ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ ПО СВЯЗИ, ИНФОРМАТИЗАЦИИ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

НУКУССКИЙ ФИЛИАЛ ТАШКЕНТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ПО ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ

СТУДЕНТА 2в 728 11 ГРУППЫ

Сдал: **Дуйсенбаев Б**

Принял: **к.ф.-м.н. А.Арзиев**

Нукус 2013

СОДЕРЖАНИЕ

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

Формулы и функции алгебры высказываний

ПЛАН

Формулы алгебры высказываний

Функции алгебры высказываний

Будем пользоваться следующими символами A, B, C, ... , X, Y, Z ...

− переменные высказывания, 0, 1, И, Л - const, ∧, ∨, →, ↔,

− символы соответствующих логических операций.

Дадим определение формулы алгебры высказываний:

1) отдельно стоящая буква A, B, C, ... , X, Y, Z ... - формула.

2) если A, B - формулы, то формулами являются и (A), (B), (A∧B), (A∨B), (A→B), (A↔B).

3) Других формул нет.

Очевидно, сложное высказывание выше разобранного примера задано формулой S. Две формулы алгебры высказываний называются равносильными, если на всех одинаковых наборах значений составляющих переменных высказываний они принимают одинаковые значения 1 или 0.

Упражнение 1

Следующие высказывания могут быть интерпритированы как составные. Указать элементарные высказывания их составляющие, написать формулы данных высказываний и построить истинностные таблицы. Указать, какие из высказываний равносильны.

S1: X неверно сделал расчет или если Y считал задачу правильно, то и Z сделал это без ошибок.

S2: Если X правильно просчитал задачу, то либо Y ошибся, либо Z сделал ее верно.

S3: Либо X неверно просчитал задачу, либо Y решил ее верно в том и только в том случае, если Z решил ее верно.

Очевидно, данные сложные высказывания составлены из следующих элементарных.

A: X правильно просчитал задачу

B: Y правильно просчитал задачу

C: Z правильно просчитал задачу

Используя основные логические связки, запишем формулы данных высказываний.

$S_1 = \overline{A} \vee (B \to C)$ $S_2 = A \to (\overline{B} \vee C)$ $S_3 = \overline{A} \vee (B \leftrightarrow C)$

Составим истинностные таблицы данных высказываний:

Таблица 1

A	B	C	$B\to C$	S_1	$\overline{B}\vee C$	S_2	$B\leftrightarrow C$	S_3
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1

Из таблицы видно, что высказывания S_1 и S_2 равносильны:
$S_1=S_2$.

Приведем список основных равносильных формул алгебры высказываний:

1. $A\vee A=A$ идемпотентность
2. $A\wedge A=A$
3. $A\vee B=B\vee A$ коммутативность
4. $A\wedge B=B\wedge A$
5. $(A\vee B)\vee C=A\vee(B\vee C)$ ассоциативность
6. $(A\wedge B)\wedge C=A\wedge(B\wedge C)$
7. $A\wedge(B\vee C)=(A\wedge B)\vee(A\wedge C)$ дистрибутивность
8. $A\vee(B\wedge C)=(A\vee B)\wedge(A\vee C)$
9. $A\vee И=И$
10. $A\wedge Л=Л$
11. $A\wedge И=A$
12. $A\vee Л=A$
13. $A\vee A=И$ закон исключенного третьего
14. $A\wedge A=Л$
15. $A = A$
16. $A \vee B = A \wedge B$ законы де Моргана
17. $A \wedge B = A \vee B$
18. $Л=И$
19. $И=Л$

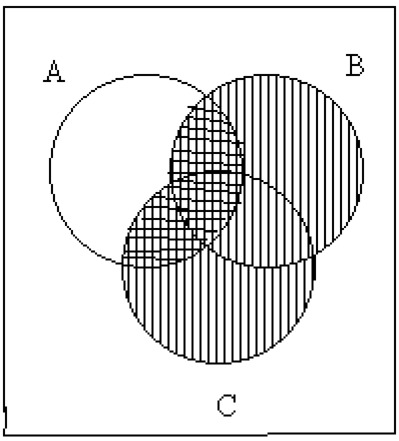
Отметим, что операции импликации и двойной импликации можно заменить дизъюнкцией, конъюнкцией, отрицанием, используя следующие равносильные формулы:

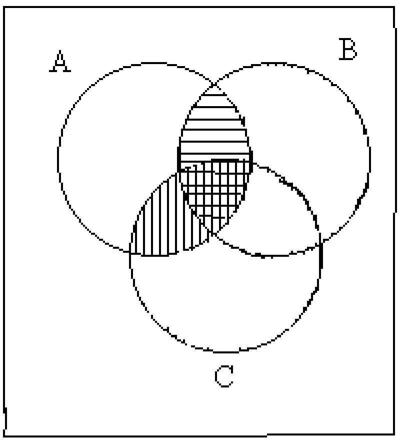
$A \rightarrow B = A \vee B$

$A \leftrightarrow B = (A \vee B) \wedge (A \vee B)$

$A \leftrightarrow B = AB \vee AB$

Рассмотрим множество всех логически возможных случаев, множество всех возможных логических ситуаций для высказываний, связанных с некоторой проблемой, - некоторое универсальное множество. Поставим в соответствие каждому переменному высказыванию некоторое подмножество универсального множества логических возможностей и назовем его множеством истинности данного высказывания. Множество истинности данного высказывания содержит в качестве своих элементов все те логически возможные случаи, когда данное высказывание является истинным. Высказыванию, истинному во всех логически возможных случаях, т.е. логической константе, обозначаемой 1 или И, будет соответствовать универсальное множество. Высказыванию, ложному во всех логически возможных случаях, т.е. логической константе, обозначаемой 0 или Л, будет соответствовать пустое множество. Тогда дизъюнкции двух высказываний будет соответствовать объединение (сумма) их множеств истинности, конъюнкции - пересечение их множеств истинности, а отрицанию к высказыванию - дополнение к множеству истинности данного высказывания. Учитывая это и сравнивая список основных равносильных формул алгебра высказываний со списком свойств основных операций над множествами, убеждаемся в том, что операции алгебры высказываний образуют Булеву алгебру. Заметим следующее: для того, чтобы убедиться в равносильности двух формул, можно построить их истинностные таблицы и убедиться в их совпадении. Равносильность формул можно установить также, убедившись в совпадении множеств истинности рассматриваемых высказываний. Так в справедливости закона дистрибутивности №7 можно убедиться, изобразив на диаграммах Эйлера-Венна множества истинности левой и правой части равенства.





$A \wedge (B \vee C)$ $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

$(B \vee C)$ $(A \wedge C)$

$A \wedge (B \vee C)$ $(A \wedge B)$

Рис. 1

Установить равносильность формул можно также путем их преобразования. Так заменяя импликацию равносильной ей формулой получим равносильность формул S1 и S2 упражнения 1:

$$S_1 = \overline{A} \vee (B \to C) = \overline{A} \vee \overline{B} \vee C$$

Рассмотрим некоторые упражнения на данную тему.

Упражнение 2

Указать множество наборов, удовлетворяющих уравнению

$$S=(xy \to yz) \vee x \vee y \vee z=0.$$

Решение получим, построив истинностную таблицу данной формулы. Убеждаемся в том, что на всех 8ми наборах истинности и ложности данных высказываний x, y, z формула принимает значение 1, т.е. наборов, где бы S принимала значение 0 нет, формула S≡1, т.е. тождественно истинна, т.е. наборов где бы S=0 нет.

К тому же результату можно прийти, преобразовав S и используя список основных равносильных формул:

$$S = (xy \to yz) \vee x \vee y \vee z = (\overline{xy} \vee yz) \vee x \vee y \vee z = \overline{x} \vee \overline{y} \vee yz \vee x \vee y \vee z \equiv 1$$ т.к.

а) $\overline{x} \vee x \equiv 1$ (или $\overline{y} \vee y \equiv 1$)

б) $1 \vee A \equiv 1$, где $A = \overline{y} \vee yz \vee y \vee z$

Упражнение 3

Проверить равносильность двух формул α = (x→ y)→(z→ x) и
β = (y→ x)→(x→ z) .

Преобразуем формулы, заменив импликацию равносильной формулой.

$$\alpha = (x \to \bar{y}) \to (\bar{z} \to x) = (\bar{x} \vee \bar{y}) \to (\bar{\bar{z}} \vee x) = \overline{\bar{x} \vee \bar{y}} \vee z \vee x = \bar{\bar{x}}\bar{\bar{y}} \vee z \vee x = xy \vee x \vee z$$

$$\beta = (y \to \bar{x}) \to (\bar{x} \to z) = (\bar{y} \vee \bar{x}) \to (\bar{\bar{x}} \vee z) = \overline{\bar{x} \vee \bar{y}} \vee x \vee z = xy \vee x \vee z$$

Очевидно, α=β.

Упражнение 4

При составлении расписания на понедельник преподаватели просили, чтобы уроки проходили в следующем порядке:

1) математика первым или третьим уроком;
2) история - первым или вторым;
3) литература - вторым или третьим.

Можно ли удовлетворить просьбы всех трех преподавателей и каким образом, если это возможно?

Введем следующие элементарные высказывания:

A - математика - Iый урок
B - математика - IIIий урок
C - история - IIой урок
D - история - Iый урок
E - литература - IIой урок
F - литература - IIIий урок

Просьбы всех преподавателей выражены высказываниями

$S_1 = A \cup B$, $S_2 = C \cup D$, $S_3 = E \cup D$.

Высказывание, удовлетворяющее просьбы всех трех преподавателей, очевидно, есть конъюнкция S_1, S_2, S_3, т.е. $S = S_1 \cap S_2 \cap S_3$ и оно должно быть истинным, т.е. S=1. Применим дистрибутивный закон №7 в преобразованиях S:

$S=(A \cup B)(C \cup D)(E \cup F)=(AC \cup BC \cup AD \cup BD)(E \cup F)$

В данном случае конъюнкция AD=0, т.к. первым уроком математика и история одновременно быть не могут.

$S=ACE \cup BCE \cup BDE \cup ACF \cup BCF \cup BDF$

Очевидно ACE=0, т.к. CE=0: второй урок не может быть одновременно уроком истории и литературы. Аналогично: BCE=0, BCF=0,

BDF=0, т.е. $S= BDE \cup ACF=1$.

Дизъюнкция истинна, если одно из слагаемых истинно: BDE=1;

ACF=1.

Конъюнкция высказываний истинна, если истинны все входящие в нее сомножители. В результате получаем два возможных варианта ответа:

1) BDE=1, т.е. история - Iый урок,
литература - IIой урок,
математика - IIIий урок.
2) ACF=1, т.е. математика - Iый урок

история - IIой урок,
литература - IIIий урок.

Функции алгебры высказываний

Основным понятием математической логики является понятие логической функции. Пусть областью определения аргумента является множество, состоящее из двух элементов, условно обозначаемых 1, 0. Если множество значений функции также состоит из двух элементов 1,0, то такая функция называется логической функцией. В частности, элементом логической функции могут быть переменные высказывания, тогда сама функция также представляет собой некоторое высказывание, значение которого зависит от аргументов.
Пусть логическая функция зависит от n аргументов. Различных наборов значений истинности и ложности аргументов существует 2^n (строки истинностной таблицы). Зададимся вопросом, сколько существует различных логических функций, зависящих от n аргументов, т.е. сколько существует различных столбцов в истинностной таблице, содержащей 2^n строк. Так как каждой из 2^n строк может быть поставлено в соответствие одно из двух значений 1 или 0, то всего столбцов существует 2^{2n} . Итак, число логических функций, зависящих от n аргументов $N=2^{2n}$, - конечное число. Различных формул алгебры высказываний, включающих в себя n переменных, существует бесчисленное множество. Оно разбивается на конечное число классов равносильных между собой формул. Сформируем определение логической функции. Пусть M - множество функций $f(x_1, \ldots x_n)$, переменные которых x_i (i =1, n) определены на множестве E_2 (1,0), для которых $f(\alpha_1, \ldots \alpha_n) \in E_2$, если $\alpha_i \in E_2$. Функции из множества M есть функции алгебры логики, или Булевы функции. Среди переменных логической функции есть существенные переменные и фиктивные. Функция $f(x_1, \ldots x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \ldots x_n)$ существенно зависит от переменной x_i, если найдутся два набора
$\sigma=(\sigma_1, \ldots \sigma_{i-1}, 0, \sigma_{i+1}, \ldots \sigma_n)$ и
$\sim\sigma =(\sigma_1, \ldots \sigma_{i-1}, 1, \sigma_{i+1}, \ldots \sigma n)$
такие, что $f(\sigma) \neq f(\sim\sigma)$. В этом случае переменная x_i является существенной переменной и фиктивной в противном случае.
Если переменная x_i - фиктивная, то функцию $f(x_1, \ldots x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \ldots$
$xn)$ можно свести к равной ей функции $g(x_1, \ldots x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots x_n)$ от (n-1)ой переменной. Для этого нужно в таблице функции f вычеркнуть все строки, где x_i=1 (или x_i=0) и столбец, соответствующий переменной x_i.

