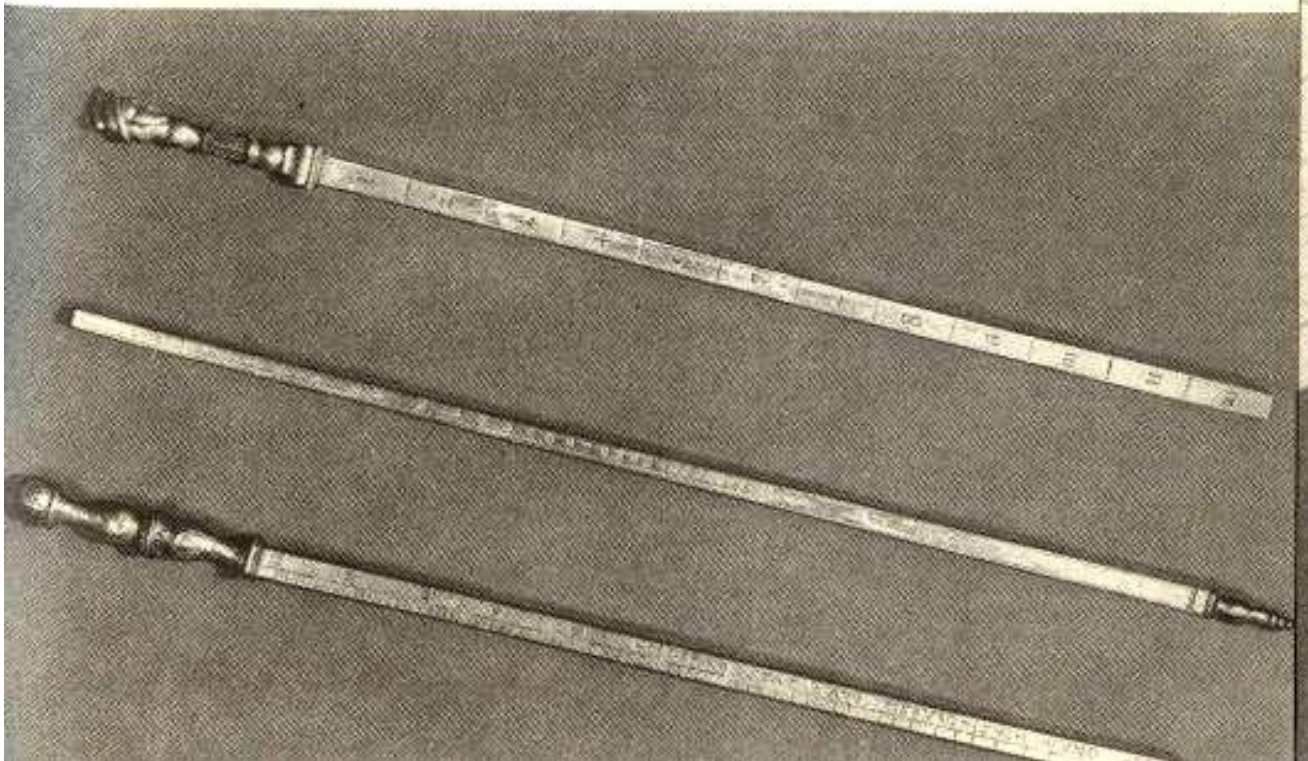


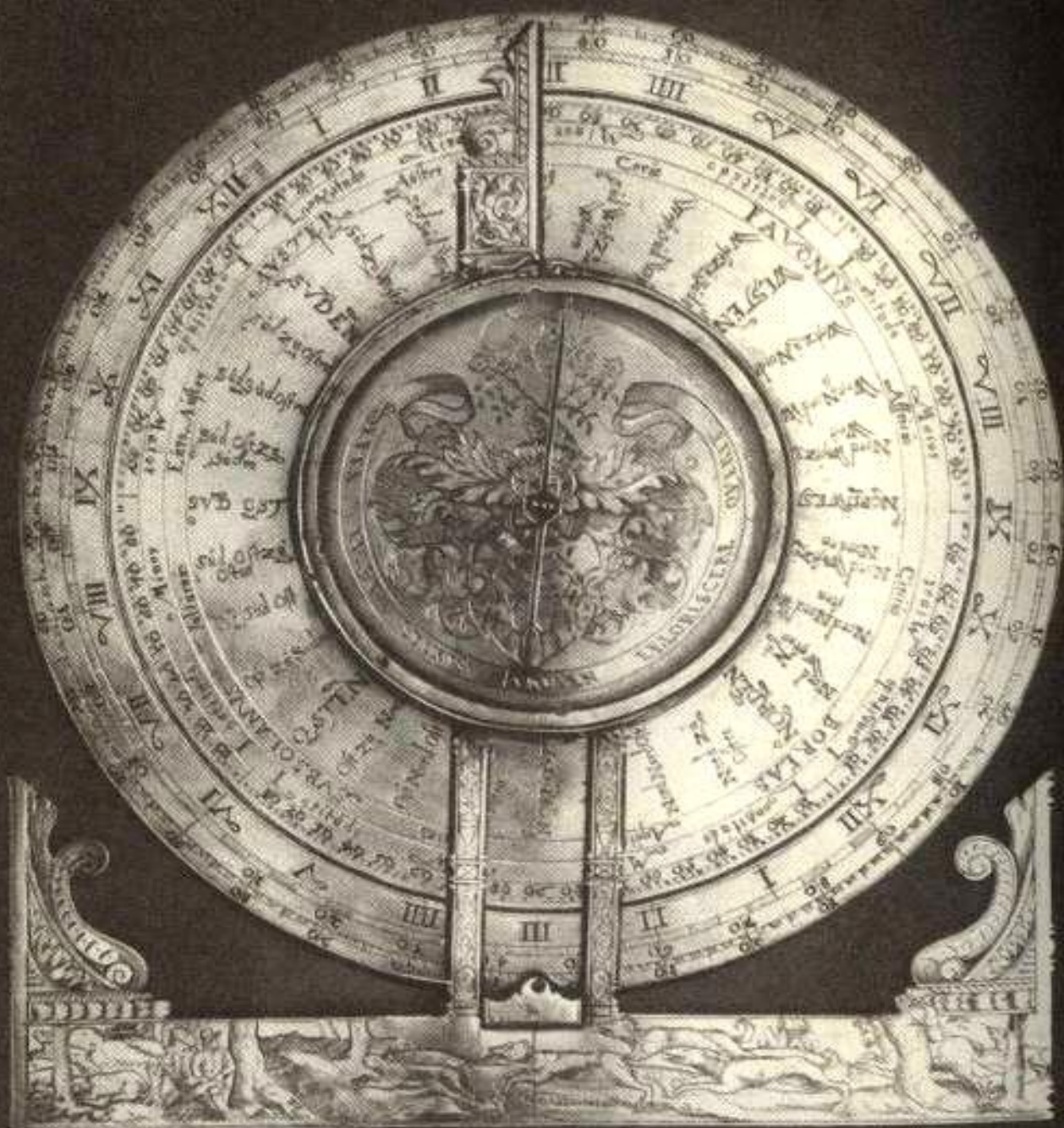
links Astrolabium; astronomisches Instrument, das u. a. zu Höhenmessungen der Gestirne und zur Ermittlung der Sonnen- und der Sternzeit diente, 1568

rechts Quadratum geometricum, ein geodätisches Instrument für Winkel- und Streckenmessungen, Augsburg 1569

41 Staatlicher Mathematisch-Physikalischer Salon VII

Meßstäbe mit verschiedenen Zolleinteilungen aus dem 16. Jh.





40 Staatlicher Mathematisch-Physikalischer Salon VI

Auftragbussola zum Messen und graphischen Festlegen von Strecken und Winkeln im Gelände, um 1600

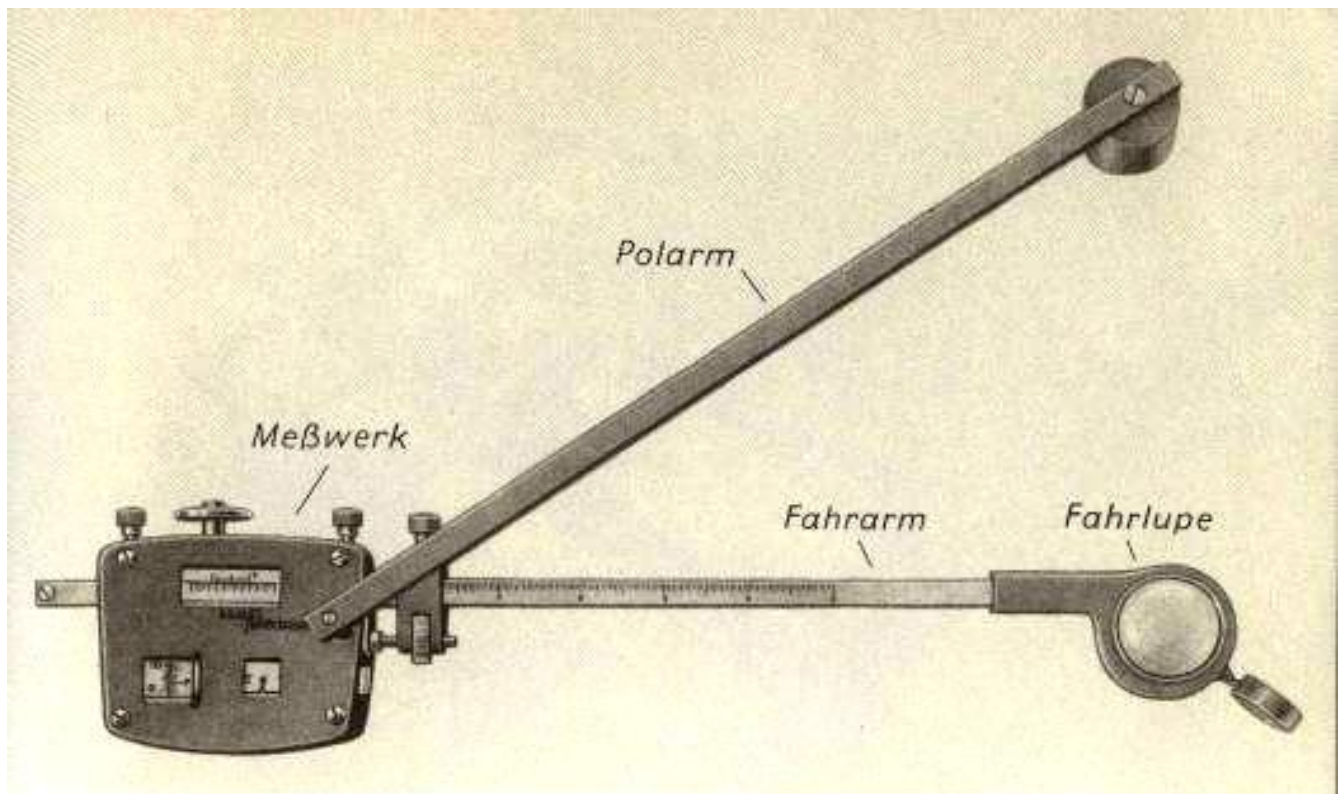


Saal der Mathematik
in der National-
und Universitätsbibliothek Prag



42 Zwei Bibliotheken

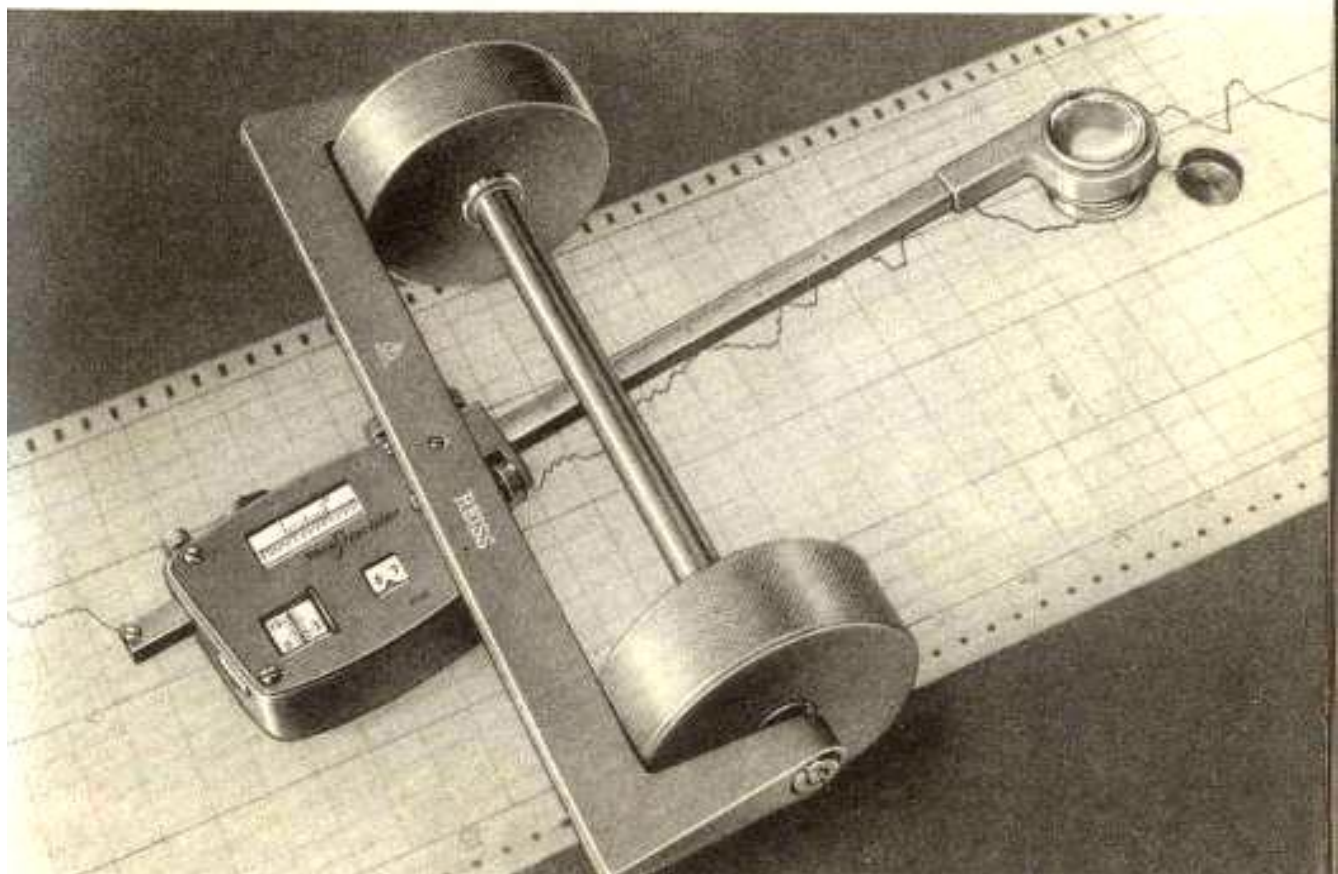
Eingang zur Wissenschaftlichen
Bibliothek der Stadt Erfurt
(Boyneburg-Portal).
Zu den bibliophilen Kostbarkeiten
dieser Bücherei gehört das
1532 erschienene Rechenbuch
von Adam Ries

