

**WO'ZBEKISTAN RESPUBLIKASI BAYLANIS,  
INFORMACIYALASTIRIW HA'M TELEKOMMUNIKACIYA  
TEXNOLOGIYALARI MA'MLEKET KOMITETI  
TASHKENT INFORMACIYALIQ TEXNOLOGIYALARI  
UNIVERSITETI NO'KIS FILIALI**

Informatika ha'm informaci'yali'q texnologi'yalari' kafedrası'

Kompyuter injiniring fakultetinin' Informatika ha'm  
informaci'yali'q texnologi'yalar bag'dari'ni'n' 4-kurs studenti  
Smamutov Abdimajittin'

**PITKERIW QA'NIYGELIK JUMISI**

Temasi: Dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'llari'n ayi'ri'm  
a'meliy ma'selelerdi sheshiwge qollani'w

Ilimiy basshi' \_\_\_\_\_ prof.Uteuliev.N.U

Kafedra basli'g'i' \_\_\_\_\_ t.i.k.Arzi'mbetov.T.Z

**No'kis-2014**

## Mazmuni’:

<b>Kirisiw .....</b>	<b>3</b>
<b>§1. Dinamikali’q programmalasti’ri’w ma’selesinin’ uli’wma</b>	
<b>jag’dayda qoyi’li’wi’ .....</b>	<b>6</b>
<b>§2. Dinamikali’q programmalasti’ri’wdi’n’ a’meliy</b>	
<b>ma’seleleri.....</b>	<b>10</b>
<b>§3. Dinamikali’q programmalasti’ri’wdi’n’ tiykarg’i’</b>	
<b>ten’lememeleri.....</b>	<b>14</b>
<b>§4. Dinamikali’q programmalasti’ri’w ma’selesin sheshiw</b>	
<b>usi’llari’ .....</b>	<b>26</b>
<b>4.1 Ma’selenin’ wo’lshemin to’menletiw (pa’seytiriw) ushi’n Lagranj</b>	
<b>ko’beytiwshileri usi’li’n paydalani’w.....</b>	<b>27</b>
<b>4.2 Dinamikali’q programmalasti’ri’w usi’li’ menen transport ma’selesin</b>	
<b>sheshiw.....</b>	<b>30</b>
<b>4.3 Dinamikali’q programmalasti’ri’w ma’selesin sheshiwdin’ izbe-iz</b>	
<b>jaqi’nlasiw usi’li’ .....</b>	<b>34</b>
<b>4.4 Dinamikali’q programmalasti’ri’w ma’selesin sheshiwdin’ tuwri’ ha’m</b>	
<b>keri wo’tkeriw (progonka) usi’li’ .....</b>	<b>37</b>
<b>Juwmaqlaw.....</b>	<b>51</b>
<b>A’debiyatlar.....</b>	<b>52</b>

## KIRISIW

Dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li' quramali' matematikali'q programmalasti'ri'w ma'selelerin sheshiwidin' effektivliligin artti'ri'w ushi'n qollani'ladi'. Quramali' u'lken ko'lemdegi matematikali'q programmalasti'ri'w ma'seleleri wonsha u'lken bolmag'an ma'selelerge bo'linedi, yag'ni'y quramali' ma'sele dekompoziciyalanadi'. Dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li'ni'n' bir o'zgesheligi ma'sele etap boyi'nsha sheshiledi. Ha'r bir etapta optimal basqari'wshi' parametrlar saylap ali'nadi' (yag'ni'y basqari'wshi' yamasa retlestiriwshi parametrlar din' optimal ma'nisi tabi'ladi').

Bul jag'dayda ha'r bir etap boyi'nsha alding'i'si'nan g'a'rezli bolg'an rekurrent yesaplaw procedurasi payda boli'wi' kerek. Eger bunday rekurrent qatnasi'q wornatilmasa wonda ma'sele a'dettegi matematikali'q programmalasti'ri'w usi'llari' menen sheshiledi. A'dette dinamikali'q degen so'z din wo'zi waqi't faktori' menen baylani'sli'. Haqi'yqati'nda da dinamikali'q programmalasti'ri'w degen atama waqi't birligi ishinde optimal sheshimlar qabi'l yetiw menen baylani'sli'. Ma'selen, bug'an zapaslardi' basqari'w yag'ni'y retlestiriw ma'selesin mi'sal yetiwge boladi'.

Degen menen, dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li' waqi't faktori' yesapqa ali'nbaytug'i'n ma'selelerdi sheshiwde de tabi'sli' qollani'ladi. Soni'n' ushi'n, bunday jag'daylarda ko'p etapli' programmalasti'ri'w degen termin qollani'ladi'. Dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li'ni'n' negizi ko'p etapli' processtin' ha'r bir etapi'nda rekurrent qatnasi'qti'n' talabi'na juwap beretug'i'n optimal sheshimdi tabi'wdan ibarat. Ja'nede bir wo'zgesheligi dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li'n qollani'w ushi'n qarali'p ati'rg'an ob'ekt jaqsi' u'yreniliwi kerek yag'ni'y ob'ekt dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li' menen ti'g'i'z baylani'sta boli'wi' kerek, bolmasa rekurrent qatnasi'qlardi' keltirip shi'g'ari'w qi'yi'ng'a tu'sedi'. Da'slepki qollani'wshi'lar ushi'n dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li'n u'yreniw qi'yi'n boladi', biraq bul usi'ldi' sistemali' tu'rde paydalani'p barg'an jag'dayda woni toli'q tu'siniwge ha'm qolg'a alg'an

ob'ekt ushi'n toli'q paydalani'wg'a mu'mkinshilik beredi.

Solay yetip, dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li'ni'n' tiykarg'i' ideyasi' u'lken wo'lshemdegi ma'selelerdi ko'p etapli' ma'selelerge wo'tkeriw boli'p yesaplanadi. Ha'zirgi waqi'tta dinamikali'q programmalasti'ri'w ushi'n wo'zgermey qalg'an standart usi'l joq, yag'ni'y bul usi'lg'a standart programma du'ziw mu'mkin emes. Sebebi, bul usi'l ha'r bir ob'ekttin ozinin' strukturasi'na ha'm karakterine baylani'sli' du'ziledi. Ma'selen, bul usi'l menen optimal basqari'w, retlestiriw, bo'listiriw, u'nemlew, tekseriw, saylap ali'w, rejelestiriw h.t.b. ma'seleler sheshiliwi mu'mkin. Bul usi'l 1950-1953 ji'llari' amerikali' matematik Richard Bellman ha'm woni'n' sha'girtleri tarepinen tariyplengen optimallasti'ri'w principine tiykarlanadi'. Bul ilimpaz dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'selelerin sheshiwde tiykarg'i' rol oynaytug'i'n funktsional ten'leme dep atalatug'i'n ten'lemenisi islep shi'qqan.

Ha'zirgi basqi'shta matematik usi'llardi'n' islep shi'g'ari'wda qollani'li'wi'ni'n' intensiv rawajlani'p bari'wi'na, tiykari'nan:

1) Materialli'q islep shi'g'ari'w quramalasi'p barmaqta, woni a'piwayi' usi'llar menen sheshiw na'tiyje bermey qaldi';

2) Ku'shli yesaplaw texnikasi'ni'n' barli'g'i', wolsiz aldi'n wori'nlap bolmaytug'i'n ma'selelerdi sheshiw imka'niyati'ni'n' jarati'lg'anli'g'i' sebep bolmaqta. Sonli'qtan dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'seleler teoriyasi'n rawajlandi'ri'w ha'm a'melde qollani'w bu'gingi ku'nin' aktual ma'selelerinen biri boli'p tabi'ladi'.

Bul jumi'sta dinamikali'q programmalasti'ri'w ja'rdemi menen ko'p basqi'shli' ma'seleni sheshiw processinin' ha'r bir basqi'shi'nda tu'p maqsetti go'zlewshi sheshimdi ani'qlaw, yag'ni'y sheshimler arasi'nan tu'p maqsetke yerisiwde maksimal payda beriwshi sheshimdi tabi'w tiykarg'i' maqset boli'p yesaplanadi'.

Bakalavr jumi'si'ni'n' tiykarg'i' qurami' kirisiw, bes paragraf, juwmaqlaw ha'm a'debiyatlar diziminen ibarat.

Jumi'sti'n' kirisiw bo'liminde temani'n' a'hmiyeti ha'm qurami' qaralg'an. Pitkeriw qa'niygelik jumi'si'ni'n' birinshi paragrafi'nda dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'selesinin' uli'wma jag'dayda qoyi'li'wi' qaraladi'. Pitkeriw jumi'si'ni'n' yekinshi paragrafi'nda dinamikali'q programmalasti'ri'wdi'n' a'meliy ma'seleleri qaralg'an. U'shinshi paragrafta Bellmanni'n' funkcional ekstremal ten'lemeleri qaraladi'. To'rtinshi paragrafi'nda dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'selesin sheshiw usi'llari' qaralg'an. Pitkeriw qaniygelik jumi'si'ni'n' juwmaqlaw bo'liminde jumi'sta ali'ng'an na'tiyjeler so'z yetiledi. Jumi'sti'n' aqi'ri'nda paydalang'an a'debiyatlar dizimi beriledi.

## **§1. Dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'selesinin' uli'wma jag'dayda qoyi'li'w'i.**

Dinamikali'q programmalasti'ri'w optimal sheshimdi tabi'wdi'n' ko'p basqi'shli' ma'selelerdi sheshiw usi'li' boli'p tabi'ladi'. Dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'llari' ha'r qi'yli' tu'rdegi matematik modellerdi sheshiwge qollani'li'wi mu'mkin.

Si'zi'qli' ha'm si'zi'qli' bolmag'an programmalasti'ri'w ma'selelerinde ekonomikali'q processler statik (waqi'tqa g'a'rezli bolmag'an) jag'dayda qaraladi' ha'm optimal sheshim bir basqi'shta tabi'ladi'.

Ekonomikali'q processler tabiiy jag'dayda bir neshe basqi'shlarg'a bo'linedi. Mi'sali', rejelestiriw ha'm basqari'w processleri, bul jerde basqi'shlar: 3 ji'l, 1 ji'l, kvartal, ay, ha'pte boli'wi' mu'mkin. Lekin, bul usi'llardan waqi't qatnaspag'an processlerde de paydalani'ladi'. Bul jerde dinamika sheshilip ati'rg'an ma'selelerde emes, woni'n' sheshiliw usi'li'nda boli'p tabi'ladi'.

Dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'selesinin' uli'wma jag'dayda qoyi'li'wi'. Waqi'tqa g'a'rezli tu'rde wo'zgeriwshen' ha'm basqari'w mu'mkin bolg'an processti qaraymi'z. Bul processti  $t$  ( $t = \overline{1, T}$ ) basqi'shqa aji'rati'w mu'mkin bolsi'n. Processtin' ha'r bir  $t$  basqi'shi' basi'ndag'i' jag'dayi'n  $x_t$  vektor menen belgileymiz:

$$X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{mt}).$$

Process dawami'nda sitemani'n' jag'dayi' wo'zgeredi. Woni'n'  $x_{t-1}$  jag'daydan  $x_t$  jag'dayg'a wo'tiwine  $u_t$  basqari'w ta'sir yetedi. Demek,  $x_t$  ni'  $x_{t-1}$  ha'm  $u_t$  wo'zgeriwshilerdin' funkci'yasi' si'pati'nda an'lati'w mu'mkin, yag'ni'y:

$$x_t = \varphi(x_{t-1}, u_t).$$

Bunda,  $u_t$  basqari'wdi i'qti'yarli' ta'rizde emes, woni mu'mkin bolg'an basqari'wlar ko'pliginen, yag'ni'y  $u_t \in D_t$  dan tan'law kerek. Demek, bunday ani'qlawlarda processtin' qarali'p ati'rg'an da'wir  $[0, T]$  — ishindegi rawajlani'wi'

$X_0, X_1, X_2, \dots, X_{T-1}$  vektorlar izbe-izligi orqali' ani'qlanadi' ( $X_t \in \overline{X}_t, X_t$  mu'mkin bolg'an jag'daylar ko'pligi).

Processti baslang'i'sh  $X_0$  - jag'daydan axi'rg'i'  $X_T$  - jag'dayg'a wo'tkeriwshi  $u_1, u_2, \dots, u_T$  basqari'wlar izbe-izligi strategiya dep ataladi'. Bunday strategiyalar ishinde processtin' yen' jaqsi  $X_T$  - jag'dayg'a wo'tkeriwshi strategiyani' tan'law kerek. Buni' a'melge asi'ri'w ushi'n

$$f_T(x) = \sum_{t=1}^T Z_t(x_{t-1}, x_t) \quad (1)$$

maqset funkciyani' kiritemiz, bunda  $Z_t(x_{t-1}, x_t)$  sitemani'n'  $x_{t-1}$  - jag'daydan  $x_t$  - jag'dayg'a wo'tkende yesaplanatug'i'n ha'm bul jag'daylardi' sali'sti'ri'wda isletiletug'i'n " bahalawshi' " funkciya boli'p tabi'ladi'.