Упражнение 5
Функция $f(x_1\ x_2)$ задана таблицей 1.

x_1	x_2	f
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Таблица 1
Содержит ли $f(x_1\ x_2)$ фиктивные переменные? Если да, требуется свести функцию "f" к равной ей функции "g" от одной переменной. Проверим переменную x_1. Для этого сравниваем наборы переменных x_1, x_2, где x_1 принимает различные значения, а значения x2 не меняются. Первая пара наборов - первая и третья строки данной таблицы, т.е. σ1=(1,1) ~σ 1=(0,1)
приводят к результату f(1,1)=0, f(0,1)=1, т.е. нашли пару наборов, где при перемене значений исследуемой переменной x_1 и сохранении остальных переменных (в данном случае одна переменная x_2) значение функции f меняется; f(σ1)≠f(~σ 1), т.е. x1 - существенная переменная.
При исследовании x_2 поступаем аналогично:

1) σ1=(1,1) ~σ 1=(1,0) f(σ1)=f(~σ 1)
2) σ2=(0,1) ~σ 2=(0,0) f(σ2)=f(~σ 2)

т.е. x_2 - фиктивная переменная.

x_1	g
1	1
0	0

Вычеркиваем в табл. 1 первую и третью строки: (1,1) (0,1),
где x_1=1 (или вторую и четвертую: (1,0) (0,0), где x1=0) и столбец, соответствующий фиктивной переменной x2, получим $g(x_1)=$
$f(x_1\ x_2)$.

Упражнение 6

Построить логическую функцию по формуле $S = (x_2 \rightarrow x_1 \cup x_2 \cup \bar{x}_3)\ x_1\ \bar{x}_2$
Какие из переменных являются существенными?
Построив истинностную таблицу формулы S, получим функцию, соответствующую данной.

x_1	x_2	x_3	$x_1 \cup x_2\ \bar{x}_3$	$x_2 \rightarrow x_1 \cup x_2 \cup \bar{x}_3$	$\bar{x}_2$	$x_1 \bar{x}_2$	f
1	1	1	1	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0

Таблица 2
При различных значениях истинности и ложности переменной x_3 и фиксированных значениях переменных x1 и x2 значения функции одинаковы. Следовательно, x_3 - фиктивная переменная. Существенными являются переменные x_1 и x2. Сравнивая вторую и четвертые строки табл.
3.9, обнаруживаем, что при одинаковых значениях истинности переменных $x_1=1$ $x_3=0$ и разных значениях x_2 (1,0). Значения функции разные,
т.е. f(1,1,0)=f(1,0,0), следовательно, x_2 - существенная переменная. Сравнивая четвертую и восьмую строки таблицы получим $f(1,0,0) \neq f(0,0,0)$,
т.е. x_1 - существенная переменная.
В том, что x_3 - фиктивная переменная можно убедиться преобразованием формулы S.

$$S = (x_2 \to x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})x_1\overline{x_2} = (\underset{\sim}{\overline{x_2}} \vee x_1 \vee \underset{\sim}{x_2} \vee \overline{x_3})x_1\overline{x_2} = 1 \cdot x_1\overline{x_2} = x_1\overline{x_2}$$

x_1	x_2	g
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

Таблица 2
Этой формуле соответствует функция g, получаемая из f удалением фиктивной переменной x_3 (табл. 2).

Выпишем все функции от двух переменных. Очевидно их
будет 2^{22} =16 (табл. 3.).

Таблица 3.

x_1	x_2	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Очевидно, введенные ранее связки $\cap$, $\cup$, $\to$, $\leftrightarrow$ есть соответственно функции f_8, f_{14}, f_{11}, f_9.

2. ОБРАЗЦЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1.Пусть x, y, z – следующие элементарные высказывания: x – «a» - четное число, y – «b» четное число, z - произведение «ab» - четное число. Написать формулы и построить функции данных формул для следующих высказываний:

S_1 : если «a» - четное число, а «b» - нечетное число, то произведение «a» и «b» делится на «2»;
S_2 : произведение чисел «a» и «b» делится на «2» в том и только в том случае, если
«a» и «b» четно;
S_3 : если каждое из чисел «a» и «b» нечетно, то их произведение не делится на «2»;
S_4 : произведение чисел «a» и «b» не делится на «2» в том случае, если «a» и «b» нечетны. Какие из формул S_1, S_2, S_3 ,S_4 равносильны?

Решение

$S_1 = \overline{xy} \to z \quad S_2 = z \leftrightarrow x \vee y \quad S_3 = \overline{xy} \to \bar{z} \quad S_4 = \bar{z} \leftrightarrow \bar{x} \wedge \bar{y}$

f_1 f_2 f_3 f_4

x	y	z	$\bar{y}$	$x\bar{y}$	S_1	$x \vee y$	S_2	$\overline{xy}$	$\bar{z}$	S_3	S_4
1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1

Функция формул S_1, S_2, S_3 ,S_4 представлены столбцами истинности таблицы этих формул, откуда следует , что S_2, S_4 равносильны.

2. Указать множество наборов, удовлетворяющих уравнению $(xy \to z)(xz \to y)(yz \to x) = 0$

Преобразуем левую часть уравнения.

$$(xy \to \bar{z})(xz \to \bar{y})(yz \to \bar{x}) = (\overline{xy} \vee \bar{z})(\overline{xz} \vee \bar{y})(\overline{yz} \vee \bar{x}) = (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})(\bar{x} \vee \bar{z} \vee \bar{y})(\bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{x}) = (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})$$

Получим $(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = 0$. Дизъюнкция ложна, если все элементарные высказывания ее составляющие, принимают значение ложно, то есть, если $x=y=z=1$.
К тому же результату можно прийти, построив истинную таблицу исходной формулы.

3.Какие из функций содержат фиктивные переменные?

Свести функции, содержащие фиктивные переменные к функциям с меньшим числом переменных.

x_1	x_2	x_3	f_1	f_2
1	1	1	1	1
1	1	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	0	1	0
0	1	1	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	1	0
0	0	0	1	0

Решение

Сравним наборы $\sigma = (1,0,1)$ и $\sigma = (0,1,1)$

1. Для функции f_1 : x_1 принимает различные значения 1 и 0, в то время как значения x_2 и x_3 одинаковы ($x_2 =0$, $x_3=1$). f_1 $(1,0,1) \neq f_1$ $(0,0,1)$.

Следовательно, x_1 – существенная переменная. Аналогично: x_2 и x_3 также существенны, так как f_1 $(1,0,1) \neq f_1$ $(0,0,1)$ и f_1 $(1,1,1) \neq f_1$ $(1,0,1)$

2. Для функции $f_{2:}$ переменная x_1 – фиктивна, так как нет ни одной пары наборов $\sigma=(1, \sigma_2,\sigma_3)$ и $\delta=(0, \sigma_2,\sigma_3)$ таких, чтобы $f_2(\sigma) \neq f_2(\delta)$

x_2 - существенная переменная, так как $f_2(1,1)=f_2(1,0)$
x_3 - существенная переменная, так как $f_2(1,1,1) \neq f_2(1,0,0)$

Чтобы свести функцию как $f_2(x_1 \quad x_2 \quad x_3)$ к равной ей функции $g(x_2 \quad x_3)$ вычеркнем строки, где $x_1 = 1$ и столбец, соответствующий фиктивной переменной x_1; получим

X_1	X_2	X_3
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

4.Во время перемены в классе были Аня, Борис, Ваня и Майя. Один из них разбил окно. На вопрос:”Кто разбил окно?”, были даны ответы:

Аня: 1) Я не разбивала. 2) Я сидела и читала. 3) Майя знает, кто разбил.

Борис: 1) Я этого не делал. 2) С Майей я давно не разговариваю. 3) Это сделал Ваня.

Ваня: 1) Я не виновен. 2) Разбила Майя. 3) Борис лжёт, говоря, что разбил я.

Майя: 1) Я не разбивала. 2) Это вина Ани. 3) Борис знает, что я не виновна, т.е. мы с ним беседовали во время перемены.

Затем каждый признался, что из трёх ответов каждого, два – истинны, а один ложный. Кто разбил окно?

Решение. Введем булевы переменные. Высказывания, принадлежащие Ане, обозначим буквами x с индексами x_1, x_2, x_3; высказывания, принадлежащие Борису – y_1, y_2, y_3 соответственно, принадлежащие Ване – z_1, z_2, z_3 и принадлежащие Майе – t_1, t_2, t_3.

Запишем все формулы, которые являются тавтологиями, получим уравнения:

$$x_1x_2 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_3 = 1;$$

$$y_1y_2 \oplus y_2y_3 \oplus y_1y_3 = 1;$$

$$z_1z_2 \oplus z_2z_3 \oplus z_1z_3 = 1;$$

$$t_1t_2 \oplus t_2t_3 \oplus t_1t_3 = 1.$$

Выпишем все противоречия:

$$x_1x_2x_3=0,\ y_1y_2y_3=0,\ z_1z_2z_3=0,\ t_1t_2t_3=0,\ x_1y_1z_1t_1=0,\ z_2y_3=0,$$

$$z_3y_3=0,\ z_1y_3=0,\ z_2t_1=0,\ z_2t_2=0,\ x_1t_2=0,\ y_2t_3=0.$$

Чтобы иметь возможность воспользоваться этими противоречиями, возьмём конъюнкцию двух тавтологий:

$y_1y_2\oplus y_2y_3\oplus y_1y_3$ и $z_1z_2\oplus z_2z_3\oplus z_1z_3$,

$\oplus\, y_1y_2z_2z_3\oplus y_2y_3z_2z_3\oplus y_1y_3z_2z_3\oplus y_1y_2z_1z_3\oplus y_2y_3z_1z_3\oplus y_1y_3z_1z_3=1.$

что тоже будет тавтологией. Получим $y_1y_2z_1z_2\oplus y_2y_3z_1z_2\oplus y_1y_3z_1z_2\oplus$

В этой формуле слева останется всего три ненулевых члена:

$y_1y_2z_1z_2\oplus y_1y_2z_1z_3\oplus y_1y_2z_2z_3=1$ или $y_1y_2(z_1z_2\oplus z_2z_3\oplus z_1z_3)=1$. Последнее уравнение даёт $y_1=1$, $y_2=1$. Так как $y_2t_3=0$ и $y_2=1$, то $t_3=0$ и следовательно, $t_2t_3\oplus t_1t_3=0$, а $t_1t_2=1$. Следовательно, окно разбила Аня.

5.В кафе встретились три друга: скульптор Белов, скрипач Чернов и художник Рыжов. «Замечательно, что один из нас имеет белые, один черные, а один рыжие волосы, но, ни у кого цвет волос не совпадает с фамилией», – заметил черноволосый. «Ты прав», – сказал Белов. Какой цвет волос у художника?

Решение. Составим таблицу.

Фамилия / Цвет волос	Б	Ч	Р
б	0		
ч		0	
р			0

Невозможное сочетание фамилии и цвета волос будем обозначать 0, возможное 1. Очевидно, что в каждой строке и в каждом столбце должна быть только одна 1. Получим два варианта.

Фамилия	Б	Ч	Р

Фамилия / Цвет волос	Б	Ч	Р
б	0	1	0
р	1	0	0

Цвет волос			
б	0	0	1
ч	1	0	0
р	0	1	0

Из условия задачи ясно, что черноволосый не Белов, поэтому первый вариант не подходит. Следовательно, Белов – рыжий, Чернов – белый, Рыжов – черный.

6.На склад, имеющий два помещения для хранения больших количеств двух видов топлива – угля и кокса, каждого отдельно, поступают грузовики, каждый всякий раз с одним из этих видов топлива. К механизму, открывающему шахты, предъявляется требование, чтобы он открыл шахту в помещении для угля, если прибывает грузовик с этим топливом, и шахту в помещении для кокса, если прибывает грузовик с коксом. Для обеспечения хорошей сортировки топлива было предъявлено дополнительное требование: всякий раз в помещение склада впускается только один грузовик и открывается лишь одна шахта.

Спрашивается, имеет ли этот механизм также следующее свойство: если не въехал в помещение склада грузовик с углем, то шахта для угля не откроется, а если не въехал грузовик с коксом, то не откроется шахта для кокса.

