

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

ТЕРМИЗ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

Қўл ёзма ҳуқуқида

УДК_____

ТУРДАЛИЕВ ИЛХОМ АХМАДОВИЧ

**Математик таълимда алгебраик ва геометрик методлар
интеграциясининг баъзи бир масалалари**

5A130101 –Математика(йўналишлар бўйича)

**Магистр
академик даражасини олиш учун ёзилган диссертация**

**Илмий раҳбар:
п.ф.н. Жумаев Э**

Магистрлик диссертацияси Термиз давлат университети дифференциал
тенгламалар ва геометрия кафедрасида бажарилган

Илмий раҳбар : педагогика фанлари номзоди, доцент
Жумаев Эркин Эргашевич

1 – тақризчи : физика математика фанлари номзоди
Хайруллаев Исматулла Нуруллаевич

2 – тақризчи : педагогика фанлари номзоди
Бердиева Ойгул Бекмуродовна

Магистрлик диссертацияси ҳимояси 2014 йил ____ ойнинг ____ куни соат ____ да
Термиз давлат Университети магистратура бўлими ҳузуридаги магистр
академик даражасини олиш учун магистрлик диссертацияси ҳимояси бўйича
тузилган комиссия йиғилишида ўтказилади.

Магистрлик диссертацияси билан Термиз Давлат Университети ахборот ресурс
марказида танишиш мумкун (733100, Термиз шаҳри Файзулло Хўжаев кўчаси
43 – уй) WWW. Тер.ДУ.Уз.

Битирув малакавий иш 2014 йил “ ” _____ да тайёр бўлди

Магистратура бўлими
илмий кенгаши котиби:

М У Н Д А Р И Ж А

КИРИШ.....	4
Їбоб. Математик таълимда алгебраик ва геометрик методларни бирлаштириш масалалари	
1.1. “Метод” категориясининг таҳлили.....	11
1.2. Алгебраик ва геометрик методлар методларнинг эволюцияси, уларнинг ўзаро боғланиши.....	20
1.3. Алгебраик ва геометрик методларнинг ўқувчиларни билиш фаолияти усуллари сифатида мазмуни ва ҳажми.....	33
Ї боб бўйича хулосалар.....	40
Їбоб. Алгебраик ва геометрик методлар интеграциясиметодик тизими ва унинг компонентлари.....	41
2.1. Алгебраик ва геометрик методлар интеграциясининг мақсадлари ва мазмун.....	42
2.2.Алгебраик ва геометрик методларни интеграциялаш усуллари.....	44
2.3. Алгебраик ва геометрик методларни интеграция шакллари ва воситалари.....	50
2.4.Алгебраик ва геометрик методлар интеграциясинингқонуниятлари ва тамойиллари.....	72
Ї боб бўйича хулосалар.....	76
ЇЇбоб. Педагогиктажриба - синов ва унинг натижаси.....	78
Тажриба - синов бўйича хулосалар.....	87
Умумий хулоса.....	89
1-илова.....	91
2-илова	98
3-илова.....	100
Фойдаланилган адабиётлар рўйхати.....	102

КИРИШ

Мавзунинг долзарблиги. Агар ўқувчи шахсини тарбиялашга хизмат қилувчи алгебраик ва геометрик методларни интеграциялаш мақсади, мазмуни, усуллари, шакллари ва воситаларини ўз ичига олувчи методик тизим яратилса, ўқув жараёнида унинг амал қилиш шартлари ишлаб чиқилса ва уларни амалиётга жорий этилса, у ҳолда бу ўқувчиларда математика бўйича билимлар ва ўқувлар сифатини ошириш, уларда математика тўғрисида ва унинг методлари тўғрисида яхлит билимларни шакллантириш имконини беради.

Тадқиқотнинг мақсади ва вазифалари

1. Математик таълимнинг замонавий мақсадлари ва вазифаларини, умумтаълим мактаби, Ал ва КХК таълими амалиётининг ҳолатини таҳлил қилиш асосида ва шунингдек, психологик - педагогик адабиётларни, математикадан методик ва ўқув адабиётларни таҳлил қилиш асосида математик таълимда алгебраик ва геометрик методларни интеграция асосларини аниқлаш.
2. “Алгебраик ва геометрик методларнинг интеграцияси” методик тизимини яратиш, унинг компонентларининг мазмунини, мактаб ўқув жараёнида унинг, амал қилиш қонуниятлари ва тамойилларини очиқ бериш.
3. Умумтаълим, Ал ва КХК муассасаларида математикани алгебраик ва геометрик методларнинг интеграциясига асосланган баъзи бир масалаларини ишлаб чиқиш ва унинг самарадорлигини тажриба - синовлар текширувини ўтказиш.

Тадқиқотнинг асосий босқичлари. Тажриба - синовнинг биринчи босқичи (2013 январ-май ойлар).

Тажриба - синовда 25та ўқувчи иштирок этди. Тажриба - синов Термиз шаҳрининг 16 -сонли ўрта мактаби базасида ўтказилди. Ба даврда тажриба - синовал ишнинг мақсади асосий мактаб ўқувчиларига матнли (сюжетли) масалаларни ечишни ўргатишда геометрик методдан фойдаланиш методикасининг самарадорлигини текширишидан иборат бўлди.

Тажриба - синовнинг иккинчи босқичи (2013 август-декабр ойлар).

Тажриба - синовнинг бу босқичи 1-сонли академик лицей базасида ўтказилди. Унда аниқ фанлар йўналишининг 59 та 3-босқич ўқувчилари иштирок этишди.

Тажриба - синовнинг конкрет вазифалари қуйидагилардан иборат бўлди:

1) талабаларнинг алгебраик масалаларни геометрик (шу жумладан, график) метод билан ечиш ўқувини текшириш;

2) алгебрада геометрик методдан фойдаланишнинг ишлаб чиқилган методини бўлажак математика ўқувчиларини тайёрлаш амалиётига жорий қилиш, маърузалар ва амалий машғулотларга доир методий тавсияларни ишлаб чиқиш ва чоп этиш;

Тажриба - синовнинг 3-босқичи (2014 январ-май ойлар).

Тажриба - синовал тадқиқотнинг 3-босқичи ЎҚТМО базасида ўтказилди, Тажриба - синовда ҳаммаси бўлиб 25 нафар математика ўқитувчиси иштирок этди. Математика таълими назарияси ва методикасига “интеграция”, “интеграцияланган (ёки интеграл) дарс” каби янги тушунчалар кириб келди. Буларнинг ҳаммаси қуйидагиларни аниқлашни зарур қилиб қўйди: таълимда интеграцияни ўқувчилар ва ўқитувчилар қандай тушунишади; улар алгебраик метод, геометрик метод тушунчаларига қандай маъно берадилар; қандай алгебраик ва геометрик методларни билишади; геометрик масалаларни ечишда қандай алгебраик методлардан ва алгебраик масалаларни ечишда қандай геометрик методлардан фойдаланишади; ўқув ахборотини алгебраик тилдан геометрик тилга ва геометрик тилдан алгебраик тилга ўтказа олишадими ва ҳ.к.

Илмий натижаларнинг жорий этилиши, шунингдек, “ТерДУ хабарлари” ва “Педагогик маҳорат” журналида мақола чоп этиш билан амалга оширилди.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги шундан иборатки, ўқувчи олдида қўйилган масалани ечими, ўқувчи томонидан ўқув ахборотини алгебраик тилдан геометрик тилга ёки, аксинча, геометрик тилдан алгебраик тилга ўтказиш йўли билан ҳал этилади.

Тадқиқотнинг назарий аҳамияти:

- математик таълимда алгебраик ва геометрик методлар интеграциясининг ишлаб чиқилган ва математикани ўқитишда “алгебраик метод” ва “геометрик метод” тушунчаларининг “алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси” тушунчаларининг мазмуни ва ҳажмини, бу жараённинг модели ва механизмини ва шунингдек, мазкур методлар интеграциясининг шаклини ўз ичига олган масалалардан;

-ўқувчиларга математик таълимда алгебраик ва геометрик методлар интеграциясига асосланган ҳамда, оламни билишнинг алгебраик ва геометрик методларини эгаллашга, фаолиятли ёндошувни амалга оширишга, ўқувчиларда яхлит математик билимларни шакллантиришга йўналтирилган методикадан иборат.

Мамлакатимизда барпо этилаётган кучли фуқаролик жамиятининг ривожланиш йўналишлари, унинг глобаллушуви ва ахборотлашуви, ахборот оқимларининг гуркираб ўсиши ва компьютер технологияларининг тез ривожланиши жамиятнинг ҳамма оҳаларига, шу жумладан цивилизациянинг бош ютуқларидан бири – таълимга ҳам кириб бормоқда. Кейинги йигирма икки йил ичида унинг мазмуни, ташкил этилиши ва ўқитиш методларида туб ўзгаришлар содир бўлмоқда.

Мактабда таълимни табақалаштириш муаммоси методика фанида ва амалиётда етарли батафсил ўрганилган ва у билан Г.Д.Глейзер, В.А.Гусев, Ю.М.Колягин, Г.И.Саранцев ва бошқа олимлар шуғулланишган.

Мактаб математика фанларини интеграциялашга оид муаммолар таҳлили, асосан, қуйидаги методик-математик йўналишлар доирасида ўтказилган: предмет ичидаги ва предметлараро боғланишларни амалга ошириш (В.А.Далингер, В.М.Монаховва бошқалар), интеграцияланган курсларни яратиш (А.С.Симонов, Ю.М.Колягинва бошқалар), амалий йўналганлик (И.А.Терешкин, И.М.Шакирова ва бошқалар), дидактик бирликларни йириклаштириш (П.М.Эрдинев, Б.П. Эрдинев ва бошқалар), математикани ўқитишда ворислик ва ҳ.к.). Бу кўрсатилган йўналишларни амалга ошириш

сифатида математик моделлаштириш жараёни муҳокама қилинади.

Умумтаълим мактаби, Ал ва КХК геометрия курсида алгебраэлементларидан кенг фойдаланиши **бир томондан**, геометрик масалаларни ечишда ўқувчилар имкониятини кенгайтирди, **иккинчи томондан**, геометрияда аналитик методларнинг кенг қўлланилиши мактаб, Ал ва КХК ўқувчиларининг анъанавий, соф геометрик ўқув ва малакаларининг шаклланишига зарар келтира бошлади.

Мактаб, Ал ва КХК математика курсида ўқув жараёнида назарий-тўплам ёндошуvidан воз кечилиши, алгебра ва геометрия орасида янги боғланишларни ўрнатишга интилиш зарурати юзага келади. Бундай йўллардан бири алгебрада геометрик методлар бирлигидан фойдаланишдан иборатдир. Математик таълимда геометрия фанининг кенгайиши ўқувчилар ижодий тафаккурининг асосий компонентлари бўлган геометрик тасаввурлар ва геометрик метод билан узвий боғлиқ интуиция ва тасаввурни ривожланишига олиб келади.

Ахборот технология асосида илмий-таҳлил тараққиётининг тезлашуvi шароитларида геометрик билимлар ҳар бир фикрловчи одамга зарурдир. Ўз вақтида А.Д.Александров бу ҳақда бундай ёзган эди: «Бутун техникага геометрия сингиб кетган ва у геометриядан бошланади, чунки ўлчамларнинг ва шаклининг жуда аниқлиги, бўлакларнинг ўзаро жойлашуviда структуравийлик керак бўладиган ҳамма ерда геометрия кучга кирди» [9, 58-бет].

Ҳақиқатдан ҳам, техникавий тафаккурнинг бутун ривожланиши тарихида масалаларни ечимини геометрик образи унинг, жуда муҳим ва ажралмас қисми бўлиб келган. Геометрия бугунги кунда билиш методи ва тафаккур образи сифатида борган сари кўпроқ майдонга чиқмоқда.

Ривожланган фазовий тасаввур – бу, одам умумий маданиятининг жуда муҳим элементи. «Геометрия бу – биз муҳитни идрок қиладиган ва ўзимизни намоиш этадиган воситадир» - деб таъкидлаган эди, XX асрнинг буюк архитектори Ле.Корбюзье (1887-1965). Геометрия – бу асосдир. Бундан ташқари у ҳамма мукаммаликни ифодаловчи символлар моддий мужассамлашувидир. У ўзининг математик аниқлиги билан бирга

юқоризавқлик беради. Демак, ҳар бир ўзбек фуқароси, ўз бадиий тасаввури учун биринчи навбатда геометриядан миннатдор бўлиши лозим. Замонавий санъат ва замонавий тафаккур юз йиллик таҳлилдан сўнг юқори потенциалга эришмоқда ва геометрия уларни математик тартиб ва гармонияга ўтказмоқда. Бу йўналиш ҳар бир кун билан кучаймоқда [21; 25-бет].

Геометрияфанларнинг ривожланишидаги роли каттадир, чунки бунда геометрик тасаввурлар таянч бўлади, чунки ҳаракат ва жараёнлар бу фанларнинг ривожланиш даврида содир бўлади. Буларга мисол бўлиб, кинематика ва геометрик оптика, кристалларнинг тузилиши, мураккаб молекулаларнинг фазовий моделлари, тирик организмларнинг симметрияси ва ҳ.к.лар хизмат қилиши мумкин.

Фазовий тасаввурлар, геометрик интуиция математиканинг ўзида ҳам муҳим рол ўйнайди. «Математикада геометриянинг умумий роли шундан иборатки, фазовий тасаввурларни асосладиган, ҳисобгичлар йўли билан узоқ қадамлар орқали эришиладиган яхлит қамраб олиш имконини берувчи, аниқ синетик тасаввур, айти шу геометрия билан боғлиқдир» [10; 313-бет]. Математикада геометриянинг таъсирини асосий жиҳатларини кўриб чиқамиз.

1. Математик анализ.

Геометрия математик анализнинг юзага келиши ва ривожланишида механика билан бир қаторда ҳал қилувчи аҳамиятга эга бўлди. Интеграллаш қадимги олимлар бошлаган юзалар ва ҳажмларни топишдан келиб чиққан, шу билан бирга юза ва ҳажм аниқ катталиклар ҳисобланган, XIX асрнинг биринчи ярмигача интегралнинг ҳеч қандай аналитик таърифи берилган эмас эди.

2. Комплекс ўзгарувчининг функциялари назарияси.

Комплекс сонлар математикада 18-19 асрлар чегарасида уларни текислик нуқталари билан солиштириш натижасида, яъни «комплекс текисликни» яшаш йўли билан қарор топди бу эса, 19-асрда комплекс ўзгарувчининг функциялари назариясининг жадал ривожланишига, $x^n=1$ тенгламанинг алгебрик маъноси унинг геометрик талқини, мунтазам n-бурчакни яшаш билан боғланиши орқали ойдинлашди.

3. Функционал анализ.

Функционал анализнинг асосий ғояси қуйидагича: мазкур синф функциялари (масалан, $[0;1]$ кесмада берилган ҳам узлуксиз функциялар) «функционал фазонинг» нуқталари сифатида муҳокама қилинади, шу билан бирга функциялар орасидаги муносабатлар мос нуқталар орасидаги геометрик муносабатлар сифатида талқин қилинади (масалан, функцияларнинг яқинлашиши нуқталарнинг яқинлашиши сифатида, функциялар айирмасининг абсолют қиймати масофа сифатида талқин этилади. Бу ҳолда анализнинг кўплаб масалалари ойдинлашади в бу кўп ҳолларда жуда сермахсул бўлади.)

4. Алгебра.

Геометрия алгебрага ва ҳатто арифметикага, сонлар назариясига ҳам таъсир кўрсатди. Алгебрада масалан, векторлар фазасидан фойдаланилади. Сонлар назариясида геометрик йўналиш яратилган бўлиб, у ҳисоблаш методи билан қийин ечиладиган кўплаб масалаларни ҳал этиш имконини беради.

5. Аксиометик метод.

Геометрия аксиометикасини мантиқий такомиллаштириш ва таҳлил қилиш аксиоматик методнинг абстракт шаклини яратилишида ҳал қилувчи аҳамиятга эга бўлди. Ана шу материалда аксиомаларнинг зидсизлиги, тўлаллиги ва эркинлиги аксиомалари ишлаб чиқилди.

Топологиянинг юзага келиши катта аҳамиятга эга бўлиб, энг муҳим ғоялари ва муаммолари геометрияга асосланган, кейинги йигирма йилликда топологияда узоқ вақтлардан буён мавжуд бўлиб келган муаммолар геометрик методларни қўллаш йўли билан ҳал этилди.

Шундай қилиб, алгебраик ва геометрик методларни интеграциялашнинг илмий-асосли концепциясига бўлган эҳтиёж ошиб бормоқда.

Олинган хулосаларнинг асосланганлиги ва тўғрилиги тадқиқот концепциясини ташкил этувчи методологик ва назарий қоидаларнинг мувофиқлашганлиги, уларнинг тадқиқот мақсадлари, мавзуси ва вазифаларига мослиги, педагогик тажриба - синовнинг ижодий натижалари билан исботланади.

Диссертация ҳимоясига қуйидаги ҳолатлар қўйилади:

1. Алгебраик ва геометрик методларини интеграциялаш икки усул билан амалга оширилади: мазкур методларни бириктириш ёки уларни бир методдан иккинчи методга боғлаш. У: битта масаланинг ўзини алгебраик ва геометрик усулда ечиш, мазкур методларнинг тартибланганлиги, ташкил этиш (методларни бирлаштиришда боғланиш пайдо бўлганда) ва яхши ташкил этилган алгебраик ва геометрик методлар тўпламига ёки уларнинг яхлит бирлик ташкил этувчи методлари тўпламидан иборат тизимда намоён бўлади.

2. Алгебраик ва геометрик методларни интеграциялаш ўқув жараёнида маълум тамойиллар бўйича блокларга бирлаштириладиган масалалар воситасида амалга оширилади: яхлитлик тамойили, яъни ҳар бир блокда алгебраик ва геометрик масалаларнинг мавжудлиги; ҳар бир масалани алгебраик метод билан ҳам, геометрик метод билан ҳам ёки алгебраик ва геометрик методларни ўз ичига олган бир метод билан ечиш; интеграциянинг турли хил усулларида фойдаланиш ва бошқ.

Диссертациянинг структураси. Диссертация кириш, учта боб, иттита параграф, хулоса, учта иловалар ва 42 номда фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат.

Ўбб.Математик таълимда алгебраик ва геометрик методларни бирлаштириш масалалари

1.1. “Метод” категориясининг таҳлили

Алгебраик ва геометрик методлар мос равишда *алгебра ва геометрия* фанларининг методлари сифатида, масалаларни ечиш методлари ва математикани махсус ўргатиш методлари сифатида муҳокама қилиниши лозим. Бу методлар тушунчаларининг учала маъносидан ҳар бириининг мазмунини аниқлаш учун дастлаб “метод” категориясининг таҳлилинини ўтказамиз. Илмий адабиётларда бу тушунчанинг турли талқинлари мавжуд.

Ҳозирги замон энциклопедик адабиётида метод (юнонча *methodos* – тадқиқот йўл, назария, таълим) мақсадга эришиш усули, концерт масалани ечиш; борлиқни амалий ёки назарий ўзлаштиришнинг (билишнинг) методлари ва операциялари мажмуи сифатида талқин қилинади [11; 452-бет; 13; 634-бет]. Фанда эса борлиқни билиш усули; тадқиқот методларидир.

Фалсафада (гносеологияда) метод тушунчаси илмий билиш (биринчи навбатда) ва амалий фаолият билан мувофиқлаштирилади.

“Фалсафа энциклопедияси”да метод - борлиқни амалий ва назарий ўзлаштиришнинг ўрганилаётган объектнинг ҳаракатланиш қонуниятларидан келиб чиқадиган шакли, амалий билиш назарий фаолиятининг регулятив тамойиллари тизими, педагогикада тарбиявий ва таълимий воситалар тизими, фанда материални текширишни баён қилиш усуллари” деб талқин қилинади [33; 409-бет].

Дидактика учун муҳими шундаки, метод ўзи шакл ва усул мавжудлигини назарда тутди, бироқ бу фақат шаклнинг ўзигина эмас деб қайд қилади С.А.Шапоринский, ва усулнинг фақат ўзи эмас, балки жуда жуда кўпроқ нарсадир [34; 152-бет].

Метод биринчи навбатда илмий билиш билан мувофиқлашади. Бироқ шуни ҳам қайд этиш лозимки, амалий томон билиш методида ҳам бор. БСЭда

жойлаштирилган мақолада (16-том, 1974) метод ўзининг генетик илдиэлари билан амалий фаолиятга бориб такалади, бироқ унинг методлари борлиқ қонунларига мувофиқ бўлиши лозим. Шу муносабат билан Мантиқ фани иш кўрадиган метод тушунчасини муҳокама қилиш зарур.

Мантиқ фани метод тўғрисидаги масалани илмий тадқиқот методи сифатида муҳокама қилади. Бунда энг умумий фалсафий метод тушунчаси тўлдирилади ва конкретлаштирилади. Бу тўлдириш айна методни фаолият учун айлантирадиган томонига оиддир. “Илмий тадқиқот мантиғи” (М., 1965) асарида бундай қайд қилинади: ташқи томондан ҳар қандай илмий метод бирор рационал тизимни субъектнинг назарий ва амалий фаолияти вақтида хилма-хил предметларга қўллаш жараёни сифатида қаралади. Бундай ҳолда метод ўрганилаётган объект устида маълум процедура, амалларметодлари мажмуа сифатида англанади... Шунинг учун сиртдан қараганда метод бирор субъектив, объектга қарама-қарши бўлади” [22; 302-303-бет].

Тадқиқот методларининг танланиши ва қўлланилиши ўрганилаётган ҳодисанинг табиатидан, тадқиқотчи ўз олдига қўядиган вазибалардан аниқланади ва келиб чиқади. Фан тарихида методлар - кашфиётлар янги назарияларнинг яратилиши натижалари сифатида юзага келган. Кашфиёт санъати Ф.Бэкон сўзига кўра кашфиётнинг ўзи билан биргаликда ўсиб чиққан. Метод олдинги тадқиқотлар амалиётида шаклланиб, кейинги тадқиқотларнинг бошланиш нуқтаси, амалиётнинг бошланиши ва назариясини бирлаштирувчи восита сифатида қатнашади.

Метод назария билан узлуксиз бирликда бўлади: ҳар қандай объектив билим тизими методга айланиши мумкин. Метод ва назариянинг узвий боғланиши илмий қонунларнинг метод ролида ўз ифодасини топади.

Илмий билиш Мантиқсида методда икки томонни: объектив ва субъектив томонлари ажратилади. Биринчи томон методнинг гносеологик табиатига қаратилган ва методўрганилаётган ёки ўзгартирилаётган объектнинг моҳиятини ва қонуниятларини билишга асосланади, объектнинг моҳиятига адекватдир. Иккинчи томонданметодни қўллаш бўйича фаолият билан, ўрганилаётган

методустидаги фаолиятнинг конкрет мақсади билан боғланган. Шу муносабат билан фаолиятга нисбатан тўғрилиқ критерийси, яъни методнинг қоидаларига мослиқ юзага келади. Бироқ методга нисбатан ростлиқ критерийси – методнинг объект моҳиятига мослиқ критерийси амал қилади. “Тўғрилиқнинг ростлиқдан фарқи шундан иборатки, ... ростлиқ фақат объект билан аниқланади” [22; 304-бет]. Методнинг самарали бўлиши учун у иккала талабни ҳам қаноатлантириши зарур.

Методнинг объектив томонида, яъни объектга қаратилган томонида ҳамма мумкин бўладиган мақсадлар албатта бўлади. Методнинг субъектив томонида, аксинча, унинг қўлланиш мақсади мазкур конкрет ҳолда юзага келади. Агар маълум методдан фойдаланиш кутилаётган натижаларни бермаса, бу ҳали методнинг яроқсизлигини аниқламайди. Методнинг ўзи ҳақиқат бўлсада, у нотўғри қўлланган бўлиши мумкин. Метод уни қўллаш усуллариининг маълум тўпламидир. Методни танлашдан ташқари, уни қўллаш усуллариини танлаш ҳам мавжуддир.

Фанда метод кўпинча тадқиқот тақдирини аниқлайди. Бир хил аниқ материалнинг ўзидан турлича ёндошувларда қарама-қарши хулосалар чиқарилиши мумкин. Метод ўз-ўзига борлиқни текширишда муваффақиятти тўла олдиндан аниқламайди, фақат яхши метод эмас, балки уни қўллаш маҳорати ҳам муҳимдир. Ҳар бир метод объектнинг қандайдир айрим томонларинигина билиш имкониятини беради. Бу ердан айрим методларнинг “ўзаро бир-бирини тўлдириш” зарурати юзага келади, бунга эса яна ҳар бир метод ўз билиш имкониятларининг маълум чегараларига эгаллиги билан асосланади.