Solay yetip, dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'selesi uli'wma jag'dayda to'mendegishe qoyi'ladi': Sitemani'n' baslang'i'sh jag'dayi'  $x_0$  - belgili bolg'anda sonday

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_T) \quad (2)$$

strategiyani' tan'law kerek, wol

$$x_t = \varphi(x_{t-1}, u_t), \quad x_t \in \overline{X}_t, \quad u_t \in D_t, \quad t = \overline{1, T} \quad (3)$$

sha'rtlerdi qanaatlanti'ri'p

$$f_T(x) = \sum_{t=1}^T Z_t(x_{t-1}, x_t) \quad (4)$$

funkciya ekstremal ma'niske iye bolsi'n.

Mine usi' princip dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'selelerin sheshiw usi'llari'na ti'ykar yetip ali'nadi'.

Solay yetip, dinamikali'q programmalasti'ri'w temasi' optimal rejelestiriw ma'seleleri bolip, bunda dinamika sheshimdi tabi'wda waqi'tti'n' yamasa a'mellerdin' izbe-izliginde an'lati'ladi'.

Dinamikali'q programmalastiriwdin' ma'nisi sonnan ibarat, ma'selenin' optimal sheshimin tabi'w ko'p basqi'shli' (adi'mli') processke keltiriledi. Bul sonnan ibarat, optimal sheshimdi tabi'wda, sali'sti'rmali' u'lken bolmag'an, sheshiw an'satlaw bolg'an basqi'shlarg'a bo'linedi.

Dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'llari' menen kapital qarji'lardi' optimal bo'listiriwde zapaslardan (resurslardan) optimal paydalani'wda u'skenelerdi optimal almasti'ri'wda ha'm basqa ko'p tarawlarda paydalani'ladi'.

Dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li' menen sheshiletug'in ko'p basqi'shli' ma'selelerdin' qasiyetleri to'mendegilerden ibarat:

1. Ha'r bir etaptag'i ob'ekttin' jag'dayi  $X_k = (X_1^{(k)}, X_2^{(k)}, \dots, X_n^{(k)})$  vektori' menen an'lati'latug'i'n qandayda bir fizikali'q yamasa ekonomikali'q processke iye bolayiq. Bul processtin' bunnan keyingi wo'zgeriwi usi' etapqa baylani'sli' boli'p, yag'ni'y  $X_k$  g'a baylani'sli' boli'p, woni'n' bunday jag'dayda qolay kelgenligine baylani'sli' bolmawi' kerek.

2. Process izbe-iz wori'nlanatug'i'n n basqi'shqa bo'liniwi kerek. Ha'r bir basqi'shta processti'  $X_{k-1}$  jag'daydan  $X_k$  jag'dayg'a keltiriwshi  $V_k = (u_1^{(k)}, u_2^{(k)}, \dots, u_n^{(k)})$  basqari'wi' tan'lap ali'ni'wi' kerek. Bul jag'dayda  $X_k$  jag'dayi'  $X_{k-1}$  din' ha'm basqari'wshi' parametrlar  $V_k$  ni'n' funkciyasi' boladi', yag'ni'y  $X_k = X_k(X_{k-1}, V_k)$

Al usi' etaptag'i' basqari'wshi' parametr  $V_k$  wo'tken etaptag'i' processtin' jag'dayi'nan g'arezli boladi', yag'ni'y  $V_k = V_k(V_{k-1})$

3. Ha'r bir etapta ali'natug'i'n paydani'  $R_k$  desek, ol  $X_{k-1}$  ha'm  $V_k$  -lardi'n' funkciyasi' boladi'. Yag'ni'y  $R_k = R_k(X_{k-1}, V_k)$  boli'w kerek

$$R = \sum_{k=1}^n R_k(X_{k-1}, V_k) \quad (1)$$

4. Ha'r bir etapta (adi'mda) sonday  $V_k$  ( $k = 1, n$ ) –lardi' (basqari'wshi' parametrlardi) tan'lap ali'w kerek, na'tiyjede  $n$  –shi etapta ali'natug'i'n uli'wma payda yen' ko'p bolsi'n. Bug'an qosi'msha  $X_k$  ha'm  $V_k$  lar wo'zinin' mu'mkin bolg'an oblasti'nan shi'g'i'p ketpewi' kerek. Yag'ni'y:

$X \in G1; V \in G2$  boli'w kerek.

*Ani'qlama:* Prosessti' yamasa qarali'p ati'rg'an sistemani' baslang'i'sh jag'daydan aqi'rg'i  $x_n$  – jag'dayg'a jetkeretug'i'n barli'q mu'mkin bolg'an  $V_1, V_2, \dots, V_n$  basqari'wlar ko'pligi, yag'ni'y  $V = V(V_1, V_2, \dots, V_n)$  ler basqari'w strategiyasi' dep ataladi'.

*Ani'qlama:* Izbe-iz ani'qlanatug'i'n ha'm (1) funkciyag'a maksimum ma'nis beriwshi  $X_{k-1}$  ha'm  $V_k$  lar ( $k = 1, n$ ) optimal strategi'ya dep ataladi. (1)-shi ko'rinstegi maqset funkciya additivli funkciya dep ataladi.

1) Dinamikali'q programmalasti'ri'w ko'p basqi'shli' processtin' jalg'i'z sheshimi yemes, ba'lki ha'r bir da'wirge sa'ykes keliwshi ha'm juwmaqlawshi' paydani' go'zlewshi sheshimler izbe-izligi boli'p tabi'ladi';

2) Dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'seleni sheshiw processi ha'r bir basqi'shta axirg'i' maqsetti go'zlewshi sheshimdi ani'qlaw kerek boladi', yag'ni'y sheshimler arasi'nda maqsetke yerisiwge maksimal u'les qosi'wshi sheshim tabi'li'wi' kerek boladi.

Solay yetip, belgili adimdag'i optimal sheshim tek usi adi'm ko'z qarasi'nan yemes, balki ha'mme processtin' axi'rg'i' maqseti ko'z qarasi'nan optimal sheshim boli'wi' kerek. Bunday princip dinamikali'q programmalasti'ri'wdi'n' optimalli'q principini dep ataladi'.

Optimalli'q principine a'mel qi'li'w, ha'r bir adi'mda qabi'l yetilgen sheshimdi yendigide qanday natiyjelerge ali'p keliwin itibarg'a ali'p bari'w demektur.



$n$ -wo'lishemli vektorlar sistemasi'nan ibarat boladi'.

$Z$  – qarji'lar ji'yi'ndi'si' basqari'wlar birlespesi funkciyasi' boladi', yag'ni'y

$$Z = Z(u_1, u_2, \dots, u_k).$$

Demek, ha'r bir basqi'shta sonday sheshimdi qabi'l qi'li'w (basqari'w) kerek, ha'mme ka'rxanalar sistemasi' (birlespe) nin' qarji'lar ji'yi'ndi'si' maksimal bolsi'n.

Uli'wma jag'dayda dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'selesi to'mendegishe boladi'. Basqarilatug'i'n  $S$  – sistema  $S_0$  – baslang'i'sh jag'dayda bolsi'n. Waqit wo'tiwi menen sistema wo'zgeredi ha'm axi'rg'i'  $S_k$  – jag'dayg'a keledi. Sitemani'n' wo'zgeriw processi bira'r sanli'  $Z$  kriteriya menen baylani'sli' bolsi'n.

Mu'mkin bolg'an basqari'wlar toplami'n  $u$  – menen belgileyik. Ma'sele,  $u$  – mu'mkin bolg'an basqari'wlar ko'pliginen sonday  $u^*$  – ni' tabi'w kerek,  $S$  – sistemani'  $S_0$  – jag'daydan  $S_k$  – axi'rg'i' jag'dayg'a wo'tkeriw menen  $Z(u)$  funkciya optimal  $Z(u^*)$  ma'nisti qabi'l qi'lsi'n.

Demek,  $t$  – adi'mdag'i' basqari'wdi'

$$u^t = (u_1^t, u_2^t, \dots, u_n^t)$$

vektor menen ani'qlaw mu'mkin, bul jerde  $u_j^t$  ( $j = \overline{1, n}$ )  $j$  – ka'rxana ushi'n adi'mni'n' basi'nda aji'rati'lg'an shiyki zat, kapital qarji' ha'm t.b di'n' mug'dari'n bildiredi.

Birlespenin'  $T$  – da'wir ishindegi basqari'wi'n

$$u = (u^1, u^2, \dots, u^T)$$

vektor menen an'lati'w mu'mkin. Birlespedegi ka'rxanalar sistemasi'ni'n' rawajlani'w dinamikasi'n an'lati'w ushi'n wolardi'n' jag'dayi' da'rejesin ko'rsetiwshi

$$X_i = (X_i^1, X_i^2, \dots, X_i^T)$$

vektordi' kiritemiz, bul jerde  $X_j^t$  ( $t = \overline{1, T}$ )  $t$  –adi'mni'n' basi'nda sistemani'n' materialli'q, finansli'q jag'dayi' da'rejesin ko'rsetiwshi vektor boli'p, woni'n' komponentleri ka'rxanadag'i miynet resurslari', tiykarg'i' fondlar finansli'q jag'dayi' da'rejesin ko'rsetedi, yag'ni'y

$$X_i^t = (X_{i1}^t, X_{i2}^t, \dots, X_{in}^t).$$

Demek, basqari'w vektori', sitemani'n'  $T$  – basi'ndag'i' jag'dayi'n ko'rsetiwshi vektor, yag'ni'y

$$u^t = u^t(X^{t-1}).$$

Sitemani'n' baslang'i'sh jag'dayi'  $X^0$  berilgen boladi'. Maqset funkciya si'pati'nda birlespenin'  $T$  – da'wir ishinde alatug'i'n qarjilar ji'yi'ndi'si'n an'lati'wshi

$$Z = \sum_{t=1}^T Z^t \rightarrow \max.$$

funkciyani' kiritemiz. Ha'r bir  $t$  –adi'mni'n' basi'nda sitemani'n'  $X^t$  – jag'day da'rejesine ha'm  $u^t$  – basqari'w vektori'na belgili bir shegaralawshi' sha'rtler qoyi'li'wi' mu'mkin. Bul sha'rtler sistemasi' toplami'n  $D$  – menen belgileymiz ha'm woni mu'mkin bolg'an basqari'wlar ko'pligi dep qaraymi'z.

Solay yetip, usi' dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'selesi kelip shig'adi:

$$u^t \in D, \tag{1}$$

$$Z = \sum_{t=1}^T Z^t \rightarrow \max. \tag{2}$$

(1)-(2) modelge islep shig'ari'wdin' dinamikali'q modeli dep ataladi'. Bug'an ti'ykarlani'p, ha'r bir  $t$  –adi'mdag'i'  $u^t$  – basqari'wdi sonday ani'qlaw

kerek, na'tiyjede sitemani'n' rejelestirilip atirg'an da'wirdegi yerisken qarji'lar ji'yi'ndi'si' maksimal bolsi'n.

### ***§3. Dinamikali'q programmalasti'ri'wdi'n' tiykarg'i' ten'lememeleri.***

Meyli birinshi adi'mdag'i' basqari'w  $u_1$  – bolsi'n, buni'n' ta'sirinde process  $x_0$  – jag'daydan  $x_1$  – jag'dayg'a wo'tedi ha'm na'tiyjede  $Z_1(x_0, x_1)$  payda (zi'yan) keltiredi. Yekinshi adi'm  $u_2$  – basqari'w processi  $x_1$  – jag'daydan  $x_2$  – jag'dayg'a ko'shiriledi ha'm na'tiyjede  $Z_2(x_1, x_2)$  – payda (zi'yan) keltiredi ha'm t.b  $k$  – adi'mda  $u_k$  – basqari'w processi  $x_{k-1}$  – jag'daydan  $x_k$  – jag'dayg'a ko'shedi ha'm  $Z_k(x_{k-1}, x_k)$  – payda (zi'yan) keltiredi.

Demek, processti  $x_0$  – jag'daydan  $x_1$  – jag'dayg'a ko'shiriw ushi'n sonday  $\bar{u} = (u_1, u_2, \dots, u_T)$  basqari'wdi (strategiyani') tan'law kerek, wondag'i'  $Z_T(x_0, \bar{u})$  – payda (zi'yan) maksimal (minimal) bolsi'n, yag'ni'y

$$f_T(x) = Z_T(x_0, \bar{u}) \rightarrow \max (\min),$$

$$Z_T(x_0, \bar{u}) = Z_1(x_0, u_1) + Z_2(x_1, u_2) + \dots + Z_T(x_{T-1}, u_T)$$

qosi'ndi' ko'riniste jazsaq, dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'selesi to'mendegishe an'lati'ladi':

$$f_T(x) = Z_T(x_0, \bar{u}) = Z_1(x_0, u_1) + Z_2(x_1, u_2) + \dots + Z_T(x_{T-1}, u_T) \quad (5)$$

funkciya maksimumg'a iye bolatug'i'n

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_T)$$

strategiyani' tabi'w kerek. To'mendegi belgilewlerdi kiritemiz:

$$D_T, D_{T-1,T}, \dots, D_{1,2,\dots,T} = D$$

bul jerde  $D_T$  – ma'selenin' axi'rg'i' basqi'shtag'i' ani'qlani'w oblasti',  $D_{T-1,T} = T$  ha'm  $(T-1)$  – basqi'shlardag'i' ani'qlani'w oblasti',  $D_{1,2,\dots,T} = D$  berilgen ma'selenin' ani'qlani'w oblasti' bolsi'n.