Решение. Введем булевы переменные: высказывание « прибыл грузовик с углем» обозначим через *x*, « прибыл грузовик с коксом» – *y*, «открыта шахта для угля» – *z*, «открыта шахта для кокса» – *t*. Тогда посылками будут: $P_1 - (x \to z),\ P_2 - (y \to t),$ заключение $D - (\bar{x} \to \bar{z})(\bar{y} \to \bar{t}).$ Задача сводится к тому, чтобы выяснить, правильны ли рассуждения $\frac{P_1, P_2}{D}$, т. е. вытекает ли это заключение из конъюнкции посылок. Кроме того, имеются два дополнительных условия, что может въехать только одна машина и открывается лишь одна дверь. Эти условия можно задать равенствами: $x\oplus y=1$ и $z\oplus t=1$. $x\oplus y=x\bar{y}\vee\bar{x}y=(x\vee y)(\bar{x}\vee\bar{y})$ аналогично, $z\oplus t=z\bar{t}\vee\bar{z}t=(z\vee t)(\bar{z}\vee\bar{t})$ (представление в виде СДНФ или СКНФ). Построим формулу: $(x\to z)\&(y\to t)\to(\bar{x}\to\bar{z})(\bar{y}\to\bar{t})=$

$\overline{(\bar{x}\vee z)\&(\bar{y}\vee t)}\vee(x\vee\bar{z})(y\vee\bar{t})=x\bar{z}\vee y\bar{t}\vee xy\vee\bar{z}y\vee x\bar{t}\vee\bar{z}\bar{t}=$

$(x\vee y)\bar{z}\vee(x\vee y)\bar{t}\vee xy\vee\bar{z}\bar{t}=(x\vee y)(\bar{z}\vee\bar{t})\vee xy\vee\bar{z}\bar{t}.$

Так как $(x\vee y)\&(\bar{x}\vee\bar{y})=1$, то $x\vee y=1$ аналогично, $\bar{z}\vee\bar{t}=1$, следовательно, $(x\vee y)(\bar{z}\vee\bar{t})\vee xy\vee\bar{z}\bar{t}=1\vee xy\vee\bar{z}\bar{t}=1.$ Мы получили тавтологию, следовательно, рассуждения верны.

7.Перед судом стоят три человека, из которых каждый может быть либо туземцем, либо колониалистом. Судья знает, что туземцы всегда отвечают на вопросы правдиво, между тем как колониалисты всегда лгут. Однако судья не знает, кто из них туземец, а кто колониалист. Он спрашивает первого, но не понимает его ответа. Поэтому он спрашивает сначала второго, а потом третьего о том, что ответил первый. Второй говорит, что первый назвал себя туземцем. Третий говорит, что первый назвал себя колониалистом. Кем были второй и третий подсудимые?

Решение. Во-первых, если первый человек туземец, то он назовет себя туземцем, если он колониалист, то тоже назовет себя туземцем. Высказывание «первый сказал, что он туземец» обозначим через *x*, «второй туземец» – *y*, «третий туземец» – *z*, и заметим, что $x\equiv 1$.

Имеем $(y\to x)\&(\bar{y}\to\bar{x})=(\bar{y}\vee x)(y\vee\bar{x})=y\sim x=y\sim 1,$ следовательно, второй – туземец. $(z\to\bar{x})\&(\bar{z}\to x)=(\bar{z}\vee\bar{x})(z\vee x)=z\sim\bar{x}=z\sim 0,$ следовательно, третий – колониалист.

8. На предприятии есть три цеха: *A*, *B*, *C*, договорившиеся о порядке утверждения проектов, а именно:

1. Если цех *B* не участвует в утверждении проекта, то в этом утверждении не участвует и цех *A*.

2. Если цех *B* принимает участие в утверждении проекта, то в нем принимают участие цеха *A* и *C*.

Спрашивается, обязан ли при этих условиях цех *C* принимать участие в утверждении проекта, когда в нем принимает участие цех *A*?

Решение. Логические переменные: « *A* участвует в утверждении проекта» обозначим через *A*, «*B* участвует в утверждении проекта» – *B*, «*C* участвует в утверждении проекта» – *C*. Посылки: $P_1-(\overline{B}\to\overline{A})$, $P_2-(B\to A\&C)$. Утверждение $D-(A\to C)$. Надо выяснить, верны ли рассуждения, т.е. выяснить будет ли тавтологией формула: $(\overline{B}\to\overline{A})\&(B\to AC)\to(A\to C)$.

$$(\overline{B}\to\overline{A})\&(B\to AC)\to(A\to C)=\overline{(B\vee\overline{A})(\overline{B}\vee AC)}\vee(\overline{A}\vee C)=$$

$$\overline{B}A\vee B(\overline{A}\vee\overline{C})\vee\overline{A}\vee C=A\overline{B}\vee\overline{A}B\vee B\overline{C}\vee\overline{A}\vee C=\overline{B}\vee\overline{A}\vee B\vee C=1,$$

следовательно, рассуждения верны.

3. ТЕСТЫ

1. Следующее высказывание может быть интерпретировано как сложное высказывание: "Неверно, что первым пришел Петр или Павел". Каковы составляющие его элементарные высказывания?
а) A: "Неверно, что первым пришел Петр"
B: "Неверно, что первым пришел Павел";
б) A: "Первым пришел Петр"
B: "Неверно, что первым пришел Павел";
в) A: "Первым пришел Петр"
©B: "Первым пришел Павел".

2. Какой из формул может быть записано высказывание предыдущего вопроса?

а) $\overline{A} \vee \overline{B}$;
б) $\overline{A \vee B}$;
©в) $\overline{A \wedge B}$.
г) нет правильного ответа

3. Будет ли высказывание S=(A→B)∩(B→C)→(A→C):
а) тождественно истинным;
б) тождественно ложным;
©в) переменным.
г) нет правильного ответа

4. Каково значение X, определяемое уравнением $\overline{X \vee A} \vee \overline{X \vee \overline{A}} = B$?
а) X = B;
б) B;
©в) B \ A.
г) нет правильного ответа

5. Чему равносильна конъюнкция контроппозиции и ее конверсии?
а) импликации;
б) нет правильного ответа
г) конверсии импликации;
©в) двойной импликации.

6. В высказывании S: "Треугольники равны только тогда, когда равны их стороны". Равенство углов в треугольнике является:
а) необходимым условием;
б) достаточным условием;
©в) необходимым и достаточным условием.

г) нет правильного ответа

7. Какая из функций f_1, f_2, f_3 соответствует формуле $S= x_1 \to x_2 \cap x_3$?

x_1	x_2	x_3	f_1	f_2
1	1	1	1	1
1	1	0	1	0
1	0	0	1	0
0	1	1	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	1	0
0	0	0	1	0

А) f_1 Б)f_2 © В)f_3 г) нет правильного ответа

8. Какая из переменных x_1, x_2, x_3 является фиктивной в формуле f, где f задана условием f (0,0,1)=f(0,0,0)? На остальных наборах значений переменных f принимает значение истинно.

а) x_1;
б) x_2;
в) нет правильного ответа
©г) вx_3.

9. Какие из переменных x_1, x_2 в функции f_{15} являются фиктивными?

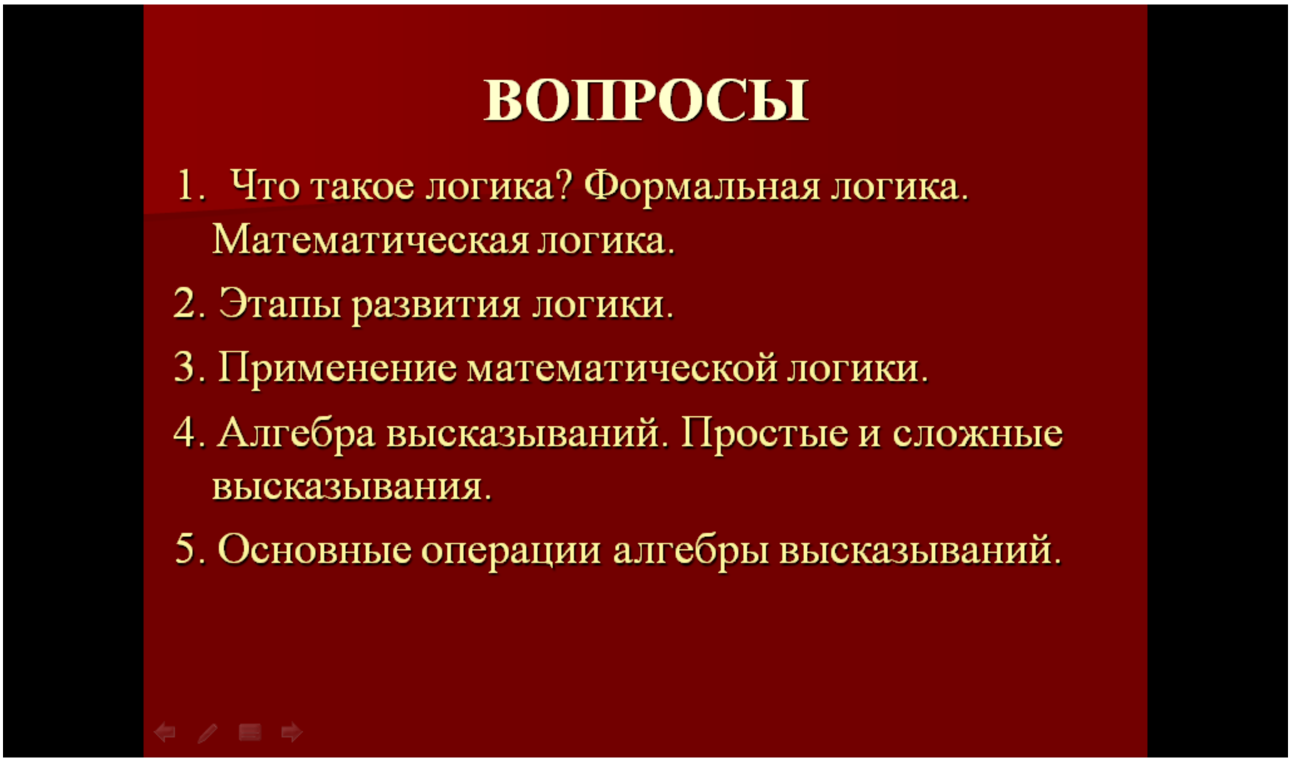
x_1	x_2	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

а) x_1 - существенная переменная;
б) x_2 - существенная переменная;
©в) обе переменные x_1 и x_2 - фиктивные.
г) нет правильного ответа

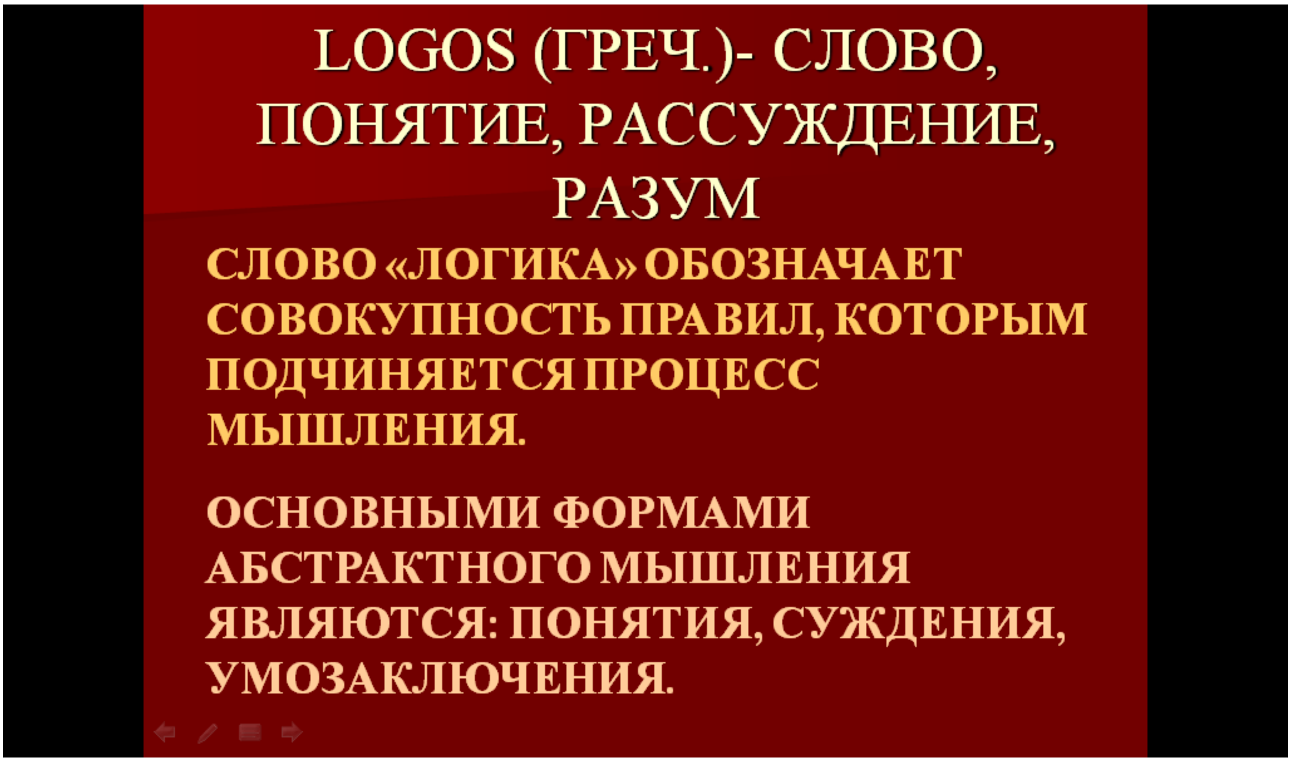
10. Какие из пар связок образуют полную систему связок?

