O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

UDK
519.21.

**Qo'lyozma huquqi**

**JASURBEK EGAMOV ABDUVOXOBOVICH**

# "OMMAVIY XIZMAT NAZARIYASINING ELEMENTLARINI BOZOR IQTISODIYOTIDA QO'LLASHNI AYRIM MASALALARI"

5A130102-"Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika" mutaxassisligi
bo'yicha magistr akademik darajasini olish uchun

# MAGISTRLIK DISSERTATSIYASI

**Ilmiy rahbar**: f.m.f.n dots. A.Rahmonov

Namangan – 2014

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

UDK

519.21.

**Qo'lyozma huquqi**

**JASURBEK EGAMOV ABDUVOXOBOVICH**

# "OMMAVIY XIZMAT NAZARIYASINING ELEMENTLARINI BOZOR IQTISODIYOTIDA QO'LLASHNI AYRIM MASALALARI"

5A130102-"Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika" mutaxassisligi bo'yicha magistr akademik darajasini olish uchun

**MAGISTIRLIK DISSERTATSIYASI**

**Ilmiy rahbar**: f.m.f.n dots. A.Rahmonov

Namangan – 2014

*MUNDARIJA*

# ANNOTATSIYA

Ushbu magistrlik dissertatsiyasi “Ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasining bozor iqtisodiyotida qo’llashni ayrim masalalari ” deb nomlangan.

Magistrlik dissetatsiya 80 sahifada bayon etilgan bo’lib, Kirish va 3 ta bobdan iborat. Kirish qismida tanlangan mavzuning dolzarbligi, ahamiyati, yo’nalishning o’rganganlik darajasi, shu yo’nalishda ish olib borgan olimlar va erishilgan natijalar haqida umumiy ma’lumotlar keltirilgan.

Magistrlik dissertatsiyasining birinchi bobida ehtimollar nazariyasi, matematik statistika, ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasi va boshqa asosiy tushuncha, ta’riflar keltirib o’tilgan.

Magistrlik dissertatsiyasining ikkinchi bobida bozor iqtisodiyotida ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasi va tadbiqlariga doir ma’lumotlar keltirib o’tilgan.

Magistrlik dissertatsiyasining uchinchi bobida qilingan ishlarning natijalari va taxlili yoritilgan.

Dissertatsiyaning “Ilovalar” qismida internetdan olingan mavzuga oid ayrim materiallar joy olgan.

**Ilmiy rahbar**: f.m.f.n dots. A.Rahmonov

**Magistratura talabasi**: J.Egamov

## Kirish.

**Matematika fanining ehtimollar nazariyasi va**
**matematik statistika, differensial**
**tenglamalar va matematik fizika**
**funksional tahlil sohasidagi yutuqlari**
**respublikadan ancha uzoqda ham mashhur.**
**I.A.Karimov.**

**“... Hammamizga teran bir haqiqat ayon bo`lishi kerak – biz yurtimizning ertangi rivoji haqida qanday chuqur o`ylangan dasturlarni tuzmaylik, bu rejalarni bajarish uchun qanday moddiy baza va imkoniyatlar bermaylik, buning uchun qancha ko'p sarmoya safarbar etmaylik, ularning barchasini amalga oshiradigan, ro`yobga chiqaradigan qudratli bir omil borki, u ham bo`lsa, yuqori malakali ishchi kuchi va yurtimizning ertangi kuni, taraqqiyoti uchun mas’uliyatni o`z zimmasiga olishga qodir bo`lgan yetuk mutaxassis Yoshlarimiz desak, o`ylaymanki, hech qanday xato bo`lmaydi”.**[1]

Yurtboshimiz ta'kidlab o’tganlaridek, hozirgi zamon taraqqiyotining asosiy manbai kuchli bilim va salohiyatga ega bo’lgan yetuk mutaxasislar bo’lib qolmoqda. Butun dunyoda, ayniqsa rivojlangan mamlakatlar tomonidan fanda fundamental va amaliy tadqiqotlarni olib borish uchun keng imkoniyat va sharoitlar yaratish orqali yangi innovatsion g’oyalarni islab chiqarishga tadbiq etilmoqda. Aksariyat rivojlangan mamlakatlarda ilm fanni va fundamental tadqiqotlarni rivojlantirishga sarflangan mablag’lar salmog’ida davlatdan ham tadbirkorlar va transmilliy kompaniyalar ulushi ortib bormoqda.

Bunday tendensiyani chuqur anglagan mamlakatimiz prezidenti tomonidan O’zbekistonda ta’limni rivojlantirishga katta e’tibor qaratilmoqda. Jumladan mustaqillik yillarida o’tish davrining qiyinchiliklariga qaramasdan

---

[1] "Barkamol avlod dasturi", - T., "o`zbekiston", 2010y., 80-bet.

davlat byudjeti tomonidan ta’lim sohasida belgilab olingan dasturlarni amalga oshirish uchun yirik miqdorda mablag’lar ajratilishi to’xtagani yoq.

Shu o’rinda O’zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimovning 2013 yil 18 yanvarda[2] Vazirlar Mahkamasining majlisidagi ma’ruzasida ta’kidlab o’tgan haqiqatni keltirib o’tish joiz deb tobdik.

“…..**Ta’lim sohasidagi ishlarimizni sarhisob qilar ekanmiz, Fransiyadagi dunyoning eng yaxshi beshta biznes maktabi qatoriga kiradigan “INSSAD” xalqaro biznes maktabining 2012 yilgi “Innovasityalarning global indeksi “ ma’ruzasida bayon etilgan ma’lumotlarni keltirish o’rinli ,deb o’ylayman. Ma’ruza Jahon intellektual mulk tashkiloti bilan hamkorlikda tayyorlangan”.**

**“Ushbu ma’ruzada dunyoning 141 mamlakatidagi innovatsion rivojlanish kompleks tarzda tahlil qilingan. Tahlilning asosiy tarkibiy qisimlaridan biri inson kapitalini rivojlantirish darajasi bo’lib, mazkur ko’rsatkich bo’yicha bizning mamlakatimiz 35-o’rinni egallagan. Ta’lim tizimini rivojlantirish darajasi bo’yicha esa O’zbekiston –shunga e’tibor beringlar –dunyoning 141 mamlakati orasida ikkinchi o’rinni band etgan”.**

Oliygoh talabalariga bilim berish jarayonida zamonaviy ilm-fan yutuqlariga katta e’tibor berish bilan birga o’tmishdagi tarixiy merosimizni yaxshi o’rganishimiz va buyuk ajdodlarimizning ishlarini davom ettirishimiz lozim. Bu borada so’z yuritganda Prezidentimizning quyidagi fikrlarini yuqoridagi fikrlarimizning dalili sifatida keltirib o’tamiz ;-“…**Olimlarimiz eng yaxshi an’analarni o’zlashtirib, tarixiy merosimizni chuqur o’rganib, buyuk ajdodlarimizning ishlarini munosib davom ettirmoqdalar .Ilmiy ziyolilarimizning munosib fazilati hamma vaqt bilimga, ilg’or ilmiy tafakkurning oldingi marralarida bo’lishga intilishdan iborat.**

**“O’zbekiston innavatsion rivojlanish turining hozirgi zamon modeliga o’tish uchun barcha zarur sharoitlarga ega. Bu model vujudga**

---

[2] I.A.Karimov «2012 yilda mamlakatimizni ijtimoiy-iqtisodiy rivojlantirish yakunlari hamda 2013 yilga mo’ljallangan iqtisodiy dasturning eng muhim ustuvor yo’nalishlariga bag’ishlangan Vazirlar Mahkamasining majlisidagi ma’ruzasi»da

**keltirilgan ilmiy-texnikaviy salohiyatdan keng va samarali foydalanishga, fundamental va amaliy fanning yutuqlarini, chuqur talab qiladigan texnalogiyalarni amaliyotga keng joriy etishga, yuqori malakali, iqtidorli ilmiy kadrlar sonini ko'paytirishga asoslanadi. Bu-mamlakatimiz jahondagi iqtisodiyoti va sanoati rivojlangan mamlakatlar qatoriga kirib borishning zarur sharti va mustahkam poydevori bo'lib xizmat qiladi[3].**

Endi – matematikaning o`tmishi, hozirgi kuni va kelajagi haqida biroz to`xtalib o`tamiz.

Matematika fani insoniyati hayotida eng asosiy ahamiyat kasb etuvchi fan ekanini butun dunyo tan olgandir. Uning har bir kishi uchun har soniyada zarur ekani ravshan, undan hamma u yoki – bu darajada foydalanadi, lekin ushbu jarayonni o`zi anglab etmaydi. Bunga misol qilib vaqt o`lchovini, kundalik harajatlarni, o`qiladigan fanlar va darslar soni, mavzular, transport, yo`nalishlar nomeri va hakazolarni aytish mumkin.

Matematikaning turli sohalarga: xalq xo`jaligiga, transportga, sanoatga. meditsinaga, biologiya, kimyo, fizika, genetika va boshqa o`nlab fanlarga tatbiqlari turmush darajasi va turli fanlarning shahdam qadamlar bilan olg`a ketishiga omil ekanligi ravshan.

Matematika, bir qarashda, matematikadan yiroq bo`lgan sohalarga, masalan adabiyotga, tilshunoslikka, sport sohasiga, psixologiyaga, tarixga va boshqa sohalarga kirib bormoqda. Matematikaning insoniyat tarixida va rivojlanish jaryonida nechog`lik ahamiyatga ega ekanini juda ko`p allomalar munosib baholaganlar. Masalan, *ulug` shoh va shoir, astronom, matematik alloma* – Mirzo Ulug`bek matematika haqida shunday yozgan: - **"Matematika g`oyat bir yuksak. fanki, unda bir olam mo`jiza yotadi".**

Haqiqatdan ham matematika ilmi-insoniyat uchun bebaho-ekaniligini tan olmaydigan aqlli odamni topish amri mahol, chunki har bir fanning

[3] "O'zbekiston XXI asr bo'sag'asida : Xavfsizlikka tahdid, barqarorlik shartlari va taraqqiyoti kafolatlari ". I.A.Karimov . Toshkent ."O'zbekiston" nashriyoti 1997 yil.

rivojlanishi darajasi matematik bilimlardan qanchalik foydalana olishi bilan baholanadi.

Eng yangi super EHM larning yaratilishi, murakkab agregat liniyalarni yaratish orqali mehnat unumdoriigini beqiyos darajada o`stirish, yadro energiyasidan insoniyatning tinch maqsadlardagi muammolarini hal etishda foydalanish, kosmik fazoni tinch maqsadda zabt etish, zamonaviy qurol - yaroqlar, harbiy tcxnikaning zamonaviy avlodini –yaratish tibbiyotda zamonaviy texnologiyalarni jalb etish, cho`l sahrolarda, tog` va dengizlar qo`ynidagi turli boyliklarni aniqlash va ularni qazib olish yo`llarini ishlab chiqishda matematika fani asosiy omildir.

Bunday fikrlarning dalili sifatida Respublikamiz Prezidenti I.A.Karimovning quyidagi so`zlarini keltirishimiz maqsadga muvofiqdir:

**“ ... Respubiikamizda quyidagi yo`nalishlar bo`yicha jahon darajasidagi ilmiy maktablar yaratilgan bo`lib, ularda tadqiqotlar muvaffaqiyatli olib borilmoqda.**

**Birinchi: Matematika, Ehtimollar nazariyasi, tabiiy va ijtimoiy jarayonlarni modellash, informatika va hisoblash texnikasi sohasidagi tadqiqotlar ...”** [4]

**"Shundan kelib chiqqan holda, bizning yaqin istiqbolimizdagi eng muhim vazifamiz, boshlagan ishlarimizni izchil davom ettirish iste'mol talabini kengaytirish maqsadida sotsial sohani rivojlantirish, mehnatga haq to`lashni yanada oshirish, xizmat ko`rsatish sektorini, infratuzilma obyektlarini rivojlantirishga, transport va kommunikatsiya loyihalarini amalga oshirishga alohida e'tibor berishdir".** [5]

Hozirgi zamon ehtimollar nazariyasi va matematik statistikaning yutuqlari hamda zamonaviy tatqiqotlar va amaliy ahamiyati haqida batafsil so`zlash imkoni kichik bir ish ichida beimkon muammodir, chunki ehtimollar nazariyasi

---

[4] I.A.Karimov "O`zbckiston XXI asr bo`sag`asida, xavfsizlikka tahdid, barqarorlik shartlari va taraqqiyot kafolatlari", 262-bet.

[5] "Mamlakatimizda demokratik islohatlarni yanada chuqurlashtirish va fuqarolik jamiyatini rivojlantirish konsepsiyasi ", O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Islom Karimovning O`zbekiston Respublikasi Oliy majlisi qomunchilik palatasi va Senatining qo`shma majlisidagi ma`ruzasi, Norin ovozi gazetasi, 2010 yil 19 – noyabr №46 (6747)- son.

shunchalik rivojlanib ketganki, uning o'nlab tarmoqlarida yuzlab ilmiy ishlar qilinmoqda. Chop etilgan ishlarning bir necha foizigina o`rganilib, kundalik hayot ehtiyojlariga tatbiq etiladi xolos.

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI PREZIDENTINING

QARORI

**«SOG‘LOM BOLA YILI» DAVLAT DASTURI TO‘G‘RISIDA**

*(O‘zbekiston Respublikasi qonun hujjatlari to‘plami, 2014 y., 9-son, 87-modda)*

Mamlakatimizda jismoniy sog‘lom, ma’naviy yetuk, har tomonlama uyg‘un va barkamol rivojlangan, mustaqil fikrlaydigan, intellektual salohiyatga, chuqur bilim va zamonaviy dunyoqarashga ega, Vatanimizning taqdiri va kelajagi uchun mas’uliyatni o‘z zimmasiga olishga qodir bo‘lgan yosh avlodni tarbiyalab voyaga yetkazish vazifasini izchil davom ettirish uchun aniq maqsadga qaratilgan keng ko‘lamdagi kompleks chora-tadbirlarni amalga oshirish, davlat va jamiyatning barcha kuch va imkoniyatlarini shu yo‘lda safarbar etish maqsadida hamda 2014 yil «Sog‘lom bola yili» deb e’lon qilinishi munosabati bilan:

1. Quyidagilar «Sog‘lom bola yili» Davlat dasturini amalga oshirishning ustuvor vazifalari va yo‘nalishlari etib belgilansin:

sog‘lom va har tomonlama barkamol avlodni shakllantirish uchun qonunchilik va normativ-huquqiy bazani yanada takomillashtirish, bu borada qulay tashkiliy-huquqiy shart-sharoitlarni yaratishga qaratilgan yangi qoida va me’yorlarni ishlab chiqish; sog‘lom bolaning dunyoga kelishi masalasiga sog‘lom va ahil oilaning mevasi sifatida qarab, oilada o‘zaro hurmat va mehr-muhabbat, yuksak axloqiy va ma’naviy qadriyatlar muhitini shakllantirish, yosh oilalarning oyoqqa turib olishi uchun moddiy yordam ko‘rsatish, onalik va bolalik muhofazasini ta’minlash, ona va bolaning salomatligini mustahkamlash, ayollarning o‘z qobiliyat va imkoniyatlarini ro‘yobga chiqarishi, ularning ro‘zg‘or tashvishlarini yengillashtirish uchun zarur shart-sharoitlarni yaratish;

sog‘lom bolani voyaga yetkazishda, patologiyalarsiz bolalar tug‘ilishida sog‘liqni saqlash tizimi va tibbiyot xodimlarining roli va mas’uliyatini oshirish, sog‘liqni saqlash tizimining moddiy-texnika bazasini va kadrlar salohiyatini yanada mustahkamlash, aholining tibbiy madaniyatini oshirish bo‘yicha keng ko‘lamli axborot-tushuntirish ishlarini muntazam olib borish;

sog‘lom bolani shakllantirishda ta’lim-tarbiya tizimi va sportning rolini kuchaytirish, maktabgacha ta’lim muassasalari tarmog‘ini kengaytirish, ularni yuqori malakali va tajribali pedagoglar bilan ta’minlash, boshlang‘ich ta’limning yuqori sifatini ta’minlagan holda bolalarni maktabga tayyorlash darajasini tubdan oshirish, Ilg‘or pedagogik va axborot-kommunikasiya texnologiyalarini amaliyotga keng joriy etish, sog‘lom turmush tarzini keng targ‘ib etish, bolalar, ayniqsa qiz bolalar o‘rtasida jismoniy tarbiya va sportga mehr uyg‘otish bo‘yicha aniq chora-tadbirlarni amalga oshirish;

sog‘lom va barkamol avlodni tarbiyalab voyaga yetkazishda davlat va jamiyat tomonidan ko‘rsatiladigan yordam va madadni kuchaytirish, mazkur jarayonlar uchun mas’ul bo‘lgan sog‘liqni saqlash, ta’lim, madaniyat, ijtimoiy muhofaza muassasalarida zamonaviy talablarga javob beradigan shart-sharoitlarni yaratish, ularni rivojlantirishga yo‘naltiriladigan mablag‘lardan foydalanish samaradorligini oshirish, sog‘lom bolani tarbiyalash bo‘yicha ilg‘or xalqaro tajribani keng ko‘lamda o‘rganish va amalda joriy etish;

sog‘lom bolani, ayniqsa, qiz bolalarni tarbiyalab voyaga yetkazishda, zamonaviy bilim va kasb-hunarlarni egallashi uchun ularga ko‘mak berish, bolalarni turli to‘garaklarga jalb etish, tadbirkorlikni rivojlantirish bo‘yicha mahalla va boshqa jamoat tuzilmalarining rolini oshirish, huquq va imkoniyatlarini kengaytirish, oilalar va jamiyatda o‘zaro hamjihatlik, tinchlik va osoyishtalikni mustahkamlash, kam ta’minlangan oilalarga moddiy va ma’naviy yordamni o‘z vaqtida va manzilli ko‘rsatish borasida mahalla va boshqa jamoat tuzilmalarining mas’uliyatini kuchaytirish;

«Sog‘lom bola yili» Davlat dasturining maqsad va vazifalari hamda uning bajarilishi to‘g‘risida keng axborot-tushuntirish ishlari olib borilishini tashkil etish, bunda ommaviy axborot vositalarining, shu jumladan elektron ommaviy axborot vositalarining va Internet tarmog‘ining imkoniyatlarini faol ishga tushirish.

**Magistrlik ishining dolzarbligi.** Magistrlik ishi xozirgi davrda eng dolzarb mavzu ,, Ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasiga bag’ishlangan bo’lib bu mavzuda keyingi yillarda ko’plab ilmiy-tadqiqot ishlari olib borilmoqda. Ya’ni sanoatda xom ashyo, materiallar, komplekt qismlarni omborga kelishida va ularni ombordan tarqatishda, turli ko`plab detallarni bitta stanokda ishlov berishda, jihozlarni sozlash va remont qilishda, korxonadagi xizmat ko`rsatuvchi bo`limlar va ularning optimal sonini aniqlashda va super marketdagi holatlar o’rganilmoqda.

Magistrlik dissertatsiyasida eng yangi yo’nalish OXK nazariyasini iqtisodiyotga tadbiqi masalasi oldinga surilgan.

Bu mavzuga oid ilmiy maqolalar chop etilgan va kelajakda shu soha bo’yicha ilmiy ishlar olib borish rejalashtirilgan.

**Magistrlik ishining maqsad va vazifalari.** Ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasini xozirgi bozor iqtisodi sharoitidagi ayrim masalalarga tadbiq qilish. Ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasi ba`zi ko`rsatkichlarini nazoratga olish, xizmat ko`rsatilishi zarur ob`ektlar va xizmat ko`rsatish sifatini nazorat qilishdir. O’rganilgan ma’lumotlar asosida ilmiy maqolalar yaratish va ilmiy tadqiqotlar olib borish.

**Magistrlik ishining amaliy ahamiyati.** Tadqiqot yakuniga ko’ra, unda keltirilgan ma’lumotlardan turli maqolalar uchun foydalanish, shuningdek iqtisod va matematika yo’nalishida taxsil olayotgan talabalar foydalanishlari mumkin.

**Magistrlik ishining ilmiy ahamiyati.** Ta’lim sohasida va xayotda uning nazariy asoslaridan foydalanish muhim ahamiyatga ega ekanligini asoslab berishga xarakat qilingan va yaxshi natijalarga erishilgan.

Bu sohada dunyoning mashhur matematiklaridan tortib yosh izlanuvchilarning hissalari ham muhim. Moskvalik, Litvalik, O’zbekistonlik va boshqa horijiy davlatlarning olimlari juda muhim ishlarni amalgam oshirganlar.

Krass M.S, B. V. Gnedenko, YU. K. Belyaev, A. D. Solvev. Badalboyev I.S. Mashrabboyev A, Borovkov A.A, Ohunjonov, Xusanov M, A. Mashrabbayev, D. Otaqo'ziyev, M. Holmuradov va boshqa yuzlab matematiklar bu sohada izlanishlar olib borganlar va juda muhim natijalarga erishganlar.