Maqset funkciyani'n' axi'rg'i' basqi'shtag'i' optimal ma'nisin  $f_1(x_{T-1})$  menen belgileymiz:

$$f_1(x_{T-1}) = \max (\min) Z_T(x_{T-1}, u_T), \quad u_{T-1} \in D_T. \quad (6)$$

$T$  ha'm  $(T-1)$  – adi'mdag'i' sha'rtli optimal ma'nisin  $f_2(x_{T-2})$  menen belgilesek

$$f_2(x_{T-2}) = \max (\min) [Z_{T-1}(x_{T-2}, u_{T-1}) + f_1(x_{T-1})], \quad (7)$$

$$u_{T-2} \in D_{T-1,T}$$

boladi. Tap solay yetip

$$f_3(x_{T-3}) = \max (\min) [Z_{T-2}(x_{T-3}, u_{T-2}) + f_2(x_{T-2})], \quad (8)$$

$$u_{T-3} \in D_{T-2,T-1,T}$$

.....

$$f_k(x_{T-k}) = \max (\min) [Z_{T-k+1}(x_{T-k}, u_{T-k+1}) + f_{k-1}(x_{T-k+1})], \quad k = \overline{1, T-1}, \quad (9)$$

$$f_T(x_0) = \max (\min) [Z_2(x_0, u_1) + f_{T-1}(x_1)], \quad (10)$$

$$u_1 \in D$$

iyе bolami'z. (9), (10) an'latpa optimalli'q principinin' matematik an'lati'li'wi' boli'p, wolarg'a Bellman funkcional-ekstremal ten'lemeleri yaki dinamikali'q programmalasti'ri'w di'n' tiykarg'i' funkcional ten'lemeleri delinedi. Dinamikali'q programmalasti'ri'w teoriyasi'na amerikalii' ali'm R. Bellman u'lken u'les qosti'. Tiykarg'i' funkcional-ekstremal ten'lemelerdi islep shi'g'i'w, usi' ilimpazg'a tiyisli.

Funkstional-ekstremal ten'lemeler ja'rdemide dinamikali'q programmalasti'ri'wdi'n'  $T$  – basqi'shtag'i' sheshimin  $(T - 1)$  – basqi'shtag'i' sheshim arqali' tabi'ladi'. Soni'n' ushi'n (9), (10)- an'latpalari' Bellman rekurrent qatnasi'qlari' dep te ju'ritiledi. Bunda da'slep axi'rg'i'  $T$  – adi'mdag'i'  $u_T$  – basqari'w tabi'ladi'. Bul basqari'w processti  $x_{T-1}$  – jag'daydan  $x_T$  – jag'dayg'a ko'shiredi. Demek,  $u_T$   $x_{T-1}$  ge baylani'sli' boladi', yag'ni'y:

$$u_T = u_T(x_{T-1}) \quad (11)$$

(11)- sha'rtti qanaatlandi'ri'wshi' basqari'wdi'  $T$  – basqi'shtag'i' sha'rtli optimal sheshim deymiz. Axi'rg'i' yeki  $(T - 1)$  – ha'm  $T$  – adi'mlardag'i' ma'selenin' sha'rtli optimal sheshimi

$$u_{T-1} = u_{T-1}(x_{T-2})$$

tabi'ladi. Keyin ma'selenin' axi'rg'i' u'sh basqi'shtag'i' sha'rtli optimal sheshimi

$$u_{T-2} = u_{T-2}(x_{T-3})$$

ani'qlanadi' ha'm t.b. Usi'nday usi'l menen birinshi adi'mdag'i' ma'selege jetip bari'ladi' ha'm

$$u_1(x_0), u_2(x_1), \dots, u_{T-1}(x_{T-2}), u_T(x_{T-1})$$

sha'rtli optimal sheshimler izbe-izligi payda boladi'. Keyin bul processti aldi'ng'i'g'a sali'sti'rg'anda keru bag'i'tta, yag'ni'y birinshi basqi'shtan-axi'rg'i' basqi'shqa qarap bir ta'kira'rlap, ha'r bir basqi'shtag'i' optimal  $u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*$  basqari'w ani'qlanadi'.

Yendi Bellman funkcional-ekstremal ten'lemeleri usi'li' mi'sali' si'pati'nda ekonomikag'a tiyisli bolg'an resurslardi' optimal bo'listiriw ma'selesin qaraymi'z:  $x$  mug'dardag'i' qarji'ni', yeki birdey bolmag'an ka'rxana rawajlani'wi'na sarplaw kerek bolsi'n.

Birinshi ka'rxanag'a  $u$  – mug'darda qarji' sarplansa, yekinshisine  $(x - u)$  – qarji' sarplanadi' ha'm sa'ykes mug'darda  $g(y)$  ha'm  $h(x-y)$  payda

aladi'.  $y$  – mug'dardi' sonday tan'law kerek, uli'wma  $W$  – payda maksimal bolsi'n. Bul ma'seleni analitik usi'lda

$$W_1(x, y) = g(y) + h(x - y) \quad (1)$$

funkciyani'n'  $y \in [0, x]$  ushi'n maksimum ma'nisin tabi'wg'a keltiriledi.

$g$  ha'm  $h$ ,  $x \geq 0$  ma'nisler ushi'n u'zliksiz funkciyalar bolsa, (1)-funkciya maksimum ma'niske a'lberte, iye boladi. Demek,  $W_1(x, y)$  – funkciyani'n' maksimal ma'nisi bir basqishli processtin' mu'mkin bolg'an maksimal ma'nisin an'latadi'. Bunda paydani'n' wo'lshem birligi,  $x$  – qarji'ni'n' wo'lshem birliginen parq qi'li'wi' mu'mkin.

Yeki basqi'shli' processti qaraymi'z. Meyli,  $g(y)$  – payda ali'w ushi'n za'ru'r bolg'an qa'rejet, baslang'i'sh ma'nisi  $ay$  – mug'darg'a shekem kemeysin, bunda  $0 \leq a < 1$  wo'zgermes san. Sog'an uqsas  $h(x - y)$  – mug'darda payda ali'w ushi'n za'ru'r bolg'an qa'rejet mug'dari' baslang'i'sh  $(x - u)$  – qarji' mug'dari'  $b(x - y)$  – ke shekem  $0 \leq b < 1$  kemeyedi. Solay yetip, processtin' bir basqi'shi' na'tiyjesinde qarji' qaldi'g'i'

$$ay + b(x - y)$$

ti quraydi'.  $ay + b(x - y)$  – qalg'an qarji'ni' qaytadan bo'listiremiz,

$$x_1 = y_1 + (x_1 - y_1)$$

bunda  $0 \leq y_1 \leq x_1$ . Bul bo'listiriw natiyjesinde  $g(y_1) + h(x_1 - y_1)$  qarji' ali'nadi'. Uli'wma qarji'

$$W_2(x, y, y_1) = g(y) + h(x - y) + g(y_1) + h(x_1 - y_1)$$

boladi'. Bul yeki wo'zgeriwshili funkciyani'n'  $0 \leq y \leq x$  ha'm  $0 \leq y_1 \leq x_1$  sha'rtlerinde maksimumin tabi'w menen yekinshi basqishtag'i' uli'wma maksimal qarji' ali'nadi'.



funktional-ekstremal ten'lemeni payda yetemiz. Yeki basqi'shli' ma'seleni qarag'anda, ul'iwma qarji':

$$f_2(x) = \max_{0 \leq y \leq x} \{g(y) + h(x-y) + f_1[ay + b(x-y)]\} \quad (5)$$

formula menen an'lati'ladi'.

Tap solay,  $N$  – basqi'shli' process ushi'n:

$$f_N(x) = \max_{0 \leq y \leq x} \{g(y) + h(x-y) + f_{N-1}[ay + b(x-y)]\}$$

rekurrent formula kelip shi'g'adi', bul jerde  $N \geq 2$ .  $f_1(x)$  funkciya ma'nisin (4)- formula ja'rdeminde yesaplap, (5)- ge tiykarlani'p  $f_2(x)$  – ti' ani'qlaymi'z.

Funktional-ekstremal ten'lemeler usi'li'n qollani'w menen  $N$  – wo'lshemli ma'seleni izbe-iz sheshiletug'i'n  $N$  – bir wo'lshemli ma'selege keltiriledi.

Solay yetip, uli'wma jag'dayda:

$$f_N(x) = \max_{0 \leq y_N \leq x} [g_N(y) + f_{N-1}(x - y_N)] \quad (7)$$

funktional ten'lemege iye bolami'z, bunda  $f$  – processtin' maqseti (kriteriyasi', qarji', payda ha'm basqalar);  $N$  – basqi'shlar sani';  $x$  –  $N$  sitemani'n' jag'dayi'n harakterlewshi wo'zgeriwshi;  $f_N(x)$  – kriteriyani'n' axi'rg'i' ma'nisi;  $y_N$  – basqari'wshi' wo'zgeriwshi, wonin' tan'lani'wi'na qarap kriteriyani'n' axirg'i' ma'nisi wo'zgeredi;  $g_N(y_N)$  – kriteriydin'  $N$  – basqi'shta  $y_N$  – nin' optimal tan'lawi'na qarap ( $0 \leq y_N \leq x$ ) tabi'lg'an ma'nisi;  $f_{N-1}(x - y_N)$  –  $(N - 1)$  – basqi'shtag'i' kriteriydin' axi'rg'i' ma'nisi.

$N$  – basqi'shta  $y_N = y_N^*$  optimal basqari'w tan'lang'an bolsi'n.  $(N - 1)$  – basqi'shtag'i' jag'day to'mendegi ten'leme menen an'lati'ladi':

$$f_{N-1}(x - y_N^*) = \max_{0 \leq y_{N-1} \leq x - y_N^*} [g_{N-1}(y_{N-1}) + f_{N-2}(x - y_N^* - y_{N-1})]. \quad (8)$$

Yendi bul funktsional-ekstremal ten'lemeler usi'li'na sanli' mi'sal qaraymi'z:

Bizge belgili, resurslardan ali'natug'i'n uli'wma (ja'mi) qarji', qarji'ni'n baslang'i'sh mug'dari'  $x$  ha'm  $N$  – basqi'shlar sani'na baylani'sli'.  $x$  – qarji'ni'  $u$  ha'm  $(x - u)$  – mug'darlarda bo'listiriw natijesinde  $k$  –ji'lda  $g_k(x, y)$  – qarji' ali'ni'p,  $r_k(x, y)$  – qarji' qaldi'g'i' qaldi', dep alayi'q. Sonday basqari'wdi' tan'law zaru'r,  $N$  – basqi'shli' processte ali'natug'i'n uli'wma qarji' maksimum bolsi'n.  $g_k(x, y)$  ha'm  $r_k(x, y)$  – funkciyalar u'zliksiz bolsi'n, bul jerde  $x \geq 0, 0 \leq y \leq x, 0 \leq r_k(x, y) \leq ax, a \leq 1, k = 1, 2, \dots$ .  $f_{kN}(x)$  –  $N$  – basqi'shli' processtin' uli'wma da'ramati'. Bir basqi'shli', yag'ni'y  $N = 1$  ushi'n:

$$f_{k1}(x) = \max_{0 \leq y \leq x} g_k(x, y)$$

$N \geq 2$  bolg'anda:

$$f_{kN}(x) = \max_{0 \leq y \leq x} \{g_k(x, y) + f_{k+1, N-1}[r_k(x, y)]\}$$

boladi'.  $k = N$  ushi'n:

$$f_N(x) = \max_{0 \leq y \leq x} g_N(x, y), \quad (9)$$

ha'm  $k = N - 1, N - 2, \dots, 2, 1$  ushi'n:

$$f_k(x) = \max_{0 \leq y \leq x} \{g_k(x, y) + f_{k+1}[r_k(x, y)]\}. \quad (10)$$

Mi'sal: Yeki I ha'm II tarmaqlardi' rawajlandi'ri'w ushi'n 5 ji'lg'a  $x$  – qarji' aji'rati'lg'an.  $U$  – mug'dardag'i' qarji'ni' I tarmaqqa sarplasaq, bir ji'lda  $\varphi(y) = y^2$  qarji' ali'w mu'mkin ha'm wonin' mug'dari'  $\phi(y) = 0,75y$  ke kemeyedi.

$(x - u)$  — mug'dardag'i qarji'ni II tarmaqqa sarplap, bir ji'lda  $\xi(x - y) = 2(x - y)^2$  qarji' ali'w mu'mkin ha'm wol  $\rho(x - y) = 0,3(x - y)$  ke kemeyedi.

Aji'rati'lg'an qarji'ni rejelestirilip ati'rg'an da'wirge tarmaqlarara solay bo'listiriv kerek, ali'natug'i'n uli'wma payda maksimal bolsi'n.

Sheshiw: Rejelestirilip ati'rg'an 5 ji'ldi, 5 basqi'shqa aji'ratami'z, yag'ni'y  $N = 5, K = 1, 2, 3, 4, 5$  bolsi'n.