Шундай қилиб, илмий билиш назариясида метод мўлжалланган натижага мос натижага эришилишига олиб келадиган амаллар тизими каби талқин қилинади. Бу амаллар кетма-кетлиги мақсад сифатида назарий натижага ҳам, амалий татбиққа ҳам эга бўлиши мумкин. Демак, метод билиш усули сифатида, ўзлаштириш усули (амалий фаолият) сифатида келади. Билиш усули, амалий фаолияти усули доимо маълум объектга йўналтирилган ва шунинг учун ҳам ҳар

қандай методга мажбурий тарзда унинг (билинадиган, ўзгартириладиган) объектини мос қўйилади.

Дидактикада методнинг фалсафа тушунчасига мурожаат қилинади. Бундай мурожаатнинг зарурлиги ва мақсадга мувофиқлиги фалсафада метод тушунчаси илмий билиш билан ҳам, амалий фаолият билан ҳам мос келтирилиши ва таълимда ҳам бир томонда асосан амалий фаолият (ўқитиш), иккинчи томонда эса билиш фаолияти (ўқиш) бўлишидан келиб чиқади. Ўқитиш жараёнининг икки томонлама характери турли йилларда ё унинг муҳим белгиси, ёки муҳиммас белгиси сифатида тан олиниб келинди. Бунга бироз тўхталамиз.

20-аср 60-80-йилларининг машҳур дидактлари М.А.Данилов, Б.П.Есипов, И.Я.Лернер, И.Т.Огородников, М.Н.Скаткин, Т.И.Шамова ва бошқаларнинг асарларида [15,16,23,30,35 ва бошқалар] таълим жараёни мураккаб динамик тизим эканлиги ва унда ўқитувчининг (ўқитиш) ва ўқувчининг (ўқиш) ўзаро боғланган фаолияти органик бирликда амалга оширилиши кўрсатилган. Бу тизимда ўқувчилар ўқитувчи раҳбарлиги остида билимлар ва фаолият усуллари эгаллашади. Бу ердан эса ***таълимнинг доимо ўзаро боғланган ва ўзаро асосланган ўқитиш ва ўқиш жараёнларини ўз ичига олган икки томонлама характери тан олишини келиб чиқади.***

Бироқ одамнинг ҳар қандай билиш фаолияти ҳам таълим жараёнига дахлдор бўлавермайди. Унинг тур белгиларини аниқлаш билиш жараёни кечишининг иккита хусусиятини ҳисобга олишни талаб қилади. ***Биринчи хусусият*** – бу билиш фаолияти ва шакллариининг ўзига хослиги бўлиб, уларнинг ички структураси ижтимоий ривожланиш натижасида қарор топади.

Билиш жараёнининг ***иккинчи хусусияти*** одам билимининг стихияли шакллари билан чегараланмаслиги орқали тавсифланади. “Катта” одам боланинг табиий билиш фаолиятини йўналтиради, унинг механизми, структурасини ўзгаштиради ва натижада ўз вазифалари, мазмуни, шакллари, шароитларига эга бўлган махсус ташкил этилган билиш фаолиятини яратади.

Одамнинг ижтимоий-тарихий ва индивидуал ривожланишидаги қонуниятларни билишнинг икки усули мавжуд. Биринчи усул одамга боғлиқмас ҳолда қарор топади, иккинчиси эса фақат ўқитиш шароитларидагина бўлиши мумкин. Одам атроф-борлиқнинг предметлари, ходисалари, воқеалари билан ўзаро таъсирлашиши натижасида ўзи билиши мумкин бўлган нарсаларнигина эмас, балки инсоният тажрибасида тўпланган қонуниятларни ҳам ўзлаштиради. Агар болага илмий билимлар тизимини маълум давр давомида ўргатилмаса, у буни мустақил ўзлаштира олмайди.

Шундай қилиб, ижтимоий-тарихий ва илмий билишда мақсад предметлар ва ходисалар дунёсини уларнинг ўзаро боғланишлари ва муносабатларида билишдан, таълимда эса уларнинг белгилари ёки моддий моделларини (инсониятнинг кўп асрли тажрибаси қайд этилган ўқув материаллари) билишдан иборатдир. Бу ўқувчининг атроф борлиқни адекват акс эттиришига ёрдам бериши. **Ўқув материаллари ўзлаштириши унинг учун субъектив жиҳатдан бирдан-бир мақсад бўлади, атрофидаги реал ҳаёт ва у тўғрисидаги тасаввурлар эса ўрганиш воситаси сифатида бўлади.** Таълим жараёнининг табиати ана шундан иборатдир.

Метод тушунчасида иккита жинс тушунчаси бор. Методнинг *субъектив томони* учун *жинс тушунчаси* бўлиб усул тушунчаси хизмат қилади. Метод – бу фаолият предметининг содир бўлган моҳиятига асосланган фаолият усулидир. Соф эмпирик тажрибага асосланган усуллар бор. Методнинг *объектив томонига нисбатан жинс тушунчаси* билимлар тизими тушунчаси бўлади: «Метод, асосланган объектив қонуниятларни билиш, бирор тизим кўринишида ташкил этилади. Билимлар тизимсиз метод мавжуд бўлиши мумкин эмас... Ҳеч бир билим тизимли методда тўла амалга оширилмайди, у ўз мазмуни бўйича ундан бойроқ, тизим бирданига метод бўла олмайди» [22;306-бет]. «Метод – бу шундай билимлар тизимики, у эндиликда ё кейингибилиш учун, ёки объектни ўзгартириш учун фойдаланилади. Билим таълим жараёнида методга ўтади. Методни фаолият усули билан айлантириш ёки, анализга,

методнинг моҳияти учун амалга ошириш усули ва таълимдан ажратиш хатодир» [34; 155-156 б.]

«Метод» тушунчасини «усул» тушунчаси орқали таърифлаш коррект эмас, чунки бу битта синонимли сўзлар хатодир деган фикр ҳам айтилди (В.И.Андреев). Усул «Метод» категориясига нисбатан жинс белгиси бўлиши мумкин эмас. Бундай белги фаолиятдир. Метод фаолиятни жараён нуқтаи-назаридан тавсифлайди, шунинг учун метод-фаолиятнинг процессуал характеристикасидир. Лекин ҳар қандай жараён ҳам метод бўлолмайди. Метод фаолият жараёнининг норматив модели бўлиб келади ва тегишли мисолларни ечиш жараёнида қандай қилиб энг рационал ва оптимал тарзда ҳаракат қилиш кераклигини белгилайди [36; 240-бет].

Метод тўғрисидаги билимлар унинг компонентлари тўғрисидаги билимларни ўз ичига олади. Бу ерда методнинг томонларидан қайси бири метод ёки бу ҳолда етакчи бўлиши муҳимдир. Шунинг учун методнинг объектив томони билан боғланган компонентлари тўғрисида (уларни гносеологик компонентлар дейилади) ва методнинг субъектив томони билан боғланган компонентлари (фаолиятли компонентлар) тўғрисида гапирилади.

Методнинг объектив томони, юқорида қайд этилгандек, қаралаётган, ўзгартирилаётган объектнинг моҳияти ва қонуниятини тушуниб олиш билан боғлиқдир. Бунинг зарурий шарти метод мавжуд бўладиган маълум билимлар тизимидан обрат.

Бундай тизим кўйидагиларни ўз ичига олиши лозим:

1) Методни қўлланилаётган объект, унинг хоссаларини тўғрисидаги бошланғич билимлар (асосий тушунчалар, тушунчаларнинг хоссалари, улар орасидаги боғланишлар);

2) объектни ўзгартириш ёки ўрганиш жараёнида олинган билимлар (объектнинг устидаги амаллар таъсири остида унинг хоссаларининг ўзгариши, бунгача ноъмалум хоссаларни аниқлаш);

3) методнинг қўлланиш доираси тўғрисидаги маълумотлар (мазкур метод ёрдамида ҳал этиладиган масалалар доираси, уларнинг турлари ва ҳ.к.).

4) ундан қўлланиш доирага боғлиқ равишда фойдаланишнинг хусусиятлари тўғрисидаги билимлар.

Бу компонентлар методнинг гносеологик асосини ташкил қилади.

Фаолият компонентларига қуйидагилар оиддир:

1) амалга оширилганида натижага эришилишига олиб келадиган (қўйилган мақсадга мос) саъй-ҳаракат қилиш;

2) бу амаллар тизими асос бўладиган фаолиятни амалга оширишда воситалари (интеллектуал, амалий, предметли).

Биз дидактикада қўлланадиган «метод» тушунчасининг хусусиятларини муҳокама қилдик. Бироқ шуни айтиш керакки, педагогиканинг бу соҳасида «метод» тушунчаси энг аввало таълим (ўқитиш) методи билан боғланади. Адабиётлардан айрим дидактлари ва методистлари томонидан берилган турли таърифлар 3-жадвалда келтирилган.

Педагогик амалиётда метод ўқув-тарбиявий мақсадларига эришиш бўйича тартибланган фаолият усули сифатида бўлади. Бунда ўқитувчининг ўргатувчи фаолияти (ўқитиш) усуллари ва ўқувчиларнинг ўқув фаолияти усуллари ўзаро узвий боғланган ва ўзаро таъсирлашувда бўлади. Таълим методи тушунчаси қуйидагиларни акс эттиради: 1) ўқитувчининг ўқитиш иши усуллари ва ўқувчиларнинг ўқув иши усуллари уларнинг ўзаро боғланишида; 2) турли таълим мақсадларига эришиш бўйича улар ишининг хусусиятини.

Шундай қилиб, таълим методлари – бу ўқитувчи ва ўқувчиларнинг таълим мақсадларига эришиш бўйича ўзаро боғланган фаолиятининг тартибланган усуллари дир [19; 7-бет]. Бу таърифдан келиб чиқишича, дидактиканинг мавзуси умумий таълим методларидир, яъни ўқитувчи ва ўқувчи ўқитиш ва ўқиш орқали изчил амалларларининг айрим ўқув предметларининг хусусиятси ҳисобга олмайдиган тизимлари маълумдир.

Математика ўқитиш методи бўйича ўқув қўлланмаларнинг муаллифлари ҳам узоқ вақт таълим методларини математик таълимнинг предметли мазмуни ҳисобга олинмайдиган дидактик таърифидан фойдаланиб келишган [масалан, [27], [28] ва бошқ.].

Таълим методи тушунчасининг предмет, методларидаги дидактика билан қиёслагандаги хусусиятлари, хусусан, математика хусусиятларини Г.И.Саранцев ажратган. У методнинг мазмунининг ҳаракат шакли сифатидаги гегел талқинига ва дидактикадан таълимни характерловчи асосий муносабат “ўқитиш ва ўқиш” эканлиги ва демак, таълимнинг мазмуни – ўқитувчи ва ўқувчининг ўзаро боғланган фаолияти эканлиги, хусусий методларда эса таълим “Ўқитиш – предмет мазмуни – ўқиш” муносабати билан характерланиши ҳамда таълим мазмуни фақат ўқитувчи ва ўқувчининг фаолиятинигина эмас, балки предметининг мазмунини ҳам ўз ичига олишига асосланади. Бу ердан олим қуйидагича хулоса чиқарди: таълим методлари таълим мазмунини ҳаракатлантириш шакли бўлгани ҳолда, фан предметлари методикаларида ўқитувчи ва ўқувчиларнинг таълимий ва тарбиявий вазифаларни ҳал этишга йўналтирилган ўзаро амалларни ва материални ташкил этиш усуллари сифатида бўлади. Математикани ўқитиш методини ўқитувчи, ўқувчи фаолиятлари ва математик мазмуннинг ҳаракатланиш усуллари сифатида қараш лозим [24; 157-бет].

Бу таърифга мувофиқ математика методикасининг предмети умумий методлар билан бир қаторда математика ўқишнинг хусусий (махсус) методлари ҳам бўлади. Бунда математиканинг ўзида қўлланиладиган, унинг хос бўлган борлиқни ўрганиш методлар назарда тутилмоқда. Хусусан, бундай методлар жумласига бутун математика курсини қуриш асосида қўйилиши мумкин бўлган аксиоматик метод, ўқув материални ҳамда ўқитувчи ва ўқувчининг ўзаро жонли мулоқотни ташкил этиш усули сифатида талқин қилинадиган математик моделлаштириш методи ва бошқалар оиддир.

Биз муҳокама қилаётган алгебраик ва геометрик методларни ҳам шу маънода математикани ўқитишнинг махсус методлар сифатида тушуниш мумкин ва улар математика моделлаштириш методининг конкретлаштирилишидан иборат, чунки уларда математик моделлаштириш жараёни босқичларини ва моделлаштириш методларини тавсифлайдиган

асосий амаллар амалга оширилади. Пировард оқибатда мазкур методлар гўёки математика моделлаштириш методида интеграциялашади.

Фан методларининг таълимда акс эттиришнинг тўғрилиги бир қатор сабаблар билан тушунтирилади. *Биринчидан*, илмий тадқиқот методлари бу фанда янги билимни эгаллаш методларидир, таълим методлари – бу ўқув (билиш) фаолиятида янги билимларни эгаллаш методларидир.

Иккинчидан, таълим мақсадлари илмий далилларнинг фақат маълум тўпламига эмас, балки фнда фойдаланиладиган бу далилларнинг ўзини олиш методларини ҳам ўз ичига олади. Шунинг учун таълим методлари мазкур фанда фойдаланиладиган билиш методларини акс эттириши мумкин, бироқ маълум таълим учун мослаштирилган даражада бўлиши керак. У ҳолда таълим жараёнини шундай қуриш мумкинки, у маълум даражада тадқиқот жараёнига ўхшаш бўлади, бу эса ўқувчиларнинг математик тафаккурини ва ижодий қобилиятларини ривожлантириш учун муҳимдир.

Одам учун зарурий билимлар ҳажми тез ва кескин ўсиб бораётганлиги муносабати билан ўқувчиларнинг пухта билимлар, уқувлар ва малакаларни эгаллаш вазифаси улар томонидан керакли ахборотни мустақил танлаш ва қайта ишлаш учун зарурий интеллектуал салоҳиётини эгаллаш масаласи билан тўлдирилади. Шунинг учун билимларни натижаларга эмас, балки янги билимларни мустақил эгаллаш бўйича фаолиятга, яъни билиш фаолиятини ўргатувчи таълим методлар борган сари кўпроқ талаб қилинмоқда.

Шундай қилиб, таълим методларининг ривожланиши уларнинг мазкур ўқув предмети ифодаладиган фан методлари билан ўзаро боғланишини кучайтиришга қаратилиши керак. Шунинг учун алгебраик ва геометрик методлар тушунчаларининг мазмунини математика фани методлари сифатида қараймиз. Бунинг учун уларнинг ривожланиш тарихига мурожаат қиламиз.

1.2. Алгебраик ва геометрик методларнинг эволюцияси, уларнинг ўзаро боғланиши

а) алгебраик методнинг эволюцияси

Алгебра ўзининг ҳозирги ҳолатида кўп сонли математик назарияларнинг бирлашмасидан иборатдир. Улар мазмуни бўйича бой, шакли бўйича турли жинсли, шунингдек уларга умумий (ягона) таъриф бериш қийин. “Математика энциклопедияси”да (М., 1977) мақолалардан бирида алгебра математиканинг алгебраик операцияларни ўрганишга бағишланган қисми сифатида таърифланган. Биз математиканинг бу қисмини мактаб алгебра курсининг асосий йўналишлари билан ривожланиш йўналишларини муҳокама қиламиз [25; 114-118-бетлар].

Алгебра арифметиканинг, одамларнинг ҳисоблаш амалиётидан келиб чиққан. Илк алгебраик куртаклар жуда эрта пайдо бўлган. Дастлаб улар бир типли масалаларни гуруҳлаш ва уларнинг иложи борица кўпроқ умумий ечиш қоидаларини таърифлашдан иборат бўлган. Уларнинг умумий хусусияти қуйидагилардан иборат бўлган: масаланинг шарти бўйича топилиши лозим бўлган номаълум ўз махсус номини олган, кейин эса махсус символ билан белгиланган. Бу, қадимги миср папирусларида милоддан 2000 йил аввал бўлган эди. Уларда номаълум сўз билан белгиланган бўлиб, олимлар уларни “тўда” ёки “ҳаммаси биргаликда” деб таржима қилишган. Алгебраик ва алгебраик метод тараққиётининг бутун тарихи давомида номаълумни ажратиш ва белгилаш алгебраик мушоҳадаларнинг мажбурий белгиси бўлиб келган.

Қадимги Юнонистоннинг бундан кейинги математикасида математик билимлар геометрия қисмининг унинг сонли компонентларидан ажралиши содир бўлди. Шунинг учун Қадимги Юнонистон математикаси манбаларида алгебраик характердаги элементлар, иккита турда тақдим қилинган: Евклид “Негизлари”нинг иккинчи китобида *геометрик алгебра* шаклида ва *ҳарфий-символик* шаклдабаён қилинган. Диофантнинг анализи ана шундай эди.

Милоддан аввалги 3-асрга оид деб ҳисобланадиган Диофант “Арифметикаси” ўша вақтларнинг бизгача етб келган классик асарларидан масалаларнинг қўйилиши, катталикларнинг алгебраик талқини ва улар устидаги амаллар, уларни ечиш методикаси билан фарқ қилади.

Диофант анализ масалаларини таҳлил қилган. У номаълумлар сони тенгламалар сонидан катта бўлган алгебраик тенгламалар системаларининг ечимларини излаганлар. Бу муаммо жуда қийин ва бизнинг вақтимизда ҳам долзарб бўлиб, уни эндиликда кўпинча Диофант таҳлили деб аталади. Диофант “Арифметикаси” 13 китобдан (қисмдан) иборат бўлган ва фақат биринчи 6 та китоби сақланиб қолган. Асарнинг бошида ривожланган алгебраик символика киритилган ва масалаларни ечишда алгебра учун хос бўлган ёндошув усули таърифланган. “Арифметика”да катталиклар грек алвафитининг тартиб ҳарфлари билан белгиланган, номаълум учун ва унинг биринчи 6 та даражаси учун махсус символлар киритилган. Диофантда даражаларнинг кўрсаткичлари фақат мусбатгина эмас, балки манфий ҳамдир. Озод ҳад, айириш белгиси учун махсус беглилашлар ва тенглик белгиси бор. Қўшиш учун махсус белги ҳали йўқ эди ва қўшилувчиларни ёнма-ён ёзишар эди.

Алгебраик операциялар қоидалари, шу жумладан, номаълум даражаларни кучайтириш ва бўлиш қоидалари, тенглама ҳадлари тенглик белгисининг бир томондан бошқа томонига ўтказиш қоидаси ошкор таърифланган эди. Бундай аппаратсиз Диофант анализ масалалари каби бундай қийин масалаларни уйдлаш қийинт эди.

Математика тарихида Диофантнинг ўтмишдошлари ва унинг ишини давом эттиришган издошлари тўғрисидаги маълумотлар йўқ.

Геометрик алгебра ва Диофант анализи бир-биридан яққаланиб қолди. Бу иккала йўналиш орасидаги боғланишлар тўғрисида хабар берувчи ҳеч бир маълумот сақланиб қолмаган. Шунга қарамасдан, тарихчиларнинг тасдиқлашларича, алгебра элементлари қадимги юнон математикаси вақтидан бошлаб, яъни тахминан бизнинг эрамиз бошидан бошлаб ўз тарихий йўлини икки шаклда (талқинда): *геометрик* ва *ҳарфий-символли* шаклларда бошлади.

Бу икки ривожланиш йўли кейинги даврларда ҳам уларнинг ўзаро боғланишида кузатилади қилинди. Бунинг оқибати сифатида алгебрада ва умуман математикада бизнинг кунларимизга қадар соф алгебраик объектларни белгилаш учун геометрик атамалар (квадрат, куб, чизиқли тенгламалар ва бошқалар) сақланиб келди.

Бизнинг эрамининг биринчи асрлари, маълумки, фанларнинг, шу жумладан математиканинг ривожланиши учун қулай бўлмади. Фақат анча кейинроқ, ўрта асрлар шарқ давлатларида илмий марказлар юзага кела бошлади, математика билан, шу билан бирга фақат амалий математиканинг ўзи билан эмас, балки назарий математика билан шуғулланиш ҳам ривожланди. Илмий асарлар ўша вақтларда араб тилида ёзилган эди ва бу тил Испаниядан тортиб Ҳиндистонгача бўлган кўплаб давлатларда расмий тил бўлган эди. Шунинг учун бу давр математикасини араб математикаси ёки ислом мамлакатлари математикаси деб аталади.

Араб математиклари асарларида алгебра элементлари бирлаштирилди, уларнинг умумийлиги англанди ва шундай қилиб, алгебра математиканинг мустақил соҳасига ажралди. Алгебра тарихининг бу босқичини батафсилроқ кўриб чиқамиз.

Бу соҳада асос бўлган асар IX аср ўзбек математиги ва астрономи Ал Хоразмийнинг алгебра бўйича “Китоб ал-Жабр вал-Муқобала” бўлган эди. Таржимада бу қуйидагини билдиради: “Жабр (қайта тиклаш) ва муқобала (келтириш) операциялари тўғрисидаги китоб”. Номидан алгебра номи келиб чиққан биринчи операция тенгламанинг ҳадларини тенглик белгисининг бир томонидан бошқа томонга кўчирилишидан иборат. Иккинчи операция тенгламанинг ўхшаш ҳадларини ихчамлашдан иборат. Тенгламаларни ечиш бу даврда мустақил фан деб қаралар эди. Ал Хоразмий китобида қуйидаги кўринишдаги 1 ва 2-даражали тенгламалар ечимлари бор эди:

$$ax=b, x^2+bx=a, ax^2=b, x^2+a=bx, ax^2=bx, bx+a=x^2.$$

Хоразмий бу тенгламаларнинг арифметик ечимларини ҳам, геометрик ечимларини ҳам келтиради. Геометрик ечимларни топиш методи тенгламанинг

геометрик талқини учун махсус танлаб олинган юзларни тенглаштиришдан иборат эди.

Хоразмийнинг бу китоби жуда машҳурлашиб кетган. “Алгебра” атамаси математикадан ўрин олди. Бу фанда олимнинг номи ҳам латинлашган ҳолда сақланиб қолди: алгоритм.

9-15-асрларда араб алгебраик тадқиқотчилари биринчи ва 2-даражали тенгламаларнинг ечилишидан ташқари ўз ичига кубик тенгламаларни ҳам олган эди. Буларга хилма-хил геометрик масалалар: а) шарнинг текислик билан кесими; б) бурчак трисекцияси; в) мунтазам тўққизбурчакнинг томонини топиш; г) мунтазам еттибурчакнинг томонини топиш ва бошқалар.

Кубик тенгламаларни ечиш методлари хилма-хил эди. Бир хил тадқиқотчилар бу тенгламаларни сонли ечишга ҳаракат қилганлар, бошқа бирларида эса куб тенгламаларни ечиш назарияси конус кесимларнинг кесишмалари ёрдамида яратилди.

Ўрта асрлар Шарқ математикларининг асарларида алгебра элементлари биринчи марта ажратилди ва математиканинг янги махсус бўлимига қўшилди, фаннинг бу бўлими мавзуси таърифланди ва систематик назарияси яратилди. Алгебра ва унинг методи тўғрисида Ўрта осийлик математик Умар Хайём (1048-1122) бундай ёзган эди: алгебра – бу илмий санъатдир. Унинг мавзуси – бу абсолют сон ва ўлчанадиган катталиқдир, бу катталиқлар номаълум, лекин қандайдир маълум нарсага шундай келтирилганки, уларни аниқлаш мумкин; бу маълум нарса миқдор ёки индивидуал аниқланган нисбатдир ва бу маълум нарсага масала шартини таҳлил қилиш билан келинади ва бу санъатда масалада берилган катталиқларни номаълум билан боғловчи муносабатни излашда, у юқорида кўрсатилган тарзда алгебра мавзусини ташкил этади. Бу санъатнинг мукамаллиги математика методларини билишдан иборатдир ва улар ёрдамида ҳам сонли, ҳам геометрик номаълумларни аниқлаш лозим. Алгебраик ечиш, маълумки, тенглама ёрдамида, яъни бир хил даражаларни бошқаларига тенглаштириш билан ечилади [29; 72-бет].

Математик билимлар мазмунининг ўсиши доимо математик символиканинг ривожланиши билан боғлиқдир. У математикага фаол таъсир ўтказди ва ўзи ҳам оператив хоссаларга эга бўлади. Айни шу ривожланган символика алгебрани сонлар, векторлар, тензорлар, матрицалар ва бошқалар тўпламлар устидаги операциялар тўғрисидаги фанга айлантирди.