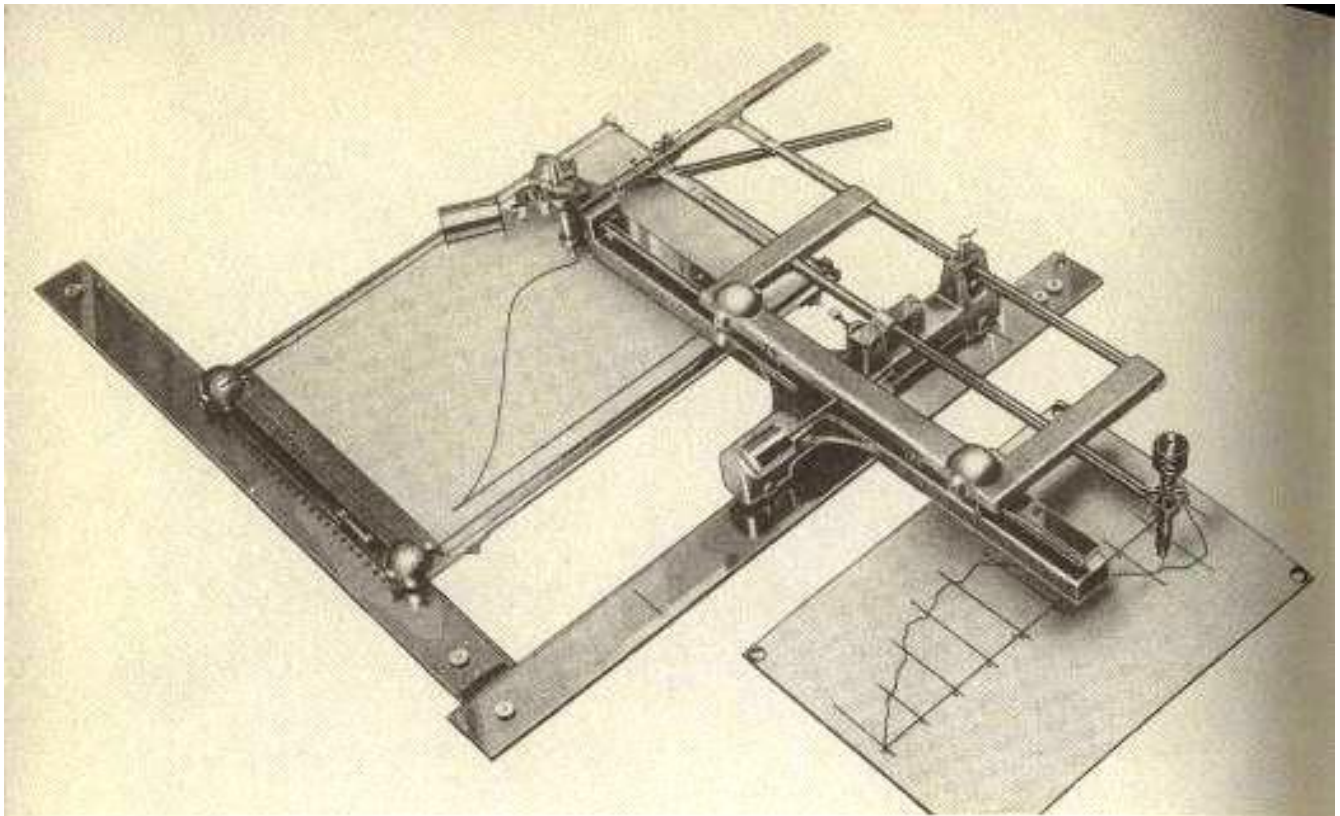


Kompensationspolarplanimeter mit Polarm, zur Ausmessung von Flächen auf Karten und Plänen; der Fahrstift ist als Lupe ausgebildet

43 Mathematische Geräte I

Kompensationspolarplanimeter mit Polwagen, zur Auswertung von bandförmigen Diagrammen

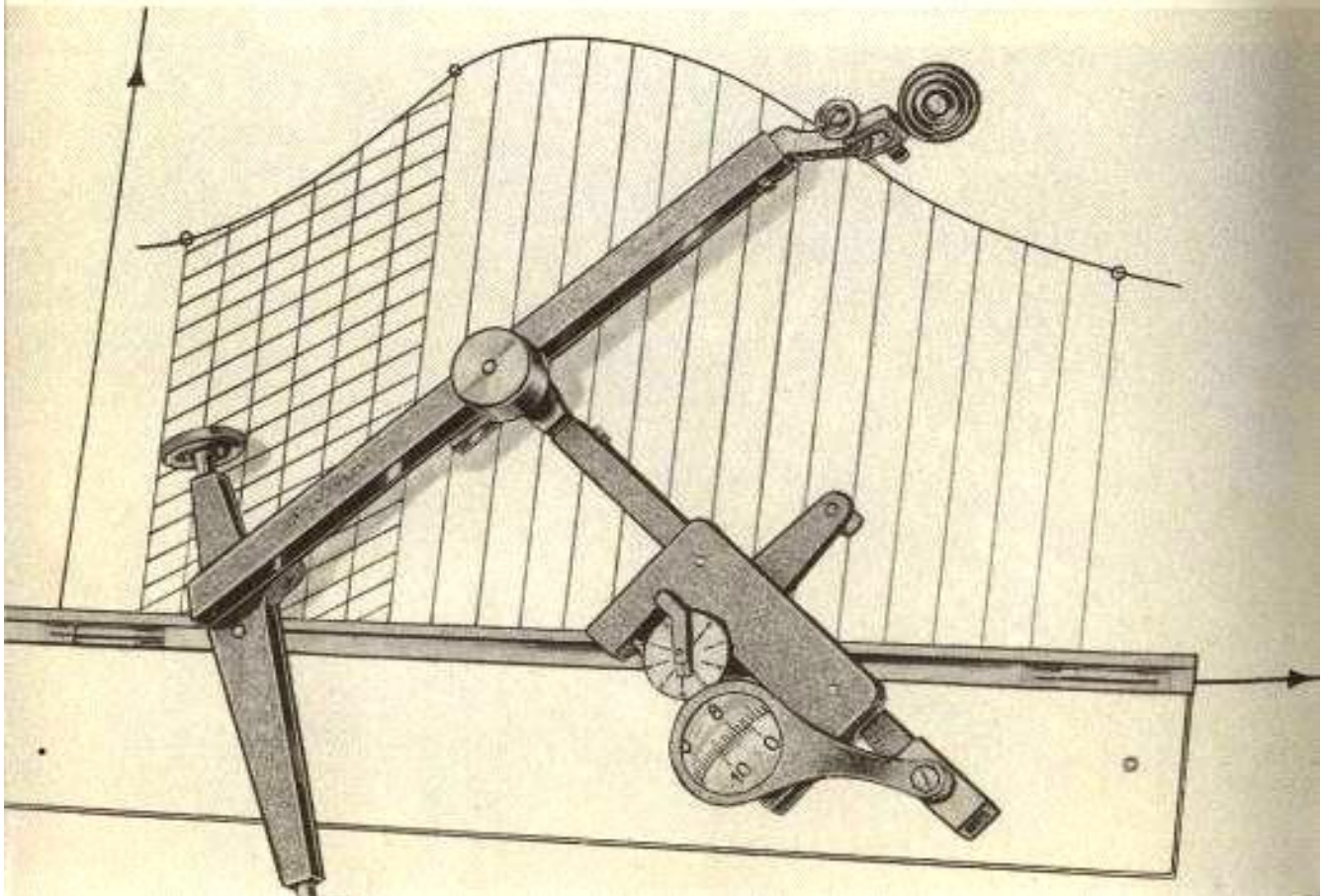




Integraph zum Zeichnen der Integralkurve zu einer gegebenen Funktion oder Differentialgleichung

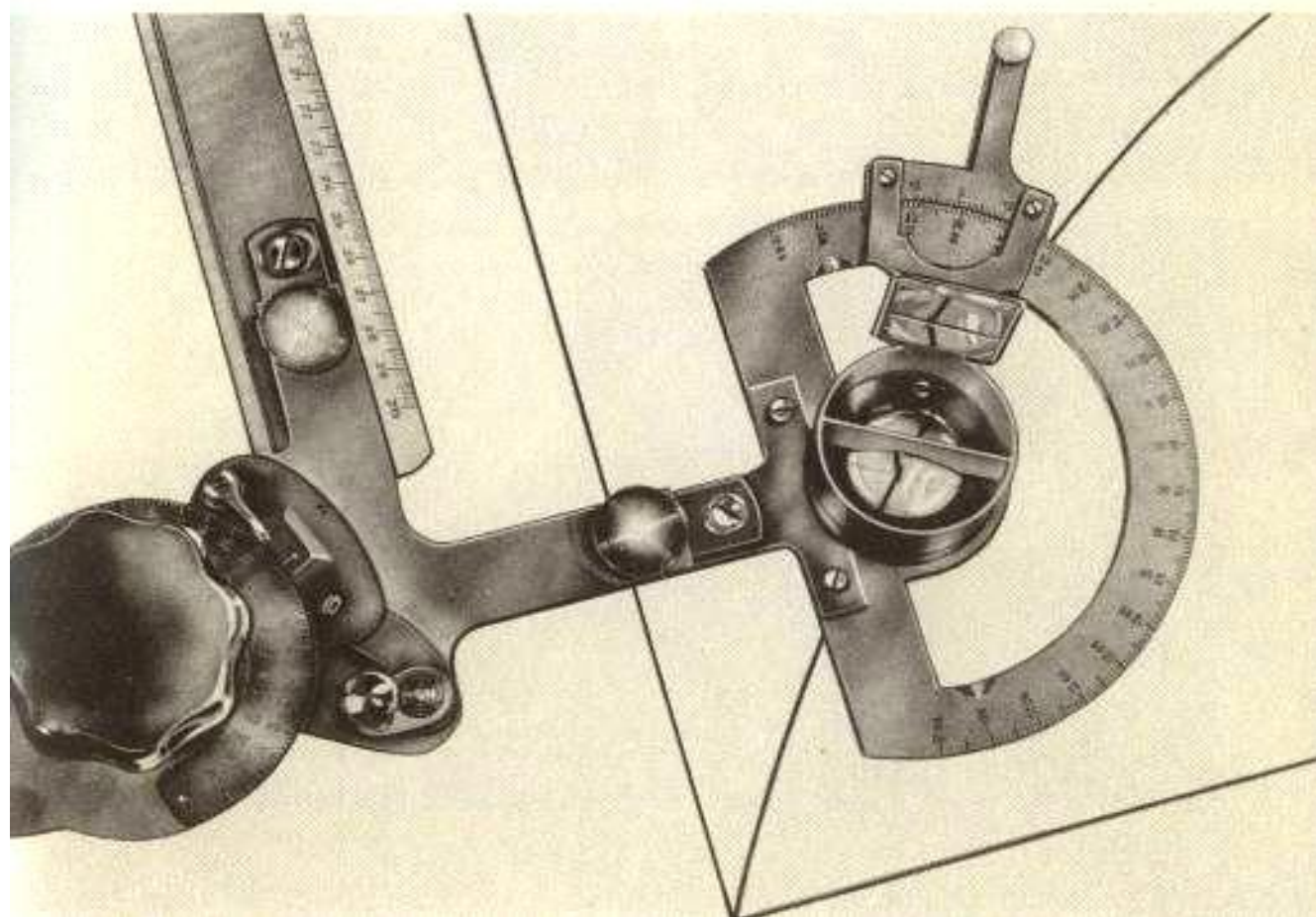
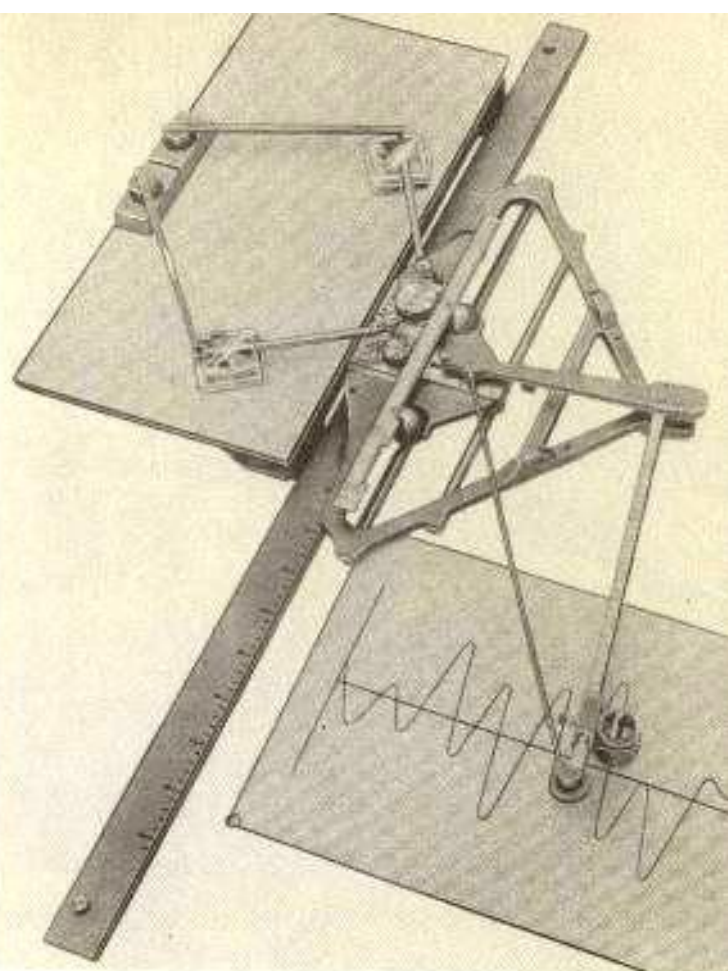
44 Mathematische Geräte II