Optimal sheshimdi ani'qlawdi 5 —basqi'shtan baslaymi'z, bul basqi'sh basi'nda  $x_4$  — qalg'an qarji'ni bo'listiriv kerek boladi'. Usi'g'an sa'ykes  $u_5$  — din' optimal ma'nisin tabi'w kerek. (9)- ten'lemeler qurami'ndag'i an'latpani' du'zemiz:

$$g_5(x_4, y_5) = \varphi(y_5) + \xi(x_4 - y_5) = y_5^2 + (x_4 - y_5)^2;$$

$$f_5(x_4) = \max_{0 \leq y_5 \leq x_4} [y_5^2 + 2(x_4 - y_5)^2].$$

$y_5^2 + 2(x_4 - y_5)^2$  funkciyani'n'  $0 \leq y_5 \leq x_4$  arali'qtag'i maksimum ma'nisin tabami'z. Zaru'rli sha'rtke tiykarlani'p,  $2y_5 - 4(x_4 - y_5) = 0$  bunnan  $y_5 = \frac{2}{3}x_4$ .

Yekinshi ta'rtpi tuwi'ndi'ni tabami'z:

$$g_5''(x_4, y_5) = 2 + 4 > 0; \quad y_5 = \frac{2}{3}x_4$$

minimum noqati' boli'p,  $g_5(x_4, \frac{2}{3}x_4) = \frac{2}{3}x_4^2$ . Funkciyani'n'  $[0, x_4]$  arali'qtag'i shetki noqatlari'ndag'i ma'nisin yesaplaymi'z:

$$y_5 = 0 \text{ bolg'anda, } g_5(x_4, y_5) = 2x_4^2$$

$$y_5 = 4 \text{ bolg'anda, } g_5(x_4, y_5) = x_4^2$$

$2x_4^2 > x_4^2 > \frac{2}{3}x_4^2$  bolg'ani ushi'n  $g_5(x_4, y_5)$  funkciya  $[0, x_4]$  arali'qta  $u=0$

bolg'anda yen' u'lken ma'niske iye boli'p,  $y_5 = 0$  bolg'anda  $f_5(x_4) = 2x_4$ .

Solay yetip, axi'rg'i' basqi'sh basi'ndag'i' qalg'an qarji'ni' II tarmaqqa sarplansa, yen' u'lken qarji' ali'nadi'.

(10)- ten'lemeden paydalani'p 4, 3, 2, 1 basqi'shlardag'i' qarji'lardi' izbe-iz bo'listiriwdin' optimal ma'nisi tabi'ladi':

4-basqi'sh ushi'n

$$f_4(x_3) = \max_{0 \leq y_4 \leq x_3} \{g_4(x_3, y_4) + f_5(x_4)\} = \max_{0 \leq y_4 \leq x_3} \{y_4^2 + 2(x_3 - y_4) + 2x_4^2\}$$

boli'p, bunda  $x_3$  — 4-basqi'sh basi'ndag'i' qalg'an qarji', 4-basqi'shta I tarmaq ushi'n  $u_4$  — qarji' sarplansa,  $(x_3 - u_4)$  — II tarmaqqa sarplanadi', yag'ni'y

$$x_4 = 0,75y_4 + 0,3(x_3 - y_4).$$

$x_4$  ti'n'  $x_3, u_4$  arqali' an'latpasi'n ten'lemege qoyi'p

$$f_4(x_3) = \max_{0 \leq y_4 \leq x_3} \{y_4^2 + 2(x_3 - y_4)^2 + 2[0,75y_4 + 0,3(x_3 - y_4)]^2\}$$

4-basqi'sh ten'lemesi payda boladi'. Qawi's ishindeg'i an'latpani'n'

$$Z_4 = y_4^2 + 2(x_3 - y_4)^2 + 2[0,75y_4 + 0,3(x_3 - y_4)]^2$$

$[0, x_3]$  arali'qtag'i' yen' u'lken ma'nisin yesaplaymi'z:

$$\frac{\partial Z_4}{\partial y_4} = 2y_4 - 4(x_3 - y_4) + 4[0,75y_4 + 0,3(x_3 - y_4)](0,75 - 0,3);$$

$$6,81y_4 - 3,46x_3 = 0, \quad y_4 \approx 0,5x_3;$$

$$\frac{\partial^2 Z_4}{\partial y_4^2} = 6,81 > 0; \quad Z_4(0,5x_3) \approx 1,3x_3.$$

Demek,  $u_4 = 0,5x_3$  minimum noqati' boladi'.  $Z_4$  – funkciyani'n'  $[0, x_3]$  arali'qti'n' shetki noqatlari'ndag'i ma'nisin yesaplaymi'z.

$$y_4 = 0 \text{ bolg'anda, } Z_4 = 2,18x_3^2,$$

$$u_4 = x_3 \text{ bolg'anda, } Z_4 = 2,125x_3^2,$$

$2,18x_3^2 > 2,125x_3^2 > 1,3x_3^2$  bolg'ani' ushi'n  $Z_4$  – funkciya  $[0, x_3]$  arali'qta  $u_4 = 0$  bolg'anda yen' u'lken  $Z_4 = 2,18x_3^2$  ma'niske iye boladi'. Solay yetip, 4-basqi'sh basi'nda qalg'an ha'mme qarji'ni' II tarmaqqa sarplansa yen' u'lken da'ramatqa iye boladi'.

3-basqi'sh ushi'n funktsional ten'lemeni jazami'z:

$$f_3(x_2) = \max_{0 \leq y_3 \leq x_2} \{g_3(x_2, y_3) + f_4(x_3)\} = \max_{0 \leq y_3 \leq x_2} \{y_3^2 + 2(x_2 - y_3) + 2,18x_3^2\},$$

bul jerde  $x_2$  – 3-basqi'sh basi'ndag'i' qaldi'q qarji' boli'p, wonin'  $u_3$  – bo'legin I tarmaqqa sarplasaq, II tarmaqqa  $(x_2 - u_3)$  – bo'legi sarplanadi', yag'ni'y

$$x_3 = 0,75y_3 + 0,3(x_2 - y_3).$$

Bul basqi'sh ten'lemesinde  $x_3$  – ti  $x_2$  ha'm  $u_3$  – an'latpasi' menen almasti'rsaq:

$$f_3(x_2) = \max_{0 \leq y_3 \leq x_2} \left\{ y_3^2 + 2(x_2 - y_3)^2 + 2,18[0,75y_3 + 0,3(x_2 - y_3)]^2 \right\}$$

payda boladi'. Bul funkciyani'n'  $[0, x_2]$  arali'qtag'i yen' u'lken ma'nisi  $u_3 = x_2$  noqatta boli'p,  $f_3(x_2) = 2,23x_2^2$  boladi'. Tap 5, 4, 3 basqi'shlardag'i'day 2-basqi'sh ushi'n

$$f_2(x_1) = \max_{0 \leq y_2 \leq x_1} \{y_2^2 + 2(x_1 - y_2)^2 + 2,23x_2^2\}$$

ten'lemeni payda yetip

$$x_2 = 0,75y_1 + 0,3(x_1 - y_2)$$

ni bul ten'lemege qoysaq

$$f_2(x_1) = \max_{0 \leq y_2 \leq x_1} \{y_2^2 + 2(x_1 - y_2)^2 + 2,23[0,75y_2 + 0,3(x_1 - y_2)]^2\}$$

ten'leme payda boladi'. Bul funkciyanin'  $[0, x_1]$  arali'qtag'i' yen' u'lken ma'nisi  $u_2 = x_1$  noqatta boli'p,  $f_2(x_1) = 2,25x_1^2$  boladi'. Yendi birinshi basqi'sh ushi'n funktsional ten'lemeni du'zemiz:

$$f_1(x) = \max_{0 \leq y_1 \leq x} \{y_1^2 + 2(x - y_1)^2 + 2,25x^2\}$$

yaki

$$f_1(x) = \max_{0 \leq y_1 \leq x} \{y_1^2 + 2(x - y_1)^2 + 2,25[0,75y_1 + 0,3(x - y_1)]^2\}.$$

Axi'rg'i' funkciyani'n'  $[0, x]$  arali'qtag'i' yen' u'lken ma'nisi  $u_1 = x_1$  noqatta boli'p,  $f_1(x) = 2,27x^2$  boladi'. Demek, birinshi basqi'shta yen' u'lken da'ramatqa yerisiw ushi'n ha'mme qarji'ni I tarmaqqa sarplaw kerek yeken.

Solay yetip, yen' u'lken qarji' ali'w ushi'n aji'rati'lg'an qarji'ni birinshi u'sh ji'lda ha'mme qarji'ni I tarmaqqa, keyingi 2 ji'lda kalg'an qarji'ni II tarmaqqa bo'listiriw kerek boladi. Demek, birinshi ji'l basi'nda ha'mme qarji'ni I tarmaqqa qoyi'ladi' ha'm wol ji'l axi'ri'nda **0,75x** — ke shekem kemeyedi. Qalg'an **0,75x** — qarji'ni 2-ji'l basi'nda ja'ne I tarmaqqa qoyi'ladi' ha'm ji'l axi'ri'nda **0,75 · 0,75 = 0,56x** ke shekem kemeyedi. U'shinshi ji'l basi'nda **0,56x** qarji'ni

ja'ne I tarmaqqa qoyi'ladi' ha'mde ji'l axi'ri'nda  $0,75 \cdot 0,56 = 0,42x$  ke shekem kemeyedi. 4-jil basinda  $0,42x$  – qarji'ni' II tarmaqqa qoyi'ladi' ha'm ji'l axi'ri'nda  $0,3 \cdot 0,42x = 0,126x$  ke shekem kemeyedi. 5-ji'l basi'nda  $0,126x$  – qarji'ni' II tarmaqqa qoyi'ladi' ha'm wol ji'l axi'ri'nda  $0,3 \cdot 0,126x = 0,038x$  boladi'. Bunday bo'listiriv menen 5 ji'lda optimal qarji'  $f(x) = 2,27x^2$  boladi.

#### **§4. Dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'selesin sheshiw usi'llari'.**

$T$  – basqi'shli' ma'seleni sheshiw processin qaraymi'z. Aldi'n processti kerri bag'itta yag'ni'y  $x_{T-1}$  dan  $x_0$  – ge qarap analiz qi'lami'z. Buni'n' ushi'n  $T$  – basqi'sh ushi'n funkcional-ekstremal ten'lemeni du'zemiz, bul ten'leme (6) ko'rinishinde boladi'.  $T$  – basqi'shti'n' basi'nda process  $x_{T-1,1}, x_{T-1,2}, \dots, x_{T-1,k}$  jag'daylarda boli'wi' mu'mkin. A'piwayi'li'q ushi'n pu'tin sanli'  $x_{T-1,k} \in \overline{x_{T-1}}$  jag'daylardi' qaraymi'z. Bul jag'daylardi'n' ha'r biri ushi'n  $T$  – basqi'shtag'i' sha'rtli optimal  $u_{T,1}, u_{T,2}, \dots, u_{T,k}$  sheshimler (12) ha'm wolarg'a sa'ykes keliwshi

$$Z_{T,1}, Z_{T,2}, \dots, Z_{T,k} \tag{13}$$

payda (zi'yan) lar tabi'ladi'. (12) sheshimler arasi'nda  $f_1(x_{T-1})$  – funkciyag'a maksimum (minimum) ma'nis beriwshi ha'm  $u^*$  – optimal strategiyani'n' qurami'na kiriwshi  $u_T^*$  – sheshim boladi'. Solay yetip, axi'rg'i' adi'm optimallasadi', yag'ni'y bul adi'mni'n' basi'nda process qanday boli'wi'na qaramastan qabi'l yetiletug'i'n sheshim ani'qlanadi'.

Keyin  $(T - 1)$  – adi'mg'a o'tiledi. Bul adi'm ushi'n funkcional-ekstremal ten'leme (7) ko'rinishinde boladi. Bul adi'mda da, joqari'dag'i'day ha'r bir mu'mkin bolg'an  $x_{T-2,k} \in \overline{x_{T-2}}$  – jag'day ushi'n mu'mkin bolg'an  $u_{T-k,k} \in D_{T-1}$  – sheshim ha'm og'an sa'ykes keliwshi  $Z_{T-1,k}$  – payda (zi'yan)

tabi'ladi'. Keyin  $Z_{T-1,k} + f_1$  – qosi'ndi'lardi' o'z-ara sali'sti'ri'p, ha'r bir  $x_{T-2,k}$  – jag'dayg'a sa'ykes keliwshi qosi'ndi'ni', usi' menen wog'an sa'ykes keliwshi sha'rtli optimal sheshim  $u_{T-1,k}$  – tabi'ladi. Bul sheshimler arasi'nda  $f_2(x_{T-2})$  – funkciyag'a ekstremal ma'nis beriwshi ha'm optimal  $u^*$  – strategiyani'n' qurami'na kiritwshi  $u_{T-1}^*$  – sheshim boladi'.