Ф.Виет янги алгебрага ўз ҳаётининг бош асари “Анализ санъатига кириш”ни бағишлади. Ҳарфий символика туфайли тенгламаларни, уларнинг хоссаларини умумий формулалар билан ифодаладиган математика бўлди. Математик операцияларнинг объектлари энди сонли масалалар эмас, балки алгебраик ифодаларнинг ўзлари бўлиб қолди. Виет ўзи яратган ҳисобни “математик кашфиётларни яхши бажариш санъати” деганда, унга айни шу маънони берган эди.

Виет алгебраси ҳали мукаммал эмас эди ва айрим камчиликларга эга эди. Алгебраик методларнинг самарадорлигини Виетга яхши таниш бўлган антик геометрик яшашнинг қатъийлиги билан бириктириш зарур эди. Бу ўчамликка эга бўлган катталикларнинг бундай талқини янги алгебрани “оғир” фанга айлантирди. Бундан ташқари ундан даражаларнинг умумий талқини йўқ эди, ҳамма даражалар натурал эди ва ҳ.к. Виет алгебрасини Декарт алгебраси сиқиб чиқарди. Бироқ маълумки, Ферма Виет алгебрасини ўрганиб, аналитик геометрияни яратаётганида унга амал қилган. Виет тенгламаларнинг хоссалари ва геометрик яшашлар орасидаги боғлиқлик 17-асрда аналитик геометрия ғояларининг шаклланишида аҳамиятга эга бўлган деб тахмин қилинади. У янги фаннинг ривожланишида бошланғич курси бўлди.

Шундай қилиб, Ф.Виет ишлари туфайли 16-аср охирига келиб Европа математикасида алгебра – тенгламаларни ечиш тўғрисидаги фан сифатида шаклланди. Алгебранинг бошланғич элементлари икита тенг кучли маънода – геометрик ва ҳарфий-алгебраик шаклларда пайдо бўлди. Алгебраик маълумотларни тизимлаштириш ва янги алгебрани математиканинг махсус қисми сифатида яратиш ҳам иккита тенг кучли ва тенг ҳуқуқли талқинда бўлиб ўтди.

18-аср ўрталарига келиб алгебра ҳозирги вақтда “элементар алгебра” деб аталувчи ҳажмда қарор топди.

Юқорида қайд этилганидек, алгебра ўз тарихий йўлининг ҳамма босқичларида ажралмаган тарзда ривожланди. У арифметикадан ажралиб чиқди. Арифметик ва геометрик элементлар доимо алгебранинг ажралмас компонентлари бўлиб келди. Алгебранинг ютуқлари маълум даражасида аналитик геометрия ва математик анализнинг пайдо бўлишида муҳим рол ўйнади.

Турли математик фанларнинг ўзаро таъсирлашуви конкрет математик масалаларни ечишда намоён бўлди. У умумий ғоянинг пайдо бўлишига ёрдам берди. Бундай ғоялардан бири ўзаро боғлиқлик ғоясидир. Унинг математик аниқланиши функция тушунчасидан иборат [29].

Ривожланишнинг илк босқичларида функция тушунчаси ҳодисаларнинг боғланишни интуитив идрок қилиш шаклига эга эди. Ундан функция тушунчаси борган сари кўпроқ умумий табиатли мослик сифатида ўсиб чиқди ва мустаҳкамланди. Бу тушунча ҳам бу мосликларни, боғлиқликларни ифодалаш, уларнинг математик характеристикаларини қидиришга уринишларида доимо ажралмас бўлиб келган эди. Функционал боғланишларни тавсифлашга бу конкрет ёндошувлар функция умумий тушунчасини конкрет мазмун билан тўлдирди, уларни бойитди.

Математикага Декарт ва Ферма давридан бошлаб ўзгарувчи катталикларнинг киритилиши функционал боғланишларни ифодалашнинг хилма-хил шаклларига эга бўлди. Бу аналитик геометриянинг, кейин эса тезда чексиз кичик миқдорлар анализининг пайдо бўлишига олиб келди. Ўша вақтларнинг ўзида функция тушунчаси И.Ньютон асарларида пайдо бўлган механик талқинлар ҳисобига бойиди. 1692 йили “функция” атамаси ҳам пайдо бўлди. Уни немис олими Г.Лейбниц киритди ва у билан узунликлари нуқтанинг эгри чизиқдаги ҳолатига боғлиқ бўлган ҳамма кесмалар (абсциссалар, ординаталар, уринмалар кесмалари, нормаллар ва бошқалар) тўпламларини белгилади. Бу атама тан олинди ва тезликда янада кенгроқ талқинга эга бўлди.

Шундай қилиб, алгебра ва математик анализ орасида маълум боғланиш мавжуд, алгебрага назарий-функционал талқин бериб, уни бойитишларини, тригонометрик, логорифмик ва бошқа функцияларнинг тарихи алгебра тарихи билан боғлиқдир. Мактаб, Ал ва КХК, ОЎЮ алгебра курси математиканинг турли қисмлари мажмуасидан иборатлигини айтиш шу далил тушунтиради.

Тарихий ривожланиш жараёнида алгебра мавзуси бир неча марта жиддий ўзгарди. 18-аср охири ва 19-аср бошларида алгебра масалаларидан бири, чунончи алгебраик тенгламаларни ечиш назарияси марказий масала бўлиб ҳисоблана бошлади. Шунинг учун алгебраик тенгламалар назарияси сифатида таърифлана бошлади.

Бир номаълумли алгебраик тенгламалар назарияси билан бир қаторда бир неча номаълум алгебраик тенгламалар системалари назарияси, хусусан, чизиқли тенгламалар системалари назарияси ривожлана бошлади. Бундай тизимларни тадқиқ қилиш муносабати билан матрицалар ва детерминантлар тушунчалари юзага келди. Кейинчалик матрицалар мустақил назария – матрицалар алгебраси мавзусига айланди.

19-асрнинг ўрталаридан бошлаб алгебраик тадқиқотларнинг мазмуни тенгламалар назариясидан аста-секин ихтиёрий алгебраик операцияларни ўрганишга кўчди. Шунинг учун замонавий алгебра “математиканинг алгебраик операциялари ўрганишга бағишланган қисми” каби таърифланди [25; 144-бет].

Алгебра устида турли алгебраик операциялар берилган тизимларни уларнинг хоссалари бўйича характерлайди ва тизимларда юзага келувчи масалаларни, жумладан, тенгламаларни ечиш ва уларни текширувчи масаласини ҳам характерлайди (тенгламанинг ечими вектор, оператор, матрица ва ҳ.к.лар бўлиши мумкин), бундай тенглама янги объектлар тизимларида янгича маъно касб этади. Алгебрага фақат 20-асрда узил-кесил шаклланиб бўлган бу янгича қараш, алгебраик методларнинг қўлланиш соҳасининг кенгайишига, шу жумладан, математикадан ташқарида ва хусусан физикада қўлланишига олиб келди. Бундан ташқари, у алгебранинг математиканинг

бошқа бўлимлари билан алоқаларини мустаҳкамлади, уларнинг ривожланишига алгебранинг таъсирини кучайтирди.

Биз бу ерда мактаб, Ал ва КХК алгебра курси, яъни элементар алгебра курси устида сўз бораётганлиги учун алгебраик методни унинг биринчи маъносида (харфий ҳисоблашлар методи сифатида) тушунамиз.

б) Геометрик методнинг эволюцияси

Геометрия (грекча *geometria* – бу ерда *geo* – ер ва *metrea* – ўлчайман) математиканинг фазовий шакллар ва муносабатларни, шунингдек, ўз структураси бўйича уларга яқин бошқа муносабатлар ва шаклларни ўрганади” [12; 907-бет]. Геометрия “Математик энциклопедия” ҳам шунга ўхшаш таърифланди [20; 940-941-бетлар]. Геометриянинг юзага келиши қадимга бориб тақалади ва ер участкаларини, ҳажмларни ва бошқаларни амалий ўлчаш эҳтиёжлари билан боғлангандир.

Геометриянинг ривожланишида 4 та асосий давр ажратилади.

Биринчи давр – геометриянинг математик фан сифатида юзага келиши милoddан аввалги тахминан 5-асрларгача Қадимги Миср, Бобил ва Юнонистонда кечган. Ўша даврнинг геометрик билимлари кам сонли ва энг аввало, баъзи юзалар ва ҳажмларни ҳисоблашга оид бўлган. Геометрия, юнон тархчиларининг гувоҳлик беришларича Юнонистонга Мисрдан милoddан аввалги 7-асрда ўтган. Бу ерда бир неча авлодлар давомида у текис тизим бўлиб қарор топди. Бу жараён янги геометрик билимларни тўплаш, турли геометрик далиллар орасидаги боғланишларни аниқлаш, исботлаш усуллариини ишлаб чиқиш ва шакл тўғрисидаги янги тушунчаларни, геометрик жумла ва исботлаш тўғрисидаги тушунчаларни ишлаб чиқиш йўлибилан борди.

Бу жараён сифатий сакрашга олиб келди. Геометрияни кам сонли таърифлар, асосий тушунчалар ва исботсиз қабул қилинадиган аксиомалардан кетма-кет келтириб чиқариладиган теоремалар тизими сифатида қатъий қурилишини Қадимги Юнонистонда Евклид тмонидан ўзининг “Бошланғичлар” асарида берилган (милод. авв. III асрда).

Шундай қилиб, милоддан авв. 3-асрга келиб геометрия мустақил математик фанга айланди: геометриянинг тизимли баёни пайдо бўлди ва у ерда гаплар кетма-кет исбот қилинар эди.

Геометрия ривожланишининг иккинчи даври шу вақтдан бошланди. Бу ерда геометрия ҳозирги вақтда уни, агар элементар геометрия билан чекланилса, қандай тушунилса, ўша вақтда ҳам шундай эди: бу энг содда фазовий шакллар ва муносабатлар тўғрисидаги ошкор таърифланган асосий қоидалар – аксиомалар ва асосий фазовий тасаввурларга асосланиб логик изчилликда ривожлантириладиган фандир. Юнонистонда унга яна янги натижалар қўйилади, юзалар ва ҳажмларни аниқлашнинг янги методлари, кониус кесимлар тўғрисидаги таълимот юзага келди, тригонометрия ва сферадаги геометрия куртаклари пайдо бўлди.

Янги эранинг бошланиши юнон цивилизациясининг ва у билан бирга геометриянинг таназзули бўлган эди. Европада 17-асрда фанлар ва санъатнинг гуркираб ривожланиши геометриянинг ривожланишига ҳам сабаб бўлди: тасвирларни яшашнинг асосий проектив геометрияси пайдо бўлди (Ж.Дезорг, Б.Паскаль, Франция). У жисмларни текисликда тасвирлаш масалаларидан юзага келди. Геометрик тасвирлаш тўғрисидаги таълимот Г.Монж (Франция) томонидан ривожлантирилди ва чизма геометрия кўринишида ўтказилди.

Янги қадам 17-асрнинг биринчи ярмида (1637 й.) Р.Декарт томонидан янги қадам ташланди ва у геометрияга координаталар методини киритди. Координаталар методи геометрияни ўша вақтда ривожланаётган алгебра ва вужудга келаётган математик анализ билан боғлади. Бу фанларнинг методларини геометрияда қўллаш аналитик геометрияни, кейин эса дифференциал геометрияни юзага келтирди. Геометрия қадимгилар геометриясига қиёсланганда сифатан янги босқичга кўтарилди: унда энди кўпроқ умумий шакллар муҳокама қилинади ва янги методлардан фойдаланилади. Шу вақтдан бошлаб, геометрия ривожланишининг учинчи даври бошланди. Аналитик геометрия алгебраик тенгламалар билан бериладиган шакллар ва алмаштиришларни ўрганади ва бунда алгебра методларидан фойдаланади.

Геометриянинг ривожланишидаги **тўртинчи** давр Н.Лобачевский томонидан ноевклид геометриясининг яратилиши билан бошланди ва у эндиликда Лобачевский геометрияси деб аталди.

19-аср ўрталарига келиб, кўп ўлчовли фазолар муҳокама қилинди (Якоби, Гроссман). Немис математиги Б.Риман томонидан муҳим қадам ташланди. Геометриянинг Риман геометрияси соҳаси ривожланди ва у нисбийлик назарияси механикада кенг қўлланилди. Шу даврнинг ўзида топологик шакллар, бўлақларининг бир-бирига ўзаро мос келишига боғлиқ бўлган ва ҳар қандай ўзгаришларда ҳам сақланиб қоладиган хоссалари тўғрисидаги таълимот сифатида вужудга келди.

Шундай қилиб, геометрия мавзуси тарихий ривожланиш даврида ўзгариб борди ва у билан бирга геометрик методнинг мазмуни ҳам ўзгариб борди.

Секин-аста геометрия тармоқланган ва турли йўналишларда тез ривожланаётган, турли фазолар ва бу фазолардаги шаклларни ўрганадиган математик назариялар тўпламига айланди.

Геометрик методнинг муҳим хоссаларини исботлаб, А.Д.Александров бундай ёзган эди: “Геометрия учун объектга хос ёндошув одатдаги геометрик тушунчалар ва кўргазмали тасаввурлар, умумлаштириш ва янги объектларга кўчиришдан иборат” [10; 303-бет]. Сўнгра: “Геометрия ўзининг фақат мавзуси билан эмас, балки кўргазмали тасаввурларга таянадиган ва математиканинг бошқа соҳаларидаги кўплаб муаммоларни ҳал этишда самарали бўлган методи” билан ҳам тавсифланади [10; 313-бет].

Геометрик методнинг юзага келиши ва ривожланишини батафсилроқ кўриб чиқамиз.

Энг содда геометрик тасаввурлар пифагорчилар томонидан бутун сонлар арифметикасида фойдаланилган эди (милод. авв. 5-аср). Пифагорчиларда сонлар бирлар йиғиндиси, яъни фақат бутун мусбат сон. Сонни ташкил этувчи бирлар бўлинмас ҳисобланар ва нуқталар билан ифодаланар эди. Бу нуқталарни мунтазам геометрик жисмлар кўринишида жойлаштиришар ва “учбурчак”, “квадрат”, “бешбурчак” ва бошқа шаклда сонлар қаторини ҳосил қилишар эди.

Ҳар бир бундай қатор айирмалари 1, 2, 3 ва ҳ.к. бўлган арифметик прогрессиянинг кетма-кет йиғиндисидан иборат бўлади.

1, $1+2=3$, $1+2+3=6$, $1+2+3+4=10\ldots$ (бу сонларнинг умумий ифодаси $1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$). 1, $1+3=4$, $1+3+5=9$ (бу сонларнинг умумий ифодаси: $1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$) бунинг n^2 сон учун “квадрат” деб айтишимиз пифагор атамасининг қолдиғидир).

Пифагорчилар, шунингдек, 1; 8; 27; ... (n^3 учун бузнинг куб сўзимиз ана шундан келиб чиққан); 1, $1+3=4$, $1+3+6+\ldots+\frac{n(n+1)}{2}=\frac{n(n+1)(n+2)}{2\cdot 3}$. (6-расм): 1, $1+4=5$, $1+4+7=12$ (бу сонларнинг ифодаси: $1+4+7+\ldots+(3n-2)=\frac{n(2n-1)}{2}$).

Қадимги геометрик алгебранинг эволюцияси икки йўналиш – арифметика ва геометрия йўналишларида кечган.

Амалиёт, асосан, савдо ва ҳунармандчилик ишлаб чиқариши таъсири остида сонли арифметика ривожланган, сон тушунчаси умумлаштирилган, арифметика ва геометрик алгебра орасида чегара йўқола борган. Алгебраик операция тушунчаси умумлаштирилган, янги геометрик объектлар, йўналган кесмалар, ориентирланган юзлар ва ҳажмларга нисбатан янги операциялар киритилган, геометрик ҳисобларнинг янгидан янги шакллари юзага келган. Улар асосида 19-асрда ҳар хил турдаги график арифметикалар, графостатика, номография, векторлар алгебраси ва векторлар ҳисоби юзага келган.

Р.Декарт туфайли алгебраик метод геометрияга кириб келди. 1867 йили Декартнинг “Ақлни йўналтиришга ва фанларга ҳақиқатни топишни имкон берадиган метод тўғрисида хулосалар”, бундан ташқари, бу методнинг иловалари бўлган “Диоптрика, Метеорлар ва Геометрия” илмий йўли дунё юзини кўрди.

Учинчи илова – “Геометрия” декарт номини унинг бошқа кашфиётларидан ҳам кўра кўпроқ даражада абадийлаштирди, чунки унда у координаталар ёрдамида алгебра ва геометриянинг узвий алоқасини ўрнатди.

Бу метод алгебраик масалаларни геометрия ёрдамида ва, аксинча, геометрик масалаларни ечишга алгебраик тенгламалардан фойдаланиш имконини берди.

Шундай қилиб, қадимги юнонларнинг синтетик геометриясидан кўп марта устун бўлган аналитик геометрия яратилди. Декарт геометриясининг бутун асосига иккита ғоя қўйилган эди: ўзгарувчи катталиқнинг киритилиши ва тўғри чизикли (декарт) координаталаридан фойдаланиши. Декарт ўзгарувчи катталиқни икки ёқлама шаклда киритади: эгри чизик бўйича ҳаракатланаётган нуқтанинг ўзгарувчан координатаси кўринишида ва берилган координата кесмасининг нуқталарига мос сонлар тўпламининг ўзгарувчи элементи сифатида.

Декартда ҳар қандай кесма, қадимги юнонлардаги каби кесма билан ифодаланади. Бироқ у пифагорчилар геометрик алгебранинг бош камчилиги – ҳисобнинг кўп босқичлилигини кесмаларни кўпайтириш ва бўлиш, квадратга кўтариш ва квадрат илдиз чиқариш операцияларини янгича киритиб, бартараф этди. Унда ab кўпайтма тўғри тўртбурчакнинг юзи эмас, балки кесма бўлиб, у $\frac{x}{b} = \frac{a}{1}$ пропорциядан топилади. $\frac{x}{1} = \frac{a}{b}$ пропорциядан a кесмани b қандай қилиб бўлиши мумкинлиги кўриниб турибди.

Р.Декартнинг асосий хулосаси шундан иборат эдики, $F(x,y)=0$ алгебраик тенгламага текисликда бирор чизик L мос келади, координата методининг асосий ғояси шундан иборат эдики, чизикнинг геометрик хоссаларини унинг тенгламаларини алгебраик алмаштиришларни қўллаб аниқлаш мумкин.

Шуни айтиш керакки, аналитик геометриянинг ғоялари Декартга боғлиқлик тарзда бошқа француз математиги Пьер Ферма томонидан баён қилинган эди. Ферма буни 1636 йили ёзган, бироқ 1679 йили нашр этилган “Текис ва фазовий ўринлар” номли кичик асарида баён қилган эди.

Математика фани тарихининг кейинги йўли Р.Декартнинг икки фан – алгебра ва геометрия методларининг бирикиши натижасидаги ягона метод тўғрисидаги ғояси амалга ошганлигини кўрсатди. Бироқ бу Декартга туюлганидек содир бўлмади. Аналитик геометрия алгебрани ҳам, геометрияни

ҳам ютиб юбормай, балки математик билимлар тизимида ўз ўрнини топди. Алгебра ва геометрия ҳам ўз мустақил ривожланишини давом эттирди.

Аналитик геометриянинг ривожланишидаги янги қадам 1704 йили И.Ньютоннинг “Учинчи тартибли эгри чизикларни санаб чиқиш” асарининг чиқиши билан боғлиқ бўлди. Бу асарда тенгхуқуқли ва ортоганал координата ўқлари киритилган, эгри чизикларни таснифлашда асос қилиб улар алгебраик тенгламасининг даражаси олинган, эгри чизиклар тенгламаларини каноник кўринишга келтириш учун координаталарни чизикли алмаштиришда фойдаланилади. Ньютон учинчи ва юқори тартибли алгебраик эгри чизикларга диаметри, учи, маркази, ўқлари, асимптоталари тушунчасини киритди.

Геометрик метод (кенг маънода) кўргазмали тасаввурлардан бошланадиган метод сифатида келади. У икки метод: конструктив ва конструктив-аналитик методларни ўз ичига олади. Баъзан геометрик методни “геометрик кўргазмали метод” сифатида яна ҳам кенгроқ тушунилади (Г.Фройдехталь).

Математика энциклопедиясида геометрик тафаккурлаш усули исоблашларга ўтмасдан, бевосита кўргазмали образлар билан операциялар бажариладиган усули сифатида таърифланади [25; 943-бет]. Бу ерда геометрик метод дейилганда фақат конструктив метод (тор маънодаги геометрик метод) тушунилади.

Биз алгебраик метод ва геометрик метод тушунчаларининг мазмунини математика фани методлари сифатида муҳокама қилдик. Бундан кейин сўз мактаб Ал ва КХКда математик таълим жараёни тўғрисида ва мактаб, Ал ва КХК математика курси тўғрисида борганлиги учун биз бу тушунчаларнинг мазмунини аниқлаштиришимиз лозим.

1.3. Алгебраик ва геометрик методларнинг ўқувчиларни билиш фаолияти усуллари сифатида мазмуни ва ҳажми

Ўқиш жараёни дидактика нуқтаи назаридан билишдир, чунки ўқувчилар ўқиш жараёнида доимо янги билимлар оладилар. Шунинг учун ўқиш жараёнидаги ўқувчиларнинг фаолияти билиш жараёнидир. Бу каби фаолиятнинг психологик таҳлили унинг учта асосий компонентини ажратиб беради: а) умумий логик тафаккур методлари тўплами; б) тафаккур фаолиятининг махсус (математика учун) методлари тўплами; в) билимлар тизими.

1. Умумий логик тафаккур методларига индукция ва дедукция, анализ ва синтез, аналогия, умумлаштириш ва абстрактлаштириш, конкретлаштириш, таснифлаш хосдир. Бу методлар хоҳлаган мазмунда тавсифланиши ва ўзлаштирилиши мумкин. Бироқ уларнинг математика таълимида қўлланилиши бошқа билим соҳаларида қўлланилгандан жиддий фарқ қилади. У, бир томондан, мактаб, Ал ва КХК математикаси Мантиқсини, иккинчи томондан, уни ўзлаштириш методларини ўз ичига олади, яъни таълим мазмуни ва методлари орасида боғланиш ўрнатади.

2. Тафаккур фаолиятининг математика учун махсус методлари борлиқни билишнинг математикада фойдаланиладиган қуйидаги методлар асосида ётади, ўрганилаётган ходисалар, жараёнларнинг математик моделларини яшаш методи, математика учун хос бўлган турли абстрактлаштириш усуллари, хусусан, математик моделларни қуришда фойдаланиладиган усуллар, борлиқнинг математик моделларини қуришда асосий усуллардан бири бўлган аксиоматик методи.

Методикада қўлланиладиган ҳамма билиш методлар пировард натижада борлиқнинг ўрганилаётган объектларининг методик моделларини қуриш учун фойдаланилади. Бу математиканинг пировард мақсади борлиқ олами ўрганиш эканлиги билан тушунтирилади. Математик моделлаштириш методи ҳозирги

вақтда турли билим соҳаларида кенг қўлланилмоқда ва айна у орқали математика янгидан-янги татбиқларга эга бўлиб бормоқда.

3. Билимлар тизими билиш фаолиятининг ва унинг натижасининг муҳим таркибий қисмидир. Бу билимлар тизимининг шаклланиши ва ривожланиши мавжуд билимларни ўқув фаолиятида тафаккурнинг умумлогик ва махсус методлари ёрдамида секин-аста ошириб бориш йўли билан содир бўлиши орқали тушунтирилади.

Бўш жойда, ҳар қандай бошланғич ҳеч бир билиш фаолияти бўлиши мумкин эмас. Бу ҳолат билимлар – натижаларни (яъни дастурларда ва дарсликларда қайд этилган мазмунни) ўқитиш методларини янги билимларни эгаллаш бўйича ўқув фаолияти билан мақсадга мувофиқ келтириш зарурлигини яна бир марта тасдиқлайди.

Таълимнинг ҳозирги замон парадигмаси муносабати билан ўқишда ўқувчиларнинг билиш фаолиятининг роли ўсиб бормоқда. “Таълим ривожланишининг истиқболида бош нарсас, деб қайд этади В.И.Зинченко, - жонли билим бўлиши лозим... Жонли билим ўлик ёки қотиб қолган билимдан шуниси билан фарқ қиладики, у ўзлаштирилиши мумкин эмас, у яратилиши лозим” [18; 12-бет]. Шу муносабат билан ўқитиш – ўқитувчининг фаолияти борган сари кўпроқ бошқариш характерида бўлиб бормоқда. Ўқувчиларнинг билиш фаолиятини бошқариш учун ўқитувчи уларнинг индивидуал хусусиятларини, янги билимни лойиҳалашда уларнинг имкониятини ўрганади. Бундан ташқари, у ўқув машғулотларига тайёрланаётиб, ўз методик ва назарий даражасини оширади, янги билимларни эгаллайди. Материални ижодий баён этаётиб, ўқитувчи материалнинг ўзида ҳам, уни тақдим этиш методларида ҳам ўзи учун янги томонларни кашф этади. Шунинг учун ўқитиш жараёнида ўқитувчининг ўргатувчи фаолияти билиш фаолиятидир.