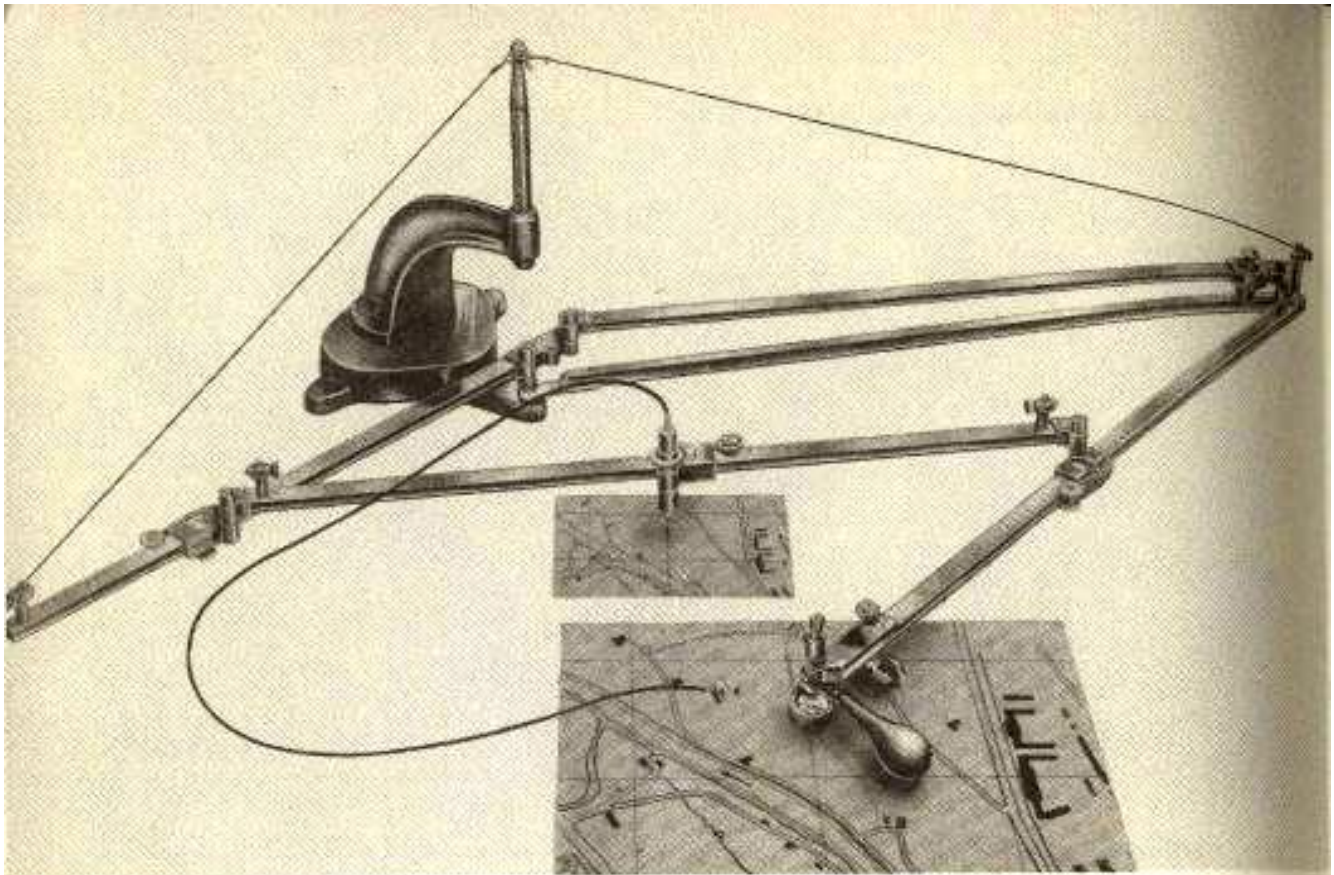
Integrimeter zur Ermittlung des Integrals zu einer gegebenen Funktionskurve



Harmonischer Analysator
zum Ermitteln
der Fourier-Entwicklung
einer periodischen Funktion

Differentiator (Derivimeter)
zum Ermitteln der Tangente
bzw. der Normale einer
gezeichnet vorliegenden Kurve

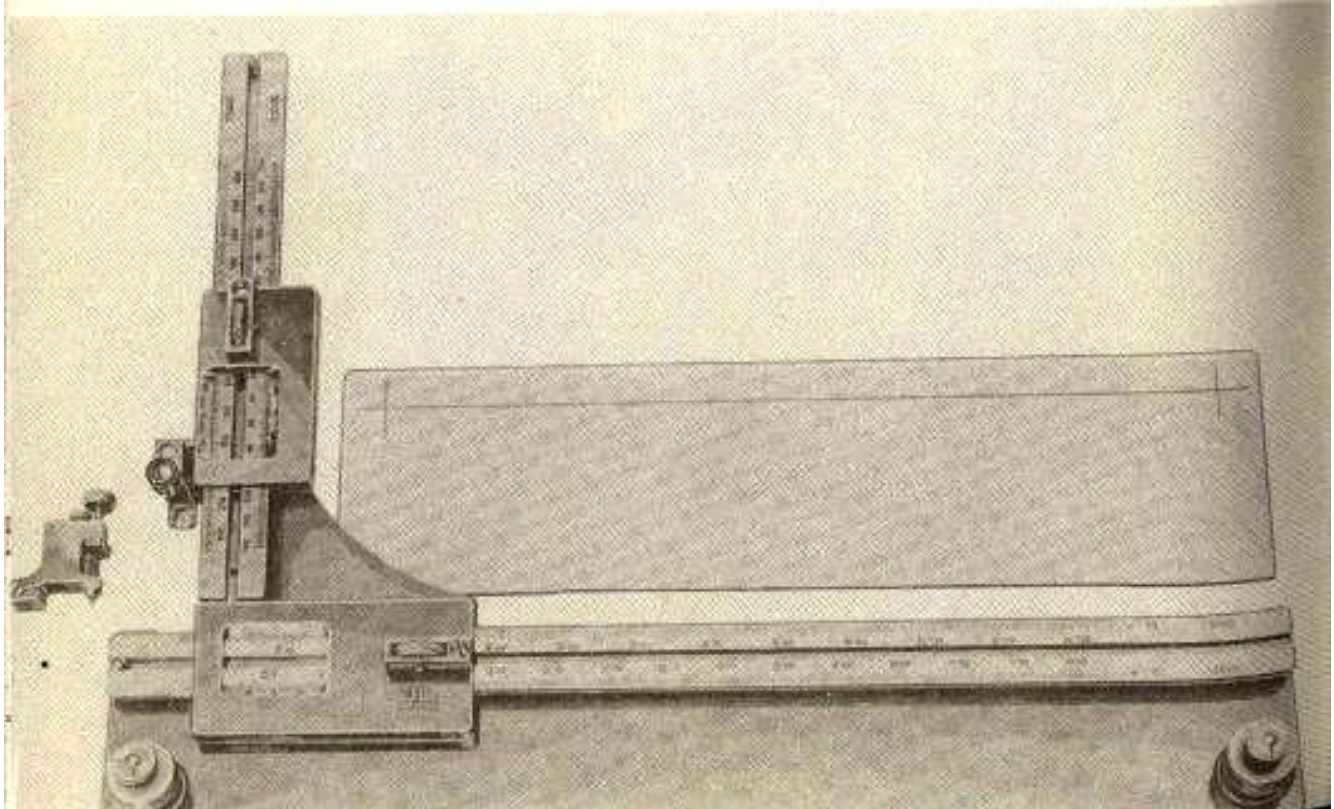


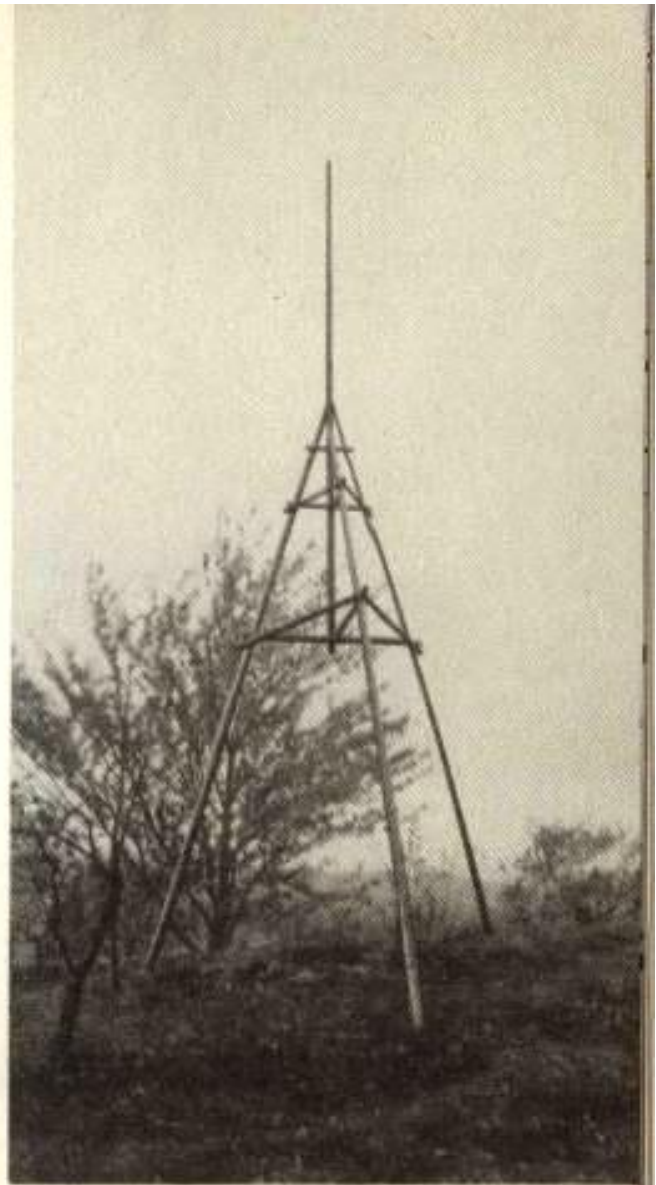
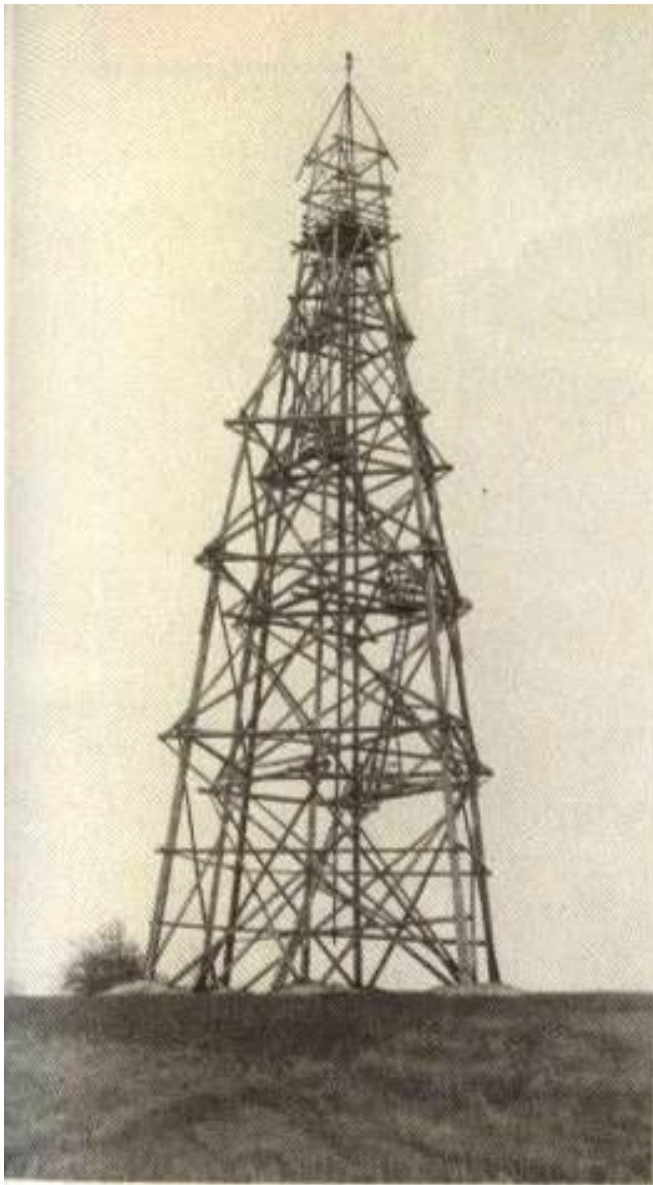


Präzisionspantograph zum Verkleinern, Vergrößern und Kopieren von Karten, Plänen und dgl.