**Magistrlik ishining ilmiy yangiligi.** Xozirgi zamon bozor iqtisodiyotini yangi misol orqali yoritib berilgan va ilmiy maqolalar chop etilgan.

**Magistrlik ishining ob'ekti va predmeti.** Ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasining asosiy tushunchalari va formulalariga tayangan holda iqtisodiyotimizda vujudga kelgan muommolarni bartaraf etish, davrning bozor iqtisodiyotini aninq misol yordamida ko'rish, shu soha va unga qo'shni boshqa sohalarga oid ilmiy izlanishlarni davom ettirish.

Ushbu magistrlik dissertatsiyasi Kirish, Asosiy qism, Xulosa, Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati va Ilovadan tashkil topgan. Asosiy qism uchta bobdan iborat bo'lib, birinchi va ikkinchi boblar tegishli mavzularning obzoriga bagishlangan, uchinchi bobda esa asosiy natijalar va ularning isbotlari keltirilgan. Internet ma'lumotlarida dissertatsiya mavzusiga oid eng yangi natijalardan namuna keltirilgan. Dissertatsiyaning ilova qismida asosiy qismda foydalanilgan faktlar haqida ma'lumotlar, dissertantning chop etgan maqolasi joy olgan. Shuningdek, ilovada dissertatsiya mavzusiga oid internetdan olingan maqolalardan ham namunalar keltirilgan.

Magistrant tomonidan olingan natijalar matematika fakultetidagi professor R. Ibragimovning ilmiy seminarida, "Yosh matematiklarning yangi teoremalari-2013" 1- to'plamida, Namangandagi tabiiy fankar va ekologiyaga oid ayrim muommolar (ilmiy maqolalar to'plami, 9 qism ). Namangan,Andijon va Farg'ona viloyatlari uchun "XXI asr- intellektual avlod asri" shiori ostidagi hududiy ilmiy-amaliy konferensiya 3- to'plamida. Namangan – 2014.

**Magistrlik ishining tarkibi tuzilishi va hajmi.** Magistrlik dissertatsiyasi 80 sahifadan iborat bo'lib, u kirish, asosiy qism, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati, internet materiallaridan iborat.

## I- BOB

### 1-§ Ehtimollar nazariyasi haqida tushunchalar

Biror bir qonuniyat asosida ro'y bermaydigan hodisalar. Ularga olingan lotoreya biletiga yutuq chiqishi, maxsulotni bozorda qanday narxda sotilishi, biror shaharda sutka davomida nechta chaqaloq tug'ulishi, bekatda kerakli avtobusni kancha vaqt kutishga to'g'ri kelishi, test sinovida talabaning nechta savolga javob berishi kabi hodisalarni misol qilib ko'rsatish mumkin. Bu hodisalar to'g'risida aniq bir fikr aytib bo'lmaydi, chunki ular turli –tuman tasodifiy omillar asosida shakllanadi. Masalan, qishloq xo'jalik maxsulotining bozordagi narxi ob-havoning qanday kelishi, yerga kanchalik ishlov berilishi, hosildorlik va sifat, shu maxsulotga bo'lgan talab, boshqa maxsulotlarning narxi, haridorning daromadi kabi juda ko'p omillar asosida aniqlanadi. Ikkinchi sinfga kiruvchi hodisalar xayotda ***tasodifiy hodisalar*** deb ataladi .

Tasodifiy hodisalarni turmushda onda-sonda ro'y beradigan hodisalar deb tushunish yoki qabul qilish butunlay noto'g'ridir. Ular kundalik xayotimizda bizning istar-istamasligimizga bog'liqsiz ravishda doimo uchrab turadi. Diqqatroq va chuqurroq qaralganda, tabiatda va ayniqsa jamiyatda ro'y berayotgan jarayonlar asosan tasodifiy harakterga egadir. Bunga yuqorida keltirilganlardan tashqari yana juda ko'p misollar ko'rsatish mumkin. Shu sababli juda ko'p ilmiy va amaliy masalalarni yechishda tasodiflarni hisobga olish va o'rganishga to'g'ri keladi. Birinchi qarashda tasodifiy hodisalar to'g'risida oldindan biror fikr aytish mumkin emasday tuyuladi. Xaqiqatan ham, "Namangan viloyatida 2014 yilda 800 ming tonna paxta etishtiriladi" yoki "20014 yil 1-yanvar kuni Namangan shaxrida qor yog'adi" yoki "Siz olgan latareyaga bir yildan keyin yutuq chiqadi" kabi tasodifiy hodisalar to'g'risida vaqt soati kelgan paytdagina tasdiq yoki rad javobini berish mumkin bo'ladi. Bu hodisalar faqatgina bir marta kuzatilishi mumkin va ularni qayta-qayta takrorlab bo’lmaydi. Bunday hodisalarni yakka tasodifiy hodisalar deb olish mumkin va ularni nazariy o’rganib bo’lmaydi. Ammo shunday tasodifiy hodisalar mavjudki, ularni ma'lum bir S shartlar bajarilgan holda ixtiyoriy marta takrorlab, ro’y berish yoki ro’y bermasligini xech bo’lmaganda nazariy nuqtai-nazardan tekshirish mumkin.

Masalan, simmetrik tanga tashlanganda uni gerb tomoni bilan tushishi tasodifiy hodisa va bu hodisani tekshirish uchun tangani simmetriklik shartini saqlagan holda ixtiyoriy marta tashlash mumkin. Yoki Namangandagi oziq-ovqat do’konlariga kunduzi soat 10 bilan 11 orasida nechta haridor kelishi ham tasodifiy hodisa va bu hodisani ham o’rganish uchun ko’rsatilgan turdagi do’konlarda belgilangan vaqt oralig’ida ixtiyoriy marta kuzatish o’tkazishimiz mumkin . Bunday hodisalarni ommaviy tasodifiy hodisalar deb atash mumkin va ko’p xollarda ular to’g’risida ma'lum bir fikrni aytish mumkin bo’ladi. Xaqiqatan ham tanga bir martagina tashlanganda uni qaysi tomoni bilan tushishi to’g’risida aniq bir xulosa chiqarib bo’lmaydi, ammo tanga 100 ming marta tashlanganda (uning simmetriklik shartida) “taxminan 50% holda gerb tomoni bilan tushadi” degan xulosani bemalol aytish mumkin. Xuddi shunday zavod ishlab chiqarayotgan maxsulot to’g’risida uni bitta maxsulotini tekshirish orqali xulosa chikarib bo’lmaydi. Ammo ishlab chikarilgan shu maxsulotlarning bir qismi (chorak yoki yarim qismini) sifatini tekshirib, shu zavod kelajakda ishlab chikaradigan maxsulotnining qancha qismi sifatli bo’lishi to’g’risidagi tasodifiy hodisa haqida ma'lum bir fikrni olg’a surish mumkin.

Matematika va fizikaning maktab kursida odatda natijasi bir qiymatli aniqlangan masalalar ko’riladi. Masalan, agar ma’lum balandlikdan jism tashlansa, u albatta o’zgarmas tezlanish bilan erga tusha boshlaydi va uning fazodagi o’rnini ixtiyoriy vaqtda hisoblash mumkin. Lekin fan va texnikada har doim ham bir qiymatli aniqlangan masalalar ko’rilmasdan, natijasi ko’p qiymatli aniqlangan masalalar ko’p uchraydi. Masalan, tanga tashlansa, gerb yoki raqam tushishini oldindan aytib bo’lmaydi. Bunda natija bir qiymatli aniqlanmagan. Bunga o’xshash masalalarda, aniq bir narsa aytish mumkin emasdek bo’lib tuyulsada, lekin oddiy o'yin tajribasi shuni ko'rsatadiki, tanga tashlash soni yyetarlicha katta bo'lganda gerb yoki raqam tushishlari soni taxminan teng bo'ladi. Bu esa ma'lum ma'noda qonuniyatni ifodalaydi. Xuddi shunday qonuniyatlarni ehtimollar nazariyasi o'rganadi. Bunda masalaning qo'yilishi o'zakdan o'zgaradi. Bizni aniq bir tajribaning natijasi emas, bu tajriba yyetarlicha ko'p marta takrorlangandagi natijalar bo'ysunadigan qonuniyatlar qiziqtiradi. Demak, *ehtimollar nazariyasining predmeti Ommaviy, bir jinsli tasodifiy hodisalarning ehtimollik qonuniyatlarini* o'rganishdan iboratdir. Tanga tashlash tajribasini biz eng sodda va tanish holat sifatida keltirdik. Bunda tajriba natijasi ko'p qiymatli bo'lishi muhim. Lekin juda ko'p, ma'nosi jihatidan har-xil masalalar uchun tanga tashlash tajribasi model bo'lib xizmat qilishi mumkin.

Ehtimollar nazariyasiga umumiy ta'rif berilganda uni „berilgan tasodifiy hodisalarning ehtimolligiga ko'ra boshqa tasodifiy hodisalarning ehtimolligini topish'' deb ta'riflaydilar. Bu ta'rif shuni faraz qiladiki, ehtimolligi oldindan ma'lum bo'lgan dastlabki hodisalar mavjud. Ularning ehtimolligi qanday topilgan? Bu ehtimolliklarni ko'rilayotgan masalani keltirib chiqargan fan beradi. Bunda asosan matematik mushohadalar emas, balki masalani yuzaga keltirgan fan mushohadalari asosiy ro'l o'ynaydi. Masalan, tanga tashlash tajribasini olsak, gerb yoki raqam tushishi tajribalar soni yyetarlicha katta bo'lganda teng imkoniyatga ega bo'ladi. Bu fakt shunga asoslanganki, tanga simmetrik, materiali bir jinsli va uning qalinligi yetarlicha kam bo'lganligidan u qirrasiga turmaydi. Shuning uchun ko'p yuz yillik tajribalarga asoslanib, gerb tushishi bilan raqam tushishi miqdori ko'p sonli tajribalarda taxminan teng bo'ladi deyishga asos bor. Bu yerda matematik mushohoda emas, tanganing fizik xususiyatlari va ko'p yuz yillik tajribalar natijasi ro'l o'ynaydi. Murakkab ehtimollik masalalari ko'rilayotgan, dastlabki elementar hodisalarning ehtimolligi berilgan bo'lishi kerak. Har bir aniq holda bu ehtimolliklar turlicha, shu masalani keltirib chiqargan fan mushohadalariga tayanib beriladi.

Ehtimollar nazariyasi, matematikaning boshqa tatbiqiy bo'limlariga o'xshash, to'g'ridan-to'g'ri tabiat jarayonlari bilan emas ularning matematik modellari ustida ishlaydi. Tasodifiy jarayonlarning matematik modelida asosiy tushuncha bo'lgan ehtimollik - tasodifiy hodisadan olingan funksiya sifatida ta'riflanadi. Ya'ni, tasodifiy hodisaning ehtimolligi - bu hodisaning ro'y berish imkonining ob'ektiv darajasining sonli harakteristikasidir. Matematik analiz kursida funksiyani o'rganishdan oldin uning argumenti bo'lgan haqiqiy sonlar izchil o'rganilgani kabi, ehtimollar nazariyasi ham tasodifiy hodisalar va ular ustida amallarni o'rganishdan boshlanadi.

Ehtimollar nazariyasining asosini quyidagi uchta tushunchalarga asoslanib qurilgan.

-Bulardan birinchisi - tasodifiy hodisalarning bog'liqsizligi tushunchasidir. Ayni bir hisobda mana shu tushuncha ehtimollar nazariyasini to'plamlar nazariyasi, o'lchamlar nazariyasi va funksiyalar nazariyasidan ajratib, mustaqil fan sifatida uning chegaralarini aniqlab berdi.

-Ikkinchisi - to'la ehtimollik formulasidir. Ayni shu, tushuncha ehtimollikni hisoblashning o'ziga xos kombinatorik usullaridagi mavjud ko'p qirraliklarining asosidir.

-Uchinchisi - katta sonlar qonuni. Bu qonunga suyanib ehtimollar nazariyasi amaliyot bilan bog'landi, hayotiy jarayonlarni aks ettiruvchi miqdoriy tuzilishi bilan matematik modellarni to'ldirdi.

Mana shu tushunchalarni o'rganish - ehtimollar nazariyasi bilan tanishishning asosiy qismidir.

***Hodisalarning bog`liqsizligi.*** Hodisalarning bog`liqsizligi ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biri hisoblanadi, chunki u ehtimollar nazariyasini o`lchovli fazolarning umumiy nazariyasidan ajratib turadigan o`ziga xos hususiyatini aniqlab beradi.

Agar $P(A/B)=P(A)$ tenglik bajarilsa, $A$ hodisa $B$ hodisaga bog`liq emas deyish tabiiy. Agar $P(A)>0$ bo`lsa, u holda $P(B/A)$ shartli ehtimol mavjud va ko`paytirish teoremasiga ko`ra

$$P(B/A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{P(B)P(A/B)}{P(A)}=P(B)$$

Demak $A$ hodisaning $B$ ga bog`liqsizligidan $B$ hodisaning $A$ ga bog`liqsizligi kelib chiqadi, yani $A$ va $B$ hodisalarning bog`liqsizligi simmetriklik xususiyatiga ega.

Agar $A$ va $B$ hodisalar bog`liqsiz bo`lsa, u holda $P(AB)=P(A)P(B)$ tenglik o`rinli va bu tenglik $A$ va $B$ hodisalarning ehtimollari nol bo`lganida ham ma'noga ega. Natijada biz ushbu tarifga kelamiz.

**6-Tarif.** Agar $P(AB)=P(A)P(B)$ tenglik o`rinli bo`lsa $A$ va $B$ hodisalar bog`liqsiz deyiladi.

**Misol.** Tajriba simmetrik tangani 2 marta tashlashdan iborat. $A$ orqali birinchi tashlanganda gerb chiqish hodisasini, $B$ orqali esa tanga ikkinchi marta tashlanganda gerb chiqish hodisasini belgilaymiz. U holda elementar hodisalar maydoni $\Omega$={gg,gr,rg,rr}, $A$={gg,gr} va B={gg,rg} to`plamlardan iborat bo`ladi. Agar elementar hodisalarning har biri ¼ ehtimolga ega ekanligini hisobga olsak, u holda P*(A)*=½, P(B)=½, *P(AB)*=¼ bo`ladi. Demak $P(AB)=P(A)P(B)$ va $A, B$ hodisalar bog`liqsiz.

**7-Tarif.** $A_1, A_2, ..., A_n$ hodisalar berilgan bo`lsin. Agar ihtiyoriy $1 \le i_1 < i_2 < ... < i_k \le n; 2 \le k \le n$ sonlar uchun

$$P(A_{i_1} A_{i_2} ... A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2})...P(A_{i_k})$$

tengliklar o'nli bo`lsa, u holda $A_1, A_2, ..., A_n$ birgalikda bog`liqsiz hodisalar deyiladi.

7-tarifdan $A_1, A_2, ..., A_n$, birgalikda bog`liqsiz hodisalar bo`lsa, u holda ularning ihtiyoriy qism to`plamidagi $A_{j_1}, A_{j_2}, ..., A_{j_s}$ hodisalar ham birgalikda bog`liqsiz ekanligi kelib chiqadi. Ushbu misol hodisalarning birgalikda bog`liqsizligi ularning juft-jufti bilan bog`liqsizligiga nisbatan kuchliroq shart ekanligini ko`rsatadi.

**To'la ehtimollik formulasi.** $A_1, A_2, ..., A_n$ juft-jufti bilan birgalikda bo`lmagan va musbat ehtimollarga ega bo`lgan hodisalar bo`lsin. Agar

$B \subset \bigcup_{j=1}^{n} A_j$ bo`lsa, u holda $$P(B) = \sum_{j=1}^{n} P(A_j)P(B/A_j)$$

(1)

formula o`rinli. (1) formulaga to`la ehtimollik formulasi deyiladi.

(1) formulani isbotlash uchun $B = A_1B + A_2B + ... + A_nB$ tenglikka murojat qilamiz. Bu erda $A_1B, A_2B, ..., A_nB$ juft-jufti bilan birgalikda bo`lmagan hodisalar ekanligi ravshan. Demak

$$P(B) = \sum_{j=1}^{n} P(BA_j).$$

Bu tenglikning $P(BA_j)$ қo`shiluvchilariga ko`paytirish teoremasini қo`llab, to`la ehtimollik formulasini hosil qilamiz.

To`la ehtimollik formulasi, murakkab hodisalarning ehtimollarini shartli ehtimollarni qo`llab topishda asosiy qurol vazifasini bajaradi.

Ehtimollikning $\sigma$-additivlik xossasidan foydalanib (15) formulani $A_1, A_2, ...$– sanoqli juft-jufti bilan birgalikda bo`lmagan hodisalar uchun umumlashtirish mumkin.

**Ehtimollikni statistik ta'rifi.** $A$ hodisa n ta bog'liqsiz tajribalarda $n_A$ marta ro'y bersin. $n_A$ son $A$ hodisaning chastotasi, $\frac{n_A}{n}$ munosabat esa $A$ hodisaning nisbiy chastotasi deyiladi.

Nisbiy chastotaning statistik turg'unlik xossasi deb ataluvchi xossasi mavjud, ya'ni tajribalar soni oshishi bilan nisbiy chastotasi ma'lum qonuniyatga ega bo'ladi va biror son atrofida tebranib turadi.

Misol sifatida tanga tashlash tajribasini olaylik. Tanga $A$={Gerb} tomoni bilan tushishi hodisasini qaraylik. Byuffon va K.Pirsonlar tomonidan o'tkazilgan tajribalar natijasi quyidagi jadvalda keltirilgan:

| Tajriba o'tkazuvchi | Tajribalar soni, $n$ | Tushgan gerblar soni, $n_A$ | Nisbiy chastota, $n_A/n$ |
|---|---|---|---|

| | | | |
|---|---|---|---|
| Byuffon | 4040 | 2048 | 0.5080 |
| K.Pirson | 12000 | 6019 | 0.5016 |
| K.Pirson | 24000 | 12012 | 0.5005 |

Jadvaldan ko‘rinadiki, $n$ ortgani sari $n_A/n$ nisbiy chastota $\frac{1}{2}=0.5$ ga yaqinlashar ekan.

✓ Agar tajribalar soni yetarlicha ko‘p bo‘lsa va shu tajribalarda biror $A$ hodisaning nisbiy chastotasi biror o‘zgarmas son atrofida tebransa, bu songa $A$ hodisaning *statistik ehtimolligi* deyiladi.

$A$ hodisaning ehtimolligi $\text{P(A)}$ simvol bilan belgilanadi. Demak,

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n_A}{n}=P(A)$ yoki yyetarlicha katta $n$ lar uchun $\frac{n_A}{n}\approx P(A)$ .

Statistik ehtimollikning kamchiligi shundan iboratki, bu yerda statistik ehtimollik yagona emas. Masalan, tanga tashlash tajribasida ehtimollik sifatida nafaqat 0.5, balki 0.49 yoki 0.51 ni ham olishimiz mumkin. Ehtimollikni aniq hisoblash uchun katta sondagi tajribalar o‘tkazishni talab qiladi, bu esa amaliyotda ko‘p vaqt va xarajatlarni talab qiladi.

Statistik ehtimollik quyidagi xossalarga ega:

1. $0\le P(A)\le 1$;
2. $P(\varnothing)=0$;
3. $P(\Omega)=1$;
4. $A\cdot B=\varnothing$ bo‘lsa, u holda $P(A+B)=P(A)+P(B)$;

Isboti. 1) Ihtiyoriy $A$ hodisaning chastotasi uchun $0\le n_A\le n\Rightarrow 0\le\frac{n_A}{n}\le 1$.

Yetarlicha katta $n$ lar uchun $\frac{n}{n_A}\approx P(A)$ bo‘lgani uchun $0\le P(A)\le 1$ bo‘ladi.

2) Mumkin bo‘lmagan hodisa uchun $n_A=0$.

3) Muqarrar hodisaning chastotasi $n_A=n$.

4) Agar $A\cdot B=\varnothing$ bo‘lsa, u holda $n_{A+B}=n_A+n_B$ va

$$P(A+B) \approx \frac{n_{A+B}}{n} = \frac{n_A + n_B}{n} = \frac{n_A}{n} + \frac{n_B}{n} \approx P(A) + P(B).$$

**Ehtimollikni klassik ta'rifi.** $\Omega$ chekli $n$ ta teng imkoniyatli elementar hodisalardan tashkil topgan bo'lsin.

✓ $A$ hodisaning ehtimolligi deb, $A$ hodisaga qulaylik yaratuvchi elementar hodisalar soni *k* ning tajribadagi barcha elementar hodisalar soni *n* ga nisbatiga aytiladi.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{k}{n} \qquad (1)$$

Klassik ta'rifdan foydalanib, ehtimollik hisoblashda kombinatorika elementlaridan foydalaniladi. Shuning uchun kombinatorikaning ba'zi elementlari keltiramiz. Kombinatirikada qo'shish va ko'paytirish qoidasi deb ataluvchi ikki muhim qoida mavjud.