Bul usi'ldi dawam yettirip, processtin' birinshi adi'mi'na jetip kelemiz. Bul adi'mda process tek bir ani'q jag'dayda boli'wi' mu'mkin. Soni'n' ushi'n birinshi adi'mda aldi'ng'i' basqi'shlarda tabi'lg'an ha'mme sha'rtli optimal sheshimlerde na'zerge ali'wshi ha'm  $x_0$  – jag'dayg'a sa'ykes keliwshi optimal sheshim tabi'ladi'.

Solay yetip, hamme mu'mkin bolg'an jag'daylar ushi'n izbe-iz  $f_1, f_2, \dots, f_{T-1}, f_T$  funkciyalardi'n' ma'nisleri ha'm tu'rli basqi'sh ha'm jag'daylarg'a tiyisli sheshimler, usi menen  $u^*$  – optimal strategiyani'n' qurami'na kiritwshi optimal  $u_T^*, u_{T-1}^*, \dots, u_1^*$  – sheshimler tabi'ladi. Bul sheshimler tiykari'nda du'zilgen  $u^*$  – strategiya  $f_T(x_0)$  – funkciyag'a ekstremal ma'nis beredi. Optimal

$$u^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_{T-1}^*, u_T^*)$$

strategiyani' ani'qlaw ushi'n processti tuwri' bag'i'tta ( $x_0$  – dan  $x_{T-1}$  – ge qarap) ja'ne bir tekserip shi'g'i'ladi'. Bunda, yen' aldi'n ani'q baslang'i'sh  $x_0$  – jag'daydan ha'm tabi'lg'an  $f_T(x_0)$  – funkciyani'n' ma'nisinen paydalani'p,  $u_1^*$  – tabi'ladi'. Keyin  $u_1^*$  ha'm  $f_{T-1}(x_1)$  – arqali'  $u_1^*$  – tabi'ladi' ha'm t.b. Yen' axi'ri'nda  $u_{T-1}^*$  ha'm  $f_{T-1}(x_1)$  – arqali'  $u_T^*$  – tabi'ladi'.

#### **4.1 Ma'selenin' wo'lshe'min to'menletiw (pa'seytiriw) ushi'n Lagranj ko'beytiwshileri usi'li'n paydalani'w**

Bul usi'l si'zi'qli' bolmag'an programmalasti'ri'w ma'selelerin sheshiwde ken'nen qollani'ladi', sonli'qtan dinamikali'q programmalasti'ri'w ma'selelerin'in' wo'lshe'mlerin to'menletiw (pa'seytiriw) ushi'n paydalani'li'wi' mu'mkin.

Usi'nday ma'seleni ko'rip shi'g'ami'z:

$$\sum_{i=1}^n a_{1i}x_i = b_1 \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^n a_{2i}x_i = b_2 \quad (2.6)$$

Sha'rtlerin qanaatlandi'ri'wshi'

$$\max z = \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \quad (2.4)$$

maqset funkciyani' ani'qlan'.

Atap wo'temiz, biz ha'zirshe sheklewlerdi ko'rip shi'g'i'p ati'rmi'z – ten'lemeler.

(2.4)- ma'selesinen bir sheklewge iye ma'selesine wo'temiz.

$$\sum_{i=1}^n a_{1i}x_i = b_1; \quad x_i \geq 0 \quad (2.8)$$

sha'rti wori'nlang'anda

$$\max z_1 = \max_{\{x_i\}} \sum_{i=1}^n f_i(x_i) - \lambda \sum_{i=1}^n a_{2i}x_i \quad (2.7)$$

di ani'qlan'.

(2.7)- ma'selesi tek g'ana bir jag'day parametrine iye, sonli'qtan berilgen ma'seleden a'piwayi'raq.

$\lambda$ - parametri Lagranj ko'beytpesi; wol ( $b_2$ ) yekinshi resursi'na baha rolin atqaradi'.  $\lambda$ - ni'n' aprior ma'nisi belgisiz, ha'm sonli'qtan (2.7)-ma'selesin  $\lambda$ - ni'n' bir neshe yerikli ma'nislerinde sheshiwge tuwra keledi. (2.7)- ma'selesinin' optimal sheshimi  $\lambda$ - g'a baylani'sli' boladi':

$$x_{iopt} = x_i^0(\lambda) \quad (i = 1, \dots, n)$$

Yeger tabi'lg'an  $x^0(\lambda)$  sheshimi ali'p taslang'an (2.6)- sheklewin qanaatlandi'rsa, onda wol (2.4) ma'selesinin' izlenip ati'rg'an sheshimi boli'p yesaplanadi. Keri jag'dayda  $\lambda$ - ni'n' ma'nisin du'zetiw talap yetiledi. Jeke

jag' dayda, yeger  $\sum_{i=1}^n a_{2i} x_i^0(\lambda) > b_2$  bolsa, wonda  $\lambda$ - ni u'lkeytiw tiyis (sebebi yekinshi resurs boyi'nsha arti'qsha shi'g'i'n boli'p, wonin' bahasi'n asi'ri'w za'ru'r). Keri jag' dayda  $\lambda$ - ma'nisin kemeytiriw talap etiledi.

Talap yetilgen  $\lambda$ - ni' tez ani'qlawi'mi'z ushi'n (2.9)- berilgen interpolyaciyali'q formulasi'na tiykarlang'an izbe-iz jaqi'nlasti'ri'w usi'li' paydalani'ladi'. Yeger  $\lambda_1, \lambda_2$  bolg'an yeki ma'nisi si'nalg'an bolsa ha'm wolar ushi'n  $x_1^*(\lambda_1), x_2^*(\lambda_2)$  optimal sheshimlari tabi'lg'an bolsa, wonda keyingi basqi'shi'nda  $\lambda_3$ - to'mendegi formula ja'rdeminde bahalanadi':

$$\lambda_3 = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{h_2 - h_1} (b_2 - h_1) + \lambda_1 \quad (2.9)$$

bul jerde

$$h_2 = \sum_{i=1}^n a_{2i} x_i^*(\lambda_2); \quad h_1 = \sum_{i=1}^n a_{2i} x_i^*(\lambda_1) \quad (2.10)$$

Yeger (2.7)- ma'selesinin' optimal sheshimi  $x^*$ - (2.6)-sha'rtin qanaatlandi'rsa, wonda  $x^*$ - (2.4)-ma'selesi ushi'n da optimal yekenligin ko'rsetemiz.

Bul naduri's dep uyg'arami'z, ha'm (2.4)- ma'selesinin' sheshimin  $x^0$ -arqali' belgileymiz. Wonda

$$z(x^0) = \sum_{j=1}^n f_j(x_j^0) \geq \sum_{j=1}^n f_j(x_j^*) = z(x^*)$$

Biraq,  $x^*$ - (2.7)-ushi'n optimal sheshim bolg'anli'qtan, wonda

$$z(x^*) = z(x^*) - \lambda \sum_{j=1}^n a_{2j} x_j^* \geq z(x^0) - \lambda \sum_{j=1}^n a_{2j} x_j^0$$

Al  $\sum_{j=1}^n a_{2j} x_j^* = \sum_{j=1}^n a_{2j} x_j^0$  bolg'anli'qtan

wonda  $\sum_{j=1}^n f_1(x_j^*) = \sum_{j=1}^n f_j(x_j^0)$  boli'wi' tiyis.

(2.7)- ma'selesi ushi'n tiykarg'i' rekurrent qatnasi' to'mendegi ko'rinishe iye:

$$\Delta_k(\xi) = \max_{x_k} [f_k(x_k) - \lambda a_{2k} x_k + \Delta_{k-1}(\xi - a_{2k} x_k)] \quad (2.11)$$

$\lambda$  ni'n' 0 den  $\infty$  u'lkeyiwinde  $\sum_{j=1}^n a_{2j} x_j(\lambda)$  wo'lshemi monoton tu'rde kemeyiwin ko'rsetiwimiz mu'mkin. Bunday a'hmiyetli qa'siyeti ani'q ma'selelerdi sheshi'wde  $\lambda$ - ni' ani'qlawdi' jeterli da'rejede jen'illestiredi. Yendi sheklewlerdin' uli'wmaraq jag'dayi'n ko'rip shig'amiz.

Berilgen sha'rti wori'nlang'anda

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq c_i; \quad i = 1, 2, \dots, M; \quad x_i \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, N)$$

$$\max_{\{x_j\} \geq 0} \sum_{j=1}^n f_j(x_j) - \text{di tabi'n'}$$

$k < M$  Lagranj ko'beytiwshilerin kirite woti'ri'p, funkciyani' maksimallasti'ri'wdi'n' jan'a ma'selesin to'mendegishe qa'liplestiriwimiz mu'mkin

$$\max_{\{x_j\}} \left( \sum_{j=1}^n f_j x_j - \sum_{i=1}^k \lambda_i \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right) \quad (2.12)$$

qalg'an M- k sheklewlerde

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq c_i, \quad i = k+1, \dots, M \quad (2.13)$$

Solay yetip, ma'sele, birinshi k- sheklewlerdi qanaatlandi'ri'wshi', k- wo'lshemli ken'islik boyi'nsha  $\lambda_i$ - o'zgeriwshilerdi izlew menen birge M- k wo'zgeriwshilerinen baslap funkciyalari'n ani'qlawg'a ali'p kelinedi. Berilgen ko'p wo'lshemli ma'sele jeterli da'rejede kishi wo'lshemli ma'seleler izbe-izligi menen almasti'ri'ladi', bul wo'z gezeginde mashina yadi ko'lemine bolg'an talabi'n sezilerli da'rejede kemeytiriwge mu'mkinshilik beredi.

#### 4.2 Dinamikali'q programmalisti'ri'w usi'li' menen transport ma'selesin sheshiw

Yeki wo'ndirislik  $A_1$ ,  $A_2$  punkti'na iye ha'm paydalani'wshi'lardi'n' n punktlari'na iye  $B_1, \dots, B_n$  bolg'an transportli' ma'selesin ko'rip shi'g'ami'z.

A'dette,  $A_1$  punkti'nan  $V_j$  punkti'na tasi'li'wshi'  $x_{1j}$  - wo'nimler sani' ,  $A_2$  punkti'nan  $V_j$  punkti'na tasi'li'wshi'  $x_{2j}$  - wo'nimler sani',  $j=1, \dots, n$ .

$g_{ij}(x_{ij})$  arqali'  $A_i$   $V_j$  marshruti' boyi'nsha tasi'wdi'n' bahasi'n belgileymiz. Wonda transport ma'selesi to'mendegishe qa'liplesedi:

Tabami'z

$$\min_{\{x_{ij}\}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n g_{ij}(x_{ij}) \quad (2.14)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (i = 1, 2), \quad (2.15)$$

$$\sum_{i=1}^2 x_{ij} = b_j \quad (j = 1, \dots, n) \quad (2.16)$$

(2.15) ha'm (2.16) sha'rtleri worinlang'anda.

Yeger  $g_{ij}(x_{ij}) = a_{ij} x_{ij}$  bolg'anda, wonda ma'sele si'ziqli' programmalisti'ri'w usi'li' menen an'sat sheshiliwi ko'rinip tur. Biraq biz bul jerde  $g_{ij}(x_{ij})$  si'ziqli' yemes funkciyalar jag'dayi'n ko'rip shig'ami'z, ha'm sonli'qtan dinamikali'q programmalisti'ri'w usi'li'n qollanami'z.

Sheklewlerdin' sani' ko'p boli'wi'na qaramastan process jag'dayi' funkciyasi'n bir parametr arqali' bayanlaw mu'mkin yekenligin ko'rsetemiz.  $x_{2j} = b_j - x_{1j}$  bolg'anli'qtan,  $x_{1j}$ -di ani'qlaw arqali' biz  $x_{2j}$ -di da tabi'wi'mi'z belgili.

$A_1$  ha'm  $A_2$  punktlari'ndag'i' wo'nimler sani'  $\xi_1$  ha'm  $\xi_2$  birliklerin quraytug'i'n jag'dayi'n ko'rip shi'g'ami'z.

$\xi_1 + \xi_2 = \sum_{j=1}^n b_j$  bolg'anli'qtan, wonda  $\xi_2 = \sum_{j=1}^n b_j - \xi_1$ , sonli'qtan  $\xi_1$  - jag'daydi'n' jalg'i'z parametri boli'p tabi'ladi'.

Funkciyalar izbe-izligin kiritemiz

$$\Delta_k(\xi_1) = \min_{\{x_{ij}\}} \sum_{j=1}^n g_{1j}(x_{1j}) + g_{2j}(x_{2j}) \quad (2.17)$$

barli'q  $\{x_{ij}\}$ - boyi'nsha minimumin ali'wshi', ha'm to'mendegi sha'rtlerdi qanaatlandi'ri'wshi':

$$\sum_{j=1}^k x_{1j} = \xi_1; \quad \sum_{j=1}^k x_{2j} = \sum_{j=1}^k b_j - \xi_1 \quad x_{1j} + x_{2j} = b_j; \quad j = 1, 2, \dots, k$$

Wonda ti'ykarg'i' rekurrent qatnasi' qayta wo'zgeredi:

$$\Delta_k(\xi_1) = \min_{x_{1k}} [g_{1k}(x_{1k}) + g_{2k}(b_k - x_{1k}) + \Delta_{1-k}(\xi_1 - x_{1k})] \quad (2.18)$$

bul jerde  $x_{1k} - 0 \leq x_{1k} \leq \min\{\xi_1; b_k\}$  sha'rtin qanaatlandi'radi'.