Шундай қилиб, ўқитувчи ва ўқувчилар томонидан таълим – бу билиш фаолиятидир. Бу далилни М.Н.Алексеев, С.П.Баранов, В.И.Крупя ва бошқалар таъкидлашди.

Алгебраик метод тушунчасининг ҳажмини (мактаб математика курсига нисбатан) қуйидаги усуллар ташкил қилади:

1. Айнан алмаштириш усули (A_1), у ифодаларни айнан алмаштириш тўғрисидаги билимларга асосланган.

2. Тенгламалар ва тенгсизликлар усули (A_2), тенгламалар, тенгсизликлар ва уларнинг системалари тўғрисидаги билимларга асосланган.

3. Функционал усул (A_3), у элементар функциялар ва уларнинг хоссалари тўғрисидаги билимларга асосланган.

4. Вектор усули (A_4), у (текисликдаги ва фазодаги) векторлар тўғрисидаги билимларга асосланган.

5. Координата усули (A_5), у текисликдаги ва фазодаги координаталар тўғрисидаги билимларга асосланган.

Геометрик методни биз ўқувчиларнинг геометрик билимлар тизимига ва геометрик тасаввурларга асосланган билиш фаолияти усули сифатида тушунамиз.

Мазкур методнинг ҳажмини қуйидаги усуллар ташкил қилади:

I. Планиметрия.

1. Узунликлар усули (Γ_1), у кесманинг узунлиги тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

2. Учбурчаклар усули (Γ_2), у учбурчаклар тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

3. Параллел тўғри чизиқлар усули (Γ_3), у параллел тўғри тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

4. Учбурчакнинг томонлари ва бурчаклари орасидаги муносабатлар усули (Γ_4), у учбурчакнинг томонлари ва бурчаклари орасидаги муносабатлар тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

5. Тўртбурчаклар усули (Γ_5), у тўртбурчаклар тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

6. Юзалар усули (Γ_6), у кўпбурчакларнинг юзалари тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

7. Учбурчакларнинг ўхшашлик усули (Γ_7), у ўхшаш учбурчаклар тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

8. Тригонометрик усул (Γ_8), у учбурчакларни яшаш тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

9. Айланалар усули (Γ_9), у айлана ва унинг элементлари тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

10. Геометрик алмаштиришлар усули (Γ_{10}), у текисликда геометрик алмаштиришлар (стереометрия бўлган ҳолда – фазодаги) тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

11. График усул (Γ_{11}), у элементар функцияларнинг графиклари тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

II. Стереометрия

12. Параллел тўғри чизиқлар ва текисликлар усули (Γ_{12}), у тўғри чизиқлар ва текисликларнинг параллелиги тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

13. Перпендикуляр тўғри чизиқлар ва текисликлар усули (Γ_{13}), у тўғри чизиқлар ва текисликларнинг перпендикулярлиги тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

14. Кўпёқлар усули (Γ_{14}), у кўпёқлар тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

15. Айлананиш жисмлари усули (Γ_{15}), у айланиш жисмлари тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

16. Ҳажмлар усули (Γ_{16}), у жисмларнинг ҳажмлари тўғрисидаги билимлар тизимига асосланган.

Алгебраик ва геометрик методлар тавсифининг асоси бўлиб, усулга асосланадиган билимлар тизими хизмат қилади.

Энди алгебра ва геометрия ўқув предметлари мазмуни структурасида мос равишда хусусий алгебраик ва геометрик методлар қандай ўрин эгаллашини аниқлаймиз.

Мактаб, Ал ва КХК математика фанида, маълумки, ўқувчилар эгаллашлари лозим бўлган назарий билимлар (тушунчалар, аксиомалар, теоремалар,

қоидалар, методлар ва ҳ.к.) ҳамда назарий билимларни ўзлаштириш воситаси ва математик фаолиятни шакллантириш учун ўргатиш мақсади, махсус объект сифатида келадиган масалалар ажратилади. Қолган ҳамма бошқа элементлардан назарий билимлар математиканинг фан сифатидаги методларини ўз ичига олади (математиканинг умумий дедуктив методи ва хусусий методлар: алгебраик ва геометрик методлар, математик анализ методлари ва бошқ.).

Таълим жараёнида математика методлари, бир томондан, ўрганиш мақсади сифатида, иккинчи томондан эса математик материални ўрганиш воситаси (шу жумладан масалаларни ечиш воситаси сифатида) келади. У ёки бу методни ўқувчилар конкрет амалий масалаларни ечишда қўллашни билганларидагина, у математикани ўрганиш воситаларидан бирига айланиши мумкин. Бу эса математик методни шакллантириш жараёнида ўқитувчи ва ўқувчилар иккита вазифани ҳал этиш заруратида дуч келадилар (ўқувчилар учун бу ўқув масалалари бўлди). **Биринчи вазифа** ўқувчилар методнинг мазмундор томонини эгаллашларидан иборат бўлади, **иккинчи вазифа** эса методни қўллашни ўрганишдан иборатдир.

Биринчи вазифанинг ҳал этилиши ўқувчиларнинг методнинг фаолиятли компонентларини (тегишли амаллар тизимини) ва фаолиятли компонентларни амалга оширишда қўлланилиши зарур бўладиган гносеологик компонентларни ўзлаштиришларини назарда тутди. **Иккинчи вазифа** (методни қўллашни ўрганиш) ўқувчилар методнинг текширилаётган объектнинг янги хоссаларини аниқлаш билан боғланган гносеологик компонентларни, масалаларнинг турларини, уларнинг хусусиятларини ўзлаштирганларидагина, конкрет масалани ечишда фойдаланиш мақсадга мувофиқ бўлган методни танлашни ўрганганларидагина ҳал этилиши мумкин: шунинг учун методни ўргатиш – бу методни танлашга ўргатишдир.

Шуни айтиш керакки, юқорида кўрсатилган иккита вазифани ҳал этиш ўзаро боғлиқликда амалга оширилади ва кетма-кет жараёндан иборат бўлиб, унда ҳар бир вазифанинг ҳал этилиш босқичларини аниқ ажратиш мумкин

эмас. Бу жараённинг натижаси математика методларини ўқувчилар қўллай олиш даражасида ўзлаштирган бўлишлари лозим.

Бу айтиб ўтилган вазифалардан биринчисини ечишга ёндошув (методнинг мазмундор томонини ўзлаштириш)ни математика ўқитиш методикасида биринчилардан бўлиб Г.И.Саранцев таклиф этган. Масалаларни ечишнинг баъзи методлари(геометрик алмаштиришлар, векторлар, координата методлари)ни ўргатиш масалаларини муҳокама қилаётиб, у ўқувчилар эгаллашлари лозим бўлган ўқувлар – методларнинг асосий компонентларини ажратади. Бу компонентлар, моҳиятига кўра, методни амалга оширишда бажарилиши керак бўлган амаллардир.

Берилган масалани ечиш босқичлар бўйича амалга оширилади. Масала ечиш методини шакллантиришнинг бешта босқичи ажратилади: тайёргарлик босқичи, мотивацион босқич, ориентирловчи босқич, методнинг айрим компонентларини эгаллаш босқичи, методни умуман шакллантириш босқичи (И.Я.Лернер, О.И.Плакатина, Г.И.Саранцев ва бошқ.). Бу босқичларнинг мазмунини қисқача кўриб чиқамиз.

1. Тайёргарлик босқичи. Бу босқичда мазкур методни эгаллашда зарур бўладиган баъзи билимлар ва ўқувларни ўзлаштириш содир бўлади. Тайёргарлик босқичи таълим жараёнида ошкор ажратилмайди. Бу босқичда математика дастурида назарда тутилган билимлар ва ўқувларни ўзлаштириш содир бўлади.

2. Мотивацион босқич. Мазкур босқичнинг вазифаси: ўқувчиларни методни эгаллаш зарурлигига ишонтириш ва улар ўз фаолиятининг кейинги босқичларидаги мақсади айтиш шу масалаларни ечиш методини ўзлаштириш бўлишини англашларига эришишдан иборат.

Бунинг учун қуйидаги иш методларидан фойдаланиш мақсадга мувофиқдир: 1)масалани иккита усул билан ечиш, бунда шундай масалаларни танлаш лозимки, улар ўқувчилар ўрганишга киришаётган метод билан рационал ҳолда ечиладиган бўлсин; 2)бошқа методлардан фойдаланиш

қийинроқ ёки умуман мумкин бўлмаган шароитда муҳокама қилинаётган метод билан етарлича рационал ечиладиган масалаларни тақдим этиш.

3. Ориентирловчи босқич. Бу босқичда ўқувчиларга методнинг моҳиятини тушунтириш ва унинг асосий компонентларини ажратиш лозим. Бунда масала ечилишининг таҳлилидан фойдаланиш ва унинг давомида муҳокама қилинаётган методнинг компонентларини ажратиш мақсадга мувофиқдир.

4. Методнинг айрим компонентларини ажратиш босқичи. Мазкур босқичда ўқитувчи ўрганилаётган методнинг айрим компонентларини шакллантиришни махсус машқлардан фойдаланиб ташкил этади. Бу ерда методнинг унча кўп бўлмаган компонентларини талаб этадиган масалалар ечилади.

5. Методни яхлит шакллантириш босқичи. Бу босқичнинг мақсади айрим ўқувларни яхлит методга сингдиришдан иборат. Бу ерда методнинг кўп сонли компонентларини қўллаш талаб этиладиган масалалардан фойдаланилади.

Таълим жараёнида методни шакллантиришнинг юқорида тавсифланган босқичларини кескин чегаралаб қўймаслик лозим, улар бир-бири билан узвий боғланган. Бу босқичларнинг ҳар бирида фойдаланиладиган масалаларни қатъий ажратиш ҳам мақсадга мувофиқ эмас. Бир босқични бошқасидан ажратиб турувчи бош нарсаси – ўқитувчи ва ўқувчиларнинг ҳар бир босқичнинг етакчи мақсадини англашларидир [31].

Шундай қилиб, алгебраик ва геометрик методларни биз ўқувчилар билиш фаолиятининг мос равишда алгебраик ва геометрик билимлар тизимида асосланган усуллари сифатида муҳокама қиламиз, шу билан бирга мазкур методларнинг шаклланишини босқичлар бўйича ўтказамиз.

I боб бўйича хулосалар

1. “Метод” категорияси таҳлилининг кўрсатишича, фалсафада (гносеологияда) метод тушунчаси илмий билим билан ва амалий фаолият билан ўзаро боғланишда бўлади. Метод борлиқнинг ўрганилаётган объектнинг ҳаракатларини қонуниятларидан келиб чиқадиган амалий ва назарий ўзлаштириш шакли, ўзгартирувчи амалий ёки назарий билиш фаолияти регулятив тамойиллари тизими сифатида талқин қилинади.

2. Фан Мантикxида энг умумий фалсафий метод тушунчаси тўлдирилади ва конкретлаштирилади. Бу ерда метод ўрганилаётган объект устидаги маълум процедура, амаллар усуллари тўплами сифатида тушунилади. Методда иккита томони – методнинг гносеологик табиатига қаратилган объектив томони ва методни қўллаш билан боғланган субъектив томони ажратилади.

3. Дидактикада методнинг икки томонлама характерга эга бўлган фалсафий тушунчасига мурожаат қилинади. Бунинг мақсадга мувофиқлиги таълим жараёнида ҳам иккита томон – ўқувчининг ўқув билиш фаолияти (ўқиш) ва ўқитувчининг фаолияти (ўқитиш) ажратилиши билан тушунтирилади. Метод ўз ичига бир қатор методларни олади, аммо унинг ўзи бу методларнинг оддий йиғиндиси бўлмайди.

4. Фанда алгебраик метод (элементар алгебрага нисбатан) ҳарфий ҳисоблашлар методи сифатида талқин этилади. Геометрик метод – кўргазмали тасаввурларга асосланадиган метод ёки геометрик кўргазмалилик методидир. Математика таълимида биз алгебраик методни ўқувчиларнинг алгебраик билимлар тизимига асосланган билиш фаолият усули сифатида, шунга ўхшаш, геометрик методни ўқувчиларнинг геометрик билимлар тизимига ва геометрик (кўргазмали) тасаввурларга асосланган билиш фаолияти усули сифатида тушунамиз.

5. Алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси деб биз ўқувчи томонидан ўқув ахборотини алгебраик тилдан геометрик тилга ёки геометрик тилдаен алгебраик тилга ўтказиш ва аксинча ўтказиш йўли билан амалга ошириладиган мазкур: тартибланганлик, ташкил этиш, тизиминитушунамиз.

Ибоб. Алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси

методик тизими ва унинг компонентлари

Умуман, оламни тизимли билиш ва ўзгартириш қуйидагиларни тоқазо қилади.

1. Назарий ва амалий фаолият объектини тизим сифатида, яъни ўзаро таъсирлашувчи элементларнинг чегараланган тўплами сифатида қараш.

2. Тизимнинг таркиби, структураси, элементлари ва қисмларининг ташкил этилишини аниқлаш, улар орасидаги етакчи ўзаро таъсирлашувларни топиш.

3. Тизимнинг ташқи боғланишларини аниқлаш, улар орасидан асосийларини ажратиш.

4. Тизимнинг ташқи алоқаларини аниқлаш, улардан асосийларини ажратиш.

5. Тизимнинг структураси ва функцияларининг диалектикасини таҳлил қилиш.

6. Ана шу асосда тизим ривожланишининг қонуниятларини ва йўналишларини аниқлаш [8; 9-бет].

Тизим тушунчасининг юқорида айтиб ўтилган талқини билан бир қаторда бошқача талқинидан ҳам фойдаланилади ва унга асосан, тизим – бу объектлар тўпламини, уларнинг ўзаро таъсирлашуви тизимни ташкил этувчи айрим олинган компонентларга хос бўлмаган янги интегратив сифатларнинг пайдо бўлишини юзага келтиради.

2.1. Алгебраик ва геометрик методлар интеграциясининг мақсадлари ва мазмуни

Алгебраик ва геометрик методлар интеграциясининг мақсадлари уч гуруҳ: таълимий, тарбиявий ва ривожлантирувчи мақсадларни ўз ичига олади.

Таълимий мақсадларга қуйидагилар киради:

- 1) математик билимлар, уқувлар ва малакалар ўзлаштириш;
- 2) турли математик вазиятларда (тенгламалар, тенгсизликлар ва уларнинг системаларини, матнли масалаларни ечишда, теоремаларни исботлаш ва геометрик масалаларни ечишда) моделлаштириш уқувларини шакллантириш;
- 3) мазкур методлар билан боғланган билимларни умумлаштириш ва тизимлаштириш, математик билимларнинг яхлитлигини шакллантириш.

Тарбиявий мақсадларга қуйидагилар хосдир:

- 1) илмий дунёқарашни шакллантириш: алгебраик ва геометрик методларнинг интеграцияси туфайли математиканинг бошқа фанларга, амалиётга кириб боришини кўрсатиш имконияти пайдо бўлади, иккинчи томондан, математиканинг ҳамма методларини бирлаштирадиган умумийликни (қўллашда ягона ёндошув, методларни қўллаш босқичларини) ажратиш ва улар орқали мактаб математика предмети ташкил этувчилари: алгебра ва геометриянинг бирлигини кўрсатиш имконияти юзага келади;
- 2) ўқувчиларнинг математик маданиятини, рационал ақлий фаолиятини шакллантириш;
- 3) ўқувчиларни эстетик тарбиялаш: алгебраик ва геометрик методларнинг интеграцияси битта масаланинг ўзини ечилиш усулларини таққослаш, улар орасидан энг яхшисини танлаш, баъзан оригинал, чиройли ечимларни ҳосил қилиш имконини беради.

Ривожлантирувчи мақсадлар қуйидагиларни ўз ичига олади:

- 1) ўқувчиларнинг ижодий тафаккурини ривожлантириш, унинг компонентлари эса, психологлар, методистлар ва математикларнинг фикрича, ақлий фаолиятнинг динамиклиги, тизимлилиги, тасаввур, интуиция ва ҳ.к. бўлади;

2) ўқувчиларнинг математик қобилиятларини ривожлантириш: унинг структурасини алгоритмик ёки ҳисоблаш қобилиятлари, геометрик фаоллик қобилиятлар ташкил этади;

3) ўқувчиларни гормоник психофизиологик ривожлантириш.

Алгебраик ва геометрик методлар интеграциясининг мазмуни математикани ўқитишда ўқувчилар билиш фаолиятларининг алгебраик ва геометрик билимлар тизимига асосланган усуллари сифатида муҳокама қилинадиган алгебраик ва геометрик методлардан иборат бўлади. Ҳар қандай методметодлардан иборат. Методниметоднинг бажариш усули сифатида қараймиз.

Қўйилган мақсадни амалга ошириш бўйича мақсадга йўналтирилган ишни математик моделлаштиришни фақат амалий масалаларни ечиш методи сифатида эмас, балки илмий билиш методи сифатида эгаллашларига ҳам ёрдам беради, ўқувчиларда илмий дунёқарашни шакллантириш, реал борлиқни билишда абстракт илмий тушунчаларнинг (илмий моделларнинг) муҳимлигини тушунтириш вазифаларини ҳал этишга ёрдам беради. Ҳозирги вақтда моделлаштириш фақат илмий тадқиқотлардагина эмас, балки техника, иқтисодиёт, геология, тиббиёт ва ҳ.к.ларда юзага келаётган масалаларни ечишда ҳам кенг қўлланилмоқда. Шунинг учун “модел” ва “моделлаштириш” тушунчаларини кенг маънода муҳокама қилинади.

Бирор А объектнинг (оригиналнинг) модели бўладиган в объект одам томонидан қуйидаги мақсадлардан бири учун яратилади:

1) А оригинални фикран ёки реал ҳаракатда алмаштириш. Бундай алмаштириш берилган шароитларда амаллар учун В объект қулайроқ бўлганида ўтказилади (бу ҳолда биз ўринбосар модел билан иш кўраимиз);

2) А оригинал тўғрисида В объект ёрдамида тасаввур яратиш (тасаввур модел);

3) А объектни В объект ёрдамида тушунтириш (модел-талқин);

4) А объектни В объект ёрдамида, В объект воситасида текшириш (тадқиқот модели).

Математик моделлаштириш жараёнида уч босқич ажратилади;

I. Ифодалаш – таклиф қилинган масалани (вазиятни) математик назария тилига ўтказиш (масаланинг математик моделини яратиш).

II. Масалани математик назария доирасида ечиш (модел ичида ечиш).

III. Масалани математик ечиш натижасини бошланғич масала таърифланган тилга ўтказиш (олинган математик ечимни талқин қилиш).

Битта моделнинг ўзи турли жараёнларни, объектларни тавсифлаш мумкин, шунинг учун бир ходисанинг модел ичидаги тадқиқоти натижалари бошқа ҳодисага ҳам кўчирилиши мумкин. Математик модел – ишнинг асосий афзалликларидан бири ана шундан иборат.

Геометрик методни алгебрада ва алгебраик методнинг геометрияда қўлланилиши, бу бўшлиқни тўлдириш имконини беради: ўқувчилар алгебраик (геометрик) масалани геометрик (алгебраик) тилга кўчиришни ўрганадилар, кейин уни шу тилда ечадилар ва олинган натижани қайта алгебраик (геометрик) тилга ўтказишни амалга оширадилар. Шундай қилиб, математик моделлаштиришнинг ҳамма босқичлари амалга оширилган бўлади.

2.2. Алгебраик ва геометрик методларни интеграциялаш усуллари

Алгебраик ва геометрик методларнинг йиғиндиси дейилганда улардан битта дарсдан бирор-бир математик тушунчани киритишди, теоремани исботлашда ёки масалани ечишда бир вақтда фойдаланилишини тушунилади. Интеграциялаш усуллари теоремаларни исботлаш ва ҳар хил турдаги масалаларни ечиш мисолларида намоёниш қиламиз.

1. Косинуслар теоремаси.

Учбурчак томонининг квадрати қолган икки томони квадратларининг йиғиндисидан бу томонлар ва улар орасидаги бурчак косинусига кўпайтмасининг айирмасига тенг.

1-исбот (координаталар методига асосланган алгебраик исбот).

1-босқич (теоремани алгебра тилига ўтказиш)

$\triangle ABC$ учбурчак $AB=c$, $BC=a$, $CA=b$ бўлсин. Масалан,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \text{ (теореманинг алгебраик ёзуви)}$$

эканлигини исботлаймиз.

Исботлаш учун координаталар методидан фойдаланамиз. Теорема шартини координата тилига ўтказамиз. Боши А нуктада бўлган координаталар системасини -расмда кўрсатилганидек киритамиз. У ҳолда В нукта (с; 0) координаталарга, С нукта эса ($b \cos A$; $b \sin A$) координаталарга эга бўлади.

2-босқич (теоремани координата тилидаги исботи).

Икки нукта орасидаги масофа формуласига асосан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} BC^2 &= a^2 = (b \cos A - c)^2 + b^2 \sin^2 A = \\ &= b^2 \cos^2 A + b^2 \sin^2 A - 2bccosA + c^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA \end{aligned}$$

Бу олинган натижани геометрик тилга ўтказиш автоматик амалга оширилади. Теорема исбот қилинди.

2-исбот (вектор методига асосланган алгебраик метод)

1-босқич (теоремани алгебра тилига ўтказиш).

$\triangle ABC$ – берилган учбурчак бўлсин (-расм). Қуйидагини исботлаймиз:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A.$$

Вектор методидан фойдаланамиз. Муҳокамага $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ векторларни киритамиз.

2-босқич (теоремани вектор тилидаги исботи).

Ушбу вектор тенгликка эгамиз: $\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB}$. Бу тенгликни скаляр квадратга кўтариб,

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\overline{AB} \cdot \overline{AC}$$

ни ҳосил қиламиз.

3-босқич (олинган натижани алгебра тилига ва кейин геометрик тилга ўтказиш).

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A.$$

Теорема исбот қилинди.

3-исбот (Юзалар методи ва айнан алмаштиришлар методига асосланган исбот).

1-ҳол. Учбурчакнинг томони ўткар бурчак қаршисида ётади.

1—босқич (теоремани алгебраик тилга ўтказиш).

А бурчаги ўткир бурчак бўлган ABC учбурчакни қараймиз. $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $\angle A=\alpha$ бўлсин. $a^2=b^2+c^2-2bccos \alpha$ ни исботлаймиз.

С уч орқали АВ тўғри чизиққа CD перпендикулярни ўтказамиз.

ACD ва BDC тўғри бурчакли учбурчакларни ҳосил қиламиз.

2-босқич (теоремани алгебраик тилда исботлаш).

BDC учбурчакдан Пифагор теоремасига кўра,

$$a^2 = h_c^2 + b_c^2 \quad (1)$$

h_c^2 ва a_c^2 ни айрим-айрим ҳисоблаймиз. ACD учбурчакдан

$$h_c^2 = b^2 - b_c^2$$

ни топамиз. Энди a_c^2 ни топамиз. Бунда икки ҳол бўлиши мумкинлигини қайд этамиз:

1) $a_c = c - b_c$, 2) $a_c = b_c - c$. Демак, $a_c^2 = (c - b_c)^2 = (b_c - c)^2 = c^2 - 2cb_c + b_c^2$.

Айнан алмаштиришлар методидан фойдаланамиз. h_c^2 ва a_c^2 нинг ифодаларини (1) тенгликка қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$a^2 = b^2 - b_c^2 - 2cb_c + b_c^2 = b^2 + c^2 - 2cb_c.$$

Бироқ, ACD учбурчакда $bc = bc \cos \alpha$. Охирги тенгликда b_c нинг ўрнига унинг ифодасини қўйиб, ҳосил қиламиз:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha.$$

Ана шуни исботлаш талаб қилинган эди. Олинган натижани геометрик тилга ўтказиш автоматик бажарилади.

2-ҳол. Учбурчакнинг томони ўтмас бурчак қаршисида ётади. Бу ҳолда исбот аналогик ўтказилади.

Келтирилган бу мисол теоремани исботлашнинг алгебраик методлари (координаталар методи ва вектор методларининг геометрик метод (юзлар методи) билан бирикишини намоиш қилади. Бу ҳолда интеграция мазкур методларнинг йиғиндиси сифатида бўлади. Охирги метод, ўз навбатида геометрик метод (юзлар методи) ва алгебраик методнинг (айнан алмаштиришлар методининг) йиғиндисидан иборатдир. Бу ерда интеграция жараёнини символик бундай ёзиш мумкин: $\Gamma_{\text{мас}} \rightarrow A_{\text{мас}} \rightarrow A_{\text{мет}} \Gamma_{\text{мас}}$.