$A=\{a_1, a_2, ..., a_n\}$ va $B=\{b_1, b_2, ..., b_m\}$ chekli to'plamlar berilgan bo'lsin.

✓ *Qo'shish qoidasi:* agar $A$ to'plam elementlari soni *n* va $B$ to'plam elementlari soni *m* bo'lib, $A \cdot B = \varnothing$ (A va $B$ to'plamlar kesishmaydigan) bo'lsa, u holda $A+B$ to'plam elementlari soni *n+m* bo'ladi.

✓ *Ko'paytirish qoidasi:* A va B to'plamlardan tuzilgan barcha $(a_i, b_j)$ juftliklar to'plami $C=\{(a_i,b_j): i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}\}$ ning elementlari soni *n·m* bo'ladi.

*n* ta elementdan *m* ($0 < m \le n$)tadan tanlashda ikkita sxema mavjud: qaytarilmaydigan va qaytariladigan tanlashlar. Birinchi sxemada olingan elementlar qayta olinmaydi(orqaga qaytarilmaydi), ikkinchi sxemada esa har bir olingan element har qadamda o'rniga qaytariladi.

**I. Qaytarilmaydigan tanlashlar sxemasi**

✓ *Guruhlashlar soni:* *n* ta elementdan *m* ($0 < m \le n$)tadan guruhlashlar soni quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \qquad (2)$$

$C_n^m$ sonlar Nyuton binomi formulasining koeffisientlaridir:

$$(p+q)^n = p^n + C_n^1 p^{n-1} q + C_n^2 p^{n-2} q^2 + ... + q^n .$$

✓ *O‘rinlashtirishlar soni:* $n$ ta elementdan $m$ ($0 < m \le n$) tadan o‘rinlashtirishlar soni quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} . \qquad (3)$$

*O‘rin almashtirishlar soni:* $n$ ta elementdan $n$ tadan o‘rinlashtirish o‘rin almashtirish deyiladi va u quyidagicha hisoblanadi:

$$P_n = n! . \qquad (4)$$

O‘rin almashtirish o‘rinlashtirishning xususiy holidir, chunki agar (1.6.3.)da $n$=$m$ bo‘lsa $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = \frac{n!}{0!} = n!$ bo‘ladi.

**II. Qaytariladigan tanlashlar sxemasi**

✓ *Qaytariladigan guruhlashlar soni:* $n$ ta elementdan $m$ ($0 < m \le n$) tadan qaytariladigan guruhlashlar soni quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$\overline{C}_n^m = C_{n+m-1}^m \qquad (5)$$

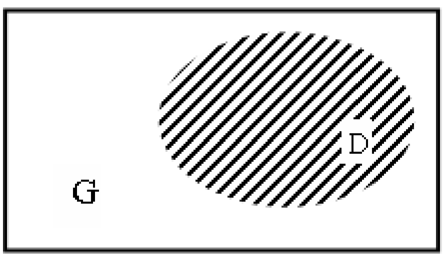
*Qaytariladigan o‘rinlashtirishlar soni:* $n$ ta elementdan $m$ ($0 < m \le n$) tadan qaytariladigan o‘rinlashtirishlari soni quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$\overline{A}_n^m = n^m . \qquad (6)$$

*Qaytariladigan o‘rin almashtirishlar soni:* $k$ hil n ta elementdan iborat to‘plamda 1-element $n_1$ marta, 2-element $n_2$ marta,…, k- element $n_k$ marta qaytarilsin va $n_1 + n_2 + ... + n_k = n$ bo‘lsin, u holda $n$ ta elementdan iborat o‘rin almashtirish $P_n(n_1, n_2, ..., n_k)$ orqali belgilanadi va u quyidagicha hisoblanadi:

$$P_n(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! ... n_k!} . \qquad (7)$$

**Ehtimollikni geometrik ta’rifi.** Ehtimolning klassik ta’rifiga ko‘ra Ω - elementar hodisalar fazosi chekli bo‘lgandagina hisoblashimiz mumkin. Agar



$\Omega$ cheksiz teng imkoniyatli elementar hodisalardan tashkil topgan bo‘lsa, geometrik ehtimollikdan foydalanamiz.

O‘lchovli biror $G$ soha berilgan bo‘lib, u $D$ sohani o‘z ichiga olsin. $G$ sohaga tavakkaliga tashlangan X nuqtani $D$ sohaga tushishi ehtimolligini hisoblash masalasini ko‘ramiz. Bu

**1-rasm.** yerda X nuqtaning $G$ sohaga tushishi muqarrar va $D$ sohaga tushishi tasodifiy hodisa bo‘ladi. $A=\{X \in D\}$ -X nuqtaning D sohaga

tushishi hodisasi bo‘lsin.

✓ $A$ hodisaning geometrik ehtimolligi deb, $D$ soha o‘lchovini $G$ soha o‘lchoviga nisbatiga aytiladi, ya’ni

$$P(A)=\frac{mes\{D\}}{mes\{G\}},$$

bu yerda *mes* orqali uzunlik, yuza, hajm belgilangan

**Ehtimollikni aksiomatik ta’rifi.** Ehtimollar nazariyasini aksiomatik qurishda A.N. Kolmogorov tomonidan 30-yillarning boshlarida asos solingan.

$\Omega$- biror tajribaning barcha elementar hodisalar to‘plami, *S*-hodisalar algebrasi bo‘lsin.

✓ *S* hodisalar algebrasida aniqlangan, haqiqiy qiymatlar qabul qiluvchi $P(A)$ fuksiya ehtimollik deyiladi, agar u uchun quyidagi aksiomalar o‘rinli bo‘lsa:

A1: ihtiyoriy $A \in S$ hodisaning ehtimolligi manfiy emas $P(A) \geq 0$ (nomanfiylik aksiomasi);

A2: muqarrar hodisaning ehtimolligi birga teng $P(\Omega)=1$ (normallashtirish aksiomasi);

A3: juft-jufti bilan birgalikda bo‘lmagan hodisalar yig‘indisining ehtimolligi shu hodisalar ehtimollari yig‘indisiga teng, ya’ni agar $A_i \cdot A_j = \varnothing, \quad i \neq j$ bo‘lsa, u holda $$P(\bigcup_k A_k)=\sum_k P(A_k)$$

(additivlik aksiomasi);

$(\Omega, S, P)$ uchlik ehtimollik fazosi deyiladi, bu yerda $\Omega$-elementar hodisalar fazosi, *S*-hodisalar algebrasi, *P*- A1-A3 aksiomalarni qanoatlantiruvchi sanoqli funksiya.

## EHTIMOLLIKNING XOSSALARI

Kolmogorov aksiomalarining tatbiqi sifatida quyidagi xossalarni keltiramiz:

1. Mumkin bo‘lmagan hodisaning ehtimoli nolga teng
$$P(\varnothing) = 0.$$
2. Qarama-qarshi hodisalarning ehtimolliklari yig‘indisi birga teng
$$P(A) + P(\overline{A}) = 1.$$
3. Ixtiyoriy hodisaning ehtimolligi uchun quyidagi munosabat o‘rinli:
$$0 \le P(A) \le 1$$
4. Agar $A \subseteq B$ bo‘lsa, u holda $P(A) \le P(B)$.
5. Agar birgalikda bo‘lmagan $A_1, A_2, ..., A_n$ hodisalar to‘la gruppani tashkil etsa, ya’ni $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$ va $A_i \cdot A_j = \varnothing, \quad i \ne j$ bo‘lsa u holda $\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1$.

**Isboti:**

1. $A + \varnothing = A, \quad A \cdot \varnothing = \varnothing$ tengliklardan A3 aksiomaga ko‘ra $P(A) + P(\varnothing) = P(A) \Rightarrow P(\varnothing) = 0$

2. $A + \overline{A} = \Omega \quad A \cdot \overline{A} = \Omega$ tengliklardan $P(A) + P(\overline{A}) = P(\Omega)$ hamda A2 va A3 aksiomalardan esa $P(A) + P(\overline{A}) = 1$ tenglik kelib chiqadi.

3. 2-xossaga ko‘ra $P(A) = 1 - P(\overline{A})$ va A1 aksiomaga asosan $0 \le P(A) \le 1$.

4. $A \subseteq B$ ekanligidan $B = (B - A) + A$ va $(B - A)A = \varnothing$. A3 aksiomaga ko‘ra $P(B) = P(B - A) + P(A)$, ammo $P(B - A) \ge 0$ bo‘lgani uchun $P(A) \le P(B)$.

5. $A_1 + A_2 + ... + A_n = \Omega$ tenglik, A2 va A3 aksiomalarga ko‘ra $P(A_1 + A_2 + ... + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n)$. ■

## KATTA SONLAR QONUNI.

Bu nom bilan yuritiladigan limit teoremalar juda katta amaliy ahamiyatga ega bo’lib, ular ehtimollar nazariyasini amaliyotda qo’llash uchun ko’prik bo’lib hizmat qiladi. Bu limit munosabatlarning asosida qo’shiluvchilar soni cheksiz ravshda o’sib borgan sari tasodifiy miqdorlar yig’indisining qiymatlari uchun “tasodifiylik” yo’qolib borishi va bu qiymatlar aniq bir songa intilib borishi yotadi.

**Teorema-1.** O’rta qiymatga ega bo’lgan bog’liqsiz va bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi $\{\xi_n\}$ uchun $M\xi_n = a, \quad S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$ bo’lsin. U holda xar qanday musbat $\varepsilon > 0$ uchun

$$P\left(\left|\frac{S_n}{n} - a\right| \geq \varepsilon\right) \to 0, \qquad n \to \infty$$

ya’ni, $n \to \infty$ da $\frac{S_n}{n} \xrightarrow{P} a$ bo’ladi.

Keltirilgan teoremaning ifodasi va $\xi_k$ larni bog’liqsizlik sharti ularni bitta ehtimollik fazosida aniqlangan bo’lishligini taqazo qiladi. Bu teorema oddiy matematik teorema bo’lib, sodda qilib aytganda, ko’rilayotgan tasodifiy miqdorlar uchun “vaqt bo’yicha olingan o’rta qiymat” “fazo bo’yicha olingan o’rta qiymat”ga yaqinligini ko’rsatadi.

**Teoremaning isboti.** Oldin eslatib o’tilganidek, agar limit tasodifiy miqdor o’zgarmas son bo’lsa, tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun ehtimollik bo’yicha yaqinlashishi taqsimotlar kuchsiz yaqinlashishi bilan teng kuchli bo’ladi.

Aytaylik $f_n(t) = Me^{itS_n}, \qquad f(t) = Me^{it\xi_1}$

bo’lsin. Uzluksizlik teoremesiga asosan (teorema § ) har qanday $t$ uchun

$$f_n\left(\frac{t}{n}\right) \to e^{iat}, \qquad n \to \infty \tag{1}$$

ekanligini isbotlash etarli bo'ladi.

Xarakteristik funksiya $f(t)$ uzluksiz ekanligidan $O$ nuqtaning qandaydir atrofida $|f(t)-1|<\frac{1}{2}$ tengsizlik bajariladi. Demak, shu tengsizlikni qanoatlantiruvchi $t$ lar uchun $l(t)=\ln\varphi(t)$ funksiyani aniqlash mumkin (logarifmik funksiyaning bosh qiymati hisobga olinadi). Tasodifiy miqdor $\xi_k$ ning o'rta qiymati mavjud bo'lgani uchun

$$l'(0)=\frac{\varphi'(0)}{\varphi(0)}=ia$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Fiksirlangan $t$ ning qiymati uchun $n$ ning etarli katta qiymatlarida $l\left(\frac{t}{n}\right)$ funksiya aniqlangan bo'ladi va

$$f_n\left(\frac{t}{n}\right)=f^n\left(\frac{t}{n}\right)=e^{nl\left(\frac{t}{n}\right)}$$

formula o'rinli.

Endi $l(0)=0$ ekanligidan $n\to\infty$ da

$$l^{nl\left(\frac{t}{n}\right)}=\exp\left\{t\cdot\frac{l\left(\frac{t}{n}-l(0)\right)}{\frac{t}{n}}\right\}\to l^{tl'(0)}=e^{iat}$$

limit munosabatni olamiz. Bu esa (1) ning to'g'ri ekanligini ko'rsatadi.

Eslatib o'tish mumkinki teorema 1 ga teskari bo'lgan teorema ham to'g'ri bo'ladi, ya'ni $\frac{S_n}{n}\xrightarrow{P}a$ ekanligidan $\xi_k$ tasodifiy miqdorning o'rta qiymati mavjud bo'lib, u $a$ ga teng bo'ladi. Lekin bu jumlaning isboti keltirilgan isbotga nisbatan murakkab ravishda o'tadi.

Umuman berilgan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi $\{\xi_n\}$ uchun katta sonlar qonuni o'rinli deyiladi, agarda $n\to\infty$ da $\frac{S_n}{n}$ ifoda biror o'zgarmas songa ehtimollik bo'yicha yaqinlashsa. Teorema 1 va unga berilgan izoh ko'rsatadiki bog'liqsiz va bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun kata sonlar qonuni o'rinli bo'lishi uchun o'rta qiymatning mavjud bo'lishi etarli va zaruriy shart bo'lar ekan. Bu qonun yuqorida aytilganidek katta amaliy xarakterga ega. Buni quyidagi sodda misolda ham ko'rish mumkin. Aytaylik $a$ qandaydir noma'lum miqdor bo'lib(er sharining diametri, yadro zarrachasining parchalanish davri va hakazo), uni tajriba yordamida aniqlash kerak bo'lsin. Tajriba o'tkazilishi xolatlarini o'zgartirmagan holda olingan $n$ marta o'lchov natijalari $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ larni bog'liqsiz bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar deb qabul qilish mumkin va ular uchun $M\xi_1 = M\xi_2 = ... = M\xi_n = a$ bo'ladi. Teorema 1 ga ko'ra

$$\frac{\xi_1 + ... + \xi_n}{n} \approx a$$

munosabat o'rinli ekanligi kelib chiqadi va katta sonlar qonuni amaliyotda noma'lum miqdorlar uchun tajriba natijalarining o'rta arifmetik ifodasi qo'llanishi mumkinligini asoslab beradi.

Ixtiyoriy bog'liqsiz tasodifiy miqdorlar uchun katta sonlar qonuni o'rinli ekanligi haqidagi teoremalar qo'shimcha shartlarni bajarilishini talab etadi.

**Teorema 2.** Bog'liqsiz bo'lgan $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ tasodifiy miqdorlar uchun $M\xi_k = a_k$, $D\xi_k = \sigma_k^2$ bo'lsin. Agar

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sigma_k^2}{k^2}$$

qator yaqinlashsa xar qanday musbat $\varepsilon$ uchun $n \to \infty$ da

$$P\left( \left| \frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} - \frac{a_1 + \dots + a_n}{n} \right| \geq \varepsilon \right) \to 0$$

o'rinli bo'ladi.

Keltirilgan teorema 2 dan ko'rinadiki, agar ko'rilayotgan tasodifiy miqdorlarning dispersiyalari biror umumiy musbat son bilan chegaralangan bo'lsa, ya'ni $\sigma_1^2 \leq c,\ \sigma_2^2 \leq c, \dots,\ \sigma_n^2 \leq c, \dots, \quad (c > 0)$ tengsizliklar o'rinli bo'lsa, bu tasodifiy miqdorlar ketam-ketligi uchun katta sonlar qonuni bajarilar ekan.

## STATISTIK TO'PLAM

Biyalogiyada tadqiqotchi, asosan, sifat tarkibi bir jinsli bo'lgam to'plam bilan ish ko'rgan.

Jonli organizmning rivojlanushi juda ko'p va deyarli turlicha bo'lgan ichki va tashqi sharoitlar bilan belgilanadi; biror ikkita individ uchun shart-sharoitlar bir hil bo'lmaydi. Shu sababli individlarning son yoki sifat belgilari o'rganilayotganda bir, emas balki bir qator qiymatlar hosil bo'ladi, chunki bir to'plamdagi individlar bir-biridan ozmi-ko'pmi farq qiladi. Masalan, 1-jadvalda ma'lum nav g'o'za ustida o'tkazilgan 10 ta tajribada olingan hosil keltirilgan.

1-jadval

| **Tajribalar nomeri** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Hosil** | 42,6 | 60,2 | 64,0 | 65,6 | 68,0 | 63,7 | 44,0 | 41,0 | 47,4 | 59,5 |

Bu misolda tajribadan tajribaga o'tganda turli qiymatga ega bo'ladigan miqdorni ko'ramiz. Agar har bir tajribaning barcha shart-sharoitlari bir hil bo'lganida edi, bu miqdor mutloqo o'zgarmasligi kerak edi. Haqiqatan tajriba sharoitlarining bir-biriga mumkin qadar o'xshashligi saqlangan bo'lsa ham, faktorlar natijasida hosil tajribadan tajribaga o'tganda o'zgaradi.

Yana bir misol keltiramiz. Bir joyda etishtirilgan 100 dona bug'doy donning uzunligi (mm hisobida) 2 jadvalda berilgan.

2-jadval

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5,39 | 5,47 | 5,50 | 5,54 | 5,52 | 5,50 | 5,57 | 5,46 |
| 5,42 | 5,24 | 5,44 | 5,49 | 5,39 | 5,36 | 5,58 | 5,52 |
| 5,38 | 5,44 | 5,47 | 5,35 | 5,62 | 5,44 | 5,45 | 5,43 |
| 5,47 | 5,54 | 5,52 | 5,48 | 5,40 | 5,50 | 5,37 | 5,41 |
| 5,51 | 5,66 | 5,48 | 5,26 | 5,23 | 5,37 | 5,48 | 5,18 |
| 5,30 | 5,43 | 5,34 | 5,55 | 5,45 | 5,47 | 5,46 | 5,61 |
| 5,40 | 5,42 | 5,36 | 5,46 | 5,47 | 5,50 | 5,51 | 5,36 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5,40 | 5,43 | 5,59 | 5,41 | 5,40 | 5,44 | 5,29 | 5,39 |
| 5,287 | 5,52 | 5,45 | 5,55 | 5,42 | 5,28 | 5,42 | 5,44 |
| 5,43 | 5,45 | 5,44 | 5,37 | 5,45 | 5,31 | 5,69 | |
| 5,46 | 5,26 | 5,34 | 5,45 | 5,32 | 5,64 | 5,60 | |
| 5,53 | 5,33 | 5,33 | 5,54 | 5,44 | 5,46 | 5,45 | |
| 5,55 | 5,43 | 5,41 | 5,32 | 5,58 | 5,47 | 5,38 | |

Bu misolda ham bir joyda, deyarli bir hil sharoitda o'stirilgan bug'doy donlari uzunligi ko'p tasodifiy sabablar tasiri natijasida turlichadir.

Sifat tarkibi nisbatan bir jinsli bo'lib, bir belgiga tegishli bo'lgan o'zgaruvchi qiymatlar to'plami *statiatik to'plam* deyiladi. Statistik to'plamning har bir elementi *varianta* deyiladi, to'plamdagi variantlar soni esa to'plamning *hajmi* deyiladi (masalan 1-jadvaldagi to'plamning hajmi 10, 2-jadvaldagi to'plamning hajmi esa 100). Odatda variantalar $x_1, x_2, ..., x_n$ harflar bilan belgilanadi; bu erda $x_n$ variantadagi n indeks variantaning tartib nomerini bildiradi.

Ko'p tasodify sabablar ta'sirida o'zgarib, turli qiymatlar qabul qilishi mumkin bo'lgan X miqdor *tasodifiy miqdor* deb ataladi. Variantalar X tasodifiy miqdorning son qiymatlaridan iboratdir.

Belgilar ikki hil-sifat va son belgilarga ajratadi. Bir-biridan sifati bilan farq qiladigan variantalar *sifat variantalar* deyiladi. Masalan, uy hayvonlari to'plamini

tusi bo'yicha harakterlayotgan bo'lsak, u vaqtda har bir varianta oldindan qabul qilinadigan: qora, malla, qora-chipor, qora-malla va h.k. tuslarga mos sifat xarakteristikasini qabul qilish kerak.

Variantalar orasidagi farq son bilan ham ifodfalanishi mumkin. Masalan, urug'ning og'irligi, sutdagi yog' prosenti, bug'doy donlari uzunligi, uchastkadagi daraxtlar soni va boshqalar son variantalarga misol bo'la oladi.Son variantalar ikki hil –diskret va uzluksiz bo'ladi. Diskret holda variantalar orasidagi farq butun sonlar bilan ifodalanadi. Masalan, uchaskadagi daraxtlar soni, guldagi barglar soni, turli hayvonlar umurtqa pog'analari soni va h.k.

uzluksiz holda variantalar orasidagi farq istalgan kichik songa teng bo'lishi mumkin. Masalan, 2-jadvaldagi berilgan bug'doy donlari uzunligi uzluksiz variantaga misol bo'la oladi.