46 Mathematische Geräte IV

Kleinkoordinator für rechtwinklige Koordinaten zum Vermessen von Koordinaten bzw. zum Zeichnen von Punkten, deren Koordinaten gegeben sind





oben und oben rechts
Signale zur Beobachtung
trigonometrischer Netze

47 Vermessungswesen I

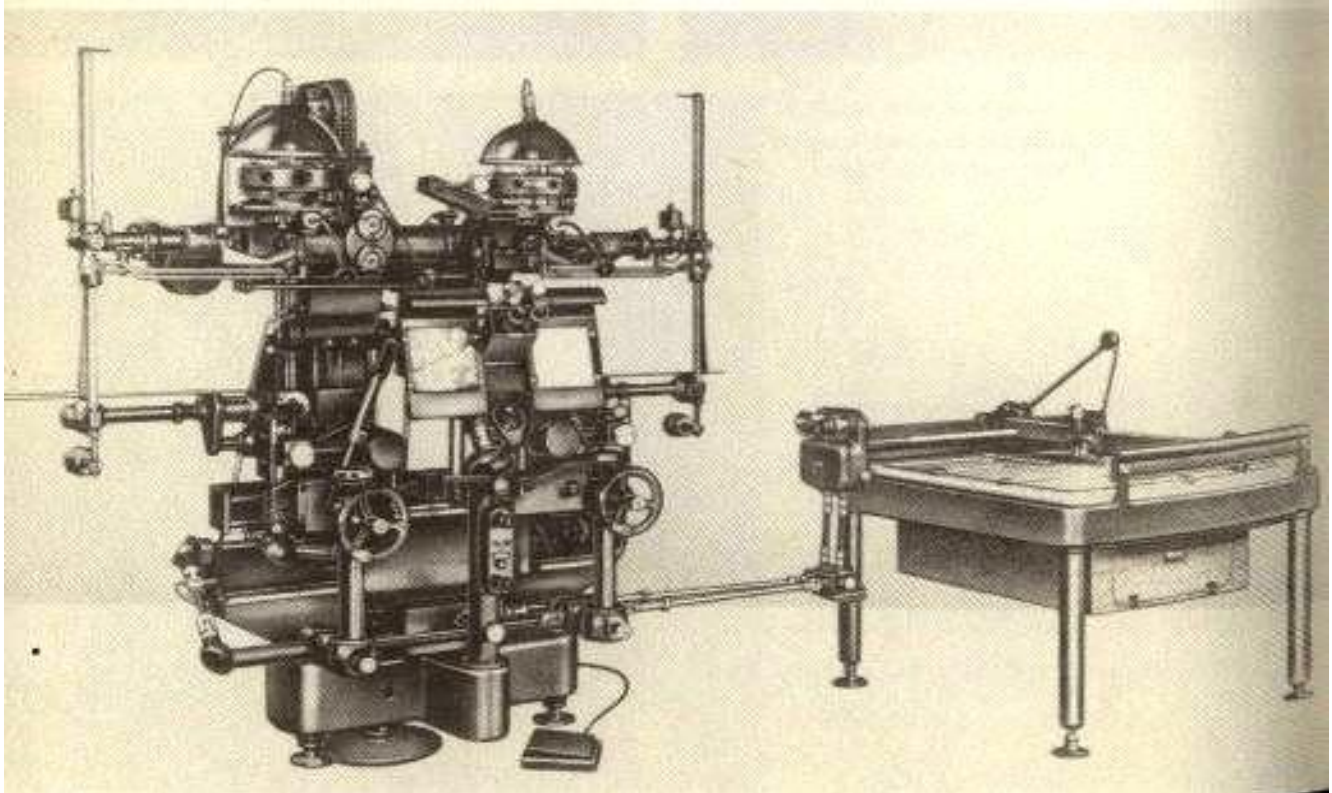
Trigonometrischer Punkt (TP)





Luftbildmeßkammer

Stereoplanigraph, ein Präzisionsauswertungs-
gerät für Luftbilder;
auch
terrestrische Aufnahmen
können damit unter
gewissen Bedingungen
ausgemessen werden



27

Invenire numerum
trigonalem qui
data quantitate autus faciat quadratum
in integris.

ſit radix numeri trigonalis a , numerus datus
 d . Debet $aa+a+d$ eſſe quadratum. ſit radix
erit $aa+a+d = ab$ ergo $a = \frac{-1+\sqrt{4b-4d+1}}{2}$
ponat primo $d=0$ erit ut numerus trigo-
nalis ſit quadratum radix $a = \frac{-1+\sqrt{4b+1}}{2}$
ponat $\sqrt{4b+1} = 2b+c$ erit $4b = 4bc+cc-1$
et $2b = c \pm \sqrt{cc-1}$ ergo $2b > 2c$ ponat
 $b = c+e$ erit $4c+8e+4ee = 4c+4ce+cc-1$
 $cc = 4ce+4ee+1$ atq $c = 2e + \sqrt{ee+1}$
Si radix numeri cuiusdam trigonalis $= \pm$ ſit is
quadratum cuius radix e erit $t = \frac{-1+\sqrt{8ee+1}}{2}$
Quia vero $b = c+e = 3e + \sqrt{8ee+1}$ et $\sqrt{8ee+1}$
 $= 6e + 2\sqrt{8ee+1} + 2e + \sqrt{8ee+1}$ atq $a = \frac{-1+\sqrt{4b+1}}{2}$
 $= \frac{-1+8e+3\sqrt{8ee+1}}{2}$ Quare ſi numerus trigona-
lis cuius radix eſt $\frac{-1+\sqrt{8ee+1}}{2}$ eſt quadratum erit etiam
ſus eſt $\frac{-1+8e+3\sqrt{8ee+1}}{2}$ ſit
ſus radix $1+3t^2+\sqrt{4t^2+1}$



Manuskriptseite einer Abhandlung von Euler

49 Bedeutende Mathematiker
im 18. Jh. I

Leonhard Euler (1707–1783)



1



2



3



4



5



6



7

50

Bedeutende Mathematiker im 18. Jh. II

- 1 Brook Taylor (1685-1731)
- 2 Moreau Maupertuis (1698-1759)
- 3 Johann Heinrich Lambert (1728-1777)
- 4 Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)
- 5 Gaspard Monge (1746-1818)
- 6 Adrien-Marie Legendre (1752-1833)
- 7 Jean-Baptiste-Joseph de Fourier (1768-1830)



Unterschrift von Gauß

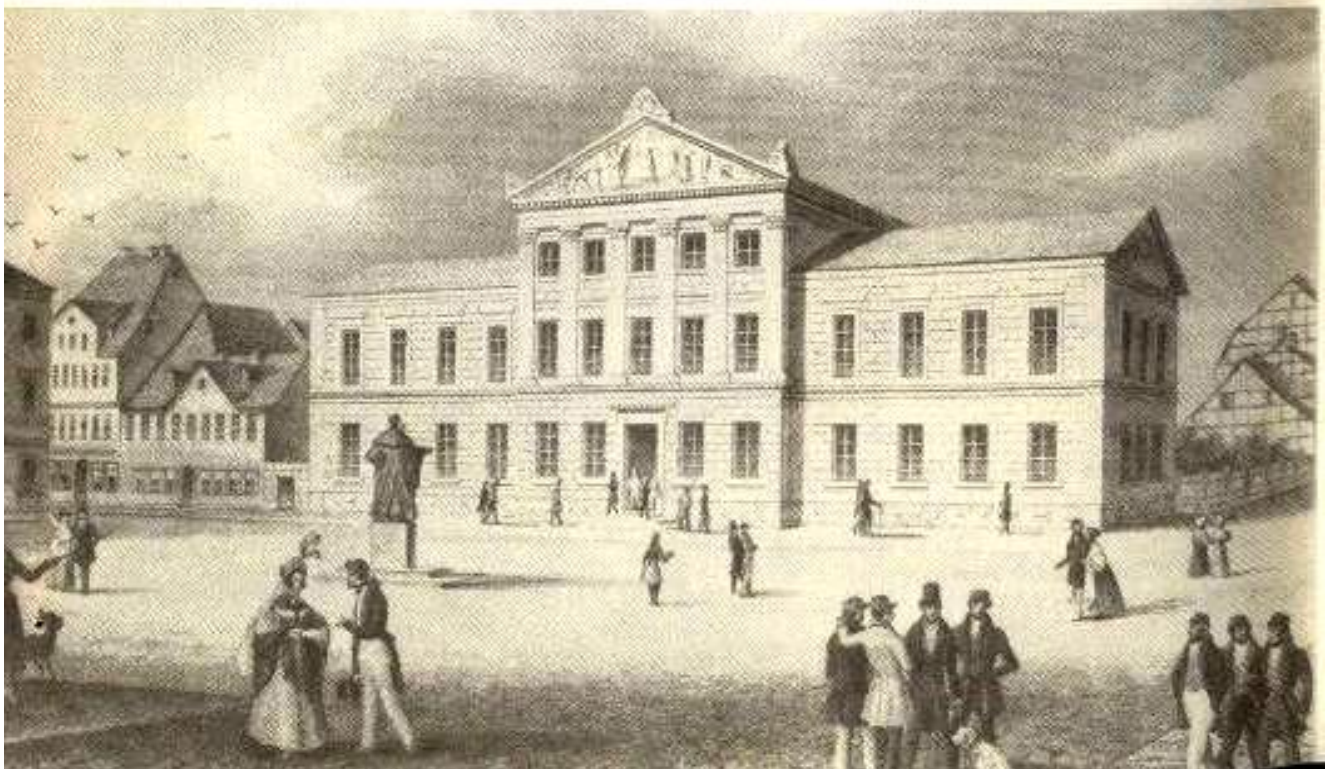
links Porträt des jungen Gauß

rechts Gauß im Alter

52 Bedeutende Mathematiker im 19. Jh. II

Einer der größten Mathematiker aller Zeiten war Carl Friedrich Gauß, geb. 30. 4. 1777 in Braunschweig, gest. 23. 2. 1855 in Göttingen

Die Universität in Göttingen, an der Gauß nahezu 50 Jahre wirkte



1796

* Principia quibus unititer sectio circuli,
ac divisibilitas eiusdem geometrica in
septemdecim partes 8c Mart. 30 Brunar.

* Numerorum primorum non omnes
numeros infra ipsos residua quadratica
esse posse demonstratione manifestum.

Apr. 8 Ibid.

Formula pro cosinibus angulorum recipie
re submultiplicorum expressione gene
raliorem admittent nisi in dual. perinde

Apr. 12. Ibid.

+ Amplificatio normae residuorum ad residua
et mensuras non indivisibiles.

Apr. 29 Götting.

Numeri cuiusvis divisibilitas varia in binos primos

Mai. 12 Götting.

+ Coefficientes aequationum per radicem poleptato
additas facile dantur Mai. 23 Götting.