2. Масала. Икки аэродромдан бир-бирига қараб икки самолёт бир вақтда уча бошлади. Учрашув вақтида биринчи самолёт иккинчи самолётдан 200 км ортиқ учиб ўтди. Аэродромгача қолган йўлни биринчи самолёт $5/3$ соатда, иккинчиси эса $12/5$ соат учиб ўтди. Аэродромлар орасидаги масофани топинг.

I. Алгебраик ечиш методи ушбу тенглама системасига олиб келади:

$$\begin{cases} \frac{5x}{3y} = \frac{12y}{5x}, \\ \frac{12}{5}y - \frac{5}{3}x = 200. \end{cases}$$

бу ерда x км/соат – биринчи самолётнинг тезлиги, y км/соат – иккинчи самолётнинг тезлиги.

II. Графикли-геометрик метод:

1-босқич(масалани геометрик тилга ўтказиш).

Масаланинг график моделини ясаймиз.

Ҳаракат текис ҳаракатлиги сабабли ОА кесма – биринчи самолётнинг ҳаракатланиш графиги. Иккинчи самолёт биринчи самолёт томон ҳаракатланмоқда, шунинг учун О'В кесма – иккинчи самолётнинг ҳаракатланиш графиги. Графикларнинг С нуқтада кесишиши самолётларнинг учрашиш вақтига мос келади. Аэродромлар орасидаги масфа ОО' ёки МК. МК ни топамиз.

2-босқич (ҳосил қилинган геометрик масалани ечиш).

Алгебраик методни қўллаймиз. x км орқали иккинчи самолёт учрашувгача учиб ўтган йўлни белгилаймиз, y ҳолда биринчи самолёт учрашувгача $(x+200)$ км масофани учиб ўтган. Масофа $S=МК=2x+200$.

Иккита учбурчаклар жуфтлигини муҳокама қиламиз:

$\triangle OMC = \triangle AKC$ (биринчи аломат бўйича), у ҳолда

$$\frac{3t}{5} = \frac{x+200}{x} \quad (1)$$

$\triangle BMC = \triangle O'KC$ (иккинчи аломат бўйича), у ҳолда

$$\frac{12}{5t} = \frac{x+200}{x} \quad (2)$$

(1) ва (2) тенгликдан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{3t}{5} = \frac{12}{5t}, \text{ бу ердан } t^2 = 4.$$

У ҳолда $t=2$ (тенгламанинг манфий илдизи масала шартини қаноатлантирмайди). t нинг топилган қийматини (1) тенгламага қўйиб ва ҳосил бўлган тенгламани ечиб, $x=1000$ ни топамиз, у ҳолда бутун масофа $S=2000+200=2200$ (км).

3-босқич (олинган натижани алгебраик тилдан табиий тлга ўтказиш автоматик амалга оширилади). Жавоб: 2200 км.

Бу келтирилган мисол интеграциянинг иккала усулини: бирикиш кўринишида (масала алгебраик метод ва графикли – геометрик метод билан ечилади) ҳамда алгебраик ва геометрик методларнинг боғланиши (чунончи, учбурчакларнинг ўхшашлиги методи ҳамда тенгламалар ва тенгсизликлар методини) битта графикли – геометрик методда намоиш этади. Биринчи ҳолда интеграция алгебраик ва геометрик методларнинг йиғиндисидир. Икинчи ҳолда методлар интеграциясини символик бундай ёзиш мумкин:

$$3. |x+1| + |x-1| = 1 \text{ тенгламани ечинг.}$$

Ечиш. 1. Алгебраик метод.

1. Бутун сон ўқини $x=-1$ ва $x=1$ нуқталар орқали учта ораликқа бўламиз ($-\infty; -1$), $[-1; 1]$; $[1; +\infty)$. Ҳар бир ораликда тенгламани ёзамиз:

А) $(-\infty; -1)$ ораликда тенглама ушбу кўринишда ёзилади:

$$-x-1-x+1=1 \text{ ёки } -2x=1,$$

бу ердан $x=0,5$ (бу ораликқа кирмайди, демак илдиз бўлмайди);

Б) $[-1; 1]$ ораликда тенглама ушбу кўринишда ёзилади:

$$x+1-x+1=1,$$

бу ердан $2-1$ – нотўғри тенглик, демак, тенглама бу ораликда ҳам илдизларга эга эмас;

В) $[1; +\infty)$ ораликда тенглама $x+1+x-1=1$ кўринишга эга, бу ердан $x=0,5$ (бу ораликка кирмайди, демак илдиз бўлмайди);

Жавоб: илдизлари йўқ.

II. График метод.

1-босқич (масалани геометрик тилга ўтказиш).

1. Тенгламани ушбу кўринишга ўзгартирамиз:

$$|x+1|=1-|x-1|.$$

2. Битта координаталар системасида $y_1=|x+1|$ ва $y_2=1-|x-1|$ функцияларнинг графикларини ясаймиз.

2-босқич (ҳосил бўлган геометрия масалани ечиш).

y_1 функциянинг ўнг тармоғи $y=x+1$ функциянинг графиги, y_2 функциянинг чап тармоғи эса $y=x$ функциянинг графигидир. y ва y' функциялар олдидаги коэффициентлар тенг, демак тўғри чизиклар параллелдир. Бу далилни расм ҳам тасдиқлайди.

3-босқич (жавобни геометрик тилдан табиий тилга ўтказиш). y_1 ва y_2 функцияларнинг графиклари кесишмайди, шунинг учун берилган тенглама илдизларга эга эмас. Жавоби илдизлари йўқ.

2.3. Алгебраик ва геометрик методларни интеграция шакллари ва воситалари

Битта масаланинг ўзининг алгебраик ва геометрик методлари синтезининг (интеграциясининг) бошланғич шакли тўплам (мажмуа) бўлади. Масалаларни турли методлар билан ечит методикасига машхур методистлар Э.Г.Готман, З.А.Скопец, Т.А.Иванова, Д.Я.Изаак, Я.П.Померин, Г.И.Саранцев ва бошқаларнинг асарлари бағишланган. Уларда битта масаланинг ўзини ечишнинг алгебраик ва геометрик методлари бирликда муҳокама қилинади, бундай методларни топишга доир фаолиятнинг таълимий, ривожлантирувчи ва тарбияловчи характери таъкидланади.

Интеграциянинг навбатдаги шакли тартибланганлик бўлиб, бунда алгебраик ва геометрик методларнинг берилган тўпламида айри методлар орасида тартиб муносабати пайдо бўлади ва у бирлашувчи методлар тўпламига кирувчи методлар учун қўшимча бирлаштирувчи белги беради. Бунда ўқувчиларга масалани турли методлар билан ечиш топшириғи берилади ва уларни қўллаш тартиби кўрсатилади. Масалан, матнли масалани аввал алгебраик метод билан ечиш, кейин геометрик метод билан ечиш ёки геометрик масалани косинуслар теоремасига асосланган тригонометрик метод билан ечиш, кейин эса вектор ёки координата методлари билан ечиш.

Методлар интеграциясининг янада юқорироқ босқичини ташкил этилиш деб аталувчи шакл ифодаляйди. “Ташкил этилиш” атамаси бутуннинг озми-кўпми табақалашган ва автоном қисмларининг унинг тузилиши билан боғлиқ ички тартибланганлиги, мувофиқлашганлиги, ўзаро таъсирлашуви сифатида талқин қилинади.

Алгебраик ва геометрик методларнинг турлича йўналганлиги: $\Gamma \rightarrow A$ ва $A \rightarrow \Gamma$ га оид интеграцияга мисоллар келтирамиз.

1. Томонлари $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$ бўлган ABC учбурчакда AN баландлик ўтказилган. N нуқта BC томонни қандай нисбатда бўлишини топинг.

Ечиш. 1-босқич (масалани алгебра тилига ўтказиш).

$АН^2$ ни икки марта ифодалаймиз:

1) тўғри бурчакли $\triangle ABH$ дан $AP^2 = c^2 - BH^2$ эканлигини топамиз;

2) тўғри бурчакли $\triangle ACH$ дан келиб чиқади:

$$АН^2 = b^2 - CH^2 \text{ ёки } АН^2 = b^2 - (a - BH)^2;$$

$АН^2$ нинг бу қийматларини тенглаштириб, ушбу тенгламани ҳосил қиламиз: $c^2 - BH^2 = b^2 - (a - BH)^2$.

2-босқич (масалани алгебраик тилда ечиш). Ҳосил бўлган квадрат тенгламани ечиб, қуйидагини топамиз:

$$BH = \frac{(a^2 - b^2 + c^2)}{2a}.$$

$$\text{Бирок, } CH = a - BH = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a}.$$

$$\text{Демак, } BH : CH = (a^2 - b^2 + c^2) : (a^2 + b^2 - c^2).$$

$$\text{Жавоб: } (a^2 - b^2 + c^2) : (a^2 + b^2 - c^2).$$

Бу мисол геометрик масалани ечишда геометрик метод (Пифагор теоремасига асосланган юзлар методи) ва алгебраик методлар (тенгламалар ва тенгсизликлар методи, айнан алмаштиришлар методи)нинг боғланишини кўрсатди. Шунга ўхшаш боғланишни алгебраик масалани ечишда кўрсатамиз.

2. Поезд 54 км йўл ўтиши керак эди. 14 км ўтганидан кейин у семафор олдида 8 мин ушланиб қолди. Шундан сўнг у тезликни 10 км/соат га ошириб, келиш жойидаги жадвал бўйича етиб келди. Поезднинг дастлабки тезлигини аниқланг.

Бу масалани икки ўлчовли диаграмма ёрдамида ечамиз. Икки ўлчовли диаграмма – бу томонлари ва баландликлари қаралаётган катталикларнинг сон қийматларини тасвирлайдиган бир нечта тўғри тўртбурчакларнинг (учбурчакларнинг, параллелограммларнинг) юзларидир, тўғри тўртбурчакнинг (учбурчакнинг, параллелограммнинг) юзи эса уларнинг кўпайтмасини тасвирлайди.

Ечиш. 1-босқич (икки ўлчовли диаграмма яшаш).

$AB=x$ – поезднинг жадвал бўйича тезлигини (x км/соат), AB – унинг ҳаракатланиш вақтини тасвирласин (соат) (-расм). У ҳолда S_{ABCD} поезд ўтиши керак бўлган бутун йўлни аниқлайди (км):

$$S_{ABCD}=AB=AB \cdot AD=54.$$

Энди $S_{ABKN}=14$ бўлсин, S_1 эса поезд тўхтаб турган вақтда ўтиши мумкин бўлган йўлни ифодаласин, $FE=10$, у ҳолда $KE=x+10$ – поезднинг оширилган тезлиги.

2-босқич (ҳосил бўлган геометрик масалани ечиш).

Поезд тезлигини ошириш 10 км/соатга ошириш ҳисобига йўқотган вақтни етказиб олди, шунинг учун $S_1=S_2$, бироқ $S_1=\frac{2}{15}x$, $S_2=10PE$, лекин

$$PE=\frac{S_{KEPD}}{x+10}=\frac{40}{x+10}, \text{ у ҳолда ушбу тенгламани ҳосил қиламиз:}$$

$$\frac{x}{15}=\frac{200}{x+10} \text{ ёки } x^2+10x-3000=0, \text{ бу ердан } x_1=50, x_2=60.$$

Тенгламанинг иккинчи илдизи масала шартини қаноатлантирмайди, шунинг учун $AB=50$.

3-босқич (жавобни геометрик тилдан табиий тилга ўтказиш).

1 ва 2-масалаларда алгебраик ва геометрик методлар орасидаги битта боғланиш ўрнатилди. Боғланишларнинг ошиб бориши интеграциянинг тизим деб аталадиган сифатан янги шаклига олиб келади. Тизим – бу яхлик бирликни ҳосил қилувчи, яхши ташкил этилган (узвий) тўпламдир. Тизим бирлаштирилаётган компонентлар синтезининг энг мукаммал шаклидир. Методлар интеграциясининг бу шаклига мисол бўлиб масалани ечишнинг ўз ичига таркибий қисмлар сифатида алгебраик ва геометрик методларни оладиган метод хизмат қилади. Мисол келтирамиз.

3. $\triangle ABC$ да $\angle A=\frac{180^\circ}{7}$ $\hat{=}$ $\angle B=\frac{360^\circ}{7}$. $\frac{1}{BC}=\frac{1}{AC}+\frac{1}{AB}$ эканлигини исботлаймиз [72; №852, 210-бет].

Ечиш. $\angle A=\alpha$ бўлсин, у ҳолда $\angle B=2\alpha$ (-расм) бўлади. Учбурчакда бурчаклар йиғиндиси 180° га тенг бўлганлиги учун $\angle C=4\alpha$.

1) $\triangle ABC$ да CD биссектриссани ўтказамиз, у ҳолда $\triangle BDC$ – тенг ёнли ($BD=DC$) ва учбурчак биссектриссасининг хоссасига асосан $\frac{BD}{AD} = \frac{BC}{AC}$ (учбурчаклар методи).

2) (1-аломат бўйича). Бу ердан келиб чиқадики, $\frac{CD}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$. Ҳосил бўлган ифодани иккита пропорция кўринишида ёзамиз:

а) $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BC}$, бу ердан $\frac{1}{AB} = \frac{CD}{AC \cdot BC}$;

б) $\frac{AD}{AC} = \frac{CD}{BC}$, бу ердан $\frac{1}{AC} = \frac{CD}{AB \cdot BC}$ (учбурчакларнинг ўхшашлиги методи);

3) $\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{CD}{AC \cdot BC} + \frac{CD}{AB \cdot BC} = \frac{1}{BC} \cdot \frac{CD+BC}{AC}$.

1) банддаги пропорцияни ҳамда BD ва DC томонларнинг тенглигини ҳисобга олиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{1}{BC} \cdot \left(\frac{CD}{AC} + \frac{BC}{AC} \right) = \frac{1}{BC} \cdot \frac{CD+BC}{AC} \text{ (айнан алмаштиришлар методи).}$$

4) $\triangle BDC$ дан қуйидагига эга бўламиз: $BK = \frac{1}{2} BC = BD \cdot \cos 2\alpha$, бу ердан $BC = 2BD \cdot \cos 2\alpha$ (тригонометрик метод).

5) AC томонга DN перпендикуляр ўтказамиз, у ҳолда $AC = AN + NC$.

а) $\triangle DNC$ дан қуйидагига эга бўламиз: $DN = DC \cos 2\alpha$, чунки $DC=BD$, $NC = BD \cos 2\alpha$;

б) $\triangle ANO$ дан: $AN = BN \operatorname{ctg} \alpha$; $\square DNC$ дан: $DN = CD \cdot \sin \alpha = BD \cdot \sin 2\alpha$, шунинг учун

$$AN = BD \cdot \sin 2\alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 2BD \cdot \cos^2 \alpha = BD(1 + \cos 2\alpha).$$

Шундай қилиб, $AN = BD(1 + \cos 2\alpha)$ (тригонометрик метод айнан алмаштиришлар методи билан бирликда).

Шундай қилиб, $\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{1}{BC}$, шуни исботлаш талаб қилинган эди.

Л.С.Атанасяннинг “Геометрия 7-9” дарслигидан олинган бу масала “Юқори қийинликдаги масалалар” бўлимига киритилган. Унинг ечилиши

геометрия, алгебра ва тригонометриядан олинган билимларга асосланган турли методларни ўз ичига интеграциялайди. Бу ерда ҳамма методлар узвий боғланган ва яхлит бирлик – тизимдан иборатдир. Тизим – бу алгебраик ва геометрик методлар интеграциясининг юқори босқичидир. Интеграция бу шаклининг бошқа мисоллари бўлиб, мураккаб стереометрик масалалар хизмат қилиши мумкин. Уларни ечиш методи одатда таркиб қисмлар сифатида турли алгебраик ва геометрик методларнинг методларини ўз ичига олади (бундай масалалардан бири II боб, 2.4-бандда муҳокама қилинган эди).

Ўрганилаётган методик тизимнинг компонентларидан бири методларни интеграциялаш воситаларидир. Алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси воситаларига тушунчалар, теоремалар ва уларнинг исботлари, масалалар киради. Уларнинг бирига батафсилроқ тўхталамиз.

I. Тушунчалар. Алгебраик ва геометрик методлар тушунчаларини шаклланишида биз сўзларни кенг маънода (харфий-символик ёзувдан ҳар қандай фойдаланиш сифатида ва мос равишда геометрик кўргазмалилик сифатида) ва тор маънода (алгебраик метод – харфий ҳисоблашлар методи, геометрик метод – бу кўргазмали тасаввурлардан келиб чиқадиган метод сифатида) тушунамиз.

1. Алгебраик тушунчалар.

Алгебраик ва геометрик методлар интеграциясини амалга ошириш учун ўқитувчи юқорида кўрсатилган тушунчаларни шакллантириш учун ўқитувчи мазкур тушунчанинг алгебраик харфий-символик) ёзувини ва унинг табиий ва геометрик тиллардаги талқинини билиши лозим. Ўқитиш давомида ўқувчилар кўз ўнгида бир вақтда алгебраик тушунчанинг ҳамма моҳиятли хоссалари очиб берилади.

Берилган алгебраик тушунчанинг моҳиятли характеристикаларини ўқувчилар кўз ўнгида очиб бериш жараёнини акс эттирувчи схема.

7-9-синфлар алгебра курсида ўрганиладиган асосий тушунчалар ва уларнинг алгебраик, табиий ва геометрик тиллардаги талқинлари 1-жадвалда тақдим қилинган.

Т.р.	Тушунча	Алгебраик тил	Табиий тил	Геометрик тил
1	Бир ўзгарувчили биринчи даражали тенглама	$ax+b=cx+d$, бу ерда a,b,c,d – берилган сонлар, x – ўзгарувчи	Иккала томони бир ўзгарувчили биринчи даражали кўпҳадида бўлган тенглама	Бир ўлчовли фазода: сон ўқида координаталари берилган тенгламанинг илдизларидан иборат бўлган нуқталар тўплами; икки ўлчовли фазода: тенглама графиги $x = \frac{d-b}{a-c}$ ($a \neq c$) тўғри чизиқ
2	Бир ўзгарувчили биринчи даражали тенгламанинг илдизи	$ax_1+b=cx_1+d$ – тўғри тенглик, у ҳолда x_1 – тенгламанинг илдизидир	Ўзгарувчининг тенглама тўғри тенгликка айланадиган қиймати	Бир ўлчовли фазода: сон ўқида координатаси тенгламани тўғри тенгликка айлантирадиган нуқта; икки ўлчовли фазода: $y=ax+b$ ва $y=cx+d$ функциялар графикларининг кесишиш нуқтаси

3	Бир ўзгарувчили биринчи даражали тенгламанинг илдизи	$ax+b=cx+d$ – тенгламани ечиш	Бу унинг ҳамма илдизларини топаиш ёки уларнинг йўқлигини аниқлашдир	$y=ax+b$ ва $y=cx+d$ функциялар графикларининг кесишиш нуқтасининг абсциссасини топиш
4	Бир ўзгарувчили биринчи даражали тенгсизлик	1) $ax+b>cx+d$ ($ax+b<cx+d$); 2) $ax+b\leq cx+d$ ($ax+b\geq cx+d$), бу ерда a,b,c,d – берилган сонлар, x – ўзгарувчи	Иккала томони бир ўзгарув- чининг биринчи даражали кўпҳади бўлган тенгсизлик	Бир ўлчовли фазода: ҳамма нуқталари мазкур тенгсизликни қаноатлантирувчи сон нури; икки ўлчовли фазода: тенгсизлик графиги – бу очик яримтекислик (мактаб курсида қаралмайди)
5	Бир ўзгарувчили биринчи даражали тенгсизликнинг ечими	1) $ax_1+b>cx_1+d$ ($ax_1+b<cx_1+d$) – тўғри тенгсизлик, у ҳолда x_1 – тенгсизликнинг ечими; 2) $ax_1+b\leq cx_1+d$ ($ax_1+b\geq cx_1+d$),	Ўзгарувчининг тенгсизлик тўғри тенгсизликка айланадиган қиймати	Бир ўлчовли фазода: сон ўқининг координатаси тенгсизликни тўғри тенгсизликка айлантирадиган нуқтаси; икки ўлчовли фазода (мактаб курсида қаралмайди)

		тўғри тенгсизлик, у ҳолда x_1 – тенгсизликнинг ечими		
6	Бир ўзгарувчили биринчи даражали тенгсизликни ечиш	$ax+b > cx+d$ $(ax+b < cx+d)$ – ёки $ax+b \leq cx+d$ $(ax+b \geq cx+d)$, тенгсизликни ечиш	Ўзгарувчининг тенгсизлик тўғри сонли тенгсизликка айланадиган қиймати	1) Ох ўқда $y=ax+b$ функциянинг графиги $y=cx+d$ функциянинг графигидан юқорида жойлашган ораликни топиш; 2) Ох ўқда $y=ax+b$ функциянинг графиги $y=cx+d$ функциянинг графигидан пастда жойлашган ораликни топиш;
7	Чизиқли функция	$y=kx+b$, бу ерда k ва b – берилган сонлар, x – ўзгарувчи	$y=f(x)$ функция, бу ерда $f(x)$ – бир ўзгарувчининг биринчи даражали кўпҳади	Чизиқли функциянинг графиги тўғри чизиқ ва унинг текисликдаги ҳолати k ва b сонлар билан аниқланади
8	Икки ўзгарувчининг чизиқли тенгламаси	$ax+by=c$, бу ерда a, b, c – берилган сонлар, x ва y –	Чап томони икки ўзгарувчили	Тенгламанинг графиги, яъни $y = \frac{c}{b} - \frac{a}{b}x$ функциянинг

		ўзгарувчилар		графиғи тўғри чизиқ ($b \neq 0$)
9	Икки ўзгарувчили чизиқли тенгламаниғ ечими	$ax_1 + by_1 = c$ – тўғри тенглик, у ҳолда $(x_1; y_1)$ – тенгламаниғ ечими	Ўзгарувчиларнинг бу тенгламани тўғри тенгликка айлантирувчи қийматлари жуфтлиғи	$ax + by = c$ тенглама графикиниғ ҳар қандай нуқтасиниғ координаталари
10	Икки ўзгарувчили чизиқли тенгсизлик	1) $ax + by \leq c$ $(ax + by < c)$; 2) $ax + by > c$ $(ax + by < c)$;	Чап томони икки ўзгарувчили биринчи даражали кўпҳад, ўнғ томони эса бирор сон бўлган тенгсизлик	Чизиқли тенгсизлик графиғи чегараси – яримтекислик ёки чегараси $ax + by = c$ бўлган очиқ яримтекислик
11	Икки ўзгарувчили чизиқли тенгсизликнинг ечими системаси	$ax_1 + by_1 > c$ $(ax_1 + by_1 < c)$ – тўғри тенглик бўлса, у ҳолда $(x_1; y_1)$ – тенгсизликнинг ечими	Ўзгарувчиларнинг тенгсизликни тўғри сонли тенгсизликка айлантирувчи қийматлари жуфтлиғи	Тенгсизлик графикиниғ исталган нуқтасиниғ координаталари
12	Икки ўзгарувчили иккита чизиқли тенгламалар системаси	$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$ бу ерда a_1, a_2, b_1, b_2 – берилган сонлар,	Иккита ўзгарувчили чизиқли тенглама тўплами ва бу тенгламаниғ умумий ечимини топиш талаби	Тизим ташкил қиладиган икки ўзгарувчили иккита чизиқли тенгликнинг графиклари бўлган иккита тўғри чизиқ тўплами

		хвау – ўзгарувчилар		
13	Икки ўзгарувчили иккита чизиқли тенгламалар системасининг ечими	$\begin{cases} a_1x_1 + b_1y_1 = c_1, \\ a_2x_1 + b_2y_1 = c_2, \end{cases}$ системадаги иккала тенглик тўғри бўлса, у ҳолда $(x_1;$ $y_1)$ – системанинг ечими	Ўзгарувчиларнинг системадаги ҳар бир тенгламани тўғри тенгликка айлантирувчи қийматлари жуфтлиги	Система тенгламаларининг графиклари бўлган тўғри чизиқларнинг кесишиш нуқ- тасининг (агар бу нуқта мавжуд бўлса) координаталари
14	Икки ўзгарувчили иккита чизиқли тенгсизликлар системаси	$\begin{cases} a_1x + b_1y > c_1, \\ a_2x + b_2y < c_2, \end{cases}$ бу ерда a_1, a_2, b_1, b_2 – берилган сонлар, хвау – ўзгарувчилар	Иккита ўзгарувчили чизиқли тенгсизлик системаси ва бу тенгсизликларнинг умумий ечимини топиш талаби	Системани ташкил қиладиган тенгсизликларнинг графиклари бўлган иккита очиқ яримтекисликлар тўплами
15	Икки ўзгарувчили иккита чизиқли тенгсизликлар системасининг ечими	$\begin{cases} a_1x_1 + b_1y_1 > c_1, \\ a_2x_1 + b_2y_1 < c_2, \end{cases}$ системадаги иккала тенгсизлик тўғри бўлса, у ҳолда $(x_1;$ $y_1)$ бу системанинг	Ўзгарувчиларнинг системанинг ҳар бир тенгсизлигини тўғри тенгсизликка айлантирувчи қийматлари жуфтлиги	Системани ташкил қиладиган тенгсизликларнинг графиклари бўлган иккита очиқ яримтекисликлар (ёки ярим- текисларнинг) кесишмаси (умумий қисми)

		ечимидир		
16	Икки ўзгарувчили иккита чизиқли тенгламаларнинг тенг кучли системалари	$1) \begin{cases} a_1x_1 + b_1y_1 = c_1, \\ a_2x_1 + b_2y_1 = c_2, \end{cases}$ $2) \begin{cases} m_1x_1 + n_1y_1 = d_1, \\ m_2x_1 + n_2y_1 = d_2, \end{cases}$ $(x_1; y_1) - 1) \text{ ва } 2) \text{ системаларнинг ечими}$	Бир хил ечимлар тўпламига эга бўлган иккита ўзгарувчили чизиқли тенгсизликлар системалари	Биринчи тенгламалар системаси тенгламаларнинг графиклари ва иккинчи тенгламалар системаси тенгламаларнинг графиклари битта нуқтада кесишади (Графиклар кесишмаслиги ҳам мумкин)
17	Икки ўзгарувчили иккита чизиқли тенгсизликларнинг тенг кучли системалари	$1) \begin{cases} a_1x_1 + b_1y_1 > c_1, \\ a_2x_1 + b_2y_1 < c_2, \end{cases}$ $2) \begin{cases} m_1x_1 + n_1y_1 > d_1, \\ m_2x_1 + n_2y_1 < d_2, \end{cases}$ $(x_1; y_1) - 1) \text{ ва } 2) \text{ системаларнинг ечими}$	Бир хил ечимлар тўпламига эга бўлган иккита ўзгарувчили чизиқли тенгсизликлар системалари	Биринчи тенгсизликлар системаси графиклари иккинчи тенгсизликлар системаси графиклари билан устма-уст тушади
18	Соннинг модули	$ x = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$	Мусбат сон ва 0 сонининг модули шу соннинг ўзидан, манфий сонининг модули эса унга қарама-қарши сондан иборат	Бир ўлчовли фазода: санок бошидан сон ўқида бу сонни тасвирловчи нуқтагача бўлган масофа.