а) $(\vee, \neg)$;
б) $(\vee, \rightarrow)$;
©в) $(\wedge, \rightarrow)$.
г) нет правильного ответа

ПРЕЗЕНТАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ




ВОПРОС №1
Что такое логика?
Формальная логика
Математическая логика


LOGOS (ГРЕЧ.)- СЛОВО, ПОНЯТИЕ, РАССУЖДЕНИЕ, РАЗУМ
СЛОВО «ЛОГИКА» ОБОЗНАЧАЕТ СОВОКУПНОСТЬ ПРАВИЛ, КОТОРЫМ ПОДЧИНЯЕТСЯ ПРОЦЕСС МЫШЛЕНИЯ.
ОСНОВНЫМИ ФОРМАМИ АБСТРАКТНОГО МЫШЛЕНИЯ ЯВЛЯЮТСЯ: ПОНЯТИЯ, СУЖДЕНИЯ, УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ.

ПОНЯТИЕ - ФОРМА МЫШЛЕНИЯ, В КОТОРОЙ ОТРАЖАЮТСЯ СУЩЕСТВЕННЫЕ ПРИЗНАКИ ОТДЕЛЬНОГО ПРЕДМЕТА ИЛИ КЛАССА ОДНОРОДНЫХ ПРЕДМЕТОВ. *(ТРАПЕЦИЯ, ДОМ)*

СУЖДЕНИЕ - МЫСЛЬ, В КОТОРОЙ ЧТО-ЛИБО УТВЕРЖДАЕТСЯ ИЛИ ОТРИЦАЕТСЯ О ПРЕДМЕТАХ. *(ВЕСНА НАСТУПИЛА, И ГРАЧИ ПРИЛЕТЕЛИ)*

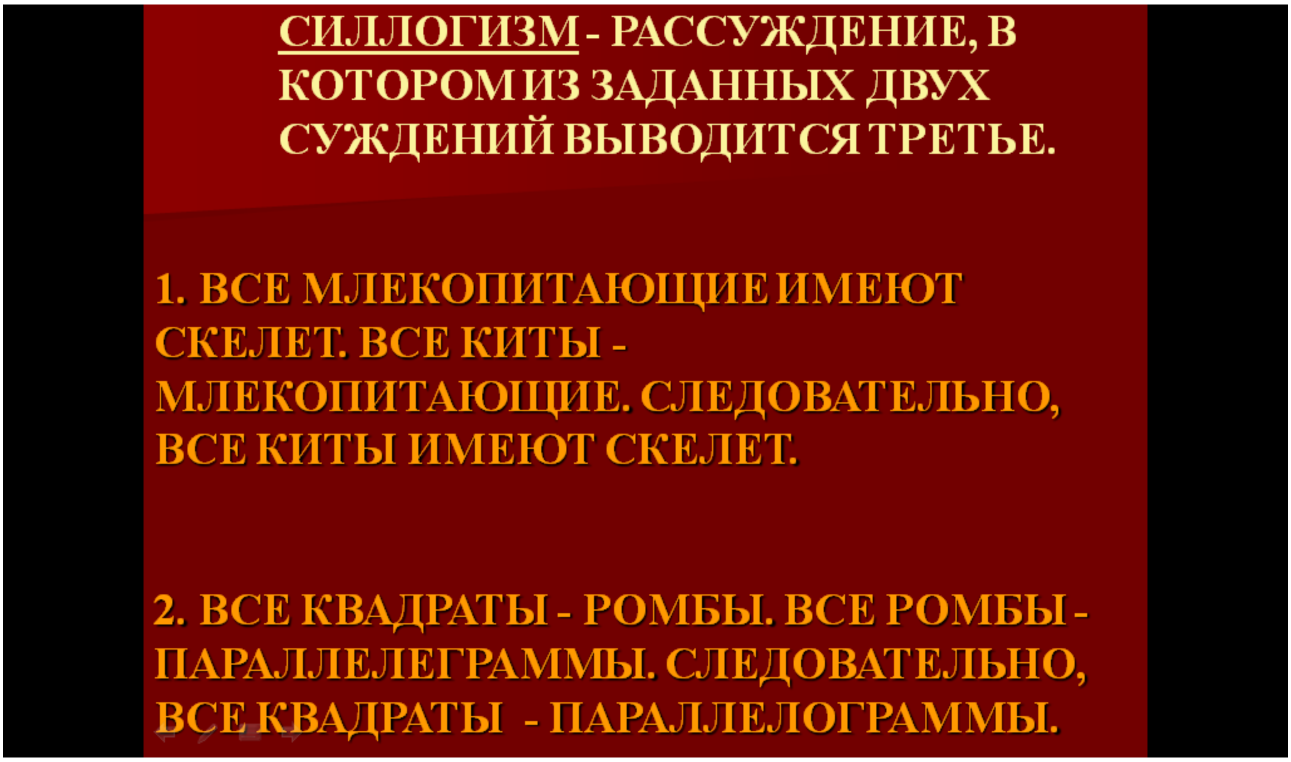
УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ - ПРИЕМ МЫШЛЕНИЯ, ПОСРЕДСТВОМ КОТОРОГО ИЗ ИСХОДНОГО ЗНАНИЯ ПОЛУЧАЕТСЯ НОВОЕ ЗНАНИЕ. *(ВСЕ МЕТАЛЛЫ - ПРОСТЫЕ ВЕЩЕСТВА)*

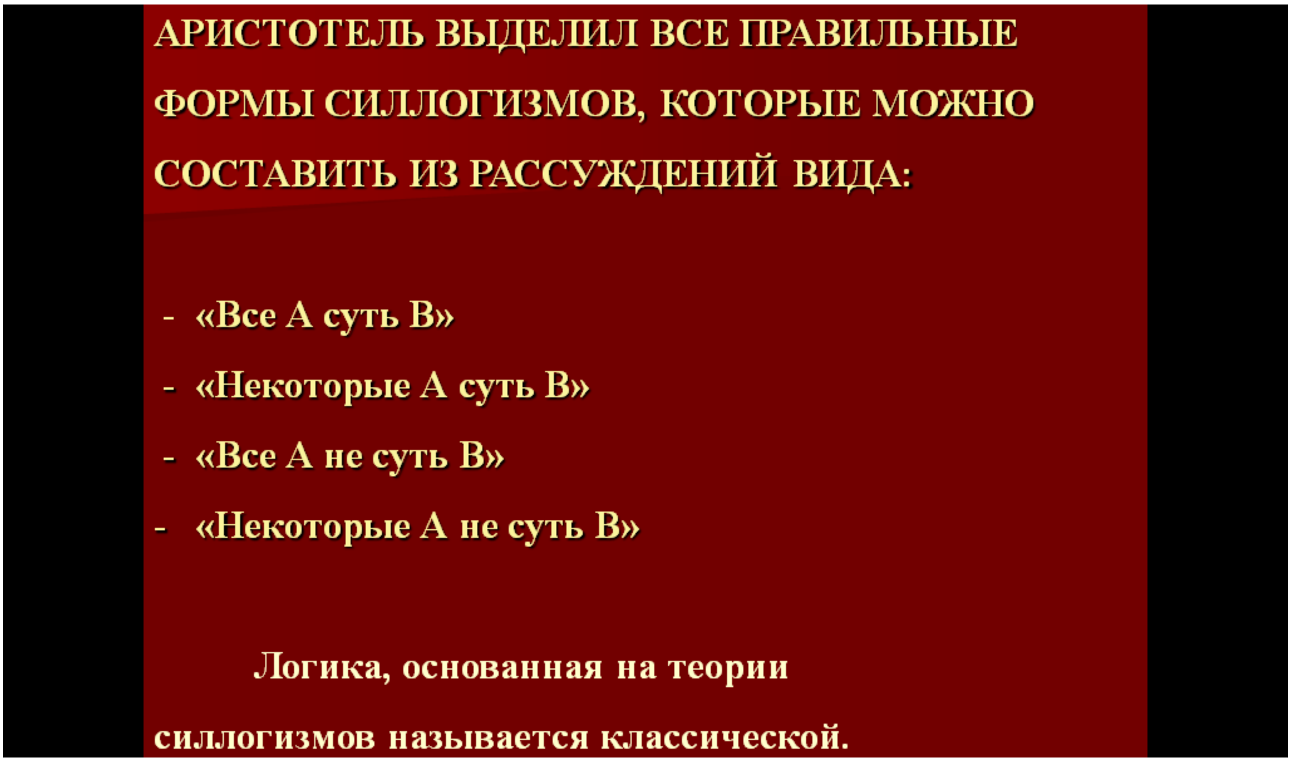
ЛОГИКА (ФОРМАЛЬНАЯ) - НАУКА О ЗАКОНАХ И ФОРМАХ ПРАВИЛЬНОГО МЫШЛЕНИЯ.

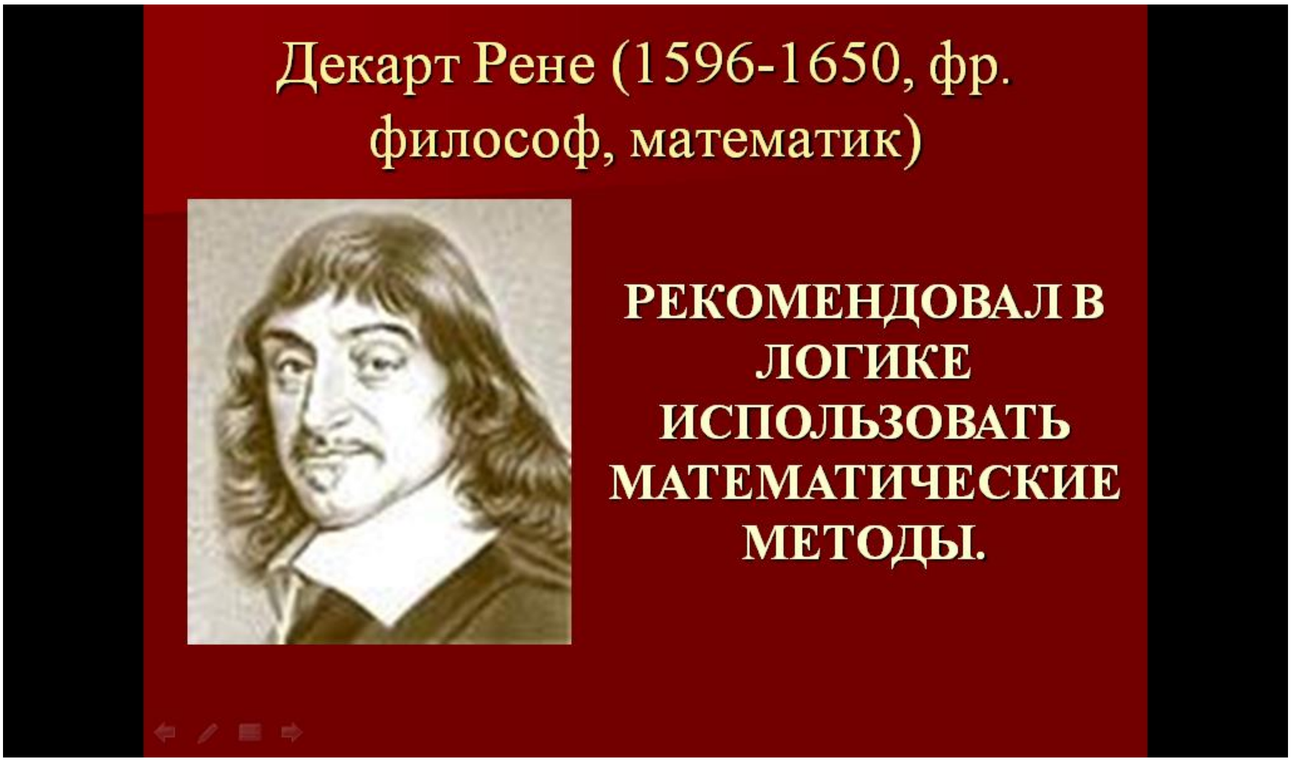
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА - ИЗУЧАЕТ ЛОГИЧЕСКИЕ СВЯЗИ И ОТНОШЕНИЯ, ЛЕЖАЩИЕ В ОСНОВЕ ЛОГИЧЕСКОГО (ДЕДУКТИВНОГО) ВЫВОДА.