Agar tekshirilishi lozim bo'lgan tanlanma to'plamda variantalar soni juda ko'p bo'lsa, u holda ularni guruhlarga ajratib, so'ngra har bir guruhga kirgan variantalar soni hisoblanadi. Natijada tanlanmaning statistik taqsimoti hosil bo'ladi. Bunda takrorlanishlar soni endi ayrim, alohida olingan variantaga tegishli bo'lmasdan, balki guruhga tegishli bo'ladi, ya'ni guruhning takrorlanish soni (chastotasi) bo'ladi. Masalan, quyidagi berilgan katta yoshdagi erkak ishchilarning bo'yiga ko'ra taqsimlanishi bunday taqsimotga misol bo'la oladi:

| **Bo'yi (sm hisobida)** | **Erkaklar soni,** $n_i$ | **Bo'yi (sm hisobida)** | **Erkaklar soni,** $n_i$ |
|---|---|---|---|
| 143-146 | 1 | 167-170 | 170 |
| 146-149 | 2 | 170-173 | 120 |
| 149-152 | 8 | 173-176 | 64 |
| 152-155 | 26 | 176-179 | 28 |
| 155-158 | 65 | 179-182 | 10 |
| 158-161 | 120 | 182-185 | 3 |
| 161-164 | 181 | 185-188 | 1 |
| 164-167 | 201 | **Jami** | **1000** |

Bunday statistik taqsimot *intervalli statistik taqsimot* deyiladi.

## SANITARIYA – STATISTIK TADQIQOT USLUBLARI

### Sanitariya statistikasi va uning asosiy vazifalari:

Statistik – bu jamiyat fanlaridan biri bo`lib, u jamiyat orasida uchraydigan xodisalarning miqdor o`zgarishlarini, sifat o`zgarishlari bilan bog'lab o`rganadigan fandir.

Statistikaning asosiy maqsadi aniq olingan vaqt oralig'ida ma`lum mintaqalardagi jamiyat orasida yuz berayotgan voqealarning kattaliklarini, miqdor o`zgarishlarini, ularning kelib chiqish qonuniyatlari bilan bog'lab o`rganishdir.

Tibbiyot statistikasining asosiy vazifalari quyidagilardan iborat:

1. Aholi salomatligini o`rganish; aholining soni, tarkibi, tabiiy harakati (tug'ilish, o`lim, tabiiy ko`payish), jismoniy rivojlanishi va aholi orasida har xil kasalliklarni tarqaganligi va ularning kechishi, o`rtacha umr va hakazolar.

2. Umumiy kasallanish va o`lim ko`rsatkichlarini yoki ayrim kasalliklar va o`lim sabablarini aholining ayrim guruhlari orasida ularning turmush tarzi, tashqi muhit, ijtimoiy – iqtisodiy, tarixiy shart sharoitlar bilan bog'lab o`rganish va o`tkazilgan tadqiqot natijalariga asoslangan holda aholi salomatligini yanada yaxshilash haqida aniq ilmiy asoslangan chora-tadbirlar ishlab chiqish va uni amaliyotga tadbiq etish.

3. Sog'liqni saqlashni to`g'ri rejalashtirish, sanitariya- epidemiologiya va davolash-profilaktika muassasalarining ishini to`g'ri tashkil etish uchun ularning faoliyatini, aholiga ko`rsatilayotgan tibbiy xizmatning sifati va samarasini o`rganish, tibbiyot muassasalarining turi, soni, ularda ishlovchi xodimlarning soni, muqim shifoxonalardagi o`rinlar soni haqida ma`lumotlar yig'ish va ularni har tomonlama chuqur tahlil qilish.

4. Tajribada qo`llanilayotgan davolash va profilaktika ishlarida baho berish, ularni samarasini o`rganish.

5. Klinika va laboratoriya sharoitida ilmiy-tadqiqot ishlarini rejalashtirish, ularni tashkil etish va o`tkazish, olingan natijalar aniqligini baholash, sog'lom va kasal odam organizmidagi har xil xodisa va jarayonlarning

qonuniyatlarini aniqlash, yangi davolash va profilaktika usullarining samaradorligiga baho berish.

Sanitariya statistikasi ijtimoiy gigiena va sog’liqni saqlashni tashkil etish fanining asosiy bir bo`lagi hisoblanadi va u o`z navbatida ikki qismga bo`linadi: aholi salomatligi statistikasi va sog’liqni saqlash statistikasi.

Aholi statistikasiga yuqorida sanab o`tilgan masalalarning birinchi va ikkinchi bandlari kiradi.

Sog’liqni saqlash statistikasiga – uchinchi, to`rtinchi guruh masalalar kiradi. Beshinchi guruh masalalar esa sanitariya statistikasi o`rganadigan barcha vazifalar orasidan ajratib ‘‘tibbiyot statistikasi’‘ nomi bilan ataladi.

Statistik tadqiqot o`tkazish uchun etarli bo`lgan kuzatuvlar sonini, olingan natijalarning ishonchlik darajasini aniqlash uchun matematik tahlil usuli va unda qo`llaniladigan formulalardan foydalaniladi.

Tibbiyot va sanitariya statistikasida matematik tahlil usullari quyidagi xollarda qo`llaniladi:

1. Tanlab olingan majmua qo`llanilgan barcha tadqiqotlarda.
2. Kuzatuv natijalarini nisbiy va o`rtacha qiymatlarda ifodalash va statistik tahlil qilish talab etilganda.
3. Barcha klinik va laboratoriya sharoitida o`tkaziladigan tadqiqotlarda (nisbatan kichik kuzatuvlar soniga ega bo`lganda).

Yuqorida keltirilgan va ayrim boshqa hollarda matematik tahlil usullarini qo`llamasdan turib, statistik tadqiqotni to`g’ri rejalashtirish, tashkil etish va olingan natijalarni ishonchliligini baholash mumkin emas.

## STATISTIK MAJMUA. STATISTIK TADQIQOT BOSQICHLARI

Statistika xarakterli tomonlaridan biri bu uni ko`p xodisalarni o`rganishda qo`llanilishidir. Birlamchi kuzatuvlarda o`rganilayotgan xodisaning, umumiy tipik belgilarini, aniqlash qiyin.

**Statistika** – bu jamiyat fanlaridan biri bo`lib, u jamiyat orasida uchraydigan xodisalarning miqdor o`zgarishlarini, sifat o`zgarishlari bilan bog’lab o`rganadigan fan.

**Tibbiyot statistikasida 3 ta asosiy bo`lim farqlanadi:**

1. Tibbiyot statistikasining nazariy va metodik asoslari.
2. Aholi salomatligi statistikasi
3. Sog’liqni saqlash statistikasi

**Tibbiyot statistikasining asosiy vazifalari:**

1. Aholi salomatligini o`rganish va salomatlikka ta`sir qiluvchi faktorlarni aniqlash,
2. Davolash-profilaktika muassasalari faoliyatini o`rganish, aholi salomatligini yanada yaxshilash haqida aniq ilmiy asoslangan chora-tadbirlar ishlab chiqish va uni amaliyotga tadbiq etish.

Tibbiyotda statistik usullar quyidagi xolatlarda qo`llaniladi:

1. Ishlab chiqarish faktorlarini klinik-gigienik jihatdan normalashtirishda
2. Dori preparatlari dozasini hisoblashda
3. Jismoniy rivojlanish standartlarini aniqlashda
4. Qo`llanilgan profilaktika chora-tadbirlarini effektivligini baholash

Statistik analiz kasalliklarni davolash yoki oldini olishda vrach taktikasini belgilab beradi.

SHunday qilib, har 1 vrach statistikani nazariy asoslarini yaxshi bilishi, statistik usullarni to`g’ri qo`llay olishi kerak.

**STATISTIK MAJMUA**

**Statistik majmua** – bu ma`lum bir xududda va ma`lum bir vaqt ichida olingan nisbatan bir xil bo`lgan elementlardan iborat guruhdir. Statistik majmua alohida birlamchi kuzatuvlardan iborat bo`lib, maxsus usul bilan shakllangan guruhdir. Statistik majmuadagi kuzatuv birliklarini soni tadqiqotlar hajmini aniqlashda va ‘‘n” harfi bilan belgilanadi.

Tadqiqotni yakuniy maqsadi va vazifasiga qarab statistik majmuani bilamchi elementi haqidagi savol hal qiladi.

Statistik majmuaga misol qilib quyidagilarni keltirish mumkin: shu yilda tug’ilganlar yoki o`lganlar guruhi, u yoki bu rayon, shaharni aholisi.

Har bir kuzatuv birligi ko`p belgilarga ega, ammo ulardan faqatgina tadqiqotni maqsadiga va masalalar echimiga javob beradiganlari inobatga olinadi.

Bu belgilar hisobga olingani (registratsiya qilinadi) uchun hisobga olinadigan belgilar deyiladi. Undan tashqari har bir belgi o`z gradatsiyasi bor. Masalan, yosh shunday gradatsiyalarga ega bo`lishi mumkin: 20 yoshgacha, 20-24, 25-29 yosh. Davolanishni oqibatini tahlili bo`yicha, tuzalgan, bemorlar, o`zgarishsiz, jarayonni zo`rayishi va o`lim kuzatilgan bemorlar farqlanadi.

Jinsi, yoshi, turar joyi, kasallanish muddati va gospitalizatsiya, kilinik tekshiruvlar natijalari, davolanish oqibatlari kabi xisobga olinadigan belgilar faqatgina majmuaning har bir elementini (kuzatuv birligi) har tomonlama o`rganib qolmasdan, balki butun majmuani to`liq o`rganishga yordam beradi.

Aytaylik, ma'lum paxta maydonidagi hali ochilmagan ko'saklarning o'rtacha og'irligini aniqlash kerak bo'lsin. Buning uchun maydondagi hamma ko'saklarni yig'ib olish va ularni tortish lozim, lekin bu bilan katta maydondagi hosilni isrof qilgan bo'lar edik. Bunday hollarda ko'saklarning bir qisminigina yig'ib olib, ularning o'rtacha og'irligi aniqlanadi va bu bilan butun maydondagi ko'saklarning o'rtacha og'irligini aniqlash mumkin bo'ladi. Tekshirishning bunday usuli *tanlanma usul* deyiladi. O'lchash uchun yig'ib olingan ko'saklar *tanlanma to'plam* yoki oddiy qilib *tanlanma* deyiladi. Paxta maydonidagi barcha ko'saklar to'plami esa bosh to'plam deyiladi.

Ba'zan yalpi tekshirishlar ham o'tkaziladi. Lekin yalpi tekshirish amalda nisbatan kam qo'llaniladi, sababi yalpi tekshirish o'tkazish katta sarf-harakatlar bilan bog'liq bo'lishi yoki jismonan juda qiyin bo'lishi mumkin.

Masalan, mamlakat aholisining soni, ularning yoshi bo'yicha taqsimlanishi, milliy tarkibi to'g'risida ma'lumotlarni talab qiluvchi ijtimoiy-iqtisodiy tadbirlarni rejalashtirishni olaylik. Bu ma'lumotlarni yig'ish uchun har 10 yilda aholi soni ro'yxatga olinadi, ya'ni yalpi tekshirish o'tkaziladi, qolgan vaqtlarda esa zarur ma'lumotni yig'ish uchun tanlanma so'rovlar o'tkaziladi. Bu misolda mamlakat aholisining so’rov o’tkaziladigan qismi *tanlanma to’plam* deyiladi. Mamlakatning butun aholisi esa *bosh to’plam* deyiladi.

Shunday qilib, biror belgiga nisbatan o’rganiladigan barcha bir jinsli ob'yektlar to’plami *bosh to’plam* deyiladi. Bosh to’plamdagi barcha ob'yektlar soni *bosh to’plamning hajmi* deyiladi, uni N harfi bilan belgilaymiz. *Tanlanma to’plam* deb esa bosh to’plamdan tekshirish uchun tasodifiy ravishda tanlab olingan ob'yektlar to’plamiga aytiladi. Tanlanma to’plamdagi barcha ob'yektlar soni *tanlanmaning hajmi deyiladi*; uni n harfi bilan belgilaymiz.

Tanlanmalar hosil qilinish usuli bo’yicha takror va notakror tanlanmalarga ajratiladi. Agar tanlanmaning ob'yektlari (elementlari) bosh to’plamdan olingan elementni (keyingisini olishdan oldin) yana bosh to’plamga qaytarish yo’li bilan ajratilsa, bunday tanlanma *takror tanlanma* deyiladi. Bunda har bir tanlangan element keyingi tanlashda takror chiqishi mumkin. agar tanlanmaning elementlari yana bosh to’plamga qaytarmasdan ajratilsa, bunday tanlanma *notakror tanlanma* deyildi.

## 2-§ STATISTIK TAQSIMOTLAR.

Tekshirilayotgan X belgining kuzatilgan qiymatlari

$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \qquad (1)$$

bo’lib, hajmi n bo’lgan tanlanmani tashkil etsin. Bu erda $x_i$, i =1,2,…,n, ***variantalar*** deb ataladi.

(1) tanlanmadagi variantalarni o’sib borish tartibida joylashtirishdan xosil qilingan

$$x_1^* \le x_2^* \le \ldots \le x_n^* \qquad (2)$$

(1) ketma-ketlik variatsion qator deyiladi.

(2) tanlanmadagi turli qiymatli variantalarni $x_1, x_2, \ldots, x_m$ va ularning takrorlanishlar sonini $n_1, n_2, \ldots, n_m$ deb belgilaymiz. Bu holda

$n_i$; i =1,2,…,m, sonlar ***chastotalar*** deb ataladi va ular

$$n_1 + n_2 + \ldots + n_m = n \qquad (3)$$

tenglikni kanoatlantiradi. Bunda n – tanlanma hajmidir. Bu holda tanlanmani ushbu

| $x_i$ | $x_1$ | $x_2$ | .... | $x_m$ |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | $n_1$ | $n_2$ | .... | $n_m$ |

(4) jadval ko'rinishda ifodalash mumkin va u X belgining berilgan tanlanma bo'yicha ***statistik taqsimot qonuni*** deb ataladi. Ko'pinsha $n_i$ chastota o'rniga ***nisbiy chastota*** deb ataladigan $w_i = n_i/n$ sonlardan foydalaniladi. Bu holda statistik taqsimot qonuni

| $x_i$ | $x_1$ | $x_2$ | .... | $x_m$ |
|---|---|---|---|---|
| $w_i$ | $w_1$ | $w_2$ | .... | $w_m$ |

(5) ko'rinishda bo'ladi va unda

$$w_1 + w_2 + \ldots + w_m = 1 \qquad (6)$$

munosabat o'rinli bo'ladi.

Endi ixtiyoriy $x$ haqiqiy soni uchun $n_x$ orqali (1) tanlanmadagi qiymati $x$ sondan kichik bo'lgan variantalar sonini belgilaymiz. Bu $n_x$ sonini (2) variatsion qatordan aniqlash osonroq bo'lishini ta'kidlab o'tamiz.

Bu holda ($n$ –tanlanma hajmi)

$$F_n^*(x) = \frac{n_x}{n} \qquad (7)$$

formula barsha haqiqiy sonlar to'plamida aniqlangan funksiyani ifodalaydi.

Bu funksiya quyidagi xossalarga ega:

I . $0 \le F_n^*(x) \le 1, x \in (-\infty, \infty)$

Bu xossa $0 \le n_x \le n$ ekanligidan kelib chiqadi.

II. $F_n^*(x)$ kamayuvchi funksiya , ya'ni $x_1 < x_2$ bo'lsa, u holda $F_n^*(x_1) \le F_n^*(x_2)$

Bu xossa $x_1 < x_2$ bo'lganda $n_{x_1} \le n_{x_2}$ ekanligidan kelib chiqadi.

III. $.F_n^*(x) = 0$, agar $x \le x_1^*$ bo'lsa. Bunda $x_1^*$ - tanlanmaning variatsion qatoridagi birinchi elementni bildirib, kuzatuv natijalarining eng kichik qiymatini ifodalaydi.

Bu xossa $x \le x_1^*$ bo'lganda $n_x=0$ ekanligidan kelib chiqadi.

Jumladan , doimo $F_n^*(-\infty)=0$ munosabat o'rinli.

IV. $F_n^*(x)=1$ , agar $x > x_n^*$ bo'lsa. Bu erda $x_n^*$ variatsion qatordagi oxirgi element bo'lib, kuzatuv natijalarining eng katta qiymatiga teng bo'ladi.

Bu xossa $x > x_n^*$ bo'lganda $n_x=n$ ekanligidan kelib chiqadi.

Jumladan, doimo $F_n^*(+\infty)=1$ munosabat o'rinlidir.

Bu erdan $F_n^*(x)$ xossalari taqsimot funksiyasi xossalariga o'xshashligi kelib chiqadi. Bu o'xshashlik bejiz bo'lmasdan, katta sonlar qonunining Bernulli teoremasiga asosan ixtiyoriy kichik ε>0 va har qanday $x \in (-\infty,\infty)$ uchun

$$\lim_{n\to\infty} P(\left|F_n^*(x)-F(x)\right| < \boldsymbol{\varepsilon})=1$$

munosabat o'rinli ekanligi kelib chiqadi. Bu erda F($x$) qaralayotgan X belgining taqsimot funksiyasini bildiradi. Shu sababli $F_n^*(x)$ o'rganilayotgan X belgining berilgan tanlanma bo'yicha ***<u>empirik taqsimot funksiyasi</u>*** deyiladi va noma'lum F(x) taqsimot funksiyasi uchun baho sifatida, ya'ni $F(x) \approx F_n^*(x)$ deb karaladi.

XOY dekart koordinatalar sistemasini kiritib, uning absissalar o'qiga $x_i$, $i=1,2,\ldots,m$, variatalarni, ordinatalar o'qiga ega $n_i$ chastotalarni yoki $w_i$ nisbiy chastotalarni joylashtiramiz. So'ngra koordinata tekisligida $(x_i , n_i)$ yoki $(x_i , w_i)$ $i=1,2,\ldots,m$, nuqtalarni topamiz va ularni ketma-ket to'g'ri shiziq kesmalari bilan tutashtiramiz. Natijada xosil bo'lgan siniq chiziq chastotalar yoki nisbiy chastotalar ***<u>poligoni</u>*** deyiladi.

X belgining kuzatilgan qiymatlari joylashgan $(x_1^*, x_m^*)=(x_{min}, x_{max})$ oraliq k ta teng h uzunlikdagi $\Delta_1$ , $\Delta_2$ ,…, $\Delta_k$ intervallarga bo'linadi. Bu intervallarga tushgan variantalar soni $m_1$ , $m_2,\ldots,m_k$ bo'lsin. Endi asoslari h uzunlikli $\Delta_i$ intervallardan, balandliklari esa $m_i$ /h, $i=1,2,\ldots,k$ bo'lgan to'g'ri turtburchaklarni chizamiz. Bu to'g'ri to'rtburshaklar xosil qilgan pogonasimon shakl ***<u>chastotalar gistogrammasi</u>*** deyiladi va uning yuzasi

$$S=\frac{m_1}{h}\cdot h+\frac{m_2}{h}\cdot h+\ldots+\frac{m_k}{h}\cdot h=m_1+m_2+\ldots+m_k=n,$$

bo’ladi. Bu erda n-tanlanma hajmidir.

Ko’pinsha $m_i$ chastotalar o’rniga $v_i = m_i/n$ nisbiy chastotalar olinib, ***nisbiy chastotalar qistogrammasi*** xosil qilinadi va uning yuzasi

$$S=\frac{v_1}{h}\cdot h+\frac{v_2}{h}\cdot h+\ldots+\frac{v_k}{h}\cdot h=v_1+v_2+\ldots+v_k=1$$

bo’ladi.

## STATISTIK BAHOLAR VA ULARNING TURLARI.

**T A ' R I F 1:** Statistik kuzatuv natijalaridan tuzilgan ixtiyoriy $h(X_1,X_2,\ldots,X_n)$ funksiya ***statistika*** yoki ***statistik baho*** deb ataladi.

Har bir statistik baho $X_1, X_2,\ldots,X_n$ tasodifiy miqdorlardan xosil qilingani uchun uning yuzi ham tasodifiy miqdordan iborat bo’ladi. Amaliy tatbiqlarda $X_1, X_2,\ldots,X_n$ tasodifiy miqdorlarlar o’rniga $x_1,x_2,\ldots,x_n$ tanlanma olinadi va bu holda $h(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ statistik bahoning kuzatilgan qiymatidan iborat bo’lib, aniq bir songa teng bo’ladi.