Transformatio seriei 1-2+8-64... in fractionem
continua $\frac{1}{1+\frac{2}{1+\frac{8}{1+\frac{64}{\dots}}}}$

Mai. 24 G.

$$1 - 1 + 1 \cdot 3 - 1 \cdot 3 \cdot 7 + 1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 31 - \dots = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{1 + \frac{6}{1 + \frac{12}{1 + \frac{28}{\dots}}}}}}$$

et alie



1



2



3



4



5



6



7

54

Bedeutende Mathematiker im 19. Jh. IV

- 1 Friedrich Wilhelm Bessel (1784–1846)
- 2 Augustin-Louis Cauchy (1789–1857)
- 3 Jakob Steiner (1796–1863)
- 4 Niels Henrik Abel (1802–1829)
- 5 Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859)
- 6 Évariste Galois (1811–1832)
- 7 Pafnuti Lwowitsch Tschebyschow (1821–1894)



1



2



3



4



5



6

7

55

Bedeutende Mathematiker im 19. Jh. V

- 1 Bernhard Riemann (1826-1866)
- 2 Leopold Kronecker (1823-1891)
- 3 Karl Weierstraß (1815-1897)
- 4 Hermann Hankel (1839-1873)
- 5 Sophus Lie (1842-1899)
- 6 Felix Klein (1849-1925)
- 7 Sonja Kowalewskaja (1850-1891)





1



2



3



4



5



6



7

56

**Bedeutende Mathematiker
im 20. Jh.**

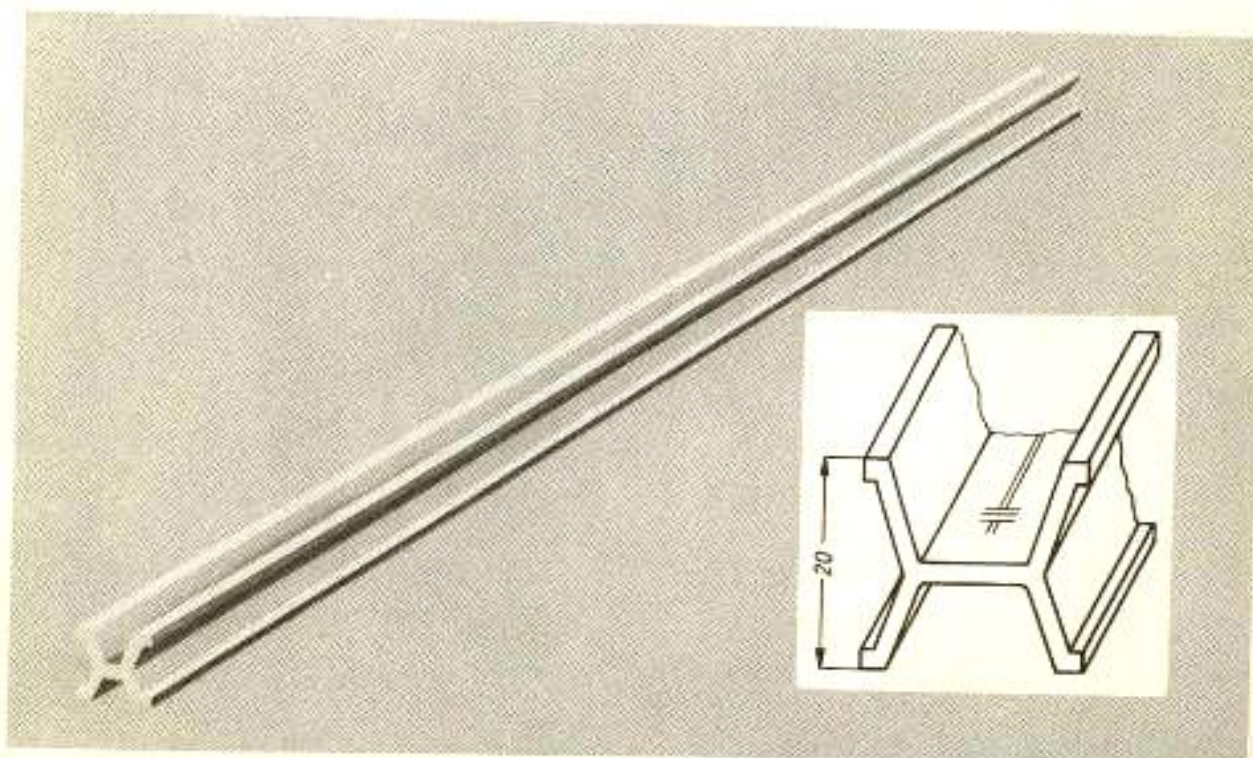
- 1 Richard Dedekind (1831–1916)
- 2 Georg Cantor (1845–1918)
- 3 Henri Poincaré (1854–1912)
- 4 David Hilbert (1862–1943)
- 5 Constantin Carathéodory (1873–1950)
- 6 Erhard Schmidt (1876–1959)
- 7 Emmy Noether (1882–1935)

57

Längenmaße
einst
und heute



Darstellung einer Rute durch Aneinandersetzen von 16 Füßen (1 Rute = 16 Fuß, aus „Jacob Köbel, Geometrie, Frankfurt 1616“). Unten Deutsches Normalmaß der Länge aus Platin-Iridium, Kopie des in Sèvres bei Paris befindlichen Prototyps, aufbewahrt durch das Physikalisch-Technische Zentralinstitut des Deutschen Amtes für Meßwesen und Warenprüfung. Der Abstand zweier Marken auf dem Mittelsteg beträgt 0,999 998 50 m bei 0 °C. Der α -förmige Querschnitt schützt vor Verbiegungen. Nach dem Beschluß der XI. Generalkonferenz der Meterkonvention 1960 soll aber in Zukunft das Meter auf die Lichtwellenlänge zurückgeführt werden; ein Meter entspricht danach 1 650 763,73 Wellenlängen der Orangelinie des Kryptonisotops 86 im Vakuum



Грамматик маълумотлар
Турланиш. Отларнинг турланиши

| Келишик (Kasus) | Бирлик (Singular) | Кўплик (Plural) |
|------------------------|--------------------------|------------------------|
| Nominativ | Tisch (m) | Tische |
| Genitiv | Tisches | Tische |
| Dativ | Tisch(e) | Tischen |
| Akkusativ | Tisch | Tische |
| Nominativ | Stuhl | Stühle |
| Genitiv | Stuhles | Stühle |
| Dativ | Stuhl(e) | Stühlen |
| Akkusativ | Stuhl | Stühle |
| Nominativ | Deckel | Deckel |
| Genitiv | Deckels | Deckel |
| Dativ | Deckel | Deckeln |
| Akkusativ | Deckel | Deckel |
| Nominativ | Staat | Staaten |
| Genitiv | Staates | Staaten |
| Dativ | Staat(e) | Staaten |
| Akkusativ | Staat | Staaten |
| Nominativ | Lampe (f) | Lampen |
| Genitiv | Lampe | Lampen |
| Dativ | Lampe | Lampen |
| Akkusativ | Lampe | Lampen |
| Nominativ | Besorgnis (f) | Besorgnisse |
| Genitiv | Besorgnis | Besorgnisse |
| Dativ | Besorgnis | Besorgnissen |
| Akkusativ | Besorgnis | Besorgnisse |
| Nominativ | Bein (n) | Beine |
| Genitiv | Beines | Beine |
| Dativ | Bein(e) | Beinen |
| Akkusativ | Bein | Beine |
| Nominativ | Herz (n) | Herzen |
| Genitiv | Herzens | Herzen |
| Dativ | Herzen | Herzen |
| Akkusativ | Herz | Herzen |
| Nominativ | Lager (n) | Lager |
| Genitiv | Lagers | Lager |

| | | |
|-----------|-------|--------|
| Dativ | Lager | Lagern |
| Akkusativ | Lager | Lager |

Артикль (Artikel)

Аниқ (bestimmter Artikel)

Kasus Хамма родлар учун

Бирлик (Singular) Кўплик (Plural)

| | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|
| | m | f | n | |
| N. | der | die | das | die |
| G | des | der | des | der |
| D. | dem | der | dem | den |
| A. | den | die | das | die |

Ноаниқ (unbestimmter Artikel)

Kasus Хамма родлар учун

Бирлик (Singular) Кўплик (Plural)

| | | | | |
|----|-------|-------|-------|---|
| | m | f | n | |
| N. | ein | eine | ein | - |
| G | eines | einer | eines | - |
| D. | einem | einer | einem | - |
| A. | einen | eine | ein | - |

Олмошлар (Pronomen)

Кишилиқ олмошлар (Personalpronomen)

Kasus

Бирлик (Singular)

Кўплик (Plural)

| | | | | | | | | | |
|----|--------|--------|--------|-------|--------|--|-------|------|-------|
| | I | II | III | III | III | | I | II | III |
| N. | ich | du | er | sie | es | | wir | ihr | sie |
| G. | meiner | deiner | seiner | ihrer | seiner | | unser | euer | ihrer |
| D. | mir | dir | ihm | ihr | ihm | | uns | euch | ihnen |
| A. | mich | dich | ihn | sie | es | | uns | euch | sie |

Эғалиқ олмошлар (Possessivpronomen)

Эгалик олмошлар, бирликда келса ноаниқ артикль каби, масалан: mein, meines, meinem, meinen (m) ва х. (кўпликда - аниқ артикль каби турланади, масалан: meine, meiner, meinem, meinen (m).)

Кўрсатиш олмошлар (Demonstrativpronomen)

Dieser, jener, der, solcher каби турланади, масалан: dieser, dieses, diesem, diesen (m) ва х.

derjenige derselbe каби турланади

| | |
|-------------------|-------------------|
| Kasus | Хамма родлар учун |
| Бирлик (Singular) | Кўплик (Plural) |

| | | | | |
|----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | m. | f. | n | m,f,n |
| N. | derselbe | dieselbe | dasselbe | dieselben |
| G | desselben | derselben | desselben | derselben |
| D. | demselben | derselben | demselben | denselben |
| A. | denselben | dieselbe | dasselbe | dieselben |

Сўрок олмошлар (Fragenpronomen)

Бирлик (Singular) Кўплик (Plural) Хамма родлар учун

| | |
|-------|-------------|
| Kasus | m. f. n |
| N. | wer ? was ? |
| G | wessen ? |
| D. | wem ? |
| A. | wen ? was ? |

Welcher аниқ артикль каби турланади, **was für ein?** да фақат ein турланади.

Нисбий олмошлар (Relativpronomen)

| | |
|-------------------|-----------------|
| Бирлик (Singular) | Кўплик (Plural) |
|-------------------|-----------------|

| | | | | |
|-------|--------|-------|--------|-------------------|
| Kasus | m. | f. | n. | Хамма родлар учун |
| N. | der | die | das | die |
| G | dessen | deren | dessen | deren |

| | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|
| D. | dem | der | dem | den |
| A. | den | die | das | die |

Welcher der (кайси) каби турланади, Genitiv да welches, welcher, ўрнига dessen, deren ишлатилади.

Инкор ва ноаниқ олмошлар (Negativ und Unbestimmtepronomen)

Kein ноаниқ артикль **ein, jeder** аниқ артикль **der** каби турланади

Сифатлар (Adjektive)

Кучли т. (Starke Deklination) Кучсиз т. (Schwache Deklination)

Бирлик (Singular)

| Kasus | m. | f. | n. | m. f. n. | | |
|-------|--------------------|-----|----------------|----------|-----|-----|
| N. | kleiner | - e | -es | -e | -e | -e |
| G. | kleines (oder -en) | -er | -es (oder -en) | -en | -en | -en |
| D. | kleinem | -er | -em | -en | -en | -en |
| A. | kleinen | -e | -es | -en | -e | -e |

Кўплик (Plural)

| Kasus | m. | f. | n. | m. f. n. | | |
|-------|---------|-----|-----|----------|-----|---------|
| N. | kleine | - e | -e | -en | -en | -en |
| G. | kleiner | -er | -er | -er | -en | -en -en |
| D. | kleinen | -en | -en | -en | -en | -en |
| A. | kleine | -e | -e | -en | -en | -en |

Тусланиш (Konjugation)

Ёрдамчи феъллар (Hilfsverben)

Infinitiv I: haben, sein, werden

Impeativ

| | | |
|-------------|-------------|--------------|
| Habe ! | Sei ! | Wird ! |
| Habt ! | Seid ! | Werdet ! |
| Haben Sie ! | Seien Sie ! | Werden Sie ! |

Partizip I: habend, seiend, werdend

Indikativ

Präsens

| | | |
|-----------|------|--------|
| ich habe | bin | werde |
| du hast | bist | wirst |
| er hat | ist | wird |
| wir haben | sind | werden |
| ihr habt | seid | werdet |
| sie haben | sind | werden |

Imperfekt

| | | |
|------------|-------|---------|
| ich hatte | war | wurde |
| du hattest | warst | wurdest |
| er hatte | war | wurde |
| wir hatten | waren | wurden |
| ihr hattet | wart | wurdet |
| sie hatten | waren | wurden |

Futurum I

| | |
|-----|--------|
| ich | werde |
| du | wirst |
| er | wird |
| wir | werden |
| ihr | werdet |
| sie | werden |

Konjunktiv

Präsens

| | | |
|-----------|-------|---------|
| ich habe | sei | werde |
| du habest | seist | werdest |
| er habe | sei | werdet |
| wir haben | seien | werden |
| ihr habet | seiet | werdet |
| sie haben | seien | werden |

Imperfekt

| | | |
|------------|--------|---------|
| ich hätte | wäre | würde |
| du hättest | wärest | würdest |
| er hätte | wäre | würde |
| wir hätte | wären | würden |
| ihr hättet | wäret | würdet |
| sie hätten | wären | würden |

Futurum I

| | | |
|------------|---------|---------------------------|
| ich werde | werde | werde |
| du werdest | werdest | werdest |
| er werde | werde | werde |
| wir werden | haben | werden sein werden werden |
| ihr werdet | werdet | werdet |
| sie werden | werden | werden |

Partizip II: gehabt, gewesen, geworden

Infinitiv II: gehabt haben, gewesen sein, geworden sein.