				Икки ўлчовли фазода: $y= x $ функциянинг графиги 1 ва 2-координата бурчакларининг биссектриссалари ҳосил қилган бурчак
19	а сонининг арифметик квадрат илдизи	$\sqrt{a}$	Квадрати а га тенг бўлган манфиймас сон	Юзи а га тенг бўлган квадратнинг томони
20	Квадрат функция	$y=ax^2+bx+c$, бу ерда a, b, c — ҳақиқий сонлар, $a \neq 0$, x — ўзгарувчи	$y=f(x)$ функция, бу ерда $f(x)$ — квадрат учҳад	Функциянинг графиги — параболадир
21	Квадрат тенглама	$y=ax^2+bx+c$, бу ерда a, b, c — берилган сонлар, $a \neq 0$, x — ўзгарувчи	Чап томони квадрат учҳад, ўнг томони эса 0 бўлган тенглама	$y=ax^2+bx+c$ функция графигининг Ох ўқ билан кесишган нуқталари (агар улар мавжуд бўлса)
22	Квадрат тенгламанинг илдизи	$ax_1^2+bx_1+c=0$ - тўғри сонли тенгсизлик бўлса, у ҳолда x_1 — квадрат	Ўзгарувчининг тенглама тўғри сонли тенгликка айланадиган қиймати	$y=ax^2+bx+c$ функция графигининг (параболанинг) Ох ўқи билан кесишиш нуқтасининг (агар бу нуқта мавжуд бўлса)

		тенглама илдизи		абсциссаси
23	Квадрат тенгсизлик	$1) ax^2 + bx + c > 0,$ $(ax^2 + bx + c < 0);$ $2) ax^2 + bx + c \geq 0,$ $(ax^2 + bx + c \leq 0);$	Чап томондан квадрат учхад, ўнг томондан эса 0 турадиган тенгсизликлар	Ох ўқининг $y = ax^2 + bx + c$ функция графиги: 1) Ох ўқидан юқорида (пастда) жойлашган оралиғи; 2) Ох ўқида пастда (юқорида) бўлмаган оралиғи.
24	Квадрат тенгсизликнинг ечими	$ax_1^2 + bx_1 + c > 0,$ $(ax_1^2 + bx_1 + c < 0)$ - тўғри сонли тенгсизлик бўлса, у ҳолда x_1 – тенгсизликнинг ечими	Ўзгарувчининг бу тенгсизлик тўғри сонли тенгсизликнинг айланадиган қиймати	Ох ўқининг бу тенгсизлик қаноатлантириладиган оралиғига тегишли исботга нуқтанинг ординатаси.
25	Квадрат тенгсизликни ечиш	$ax^2 + bx + c > 0,$ $(ax^2 + bx + c < 0)$ – тенгсизликни ечиш	Бу унинг ҳамма ечимларини топиш ёки уларнинг йўқлигини исботлаш демакдир	Ох ўқининг $y = ax^2 + bx + c$ функция бу ўқдан юқорида (пастда) жойлашган оралиғини топиш
26	Бирор ораликда ўсувчи функция	$y = f(x), x \in [a; b].$ Агар $x_1, x_2 \in [a; b]$ учун $x_2 > x_1$ дан	Агар аргументнинг берилган ораликдаги каттароқ қийматига функциянинг каттароқ қиймати	Функция графиги берилган ораликда “кўтарилиб” боради

		$f(x_2) > f(x_1)$ бўлиши келиб чиқса, у ҳолда $y = f(x)$ ўсувчи функциядир	мос келса	
27	Бирор ораликда камаювчи функция	$y = f(x)$, $x \in [a; b]$. Агар исталган $x_1, x_2 \in [a; b]$ учун $x_2 > x_1$ дан $f(x_2) < f(x_1)$ бўлиши келиб чиқса, у ҳолда $y = f(x)$ камаювчи функциядир	Агар аргументнинг берилган оралиқдаги каттароқ қийматига функциянинг каттароқ қиймати мос келса	Функция графиги берилган оралиқда “пасайиб” боради
28	Жуфт функция	Агар исталган $x \in D(f)$ учун $f(-x) = -f(x)$ бўлса	Агар аргументнинг функциянинг аниқлаш соҳасидан олинган қарама-қарши қийматларида функциянинг қийматлари тенг бўлса	Функция графиги Оу ўқиға нисбатан симметрик
29	Тоқ функция	Агар исталган $x \in D(f)$ учун $f(-x) = -f(x)$	Агар аргументнинг функциянинг аниқлаш соҳасидаги қарама-	Функция графиги координаталар бошиға нисбатан симметрик

		$f(x)$ бўлса	қарши қийматлари учун функциянинг қийматлари қарама- қарши бўлса	
30	Арифметик функция	Агар $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ сонли кетма- кетликда $a_{n+1}=a_n+d$, бу ерда d - бирор сон бўлса, у ҳолда бу кетма-кетлик арифметик прогрессиядир, $n \in \mathbb{N}$	Иккинчи ҳаддан бошлаб ҳар бир ҳади бир хил сон қўшилган олдинги ҳадида тенг бўлган сонли кетма-кетлик	Натурал аргумент функциясининг графиги текисликнинг абсциссалари натурал сон бўлган нуқталари тўпламидир
31	Геометрик прогрессия	$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ сонли кетма- кетликда $b_{n+1}=b_n \cdot q$, бу ерда q – бирор сон ($q \neq 0$ бўлса, у ҳолда бу кетма-кет- лик геометрик прогрессиядир	Иккинчи ҳаддан бошлаб ҳар бир кейинги ҳади бир хил сонга кўпайтирилган олдинги ҳадида тенг бўлган сонли кетма-кетлик	Натурал аргумент функциясининг графиги текисликнинг абсциссалари натурал сон бўлган нуқталари тўпламидир

Бу каби жадвал ўқувчиларнинг (ўқитувчи билан биргаликда) махсус ўрганиш мавзуси бўлиши лозим. Тушунчалар ва уларнинг турли тиллардаги талқинлари уларни ўрганиб бориш жараёнида жадвалга секин-аста ёзиб борилиши мумкин.

Тушунчаларни қўллаш босқичида ҳам алгебраик, ҳам геометрик характердаги хоссалар таклиф қилинади. Бу каби масалаларни (алгебраик ва геометрик) ечиш методлари ҳам бириктирилади.

2. Геометрик тушунчалар

Геометрик тушунчаларни алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси асосида шакллантиришда ўқитувчи тушунчанинг геометрик образини ва унинг символик ёзувини ва, шунингдек, бу тушунчанинг таркибий ва алгебраик (шу жумладан, вектор, координата) тилларидаги талқинларини ҳам билиши лозим. Бунда етакчилик кўргазмали тасаввурларга таянадиган геометрик методга хосдир. Таълим жараёнида ўқувчилар олдида геометрик тушунчанинг барча моҳиятли тавсифлари бир вақтда очиқ берилади.

7-9-синфлар геометрия курсида ўрганиладиган асосий тушунчалар ва геометрик (кўргазмали-образли) табиий ва алгебраик тиллардаги талқинлари - жадвалда тақдим қилинган.

Т.р.	Тушунча	Геометрик образи ва символик ёзув	Табиий тил	Алгебраик тил
1	Кесишувчи тўғри чизиклар		Битта умумий нуқтага эга бўлган иккита тўғри чизик кесишувчи тўғри чизиклар деб аталади	$\begin{cases} y=k_1x+b, \\ y=k_2x+b \end{cases} \text{ ёки}$ $\begin{cases} y=kx+b, \\ y=m \end{cases}$
2	Параллел тўғри чизиклар		Текисликдаги иккита кесиш- майдиган тўғри чизик параллел тўғри чизик деб аталади	$\begin{cases} y=k_1x+b_1, \\ y=k_2x+b_2 \end{cases} \text{ ёки}$ $\begin{cases} x=a, \\ x=c, m=1 \end{cases}$
3	Перпендикуляр тўғри чизиклар		Иккита кесишувчи тўғри чизик, агар тўртта тўғри бурчак ҳосил қилса, улар перпендикуляр (ёки ўзаро перпендикуляр) тўғри чизиклар деб аталади	$\begin{cases} y=k_1x+b_1, \\ y=-\frac{1}{k_1}x+b_2 \end{cases} (k \neq 0) \text{ ёки}$ $\begin{cases} y=a, \\ x=c \end{cases}$
4	Учбурчак		Учбурчак деб, битта тўғри чизикда ётмайдиган учта нуқтадан ва бу нуқталарни жуфт-	$\begin{cases} y \leq a_1x+b_1, \\ y \leq a_2x+b_2, \\ y \leq a_3x+b_3, \end{cases} \text{ ёки}$

			жуфт билан туташтирувчи учта кесмадан ва унинг ички соҳасидан иборат шаклга айланади	$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ – ҳақиқий сонлар, x, y – ўзгарувчилар
5	Параллелограмм		Параллелограмм деб қарама-қарши томонлари жуфт-жуфт билан параллел бўлган тўртбурчак ўзининг ички соҳаси билан бирга айтилади	$\begin{cases} y \geq ax + b_1, \\ y \leq ax + b_2, \\ y \leq cx + d_1, \\ y \geq cx + d_2. \end{cases}$ Хусусий ҳоллар бўлиши мумкин. $\overline{AB} \uparrow \uparrow \overline{CD},$ $\overline{AC} \uparrow \uparrow \overline{BD}$
6	Ромб		Ромб деб ҳамма томонлари тенг бўлган параллелограмм ўзининг ички соҳаси билан бирга айтилади: $AC=2a, BD=2b, a>0, b>0$	$\begin{cases} y \geq -\frac{a}{b}x - a, \\ y \leq -\frac{a}{b}x + a, \\ y \geq \frac{a}{b}x - a, \\ y \leq \frac{a}{b}x + a. \end{cases}$ Вектор шакли $\overline{AB} = \overline{DC},$ $\overline{AD} = \overline{BC}$

7	Тўғри тўртбурчак		Тўғри тўртбурчак деб барча бурчаклари тўғри бурчак бўлган параллелограмм ўзининг ички соҳаси билан аталади	$a \leq y \leq b,$ $c \leq x \leq d$ a, b, c, d – берилган сонлар Вектор шакли: $\overline{AB} = \overline{DC},$ $\overline{AD} = \overline{BC},$ $\overline{AD} \perp \overline{AB}$
8	Квадрат		Квадрат деб ҳамма томонлари тенг бўлган тўғри тўртбурчак ўзининг ички соҳаси билан бирга аталади	$\begin{cases} 0 \leq x \leq a, \\ 0 \leq y \leq a \end{cases}$ a, b, c, d – берилган сонлар Вектор шакли: $\overline{AB} = \overline{DC},$ $\overline{AD} = \overline{BC},$ $ \overline{AD} = \overline{DC} = \overline{CB} = \overline{BA} ,$ $\overline{AD} \perp \overline{AB}$
9	Трапеция		Трапеция деб икки томони параллел, қолган икки томони эса параллел бўлмаган тўртбурча ўзининг ички соҳаси билан бирга аталади	$y \geq ax + b,$ $y = ax + b,$ $y \leq c_1x + d_1,$ $y \geq c_2x + d_2$ $(b_2 > b_1, d_2 > d_1)$ Вектор шакли:

				$\overline{AB} \uparrow \uparrow \overline{DC}$, $\overline{AB} \nparallel \overline{BC}$ коллинеар эмас.
10	Айлана	$(0; r)$ – маркази O нуқтада ва радиуси r бўлган айлана	Айлана деб берилган нуқтадан берилган масофада ётган ҳамма нуқталардан ташкил топган шаклга айтилади.	Маркази координаталар бошида бўлган айлананинг тенгламаси: $x^2 + y^2 = r^2$

Бу жадвал алгебраик тушунчалар ҳолидаги каби ўқувчиларнинг (ўқитувчи билан биргаликда) махсус ўрганиш мавзуси бўлиши лозим.

Тушунчаларни қўллаш босқичида ўқувчилар масалаларни геометрик метод билан ҳам, ал билан ҳам ечишади.

II. Теоремалар ва уларнинг исботлари

Алгебра курсида теоремаларни, хусусан, баъзи формулаларни ўрганишда (агар формуладаги кўпайтувчилар сони 3 тадан ошмаса) ўқувчиларнинг уларнинг моделларини лойиҳалашларини назарда тутиши лозим ва улар кейин бу теоремаларни кашф этишда ҳам, уларни исботлашда ҳам фойдаланишлари мумкин.

Шундай қилиб, алгебраик теоремаларни ўрганишда геометрик алгебра элементларидан алгебраик ва геометрик методлар интеграциясини амалга ошириш воситаси сифатида фойдаланиш мақсадга мувофиқдир. Бунда ўқувчилар алгебраик символларни геометрик тилга ўтказиш ва аксинча ўтказишни билишлари лозим.

Геометрик теоремаларни ўрганишда алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси концепцияси теоремаларни бир вақтда турли методлар: алгебраик (ёки аналогик) [координата, вектор, тенгламалар ва тенгсизликлар методи, тригонометрик метод ва бошқ.], геометрик методлар (учбурчаклар методи, ўхшашлик методи, соф конструктив метод, юзлар методи, айланалар методлари ва бошқ.) ёки ўзида алгебраик ва геометрик методларни бириктирган метод билан исботлашни назарда тутади. Буни билимларни умумлаштириш ва тизимлаштириш дарсларида қилиш мумкин.

III. Масалалар

Биз такдим қилаётган концепцияда масалалар алгебраик ва геометрик методларни интеграциялашнинг асосий воситаси бўлиб хизмат қилади, шунинг учун уларнинг мазмунига, ечилиш методларига ва структураланишига алоҳида талаблар қўйилади. Масалаларнинг мазмуни шундай бўлиши керакки, бунда битта масаланинг ўзини турли методлар – алгебраик ва геометрик (шу

жумладан график) методлар билан ёки турли методларнинг методларини ўзида бириктирган битта метод билан ечиш имконияти бўлсин.

Масалаларнинг орасида берилган методнинг барча зарурий босқичлари: тайёргарлик, мотивацион, ориентирловчи босқичлар, методнинг айрим компонентларини эгаллаш босқичи, методни яхлит шакллантириш босқичини амалга оширишга йўналтирилган масалалар бўлиши керак.

Бу санаб ўтилган методларни интеграциясига йўналтирилган масалаларни блокларга гуруҳлаш мақсадга мувофиқдир. Масалалар блоки – бу ягона мақсад билан бирлаштирилган масалалар мажмуидир. Блокларга масалаларни танлашда қуйидаги тамойилларга риоя қилиниши зарур:

1) блокка алгебраик масалалар ҳам, геометрик масалалар ҳам кириши керак;

2) блокка кировчи ҳар бир масала турли методлар (алгебраик ва геометрик методлар) билан ёки ҳам алгебраик методларни, ҳам геометрик методларни ўз ичига олувчи битта метод билан ечилиши лозим;

3) блокка кирган масалаларнинг ечилиши бир хил методларни интеграциялаши лозим. Масалан, блокни ечилиши учбурчакларнинг ўхшашлиги методи ҳамда тенгламалар ва тенгсизликлар методларни ёки учбурчаклар методи ва вектор методини интеграцияловчи масалалар ташкил этиши мумкин. Бунда ечиш методлари (ёки уларнинг битта методдаги методлари) иккита ва ундан ортиқ бўлиши мумкин.

4) блокда масалаларни ечишнинг алгебраик ва геометрик методларини интеграция усули бир хил бўлиши керак.

Масалалар блоклари ёрдамида алгебра ва геометриядан интеграцияланган дарсларни ўтказиш мумкин ва бунда мазкур методларни ўрганишга ажратиладиган соатларни қисқартириш ва ўқувчиларга математиканинг ва унинг методларининг бирлигини кўрсатиш мумкин.

Алгебраик масалаларни геометрик метод билан, геометрик масалаларни эса алгебраик метод билан ечиш моделлаштириш тамойилларига асосланади. Масалан, алгебраик масалани геометрик метод билан ечиш уч босқичда ўтади:

1) масаланинг геометрик моделини яратиш, яъни уни геометрик тилга ўтказиш; 2) ҳосил бўлган геометрик масалани ечиш; 3) ҳосил қилинган ечимни геометрик тилдан бошланғич масала ифодаланган тил атамаларида ифодалаш.

Шундай қилиб, интеграцияланган даражага катта таълимий, ривожлантирувчи ва тарбиявий салоҳиёт хос бўлиб, метод маълум дидактик сифатларда амалга ошади.

2.4. Алгебраик ва геометрик методлар интеграциясининг қонуниятлари ва тамойиллари

Педагогик қонуниятлар ва тамойиллар муаммоси фанда энг долзарб муаммолардан биридир. Гарчи у кўп қайта муҳокама қилинган бўлсада, лекин ҳозирга қадар нима педагогик қонуният, нима эса педагогик тамойил эканлиги тўғрисида аниқ тасаввурлар йўқ.

«Қонуният» ва «тамойил» фалсафий категориялар жумласига оиддир. Қонун ҳодисаларнинг ички, уларнинг зарурий ривожланишини белгилайдиган муҳим бўлганини сифатида таърифланади. Метод ҳодисалар орасидаги ёки моддий объектларининг хоссалари орасидаги салбий, зарурий ва бошқарув боғланишларни, бир ҳодисаларнинг ўзгариши бошқа ҳодисаларнинг тўла аниқ ўзгаришини юзага келтирадиган такрорланувчи муҳим муносабатларнинг маълум тартибини ифодалайди [32; 133-бет].

Қонун дидактикада ҳам шунча ўхшаш таърифланади. Бу ерда қонун деб, таълим ҳодисаларининг зарурий намоён бўлиши ва ривожланишига асос бўладиган ички муҳим бўлганишига айтилади [23; 54-бет]. Қонунларни билиш ҳар қандай боғланишлар ва муносабатларни эмас, балки ҳодисани унинг яхлитлигича акс эттирадиган бўлганишлар ва муносабатларни ечиш имконини беради. Таълим яхлит ҳодиса сифатида жамиятнинг энг муҳим кичик тизимларидан биридир, шунинг учун қонунлари, жамият қонунлари каби, бирор ташқи кучнинг намоён бўлиш натижаси эмас, балки унинг ички ўзини ўзи ташкил этиш маҳсулидир.

Шунга асосан, педагогик қонун – бу педагогик тизимнинг, ўзини ўзи ташкил қилиш, ривожланиш ва амал қилиш механизмларини акс эттирувчи имкониятлари орасидаги объектив, муҳим, зарурий, умумий ва барқарор такрорланувчи боғланишларни белгиловчи категориядир [36; 59-бет].

Таълим назарияси бўйича асарлар таҳлили, педагогикада «қонун» тушунчаси камдан-кам ишлатилишида гувоҳлик беради. Кўпинча, метод «қонуният» тушунчаси билан айлантрилади. Қонуният қонунлар тўпланишини, мажмуавий ишлаш натижаси сифатида қаралади, шунинг учун метод шу кўплаб боғланишлар ва муносабатларни ифодалайди, шу билан бир вақтда қонун маълум боғланиш, ва муносабатни акс эттиради.

Бошқача ёндошув ҳам мавжуд бўлиб, унга асосан, қонуниятни ҳали етарлича ўрганилмаган қонун сифатида, таъсир қилувчи факторларнинг нисбий доимийлиги, барқарорлиги, объектлар орасидаги боғланишларнинг тизимлилиги сифатида тушунилади [23; 57-бет]. Биз қонуният тушунчасини унинг иккинчи маъносида қабул қилиш ва унда интеграцияси қонуниятларини икки турга ажратиш мумкин:

а) қаерда ва қачон юзага келишидан қатъий назар алгебраик ва геометрик методларнинг ҳар қандай интеграциясига хос бўлган қонуниятлар;

б) ўқитувчи ва ўқувчилар фаолиятига ҳамда воситалари характериға боғлиқ равишда намоён бўладиган ва, демак, таълим мазмуни туриға ва ўзлари фойдаланиладиган методға боғлиқ равишда намоён бўладиган қонуниятлар.

Бу қонуниятлар алгебраик ва геометрик методларнинг ҳар қандай интеграциясида ҳам намоён бўлавермайди; уларнинг намоён бўлиши кўп жиҳатдан ўқитувчига боғлиқ.

А) ва б) гуруҳларға оид қонуниятларни санаб ўтағиз:

а) гуруҳи: 1. Таълимда Алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси таълимда онг муносабатда ва алгебраик тил, геометрик тил ва интеграция механизмларини эгаллаган ўқувчиларнинг ижодий фаоллигида амалға ошади. Бу тамойил ўқув жараёнида ўқувчиларнинг субъектлигини тасдиқлайди. Шахснинг фаоллигини унинг йўналганлиги ва фаолиятли

моҳиятнинг интеграцияланган кўрсаткичидир. Ўқувчиларнинг фаоллиги репродуктив ёки ижоюй характерда бўлиши мумкин. Биринчи ҳолда метод интеграция механизмларни ёд олиш ва қайтариши, демак, ўқитувчининг кўрсатмаларига эргашишлик, алгебраик ва геометрик методларнинг интеграцияси билан боғлиқ ўқув топшириқларини намуналар ва алгоритмлар бўйича бажаришга йўналган бўлади. Репродуктив жараёнларга таянадиган интеграция ўқувчиларнинг шахсиятли салоҳиятини, ўқув фаолиятига ижодий муносабатини, шахсий ташаббусини, мустақил тафаккурлашни юзага келтирмайди.

Ижодий характердаги фаоллик интеграциясининг бориши ва натижаларини англашга, ўз амалларини асослаш уқувларини ривожлантиришга, хулосаларни мослашга, методларни интеграциялаш билан бојланган ўқув масалаларини ечишнинг турли усулларида фойдаланишга йўналтирилган.

2. Алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси ўрганилаётган объектларни алгебраик ва геометрик тилларда моделлаштириш орқали амалга оширилади.

3. Алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси ўрганилаётган объектларни алгебраик ва геометрик тилларда моделлаштириш орқали амалга оширилади.

3. Алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси математик тушунчаларни шакллантириш воситаси сифатида бўлади ва дидактик бўлимларнинг йириклашишига олиб келади.

4. Алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси таълими ривожлантирувчи ва тирбияловчи характерга эга.

б) гуруҳи. 1. Тенгламалар, тенгсизликлар ва уларнинг системаларини, ечишда алгебраик ва геометрик методлар интегрцияси асосан алгебраик методни график метод билан бирлашувида амалга оширилади.