Noma’lum $\theta$ parametr uchun olingan statistik bahoni $\theta^*(X_1,X_2,\ldots,X_n)$ yoki qisqacha $\theta_n^*$ kabi belgilaymiz. Bunda $\theta_n^*$ tasodifiy miqdor, $\theta$ esa tasodifiy bo’lmagan noma'lum bir son bo’lgani uchun, $\theta_n^*\approx\theta$ takribiy tenglik xaqida gapirib bo’lmaydi. Shu sababli $\theta_n^*$ statistik bahoni $\theta$ parametr qiymatiga yaqinligini faqat ehtimollar bilan bog’liq tuchunshalar orqali ifodalash mumkin.

**T A ' R I F 2 :** Noma'lum $\theta$ parametr uchun olingan $\theta_n^*$ statistik baho statistik baho ***siljimagan*** deyiladi, agarda uning matematik kutilishi

$$M(\theta_n^*)=\theta \qquad (1)$$

shartni qnoatlantirsa.

(1) shart $\theta_n^*$ statistik baho sistematik, ya'ni doimiy xatolikka ega bulmasdan, fakat tasodifiy xatoliklarga ega ekanligini ifodalaydi. Agarda $M(\theta_n^*)$

$= \theta+\varepsilon$ ($\varepsilon\neq 0$) bo'lsa , statistik baho ***siljigan*** deb ataladi. Masalan, biror kattalik santimetrli shizgishda ulshanayotgan bo'lsa, unda albatta sistematik $\varepsilon$ ($|\varepsilon|<1$sm) xatolikka yo'l kuyilayotgan bo'ladi va shu sababli bu holda karalayotgan baholar siljigan bo'ladi.

**T A ' R I F 3 :** Statistik baho $\theta_n^*$ ***asosli*** deyiladi, agarda ixtiyoriy $\varepsilon>0$ kichik son uchun

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\ \theta_n^* - \theta\ \right| < \varepsilon\right\} = 1 \qquad (2)$$

shart bajarilsa.

Shunday qilib asosli baho uchun $n\to\infty$ da ehtimollik bo'yicha $\theta_n^* \to \theta$ munosabat o'rinli bo'ladi va ma'lum ma'noda $\theta_n^*$ qiymatlari noma'lum $\theta$ songa yaqin deb aytish mumkin.

**T E O R E M A :** Agarda $\theta_n^*$ siljimagan statistik baho bo'lib, uning dispersiyasi

$$\lim_{n\to\infty} D(\theta_n^*) = 0 \qquad (3)$$

shartni qanoatlantirsa, u asosli baho bo'ladi.

**I s b o t :** Shartga ko'ra $M(\theta_n^*) = \theta$ bo'lgani uchun, Chebishev tengsizligi va (3) shartga asosan

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\ \theta_n^* - \theta\ \right| < \varepsilon\right\} = \lim_{n\to\infty} P\left\{\left|\theta_n^* - M(\theta_n^*)\right| < \varepsilon\right\} \geq$$

$$\geq \lim_{n\to\infty}\left(1 - \frac{D(\theta_n^*)}{\varepsilon^2}\right) = 1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\lim_{n\to\infty} D(\theta_n^*) = 1$$

Ammo $R\{|\theta_n^* - \theta|<\varepsilon\}>1$ bo'la olmaydi va shu sababli olingan tengsizlikdan (2) tenglik kelib chiqadi.

**T A ' R I F 4 :** Berilgan n xajmli tanlanmada $\theta$ parametr uchun mavjud barsha statistik baholar ichida eng kichik dispersiyaga ega bo'lgan $\theta_n^*$ baho ***effektiv*** (samarali) deb ataladi.

Effektiv $\theta_n^*$ bahoning qiymatlari $\theta$ parametrga boshqa baholarga nisbatan yaqinroq joylashgan deb tushunish mumkin.

**T A ' R I F 5 :** Agarda $\theta_n^*$ statistik baho

$$\lim_{n\to\infty} M(\theta_n^*) = \theta \qquad (4)$$

shartni qanoatlantirsa, u ***asimptotik siljimagan baho*** deyiladi.

Agarda $\tilde{\theta}_n$ noma'lum $\theta$ parametr uchun effektiv, $\theta_n^*$ esa boshqa bir baho bo'lsa, $e_n = D(\tilde{\theta}_n) \,/\, D(\theta_n^*)$ son shu bahoning effektivligi deb ataladi. Ma'nosiga ko'ra, har qanday $\theta_n^*$ baho va ixtiyoriy $n$ uchun $0 \le e_n \le 1$ munosabat o'rinli bo'ladi.

**T A ' R I F 6:** Agarda $\theta_n^*$ statistik baho uchun

$$\lim_{n\to\infty} e_n = 1 \qquad (5)$$

shart bajarilsa, u ***asimptotik effektiv baho*** deyiladi.

Ko'p hollarda asimptotik siljimagan yoki effektiv baholarni topish masalasi nisbatan osonroq xal etilishi mumkin.

Endi $\Im(x,\theta)$ taqsimotdagi noma'lum $\theta$ parametr uchun $x_1, x_2, \dots, x_n$ tanlanma bo'yicha $\theta_n^*$ statistik baho xosil kilish usullardan birini ko'rib o'tamiz. Bu ***haqiqatga maksimal o'xshashlik*** usuli deb ataladi. Bunda dastlab berilgan taqsimot ko'rinishi va tanlanma bo'yicha

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = \Im(x_1,\theta)\cdot \Im(x_2,\theta)\cdots \Im(x_n,\theta) \qquad (6)$$

funksiyani xosil qilqamiz. (6) ***haqiqatga maksimal o'xshashlik funksiyasi*** deyiladi va u $n$ ta bog'liqmas kuzatuvlarda X tasodifiy miqdorimiz $x_1, x_2, \dots, x_n$ qiymatlar qabul qilish ehtimolligi xaqida ma'lumot beradi. Bu funksiyada $x_1, x_2, \dots, x_n$ kuzatuv natijalari bo'lgani uchun o'zgarmas sonlar sifatida qaraladi va $\theta$ o'zgaruvshi deb olinadi. Noma'lum $\theta$ parametrga $\theta_n^*$ baho sifatida (6) funksiyaga eng katta (maksimum) qiymat beruvshi $\theta$ o'zgaruvchi qiymati olinadi va ***u haqiqatga maksimal o'xshashlik*** bahosi deb ataladi.

Demak, haqiqatga maksimal o'xshashlik bahosi (6) funksiyaning kritik nuqtasi kabi aniqlanadi va shu sababli , ekstremumlar nazariyasiga asosan,

$$\frac{\partial L(x_1, x_2, \ldots, x_n, \theta)}{\partial \theta} = 0 \qquad (7)$$

tenglamadan topiladi. (7) ***haqiqatga maksimal o'xshashlik tenglamasi*** deyiladi. Xisoblashlarni osonlashtirish maqsadida ba'zi taqsimotlar uchun (7) tenglama o'rniga

$$\frac{\partial \ln L(x_1, x_2, \ldots, x_n, \theta)}{\partial \theta} = 0 \qquad (8)$$

tenglamani ham qarash mumkin. Bunga sabab shuki, (7) va (8) tenglama ildizlari doimo bir xil bo'ladi.

Agarda X tasodifiy miqdorning taqsimoti $\Im(x, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m)$ ko'rinishda bo'lib, m ta $\theta_i$ , i =1,2,..,m, noma'lum parametrlarga bog'liq bo'lsa, ular uchun haqiqatga maksimal o'xshashlik baholari $\theta_n^*(i)$, $i$ =1,2,…,m.

$$\frac{\partial L(x_1, x_2 \ldots, x_n, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m)}{\partial \theta_i} = 0 \ , \quad i = 1,2,\ldots,m$$

yoki

$$\frac{\partial \ln L(x_1, x_2 \ldots, x_n, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m)}{\partial \theta_i} = 0 \ , \quad i = 1,2,\ldots,m$$

tenglamalar sistemasidan topiladi.

Isbotlash mumkinki, $\Im(x)$ taqsimotlarning ancha keng sinflari uchun haqiqatga maksimal o'xshashlik baholari asosli va asimptotik effektiv bo'ladi. Ammo ular siljigan baholar bo'lishi mumkin.

## NORMAL TAQSIMOT PARAMETRLARINI BAHOLASH. TANLANMA O'RTA QIYMAT VA DISPERSIYA.

O'rganilayotgan X tasodifiy miqdor $N(a, \sigma^2)$ normal taqsimotga ega bo'lib,uning $a$ va $\sigma^2$ noma'lum parametrlarini $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tanlanma bo'yicha haqiqatga maksimal o'xshashlik usulida baholash masalasini ko'ramiz. Bu erda normal taqsimotning

$$f(x,a,\sigma^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\,exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

zishlik formulasidan foydalanamiz.Bu holda haqiqatga maksimal o'xshashlik funksiyasini topamiz:

$$L(X_1,X_2,...,X_n,a,\sigma^2)=f(X_1,a,\sigma^2)\cdot f(X_2,a,\sigma^2)\cdots f(X_n,a,\sigma^2)=$$

$$=(2\pi\sigma^2)^{-n/2}\,exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-a)^2\right\}\ .$$

Xisoblashlarni soddalashtirish maksadida bu funksiyaning natural logarifmini qaraymiz:

$$\ln L(X_1,X_2...,X_n,a,\sigma^2)=-\frac{n}{2}\ln 2\pi\sigma^2-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\ (X_i-a)^2$$

Bu funksiyadan $a$ va $\sigma^2$ parametrlar bo'yicha xosilalar olib, ushbu

$$\frac{\partial \ln L(X_1,X_2,...,X_n a,\sigma^2)}{\partial a}=\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\ (X_1-a)=0\ ,$$

$$\frac{\partial \ln L(X_1,X_2,...,X_n a,\sigma^2)}{\partial a}=-\frac{n}{2\sigma^2}+\frac{1}{2\sigma^4}\sum_{i=1}^{n}\ (X_1-a)^2=0$$

haqiqatga maksimal o'xshashlik tenglamalar sistemasini xosil qilamiz. Bu sistemani yechib, $a$ va $\sigma^2$ parametrlar uchun $a_n^*,(\boldsymbol{\sigma}^2)_n^*$ haqiqatga maksimal o'xshashlik baholarini topamiz:

$$a_n^*=\frac{1}{n}(X_1+X_2+...+X_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ X_i \qquad (1)$$

$$(\sigma^2)_n^*=\frac{1}{n}\left[(X_1-a_n^*)^2+(X_2-a_n^*)^2+...+(X_n-a_n^*)^2\right]=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ (X_i-a_n^*)^2 \qquad (2)$$

Agarda X tasodifiy miqdor $N(a,\sigma^2)$ normal taqsimotga ega bo'lsa, u holda

$a$ = M(X) , $\sigma^2$ = D(X)

bo'ladi. Demak (1) va (2) formulalar bilan aniqlanadigan $a_n^*,(\sigma^2)_n^*$normal taqsimotning o'rta qiymati (matematik kutilishi) M(X) va dispersiyasi D(X)uchun statistik baholar bo'ladi. Ular normal taqsimotdan tashqari boshqa juda ko'p taqsimotlarning o'rta qiymati va dispersisi uchun ham yaxshi statistik baho bo'lishini ko'rsatish mumkin. Shu sababli (1) va (2) formulalar orqali topiladigan statistik baholar mos ravishda ***tanlanma o'rta qiymat*** va ***tanlanma dispersiya*** deb ataladi xamda $\overline{X}$ va $S^2$ kabi belgilanadi:

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \quad , \quad S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2 \qquad (3)$$

Bu baholarning xossalarini o'rganamiz.

Buning uchun $X_i, i = 1,2,\dots,n,$ bog'liqmas, bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar bo'lib,

$$M(X_i) = a \quad , \; D(X_i) = \sigma^2, \quad i = 1,2,\dots,n$$

ekanligidan foydalanamiz.

$$M(\overline{X}) = M(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} M(X_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a = a \qquad (4)$$

Demak $\overline{X}$ tanlanma o'rta qiymat noma'lum M(X)=$a$ matematik kutilish uchun siljimagan baho bo'ladi.

$$D(\overline{X}) = D(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} D(X_i) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n} \qquad (5)$$

Bu erdan

$$\lim_{n\to\infty} D(\overline{X}) = \lim_{n\to\infty} \frac{\sigma^2}{n} = 0$$

ekanligi kelib chiqadi. Demak $\overline{X}$ tanlanma o'rta qiymat $a$= M(X) matematik kutilish uchun asosli baho bo'ladi.

Bundan tashqari normal taqsimot uchun bu baho effektiv,boshqa taqsimotlarning ko'pi uchun esa asimptotik effektiv bo'lishini isbotlash mumkin.

$S^2$ tanlanma dispersiya xossalarini o'rganish uchun uni quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \left[(X_i - a) - (\overline{X} - a)\right]^2 =$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (X_i - a)^2 - \frac{2}{n}(\overline{X} - a)\sum_{i=1}^{n} (X_i - a) + \frac{1}{n}\cdot n(\overline{X} - a)^2 =$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-a)^2-\frac{2}{n}(\overline{X}-a)\cdot n(\overline{X}-a)+(\overline{X}-a)^2=$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-a)^2-(\overline{X}-a)^2 \qquad (6)$$

Bu erda

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i-a)=\sum_{i=1}^{n}X_i-na=n\overline{X}-na=n(\overline{X}-a)$$

ekanligidan foydalanildi.

Endi,dispersiya ta'rifiga asosan

$$M(X_i-a)^2=M(X_i-M(X_i))^2=D(X_i)=\sigma^2$$

va (4)-(5) tengliklarga asosan

$$M(\overline{X}-a)^2=M(\overline{X}-M(\overline{X}))^2=D(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}$$

ekanligidan foydalanib, (6) tenglikdan ushbu natijani olamiz:

$$M(S^2)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}M(X_i-a)^2-M(\overline{X}-a)^2=$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sigma^2-\frac{\sigma^2}{n}=\frac{1}{n}n\sigma^2-\frac{\sigma^2}{n}=\frac{n-1}{n}\sigma^2 \qquad (7)$$

Demak,

$$M(S^2)=\frac{n-1}{n}\sigma^2\neq\sigma^2$$

va $S^2$ tanlanma dispersiya noma'lum D(X)=$\sigma^2$ dispersiya uchun siljigan baho bo’ladi.

Ammo

$$\lim_{n\to\infty}M(S^2)=\sigma^2\lim_{n\to\infty}\frac{n-1}{n}=\sigma^2 \quad ,$$

ya'ni $S^2$ asimptotik siljimagan baho bo’ladi. Shu sababli tanlanma hajmi yetarli katta bo’lsa, $S^2$ bahoni siljimagan deb xisoblash mumkin. Agar tanlanma hajmi katta bo’lmasa, $\sigma^2$ dispersiya uchun siljimagan baho sifatida

$$(S^2)^*=\frac{n}{n-1}S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2 \qquad (8)$$

bahoni qarash mumkin. Bu baho ***tuzatilgan tanlanma dispersiya*** deb ataladi va uning uchun

$$M(S^2)^* = M(\frac{n}{n-1}S^2) = \frac{n}{n-1}M(S^2) = \frac{n}{n-1}\cdot\frac{n-1}{n}\sigma^2 = \sigma^2$$

munosabat o'rinli bo'ladi, ya'ni $(S^2)^*$siljimagan baho bo'ladi. $S^2$ va $(S^2)^*$tanlanma dispersiyalar $\sigma^2 = D(X)$ dispersiya uchun asosli baho bo'lishini ko'rsatish mumkin.

Agarda X ustidagi kuzatuv natijalari statistik taqsimot qonuni orqali berilgan bo'lsa, tanlanma o'rta qiymat $\overline{X}$ va tanlanma dispersiya $S^2$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{\kappa=1}^{m} X_\kappa n_\kappa}{\sum_{\kappa=1}^{m} n_\kappa}, \qquad S^2 = \frac{\sum_{\kappa=1}^{m}(X_\kappa - \overline{X})^2 n_\kappa}{\sum_{\kappa=1}^{m} n_\kappa} \qquad (9)$$

formulalar bilan topiladi. Bu erda $X_k$, k =1,2,…,m, qaralayotgan X tasodifiy miqdorning o'zaro teng bo'lmagan kuzatilgan qiymatlarini, $n_k$ esa shu qiymatlar chastotasini ifodalaydi.

## KORRELYATSION VA REGRESSION MASALALAR

**T A ' R I F 1 :** **A**garda X tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan har bir *x* qiymaitga Y tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan bitta *u* qiymati mos kelsa, X va Y tasodifiy miqdorlar ***funksional bog'langan*** deyiladi va Y=φ(X) ko'rinishda yoziladi.

**T A ' R I F 2 :** Agarda X tasodifiy miqdorning xar bir mumkin bo'lgan *x* qiymatiga Y tasodifiy miqdorning biror taqsimot qonuni mos kelsa, X va Y tasodifiy miqdorlar ***statistik bog'langan*** deyiladi.

**T A ' R I F 3:** X va Y statistik bog'langan bo'lsa, X=*x* bo'lganda Y tasodifiy miqdorning matematik kutilishi (o'rta qiymati) **shartli o'rta qiymat** deb ataladi va $\overline{Y}_\kappa$ kabi belgilanadi

Ko'p hollarda $\overline{Y}_\kappa$ shartli o'rta qiymatni hisoblaganda Y tasodifiy miqdorga X tasodifiy miqdordan boshqa tasodifiy omillarning ta'siri yo'qolib ketadi deb qarash mumkin. Masalan, Y hosildorlikka X o'g'it miqdoridan tashqari tuproq navi, yog'ingarchilik, havoning xarorati kabi juda ko'p omillar ta'sir etadi. Ammo o'rtasha $\overline{Y}_K$ hosildorlikni qaraganda, ularning ta'sirlarini hisobga olmaslik va bu kattalik faqat o'g'it miqdori X bilan aniqlanadi deb aytish mumkin.

**T A ' R I F 4 :** Agarda X va Y statistik bog'langan, ammo $\overline{Y}_X$ va X esa funksional bog'langan bo'lsa, X va Y o'rtasida ***korrelyatsion bog'lanish*** mavjud deb ataladi.

Agarda X va Y korrelyatsion bog'langan bo'lsa, u holda

$$\overline{Y}_X = \varphi(X) \qquad (1)$$

deb yozish mumkin.

**T A ' R I F 5 :** (1) Y tasodifiy miqdorning X tasodifiy miqdorga ***regressiya tenglamasi*** , φ(X) esa regressiya funksiyasi deb ataladi.

Matematik statistikada X va Y tasodifiy miqdorlar ustida o'tkazilgan n ta bog'liqmas kuzatuv natijalari

$$(x_1, u_1), (x_2, u_2), \dots, (x_n, u_n) \qquad (2)$$

asosida φ(X) regressiya funksiyasi to'g'risida xulosalar shiqariladi va bu ***regression masala*** deyiladi. Ko'p xollarda regressiya funksiyasi $\varphi(X)=aX+v$ shiziqli ko'rinishda deb qarash mumkin. Shiziqli regressiya tenglamasidagi noma'lum $a$ va $v$ parametrlar tanlanmadagi kuzatuv natijalariga asosan ***eng kichik kvadratlar usuli*** deb ataladigan usulda baholanadi. Bu usulning mohiyatini kursatish uchun korrelyatsion bog'lanishdagi X va Y tasodifiy miqdorlarni olamiz. $X= x_i$ , i =1,2,…,n, bo'lganda Y tasodifiy miqdorning kuzatuv natijalariga asosan topilgan tanlanma shartli o'rta qiymatini $\overline{Y}_i(t)$ , (1) regressiya tenglamasiga asosan topilgan nazariy shartli o'rta qiymatini $\overline{Y}_i$(n) kabi belgilaymiz.

Bu holda
$$F = \sum_{i=1}^{n} (\overline{Y}_i(н) - \overline{Y}_i(m))^2$$

yig'indi nazariy va amaliy shartli o'rta qiymatlar orasidagi umumiy farqni,tafovutni ifodalaydi.

Eng kichik kvadratlar usulida (1) tenglamadagi φ(X) regressiya funksiyasi shunday tanlanadiki, bu tafovut eng kichik , ya'ni F=min bo'lsin.

Biz ko'rayotgan kuzatuv natijalari eng sodda (2) ko'rinishda, regressiya funksiyasi φ(X)= *a*X+*v* kabi bo'lgan holda $\overline{Y}_i(t) = \overline{Y}_i$ , $\overline{Y}_i(n)=ax_i+v$ bo'ladi. Bu holda

$$F = \sum_{i=1}^{n} (\overline{Y}_i(н) - \overline{Y}_i(m))^2 = \sum_{i=1}^{n} (ax_i + в - y_i)^2 = F(a, в)$$

funksiyaga eng kichik qiymat beruvchi *a* va *v* parametrlar qiymati

$$\frac{\partial F}{\partial a} = \sum_{i=1}^{n} 2(ax_i + в - y_i) \cdot x_i = 0,$$

$$\frac{\partial F}{\partial в} = \sum_{i=1}^{n} 2(ax_i + в - y_i) \cdot x_i = 0$$

shiziqli tenglamalar sistemasidan topiladi.