Indikativ

Perfekt

| | | |
|-----------------|--------------|---------------|
| ich habe gehabt | bin gewesen | bin geworden |
| du hast gehabt | bist gewesen | bist geworden |

Plusquamperfekt

ich hatte gehabt
du hattest gehabt

war gewesen
warst gewesen

war geworden
warst geworden

Futurum II

ich werde gehabt haben
du wirst gehabt haben

werde gewesen sein
wirst gewesen sein

werde geworden sein
wirst geworden sein

Konjunktiv

Perfekt

ich habe gehabt
du habest gehabt

sei gewesen
seist gewesen

sei geworden
seist geworden

Plusquamperfekt

ich hätte gehabt
du hättest gehabt

wäre gewesen
wärest gewesen

wäre geworden
wärest geworden

Futurum II

ich werde gehabt haben
du werdest gehabt haben

werde gewesen sein
werdest gewesen sein

werde geworden sein
werdest geworden sein

Модал феъллар (Modalverben)

Präsens

| | | | | | |
|------------|--------|--------|--------|--------|-------|
| ich kann | darf | soll | muss | will | mag |
| du kannst | darfst | sollst | musst | willst | magst |
| er kann | darf | soll | muss | will | mag |
| wir können | dürfen | sollen | müssen | wollen | mögen |
| ihr könnt | dürft | sollt | müsst | wollt | mögt |
| sie können | dürfen | sollen | müssen | wollen | mögen |

Imperfekt

| | | | | | |
|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| ich konnte | durfte | sollte | musste | wollte | möchte |
| du konntest | durftest | solltest | musstest | wolltest | möchtest |
| er konnte | durfte | sollte | musste | wollte | möchte |
| wir konnten | durften | sollten | mussten | wollten | möchten |
| ihr konntet | durftet | solltet | musstet | wolltet | möchtet |
| sie konnten | durften | sollten | mussten | wollten | möchten |

Узлик феъллар (Reflexivpronomen)

Infinitiv: sich kämmen

Präsens

ich kämme mich
du kämmst dich
er kämmt sich
wir kämmen uns
ihr kämmt euch
sie kämmen sich

Perfekt

habe mich gekämmt
hast dich gekämmt
hat sich gekämmt
haben uns gekämmt
habt euch gekämmt
haben sich gekämmt

Олд қўшимчаси ажраладиган феъллар

(Trennbare Präfixe der Verben)

- Vor,- an,- auf,- ab,- zu,- mit,- aus,- teil,- statt, - über u.s.w.

Infinitiv: aufmachen

Präsens

ich mache auf
du machst auf
er macht auf
wir machen auf
ihr macht auf
sie machen auf

Perfekt

habe aufgemacht
hast aufgemacht
hat aufgemacht
haben aufgemacht
habt aufgemacht
haben aufgemacht

Олд қўшимчаси ажрамайдиган феъллар

(Untrennbare Präfixe der Verben)

- Ver,- zer,- be,- miss,- er, -ge, -er, -un,- erz u.s.w.

Infinitiv: bekommen

Präsens

ich bekomme
du bekommst
er bekommt
wir bekommen
ihr bekommt
sie bekommen

Perfekt

habe bekommen
hast bekommen
hat bekommen
haben bekommen
habt bekommen
haben bekommen

Кучсиз тусланиш (Schwache Konjugation)

Infinitiv I: machen

Imperativ: mach(e), macht, machen Sie

Partizip I: machend

Indikativ

Präsens

ich mache
du machst
er macht
wir machen
ihr macht
sie machen

Imperfekt

machte
machtest
machte
machten
machtet
machten

Futurum I

werde machen
wirst machen
wird machen
werden machen
werdet machen
werden machen

Konjunktiv

Präsens

ich mache
du machest
er mache

Imperfekt

machte
machtest
mache

Futurum I

werde machen
werdest machen
werde machen

wir machen
ihr machtet
sie machen

machten
machtet
machten

werden machen
werdet machen
werden machen

Indikativ

Perfekt

ich habe gemacht
du hast gemacht

Plusquamperfekt

hatte gemacht
hattest gemacht

Futurum II

werde gemacht haben
werdest gemacht haben

Konjunktiv

Perfekt

ich habe gemacht
du habest gemacht

Plusquamperfekt

hätte gemacht
hättest gemacht

Futurum II

werde gemacht haben
werdest gemacht haben

Кучли тусланиш (Starke Konjugation)

Infinitiv I: liegen

Imperativ: liege, liegt, liegen Sie

Partizip I: liegend

Indikativ

Präsens

ich liege
du liegst
er liegt
wir liegen
ihr liegt
sie liegen

Imperfekt

lag
lagst
lag
lagen
lagt
lagen

Futurum I

werde liegen
wirst liegen
wird liegen
werden liegen
werdet liegen
werden liegen

Konjunktiv

Präsens

Imperfekt

Futurum I

| | | |
|------------|--------|----------------|
| ich liege | läge | werde liegen |
| du liegest | lägest | werdest liegen |
| er liege | läge | werde liegen |
| wir liegen | lägen | werden liegen |
| ihr lieget | läget | werdet liegen |
| sie liegen | lägen | werden liegen |

Partizip II: gelegen **Infinitiv II:** gelegen haben

Indikativ

Perfekt

ich habe gelegen
du hast gelegen

Plusquamperfekt

hatte gelegen
hattest gelegen

Futurum II

werde gelegen haben
werdest gelegen haben

Konjunktiv

ich habe gelegen
du habest gelegen

hätte gelegen
hättest gelegen

werde gelegen haben
werdest gelegen haben

Кучли феълларнинг тусланиши (Konjugation der starken Verben)

tragen, lassen, laufen, geben, lesen

Präsens

| | | | | |
|------------|--------|--------|-------|-------|
| ich trage | lasse | laufe | gebe | lese |
| du trägst | läßt | läufst | gibst | liest |
| er trägt | läßt | läuft | gibt | liest |
| wir tragen | lassen | laufen | geben | lesen |
| ihr tragt | laßt | lauft | gebt | lest |
| sie tragen | lassen | laufen | geben | lesen |

Imperativ

| | | | | |
|--------------|------------|------------|-----------|-----------|
| trage | laß | lauf(e) | gib | lies |
| tragt | laßt | lauft | gebt | lest |
| tragen Sie | lassen Sie | laufen Sie | geben Sie | lesen Sie |

Сўз яшаш. Отлар

Префикслар (deutsche Präfixe)

ge -: Gestirn **miß** -: Mißernte
un -: Unglück **erz** -: Erzbischof
ur -: Urlaub

Суффикслар (deutsche Suffixe)

-er, -ler, -ner, -aner, -ling: Lehrer, Tischler, Schaffner,
Amerikaner, Lehrling
-in: Lehrerin
-ung: Leistung
-heit, -keit, -igkeit: Freiheit, Fruchtbarkeit, Fertigkeit
-schaft: Studentenschaft
-tum: Altertum
-ei (-erei): Bäckerei
-chen: Mädchen
-lein: Tischlein
-e: Breite, Schütze
-el: Sessel
-en, -ne: Wagen, Scheune
-t: Fahrt
-ian: Grobian

Сифатлар (Adjektive)

Префикслар (Präfixe)

-erz: erzdumm
- un: unschön
- ur: uralt
- miß: mißtreu

Суффикслар (Suffixe)

- **bar**: denkbar - **ig**: mutig
- **ern**: silbern - **isch**: kindisch
- **en**: golden - **lich**: freundlich
- **haft**: zweifelhaft - **sam**: arbeitsam

Сон (Zahl, Zahlwörter)

Саноқ сонлар (Kardinalzahlen)

1 - 12 гача сонлар **туб сонлар** ҳисобланади, масалан:

| | |
|-----------|------------|
| 1 – eins | 7 – sieben |
| 2 – zwei | 8 - acht |
| 3 – drei | 9 – neun |
| 4 – vier | 10 – zehn |
| 5 – fünf | 11 - elf |
| 6 – sechs | 12 – zwölf |

13 -19 гача **ясама сонлар** ҳисобланади, масалан:

13 – **dreizehn** 17 – **siebzehn (-en** тушиб колади)
14 – **vierzehn** 18 - **achtzehn**
15 – **fünfzehn** 19 - **neunzehn**
16 - **sechzehn**

21 – 99 гача **қўшма сонлар** ҳисобланади, масалан:

21 – einundzwanzig
22 – zweiundzwanzig
23 – dreiundzwanzig
57 – siebenundfünfzig
84 – vierundachtzig u.s.w.

Эслатма: немис тилида 2 хонали сонлар ўнгдан чапга қараб айтилади.

3 хонали сонларда олдин юзлик, кейин 2 хонали сон айтилади.

4 хонали сонда олдин минглик, кейин юзлик, кетидан 2 хонали сон айтилади. Ҳамма сонлар қўшиб ёзилади.

Масалан:

437 – vierhundertsiebenunddreissig
6258 - sechstausendzweihundertachtundfünfzig
20 – **zwanzig** 50 – **fünfzig** 80 - **achtzig**
30 - **dreissig (-ssig)** 60 – **sechzig** 90 - **neunzig**
40 - **vierzig** 70 – **siebzig (70 сониди -en** тушиб колади)

100 - (ein)hundert 1000 – (ein)tausend (**ein** ишлатилиши шарт эмас)

200 - zweihundert 300 – dreihundert

Миллион сони немис тилида женский род оти хисобланади ва аниқ

артикуль билан келади.

Масалан:

1000000 – die Million

1 500 000 - eine Million fünfhunderttausend

3 800 000 – drei Millionen achthunderttausend

Йилни ифода этишда немис тилида минг сони айтилмайди. Олдин юзликлар, кейин ўнликлар келади. **Масалан:**

Im Jahre 1995 : im Jahre neunzehnhundertfünfundneunzig

Einfach kann man sagen : 1995 neunzehnhundertfünfundneunzig

Тартиб сонлар (Ordinalzahlen)

Тартиб сонлар нарса предметни тартибини англатиб, **der, die, das wievielte?** - нечанчи? саволига жавоб беради. Тартиб сонлар олдида аниқ артикуль, кам ҳолатларда эгалик олмош ёки инкор олмоши **kein** келади.

Тартиб сонлар санок сонлар ўзагига - **t (2 дан 19 гача)** ва – **st** (20 дан ортик сонга) суффиксларни қўшиш орқали ҳосил бўлади. **Масалан:**

der, die, das zweite, der, die, das zwanzigste 1, 3, 8 тартиб сонлари қоидадан мустасно равишда ясалади: **der, die, das erste, der, die, das dritte, der, die, das achte**. Тартиб сонлар сифатлар каби турланади, артиклни ишлатилиши у билан бирикиб келган отнинг родига боғлиқ бўлади. **Масалан:**

Das war der erste Tag des Jahres. - Бу йилнинг биринчи куни эди.

Das war die zweite Frage des Lehrers. – Бу муаллимнинг 2- саволи эди.

Das war das dritte Buch des Dichters. - Бу ёзувчининг учинчи китоби эди.

Санани айтишда тартиб сонлар одатда рақамлар билан ифодаланади. Рақамдан сўнг нуқта қўйилади ва уни тегишли келишик суффикси билан ўқиш лозим. **Масалан:**

Der 1. Januar - der erste Januar

Der 31. Dezember - der einunddreissigste Dezember.

Немис тилида асрни ифодалашда рим эмас, балки араб рақамлардан фойдаланиб ёзилади. **Масалан:**

XIX аср - das 19. Jahrhundert

Im wievielten Jahrhundert leben wir?

Wir leben im XXI. (einundzwanzigsten) Jahrhundert.

Der wievielte Monat ist der November?

November ist der elfte Monat?