Yesaplawlar ali'p barg'ani'mi'zda  $\Delta_k(\xi_1)$  funkciyasi barli'q

$\xi_1 = 0, 1, \dots, \sum_{j=1}^n b_j$  lar ushi'n tabulyaciyalani'wi' tiyis. Son'g'i adi'mda ( $k=n$  bolg'anda)  $x_{1n}^*$  ha'm  $x_{2n}^* = b_n - x_{1n}^*$  tabami'z. Qalg'an  $x_{1k}^*$  lari'n to'mendegi qatnasi'nan izbe-iz ani'qlaymi'z.

$$x_{1,n-1}^* = \hat{x}_{1,n-1} (a_1 - \sum_{u=0}^{i-1} x_{1,n-1}^*); \quad i=1, \dots, n-1.$$

Yendi usi' ma'seleni  $A_1, A_2, A_3$  u'sh wo'ndirislik punkti'na iye bolg'an ha'm paydalaniwshi'lardi'n' n punktlari'na iye bolg'an jag'dayi'n ko'rip shig'amiz.

Bul ret jag'day funkciyasi' to'mendegishe ani'qlanadi':

$$\Delta_k(\xi_1, \xi_2) = \min \sum_{i=2}^3 \sum_{j=1}^n g_{ij}(x_{ij}), \quad k=1, 2, \dots, n \quad (2.19)$$

Bul jerde minimumdi to'mendegi sha'rtlerdi qanaatlandi'ri'wshi' barli'q teris bolmag'an  $x_{ij}$ - boyi'nsha ali'nadi':

$$\sum_{j=1}^k x_{1j} = \xi_1; \quad \sum_{j=1}^k x_{2j} = \xi_2; \quad \sum_{j=1}^k x_{3j} = \sum_{j=1}^k b_j - \xi_1 - \xi_2 \quad (2.20)$$

$$x_{1j} + x_{2j} + x_{3j} = b_j \quad (j=1, 2, \dots, k) \quad (2.21)$$

Rekurrent qatnasi' to'mendegishe jazi'ladi':

$$\Delta_k(\xi_1, \xi_2) = \min_{x_{1k} x_{2k}} \{g_{1k}(x_{1k}) + g_{2k}(x_{2k}) + g_{3k}(b_k - x_{1k} - x_{2k}) + \Delta_{k-1}(\xi_1 - x_{1k}, \xi_2 - x_{2k})\}$$

(2.22)

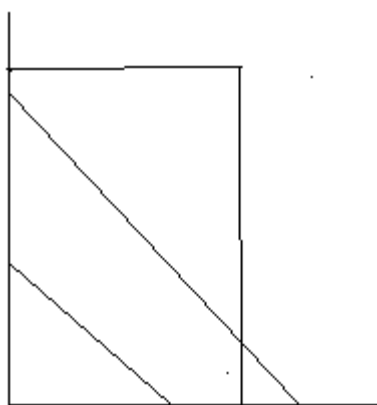
(2.22)- de minimumdi' to'mendegi sha'rtlerdi qanaatlandi'ri'wshi'  $x_{1k}$  ha'm  $x_{2k}$  boyi'nsha aladi',

$$0 \leq x_{1k} \leq \min(\xi_1, b_k); \quad 0 \leq x_{2k} \leq \min(\xi_2, b_k); \quad x_{1k} + x_{2k} \leq b_k$$

$$x_{3k} = b_k - x_{2k} - x_{1k} \leq \sum_{j=1}^k b_j - \xi_1 - \xi_2 \quad \text{yamasa}$$

$$x_{1k} + x_{2k} \geq \xi_1 + \xi_2 - \sum_{j=1}^{k-1} b_j$$

Maksimumi izleniwshi arali'q 1-su'wrette ko'rsetilgen.



1-su'wret

$\Delta_k(\xi_1, \xi_2)$  funkciyasi' barli'q pu'tin  $\xi_1$  ha'm  $\xi_2$  ler ushi'n tabulyaciyalani'wi' kerek, yag'ni'y

$$\xi_1 + \xi_2 \leq \sum_{j=1}^k b_j$$

Ma'selenin' wo'lshegin qi'sqarti'w ushi'n Lagranj ko'beytpeleri usi'li'n paydalanami'z. Waqi'tsha A- punkti'nan jiberiliwshi wo'nim sani'na shekleniw

joq dep yesaplaymi'z, al wonin' worni'na bul jerden jiberiliwshi wo'nimnin' ha'r birine  $\lambda$  bahasi' jazi'lg'an.

To'mendegishe ko'rinistegi ma'seleni sheshemiz:

$$\min z = \min \sum_{j=1}^n [g_{1j}(x_{1j}) + g_{2j}(x_{2j}) + g_{3j}(x_{3j})] + \lambda \sum_{j=1}^n x_{2j}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{1j} = a_1 \quad (2.23)$$

sha'rtleri wori'ng'anda:

$$x_{1j} + x_{2j} + x_{3j} = b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad x_{ij} \geq 0$$

$$\sum_{j=1}^n x_{2j} = a_2 \quad \text{sha'rtin qanaatlandi'ri'wshi' optimal sheshimi}$$

tabi'lmag'ani'nsha  $\lambda$ - ni'n' ha'r qi'yli' ma'nisleri ushi'n joqaridag'i ma'seleni sheshemiz.

Sha'rt wori'ng'anda avtomat tu'rde u'shinshi shekleniw de qanaatlandi'ri'ladi', yag'ni'y  $\sum_{j=1}^n x_{3j} = a_3$

Ma'seleni sheshiwimiz ushi'n jag'day funkciyasi'n kiritemiz

$$\Delta_k(\xi) = \min_{\{x_{ij}\}} \sum_{j=1}^k [g_{1j}(x_{1j}) + g_{2j}(x_{2j}) + \lambda x_{2j} + g_{3j}(x_{3j})] \quad (2.24)$$

$$\text{Bul jerde } \sum_{j=1}^k x_{1j} = \xi \quad x_{1j} + x_{2j} + x_{3j} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Dinamikali'q programmastiriwdin' tiykarg'i' rekkurent qatnasi'n to'mendegishe jazi'wi'mi'z mu'mkin:

$$\Delta_k(\xi) = \min_{\{x_{1k}, x_{2k}\}} [g_{1k}(x_{1k}) + g_{2k}(x_{2k}) + \lambda x_{2k} + g_{3k}(b_k - x_{1k} - x_{2k}) + \Delta_{k-1}(\xi - x_{1k})]$$

$$, \quad k=2, 3, \dots, n \quad (2.25)$$

Bul jerde  $x_{1k}$  ha'm  $x_{2k}$  to'mendegi ten'sizliklerdi qanaatlandi'radi'

$$x_{1k} \geq 0; \quad x_{2k} \geq 0; \quad x_{1k} + x_{2k} \leq b_k.$$

Solay yetip,  $T$ - u'sh wo'ndirislik punkti'na iye ha'm n paydalani'wshi' punktlari'na iye ma'selesi jag'dayi'ni'n' jalg'i'z parametrine iye n- adi'mli' ma'seleler izbe-izligine ali'p keliniwi mu'mkin.

### **4.3 Dinamikali'q programmatalasti'ri'w ma'selesin sheshiw din' izbe-iz jaqi'nlasiw usi'li'.**

Ma'selenin' ko'lemine baylani'sli' bolg'an qi'yi'nshi'li'qlardi' kemeytiriw usi'llari'ni'n' biri boli'p izbe-iz jaqi'nlasti'ri'w usi'li' bolip yesaplanadi. Usi'l sxemasi' to'mendegilerden turadi'. Berilgen funktsional ten'leme ushi'n baslang'i'sh jaqi'nlasiwshi' sheshimi tabi'ladi'.

Yeger uyg'ari'lg'an sheshim haqi'yqi'y bolmasa, wonda jaqsi' jaqi'nlasiw beretug'i'n du'zetiw kiritiledi. Meyli  $T(u)=0$  ten'lemesin sheshiw talap yetilsin ha'm meyli berilgenine qarag'anda  $S(u)$  ten'lemesin sheshiw an'sat bolsi'n. Wonda berilgen ten'leme to'mendegi ko'riniste jazi'ladi':

$$S(u) = S(u) - T(u)$$

Meyli birinshi  $u_0$ - jaqi'nlasiwda ten'lemenin'  $S(u)=0$  sheshimi ali'nsi'n. Wonda keyingi  $u_1$ - jaqi'nlasiw to'mendegishe ani'qlanadi':

$$S(u_1) = S(u_0) - T(u_0),$$

Al  $(n+1)$ - jaqi'nlasiwini'n to'mendegi qatnasi'nan ani'qlaydi'

$$S(u_{n+1}) = S(u_n) - T(u_n).$$

Yeger  $S(u)$ - duri's tan'lang'an bolsa, wonda  $T(u)$ - sa'ykes qa'siyetlerge iye boladi', wonda  $\{u_n\}$ - izbe-izligi  $T(u)=0$  ten'lemesi sheshimine jaqi'nlasadi'.

Dinamikali'q programmatalasti'ri'wdi'n' funktsional ten'lemesi to'mendegishe jazi'ladi':

$$\Lambda(\xi) = \max_x [f(x, \xi) + \Lambda(T\{x, \xi\})] \quad (2.26)$$

Bul jerde  $\xi$  – jag'day parametri,  $x$  – sheshim (strategiya).

Yeger  $x(\xi)$  ani'q analitik sheshimin tabi'w mu'mkin bolmasa , wonda  $\Lambda_0(\xi)$  baslang'i'sh funkciyasi' menen beriledi, al keyin rekkurent qatnasi' ja'rdeminde  $\Lambda_1(\xi), \Lambda_2(\xi), \dots, \Lambda_n(\xi)$ , funkciyalar izbe-izligin ani'qlaydi':

$$\Lambda_{n+1}(\xi) = \max_{\bar{x}} [f(x, \xi) + \Lambda(T\{x, \xi\})]_{(n=1,2,\dots)} \quad (2.27)$$

(2.27)- ge yeki belgisiz funkciya kiretug'i'ni'n atap wo'temiz  $\Lambda(\xi)$  ha'm  $x(\xi)$ .

Strategiya ken'isliginde jaqi'nlasiw dep atali'wshi usi'ldi' ko'rip shi'g'ami'z. Wol  $x_0$ - baslang'i'sh sheshimin yerkin tan'lawdan baslanadi'. Wonda jag'daydi'n'  $\Lambda_0(\xi)$  sa'ykes funkciyasi' ten'lemeni sheshiw ko'rinishinde ani'qlanadi'

$$\Lambda_0(\xi) = f(x_0; \xi) + \Lambda_0[T(x_0; \xi)]$$

Bul jerde

$$x_0 = x_0(\xi) \quad (2.28)$$

Keyingi jaqi'nlasiwdi aliw ushi'n  $x_1 = x_1(\xi)$  to'mendegi (2.29)-da berilgendi maksimallasti'ri'wshi' funkciya si'pati'nda ani'qlaymi'z

$$\max_{x_1} \{f(\xi; x_1) + \Lambda_0[T(\xi; x_1)]\} \quad (2.29)$$

Keyin to'mendegi qatnas ja'rdeminde  $\Lambda_1(\xi)$ - di ani'qlaymi'z

$$\Lambda_1(\xi) = f(\xi; x_1) + \Lambda_0[T(\xi; x_1)] \quad (2.30)$$

Usi taqilette dawam yetip yeki izbe-izlikti alami'z  $\{x_n(\xi)\}$  ha'm  $\{\Lambda_n(\xi)\}$ .

Ko'pshilik jag'daylarda bul funkciyalardi'n' ali'ni'wi' tiyis bolg'an

$\Lambda_n(\xi) \rightarrow \Lambda(\xi); x_n(\xi) \rightarrow x(\xi)$  funkciyalari'na monoton jaqi'nlasiw'i'n da'lillew mu'mkin boladi'.

Bul usi'ldin' qollani'li'wi'na mi'sal retinde basqari'wdin' yeki wo'zgeriwshisine iye ma'seleni ko'rip shi'g'ami'z.

Tabi'w talap yetiledi:

$$\max f(x, y) = \sum_{i=1}^N f_i(x_i, y_i) \quad (2.31)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = x; \quad x_i \geq 0; \quad \sum_{i=1}^N y_i = y; \quad y \geq 0; \quad (2.32)$$

sha'rti wori'nlang'anda.

Meyli  $X_0 = \{x_i^0\}$  - sheshimlardin' ken'isliktegi baslang'i'sh jaqi'nlas'i'wi'.