Bu sistemani eshib,

$$a = \frac{\overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y}}{S_x^2} \quad , в = \frac{\overline{X^2} \cdot \overline{Y} + \overline{X} \cdot \overline{XY}}{S_x^2} \qquad (3)$$

natijalarni olamiz. Bu erda

$$\overline{XY} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i \quad , \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \ , \quad \overline{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \quad , \overline{X^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \quad ,$$

$$S_x^2 = \overline{X^2} - (\overline{X})^2$$

belgilashlar qo'llanilgan.

Kuzatuv natijalari umumiy bo'lgan holda ham *a* va *v* parametrlarning baholari (3) formula orqali topiladi, faqat $\overline{X}, \overline{Y}$, $\overline{XY}$ , $\overline{X^2}$ boshqacharoq hisoblanadi.

Regression masalada X va Y orasidagi bog'lanish ko'rinishini aniqlash masalasi qaraladi. Ba'zi bir masalalarda esa X va Y orasidagi bog'lanish kuchini aniqlashga to'g'ri keladi. Bu ***korrelyatsion masala*** deyiladi. Bu masalani yechish uchun matematik statistikada tanlanmadagi kuzatuv natijalariga asosan turli ko'rsatgichlar hisoblanib, ularning qiymatlari bo'yicha tegishli xulosalar shiqariladi. Bu ko'rsatgichlarning eng soddasi ***tanlanma***

***korrelyatsiya koeffitsienti*** deb ataladi. U $R_{XY}$ kabi belgilanadi va yuqoridagi belgilashlardan foydalanilgan holda

$$R_{XY} = \frac{\overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y}}{S_X \cdot S_Y} \quad (4)$$

formula bilan hisoblanadi. Bu erda $S_Y^2$ berilgan Y tasodifiy miqdorning tanlanma dispersiyasini ifodalaydi va

$$S_Y^2 = \overline{Y^2} - (\overline{Y})^2$$

formula bilan hisoblanadi.

**OXK nazariyasi**

*Kiruvchi oqim*: amalda eng ko`p uchraydigan oqim bu-oddiy arizalar oqimi bo`lib, statsionarlik, ordinarlik va oqibatlarni yo`qlik xossalarga ega.

*Statsionarlik*- talablarning (arizalarning) biror vaqt oraliqida kelishi faqat vaqt oralig’iga bog’liq ekanligini bildiradi.

*Ordinarlik* -bir paytda birdan ortiq talablarning yo`qligini bildiradi.

*Oqibatlarni yo`qlik xossasi*- yangi talablarning kelishi shu paytgacha qachon va qancha talablarning kelishiga bog’liq emasligini bildiradi. Bu *holda t vaqt ichida*, ishlovga kelgan *k ta arizalar kelish ehtimoli* ***Puasson qonuni*** *asosida hisoblanadi*

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t},$$

bu yerda $\lambda$ - *arizalar oqimining intensivligi*, vaqt birligi ichida kelgan arizalar (talablar) o`rtacha soni:

$\lambda = 1/\overline{\tau}$ ( odam/min, ish/soat, avtom./kun, kvt/soat)

bu yerda $\overline{\tau}$ - ikkita qo`shni talablar orasidagi o`rtacha vaqt oralig’i.

Bunday talablar oqimida ikkita talab orasidagi vaqt ko`rsatkichli qonun asosida taqsimlangan bo`lib, ehtimollarning taqsimlanish zichligi quyidagicha

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}.$$

bo`ladi

Navbat boshida tasodifiy kutish vaqti ko`rsatkichli taqsimotga ega bo`ladi deb hisoblanadi:

$$f(t) = \nu e^{-\nu t},$$

bu erda  v - *navbatning harakat intensivligi* bo`lib, vaqt birligi ichida xizmat ko`rsatish uchun navbatga to`plangan talablarning o`rtacha soni qisoblanadi:

$$\nu = \frac{1}{\bar{t}_n}$$

bu erda $\bar{t}_n$ - o`rtacha navbat kutish vaqti.

Chiquvchi talablar oqimi kanalda xizmat ko`rsatish oqimi bilan bog'langan bo`lib, unda xizmat ko`rsatish vaqti $\bar{t}_{xk}$ tasodifiy bo`lib, ko`pincha ko`rsatkichli taqsimot qonuniga bo`ysinadi, va taqsimotning zichligi quyidagicha bo`ladi:

$$f(t_{xk}) = \mu e^{-\mu t}$$

bu erda $\mu$ - xizmat ko`rsatishning intensivligi , ya`ni vaqt birligi ichidagi o`rtacha talablar soni:

$\mu = \frac{1}{\bar{t}_{xk}}$ ( odam/min, ish/soat, avtom./kun, kvt/soat)

va $\bar{t}_{xk}$ - o`rtacha xizmat ko`rsatish vaqti.

OXN ning muhim xarakteristikasi,  yuklama(ish)  intensivligi bo`lib, u $\lambda$ va $\mu$ larni o`zaro bog'laydi:

$$\rho = \lambda / \mu.$$

## II-BOB

## 3-4§ Ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi (OXN) elementlari

### 1. OXN masalalarini va xarakteristikalarini bayon etish

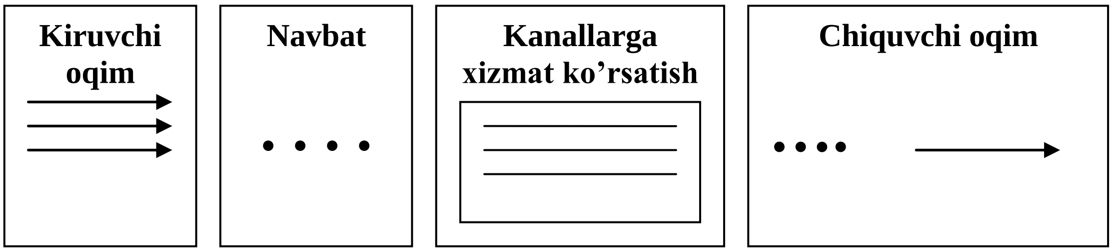
Ko`pincha quyidagi vaziyat yuzaga kelib turadi: savdo kassalari oldida xaridorlar navbat kutib qolishi, svetofor oldida to`xtab qolgan avtomobillar kolonnasi, buzilib ishdan chiqqan va remont bo`lishini kutayotgan stanoklar qatori va h.k. Bu vaziyatlardagi umumiylik shundaki, tizimlar kutish vaziyatida turish zaruriyatida bo`ladilar. Kutish- xizmat ko`rsatish ehtiyojlarini paydo bo`lishini tasodifiy paydo bo`lib qolishi va xizmat ko`rsatuvchi tizimlarning ko`rsatkichlarining tarqoqligidan kelib chiqadi va xizmat ko`rsatish tizimlarini ommaviy xizmat  tizimlari (OXN) deb atalishiga olib keladi.

OXNni o`rganishdan maqsad shuki, tizimning ba`zi ko`rsatkichlarini nazoratga olish, xizmat ko`rsatilishi zarur ob`ektlar va xizmat ko`rsatish sifatini nazorat qilishdir.. Xizmat ko`rsatish tizimlari qanchalik ko`p bo`lsa xizmat ko`rsatish sifati shunchalik yuqori bo`ladi. Lekin xizmat ko`rsatish tizimlarining ko`p bo`lishi iqtisodiy jiqatdan zarar.

OXNlar sanoatda xom ashyo, materiallar, komplekt qismlarni   omborga kelishida va ularni ombordan tarqatishda, turli ko`plab detallarni bitta stanokda ishlov berishda, jihozlarni sozlash va remont qilishda, korxonadagi xizmat ko`rsatuvchi bo`limlar va ularning optimal' sonini aniqlashda va hokazolarda keng ishlatiladi.

OXNning *asosiy elementlari* quyidagilardir:

1) *arizalar manbai* 2) ularning *kiruvchi oqimi* 3) *xizmat ko`rsatish kanallari*  4) *chiquvchi oqim*.  Sxematik ravishda ularni quyida tasvirlash mumkin




Navbatni tashkil etish xarakteri bo`yicha OXN lar quyidagicha uch guruhga bo`linadi:

1) rad etuvchi OXNlar, ularda barcha xizmat ko`rsatish kanallari band bo`lsa, arizalar navbatga qo`yilmaydi va tizimdan *xizmat ko`rsatilmasdan* chiqib ketadi;

2) cheksiz kutuvchi OXNlar, ularda barcha xizmat ko`rsatish kanallari band bo`lsa ham, arizalar navbatga qo`yiladi .

3) aralash tipli OXNlar, ularda kutish mumkin va navbat uzunligi chekli. Agar navbatda barcha o`rinlar band bo`lsa xizmat ko`rsatilmaydi. Navbatga turgan arizaga albatta xizmat ko`rsatiladi.

Xizmat ko`rsatish kanallari soniga qarab OXNlar bir kanalli va ko`p kanalli OXNlarga bo`linadi.

OXNda talablar manbaining joylanishiga qarab yopiq (arizalar manbai tizimning o`zida joylashgan) va ochiq (arizalar manbai tizimdan tashqarida joylashgan) turda bo`lishi mumkin.

OXNning elementlarini alohida-alohida ko`rib chiqamiz.

*Kiruvchi oqim*: amalda eng ko`p uchraydigan oqim bu-oddiy arizalar oqimi bo`lib, statsionarlik, ordinarlik va oqibatlarni yo`qlik xossalarga ega.

*Statsionarlik*- talablarning (arizalarning) biror vaqt oralig'ida kelishi faqat vaqt oralig'iga bog'liq ekanligini bildiradi.

*Ordinarlik* -bir paytda birdan ortiq talablarning yo`qligini bildiradi.

*Oqibatlarni yo`qlik xossasi*- yangi talablarning kelishi shu paytgacha qachon va qancha talablarning kelishiga bog'liq emasligini bildiradi. Bu *holda t vaqt ichida*, ishlovga kelgan *k ta arizalar kelish ehtimoli* ***Puasson qonuni*** *asosida hisoblanadi*

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t},$$

bu yerda $\lambda$ - *arizalar oqimining intensivligi*, vaqt birligi ichida kelgan arizalar (talablar) o`rtacha soni:

$\lambda = 1/\bar{\tau}$ ( odam/min, ish/soat, avtom./kun, kvt/soat)

bu yerda $\bar{\tau}$ - ikkita qo`shni talablar orasidagi o`rtacha vaqt oralig'i.

Bunday talablar oqimida ikkita talab orasidagi vaqt ko`rsatkichli qonun asosida taqsimlangan bo`lib, ehtimollarning taqsimlanish zichligi quyidagicha bo`ladi

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}.$$

Navbat boshida tasodifiy kutish vaqti ko`rsatkichli taqsimotga ega bo`ladi deb hisoblanadi:

$$f(t) = \nu e^{-\nu t},$$

bu erda v - *navbatning harakat intensivligi* bo`lib, vaqt birligi ichida xizmat ko`rsatish uchun navbatga to`plangan talablarning o`rtacha soni hisoblanadi:

$$\nu = \frac{1}{\bar{t}_n}$$

bu erda $\bar{t}_n$ - o`rtacha navbat kutish vaqti.

Chiquvchi talablar oqimi kanalda xizmat ko`rsatish oqimi bilan bog’langan bo`lib, unda xizmat ko`rsatish vaqti $\bar{t}_{xk}$ tasodifiy bo`lib, ko`pincha ko`rsatkichli taqsimot qonuniga bo`ysinadi, va taqsimotning zichligi quyidagicha bo`ladi:

$$f(t_{xk}) = \mu e^{-\mu t}$$

bu erda $\mu$ - xizmat ko`rsatishning intensivligi , ya`ni vaqt birligi ichidagi o`rtacha talablar soni:

$\mu = \frac{1}{\bar{t}_{xk}}$ ( odam/min, ish/soat, avtom./kun, kvt/soat)

va $\bar{t}_{xk}$ - o`rtacha xizmat ko`rsatish vaqti.

OXN ning muhim xarakteristikasi, yuklama(ish) intensivligi bo`lib, u $\lambda$ va $\mu$ larni o`zaro bog’laydi:

$$\rho = \lambda/\mu.$$

n-kanali ochiq OXNlari qaraymiz.

## 2. Rad qiluvchi OXNlar

### Asosiy tushunchalar

Rad qiluvchi tizimga kelgan va barcha kanallar band bo`lgan talab xizmat ko`rsatishga rad etiladi va tizimni xizmat ko`rsatilmasdan tark etadi. Bu holda xizmat ko`rsatishning sifati bo`lib rad etish ehtimoli o`ynaydi. Barcha kanallarga kelib tushayotgan barcha ariza (talab)lar bir xil darajada, teng imkoniyatli murojaat qilishlari mumkin va kirish oqimi sodda, bitta talabga xizmat ko`rsatish vaqt oralig’i ($\bar{t}_{xk}$) ko`rsatkichli taqsimotga bo`ysinadi deb faraz qilinadi.

**O`rnatilgan rejim uchun hisoblash formulalari.**

1. Talablar soni (k = 0) bo`lmaganda , xizmat ko`rsatish kanallarining to`xtab qolish ehtimoli :

$$P_0 = 1/\sum_{k=0}^{n} \rho^k/k!$$

2. Xizmat ko`rsatish uchun tizimga kelgan talab uchun barcha xizmat ko`rsatish kanallarining (k = n) band ekanlik ehtimoli:

$$P_r = \frac{P_0 p^n}{n!}$$

3. Xizmat ko`rsatish ehtimoli $P_{xk}$ teng: $P_{xk} = 1 - P_r$

4. Xizmat ko`rsatish uchun band kanallarning o`rtacha soni :

$$\bar{n}_b = \rho P_{xk}$$

5. Xizmat ko`rsatish bilan band kanallar ulushi:

$$k_b = \frac{\bar{n}_b}{n}$$

6. OXTning absolyut xizmat ko`rsatish imkoniyati:

$$A = \lambda P_{xk}$$

**3. CHeksiz kutuvchi OXN**

**Asosiy tushunchalar**

CHeksiz kutish imkoniyatga ega tizimga kelgan talab, hamma kanallar band bo`lsa ham birorta kanallni bo`shashini kutib navbatga turadi.

Xizmat ko`rsatish sifatining asosiy xarakteristikasi kutish vaqti (talabning navbat kutib turish vaqti) hisoblanadi.

Bunday tizimlar uchun xizmat ko`rsatishni rad etish hisoblanadi. Bunday sistemalar uchun xizmatni bekor qilish xarakterlidir ya’ni

$P_b = 0 \quad va \quad P_{xk} = 1$

Kutuvchi tizimlar uchun navbatning intizomi mavjud:

1) "birinchi keldi-birinchi xizmat ko`rsatiladi" degan printsip o`rinli;

2) "oxirida keldi - birinchi xizmat ko`rsatildi" degan tasodifiy tartibsiz printsip o`rinli;

3) "generallar va polkovniklar navbatsiz xizmat ko`rsatiladi" degan kattalik printsipi o`rinli.

**O`rnatilgan rejim uchun formulalar**

1. Ariza (talab) (k = 0) bo`lmaganda kanallarning to`xtab qolish ehtimoli:

$$P_0 = 1 \Big/ \sum_{k=0}^{n} (\rho^k / k!) + \rho^{n+1} / n!(n-\rho).$$

Faraz qilindiki, p/n < 1.

2. Birdaniga k ta arizaga xizmat ko`rsatilish ehtimoli:

$$P_k = \rho^k P_0 / k!, \quad 1 \leqslant k \leqslant n.$$

3. Birdaniga barcha arizalarga xizmat ko`rsatilish ehtimoli:

$$P_n = \rho^n P_0 / n!$$

4. Arizaning navbatda bo`lish ehtimoli:

$$P_n = \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-p)} P_0$$

5. Navbatdagi arizalarning o`rtacha soni:

$$\bar{L}_n = \frac{\rho^{n+1}}{(n-1)!(n-p)^2} P_0$$

6. Arizaning navbat kutishi o`rtacha vaqti:

$$\bar{t}_n = \frac{\bar{L}_n}{\lambda}$$

7. Arizaning OXN da bo`lishi o`rtacha vaqti:

$$\bar{t}_{oxn} = \bar{t}_n + \bar{t}_{xk}$$

8. Xizmat ko`rsatayotgan kanallarning o`rtacha soni:

$$\overline{n}_b = \rho$$

9. Bo`sh kanallarning o`rtacha soni:

$$\overline{n}_{bo'sh} = n - \overline{n}_b$$

10. Xizmat ko`rsatish kanallarining bandlik koeffitsenti:

$$k_b = \frac{\overline{n}_b}{n}$$

11. OXN da arizalarning o`rtacha soni:

$$\overline{z} = \overline{L}_n + \overline{n}_b$$

## 4. Kutuvchi va chekli navbat uzunlikli OXN

### Asosiy tushunchalar

Navbat uzunligi chekli kutuvchi tizimga kelgan arizalarga xizmat ko`rsatilmasdan tark etadi.

Bunday tizimning asosiy sifat xarakteristikasi arizaga rad javob berish hisoblanadi.

Navbatning uzunligiga cheklovlar quyidagi sabablarga ko`ra mavjud bo`lishi mumkin:

1) navbatga keladigan talablarni vaqtini yuqoridan chegaralangan;

2) navbat uzunligini yuqoridan cheklanganligi;

3) arizaning tizimda bo`lish vaqtiga qo`yilgan umumiy cheklovlar.

### O`rnatilgan rejim uchun formulalar

1. Ariza (talab) (k = 0) bo`lmaganda kanallarning to`xtab qolish ehtimoli:

$$P_0 = 1 : \left\{ \sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} \left[ 1 - \left( \frac{\rho}{n} \right)^m \right] \right\}.$$

2. Xizmat ko`rsatishni rad etish ehtimoli:

$$P_r = \frac{\rho^{n+m}}{n! n^m} \cdot P_0$$

3. Xizmat ko`rsatish ehtimoli:

$$P_{xk} = 1 - P_r$$

4. Absolyut xizmat ko`rsatish qobiliyati:

$$A = P_{xk} \cdot \lambda$$

5. Band kanallarnig o`rtacha soni:

$$\bar{n}_b = \frac{A}{\mu}$$

6. Navbatdagi arizalarnig o`rtacha soni:

$$\bar{L}_{оч} = \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} \frac{1 - (\rho/n)^m (m + 1 - m\rho/n)}{(1 - \rho/n)^2} P_0.$$

7. O`rtacha xizmat ko`rsatish vaqti:

$$\bar{t}_n = \frac{\bar{L}_n}{\lambda}$$

8. Tizimdagi o`rtacha arizalar soni:

$$\bar{z} = \bar{L}_n + \bar{n}_b$$

9. Tizimda bo`lishning o`rtacha vaqti:

$$\bar{t}_{oxt} = \frac{\bar{z}}{\lambda}$$

**5. OXN da mehnat va ishlab chiqarish resurslarining effektivligini aniqlash**

**Rad etuvchi OXNlarga doir masalalar echish.**

**Misol 1.** Sexning OTK sida uchta kontrolyor ishlaydi. Detal' OTK ga barcha kontrolyorlar oldin kelgan detallarga xizmat ko`rsatish bilan band bo`lganda kelsa u tekshirilmaydi. Bir soat ichida OTK ga kelgan detallarning o`rtacha soni 24 ga teng. Bitta kontrolyorning bitta detalga o`rtacha xizmat ko`rsatish vaqti 5 minut. Detalning OTK tomonidan xizmat ko`rsatilmasdan qolish ehtimoli, konrolyorlar qanchalik band va $P^*_{xk}$ = 0,95 (* - berilgan son $P_{xk}$) bo`lishi uchun nechta kontrolyor qo`yish topilsin..

**Echish.** Masalani shartiga ko’ra $\lambda$ = 24det./s = 0,4det./min, $\bar{t}_{xk}$ = 5 min, u holda $\mu = \frac{1}{\bar{t}_{xk}} = 0{,}2$, $\rho = \lambda / \mu = 2$.

1. Xizmat ko`rsatish kanallarining to`xtash ehtimoli:

$$P_0 = \frac{1}{\frac{2^0}{0!} + \frac{2^1}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!}} = \frac{1}{1+2+3+1,3} = 0,1587$$

2. Xizmat ko`rsatishni rad etish ehtimoli:

$$P_r = 2^3 \cdot \frac{0,1587}{3!} = 0,21$$

3. Xizmat ko`rsatish  ehtimoli:

$$P_{xk} = 1 - 0,21 = 0,79$$

4. Band kanallarining o`rtacha soni:

$$\bar{n}_b = 2 \cdot 0,79 = 1,58$$

5. Xizmat ko`rsatayotgan kanallar qismi:

$$k_b = \frac{1,58}{3} = 0,526$$

6. O`tkazishning absolyut imkoniyati:

$$A = 0,4 \cdot 0,79 = 0,316$$

$n = 3$ $\quad P_{xk} = 0,79 \le P^*_{xk} = 0,95$. SHunday hisoblashlarni
p = 4, uchun bajarib olamiz:

$$P_0 = 0,14 \qquad P_r = 0,093 \qquad P_{xk} = 0,907$$

$P_{xk}$ 0,907$\le P^*_{xk}$ 0,95 bo’lar ekan,  p = 5 uchun hisoblashlar bajarib olamiz

$P_0 = 0,137 \qquad P_r = 0,035 \qquad P_{xk} = 0,965$

$P_{xk} = 0,965 \ge P^*_{xk} = 0,95$.