Каср сонлар (Bruchzahlwörter)

Каср сонлар саноқ сонларга - **tel** (2 – 19 гача) ва (20 дан ортиқ) - **stel** қўшимчасини қўшиш билан ясалади. Масалан:

1/4 - ein Viertel тўртдан бир
3/4 - drei Viertel тўртдан уч
1/10 - ein Zehntel ундан бир
7/10 - sieben Zehntel ундан етти

1 ½ (бир ярим) сони - anderthalb, eineinhalb
2 ½ (икки ярим) сони - zweieinhalb

Ўнлик касрлар, ўзбек тилидагидек, 0,2, 0,10, 2,5 тарзида ёзилиб, қуйидагича ўқилади:

0,2 - null Komma zwei 0,10 – null Komma zehn
1,5 - eins Komma fünf 1,9 - eins Komma neun
0,6 - null Komma sechs 2,7 - zwei Komma sieben
0,05 – null Komma null fünf 4, 3 - vier Komma drei

Равиш (Adverb)

- **lich**: folglich - **wärts**: schwärts
- **sam**: gleisam - **dings**: allerdings
- **ens**: wenigstens - **maßen**: folgendermaßen
- **erlei**: dreierlei - **weise**: ausnahmsweise
- **mal**: zweimal - **lings**: rittlings
- **s**: abends

Күчли ва нотўғри тусланувчи феъллар жадвали

| № | Infinitiv | Präsens (3. P. Sg.) | Imperfekt (3. P. Sg.) | Partizip |
|-----|--|------------------------|--------------------------|----------------------|
| 1. | backen (ёпмок, печь) | bäckt | buk | gebacken |
| 2. | befehlen (буйруқ бермок, приказывать) | befiehlt | befahl | befohlen |
| 3. | beginnen (бошламок начинать) | beginnt | begann | begonnen |
| 4. | beißen (тишламок, кусать) | beißt | biß | gebissen |
| 5. | bergen (бекитмок, прятать) | birgt | barg | geborgen |
| 6. | bersten (ёрилмок лопнуть) | birst | barst | geborsten |
| 7. | bewegen (ундамок побуждать) | bewegt | bewog | bewogen |
| 8. | biegen (эгмок, гнуть) | biegt | bog | gebogen |
| 9. | bieten (тавсия этмок, предлагать) | bietet | bot | geboden |
| 10. | binden (бойламок, завязывать) | bindet | band | gebunden |
| 11. | bitten (илтимос қилмок, просить) | bittet | bat | gebeten |
| 12. | blasen (пудамок, дуть) | bläst | blies | geblasen |
| 13. | bleiben (қолмок, оставаться) | bleibt | blieb | geblieben |
| 14. | braten (қовурмок, жарить) | brät | briet | gebraten |
| 15. | brechen (бузмок, ломать) | bricht | brach | gebrochen |
| 16. | brennen (ёнмок, гореть) | brennt | brannte | gebrannt |
| 17. | bringen (олиб келмок, приносить) | bringt | brach | gebracht |
| 18. | denken (ўйламок, думать) | denkt | dachte | gedacht |
| 19. | dingen (ёнламок, нанимать) | dingt | dingte | gedungen |
| 20. | dreschen (майдаламок, молотить) | drischt | drosch, drasch | gedroschen |
| 21. | dringen (ичига кирмок, проникать) | dringt | drang | gedrungen |
| 22. | dünken (фикрламок, воображать) | dünkt, deucht | dünkte, deuchte | gedünkt, gedeucht |

| | | | | |
|-----|---|-----------|---------------------|----------------------|
| 23. | dürfen (мумкин, мочь) | darf | durfte | gedurft |
| 24. | empfehlen (тавсия этмоқ, рекомендовать) | empfiehlt | empfahl | empfohlen |
| 25. | erbleichen (оқармоқ, бледнеть) | erbleicht | erbleichte, erblich | erbleicht, erblichen |
| 26. | erkiesen (сайламоқ, избирать) | erkiest | erkor | erkoren |
| 27. | essen (емоқ, есть) | ißt | aß | gegessen |
| 28. | fahren (бормоқ, ехать) | fährt | fuhr | gefahren |
| 29. | fallen (тўкилмоқ, падать) | fällt | fiel | gefallen |
| 30. | fangen (ушламоқ, ловить) | fängt | fang | gefangen |
| 31. | fechten (фиктовать) | ficht | focht | gefochten |
| 32. | finden (топмоқ, находить) | findet | fand | gefunden |
| 33. | flechten (ўрамоқ, плести) | flicht | flocht | geflochten |
| 34. | fliegen (учмоқ, летать) | fliegt | flog | geflogen |
| 35. | Fliehen (қочмоқ, бежать) | flieht | floh | Geflohen |
| 36. | fließen (оқмоқ, течь) | fließt | Floß | Geflossen |
| 37. | fressen (емоқ, жрать) | frißt | Fraß | Gefressen |
| 38. | frieren (совқатмоқ, замерзать) | friert | Fror | Gefroren |
| 39. | gären (дайдимок, бродить) | gärt | Gor | Gegoren |
| 40. | gebären (туғмоқ, родить) | gebirt | Gebar | Geboren |
| 41. | geben (бермоқ, давать) | gibt | Gab | Gegeben |
| 42. | gedeihen (ўсмоқ, расти) | gedeiht | gedieh | Gediehen |
| 43. | gehen (кетмоқ, идти) | geht | Ging | Gegangen |
| 44. | gelingen (эришмоқ, удаваться) | gelingt | gelang | Gelungen |
| 45. | gelten (арзимоқ, стоит) | gilt | Galt | Gegolten |
| 46. | genesen (согаймоқ, выздоравливать) | genest | Genas | Genesen |
| 47. | genießen (лаззатланмоқ, наслаждаться) | genießt | genoß | Genossen |
| 48. | geschehen (содир этилмоқ, происходить) | geschieht | geschah | geschehen |
| 49. | gewinnen (ютмоқ, выигрывать) | gewinnt | gewann | gewonnen |
| 50. | gießen (сув қуймоқ, лить) | gießt | Goß | Gegossen |
| 51. | gleichen (ўхшамоқ, походить) | gleicht | gliech | geglichen |
| 52. | gleiten (сирганмоқ, скользить) | gleitet | Glitt | Geglitten |
| 53. | glimmen (ўчмоқ, тлеть) | glimmt | glomm | geglommen |
| 54. | graben (ковламоқ, копать) | gräbt | Grub | Gegraben |
| 55. | greifen (олмоқ, хватать) | greift | Griff | Gegriffen |
| 56. | haben (эга бўлмоқ, иметь) | hat | Hatte | Gahabt |
| 57. | halten (ушламоқ, держать) | hält | Hielt | Gehalten |
| 58. | hängen (осилмоқ, висеть) | hängt | Hing | Gehangen |

| | | | | |
|-----|--|----------|----------------|---------------------|
| 59. | hauen (кесмоқ, рубить) | haut | Hieb | Gehauen |
| 60. | heben (кўтармоқ, поднимать) | hebt | Hob | Gehoben |
| 61. | heißen (аталмоқ, называться) | heißt | Hieß | Geheißen |
| 62. | helfen (ёрдам бермоқ, помогать) | hilft | Half | Geholfen |
| 63. | kennen (билмоқ, знать) | kennt | kannte | Gekannt |
| 64. | klingen (чалинмоқ, звенеть) | klingt | Klang | geklungen |
| 65. | kneifen (чимдиламоқ, щипать) | kneift | Kniff | Gekniffen |
| 66. | kommen (келмоқ, приходить) | kommt | Kam | gekommen |
| 67. | können (мумкин, мочь) | kann | konnte | Gekonnt |
| 68. | kriechen (судралмоқ, ползать) | kriecht | Kroch | gekrochen |
| 69. | laden (таклиф қилмоқ, приглашать) | ladet | Lud | Geladen |
| 70. | lassen (буйруқ бермоқ, велеть) | läßt | Ließ | Gelassen |
| 71. | laufen (югурмоқ, бегать) | läuft | Lief | Gelaufen |
| 72. | leiden (чидамоқ, терпеть) | leidet | Litt | Gelitten |
| 73. | leihen (қарз бермоқ, одалживать) | leiht | Lieh | Geliehen |
| 74. | lesen (ўқимоқ, читать) | liest | Las | Gelesen |
| 75. | liegen (ётмоқ, лежать) | liegt | Lag | Gelegen |
| 76. | löschen (ўчмоқ, гаснуть) | löscht | Losch | Geloschen |
| 77. | lügen (ёлгон гапирмоқ, лгать) | lügt | Log | Gelogen |
| 78. | meiden (қочиб юрмоқ, избегать) | meidet | Mied | Gemieden |
| 79. | melken (соғмоқ, доить) | milkt | melkte (molk) | gemelkt, (gemolken) |
| 80. | messen (ўлчамоқ, мерить) | mißt | Maß | Gemessen |
| 81. | mißlingen (омадсиз бўлмоқ, не удаваться) | mißlingt | mißlang | mißlungen |
| 82. | mögen (хохламоқ, хотеть) | mag | mochte | Gemocht |
| 83. | müssen (лозим, должен) | mußt | Mußt | Gemußt |
| 84. | nehmen (олмоқ, взять) | nimmt | Nahm | genommen |
| 85. | nennen (атамоқ, называть) | nennt | nannte | Genannt |
| 86. | pfeifen (свисток чалмоқ, свистеть) | pfeift | Pfieff | Gepfieffen |
| 87. | pflegen (гамхўрлик қилмоқ, ухаживать) | pflegt | pflegte, pflog | gepflegt, gepflogen |
| 88. | preisen мақтамоқ, восхвалять) | preist | Pries | Gepriesen |
| 89. | quellen (булоқдан сув чиқмоқ, бить ключом) | quillt | Quoll | Gequollen |

| | | | | |
|------|-------------------------------------|-----------|-------------------|------------------------|
| 90. | raten (маслахат бермоқ, советовать) | rät | Riet | Geraten |
| 91. | reiben (ишқаламоқ, тереть) | reibt | Rieb | Gerieben |
| 92. | reißen (йиртмоқ, рвать) | reißt | riß | Gerissen |
| 93. | reiten (отда чопмоқ, ехать верхом) | reitet | Ritt | Geritten |
| 94. | rennen (югурмоқ, бежать) | rennt | rannte | Gerannt |
| 95. | riechen (хидламоқ, нюхать) | riecht | Roch | Gerochen |
| 96. | ringen (сиқмоқ, выжимать) | ringt | Rang | Gerungen |
| 97. | rinnen (оқмоқ, течь) | rinnt | Rann | Geronnen |
| 98. | rufen (чақирмоқ, звать) | ruft | Rief | Gerufen |
| 99. | saufen (ичмоқ, пить) | säuft | Soff | Gesoffen |
| 100. | saugen (сўрмоқ, сосать) | saugt | Sog | Gesogen |
| 101. | schaffen (яратмоқ, создавать) | schafft | schuff | Geschaffen |
| 102. | schallen (янграмоқ, звучать) | schallt | schallte, scholl | geschallt, geschollen |
| 103. | scheiden (ажратмоқ, отделять) | scheidet | schied | Geschieden |
| 104. | scheinen (нур сочмоқ, светить) | scheint | schien | Geschieden |
| 105. | schelten (урушмоқ, бранить) | schilt | schalt | Gescholten |
| 106. | scheren (сочни олмоқ, стричь) | schiert | Schor | Geschoren |
| 107. | schieben (силжитмоқ, двигать) | schiebt | schob | Geschoben |
| 108. | schießen (отмоқ, стрелять) | schießt | schoß | Geschossen |
| 109. | schinden (қийнамоқ, мучить) | schindet | schund | Geschunden |
| 110. | schlafen (ухламоқ, спать) | schläft | schief | Geschlafen |
| 111. | schlagen (урмоқ, бить) | schlägt | schlug | Geschlagen |
| 112. | schleichen (судралмоқ, подкрасться) | schleicht | schlich | Geschlichen |
| 113. | schleifen (рандаламоқ, точить) | schleift | schliff | Geschliffen |
| 114. | schließen (бекитмоқ, запирать) | schließt | schloß | Geschlossen |
| 115. | schlingen (ўраб олмоқ, обвивать) | schlingt | schlang | Geschlungen |
| 116. | schmeißen (агдармоқ, швырять) | schmeißt | schmmeiß | Geschmissen |
| 117. | schmelzen (эримок, таять) | schmilzt | schmolz | Geschmolzen |
| 118. | schnauben (пишқирмоқ, сопеть) | schnaubt | schnaubte, schnob | geschnaubt, geschnoben |
| 119. | schneiden (кесмоқ, резать) | schneidet | schnitt | Geschnitten |
| 120. | schrecken (қўрқмоқ, бояться) | schrickt | schrak | Geschrocken |
| 121. | schreiben (ёзмоқ, писать) | schreibt | schrieb | Geschrieben |
| 122. | schreien (бақирмоқ, кричать) | schreit | Schrie | Geschrien |
| 123. | schreiten (юрмоқ, шагать) | schreitet | schrift | Geschritten |
| 124. | schweigen (жим бўлмоқ, молчать) | schweigt | schwie | Geschwiegen |

| | | | | |
|------|--|-----------|----------------|--------------------|
| | молчать) | | | |
| 125. | schwellen (ишмоқ, пұхнұть) | schwellt | schwoll | Geschwollen |
| 126. | schwimmen (сузмоқ, плавать) | schwimmt | schwamm | Geschwommen |
| 127. | schwinden (гойиб бұлмоқ, исчезать) | schwindet | schwand | Geschwunden |
| 128. | schwingen (силкитмоқ, махать) | schwingt | schwang | Geschwungen |
| 129. | schwören (қасам ичмоқ, клясться) | schwört | schwur, schwor | Geschworen |
| 130. | sehen (кўрмоқ, видеть) | sieht | Sah | Gesehen |
| 131. | sein (бұлмоқ, быть) | ist | War | Gewesen |
| 132. | senden (жўнатмоқ, посылать) | sendet | Sand | Gesendet |
| 133. | sieden (қайнатмоқ, кипеть, кипятить) | siedet | sott, siedete | gesotten, gesiedet |
| 134. | singen (куйламоқ, петь) | singt | Sang | Gesungen |
| 135. | sinken (йиқилмоқ, падать) | sinkt | Sank | Gesunken |
| 136. | sinnen (ўйламоқ, думать) | sinnt | Sann | Gesonnen |
| 137. | sitzen (ўтирмоқ, сидеть) | sitzt | Saß | Gesessen |
| 138. | sollen (шартли равишда бажармоқ, должен) | soll | Sollte | Gesollt |
| 139. | speien (тупурмоқ, плевать) | speit | Spie | Gespien |
| 140. | spinnen (тўқимоқ, прясть) | spinnt | Spann | Gesponnen |
| 141. | sprechen (гапирмоқ, говорить) | spricht | sprach | Gesprochen |
| 142. | sprießen (униб чиқмоқ, всходить) | sprießt | Sproß | Gesprossen |
| 143. | springen (сакрамоқ, прыгать) | springt | sprang | Gesprungen |
| 144. | stechen (сўймоқ, чақмоқ, колоть, жалить) | sticht | Stach | Gestochen |
| 145. | stecken (тиқмоқ, втыкать) | steckt | stak, steckte | Gesteckt |
| 146. | stehen (турмоқ, стоять) | steht | Stand | Gestanden |
| 147. | stehlen (ўгирламоқ, воровать) | stiehlt | Stahl | Gestohlen |
| 148. | steigen (кўтарилмоқ, подниматься) | steigt | Stieg | Gestiegen |
| 149. | sterben (ўлмоқ, умирать) | stirbt | Starb | Gestorben |
| 150. | stieben (тарқалмоқ, рассеиваться) | stiebt | Stob | Gestoben |
| 151. | stinken (сасимоқ, вонять) | stinkt | Stank | Gestunken |
| 152. | stoßen (итармоқ, толкать) | stößt | Stieß | Gestoßen |
| 153. | streichen (дазмоламоқ, гладить) | streicht | Strich | Gestrichen |
| 154. | streiten (бахслашмоқ, | streitet | Stritt | Gestritten |