2. Матнли (сюжетли) масалаларни ечишда алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси мазкур методларнинг бирикмаси сифатида ҳам уларнинг битта методда бојланиш сифатида ҳам амалга оширилади, яъни бу

ҳолда масаланинг геометрик моделини яшаш ва уни аналитик ечиш бўйича амал қилинади, бунда аниқ геометрик моделини яшаш ва уни аналитик ечиш йўлига амал қилинади бунда аниқ геометрик муносабатларга (тенглик, ўхшашлик, тенгдошликка асосланади.

3. Геометрик масалаларни ечишда алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси дастлаб уларни бир методда бошлаш кўринишида, кейин эса, бошқа ечиш методлари (вектор, координаталар методи, геометрик алмаштиришлар методлари ва ҳ.к) ўрганилганидан кейин эса битта масаланинг ўзини ечишнинг турли методларини бириктириш кўринишида амалга оширилади.

4. Алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси интеграцияланган дарслар шаклида ёки дарслар жуфтини – синфдан ташқари машғулот шаклида амалга оширилади.

Энди юқорида санаб ўтилган методларни акс эттирувчи интеграция тамойиллари тавсифига мурожаат қиламиз.

Анъанавий педагогикада анъанавий тамойиллар таълим жараёнининг мазмуни, ташкилий шакллари ва методларини унинг умумий мақсадлари ва қонуниятларига мувофиқ равишда аниқловчи асосий қоидалар сифатида аниқланади (М.А.Данилов, П.Н.Груздев, С.П.Баранов ва бошқалар). Бундай тушуниш эмперик тафаккур доирасида қарор топган эди.

Ҳозирги замон педагогика адабиётида таълим тамойиллари – бу таълим жараёни объектив қоидалари ва қонуниятлари кечишини акс эттирадиган ва унинг шахсни ривожлантиришга йўналганлигини аниқлайдиган бошланғич дидактик қоидалардир [36; 63-бет].

Таълим тамойилларида таълим жараёнини қуриш ва уни бошқаришга оид назарий ёндошувлар акс этади.

Таълим тамойилларини билиш ўқув жараёнини ташкил этиш, мақсадини асосли аниқлаш ва ўқув материални мазмунини асосли танлаш, ўқитиш мақсадларига адекват ўқитиш шакллари ва методларини танлаш шаклини беради. Шу билан бирга улар ўқитувчилар ва ўқувчилари ўқитиш жараёнининг

босқичлилигига риоя қилиш, ўзаро ишлаш ва ҳамкорлик қилишни амалга ошириш имконини беради.

Ҳозирги замоннинг етакчи дидакти В.И.Загвезинсайд таърифига, таълим тамойили – бу инструментал, фаолият категорияларида берилган, педагогик концепция ифодасидир. Назарий жиҳатдан бу – назариядан хулоса, тадқиқотнинг бошланиши эмас, балки унинг якуний натижасидир. Айни шунинг учун ҳам улар амалиёти лойиҳалашда йўналиш бўлиб хизмат қилади [14; 60-бет].

Шундай қилиб, тамойиллар педагог фаолиятининг илмий асосланиш, зарурий усуллари ифода қилади. Уларнинг илмий асосланганлиги бу тамойилларнинг илмий назария тартибига кириши билан кафолатланади. Бу ҳолат, бир томондан, фундаментал, объектив илмий қонунларга мувофиқ равишда ишонч билан ишлашига имкон беради, иккинчи томондан эса тамойилларнинг ўзининг нисбийлиги сабаби бўлади, чунки бир назаридан бошқасига ўтишда тамойиллар ўзгариши мумкин.

II боб бўйича хулосалар

1. Мактаб, Ал ва КХК таълимида алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси методикасини тадқиқ қилишда тизимли ёндошув ўрганилаётган феномен методик тизимининг компонентларини аниқлаш ва тавсифлаш, алгебраик ва геометрик методлар интеграциясининг билим ва онгнинг ўзаро бир-бирига кириб боришидан иборат бўлган моҳиятини назарий даражада аниқлаш имконини берди, бу эса мазкур методик тизимда шахсият компонентининг марказий ўрин эгаллашини асослаб берди.

2. Алгебраик ва геометрик методлар интеграциясининг асосий тамойиллари ҳар қандай интеграция учун хос бўлган тамойиллар (интеграция ва табақалаштиришнинг бирлиги, антропомарказланиш, маданиятга мувофиқлик) ва, шунингдек, интеграциянинг мазкур турига хос тамойилдир (ворислик, тизимлилик ва изчиллик: моделлаштириш, дидактик birlikларни

йириклаштириш; ўқувчиларнинг онглилиги ва ижодий фаоллиги, тарбиялаш; бош миёна яримшарларининг гармоник ривожланиши).

4. Алгебраик ва геометрик методлар интеграциясига ориентирланган билиш фаолиятини таҳлил қилиш бу фаолият таҳлилининг бирлигини ажратиш имконини бериши ва бу бирлик кўчириш – алгебраик ва геометрик методлар интеграция асосидаги ўқув билишида юзага келадиган янги билиш вазиятларида амалга ошириладиган билиш саъй-ҳаракатидан иборатдир. Кўчириш ва у билан бирга умумлаштириш ўқувчиларнинг билиш фаоллиги ва мустақиллигининг ривожланиши тўғрисида гувоҳлик беради, шунинг учун улар математикани ўқитиш жараёни амал қилишининг ҳар бир босқичида алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси шароитларида ўқувчиларнинг билиш фаолияти даражаларини аниқлаш имконини беради.

Шбоб.Педагогиктажриба - синов ва унинг натижаси

Қўйилган тадқиқот алгебраик ва геометрик методлар интеграциясининг тўғрилигини текшириш педагогик тажриба - синов давомида амалга оширилади. Тажриба - синовал иш Термиз шаҳрининг 16 –мактабида, 1-сон академик лицейда ва сурхондарё вилояти ўқитувчиларни қайта тайёрлаш ва малакасини ошириш институтида 2013-2014 йиллар давомида ўтказилди. Тажриба - синовда жами 60 нафар мактаб ўқувчиси, 59 - нафар 1-сон Ал ўқувчиси ва 25 нафар ЎҚТМОнинг ўқитувчиси иштирок этдилар.

Тажриба - синов биринчи босқичининг дастури (2013 январ-май ойлар) ва унинг натижалари.

Тажриба - синовда 25 атрофида ўқувчи иштирок этди. Тажриба - синовТермиз шаҳрининг 16 -сонли ўрта мактаби базасида ўтказилди. Тажриба - синовнинг муфассал дастури ва методикаси, шунингдек, тажриба - синов натижалари муаллифнинг магистрлик диссертациясида келтирилган.

Ба даврда тажриба - синовал ишнинг мақсади асосий мактаб ўқувчиларига матнли (сюжетли) масалаларни ечишни ўргатишда геометрик методдан фойдаланиш методикасининг самарадорлигини текширишидан иборат бўлди.

Олинган натижалар, агар алгебраик масалаларни геометрик ечиш методида фаолиятли компонентлари (тегишли амаллар тизимини) ажратилса ва махсус машқлар ёрдамида улар шакллантирилса, у ҳолда бу алгебра ва геометрия курслари орасида конкрет боғланишларни ўрнатиш имконини бериш ва матнли масалани ечиш методи танлашда ўқувчиларнинг имкониятларини кенгайтириш мумкинлиги тўғрисидаги гипотезани тасдиқлади.

Тажриба - синов иккинчи босқичи (2013 август-декабр ойлар) дастури ва унинг натижалари.

Тажриба - синовнинг бу босқичи 1-сон академик лицей базасида ўтказилди. Унда аниқ фанлар йўналишининг 59 та 3-босқич ўқувчилари иштирок этишди.

Тажриба - синовнинг конкрет вазифалари қуйидагилардан иборат бўлди:

1) талабаларнинг алгебраик масалаларни геометрик (шу жумладан, график) метод билан ечиш уқувини текшириш;

2) алгебрада геометрик методдан фойдаланишнинг ишлаб чиқилган методикасини бўлажак математика ўқувчиларини тайёрлаш амалиётига жорий қилиш, маърузалар ва амалий машғулотларга доир методик тавсияларни ишлаб чиқиш ва чоп этиш;

Тажриба - синовнинг бу босқичи ўқувчиларни алгебраик масалаларни геометрик усулда ечиш методига ўргатиш зарурлигини кўрсатди.

Ўқитиш жараёнида талабаларга ҳар бири 5 та алгебраик масалани ўз ичига олган 3 та индивидуал топшириқ ташкил этилди. Бу масалани геометрик метод билан ечиш методикасини ишлаб чиқиш ташкил этилди.

Фойдаланилган методиканинг самарадорлигини назорат топшириқлари натижаси кўрсатади. Ўқувчиларга 2 та назорат иши ташкил этилди. Биринчи (қайд қилувчи назорат иши геометрик тасаввурлардан фойдаланиб ечилиши лозим бўлган иккита алгебраик масалани ўз ичига олган эди. Бу назорат иши кўпчилик талабаларнинг алгебраик масалаларнинг ечилишини қидиришда геометрик методдан фойдаланишга уқувсизлигини кўрсатди. Масалан, 2013 йилда бу назорат ишини - мактаб ўқувчиларининг 36 нафар талабаси бажарди, улардан фақат 6 нафар талаба бу ишни “4” ва “5” га бажарди, бу эса 16%ни ташкил этди. Махсус курс охирида шу талабаларнинг ўзларига юқоридагига ўхшаш, бироқ юқориқ мураккаблик даражасидаги назорат иши ташкил қилинди. Шу ўқув йилида ўқувчиларнинг 90%и бу ишни “4” ва “5” га бажаришди, шу билан бирга суҳбат чоғида улардан баъзилари геометрик ечиш методи алгебраик методга қараганда ўзлари учун яқинроқлигини ва тушунарлироқ эканлигини қайд этишди.

Тажриба - синовнинг бу босқичида алгебраик матнли масалаларни ечиш методларини эгаллаш даражасининг (йиллар бўйича) бирор умумий пасайиш йўналиши ҳам кузатилди. Буни, равшанки таълим парадигмасининг ўзгариши – предметли ориентирланган таълимдан шахсиятли-ориентирланган таълимга ўтилиши билан ҳам тушунтирилиши мумкин.

Тажриба - синов 3-босқичининг дастури (2014 январ-май ойлар) ва унинг натижалари

Тажриба - синовал тадқиқотнинг 3-босқичи ЎҚТМО базасида ўтказилди, Тажриба - синовда ҳаммаси бўлиб, 25 нафар математика ўқитувчиси иштирок этишди.

Бу босқич тадқиқот мавзусининг ўрта математик таълимда янги интегратив жараёнларга туртки берган таълимнинг табақалаштирилиш муносабати билан кенгайишига олиб келди. Математика таълими назарияси ва методикасига “интеграция”, “интеграцияланган (ёки интеграл) дарс” каби янги тушунчалар кириб келди. Буларнинг ҳаммаси қуйидагиларни аниқлаш зарур қилиб қўйди: таълимда интеграцияни ўқувчилар ва ўқитувчилар қандай тушунишади; улар алгебраик метод, геометрик метод тушунчаларига қандай маъно берадилар; қандай алгебраик ва геометрик методларни билишади; геометрик масалаларни ечишда алгебраик методлардан ва алгебраик масалаларни ечишда геометрик методлардан фойдаланишади; ўқув ахборотини алгебраик тилдан геометрик тилга ва геометрик тилдан алгебраик тилга ўтказа олишадими ва ҳ.к.

Бу саволларга жавоб олиш учун биз ўқитувчилар орасида анкета сўрови ўтказдик (анкеталарнинг мазмуни 5- ва 6-иловаларда келтирилган).

Анкета сўрови натижалари қуйидагиларни кўрсатди: улардан кўпчилиги алгебрани афзал билишди, 25 нафар ўқитувчидан фақат 10%и алгебрага қараганда геометрияни яхшироқ билишларин қайд этишди, ўқитувчиларнинг 4%и иккала предметни бир хил билишларини қайд этишди. Сўралганларнинг 80%и ўрганилаётган алгебраик ва геометрик методларнинг номини айтиша олишмади. Булар эса таълим жараёнида методлар даражасидаги билимларнинг ўзлаштирилиши содир бўлмаётганлигидан гувоҳлик беради.

Ўқитувчиларнинг 87%и матнли масалаларни иррационал тенгламалар ва тенгсизликларин, модулли тенгламалар ва тенгсизликларни, параметрли тенгламалар ва тенгсизликларни ечишда геометрик билимлар ва геометрик тасаввурлардан фойдаланишларини айтишди. Ўқитувчиларнинг 95%и алгебрадаги билимларни фақат ҳисоблашга доир геометрик масалаларниги

ечишда фойдаланишади, улардан исботлашга доир масалаларни ечишда фойдаланишмайди. Деярли ҳамма ўқитувчилар масалани турли (алгебраик ва геометрик) методлар билан камдан-кам ечишларини айтишди.

Бу босқичдаги назарий тадқиқотимиз давомида биз қуйидаги хулосага келдик: **таълимда алгебраик ва геометрик методларни ўқувчиларнинг мос равишда алгебраик ёки геометрик билимлар тизимига ва геометрик тасаввурларга асосланган билиш фаолияти методлари сифатида қаралиши лозим.** Бу алгебраик ва геометрик методлар таснифини ўтказиш ҳамда уларнинг интеграцияси тушунчасини таърифлашимизга имконини беради.

Алгебраик масалаларни ечишда геометрик методдан фойдаланиш бўйича фаолиятнинг эгалланиши кўрсаткичи сифатида тўғрилиқ коэффициенти танлаб олинди. Бунда биз қуйидагича: алгебраик масалаларни геометрик моделлар ёрдамида ечиш маълум амаллар кетма-кетлигини бажарилишини тақозо қилишини, тўғрилиқ коэффициенти эса $K_{\delta^2} = \frac{n}{N}$ формула бўйича ҳисобланишига асосландик, бу ерда n – текширилган амаллардан тўғри бажарилганлари сони; N – текшириладиган амаллар сони.

Назорат ишлари натижаларини келтирамиз (ишларнинг мазмуни (битта вариант бўйича) 7-иловада берилган).

1-N назорат иши (7-синф)

Назорат иши битта алгебраик масалани ўз ичига олади ва уни 2 та метод: алгебраик ва геометрик методлар билан ечиш ташкил этилади (икки ўлчовли диаграмма ёрдамида).

Ишнинг мақсади - чизикли тенгламаларни тузишга доир масалаларни ечишда ўқувчиларда икки ўлчовли диаграммалардан фойдаланишнинг тўғрилиги сифатини текшириш (-жадвал) ҳамда методни алоҳида ва иккила методни – алгебраик ва геометрик методнинг эгалланганлигини тавсифловчи микдорий кўрсаткичларни аниқлаш (-жадвал).

7-синф ўқувчиларининг алгебраик масалани (1-Н) ечишда
икки ўлчовли диаграммадан фойдаланишнинг тўғрили
даражалари бўйича тақсимооти

Даражалар Ўқувчилар сони	юқори	ўрта	паст
Мутлоқ бирликларда	16	3	6
Шунинг ўзи, %	6	1	2

Назорат иши натижаларининг кўрсатишича, ўқувчиларнинг асосий қисми
алгебраик масалани геометрик ечиш методини эгаллаганлар.

7-синф ўқувчиларининг масалани алгебраик ва геометрик
методлар билан ечишлари бўйича тақсимооти (1-Н)

Масалани ечиш методи	Масалани мазкур метод бўйича тўғри ечган ўқувчилар сони
алгебраик	8
геометрик	6
алгебраик ва геометрик	6

9-жадвалдан кўриниб турганидек, ўқувчиларнинг 60%и иккила методни
эгаллашган ва, демак, бу турдаги масалани ечиш методини танлаш имкониятига
эга бўлишган. Ўқувчиларнинг 3%и геометрик методни алгебраик методга
қараганда яхшироқ ўзлаштиришган.

II. Назорат иши Н-2 (-синф)

Назорат иши рационал тенгламани тузишга доир битта матнли масалани ўз ичига олади ва уни ечиш икки метод – алгебраик ва геометрик методлар билан ечиш талаб қилинади (чизиқли диаграмма ёрдамида). Ишнинг мақсади: 7-синфда тажриба - синов давомида қўйилган мақсадга ўхшишдир. Назорат ишининг натижалари - ва -жадвалларда келтирилган.

9-жадвал натижаларининг кўрсатишича, ўқувчиларнинг 86%и геометрик методдан фойдаланиш тўғрилигининг юқори ва ўрта даражаларига эгалар, демак, ишлаб чиқилган методика ўқувчиларнинг матнли масалаларни ечишнинг математик методи билан бир қаторда геометрик методини ҳам эгаллашларига ёрдам беради.

9-синф ўқувчиларининг алгебраик масалани (2-Н) ечишда икки ўлчовли диаграммадан фойдаланишнинг тўғрили даражалари бўйича тақсимооти

9-жадвал

Даражалар Ўқувчилар сони	юқори	ўрта	паст
Мутлоқ бирликларда	16	2	4
Шунинг ўзи, %	7	1	2

7-синф ўқувчиларининг масалани алгебраик ва геометрик методлар билан ечишлари бўйича тақсимооти (1-Н)

10-жадвал

Масалани методи	ечиш	Масалани мазкур метод бўйича тўғри ечган ўқувчилар сони
алгебраик		7
геометрик		7
алгебраик геометрик	ва	6

10 -жадвалда келтирилган натижаларнинг кўрсатишича, ўқувчиларнинг 66%и иккала методни эгаллашган ва келгусида бу каби масалаларни ечишда ечиш методини танлаш имкониятига эгалар. Ўқувчиларнинг 4%и геометрик методни алгебраик методга қараганда яхшироқ ўзлаштирдилар. Бу уларга геометрик метод яқинроқ эканлигин, уларда образли тафаккур яхши ривожланганлиги кўрсатади.

III. Назорат иши Н-3 (-синф)

Назорат иши иккита масалани ўз ичига олади: модулли тенгсизлик – уни алгебраик ва график метод билан ечиш талаб қилинади ҳамда иккита тенглама (улардан бири иккинчи даражали тенгламалар) тузишга доир матнли масала. Масалани ўқувчиларнинг хоҳиши бўйича алгебраик ёки геометрик метод билан ечиш талаб қилинади. Бу назорат ишининг бажарилиши натижалари тўғрисидаги маълумотлар ва -жадвалларда келтирилган.

-жадвалда келтирилган маълумотлар ўқувчиларнинг кўпчилиги (80%) модулли тенгсизликларни ечишнинг график методини эгаллаганликларин кўрсатади. Бироқ ўқувчиларнинг анча катта қисми (38%) методни эгаллагнинг ўрта даражасидагилар. Бунда асосий хатоликлар: битта ёки иккила графикни аниқмас яшаш, графиклардан бирини нотўғри яшаш. Йўл қўйилган хатоликларнинг сабабларидан бири, бизнинг фикримизча. шундаки, ўқувчилар -синфда графикларни кўпинча схематик ясашади, шунинг учун графикни аниқ яшаш малакаси бўшроқ бўлади.

9-синф ўқувчиларининг тенгсизликларни график метод

(3-Н) ечишги эгаллаш даражалари бўйича тақсимооти

11-жадвал

Даражалар Ўқувчилар сони	юқори	ўрта	паст
Мутлоқ бирликларда	12	11	6

Шунинг ўзи, %	4	3	2
---------------	---	---	---

9-синф ўқувчиларининг тенгсизликларни алгебраик ва
геометрик методлар билан ечишлари бўйича тақсимооти

12-жадвал

Масалани ечиш методи	Тенгсизликни мазкур метод бўйича тўғри ечган ўқувчилар сони
алгебраик	6
геометрик	7
алгебраик ва геометрик	6

Бу жадвалдан кўриниб турганидек, ўқувчиларнинг 63%и иккила методни эгаллашган ва, демак, модулли тенгсизликларни ечиш методини танлаш имкониятига эгадирлар. Ўқувчиларнинг 9%и геометрик методни алгебраик методга қараганжа яхшироқ ўзлаштиришган.

13-жадвал

9-синф ўқувчиларининг матнли масалани ечишнинг график-геометрик методини эгаллаш даражалари бўйича тақсимооти

Даражалар Ўқувчилар сони	юқори	ўрта	паст
Мутлоқ бирликларда	12	11	6
Шунинг ўзи, %	4	3	2

Жадвалдан кўриниб турганидек, ўқувчиларнинг 41%и методни эгаллашнинг паст даражасидалар (мазкур ҳолда биз паст даража масалани алгебраик метод билан ечган ўқувчиларни киритдик)

13-жадвалдан кўриниб турганидек, масалани ечишда кўпроқ сондаги ўқувчилар алгебраик методга қараганда (30%) график-геометрик методни (61%) танлашган. Бу далил эса бу каби масалаларни ечишда геометрик метод алгебраик методга қараганда ўқувчиларга яқинроқдир. Бу эса, ўз навбатида, ўқувчиларга турли методларни ўргатиш ва уларга алгебраик масалани ечиш методини танлаш ҳуқуқини бериш зарурлиги тўғрисида гувоҳлик беради.

Шундай қилиб, ўқитиш тажриба - синови қуйидагиларни кўрсатди:

1) алгебрани ўқитиш жараёнида алгебраик ва геометрик методлар интеграциясининг ишлаб чиқилган методикаси ўқитувчига ўқувчиларда алгебраик метод билан бир қаторда геометрик методни ҳам шакллантириш имконини беради, бунда уларнинг кўпчилиги бу методларни эгаллашнинг юқори ва ўрта даражаларига эришадилар;

2) алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси ўқувчилар математика ва унинг методлари тўғрисида яхлит тасаввурларни шакллантириш воситаси бўлади;

3) яратилган методика ўқувчиларнинг ижодий қобилиятларини ривожлантиришга йўналтирилган, чунки геометрик методни эгаллаб, алгебраик масалани ечиш методини ўз тафаккур стилларининг хусусиятларига мувофиқ равишда танлаш имкониятига эга бўладилар; тажриба - синов давомида ўқувчилар геометрик методни алгебраик методга қараганда яхшироқ эгалладилар, бу эса улар учун бу метод алгебраик методга нисбатан кўпроқ тушунарли эканлиги тўғрисида гувоҳлик беради.

Тажриба - синов бўйича хулсалар

1. Алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси мактаб ўқувчиларида яхлит математик билимларни шакллантириш имконини беради ва уларни алгебраик ва геометрик характердаги фаолиятга бир вақтда олиб киради. Тушунчаларни турли тилларда: алгебраик ва геометрик тилларда талқин қилиниши ўқувчиларнинг билимларидаги формализмнинг олдини олади ва ўрганилаётган материални тушунишга йўналтирилган бўлади.

2. Теоремаларни ўрганишда битта дарсда турли исботларни (аналитик, геометрик ва интеграцияланган исботлар) назарда тутадиган интеграцион ёндошув битта геометрик объектнинг ўзини турлича талқинларда, муносабатларда ва боғланишларда англанишига олиб келади, шу сабабли ўқувчиларда у тўғрисида яхлит тасаввур яратилади. Бундан ташқари, улар ижодий характердаги фаол билиш фаолиятига кирадилар.

3. Алгебра ва геометрия орасидаги боғланишларни ўрнатиш йўлларида бири матнли масалаларни ечишда масаланинг геометрик модели (ечувчи ёки ёрдамчи модели) тузилишини ва унинг аниқ геометрик муносабатларга (тенглик, ўхшашлик, тенгдошлик ва бошқаларга) асосланадиган аналитик ечилишини назарда тутувчи геометрик методдан фойдаланишдан иборат. Геометрик метод бунда бир ўлчовли ва икки ўлчовли диаграммаладан, чизиқли функцияларнинг графикларидан фойдаланиш методларини ўз ичига олади.

4. Геометрик масалаларни ечишнинг алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси $\Gamma \rightarrow A$ йўналганликка эга ва у геометрик масала алгебра тилига ўтказилишини ва кейин уни ечиш тенглама, тенгсизлик ёки уларнинг системаларини ечиўша келтирилишини англатади. Геометрик масалани алгебраик тилга ўтказишнинг келтирилишини англатади. Геометрик масалани алгебраик тилга ўтказишнинг асосий методлари учбурчакларнинг ўхшашлиги методи, айланалар методи, юзлар методи ва бошқалардан фойдаланишидан иборатдир.

Геометрия курсида алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси уларни бир методга боғлаш (бу ҳолда геометрик масалани ечишнинг турли методларига: алгебраик ва геометрик методларимга эга бўламиз) билан содир бўлиши мумкин. Геометрик масалаларни турли методлар билан ечилиши ва улардан рационалининг танланиши ўқувчилар ижодий тафаккурининг шаклланишига ёрдам беради.