**Javob.** n = 3 da  detal' OTK dan xizmat ko`rsatilmasdan o`tish ehtimoli 21% ni tashkil etadi, va kontrolyorlar   53% detallargagina xizmat ko`rsata olishadi. Xizmat ko`rsatish ehtimoli 95% dan kam bo`lmasligi uchun kontrolyorlar soni 5 tadan kam bo`lmasligi kerak.

**Misol 2.**     Korhonada 3 ta mashina xizmat qiladi. Agar maxsulot 3 ta mashina band bo’lgan vaqtda kelsa u holda tekshirilmasdan olib ketiladi. 1 soat davomida korxonadan chiqqan maxsulatlar o’rtacha soni 24 ta mashinaga joy bo’lsa , 1 ta mashina to'lishi uchun ketgan o'rtacha vaqt 20 minutga teng. Maxsulotni korxonadan tushurilmasdan olib chiqib ketishini kamaytirish uchun $P^*_{xk} \geq 0{,}95$ ($*$-$P_{xk}$ berilgan qiymati) ehtimollik bilan mashinalar sonini optimal holda nechtaga yetkazish kerak.

**Yechish:** Masalani shartiga ko'ra $\lambda$ = 24 mash/soat = 0,4mash./min, $\bar{t}_{xk}$ = 20 min, u holda $\mu = 0{,}2$, $\rho = \lambda / \mu = 2$.

1. Xizmat ko'rsatish konallarida to'xtab turish ehtimolligi.

$$P_0 = \frac{1}{\frac{(1{,}6)^0}{0!} + \frac{1{,}6}{1!} + \frac{(1{,}6)^2}{2!} + \frac{(1{,}6)^3}{3!}} = 0{,}18$$

2. Xizmat ko'rsatish kanallarida rad etilish ehtimolligi.

$$P_r = \frac{2^3 \cdot 0.18}{3!} = 0{,}24$$

3. Xizmat ko'rsatish ehtimolligi:

$$P_{xk} = 1 - 0{,}24 = 0{,}76$$

4.band bo'lgan xizmat ko'rsatish kanallarining o'rtacha soni:

$$\overline{n_b} = 2 \cdot 0{,}76 = 1{,}52$$

5. xizmat ko'rsatish bilan band bo'lgan kanallarning ulushi:

$$k_b = \frac{1{,}52}{3} = 0{,}51$$

6.Absalyut o'tkazish qobilyati:

$$A = 0{,}4 \cdot 0{,}76 = 0{,}304$$

$n$ = 3 $P_{xk} = 0{,}76 \leq P^*_{xk} = 0{,}95$ bo'ladi. Shunga o'xshash hisoblashlarni $n$ = 4 uchun ham olamiz.

$$P_0 = 0{,}20 \qquad P_r = 0{,}13 \qquad P_{xk} = 0{,}87$$

$P_{xk}$ 0,87$\leq$ $P^*_{xk}$ 0,95 bo'lar ekan , u holda $n$ = 5 uchun hisoblab,

$P_0 = 0{,}2 \quad P_r = 0{,}05 \quad P_{xk} = 0{,}96$ olamiz.

**Javob:** n=3 da mahsulotni xizmat ko'rsatilmasdan chiqish ehtimolligi 21% ni tashkil etadi va mashinalarni xizmat ko'rsatishi bilan 51% ga band bo'ladilar.

Xizmat ko'rsatish ehtimolligi 95% dan oshirish uchun kamida 5 ta mashina zarur.

**CHeksiz kutish imkoniyatiga ega OXN ga doir misol ko`ramiz.**

**Misol 3.** Sberkassa xodimlarga xizmat ko`rsatish uchun 3 ta kontroler-kassirga ega (n = 3). Vkladchiklarning sberkassaga kelish oqimi $\lambda = 30$ chel./ch intensivlikka ega. Kontrolyor-kassirning bitta xodimga xizmat ko`rsatish o`rtacha vaqti $\bar{t}_{xk} = 3$min teng:

Sberkassaning OXN ob`ekti sifatida xarakteristikalarini aniqlang.

**Yechish:** Oqimning xizmat ko`rsatish intensivligi $\mu = 1/\bar{t}_{xk} = 1/3 = 0,333$ yuklamaning intensivligi $\rho = 1,5$.

1. Kontrolyor-kassirlarning ish kuni bo`yi bo`sh qolish ehtimoli:

$$P_0 = \frac{1}{\frac{1,5^0}{0!} + \frac{1,5^1}{1!} + \frac{1,5^2}{2!} + \frac{1,5^3}{3!} + \frac{1,5^4}{3!(3-1,5)}} = 0,210.$$

2. Barcha kontroler-kassirlarning band holda uchratish ehtimoli:

$$P_n = \frac{1,5^3}{3!}\,0,21 = 0,118.$$

3. Navbatning ehtimoli :

$$P_n = \frac{1,5^4}{3!(3-1,5)}$$

4. Navbatdagi o`rtacha arizalar soni:

$$\bar{L}_n = \frac{1,5^4}{(3-1)!(3-1,5)^2} \cdot 0,21 = 0,236$$

5. Arizaning navbatda o`rtacha kutish vaqti:

$$\bar{t}_n = \frac{0,236}{0,5} = 0,472 \min$$

6. Arizaning OXN da bo`lishning o`rtacha vaqti:

$$\bar{t}_{oxt} = 0,472 + 3 = 3,472$$

7. Bo`sh kanallarning o`rtacha soni:

$$\bar{n}_{bo'sh} = 3 - 1,5 = 1,5$$

8. Xizmat ko`rsatish kanalining bandlik koeffitsienti:

$$k_b = \frac{1,5}{3} = 0,5$$

9. Kassaga keladigan keluvchilarning o`rtacha soni:

$$\bar{z} = 0,236 + 1,5 = 1,736 odam$$

**Javob.** Kontrolyor kassirlarning kun bo`yi bo`sh qolish ehtimoli 21%, xodimning navbatda bo`lish ehtimoli 11,8%, navbatga turish uchun keluvchi xodimlarning o`rtacha soni 0,236 odam, keluvchilarning xizmat ko`rsatilishini kutishning o`rtacha vaqti 0,472 min.

**CHegaralangan navbat uzunligi va kutish imkoniyatiga ega OXN ga misol ko`ramiz.**

**Misol 3.** Magazin ertangi sabzovotlarni shahar chekkasidagi teplitsalardan oladi. Avtomobillar yuk bilan har xil paytlarda kelishadi va intensivligi $\lambda$ = 6mash/kunga teng. Sabzovotlarni saqlaydigan va sotishga tayyorlaydigan binolar bir kunda ikkita (m = 2) mashinada kelgan yukni qayta tayyorlaydi. Magazinda 3ta qadoqlovchi xodim (n = 3) sabzovotlarni qayta ishlaydi. Har bir qadoqlovchi xodim 1 mashina tovarni $\bar{t}_{xk}$ = 4 s da qayta ishlay oladi. Ish kuning smenalar bo`yicha uzunligi 12 s.

Tovarlarni to`la qayta ishlash ehtimoli $P^*_{xk} \geq 0,97$ bo`lishi uchun sabzovotlarni saqlaydigan binolarni hajmi qancha bo`lishi kerakligini aniqlang.

**Echish.** Qadoqlovchi xodimlarning band bo`lish intesivligi :

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{6}{3} = 2, \qquad \mu = \frac{1}{\bar{t}_{xk}} = \frac{1 \cdot 12}{4} = 3 mash/kun$$

1. Qadoqlovchi xodimlarning mashinalar bo`lmaganda bo`sh bo`lish ehtmolini topamiz:

$$P_0 = 1 : \left\{ \frac{2^0}{0!} + \frac{2^1}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^{3+1}}{3!(3-2)} \left[ 1 - \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right] \right\} = 0,128,$$

bu erda 0! = 1,0.

2. Xizmat ko`rsatishni rad etish ehtimoli:

$$P_r = P_{n+m} = 0,128 \cdot \frac{2^{3+2}}{3! 3^2} = 0,075.$$

3. Xizmat ko`rsatish ehtimoli:

$$P_{xk} = 1 - 0,075 = 0,925$$

SHunga o`xshash qisoblashlar bajarib $P_{xk} = 0,925 < P^*{}_{xk} = 0,97$ bo`lganligi uchun m = 3 hol uchun quyidagi natijalarni olamiz:

$$P_0 = 0,122, \qquad P_r = 0,048, \qquad P_{xk} = 0,952$$

m= 4 uchun $P_{xk} = 0,925 < P^*{}_{xk} = 0,97$ bo`lganligidan quyidagilarni hosil qilamiz:

$$P_0 = 0,12, \qquad P_r = 0,028, \qquad P_{xk} = 0,972$$

.0,972 > 0,97 bo`lganligi uchun sabzovotlar saqlaydigan xonalar sonini m = 4 ga oshirish kerak.

Berilgan ehtimolli xizmat ko`rsatish uchun qadoqlovchi-xodimlar sonini OXN da p = 4, 5 va h.k.ga oshirish kerak. Masalani binolarning hajmini oshirish, qadoqlovchi-xodimlar sonini oshirish, tovarlarning qayta ishlash vaqtini kamaytirish yordamida echish mumkin.

OXN $P_0 = 0,12, \qquad P_r = 0,028, \qquad P_{xk} = 0,972$ ning hol uchun qolgan parametlarini hisoblaymiz.

4. Absolyut o`tkazish imkoniyati:

$$A = 0,972 \cdot 6 = 5,872 \frac{avt.}{kun}$$

5. Xizmat ko`rsatish kanallarining (qadoqlovchilarning) band bo`lishining o`rtacha soni:

$$\overline{n_b} = \frac{5,872}{3} = 1,944$$

6. Navbatdagi arizalarning o`rtacha soni:

$$\overline{L_n} = \frac{2^4}{3 \cdot 3!} \cdot \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4 \left(4 + 1 - 4 \cdot \frac{2}{3}\right)}{\left(1 - \frac{2}{3}\right)^2} \cdot 0,12 = 0,548$$

7. Xizmat ko`rsatilishini navbatda kutishning o`rtacha vaqti:

$$\overline{t_n} = \frac{0.548}{6} = 0,09 kun$$

8. Magazindagi o`rtacha mashinalar soni:

$$\bar{z} = 0,548 + 1,944 = 2,492 avt.$$

9. Magazinda mashinaning bo`lib turishining o`rtacha vaqti:

$$\bar{t}_{oxt} = \frac{2,492}{6} = 0,415 kun \text{ p}$$

**Javob.** Sabzovotlar saqlaydigan xonalar 4 ta mashina (m = 4) olib kelingan tovarlarni qabul qila oladi. Bu holda tovarlarning to`la qayta ishlash ehtimoli $P_{xk} = 0,972$ bo`ladi..

## III-BOB

### 1. $M|G|1|\infty$ sistema uchun yo'qotilgan talablarni o'rtacha sakrashlar qiymatini aniqlash.

I. OXNda $M|G|1|\infty$ sistemani ko'ramiz ya'ni keluvchi oqim Puassom oqim $\lambda$ parametrli. Talablarni xizmat ko'rsatish vaqti ixtiyoriy taqsimlangan ya'ni n-chi talabga xizmat ko'rsatish ehtimolligi $P\{\beta_n < t\} = F(t)$. xizmat ko'rsatish qurulmasi bitta navbat cheksiz. [3]

Faraz qilaylik $\{\xi_n = \xi(\beta_{n+1}), n \geq 0\} = \{\xi_n, n \geq 0\}$ Markov zanjirini hosil qilsin u holda ravshanki $\xi_n = \sum_{k=0}^{n} \delta_k, \xi_0 = \delta_0 = 0$ yig'indi jarayondagi uzunligini aniqlaydi, bu yerda

$\{\delta_k, k \geq 0\}$ tasodifiy miqdor quyidagi shartlarni qanoatlantiradi.

$$P\{\delta_k \geq -1\} \equiv 1 \,, P\{\delta_k = -1\} = q = 1 - p \,, \sum_{n=0}^{\infty} P\{\delta_k = n\} = P, p + q = 1$$

Hosil qiluvchi funksiya $\{\delta_k, k \geq 0\}$ tasodifiy miqdor quyidagi ko'rinishga ega

$$P\{\delta_k \geq -1\} \equiv 1 \,, P\{\delta_k = -1\} = q = 1 - p \,, \sum_{n=0}^{\infty} P\{\delta_k = n\} = P, p + q = 1$$

$\{\delta_k, k \geq 0\}$ tasodifiy miqdorning hosil qiluvchi funksiya quyidagi ko'rinishga ega

$$P(z) = Mz^{\delta_k} \sum_{n=-1}^{\infty} z^n P_n = z^{-1} f(\lambda(1 - z))$$

bu yerda

$$P_n = \int_0^\infty \frac{(\lambda t)^{n+1}}{(n+1)!} e^{-\lambda t} dF(t),\ f(\lambda(1-z)) = \int_0^\infty e^{-\lambda(1-z)t} dF(t)$$

Hosil qiluvchi aperator diskret maydon uchun quyidagi uzluksiz va quyidagicha

aniqlanadi $\xi_n = \sum_{k=0}^{n} \delta_k$

$$K(z) = p(z) - 1 = [f(\lambda(1-z)) - z]/z. \qquad (1)$$

K(z)=0 teglama ikkita haqiqiy yechimga ega z=1 va $z = z_0 > 1$. $z_0 > 1$ bo’lishi OXNda statsianal rejimni mavjudligini taminlaydi ya’ni

$K'(0) = \lambda M\beta - 1 < 0$ u holda K(z) simvolni quyidagicha faktirizatsiyalash mimkin

$$K(z) = (z^{-1} - 1)(1 - \frac{z}{z_0})g(z)$$

(1) ni hisobga olgan holda g(z) funksiyani quyidagicha aniqlaymiz

$$g(z) = \frac{f(\lambda(1-z)) - z}{(1-z)(1 - \frac{z}{z_0})} \qquad (2)$$

Quyidagi tasodifiy miqdorni kiritamiz $\theta_K^N = \min\{n \ge 0 : \xi_n \ge N / \xi_0 = K\}$.

Agar sistemada boshlang’ich momenti k-ta talab bo’lgan bo’lsa, (1) talabni yo’qotilishini aniqlab beradi.

$\gamma_K^N = \xi_{\theta_K^N} - N$ tasodifiy miqdor $M|G|1|\infty$ sistemadagi 1-chi sakrashni aniqlaydi.

**TEOREMA 1.** Agar $d = \lambda M\beta - 1 < 0$ bo’lsa u holda sakrash miqdori quyidagiga teng bo’ladi

$$M\gamma_{N-m}^N = \frac{g'(1)}{g(1)} + \sum_{n=N+1}^{\infty} v_n \qquad (3)$$

**Isbot:** teoremani isbotlash uchun (3) uchun quyidagi munosabatni kiritamiz

$$\begin{cases} \gamma_K^N = \gamma_{K-\delta}^N & agar \quad K \ge 1 \\ \gamma_K^N = -K & agar \quad K \le 1 \end{cases}, \qquad (4)$$

$$\gamma_K^N \doteq \gamma_{K-\delta_+}^N \qquad (5)$$

bu yerda $\{\delta_+\}$ tasodifiy miqdor quyidagi ko’rinishga ega

$$p\{\delta_+ = n\} = \frac{p_n}{p}$$

Quyidagi belgilashni kiritamiz $M\gamma_K^N = m^N(k)$ natijada quyidagi standart tenglamani hosil qilamiz

$$\sum_n^\infty \tilde{m}^N(k-n)p_n + q\tilde{m}^N(k+1) - \tilde{m}^N(k) = -d, k \geq 1; \qquad (6)$$

va k<0.

(5) va (6) dan chegaraviy shartni quyidagicha aniqlaymiz

$$\tilde{m}^N(N+1) - \tilde{m}^N(N) = 0$$

(7).

(6) va (7) asosida yechib quyidagini hosil qilamiz

$$\tilde{m}^N(k) = \frac{Rz_0^{-(N+1)}}{R_{N+1} + R_N} R_k - \sum_{n=0}^k Rz_0^{-N} - \sum_{n=0}^k v_n, \qquad (8)$$

bu yerda $R_k$ natsional quyidagi ko'rinishga ega

$$R_k = -\frac{1}{d}[1 - R z_0^{-N} - v_k], k \geq 0,$$

(9)

va $R = \frac{g(1)}{g(z_k)}$; $v_k$ -chegara qatnashgan bo'lib [4] day hosil qiluvchi

funksiyaga ega (8) va (9) dan sakrash miqdorini quyidagicha hisoblash mumkin

$$M\gamma_k^N = \frac{1}{(z_0 - 1)} + \frac{R}{(z_0 - 1)} z_0^{-N} - v(1) + \sum_{n=k+1}^\infty v_n \ . \qquad (10)$$

bu yerda

$$v(1) = -\frac{g'(1)}{g(1)} + \frac{Rz_0}{(z_0 - 1)} + \frac{1}{(z_0 - 1)} \qquad (11).$$

**TEOREMA 2.** Agar $m_3 < \infty$ va $d = \lambda M\beta - 1 < 0$ uchun taklablarni o'rtacha yo'qotilish soni quyidagicha bo'ladi

$$M\gamma_k^N = \frac{\lambda^2 m_2}{2(1 - \lambda m_1)} + \frac{1}{(z_0 - 1)} + \sum_{n=k+1}^\infty v_n \qquad (12)$$

(12) ni hosil qilish uchun R va (11) dan foydalanamiz.

II. Endi $M|G|1|\infty$ sistemani qaraymiz, ya’ni kiruvchi oqim Puassom oqim $\lambda$ parametrli va n ta talabga xizmat ko’rsatish vaqti ixtiyoriy $\beta_n$ parametrli taqsimot funksiyasi $P\{\beta_n < x\} = f(x)$.

Faraz qilaylik $x_1(t) = x(t) - t$ jarayon, bu yerda $x(t) = \sum_{n=1}^{v_\lambda(t)} \beta_n$ va $v_\lambda(t)$ $\lambda$ parametrli Puasson jarayoni bo’lsin. $x_1(t)$ OXNdagi $M|G|1|\infty$ sistemada murakkab Puasson jarayoni bo’lib navbatni vertual kutish vaqtini ifodalaydi $x(t) = \sum_{n=1}^{v_\lambda(t)} \beta_n$ $t_0$ vaqt mamentigacha xizmatga tushgan talablarnixarakterlaydigan kattalik bo’ladi, u holda $x_1(t)$ OXN dagi yana uzoq xizmat ko’rsatish imkoniyatini bildiradi. Bir so’z bilan aytganda $x_1(t)$ t vaqt momentigacha tushgan talablarni aniqlab beradi. Qo’yilgan masala asosan OXN dagi $M|G|1|\infty$ sistema uchun yo’qotilgan talablar sonini aniqlashdan iborat.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$\gamma_X^T = X_1(\theta_x^T) - T \quad , \tag{1}$$

bu yerda $\theta_X^T = \inf(t > 0; X_1(t) \geq T / X_1(0) = x)$ funksiya boshlang’ich momentda sistema x momentda bo’lib 1-chi marta T holadga yetib kelishi vaqtini funksiyasini aniqlang.

$\gamma_X^T$ -tasodifiy miqdor berilgan T darajadan o’tish miqdorini sakrashini aniqlaydi.

**TEOREMA 3.** OXN dagi $M|G|1|\infty$ sistemadagi sakrash miqdori uchun quyidagi munosabat o’rinli

$$M\gamma_k^N = \frac{(1 + dR(\tau))}{R'(\tau)} R(x) + \frac{R}{s_0}(e^{s_0 x} - 1) - \int_0^x v(y)dy \tag{2}.$$

bu yerda R(x) potensial bo’lib uning assimtotik ko’rinishi quyidagicha

$$R(x) = -\frac{1}{d}[1 - \mathrm{Re}^{s_0 x} - v(x)] \tag{3}$$

**Isbot:** Teoremani isbotlash uchun $\gamma_X^T$ ga quyidagi ko'rinishdagi statistik munosabatni ko'ramiz.

$$\begin{cases} \gamma_X^T = \gamma_{X-\eta-\zeta}^N, & agar \quad X \geq 0 \\ \gamma_X^T = -X, & agar \quad X < 0 \end{cases} \tag{4}$$

$$\gamma_T^T \dot{=} \gamma_{T-\xi}^T \tag{5}$$

(4) dan $M\gamma_X^T = m^T(x)$ uchun integral differensial sistema tuzamiz va quyidagini hisoblay olsak $\tilde{m}^T(x) = \tilde{m}^T(x) + x$

$$\frac{d\tilde{m}^T(x)}{dx} + \lambda \int_0^\infty [\tilde{m}^T(x-y) - \tilde{m}^T(x)] dF(y) = -d, \tag{6}$$

bu yerda $d = \lambda M\beta - 1, \quad \tilde{m}^T(x) = 0 \ \ agar \ \ x < 0$ .