$\sum_{i=1}^N f_i(x_i^0; y_i)$  funkciyasi'ni'n' (2.32)- ni qanaatlandi'ri'wshi' barli'q  $y_i$  boyi'nsha maksimumi'n ani'qlaymi'z.  $\Delta_1(\xi), \Delta_2(\xi), \dots, \Delta_n(\xi)$  jag'day funkciyalar izbe-izligin kiritemiz. Wonda tiykarg'i' rekurrent qatnasi' qayta wo'zgeredi:

$$\Delta_k(\xi) = \max_{0 \leq y_k \leq \xi} [f_k(x_k^0, y_k) + \Delta_{k-1}(\xi - y_k)] \quad (2.33)$$

$$\Delta_1(\xi) = f_1(x_1^0, \xi); \quad k=2,3,\dots,N.$$

Bul process  $\xi$  ha'r bir ma'nisi ushi'n  $\{y_i^0\} = Y_0$  ma'nisleri ko'pligin beredi.

Bul  $y_i^0$  - ma'nislerin paydalana wotirip,  $\sum_{i=1}^k f_i(x_i; y_i^0)$  funkciyasi'n maksimallastiriw ma'selesine wo'temiz. Wol (2.33)- ke uqsas bolg'an rekurrent qatnasi' ja'rdeminde sheshiledi:

$$\Delta'_k(\xi') = \max_{0 \leq x'_k \leq \xi'} [f_k(x'_k; y_k^0) + \Delta_{k-1}(\xi' - x'_k)] \quad (2.34)$$

Bul processtin' ko'p ma'rtebe qaytalani'wi'  $\{x^n\}; \{y^n\}, n = 1, 2, \dots,$

yeki izbe-izlikti beredi , bular qandayda uli'wma sha'rtlerde optimal  $x^*$ ,  $u^*$ -lari'na jaqi'nlasadi'.

#### **4.4 Dinamikali'q programmatalasti'ri'w ma'selesin sheshiwidin' tuwri' ha'm keru wo'tkeriw (progonka) usi'li'**

Dekompoziciyada yesaplaw rekkurent tu'rde wori'nlanadi' delinedi, yeger bir kishi ma'selenin' optimal sheshimleri keyingi kishi ma'seleler ushi'n baslang'i'sh mag'li'wmat boli'p paydalani'lsa. Rekkurent yesaplawlardi'n' wori'nlani'wi' usi'li' berilgen ma'selenin' dekompoziciyasi' qalay wori'nlani'wi'na baylani'sli'. Bul berilgen jag'dayda bir neshe variantlari' (alternatalari') boli'wi' mu'mkin. Wolardan birinshisi bul yesaplawdi' birinshi etapi'nan yen' son'g'i etapi'na shekem izbe-iz wori'nlaw, bunday izbe-izlik tuwri' wo'tkeriw (progonka) algoritmi si'pati'nda belgili. Ma'sele keru wo'tkeriw algoritmi ja'rdeminde sheshiliwi mu'mkin, yag'ni'y sa'ykes tu'rde yesaplawdi' son'g'i etapi'nan birinshi etapi'na shekem wo'tkeredi. Bizge belgili, tuwri' ha'm keru wo'tkeriw algoritmlari' bir sheshimge ali'p keledi. A'dette tuwri' wo'tkeriw algoritmin paydalani'w logikag'a sa'ykes keledi, biraq uli'wma jag'dayda yesaplaw ko'z qarasi'nan keru wo'tkeriw algoritmi effektiv boli'wi' mu'mkin. Ani'q ma'selelerdi sheshiw ushi'n dekompoziciyani' ko'rsetemiz.

Ha'r bir mi'saldi' ko'rip shig'iwda dinamikali'q programmatalasti'ri'w modellerinin' tiykarg'i' u'sh elementine ayri'qsha itibar qarati'w tiyis.

Basqi'shlari'n ani'qlaw.

Ha'r bir basqi'shta sheshimler variantlari'n (alternatalari'n) ani'qlaw.

Ha'r bir basqi'shta jag'daylari'n ani'qlaw.

***Biz tuwri' wo'tkeriwidin' rekkurent algoritmin ko'rip shig'amiz.***

Meyli  $f_i(x_i)$  — i- basqi'shi'ndag'i'  $x_i$ - tu'yinine shekemgi yen' qi'sqa arali'q,  $d(x_{i-1}, x_i)$  —  $x_{i-1}$ - tu'yininen  $x_i$ - tu'yinine shekemgi arali'q. Wonda  $f_{i-1}$ ,  $f_i$ - ma'nislari ti'ykari'nda to'mendegi rekkurent ten'leme ja'rdeminde yesaplanadi'.

$$f_i(x_i) = \min\{d(x_{i-1}, x_i) + f_{i-1}(x_{i-1})\}, \quad i=1,2,3.$$

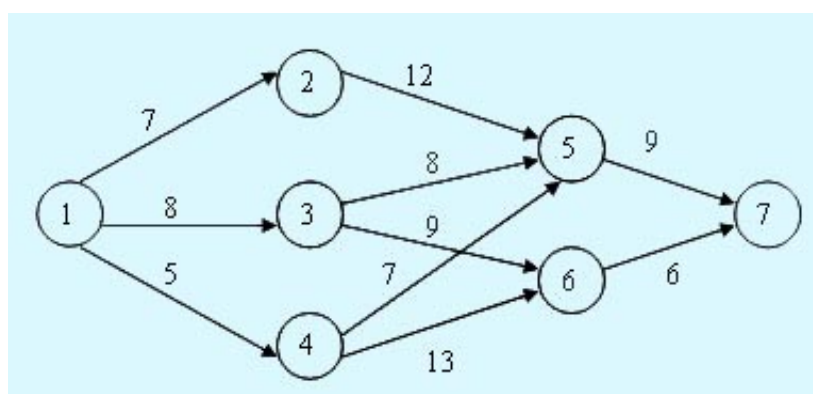
$i = 1$  bolg'anda  $f_0(x_0) \equiv 0$  dep yesaplaymi'z. Bul ten'leme  $i$ - basqi'shi'nda  $f_i(x_i)$  yen' qi'sqa arali'g'i' keyingi  $x_i$ - tu'yini funkciyasi' si'pati'nda beriliwi tiyis yekenligin ko'rsetedi. Dinamikali'q programmalisti'ri'w terminologiyasi'nda  $x$  sistemani'n'  $i$ - basqi'shi'ndag'i' jag'dayi' dep ataladi'.

Haqi'yqati'nda da  $i$ -basqi'shi'ndag'i' sistema jag'dayi' – bul basqi'shlardi' wo'z-ara baylani'sti'ri'wshi' informaciya boli'p, soni'n' menen birge qalg'an basqi'shlar ushi'n optimal sheshimi aldi'ng'i' basqi'shlarda sheshim qalay ali'ng'ani'n ta'kirarlap tekseriwlersiz qabi'llani'wi' mu'mkin.

Sistemani'n' jag'dayi'n bunday ani'qlaw ha'r bir basqi'shi'n bo'lek ko'rip shi'g'i'wg'a mu'mkinshilik beredi ha'm sheshim ha'r bir basqi'shta paydalani'li'wi' mu'mkinligine kepillik beredi.

Mi'sal. Yen' qi'sqa jol haqqi'ndag'i' ma'sele.

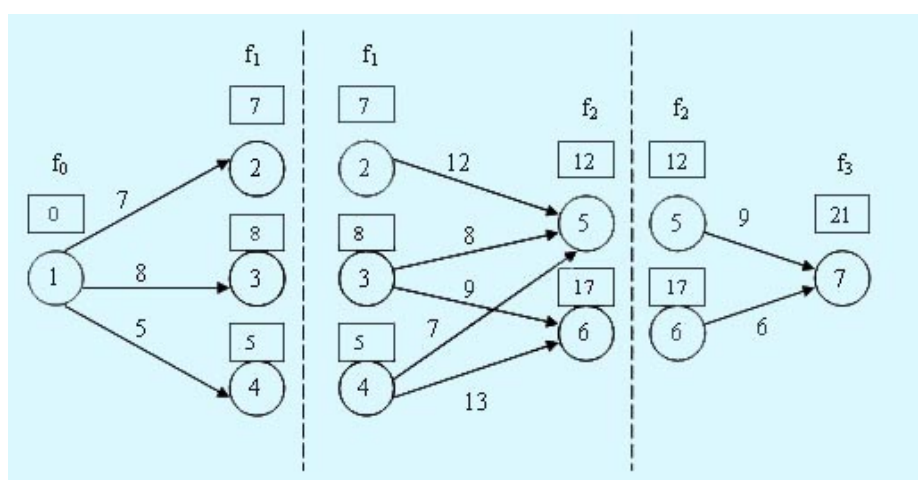
Yeki qala arasi'nda yen' qi'sqa jol tan'lawi'mi'z tiyis. 1-su'wrette ko'rsetilgen jollar tarmag'i' 1- tu'yinde jaylasqan baslang'i'sh qala ha'm 7-tu'yinde jaylasqan son'g'i' punkt arasi'nda mu'mkin bolg'an marshrutlar ko'rsetilgen. Marshrutlar tarmaqta 2-6 nomeri tu'yinleri menen belgilengen arali'q qalalar arqali' wo'tpeydi.



1- su'wret. Jollar tarmag'i'

Bul ma'seleni 1 ha'm 7- tu'yinleri arasi'ndag'i' barli'q marshrutlari'n ko'rip shi'g'i'w arqali' sheshiwge boladi' (bunda bes marshruti'na iye). Bi'raq u'lken tarmaqlarda toli'q ko'rip shi'g'i'w yesaplaw ko'z qarasi'nan effektiv emes boli'p yesaplanadi'.

Bul ma'seleni dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li' ja'rdeminde sheshiw ushi'n aldi'n woni yeki basqi'shqa bo'lip alami'z. 2-su'wrettegi vertikal punktir si'zi'qlar ma'selenin' u'sh basqi'shi'n si'zi'p beredi. Wonnan keyin ha'r bir basqi'sh ushi'n yesaplawlar bo'lek wori'nlanadi'.



2 - su'wret. Ma'seleni u'sh basqi'shqa dekompoziciyalaw

Uli'wma ma'sele barli'q basqi'shlardi'n' to'beleri'ne arali'qti'n' yen' qi'sqa arali'g'i'n (a'ste aqi'ri'n ji'ynali'wshi') ani'qlawdan turadi' ha'm bul arali'qti' keyingi basqi'sh ushi'n baslang'i'sh mag'li'wmat si'pati'nda paydalani'ladi'. Birinshi basqi'shqa tiyisli bolg'an tu'yinlerdi ko'rip shig'ip 2,3 ha'm 4- tu'yinlerinin' ha'r biri baslang'i'sh 1- tu'yini menen jalg'i'z iymek arqali' baylani'sqanli'g'i'n bilemiz ( 2-su'wret). Bunnan kelip shi'g'i'p birinshi basqi'sh ushi'n to'mendegilerge iye bolami'z.

1-basqi'sh. Juwmaqlawshi' na'tiyjeler.

2- tu'yinge yen' qi'sqa jol 7 milg'a ten' (1- tu'yninen).

3- tu'yinge yen' qi'sqa jol 8 milg'a ten' (1- tu'yninen).

4- tu'yinge yen' qi'sqa jol 5 milg'a ten' (1- tu'yninen).

Wonnan keyin 5 ha'm 6- tu'yinlerine yen' qi'sqa (jiynalg'an) arali'qlardi' yesaplaw ushi'n yekinshi basqi'shi'na wo'temiz. Birinshi 5- tu'yinin' 2-su'wretten ko'rip shig'ip 5- tu'yinine keliw ushi'n marshrutti'n' u'sh varianti' bar yekenin bilip alami'z, al ani'q tu'rde (2,5), (3,5) ha'm (4,5). Bul informaciya 2,3, ha'm 4- tu'yinlerine bolg'an yen' qi'sqa arali'q penen 5- tu'yinine bolg'an yen' qi'sqa (ji'ynali'ng'an) arali'qti' to'mendegi ko'riniste ani'qlaydi'.

$$\begin{aligned} & \left( \begin{array}{c} \text{yen' qi'sqa jol} \\ \text{5-menen kesiliskan} \end{array} \right) = \\ & \min(i = 2,3,4) \left\{ \left( \begin{array}{c} \text{en' qi'sqa jol} \\ \text{i-menen kesiliskan} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{i den 5 ke} \\ \text{shekemgi arali'q} \end{array} \right) \right\} = \\ & \min \left\{ \begin{array}{l} 7 + 12 = 19 \\ 8 + 8 = 16 \\ 5 + 7 = 12 \end{array} \right\} = 12 \text{ (4-menen kesiliskan)} \end{aligned}$$

Sa'ykes tu'rde 6- tu'yin ushi'n to'mendegige iye bolami'z.

$$\begin{aligned} & \left( \begin{array}{c} \text{yen' qi'sqa jol} \\ \text{6 - menen kesiliskan} \end{array} \right) \\ & = \min(i = 3,4) \left\{ \left( \begin{array}{c} \text{en' qi'sqa jol} \\ \text{i - menen kesiliskan} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{i den 6 ke} \\ \text{shekemgi araliq} \end{array} \right) \right\} \\ & = \min \left\{ \begin{array}{l} 8 + 9 = 17 \\ 5 + 13 = 18 \end{array} \right\} = 17 \text{ (3 - menen kesiliskan)} \end{aligned}$$

2- basqi'sh. Juwmaqlawshi' na'tiyjeler.

5- tu'yinine yen' qi'sqa jol 12 milge ten' (4- tu'yninen).