Ўтказилган педагогик тажриба - синов математикани ўқувчилар билиш фаолиятининг жадаллашувига, ижодий қобилиятларининг ривожланишига, математика ва унинг методлари тўғрисида яхлит тасаввурларнинг шаклланишига олиб келадиган алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси асосида ўқитишнинг ишлаб чиқилган методикасининг самарадорлигини кўрсатди.

Умумий хулоса

Ўтказилган тадқиқотимиз математиканинг мактабда ўрганиладиган иккита асосий бўлими – алгебра ва геометрия, шунингдек, оламни билишнинг ўз методларини элтувчилари ҳам эканлиги тўғрисидаги қоидага асосланади. Бу методларни ўрганиш ва ўзлаштириш жуда муҳим мақсадидир. Бирок математика тарихи алгебраик ва геометрик методлар ўзларининг эволюцияси жараёнида узвий ўзаро боғланишда бў келганлигидан гувоҳлик беради. Айни шу ўзаро боғланиш мактаб математика курсида ўз аксини топиши, ўқувчиларга математик билимнинг қарор топишини ўқувчиларга кўрсатиши, уларни математик “кашфиётларнинг” иштирокчиларига айлантириши лозим.

Математикани ўрганишга бундай ёндошув, унинг билиш методларининг ташкил этувчиларини ўрганиш воситасида ўқувчиларнинг фақат математик ривожланишигагина эсвч, бвлум умумий, интеллектуал ва маланий ривожланишларига ҳам таъсир этиш имконини беради.

Шундай қилиб, математика таълимидаги ҳамма йўналишлар (математик тушунчаларни шакллантириш, теоремаларни исботлаш, тенгламалар, тенгсизликлар ва уларнинг системаларини ечиш, матнли масалаларни ечиш, геометрик масалаларни ечиш) алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси воситасида амалга оширилади ва у ўқувчиларни яхлит билимларни шакллантириш ва ижодий қобилиятларини ривожлантиришга йўналтирилган.

ИЛОВАЛАР

**Алгебраик ва геометрик методлар интеграцияси
матрицаси ($G \rightarrow A$)**

1-илова

М Е Т О Д Л А Р

I. Айнан алмаштиришлар методи

- 1) арифметик амаларнинг хоссаларига асосланган метод (қўшиш ва айиришнинг ўрин алмаштириш, гуруҳлаш қонуни, қўпайтиришнинг қўшишга нисбатан тақсимот қонуни);
- 2) қавсга олиш ва қавсдан чиқариш қоидаларига асосланган метод;
- 3) натурал кўрсаткичли даражанинг хоссаларига асосланган метод;
- 4) бирҳадлар ва қўпҳадлар билан амаллар бажаришга асосланган метод;
- 5) ўхшаш ҳадларни ихчамлаштириш методи;
- 6) қўпҳадларни қўпайтувчиларга ёйиш методи;
- 7) алгебраик касрлар билан амалларга асосланган метод;
- 8) сонли тенгсизликларнинг хоссаларига ҳамда қўшиш ва айириш амалларига асосланган метод;
- 9) квадрат илдизлар билан амаллар бажаришга асосланган метод;
- 10) рационал кўрсаткичли даражанинг хоссаларига асосланган метод;
- 11) тригонометрик функцияларни айнан алмаштиришларга асосланган метод
- 12) тригонометрик ифодаларни айнан алмаштиришлар методи;
- 13) логарифмнинг хоссаларига ва асосий логарифмик айниятга асосланган метод;
- 14) элементар функциялар ҳосилалари ва дифференциаллаш хоссаларига асосланган метод;
- 15) бошланғич функциялар жадвалига ва бошланғич функцияларни топиш қоидаларига асосланган метод.

Тенгламалар ва тенгсизликлар методи

- 1) бир ўзгарувчили чизиқли тенгламани тузиш ва ечиш методи;
- 2) иккита ўзгарувчили иккита чизиқли тенгламани тузиш ва ечиш методи;
- 3) бир ўзгарувчили биринчи даражали тенгсизликни тузиш ва ечиш методи;
- 4) бир ўзгарувчили биринчи даражали тенгсизликлар системасини тузиш ва ечиш методи;
- 5) квадрат тенгламани тузиш ва ечиш методи;
- 6) бири иккинчи даражали тенглама бўлган иккита тенглама системасини тузиш ва ечиш методи;
- 7) квадрат тенгсизликни тузиш ва ечиш методи;
- 8) даражали тенглама ва тенгсизликни тузиш ва ечиш методи;
- 9) кўрсаткичли тенглама ва тенгсизликни тузиш ва ечиш методи;
- 10) кўрсаткичли тенгламалар ва тенгсизликларни тузиш ва ечиш методи;
- 11) логарифмик тенглама ёки тенгсизликни тузиш ва ечиш методи;
- 12) логарифмик тенгламалар ёки тенгсизликларни тузиш ва ечиш методи;
- 13) тригонометрик тенглама ёки тенгсизликни тузиш ва ечиш методи;
- 12) тригонометрик тенгламалар ёки тенгсизликларни тузиш ва ечиш методи;

Функционал метод

- 1) чизиқли функциянинг хоссаларига асосланган метод;
- 2) квадрат функциянинг хоссаларига асосланган метод;
- 3) даражали функциянинг хоссаларига асосланган метод;
- 4) кўрсаткичли функциянинг хоссаларига асосланган метод;
- 5) логарифмик функциянинг хоссаларига асосланган метод;
- 6) тригонометрик функциянинг хоссаларига асосланган метод;
- 7) функцияларнинг монотонлик хоссаларига асосланган метод.

Вектор методи

- 1) векторлар тенглилига асосланган метод;
- 2) текисликдаги ва фазодаги векторларни қўшиш хоссаларига асосланган метод;
- 3) текисликдаги ва фазодаги векторларни айириш хоссаларига асосланган метод;;
- 4) векторни (текисликдаги ва фазодаги) сонга кўпайтиришқоидасига ва хоссаларига асосланган метод;
- 5) векторларнинг скаляр кўпайтмаси ва унинг хоссаларига асосланган метод;
- 6) учта векторнинг компланарлик хоссасига асосланган метод;
- 7) векторни учта компланар вектор бўйича ёйишга асосланган метод.

Узунликлар методи

- 1) кесма узунлигининг хоссаларига асосланган метод;
- 2) айлананинг узунлигининг тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

Учбурчаклар методи

- 1) учбурчаклар тенглигининг 1-аломатига асосланган метод;
- 2) учбурчаклар тенглигининг 2-аломатига асосланган метод;
- 3) учбурчаклар тенглигининг 3-аломатига асосланган метод;
- 4) параллел тўғри чизиқларни кесувчи кесиб ўтганда ҳосил бўлган бурчакларнинг хоссаларига асосланган метод.

Учбурчакнинг томонлари ва бурчаклари орасидаги муносабатлар методи

- 1) учбурчак бурчакларининг йиғиндиси тўғрисидаги теоремага асосланган метод;
- 2) учбурчак ташқи бурчагининг хоссасига асосланган метод;
- 3) учбурчакнинг томонлари ва бурчаклари орасидаги муносабатларга асосланган метод;
- 4) учбурчакнинг тенгсизлиги тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

5) тўғри бурчакли учбурчакнинг хоссаларига асосланган метод;

6) тўғри бурчакли учбурчакларнинг гипотенуза ва ўткир бурчак бўйича тенглик аломатига асосланган метод;

7) тўғри бурчакли учбурчакларнинг гипотенуза ва катет бўйича тенглик аломатига асосланган метод.

Тўртбурчаклар методи

1) параллелограммнинг хоссаларига асосланган метод;

2) параллелограммнинг аломатларига асосланган метод;

3) тўғри тўртбурчакнинг хоссасига (диагоналлари тенглиги хоссасига) асосланган метод;

4) ромбнинг хоссасига (диагоналлари хоссасига) асосланган метод;

5) квадратнинг хоссасига асосланган метод.

Юзлар методи

1) юзнинг хоссаларига асосланган метод;

2) тўғри тўртбурчакнинг юзи тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

3) параллелограммнинг юзи тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

4) учбурчакнинг юзи тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

5) тенг бурчакка эга бўлган учбурчаклар юзларининг нисбати тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

6) трапециянинг юзи тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

7) Пифагор теоремасига асосланган метод;

8) Пифагор теоремасига тескари теоремага асосланган метод;

9) доира ва доиравий секторнинг юзи тўғрисидаги теоремага асосланган метод.

Учбурчакларнинг ўхшашлиги методи

1) учбурчаклар ўхшашлигининг 1-аломатига асосланган метод;

2) учбурчаклар ўхшашлигининг 2-аломатига асосланган метод;

3) учбурчаклар ўхшашлигининг 3-аломатига асосланган метод;

4) иккита ўхшаш учбурчак (кўпбурчак) периметрларининг нисбатига асосланган метод;

5) иккита ўхшаш учбурчак (кўпбурчак) юзларининг нисбатига асосланган метод;

6) учбурчакнинг ўрта чизиғи тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

7) тўғри бурчакли учбурчакнинг тўғри бурчаги учидан ўтказилган баландлигининг хоссасига асосланган метод;

Тригонометрик метод

1) тўғри бурчакли учбурчакнинг томонларини тригонометрик функциялар орқали ифодаловчи формулаларга асосланган метод;

2) синуслар теоремасига асосланган метод;

3) косинуслар теоремасига асосланган метод.

Айланалар методи

1) ҳар қандай тўғри тўртбурчакка ташқи чизилган айлананинг ягоналиги тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

2) ҳар қандай мунтазам кўпбурчакка ички чизилган айлананинг ягоналиги тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

3) ватарга перпендикуляр диаметр тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

4) ватарлар ва ёйлар орасидаги боғлиқликка асосланган метод;

5) параллел векторлар орасида ётган ёйларнинг хоссасига теоремага асосланган метод;

6) айланага уринма тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

7) уринма ва унга параллел ватар орасида ётган ёйларнинг хоссаси тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

8) айланага битта нуқтадан ўтказилган уринмаларнинг хоссасига асосланган метод;

9) ички чизилган бурчак тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

10) уринма ва вектор ҳосил қилган бурчак тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

11) марказий бурчакнинг хоссасига асосланган метод.

Геометрик алмаштиришлар методи

- 1) параллел кўчиришдан фойдаланишга асосланган метод;
- 2) бурчакдан кўчиришдан фойдаланишга асосланган метод;
- 3) ўқ симметриясига асосланган метод;
- 4) марказий симметрияга асосланган метод;
- 5) гомотетия ва ўхшашликка асосланган метод;
- 6) ҳаракатнинг хоссаларига асосланган метод.

График метод

- 1) чизикли функцияни график тасвирлашга асосланган метод;
- 2) квадрат функцияни график тасвирлашга асосланган метод;
- 3) даражали функцияни график тасвирлашга асосланган метод;
- 4) кўрчаткичли функцияни график тасвирлашга асосланган метод;
- 5) логарифмик функцияни график тасвирлашга асосланган метод.

Параллел тўғри чизиклар ва текисликлар методи

- 1) параллел тўғри чизиклар тўғрисидаги теоремага асосланган метод;
- 2) иккита тўғри чизикнинг учинчи тўғри чизикқа параллеллиги тўғрисидаги теоремага асосланган метод;
- 3) тўғри чизик ва текисликнинг параллеллик аломатига асосланган метод;
- 4) айқаш тўғри чизиклар аломатига асосланган метод;
- 5) айқаш тўғри чизиклар тўғрисидаги теоремага асосланган метод;
- 6) иккита текисликнинг параллеллик аломатига асосланган метод;
- 7) параллел текисликларнинг хоссаларига асосланган метод.

Перпендикуляр тўғри чизиклар ва текисликлар методи

- 1) тўғри чизик ва текисликнинг перпендикулярлик аломатига асосланган метод;
- 2) текисликка перпендикуляр тўғри чизик тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

3) уч перпендикуляр тўғрисидаги теоремага ва унга тескари теоремага асосланган метод;

4) иккита текисликнинг перпендикулярлиги аломатига асосланган метод.

Кўпёқлар методи

1) тўғри бурчакли учбурчаклар тўғрисидаги билимларга асосланган метод;

2) призма тўғрисидаги билимларга асосланган метод;

3) пирамида тўғрисидаги билимларга асосланган метод.

Айланиш жисмлари методи

1) цилиндр тўғрисидаги билимларга асосланган метод;

2) конус тўғрисидаги билимларга асосланган метод;

3) сфера тўғрисидаги билимларга асосланган метод.

Ҳажмлар методи

1) жисмларнинг ҳажмлари тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

2) тўғри призма ҳажми тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

3) цилиндр призма ҳажми тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

4) оғма призма ҳажми тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

5) пирамида ҳажми тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

6) кесик конус ҳажми тўғрисидаги теоремага асосланган метод;

7) шар ҳажми тўғрисидаги теоремага асосланган метод.

Координата методи

1) кесма ўртасининг координаталарини топиш формуласига асосланган метод;

2) векторнинг узунлигини унинг координаталари бўйича ҳисоблаш формуласига асосланган метод;

3) ўзининг координаталари билан иккита нуқта орасидаги масофа формуласига асосланган метод;

4) координатаси билан берилган векторларнинг скаляр кўпайтмаси формуласига асосланган метод;

5) айлана тенгламасини тузишга асосланган метод;

6) тўғри чизик тенгламасини тузишга асосланган метод.

2-илова

1-анкета (ўқитувчилар учун)

1. “Интеграция” сўзини сиз қандай тушунаси?

2. Сиз ўқувчилар билан алгебраик масалаларни геометрик метод (шу жумладан, график метод) билан ечасизми? (+ ёки – белгиси қўйинг)

3. Сиз ўқувчилар билан геометрик масалаларни алгебраик метод билан ечасизми? (+ ёки – белгиси қўйинг)

4. Сиз ўқувчилар билан битта теореманинг ўзини турли методлар: алгебраик (аналитик) (координата, вектор, тригонометрик) методлар, геометрик методлар (учбурчаклар методи, юзлар методи, айланалар методи, сов конструктив методлар ва бошқ.) билан исботлайсизми?

(+ ёки – белгиси қўйинг)

5. Қайси алгебраик масалаларни сиз ўқувчилар билан бир вақтда алгебраик ва геометрик (шу жумладан, график) методлар билан ечасиз?

1) чизикли тенгламалар ва тенгсизликлар;

2) иккита номаълумли чизикли тенгламалар системалари;

3) квадрат тенгламалар ва тенгсизликлар;

4) иррационал тенгламалар ва тенгсизликлар;

5) модулли тенгламалар ва тенгсизликлар;

6) параметрли тенгламалар ва тенгсизликлар;

7) матнли масалалар.

(+ ёки – белгиси қўйинг)

6. Қайси геометрик масалаларни сиз ўқувчилар билан билан бир вақтда алгебраик ва геометрик методлар билан ечасиз?

1) ҳисоблашга доир масалалар;

2) исботлашга доир масалалар;

3) ясашга доир масалалар.

(+ ёки – белгиси қўйинг)

7. Янги алгебраик ёки геометрик тушунчани киритишда сиз унинг талқинини бир вақтда (бир дарсда) табиий, алгебраик (харфий-символик) ва геометрик тилларда берасизми?

(+ ёки – белгиси қўйинг)

8. Сиз ўқувчиларни ўқув ахборотини алгебраик тилдан геометрик тилга ёки геометрик тилдан алгебраик тилга ўтказишни ўргатасизми?

(+ ёки – белгиси қўйинг)

9. Алгебранинг геометрия билан интеграцияланган дарсларини ўтказасизми? Бу дарслар қайси тилда бўлади?

1) янги материални ўрганиш дарси;

2) ўрганилганларни мустаҳкамлаш дарси;

3) билимлар, ўқувлар ва малакаларни мустаҳкамлаш дарси;

4) ўрганилган материални умумлаштириш ва тизимлаштириш дарси (+ ёки – белгиси қўйинг)

2-анкета (ўқувчилар учун)

1. Сиз қайси предметни яхши эгаллагансиз? (+ ёки – белгиси қўйинг)

а) алгебра; б) геометрия; в) иккила предметни ҳам.

2. Сиз масалаларни ечишнинг қайси алгебраик методларини биласиз? (айтиб беринг)

3. Сиз масалаларни ечишнинг қайси геометрик методларини биласиз? (санаб беринг)

4. Сиз “интеграция” сўзини қандай тушунасиз? (айтиб беринг).

5. Сиз қайси алгебраик масалаларни ечишда геометрик билимлардан фойдаланасиз?

(+ ёки – белгиси қўйинг)

1) чизиқли тенгламалар ва тенгсизликлар;

2) квадрат тенгламалар ва тенгсизликлар;

3) иррационал тенгламалар ва тенгсизликлар;

4) модулли тенгламалар ва тенгсизликлар;

6) параметрли тенгламалар ва тенгсизликлар;

7) матнли масалалар.

6. Қайси геометрик масалаларни сиз алгебраик билимлардан фойдаланасиз? (+ ёки – белгиси қўйинг)

1) ҳисоблашга доир масалалар;

2) исботлашга доир масалалар;

3) яшашга доир масалалар.

7. Битта алгебраик масалани ўзини сиз турли методлар: алгебраик ва геометрик методлар (шу жумладан, график метод) билан ечасизми? (+ ёки – белгиси қўйинг)

8. Битта геометрик масалани ўзини сиз турли методлар: алгебраик ва геометрик методлар билан ечасизми? (+ ёки – белгиси қўйинг)

9. Қуйидаги тушунчаларни талқинини у тилда – табиат, алгебраик ва геометрик тилда бериб, жадвални тўлдириг (1-анкетага қ.).

3-илова

Ўқитиш, тажриба - синовдаги назорат ишлари мазмуни

(битта вариантдан)

1-Н назорат иши (7-синф)

Масалани турли методлар – алгебраик ва геометрик методлар (чизиқли диаграмма ёрдамида) билан ечинг.

Масала. Поезд А ва В шаҳарлар орасидаги масофани жадвал бўйича 2 соатда босиб ўтиши керак. Бироқ у А шаҳардан чиқишда 15 мин ушлаб қолди, шунинг учун В шаҳарга ўз вақтида етиб келиши учун тезлигини 10 км/соатга оширди. Шаҳарлар орасидаги масофани топинг.

2-Н назорат иши (8-синф)

Масалани икки метод – алгебраик ва геометрик методлар (икки ўлчовли диаграмма ёрдамида) билан ечинг.

Масала. Поезд 54 км масофани босиб ўтган эди. 14 км йўлни босиб ўтганидан кейин у семафор олдида 8 мин ушланиб қолди. Шундан кейин у тезлигини 10 км/соатга ошириб, манзилга жадвал бўйича етиб кеди. Поезднинг бошланғич тезлигини топинг.

3-Н назорат иши (9-синф)

1. Тенгсизликни икки усул – алгебраик ва геометрик методлар билан ечинг:

$$|x-1|+|x+1|=4.$$

2. Масалани ечинг.

Масала. Иккита поезд орасидаги масофа 45 км га тенг бўлган М ва N пунктлардан йўлга бир вақтда чиқишди ва 20 минутдан кейин учрашишди. М дан чиққан поезд N пунктга иккинчи поезд М пунктга келишидан 9 минут олдин етиб келади. Ҳар бир поезднинг тезлиги қандай?

(Масалани ечиш методини ўқувчиларнинг ўзлари танлашади).

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати

1. O'zbekiston Respublikasi Konstitusiyasi.- T.: O'zbekiston, 2012. - 40 b.
2. I.A.Karimov. Mamlakatimizda demokratik islohotlarni yanada chuqurlashtirish va fuqarolik jamiyatini rivojlantirish konsepsiyasi: O'zbekiston Respublikasi Oliy Majlisi Qonunchilik palatasi va Senatining qo'shma majlisidagi ma'ruzasi. T.: O'zbekiston, 2010. – 56 b.
3. I.A.Karimov. Jahon moliyaviy-iqtisodiy inqirozi, O'zbekiston sharoitida uni bartaraf etishning yo'llari va choralari. – T.: O'zbekiston, 2009. – 56 b.
4. I.A.Karimov. Barcha reja va dasturlarimiz Vatanimiz taraqqiyotini yuksaltirish, xalqimiz farovonligini oshirishga xizmat qiladi: 2010 yilda mamlakatimizni ijtimoiy-iqtisodiy rivojlantirish yakunlari va 2011 yilga mo'ljallangan eng muhim ustuvor yo'nalishlarga bag'ishlangan O'zR Vazirlar Mahkamasining majlisidagi ma'ruzasi. – T.: O'zbekiston, 2011. – 48 b.
5. A.Azlarov., H.Mansurov. Matematik analiz. – T.: 2006 y.-420 b.
6. Жураев Т.Ж., Худойбергенов Р.Х., Ворисов А.К., Мансуров Х., Олий математика асослари, - T.: Ўзбекистон, 1999. -320 б.
7. O'zbekiston Respublikasi Prezidenti I.A.Karimovning 6 dekabr 2013 yilda O'zbekiston Respublikasi konstitutsiyasining 21 yilligiga bag'ishlangan ma'ruzasi. 120 b.
8. Аверьянов А.Н. Системное познание мира: Методологические проблемы. – М.: Политиздат. 1985. – 263 с.
9. Александров А.Д. О геометрии//математика в школе. – 1980. № 3. – с. 56 – 62.
10. Александров А.Д. Геометрия. БСЭ.3 изд., т.6. – М., 1971. с. 309 – 313.
11. Большой энциклопедический словарь. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1998. – 1456 с.
12. БСЭ. Т.6. – М., 1971.
13. Всемирная энциклопедия: Философия/ главн. науч.ред. и сост.А.А. Гри-цанов. – М.: АСТ, Мн.: Харвест, Современный литератор, 2001. – 1312 с.

14. Данилюк А.Я. Теория интеграции образования. – Ростов Н1Д: Изд-во Рост.пед.ун-та. – 2000. – 440 с.
15. Дидактика средней школы/ Под ред. М.А.Данилова, М.Н.Скатиной. – М., 1975. – 303 с.
- 16.Дидактика средней школы: Некоторые проблемы современной Дидактики/ Под ред.М.Н. Скатиной. – 2 –е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1982. – 319 с.
17. Ермаков В.И.«Общий курс высшей математика для экономистов». – Н: 2010 г.-656 с.
18. Зинченко В.П. О целях и ценностях образования// Педагогика. – 1997. № 5, - с. 3 – 16.
19. Зверев И.Д. Состояние и перспективы разработки проблемы методов обучения в современной школе//Проблемы методов обучения в современной общеобразовательной школе. – М.: Педагогика, 1980. – с. 5 – 16.
20. Леднев В.С. Содержание образования: сущность, структура, перспективы. – 2 –е изд. Высш.шк.,1991.224с .–М.
- 21.Ле Корбюзье Градостроительство// Ле Корбюзье. Архитектура XX века. – М., 1977, - 25 с.
- 22.Мантик научного исследования. – М., 1965.
23. Лернер И.Я. Процесс обучения и его закономерности. – М.: «Знание», 1980. – 96 с.
24. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учеб.пособие для студ.мат.спец.пед.вузов и ун-тов. – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.
25. Математическая энциклопедия. Т.1. – М., 1977.
26. Саранцев Г.И. О методике решения планиметрических задач // Преподавание геометрии в 6 – 8 классах. – М.: Просвещение, 1979. – с. 84 – 125.

27.Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учеб.пособие для студентов физ-мат.фак.пед.ин-тов/В.А.Оганесян, Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин и др. – М.: Просвещение, 1980. – 368 с.

28.Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учеб.пособие для студентов пед.ин-тов; сост. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. – М.: Просвещение, 1985. – 336 с.

29. Рыбников К.А. Возникновение и развитие математической науки: Кн.для учителя. – М.: Просвещение, 1987. – 159 с.

30. Основы дидактики/ Под ред. Б.П. Есипова. – М., 1967

31. Плакатина О.И. Методика формирования методов решения задач // Примеры активизации и обучения математике. – Л.: ЛГПИ им. А.И. Герцена, 1985. – с. 45 – 59.

32.Философский словарь1Под ред. М.М. Розенталя. – М. 1972.

33. Философская энциклопедия, т.3. – М., 1960 – 1970.

34. Шапоринский С.А. Обучение и научное познание. – М.: Педагогика, 1981. – 208 с.

35.Шамова Т.И. Активизация учения школьников. – М.: Педагогика, 1982. – 208 с.

36. Шиянов Е.Н., Котова И.Б. Развитие личности в обучении: Учеб.пособие для студ.пед.вузов. – М.: Издательский центр «Академия», 2000. – 288 с.

37. ТДИУ веб сайт - www.tgeu.uz .

38. Российская Государственная библиотека - <http://www.rsl.ru/>.

39. Масофавий таълим тизими веб сайт - www.de.uz.

40. Экономики России. www.imce.ru

41.www.norma.uz

42. www.gov.uz