(5) dan chegaraviy shart (6) uchun quyidagicha

$$\frac{d\tilde{m}^T(x)}{dx} \Big|_{X=T} = 1 \tag{7}$$

(6) va (7) masalani yechsak

$$\tilde{m}^T(X) = \frac{1 + dR(T)}{R'(T)} R(X) - d\int_0^x R(y)dy, \tag{8}$$

bu yerda R(x) potensial quyidagi ko'rinishga ega

$$R(x) = -\frac{1}{d}[1 - \mathrm{Re}^{s_0 x} - v(x)] \tag{9}$$

bu yerda $R = \dfrac{g(0)}{g(s_0)}$ , $va \ \ v(x) \quad x \to \infty$ da 0 ga intiluvchi chegaradan iborat

**TEOREMA 4.** Agar $m_3 < \infty$ va $d = aM\beta - 1 < 0$ bo'lsa, sakrash miqdori quyidagiga ega bo'ladi

$$M\gamma_x^T = \frac{(R-1)}{s_0} - v(0) + \int_x^\infty v(y)dy \tag{10}$$.

bu yerda $v(0) = \dfrac{g'(0)}{g(0)} + \dfrac{R}{s_0} - \dfrac{1}{s_0} \ , s_0 < 0$

**TEOREMA 5.** Agar $d = aM\beta - 1 < 0$ o'rinli bo'lsa,

$$M\gamma_x^T = -\frac{g'(0)}{g(0)} + \int_T^\infty v(y)dy \tag{11}$$

bu yerda $g(0)=\frac{d}{s_0}$; $g'(0)=\frac{\lambda m_2}{2s_0}$, $m_2=\int_0^\infty x^2 dF(x)$.

Asosiy natija quyidagidan iborat

**TEOREMA 6.** Agar $m_3<\infty$ va $d=aM\beta-1<0$ bo'lsa, u holda sakrash miqdorining o'rtacha son uchun quyidagi munosabat o'rinli

$$M\gamma_x^T=\frac{\lambda m_2}{2d}-\frac{1}{s_0}+\int_T^\infty v(y)dy \tag{12}$$

**Isbot:** (12) isboti 2-teoremada hosil qiluvchi funksiyani quyidagicha almashtirish orqali kelib chiqadi

$$v(s)=\sum_{n=0}^\infty s^n v_n=\frac{1}{g(s)}[\frac{g(s)-g(0)}{s}-R\frac{g(s)-g(0)}{(s-s_0)}].$$

**Natija:** (12) ni olish uchun biz $\chi_1(t)$ jarayondan foydalandik ular quyidagi ko'rinishda aniqlanadi $k(s)=\ln Me^{-s\chi_1(t)}=\lambda(f(s)-1)+s$

bu yerda $f(s)=\int_0^\infty e^{-s\chi}dF(x)$ va [4] adabiyotdagi faktorizatsiya haqidagi lemmaga asosan $k(s)s(s-s_0)g(s)$ bu yerda $s_0$ k(s)=0 tenglamani ildizi

va g(x) funksiyani ko'rinishi quyidagicha

$$g(s)=\frac{\lambda(f(s)-s)+s}{s(s-s_0)}.$$

## Foydalanilgan adabiyotlar

1.Королюк В.С. Граничный задачи для сложных пуассоновских процессов . Изд. «Наукова –Думка»1975г.

2.Королюк В.С. Граничные задачи для сложных процессов 1975.Киев .ИМАНУССР.135стр.

## 2. I-sxemali immigratsiyali tarmoqlanish jarayoni uchun limit teorema 1

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz

$$F_i(s)=\sum_{k\geq 0}F_k^i s^k \quad , \quad \sum_{k\geq 0}F_k^i=1\ ,\ i=1,2$$

$F_k^i$ $i$-tipdagi zarrachani k-ta zarrachaga bevosita aylanish ehtimolligi

immegretsiya jarayoni esa zichlik funksiyasi uchun quyidagi hosil qiluvchi funksiya orqali beriladi

$$g_i(s)=\sum_{k\geq 0}g_k^i s^k\ ,\ \sum_{k\geq 0}g_k^i=0$$

$t\to 0$ vaqtdagi $i$-tipdagi n-ta zarrachani jarayonga qo'shish ehtimolligi $g_k^i t+0(t)$

agar k>0 teng va k=0 bo'lsa, bu ehtimol $1+g_k^i t+0(-t)$ .

Yuqoridagi shartlardan quyidagi o'rinli

**TEOREMA.** Faraz qilaylik asosiy jarayon diskret bo'lib immegratsiya jarayoni uzluksiz bo'ladi va

$$F_i'(1)=1\ ,\ F_i(0)>1\ ,\ F_i''(1)=2P_i\quad \sum_{k=2}^{\infty}F_i^k k^2\ln k<\infty,\ g_0^i<0\quad ,\ g_i(1)=\lambda_i\ ,$$

$$\sum_{k=2}^{\infty}g_k^i k\ln k<\infty\ ,$$

u holda $\qquad \gamma_i(t)=ct^{-\theta_i}\ (1+\delta_\gamma^i(t))$ ,

bu yerda $\qquad \theta_i=\dfrac{\lambda_i}{P_i}$ , $\delta^i(t)\to 0$ agar $t\to\infty$.

**Isbot:** teoremani isbotlash uchun [4] dan foydalanamiz ya'ni

$$\ln\lambda_i(t)=\int_0^t g_i(F_{[t-x]}^i(0))dx=\int_0^t g_i(1-(1-F_{[t-x]}^{i(0)}))dx=$$

$$=\int_0^t (g_i(1)-g_i^{'}(1))\ (1-F_{[t-x]}^i(0))+\delta^i(1-F_{[t-x]}^i(0))dx$$

bundan

$$\sum_{n=0}^{\infty}|1-F_n^i(0)-(1+P_i n)^{-1}|=\sum_{n=0}^{\infty}|\varepsilon^i(n)|<\infty\ ,\sum_{n=0}^{\infty}\delta^i(1-F_n^i(0))<\infty$$

ya'ni $$\ln\lambda_i(t) = -\int_0^t ((\frac{1}{1+p_i[t-x]} + \varepsilon^i([t-x]))\lambda_i - \delta^i(1-F^i_{[t-x]}(0)))dx =$$

$$-\lambda_i\int_0^t \frac{dx}{1+p_i[t-x]} + \int_0^t \delta^i(1-F_{[t-x]}(0)) - \varepsilon^i([t-x])dx =$$

$$\frac{x_i}{P_i}\ln(1+pt) + c_i^{'}(t) + \int_0^t \delta\ (1-F^i_{[t-x]}(0))\,| - \varepsilon^i([t-x])dx$$

bu yerda $c_i^{'}(t) \to C_i^{'}$ $t \to \infty$ da $C_i$ – qanqaydir o'zgarmas son.

**Foydalanilgan adabiyotlar**


1. Севостянов Б. А. «Ветвящыхся процессы» М. Наука, 1971.

2. Ватутин В.А. «Теория вероятностей и её применения» Т.19. № 1. 1974г. стр.26-35.

3. Бадалбоев И.С. Машраббоев А. В.кн: «Вероятностные распределения и математическая статистика» Ташкент, ДАН, 1986г. стр. 60-80.


## 3. I-sxemali immigratsiyali tarmoqlanish jarayoni uchun limit teorema 2

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz

$$F_i(s) = \sum_{k\ge 0} F_k^i s^k \quad , \quad \sum_{k\ge 0} F_k^i = 1\ ,\ i=1,2$$

$F_k^i$ $i$-tipdagi zarrachani k-ta zarrachaga bevosita aylanish ehtimolligi immegretsiya jarayoni esa zichlik funksiyasi uchun quyidagi hosil qiluvchi funksiya orqali beriladi

$$g_i(s) = \sum_{k\ge 0} g_k^i s^k \ ,\ \sum_{k\ge 0} g_k^i = 0$$

$t \to 0$ vaqtdagi $i$-tipdagi n-ta zarrachani jarayonga qo'shish ehtimolligi $g_k^i t + 0(t)$ agar k>0 teng va k=0 bo'lsa, bu ehtimol $1+g_k^i t + 0(-t)$ .

Yuqoridagi shartlardan quyidagi o'rinli

**TEOREMA.** Faraz qilaylik asosiy jarayon diskret bo'lib immegratsiya jarayoni uzluksiz bo'ladi va

Agar $$F^i(s) = \sum_{k\ge 0} P_k^i S^k \qquad m^i = F'(1) = 1,\ \ F_i^{''}(1) = b_i$$

$$\mu_i = \int_0^\infty t dG_i(t) \qquad t^2(1-G_i(t)) \to 0, \quad t \to \infty \quad \text{i=1,2}$$

u holda $\gamma_i(t) = L_i(t) t^{-\theta_i}$ ; (t$\to\infty$)

bu yarda $\theta_i = 2\mu_i b_i^{-1}$ , $L_i(t)$ -sekin o'zgaruvchi funksiya.

**Isbot:** Yuqoridagi berilgan shartlardan

$$\ln \gamma_i(t) = \lambda_i \int_0^t \left(\frac{1}{1+\frac{\mu_i}{b_i}x} + \varepsilon_i(x)\right)dx + \int_0^t \delta_i\left(\frac{1}{1+\frac{\mu_i}{b_i}x} + \varepsilon_i(x)\right)dx$$

bu yerda $\varepsilon_i(x) = ((1-\Phi_i(t,0)) - \frac{1}{1+\frac{\mu_i}{b_i}x}) = o(\frac{1}{x}) \qquad x \to \infty$ .

va shunday

$$\ln \gamma_i(t) = -\frac{\lambda_i \mu_i}{b_i}\ln(t) + \int_0^t \left(\delta_i\left(\frac{1}{1+\frac{\mu_i}{b_i}x} + \varepsilon_i(x)\right) - \varepsilon_i(x)\right)dx + \frac{\lambda_i \mu_i}{b_i}$$

$\sum_{k\ge1} kV_k^i \ln k < \infty$ vaqtga bog'liq holda o'zgaradi.

$\delta_i(S) = V_i(1-S) - V_i(1) + \lambda_i S$

$$\sum_{k\ge1} k^2 p_k^i \ln k < \infty \qquad \int_0^\infty \left| S_i\left(\frac{1}{1+\frac{\mu_i}{b_i}x} + \varepsilon_i(x)\right) - \varepsilon_i(x) \right| dx < \infty$$

$L_i(t) \to C > 0$ teorema isbotlandi.

Bu teoremalardan zarrachani yasash davri OXN dagi sistemaning bandlik davri bilan ustma-ust tushadi.

## Rad qiluvchi OXNlar

### Asosiy tushunchalar

Rad qiluvchi tizimga kelgan va barcha kanallar band bo`lgan talab xizmat ko`rsatishga rad etiladi va tizimni xizmat ko`rsatilmasdan tark etadi. Bu holda xizmat ko`rsatishning sifati bo`lib rad etish ehtimoli o`ynaydi. Barcha kanallarga kelib tushayotgan barcha ariza (talab)lar bir xil darajada, teng imkoniyatli murojaat qilishlari mumkin va kirish oqimi sodda, bitta talabga xizmat ko`rsatish vaqt oralig'i ($\bar{t}_{xk}$) ko`rsatkichli taqsimotga bo`ysinadi deb faraz qilinadi.

**O`rnatilgan rejim uchun hisoblash formulalari.**

1. Talablar soni bo`lmaganda (k = 0), xizmat ko`rsatish kanallarining to`xtab qolish ehtimoli teng:

$$P_0 = 1/\sum_{k=0}^{n} \rho^k/k!$$

2. Xizmat ko`rsatish uchun tizimga kelgan talab uchun barcha xizmat ko`rsatish kanallarining (k = n) band ekanlik ehtimoli:

$$P_r = P_n = \frac{P_0 p^n}{n!}$$

3. Xizmat ko`rsatish ehtimoli $P_{xk}$ teng:

$$P_{xk} = 1 - P_r$$

4. Xizmat ko`rsatish uchun band kanallarning o`rtacha soni :

$$\bar{n}_b = \rho P_{xk}$$

5. Xizmat ko`rsatish bilan band kanallar ulushi:

$$k_b = \frac{\bar{n}_b}{n}$$

6. OXTning absolyut xizmat ko`rsatish imkoniyati:

$$A = \lambda P_{xk}$$

Endi bunga oid misol ko'rib chiqamiz.

**Misol.** Korhonada 3 ta mashina xizmat qiladi. Agar maxsulot 3 ta mashina band bo'lgan vaqtda kelsa u holda tekshirilmasdan olib ketiladi. 1 soat davomida korxonadan chiqqan maxsulatlar o'rtacha soni 24 ta mashinaga joy bo'lsa , 1 ta mashina to'lishi uchun ketgan o'rtacha vaqt 20 minutga teng. Maxsulotni korxonadan tushurilmasdan olib chiqib ketishini kamaytirish uchun $P^*_{xk} \geq 0,95$ (*-$P_{xk}$ berilgan qiymati) ehtimollik bilan mashinalar sonini optimal holda nechtaga yetkazish kerak.

**Yechish:** Masalani shartiga ko'ra $\lambda$ = 24 mash/soat = 0,4mash./min, $\bar{t}_{xk}$ = 20 min, u holda $\mu = 0{,}2$, $\rho = \lambda / \mu = 2$.

1. xizmat ko'rsatish konallarida to'xtab turish ehtimolligi.

$$P_0 = \frac{1}{\frac{(1{,}6)^0}{0!} + \frac{1{,}6}{1!} + \frac{(1{,}6)^2}{2!} + \frac{(1{,}6)^3}{3!}} = 0{,}18$$

2. Xizmat ko'rsatish kanallarida rad etilish ehtimolligi.

$$P_r = \frac{2^3 \cdot 0.18}{3!} = 0{,}24$$

3. Xizmat ko'rsatish ehtimolligi:

$$P_{xk} = 1 - 0{,}24 = 0{,}76$$

4.band bo'lgan xizmat ko'rsatish kanallarining o'rtacha soni:

$$\overline{n_b} = 2 \cdot 0{,}76 = 1{,}52$$

5. xizmat ko'rsatish bilan band bo'lgan kanallarning ulushi:

$$k_b = \frac{1{,}52}{3} = 0{,}51$$

6.Absalyut o'tkazish qobilyati:

$$A = 0{,}4 \cdot 0{,}76 = 0{,}304$$

$n = 3$ $P_{xk} = 0{,}76 \leq P^*_{xk} = 0{,}95$ bo'ladi. Shunga o'xshash hisoblashlarni $n = 4$ uchun ham olamiz.

$$P_0 = 0{,}20 \qquad P_r = 0{,}13 \qquad P_{xk} = 0{,}87$$

$P_{xk}$ 0,87$\leq$ $P^*_{xk}$ 0,95 bo'lar ekan , u holda $n = 5$ uchun hisoblab,

$$P_0 = 0{,}2 \qquad P_r = 0{,}05 \qquad P_{xk} = 0{,}96$$

olamiz.

**Javob:** n=3 da mahsulotni xizmat ko'rsatilmasdan chiqish ehtimolligi 21% ni tashkil etadi va mashinalarni xizmat ko'rsatishi bilan 51% ga band bo'ladilar.

Xizmat ko'rsatish ehtimolligi 95% dan oshirish uchun kamida 5 ta mashina zarur.

## XULOSA

Magistrlik dissertatsiyasi kirish, asosiy qism, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati, internet materiallaridan iborat.

Magistlik ishida “Ommaviy xizmat nazariyasining elementlarini bozor iqtisodiyotda qo’llashning ayrim masalalari” mavzusida ish olib borganman. Magistrlik dissertatsiya ishi xozirgi davrda eng dolzarb mavzu ,, Ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasi”ga bag’ishlangan, kelajakda bu sohada ilmiy izlanishlar olib boraman degan umiddaman.

Magistrlik ishining maqsadi ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasi ba`zi ko`rsatkichlarini nazoratga olish, xizmat ko`rsatilishi zarur ob`ektlar va xizmat ko`rsatish sifatini nazorat qilishdan iborat.

Dissertatsiyaning Kirish qismida Prezident I.A.Karimovning ilmiy tadqiqot ishlariga big‘ishlangan fikr va mulohazalari, milliy g‘oya targ‘iboti va manaviy-marifiy ishlar samaradorligini oshirish to‘g‘risidagi qarorlari, iqtisodiy krizs, ma’naviy inqiroz, shu bilan birga prezidentimizning O‘zbekiston Respublikasi Oliy majlisi qonunchilik palatasi va senatining 2010-yil 27-yanvar kuni bo‘lib o‘tgan qo‘shma majlisidan “Mamlakatni barpo etish-ustuvor maqsadimizdir” hamda Vazirlar Maxkamasining 2010-yil 29 yanvar kuni bo‘lib o‘tgan majlisidagi “Asosiy vazifamiz-vatanimiz taraqqiyoti va xalqimiz farovonligini yanada yuksaltirishdir” mavzulardagi maruzalaridan ham keng foydalanildi. Shu bilan birga 2014 yil “Sog‘lom bola yili” Davlat dasturi to’g’risida fikrlar yuritilgan.

Magistrlik dissertatsiyasining birinchi bobida ehtimollar nazariyasi, matematik statistika, ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasi va boshqa asosiy tushuncha, ta’riflar keltirib o’tilgan.

Magistrlik dissertatsiyasining ikkinchi bobida bozor iqtisodiyotida ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasi va tadbiqlariga doir ma’lumotlar keltirib o’tilgan.

Magistrlik dissertatsiyasining uchinchi bobida qilingan ishlarning natijalari va taxlili yoritilgan.

## Foydalanilgan adabiyotlar

I. O’zbekiston Respublikasini Prezidenti I.A.Karimovning asarlari


1. I.A.Karimov. 2012-yilda mamlakatimizni ijtimoiy-iqtisodiy rivojlantirish yakunlari hamda 2013-yilga mo’ljallangan iqtisodiy dasturning eng muhim ustuvor yo’nalishlariga bag’ishlangan O’zbekiston Respublikasi vazirlar Mahkamasining majlisidagi ma’ruzasi 2013-yil 18-yanvar Toshkent –“O’zbekiston”.2013
2. I.A.Karimov. Jahon moliyaviy-iqtisodiy inqirozi, O‘zbekiston sharoitida, uni bartaraf etishning yo‘llari va choralari. Toshkent. 2009 y.
3. I.A.Karimov. Mamlakatimizni modernizatsiya qilish va kuchli fuqorolik jamiyati barpo etish – ustuvor maqsadimizdir.(Prezident I.A.Karimovning O‘zbekiston Respublikasi Oliy Majlisi Qonunchilik palatasi va Senatining qo‘shma majlisidagi ma'ruzasi). “O‘zbekiston ovozi” gazetasi, 12 son, 2010 yil 28-yanvar.
4. I.A.Karimov. Yuksak ma’naviyat yengilmas kuch.Toshkent-”Ma’naviyat”.2010
5. “Barkamol avlod yili” Davlat dasturi to‘g‘risida. “O‘zbekiston ovozi “ gazetasi, 12 son, 2010 yil 28-yanvar.
6. I.A.Karimov.O’zbekiston mustaqillikka erishish ostonasida . Toshkent-“O’zbekiston”.2011

II. Asosiy adabiyotlar

**1.** М.С. Красс. *Математика для экономических специальностей*. — М., "ИНФРА-М", 1998.

**2.** Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. « Математические методы в теории надежности» Наукаю М 1965

**3.** Королюк В.С. Граничный задачи для сложных пуассоновских процессов. Изд. «Наукова –Думка»1975г.

**4.** Королюк В.С. Граничные задачи для сложных процессов 1975.Киев.ИМАНУССР.135стр.

**5.** Севостянов Б. А. «Ветвящыхся процессы» М. Наука, 1971.

**6.** Ватутин В.А. «Теория вероятностей и её применения» Т.19. № 1. 1974г. стр.26-35.

**7.** Бадалбоев И.С. Машраббоев А. В.кн: «Вероятностные распределения и математическая статистика» Ташкент, ДАН, 1986г. стр. 60-80.

Internet saytlar

1. http://ziyonet.uz
2. http://www.google.com/ Ветвящися процесс
3. http://www.google.com/ **Ветвящиеся процессы** Гальтона-Ватсона.