ВОПРОС №2
ЭТАПЫ
РАЗВИТИЯ
ЛОГИКИ


АРИСТОТЕЛЬ (384-322 гг. до н.э.) -
ОСНОВОПОЛОЖНИК ЛОГИКИ
КНИГИ:
• «КАТЕГОРИИ»
• «ПЕРВАЯ АНАЛИТИКА»
• «ВТОРАЯ АНАЛИТИКА»
(ИССЛЕДОВАЛ РАЗЛИЧНЫЕ ФОРМЫ
РАССУЖДЕНИЙ , ВВЕЛ ПОНЯТИЕ СИЛЛОГИЗМА)


СИЛЛОГИЗМ - РАССУЖДЕНИЕ, В КОТОРОМ ИЗ ЗАДАННЫХ ДВУХ СУЖДЕНИЙ ВЫВОДИТСЯ ТРЕТЬЕ.
1. ВСЕ МЛЕКОПИТАЮЩИЕ ИМЕЮТ СКЕЛЕТ. ВСЕ КИТЫ - МЛЕКОПИТАЮЩИЕ. СЛЕДОВАТЕЛЬНО, ВСЕ КИТЫ ИМЕЮТ СКЕЛЕТ.
2. ВСЕ КВАДРАТЫ - РОМБЫ. ВСЕ РОМБЫ - ПАРАЛЛЕЛЕГРАММЫ. СЛЕДОВАТЕЛЬНО, ВСЕ КВАДРАТЫ - ПАРАЛЛЕЛОГРАММЫ.

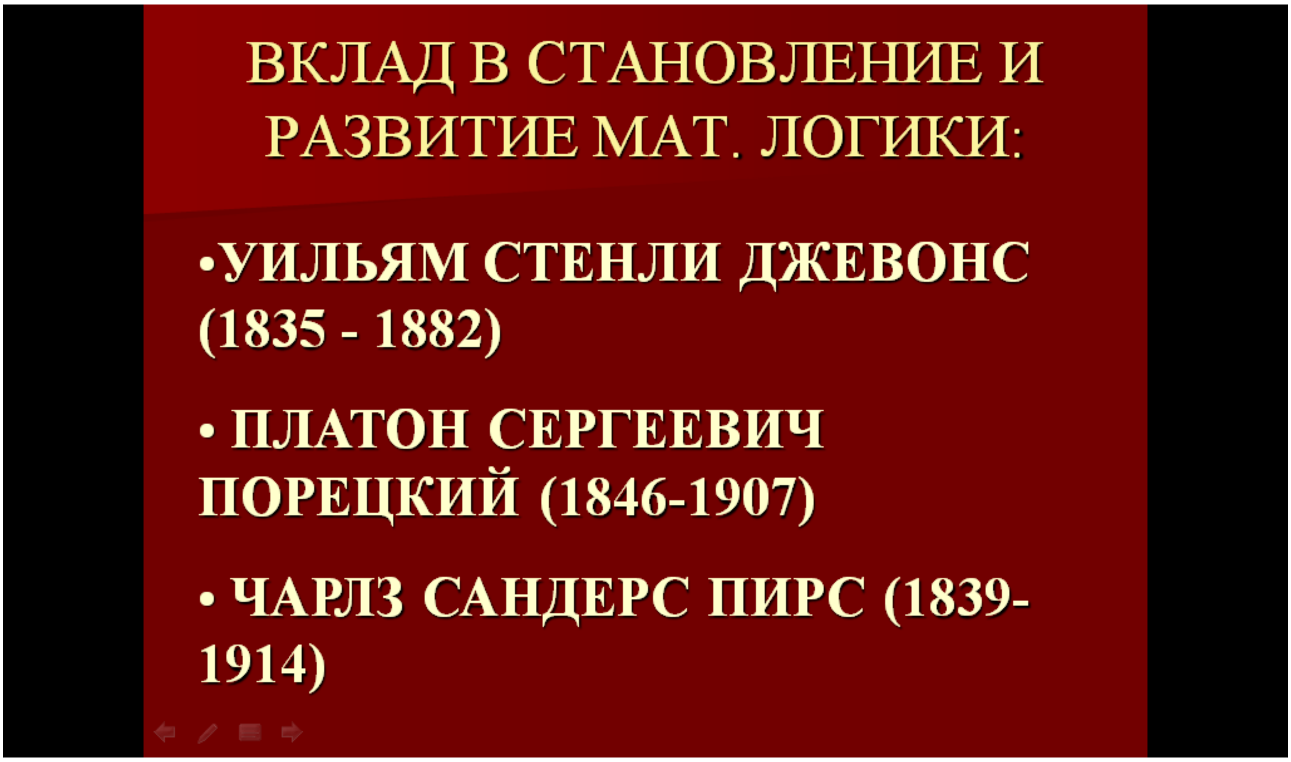

АРИСТОТЕЛЬ ВЫДЕЛИЛ ВСЕ ПРАВИЛЬНЫЕ ФОРМЫ СИЛЛОГИЗМОВ, КОТОРЫЕ МОЖНО СОСТАВИТЬ ИЗ РАССУЖДЕНИЙ ВИДА:
- «Все А суть В»
- «Некоторые А суть В»
- «Все А не суть В»
- «Некоторые А не суть В»
Логика, основанная на теории силлогизмов называется классической.


Декарт Рене (1596-1650, фр. философ, математик)
РЕКОМЕНДОВАЛ В ЛОГИКЕ ИСПОЛЬЗОВАТЬ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ.


Лейбниц Г.В. (1646-1716, нем. ученый и математик) -
Предложил использовать в логике математическую символику и впервые высказал мысль о возможности применения в ней двоичной системы счисления.
Логика обретает символьный язык, конкретность законов, распространяется за рамки гуманитарных наук.


Джордж Буль (1815-1864, анл.) -
основоположник мат. логики.
1847 г. –Джордж Буль в работе «Математический анализ логики» изложил основы булевой алгебры.
РАЗРАБОТАЛ АЛФАВИТ, ОРФОГРАФИЮ И ГРАММАТИКУ.
1815 – 1864 гг. благодаря трудам математика Дж. Буля появился раздел математической логики, получивший название алгебры логики или булевой алгебры.

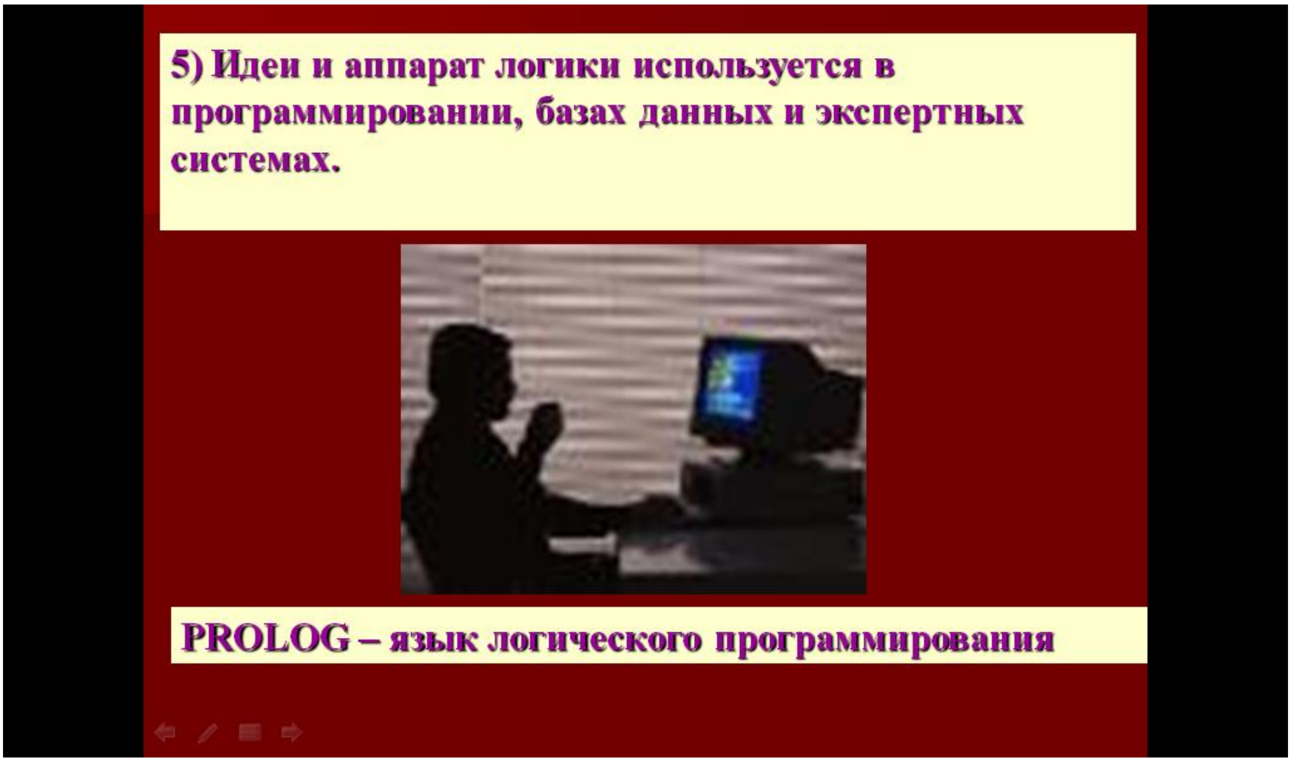

ВКЛАД В СТАНОВЛЕНИЕ И РАЗВИТИЕ МАТ. ЛОГИКИ:
АУГУСТУС ДЕ МОРГАН
(1806 - 1871)


ВКЛАД В СТАНОВЛЕНИЕ И РАЗВИТИЕ МАТ. ЛОГИКИ:
•УИЛЬЯМ СТЕНЛИ ДЖЕВОНС (1835 - 1882)
• ПЛАТОН СЕРГЕЕВИЧ ПОРЕЦКИЙ (1846-1907)
• ЧАРЛЗ САНДЕРС ПИРС (1839-1914)