| | | | | |
|----------|---|-----------|----------------|------------------------|
| | спорить) | | | |
| 15 5. | tragen (кўтариб кетмоқ, нести) | trägt | Trug | Getragen |
| 156. | treffen (кутиб олмоқ, встречать) | trifft | Traf | Getroffen |
| 157. | treiben (хайдамоқ, гнать) | treibt | Trieb | Getrieben |
| 158. | treten (кирмоқ, ступать) | tritt | Trat | Getreten |
| 159. | triefen (қазимоқ, капать) | trieft | Triefte, troff | getrieft, getroffen |
| 160. | trinken (ичмоқ, пить) | trinkt | Trank | Getrunken |
| 161. | trügen (олдамоқ, обманывать) | trügt | Trog | Getrogen |
| 162. | Tun (қилмоқ, делать) | tut | Tan | Getan |
| 163. | verderben (бузмоқ, портить) | verdirbt | verdarb | Verdorben |
| 164. | verdrießen (жахлини чиқармоқ, досаждать) | verdrießt | verdroß | Verdrossen |
| 165. | vergessen (хаёлдан чиқармоқ, забывать) | vergißt | vergaß | Vergessen |
| 166. | verlieren (йўқотмоқ, терять) | verliert | verlor | Verloren |
| 167. | wachsen (ўсмоқ, расти) | wächst | wuchs | Gewachsen |
| 168. | wägen (тортмоқ, взвешивать) | wägt | Wog | Gewogen |
| 169. | waschen (ювмоқ, мыть) | wäscht | wusch | Gewaschen |
| 170 | weben (тикмоқ, ткать) | webt | webte, wob | gewebt, gewoben |
| 171. | weichen (жой бермоқ, уступать) | weicht | Wich | Gewichen |
| 172. | weisen (кўрсатмоқ, указывать) | weist | Wies | Gewiesen |
| 173. | wenden (ўғирилмоқ, поварачиваться) | wendet | wandte | Gewandt |
| 174. | werben (ёнламоқ, вербовать) | wirbt | Warb | Geworben |
| 175. | werden (бўлмоқ, становиться) | wird | wurde | Geworden |
| 176. | werfen (отмоқ, бросать) | wirft | Warf | Geworfen |
| 177. | wiegen (тортмоқ, взвешивать) | wiegt | Wog | Gewogen |
| 178. | winden (ўрамоқ, вить) | windet | Wand | Gewunden |
| 179. | wissen (билмоқ, знать) | weiß | wußte | Gewusst |
| 180 | Wollen (хохламоқ, хотеть) | will | wollte | Gewollt |
| 181. | zeihen (фош этмоқ, уличать) | zeiht | Zieh | Geziehen |
| 182. | ziehen (судрамоқ, тащить) | zieht | Zog | Gezogen |
| 183. | zwingen (мажбур қилмоқ, принуждать) | Zwingt | zwang | Gezwungen |

INHALTSVERZEICHNIS

| | |
|---|----|
| Vorwort (Сўз боши)..... | 3 |
| ABC..... | 4 |
| <u>Erste Teil</u> | |
| Mathematik. Geschichte der Mathematik | 7 |
| Mathematikgeschichte in Babylon..... | 8 |
| Chinesische und indische Mathematik..... | 10 |
| Mathematik im islamischen Mittelalter..... | 11 |
| Mathematik der Maya..... | 15 |
| Mathematik in Europa..... | 15 |
| Mathematik im Mittelalter..... | 15 |
| Mathematik im 19.Jahrhundert..... | 16 |
| Moderne Mathematik..... | 17 |
| Axiomatische Formulierung und Sprache..... | 20 |
| Inhalte und Methodik..... | 21 |
| Fortschreiten durch Problemlösen..... | 23 |
| Anwendungsgebiete..... | 25 |
| Verhältnis zu anderen Wissenschaften | 28 |
| Sonderrolle unter den Wissenschaften | 30 |
| Mathematik als Schulfach | 32 |
| <u>Elementare Mathematik</u> | |
| Arithmetik und Geometrie..... | 35 |
| Zahl | 40 |
| Addition | 53 |
| Subtraktion | 55 |
| Multiplikation | 57 |
| Division | 59 |
| Die trigonometrischen und zyklometrischen Funktionen..... | 61 |
| Die unbestimmte Integration..... | 62 |
| Der Begriff – unendlich..... | 64 |
| Das Potenzieren – die Potenzrechnung..... | 64 |
| Das Radieren..... | 66 |
| Quadrat..... | 67 |
| Die Eigenschaften und Merkmale von Dreiecken..... | 68 |
| Die Grösse der Winkel..... | 70 |
| Parallelogramm..... | 72 |
| <u>Zweite Teil</u> | |

| | |
|---|-----|
| Platon..... | 74 |
| Phythagoras | 78 |
| Euklid | 83 |
| Archimedes | 87 |
| Albert Einstein | 92 |
| Isaac Newton | 94 |
| Carl Friedrich Gauß | 97 |
| Willam Sealy Gosset..... | 100 |
| Johannes Kepler | 102 |
| Galileo Galilei | 106 |
| Abu I – Wafa..... | 110 |
| Al – Biruni..... | 113 |
| Al – Chwarasmi..... | 120 |
| Abu Ali Ibn Sino..... | 132 |
| Al – Farabi | 123 |
| <u>Dritte Teil</u> | |
| Zitate und Sprüche zur Mathematik..... | 126 |
| Wichtige Angaben über die berühmten Mathematiker der Welt | 133 |
| Glossarium..... | 150 |
| Teste und mathematische Übungen | 161 |
| <u>Vierte Teil</u> | |
| Bildtafeln..... | 165 |
| Grammatik | 213 |
| Quellenverzeichniss..... | 235 |

QUELLENVERZEICHNISS:

1. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Юксак салоҳиятли авлодни тарбиялаш - энг муқаддас мақсад” мавзуидаги Халқаро конференцияда сўзлаган нутқи («Халқ сўзи», Тошкент, 2012 йил 18 феврал, № 35 (5455), 1-2 бетлар).
2. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Чет тилларни ўрганиш тизимини янада такомиллаштириш чора - тадбирлари тўғрисида”ги Қарори (Халқ сўзи», Тошкент, 2012 йил 11 декабр, № 240 (5560), 1-2 бетлар).
3. “Was ist Mathematik” Richard Conrat, Herbert Robbins Springer-Verlag Beklin/Heidelberg, 2000 ISBN 3-540-63777-X.
4. Hanz Kaiser, Welfried Nobauer: Geschichte der Mathematik 2.Auflage, Oldenbourg, Muenchen 1999, ISBN 3- 486-11995-2.
5. Mario Livio: Ist Gott ein Mathematiker? Warum das Buch der Natur in der Sprache der Mathematik geschrieben ist? C.H. Beck Verlag, Muenchen, 2010 ISBN 978-3-406-60598.
6. Werke Farabis Schriften zur Musik (Auswahl) Kitab IhSaD al-TqaDat (Buch der Klassifikation der Pvrhythmen)
7. Übers. E. Neubauer: Die Theorie vom Iqa, I: Übersetzung des Kitab al-Tqa'at von Abu Nasr al-Farabi', in: Oriens 34 (1994), S. 103-73. Kitab fi '1-IqaDat (Buch über Rhythmen)
8. Übers. E. Neubauer: Die Theorie vom Iqa, I: Übersetzung des Kitab al-Tqa'at von Abu Nasr al-Farabi', in: Orients 21-22 (1968-9), S. 196-232.
9. Kitab IhSaD al-Oulum (Buch über die Einteilung der Wissenschaften)
10. Kitab al-Musiqā al-kablr (Das große Buch der Musik) hg. GAM. Khashaba, Kairo 1967
Übers. R. d'Erlanger: La musique arabe, Bd. 1, Paris 1930, S. 1-306 und Bd. 2 (1935), S. 1- 101
11. Philosophische und theologische Schriften, Kitab IhSaD al-DulQm (Buch der Klassifikation der Wissenschaften)
12. A. Gonzalez Palencia (Hg.): Catalogo de las Ciencias (Textedition, lateinische und spanische Übersetzung), Madrid: Imprenta y Editorial Maestre 2. A. 1953.
13. Franz Schupp: Al-Farabi: Über die Wissenschaften. De scientiis. Nach der lateinischen Übersetzung Gerhards von Cremona, Meiner, Hamburg 2005, MabadiD araD ahl al-madina al-fadila

14. Richard Walzer (Hg.): Al-Farabi on the Perfect State, Clarendon Press, Oxford 1985.
15. Cleophea Ferrari: Die Prinzipien der Ansichten der Bewohner der vortrefflichen Stadt, Stuttgart: Reclam 2009.
16. Ian R Netton: Al-Farabi and His School Music Theory in the Latin Middle Ages, in:
Journal of the American Musicological Association 29/2 (1976), S. 173-88.
17. David C. Reisman: Al-Farabi and the philosophical curriculum, in: Peter Adamson / Richard C. Taylor (Hgg.): The Cambridge Companion to Arabic Philosophy. Cambridge University Press, Cambridge 2005, S. 52-71.
18. Ulrich Rudolph: "Islamische Philosophie. Von den Anfängen bis zur Gegenwart", C.H.Beck Verlag, München 2008, S. 29-36.
- William Montgomery Watt: Art. al-Farabi, in: Encyclopedia of Philosophy, 1. A. Bd. 1 (Artikel textgleich mit 1. A. von 1967),
Karl Schoy: Die trigonometrischen Lehren des persischen Astronomen Abu'l-Raihan Muḥ. Ibn Aḥmad al-Bīrūnī: dargestellt nach Al-qānūn al-masūdī. Nach dem Tode des Verfassers herausgegeben von Julius Ruska und Heinrich Wieleitner. Hannover, Orient-Buchhandlung Lafaite, 1927
19. Wassilios Klein: Abu Rayhan al-Biruni und die Religionen. Eine interkulturelle Perspektive. Bautz, Nordhausen 2005, ISBN 3-88309-317-3 (Interkulturelle Bibliothek 119).
20. Gotthard Strohmeier Al-Biruni, Spektrum der Wissenschaft Mai 2001
Gotthard Strohmeier (Hrsg.): Al-Biruni. In den Gärten der Wissenschaft.
21. Auflage. Reclam, Leipzig 2002, ISBN 3-379-20045-X (Ausgewählte Texte aus den Werken des muslimischen Universalgelehrten. Übersetzt und erläutert von Gotthard Strohmeier).
22. Rudolf Eisler: Wörterbuch der philosophischen Begriffe. Berlin 1904
23. Friedrich Kirchner und Carl Michaëlis: Wörterbuch der Philosophischen Grundbegriffe. 5. Aufl., Leipzig 1907
24. Paul Natorp: Platons Ideenlehre. Eine Einführung in den Idealismus. Meiner, Leipzig 1921+5
25. "Mathematik" Kleine Enzyklopedie, Veb Verlag Leipzig, 1969.
26. Marie-Thérèse d'Alverny, Danielle Jacquart: *Avicenne en Occident*. Vrin, Paris 1993.
- 27. Gotthard Strohmeier: *Avicenna*. Beck, München 1999, ISBN 3-406-41946-1

Ўзбекистон Республикаси
Олий ва Ўрта Махсус Таълим Вазирлиги
Наманган Давлат Университети

Немис ва француз тиллари кафедраси

**“Математиклар учун немис тили”
(ўқув қўлланма)**

Ўқув қўлланмада математика соҳасига оид аутентик тематик ва кўргазмали тарзда матнлар, дунёга машҳур бўлган математиклар ҳаёти ва уларнинг илмий фаолияти, математика ҳақида машҳур олимлар томонидан айтилган фикрлар, математикага оид глоссариум, грамматик маълумотлар, машқлар, тестлар тўплами ва расмий галлерея ўрин олган. Ўқув қўлланма Математика - физика йўналиши I-II-III босқич талабалари учун мўлжалланган. Ўқув қўлланма олий таълим муассасаларнинг Математика - физика йўналишида тахсил олаётган талабалар ҳамда мактаб, коллеж ва академик лицей ўқувчилари учун мўлжалланган.

Маъсул муҳаррир:

проф. Ў. Нурматов

Тақризчилар:

п.ф.н. доц. С. Сайдалиев

доц. З. Содиков

ф-м ф.н., доц. М. Холмурадов

Техник муҳаррир:

ўқ. Р.Полванов