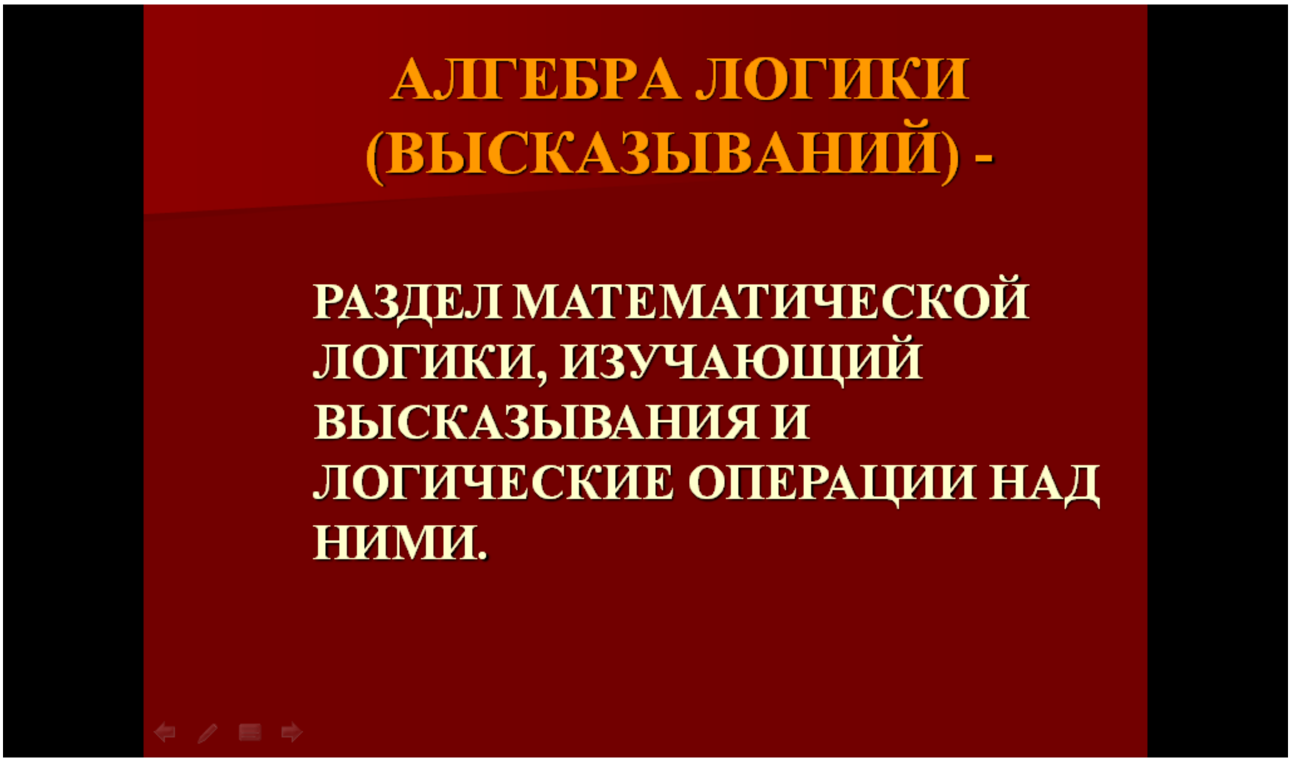

ВОПРОС №3
ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

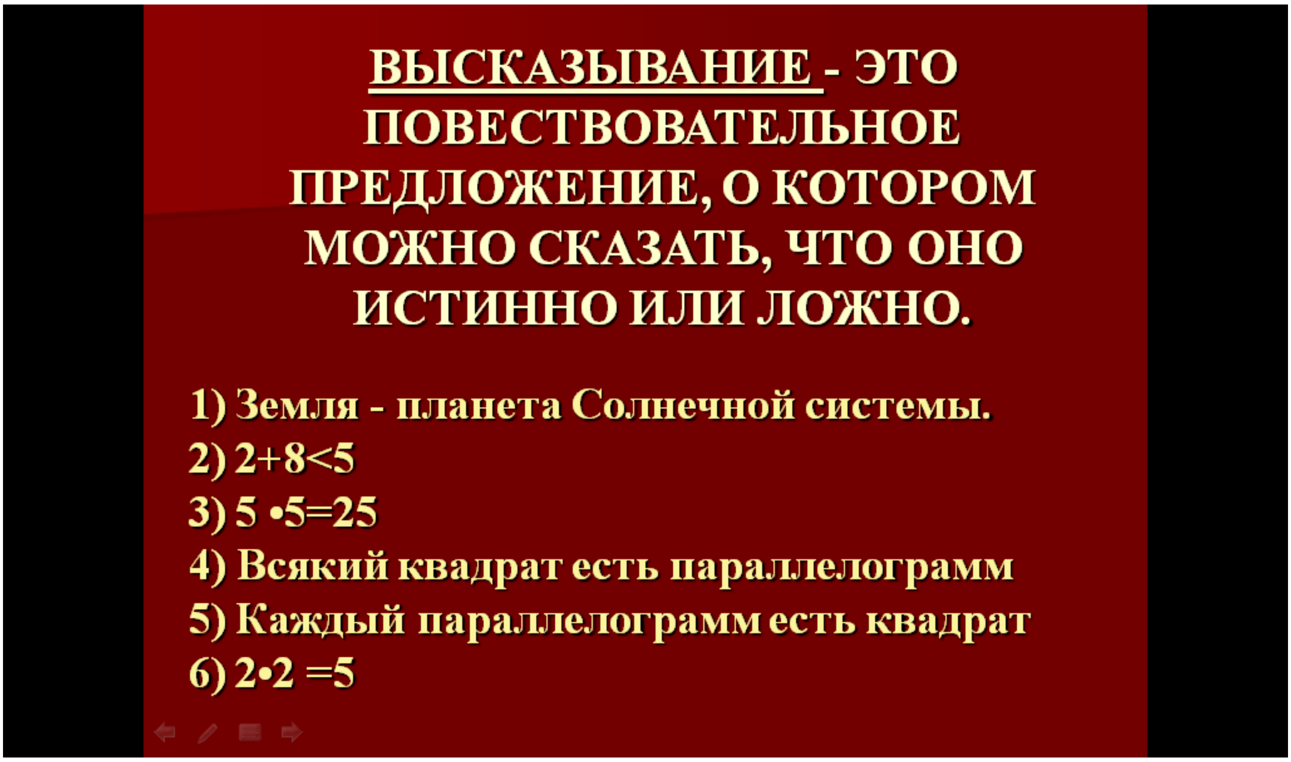

1) Логика оказала влияние на развитие математики, прежде всего теории множеств, функциональных систем, алгоритмов, рекурсивных функций.
2) В гуманитарных науках (логика, криминалистика).
3) Математическая логика является средством для изучения деятельности мозга - для решения этой самой важной проблемы биологии и науки вообще.

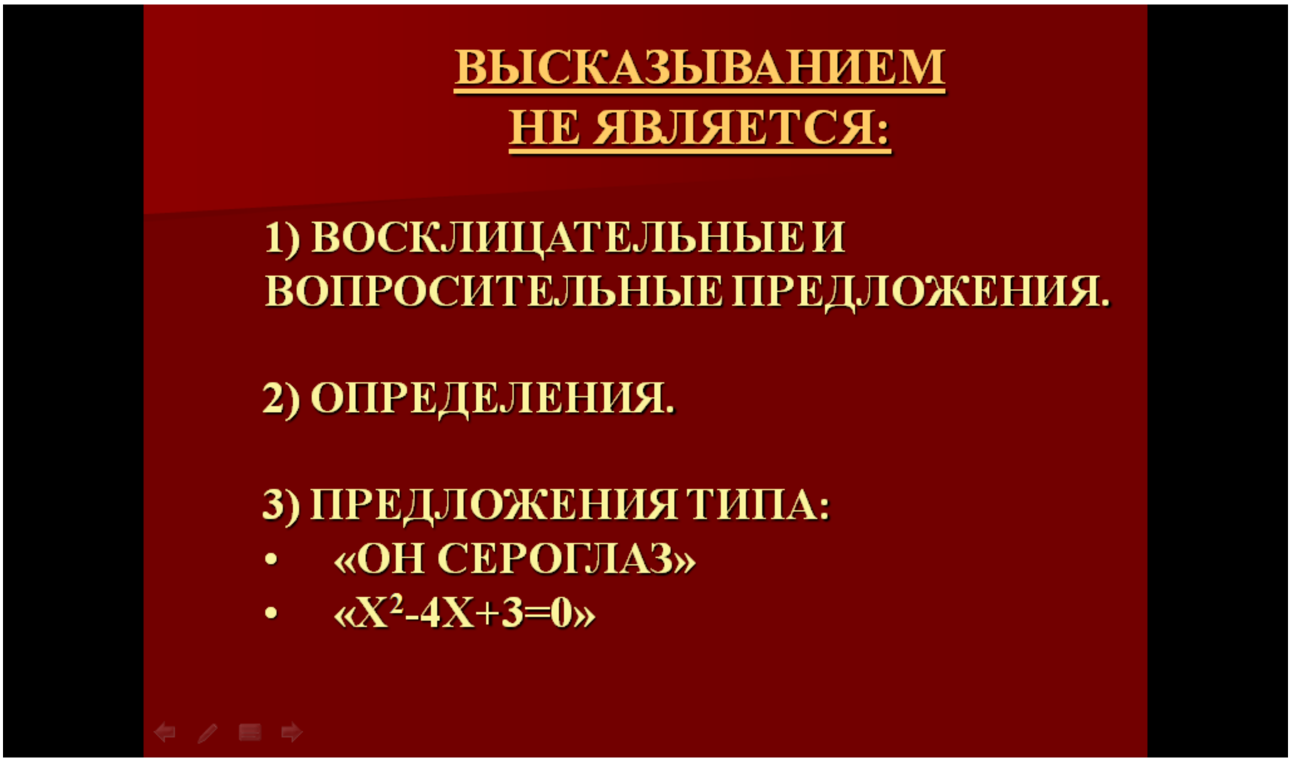

4) Идеи и аппарат логики используется в кибернетике, ВТ и электротехнике (построены компьютеры на основе законов математической логики).
1938 г. – американский математик и инженер Клод Шеннон связал Булеву алгебру (аппарат математической логики), двоичную систему кодирования и релейно-контактные переключательные схемы, заложив основы будущих ЭВМ.

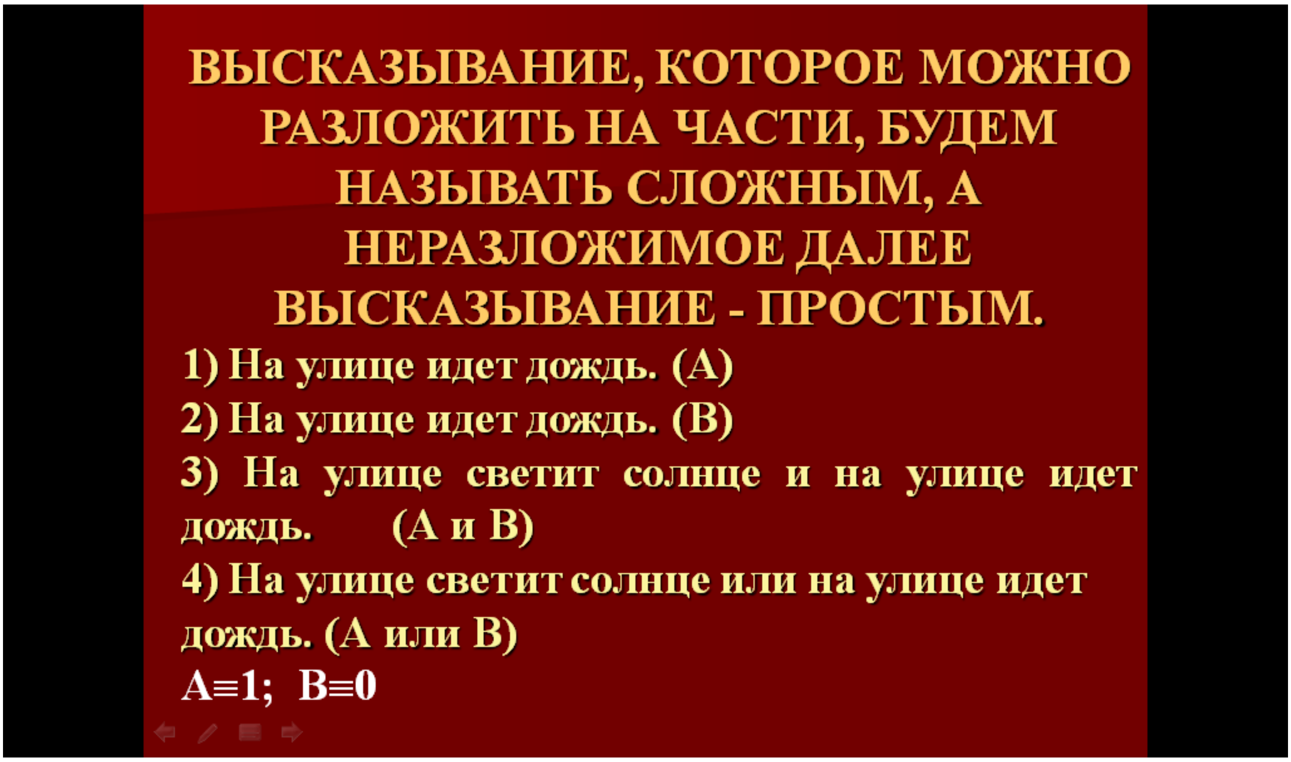

5) Идеи и аппарат логики используется в программировании, базах данных и экспертных системах.
PROLOG – язык логического программирования


ВОПРОС №4
Алгебра высказываний
Простые и сложные высказывания


АЛГЕБРА ЛОГИКИ
(ВЫСКАЗЫВАНИЙ) -
РАЗДЕЛ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ, ИЗУЧАЮЩИЙ ВЫСКАЗЫВАНИЯ И ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ.


ВЫСКАЗЫВАНИЕ - ЭТО ПОВЕСТВОВАТЕЛЬНОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ, О КОТОРОМ МОЖНО СКАЗАТЬ, ЧТО ОНО ИСТИННО ИЛИ ЛОЖНО.
1) Земля - планета Солнечной системы.
2) 2+8<5
3) 5 •5=25
4) Всякий квадрат есть параллелограмм
5) Каждый параллелограмм есть квадрат
6) 2•2 =5


ВЫСКАЗЫВАНИЕМ
НЕ ЯВЛЯЕТСЯ:
1) ВОСКЛИЦАТЕЛЬНЫЕ И ВОПРОСИТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ.
2) ОПРЕДЕЛЕНИЯ.
3) ПРЕДЛОЖЕНИЯ ТИПА:
• «ОН СЕРОГЛАЗ»
• «X^2-4X+3=0»


ВЫСКАЗЫВАНИЕ, КОТОРОЕ МОЖНО РАЗЛОЖИТЬ НА ЧАСТИ, БУДЕМ НАЗЫВАТЬ СЛОЖНЫМ, А НЕРАЗЛОЖИМОЕ ДАЛЕЕ ВЫСКАЗЫВАНИЕ - ПРОСТЫМ.
1) На улице идет дождь. (А)
2) На улице идет дождь. (В)
3) На улице светит солнце и на улице идет дождь. (А и В)
4) На улице светит солнце или на улице идет дождь. (А или В)
А≡1; В≡0

ВЫСКАЗЫВАНИЕ, КОТОРОЕ МОЖНО РАЗЛОЖИТЬ НА ЧАСТИ, БУДЕМ НАЗЫВАТЬ СЛОЖНЫМ, А НЕРАЗЛОЖИМОЕ ДАЛЕЕ ВЫСКАЗЫВАНИЕ - ПРОСТЫМ.

1) На улице идет дождь. (А)

2) На улице идет дождь. (В)

3) На улице светит солнце и на улице идет дождь. (А и В)

4) На улице светит солнце или на улице идет дождь. (А или В)

А≡1; В≡0

ВОПРОС №5

ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ АЛГЕБРЫ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

ИНВЕРСИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ) - ПРИСОЕДИНЕНИЕ ЧАСТИЦЫ «НЕ» К СКАЗУЕМОМУ ДАННОГО ПРОСТОГО ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИЛИ ПРИСОЕДИНЕНИЕ СЛОВ «НЕВЕРНО ЧТО. . .» КО ВСЕМУ ВЫСКАЗЫВАНИЮ.

ИНВЕРСИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ИСТИННА, ЕСЛИ САМА ПЕРЕМЕННАЯ ЛОЖНА, И, НАОБОРОТ, ИНВЕРСИЯ ЛОЖНА, ЕСЛИ ПЕРЕМЕННАЯ ИСТИННА.

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

ДИЗЪЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ) -

СОЕДИНЕНИЕ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ А И В В ОДНО С ПОМОЩЬЮ СОЮЗА «ИЛИ», УПОТРЕБЛЯЕМОГО В НЕИСКЛЮЧАЮЩЕМ ВИДЕ.

ДИЗЪЮНКЦИЯ ДВУХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ЛОЖНА ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ОБА ВЫСКАЗЫВАНИЯ ЛОЖНЫ.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1


КОНЪЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ) -
СОЕДИНЕНИЕ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ А И В
В ОДНО С ПОМОЩЬЮ СОЮЗА «И».
КОНЪЮНКЦИЯ ДВУХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ИСТИННА ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ОБА ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИСТИННЫ.
A B A ∧ B
0 0 0
0 1 0
1 0 0
1 1 1


КОНЪЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ) -
СОЕДИНЕНИЕ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ А И В
В ОДНО С ПОМОЩЬЮ СОЮЗА «И».
КОНЪЮНКЦИЯ ДВУХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ИСТИННА ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ОБА ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИСТИННЫ.
A B A ∧ B
0 0 0
0 1 0
1 0 0
1 1 1

ИМПЛИКАЦИЯ -

ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ, СООТВЕТСТВУЮЩАЯ СОЮЗУ «ЕСЛИ . . . , ТО . . .»

ИМПЛИКАЦИЯ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ЛОЖНА ЛИШЬ В СЛУЧАЕ, КОГДА А ИСТИННО, А В ЛОЖНО.

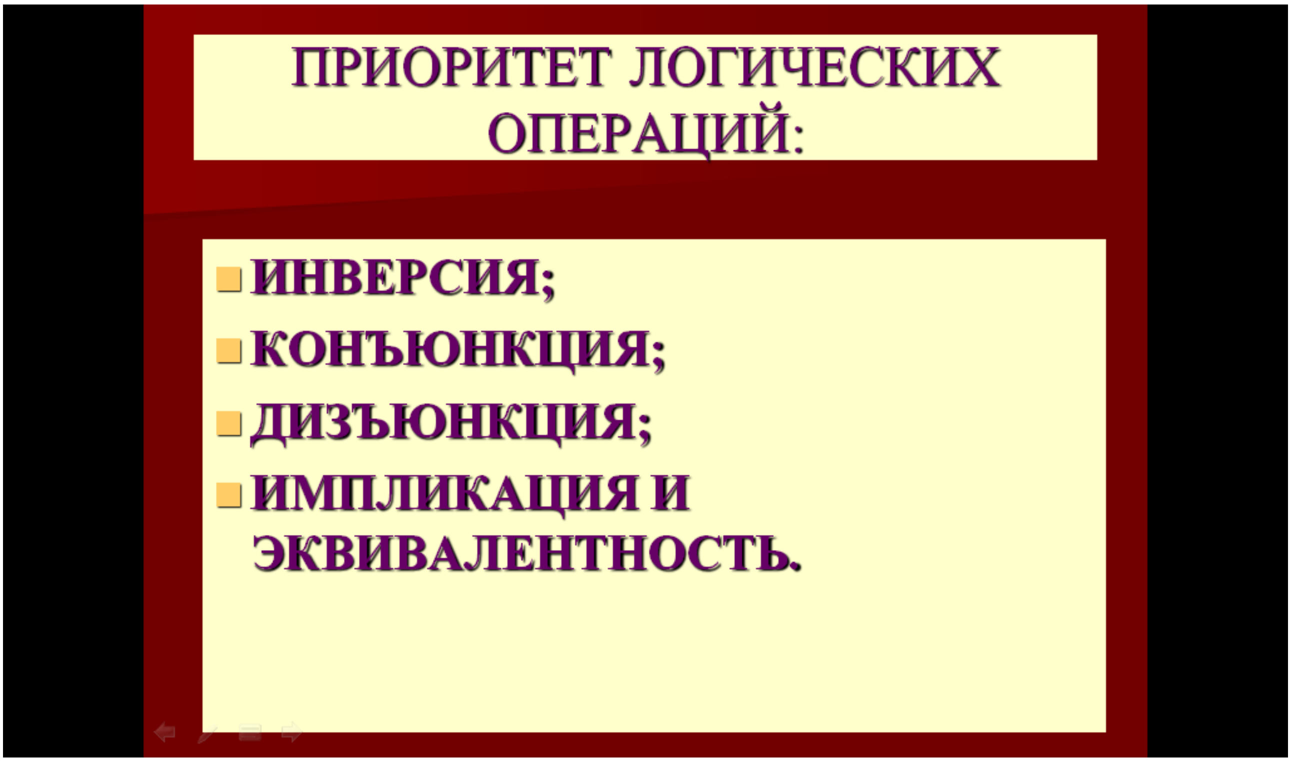
A	B	$A \to B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

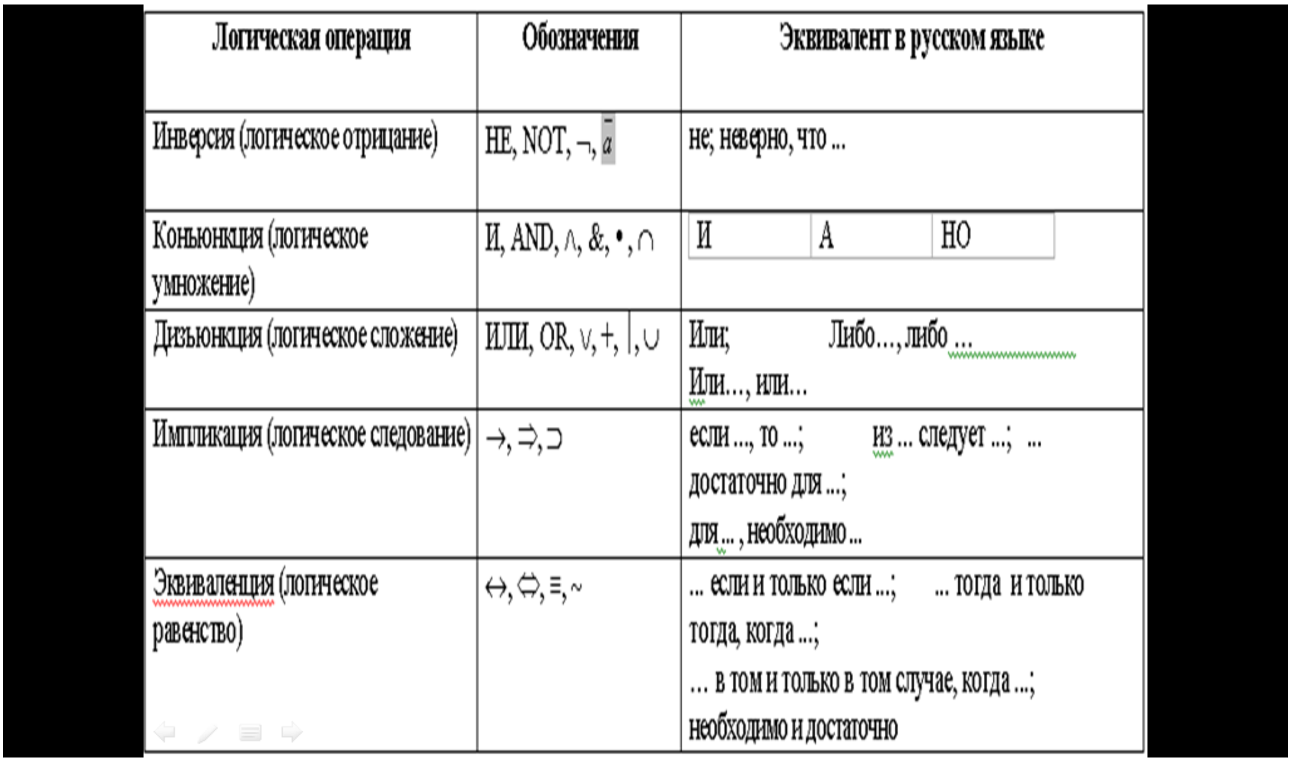
ЭКВИВАЛЕНЦИЯ -

ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ, СООТВЕТСТВУЮЩАЯ СОЮЗУ «ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА …»

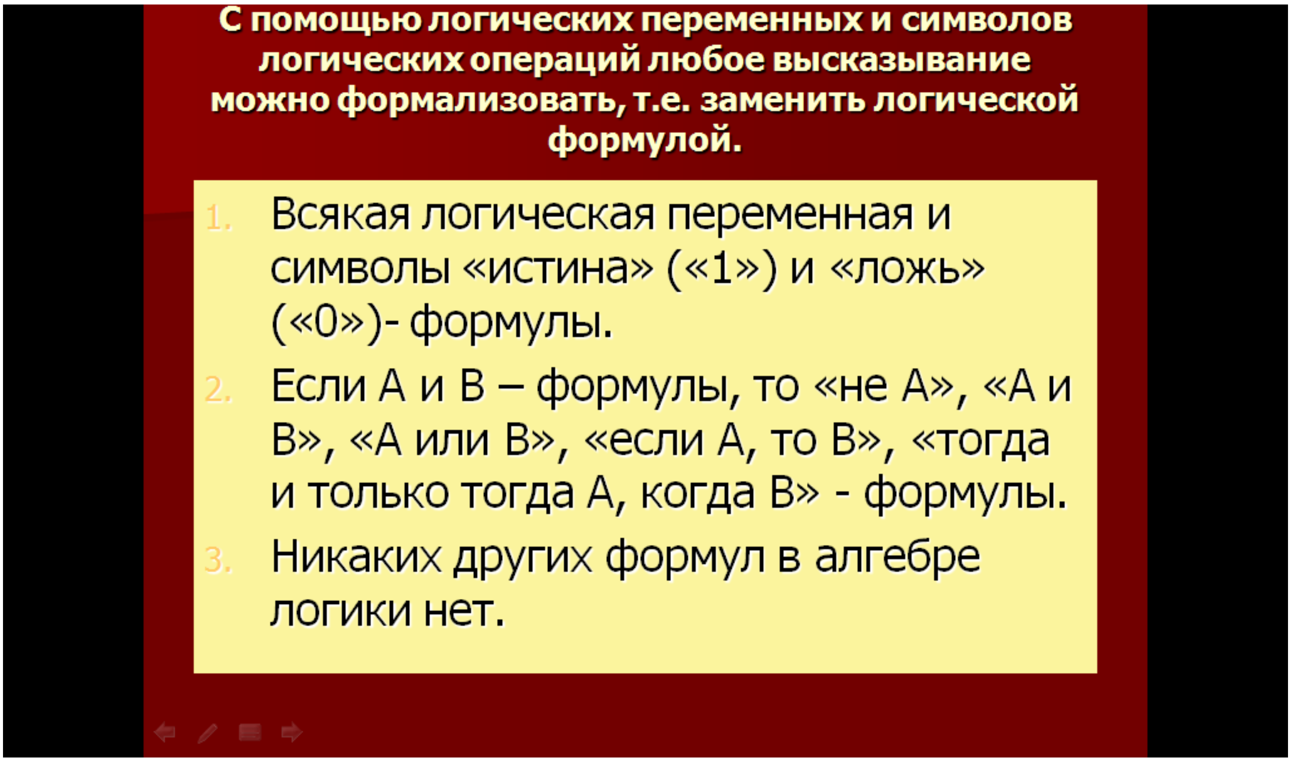
ЭКВИВАЛЕНЦИЯ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ИСТИННА В ТОМ И ТОЛЬКО ТОМ СЛУЧАЕ, КОГДА ОБА ЭТИ ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИСТИННЫ ИЛИ ЛОЖНЫ.

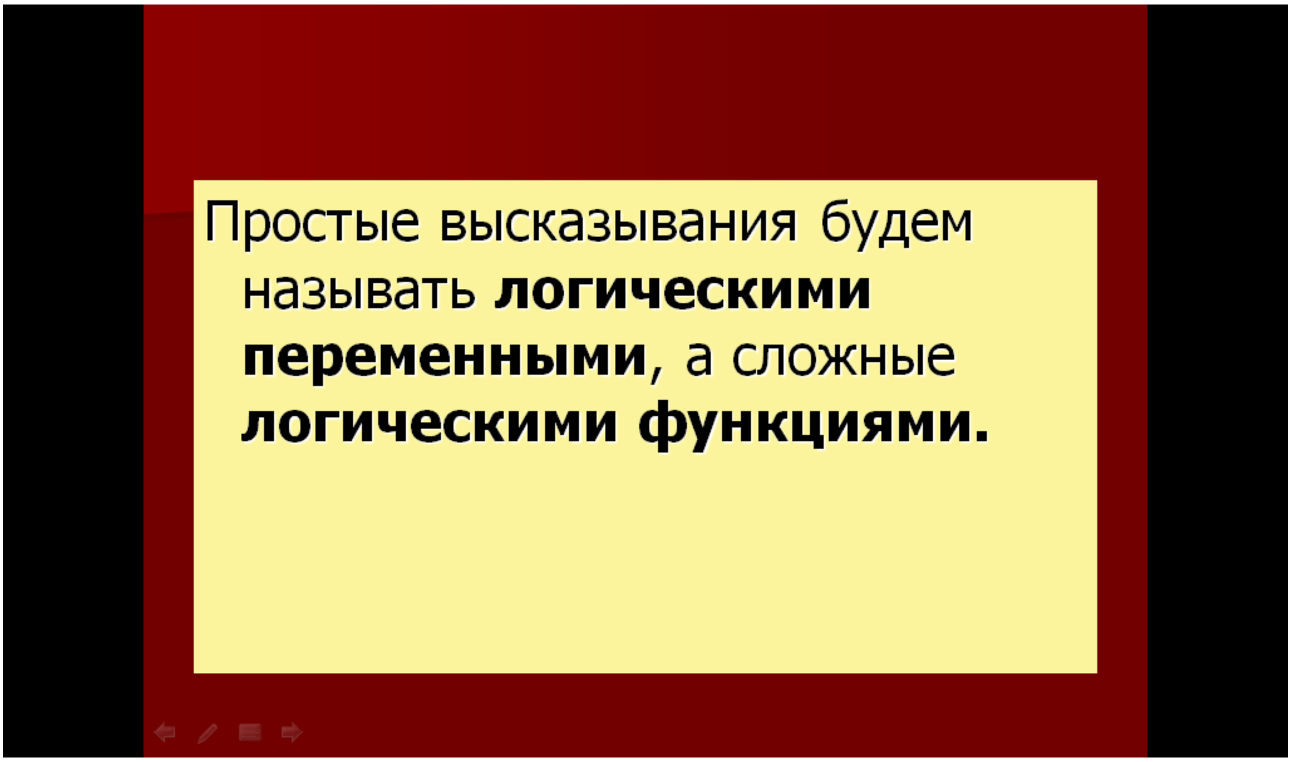
A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

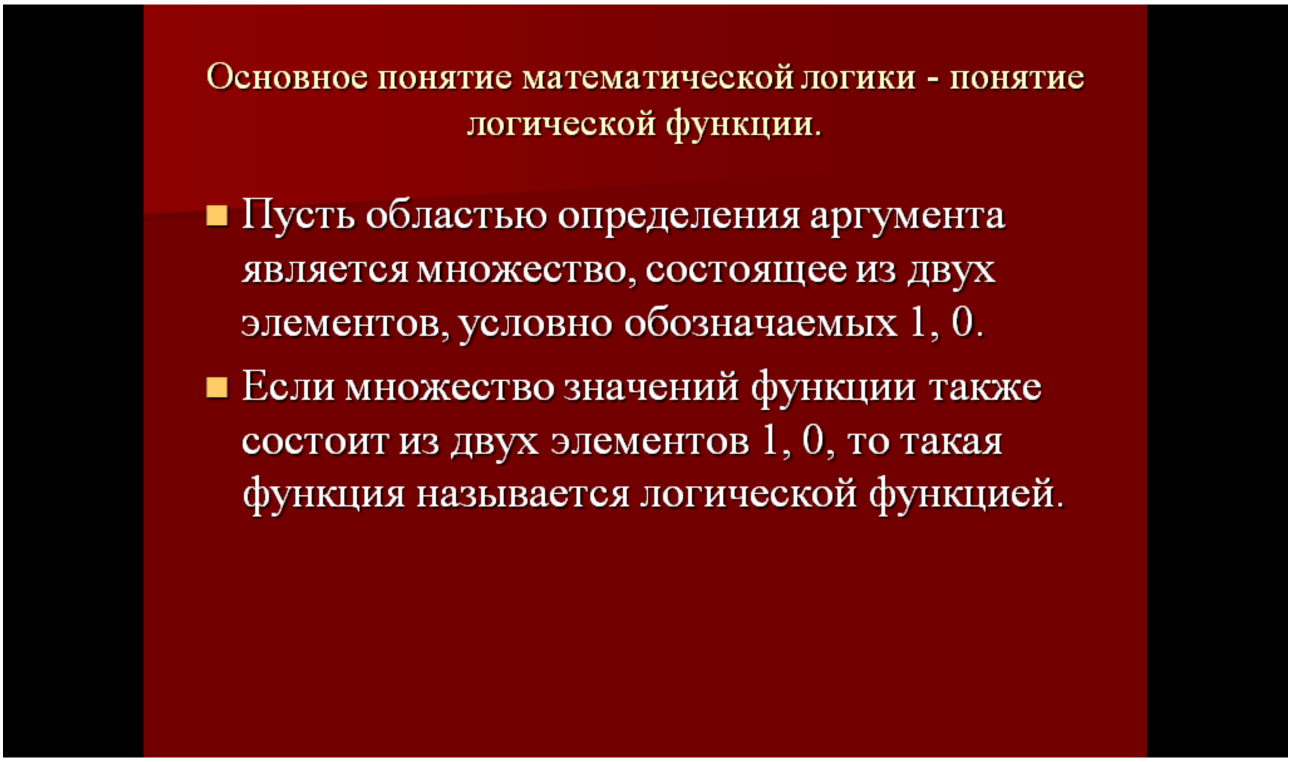


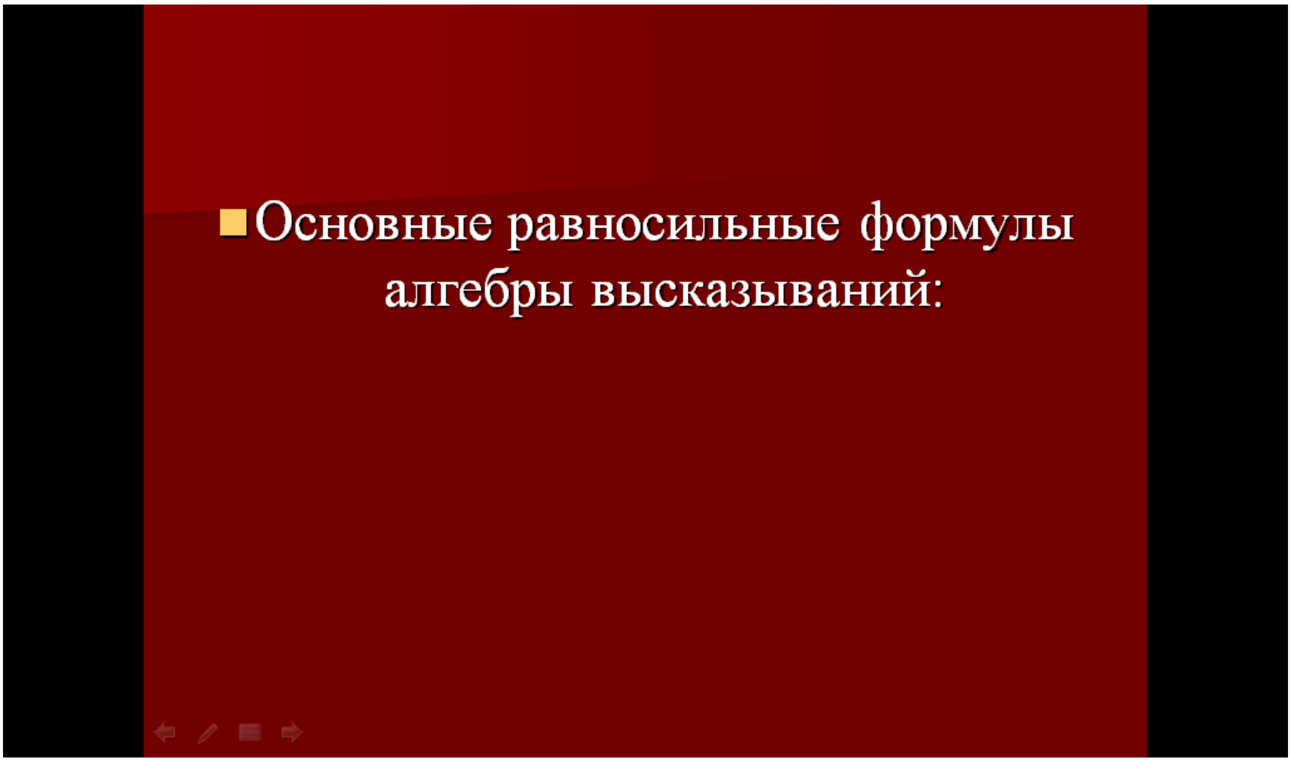


Логическая операция	Обозначения	Эквивалент в русском языке
Инверсия (логическое отрицание)	НЕ, NOT, ¬, $\bar{a}$	не; неверно, что ...
Коньюнкция (логическое умножение)	И, AND, ∧, &, •, ∩	И; А; НО
Дизъюнкция (логическое сложение)	ИЛИ, OR, ∨, +, |, ∪	Или; Либо…, либо … Или…, или…
Импликация (логическое следование)	→, ⇒, ⊃	если ..., то ...; из ... следует ...; ... достаточно для ...; для ... , необходимо ...
Эквиваленция (логическое равенство)	↔, ⇔, ≡, ~	... если и только если ...; ... тогда и только тогда, когда ...; … в том и только в том случае, когда ...; необходимо и достаточно


С помощью логических переменных и символов логических операций любое высказывание можно формализовать, т.е. заменить логической формулой.
1. Всякая логическая переменная и символы «истина» («1») и «ложь» («0»)- формулы.
2. Если А и В – формулы, то «не А», «А и В», «А или В», «если А, то В», «тогда и только тогда А, когда В» - формулы.
3. Никаких других формул в алгебре логики нет.


Простые высказывания будем называть **логическими переменными**, а сложные **логическими функциями.**


Основное понятие математической логики - понятие логической функции.
Пусть областью определения аргумента является множество, состоящее из двух элементов, условно обозначаемых 1, 0.
Если множество значений функции также состоит из двух элементов 1, 0, то такая функция называется логической функцией.


Основные равносильные формулы алгебры высказываний:

$A \vee A = A$ $A \wedge A = A$	идемпотентность
$A \vee B = B \vee A$ $A \wedge B = B \wedge A$	коммутативность
$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$ $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$	ассоциативность
$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	дистрибутивность
$A \vee$ И $=$ И	
$A \wedge$ Л $=$ Л	
$A \wedge$ И $= A$	
$A \vee$ Л $= A$	
$A \vee \overline{A} =$ И	закон исключенного третьего
$A \wedge \overline{A} =$ Л	
$\overline{\overline{A}} = A$	
$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$ $A \wedge B = A \vee B$	законы де Морганз
$\overline{\text{Л}} =$ И	
$\overline{\text{И}} =$ Л	

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Александров П. С. Введение в теорию множеств и теорию функций. М.: Наука, 1977 г.

2. Гаврилов Г. П.
Сапоженко А. А.
Задачи и упражнения по курсу «Дискретная математика». М.: Наука, 1992 г.
3. Грей П. Логика, алгебра и базы данных. М.: Машиностроение, 1989 г.
4. Гиндикин С. Г. Алгебра логики в задачах. М.: Наука, 1972г.
5. Колмогоров А. Н.
Фомин С. В.
Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989 г.
6. Клини С. Математическая логика. М.: Мир, 1973.
7. Ковалева Л. Ф.
Данков О. Ю.
Горбовцов Г. Я.
Мокеева И. К.
Дискретная математика. М.: МЭСИ, 1988.
8. Новиков Н. С. Элементы математической логики. М.: Наука, 1973.
9. Под редакцией
Скорнякова Л.А.
Общая алгебра II, М.: Наука, 1990г.
10. Эдельман С. Л. Математическая логика. М.: Высшая школа, 1975.

11. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1979.