6- tu'yinine yen' qi'sqa jol 17 milge ten' (3- tu'yninen).

Son'g'i adi'm u'shinshi basqi'sh boli'p yesaplanadi'. Son'g'i' 7- tu'yinin 5- tu'yininen qalay jetisiw mu'mkin bolsa, tap sonday 7- tu'yininen 6- tu'yinge de jetisiwi mu'mkin. 2- basqi'shi'ni'n' juwmaqlawshi' na'tiyjelerin ha'm 5 ha'm 6- tu'yininen 7-tu'yinine bolg'an arali'g'i'nan paydalani'p to'mendegilerdi alami'z

$$\left( \begin{array}{l} \text{en' qi'sqa jol} \\ 7 - \text{menen kesiliskan} \end{array} \right) = \min \left\{ \begin{array}{l} 12 + 9 = 21 \\ 17 + 6 = 23 \end{array} \right\} \\ = 21 \text{ (5 - menen kesiliskan)}$$

3-basqi'sh. Juwmaqlawshi' na'tiyjeler.

7- tu'yinge yen' qi'sqa jol 21 milge ten' (5- tu'yininen).

Keltirilgen yesaplawlar 1 ha'm 7- tu'yinleri arasi'nda yen' qi'sqa arali'q 21 milge ten' yekenligin ko'rsetedi. Yen' qi'sqa marshrut wo'tiwshi qalalar keyi'ngi' ko'riniste ani'qlanadi'. U'shinshi basqi'shi'ni'n' juwmaqlawshi' na'tiyjelerinen 7- tu'yini 5- tu'yini menen baylani'sqani' kelip shi'g'adi. Wonnan keyin yekinshi basqi'shi'ni'n' juwmaqlawshi' na'tiyjelerinen 4- tu'yin 5- tu'yin menen baylani'sqani' kelip shi'g'adi'. Yen' son'i'nda, birinshi basqi'shi'ni'n' juwmaqlawshi' na'tiyjelerinen 4- tu'yin 1- tu'yin menen baylani'sqani' kelip shi'g'adi'. Na'tiyjede optimal marshrut  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7$  izbe-izligi bolip yesaplanadi'.

### ***Keri wo'tkeriw din' rekurrent algoritmin ko'rip shi'g'ami'z.***

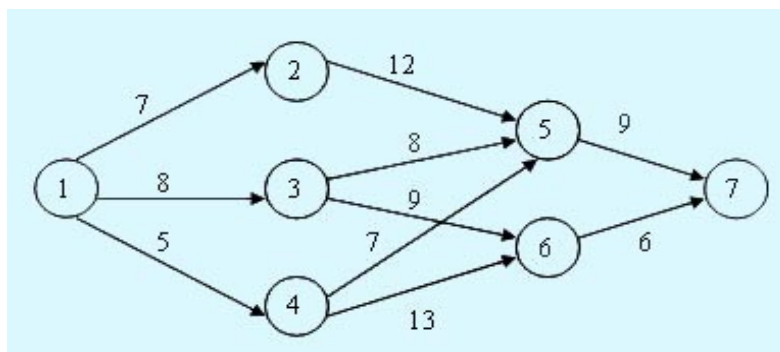
Mi'salda yesaplawlar izbe-iz ali'p bari'ldi: birinshi basqi'shtan u'shinshige shekem. Yesaplawlardi'n' bunday izbe-izligi tuwri' wo'tkeriw algoritmi si'pati'nda belgili. Usi' mi'sal keri wo'tkeriw algoritmi ja'rdeminde de sheshiliwi mu'mkin, sa'ykes tu'rde yesaplawlardi' u'shinshi basqi'shi'nan birinshige shekem ali'p bari'ladi'.

Tuwri' ha'm keri wo'tkeriw algoritmleri sol bir sheshimge ali'p keledi. Tuwri' wo'tkeriw algoritmi logikag'a tuwra keledi dep qaralg'ani'na qaramastan, dinamikali'q programmalasti'ri'wg'a bag'i'shlang'an arnawli' a'debiyatlarda keri wo'tkeriw algoritmi wo'zgerissiz paydalani'ladi'. Bunin' sebebi uli'wma jag'dayda keri wo'tkeriw algoritmi yesaplaw ko'z qarasi'nan effektli joqari'raq boli'wi' mu'mkin. Keri wo'tkeriw algoritmin paydalani'wdi' mi'sal menen ko'rsetemiz. Biz sonday-aq dinamikali'q programmalasti'ri'wdi'n' yesaplawlari'n' kompaktli keste ko'rinishinde beremiz.

Mi'salda keriy wo'tkeriy algoritmi ushi'n rekurrent ten'leme to'mendegishe ko'rinske iye

$$f_i(x_i) = \min\{d(x_{i-1}, x_i) + f_{i-1}(x_{i-1})\}, \quad i=1,2,3.$$

Bul jerde  $f_4(x_4) \equiv 0, (x_4) = 7$  ushi'n yesaplawlardi'n' sa'ykes izbe-izligi  $f_3 \rightarrow f_2 \rightarrow f_1$  boladi'.



3-basqi'sh.

7 ( $x_4 = 7$ ) tu'yini 5 ha'm 6 ( $x_3 = 5$  ha'm 6) tu'yinleri menen tek g'ana bir marshrut penen baylani'sqan bolg'anli'qtan tan'law ushi'n alternativalar joq, al u'shinshi basqi'sh na'tiyjelerin to'mendegi ko'rinske juwmaqlawi'mi'z mu'mkin.

1-keste. 3- basqi'sh na'tiyjeleri

$x_3$	$x_4=7$	$f_3(x_3)$	$x_4$
5	9	9	7
6	6	6	7

2-basqi'sh.

(2,6)- marshruti' bolmag'anli'qtan sa'ykes alternativa ko'rip shi'g'i'lmaydi'. U'shinshi basqi'shi'nda ali'ng'an  $f_3(x_3)$ - ma'nisin paydalani'p, to'mendegi keste de ko'rsetilgenindey, mu'mkin bolg'an alternativ sheshimlerin biz sali'stirip ko're alami'z.

## 2- keste. 2- basqi'sh na'tiyjeleri

$x_2$	$x_3=5$	$x_3=6$	$f_2(x_2)$	$x_3$
2	$12+9=21$	-	21	5
3	$8+9=17$	$9+6=15$	15	6
4	$7+9=16$	$13+6=19$	16	5

Yekinshi basqi'shi'ni'n' optimal sheshimi to'mendegishe bildiriledi. Yeger siz 2 yamasa 4- tu'yinde (qalada) bolsan'iz 7- tu'yinge bolg'an yen' qi'sqa jol 5- tu'yin arqali' wo'tedi, al yeger 3- tu'yinde bolsan'iz 6- tu'yin arqali' wo'tedi.

### 1- basqi'sh.

1- tu'yininen u'sh alternativ bolg'an marshrutlar baslanadi': (1, 2), (1, 3) ha'm (1, 4). Yekinshi basqi'shi'nda ali'ng'an  $f_2(x_2)$  ma'nislerinen paydalani'p keyingi kestesinin' berilgenlerin yesaplaymi'z. Birinshi basqi'shi'ndag'i optimal sheshim yen' qi'sqa jol 4- qala arqali' wo'tetug'i'ni'n ko'rsetedi. Wonnan keyin yekinshi basqi'shi'ndag'i' optimal sheshiminen 4- qaladan 5- qalag'a qaray ju'riw za'ru'r yekenligi kelip shi'g'adi'. Na'tiyjede u'shinshi basqi'shi'ni'n' optimal sheshiminen 5- qala 7- qala menen baylani'sqan yekenligi kelip shi'g'adi'.

Na'tiyjede yen' qi'sqa uzi'nli'qqa iye toli'q marshrut  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7$  boli'p yesaplanadi' ha'm wonin' uzi'nli'g'i' 21 milge ten'.

## 3-keste. 1- basqi'sh na'tiyjeleri

$x_1$	$x_2 = 2$	$x_2 = 3$	$x_2 = 4$	$f_1(x_1)$	$x_2$
1	$7+21=28$	$8+15=23$	$5+16=21$	21	4

Tuwri' ha'm keru progonkani'n' bir-birinen tiykarg'i' ayi'rmashi'li'g'i' sistemani'n' jag'dayi'n' ani'qlawg'a baylani'sli'. To'mendegishe soraw payda boladi'. Tuwri' progonkani' paydalang'an jaqsi'ma yamasa keru progonkani' paydalang'an jaqsi'ma. Haqi'yqati'nda tuwri' progonka ani'qraq ha'm ko'rsetpeli.

Bizin' mi'sali'mi'zda yeki usi'l bir birine ekvivalent. Biraq barli'q waqi'tta bunday bolmawi' mu'mkin. Ma'selen, wo'ndiristi rejelestiriw, zapaslardi' basqari'w h.t.b. ma'selelerdi sheshkende bular arasi'nda ayi'rmashi'li'q boladi'.

***Sistemani'n' jag'dayin ani'qlawg'a birqansha eskertiwler.***

Dinamikali'q programmalasti'ri'w modelin du'zgende sistemani'n' jag'dayi' yen' ahmiyetli rol oynaydi'. Wol ha'r bir etap arasi'ndag'i' baylani'sti' tamiyn yetedi. Sali'sti'ri'latug'i'n informaciyalar sani'n azayti'wg'a mu'mkinshilik beredi. Ha'r bir etaptag'i' optimal sheshimmen uli'wma sistemani'n' optimal sheshimin keltirip shi'g'aradi'. Dinamikali'q programmalasti'ri'w modelinde sistemani'n' optimal jag'dayi'n ani'qlaw yen' ahmiyetlisi ha'm yen' qi'yi'ni'. Usi qi'yi'nshi'li'qti' jen'illestiriw maqsetinde wo'zimizge to'mendegi sorawlardi' qoyami'z.

1. Etaplar arasi'ndag'i' baylani's qalay payda boladi'.
2. Bazi'bir etaplarda jol qoyil'g'an sheshimdi teksermesten turi'p qaysi' informaciyalardi' qabi'l yetiwge boladi'. (kelesi etap ushi'n)

Usi' sorawlarg'a juwap beri'w ushi'n to'mendegi mi'sallardi' qaraymi'z.

**1-misal.** Meyli, joqari'dag'i ko'rip wo'tilgen mi'saldi' qayta qarayi'q. Bunda ha'r bir karxana etapti' bildiredi, variantlar  $K_j$ , al ali'natug'i'n doxodlar  $R_j(K_j)$  dep belgilenedi. J etaptag'i' sistemani'n' jag'dayi'n qalay ani'qlaw kerek. Ha'r bir karxana shegaralang'an qarji'ni'n' bir bo'legi ushi'n bir-biri menen jari'sadi'. Sonin' ushi'n sistemani'n' jag'dayi' iri qarji'ni'n' ko'lemi arqali' ani'qlanadi'. Dinamikali'q programmalasti'ri'w modeli menen birinshi ma'rte islep ati'rg'an adam j-etaptag'i' sistemani'n' jag'dayi'n j-etaptag'i' qarji'ni'n' bo'listiriliwi dep qaraydi'. Bul korrektili yemes, uli'wma aytqanda ha'r bir etaptag'i' lokal optimumlardin' ji'yi'ndi'si' sistema ushi'n optimal sheshim bola almaydi. Ma'selen, bazi'bir etapta 0,4 mln sum bo'listiriwge iye boldi' dep yesaplayi'q. Buni' jol qoyil'g'an sheshim dep yesaplawg'a bolmaydi'. Sebebi, bunnan aldi'ng'i' etaplardag'i' sheshimlardin' ji'yi'ndi'si' tekserilmedi. Yeger, barli'q qarji'ni' 1 pu'tin dep alsaq, wonda bul etapta sol qarji'ni'n' 0,4 bo'legi jumsali'p turi'pti'. Al aldi'ng'i' etaplar ushi'n  $1-0,4=0,6$  ten'ligi wori'nlani'w kerek.

Yendi kerı progonkani' qarap wo'teyik. J-etaptag'i' sistemani'n' jag'dayi'  $j, j+1, \dots, N$  shi etaplar ushi'n bo'listirilgen. Bul jag'daydi korrektli yemes desek boladi'. Sebebi,  $j, j+1, \dots, N$  etaplarda bo'listirilgen qarji' menen  $j+1, j+2, \dots, N$  etaplarda bo'listirilgen qarji'ni'n' ayi'rmasi' sistemani'n' j-etaptag'i' jag'dayi'n' basqa etaplarg'a g'a'rezli bolg'an tu'rde ko'rsetedi.

**2-mi'sal.** Karxana iyese kelesi 5 ha'pte ushi'n jumi'sshi'lardi'n' sani'n retlestiriw rejesin du'zedi. Wol ha'r bir ha'pte ushi'n jumi'sshi'lardi'n' minimal sani'n biledi. Bunnan basqa jallani'p islep ati'rg'anlar, jumi'stan shi'g'i'p ketkenler ha'm naklodnoy rasxodlar menen baylani'sli' bolg'an a'piwayi' jumi'sshi'lar sani' belgili. Bulardi'n' shaması' bir jumi'sshi'g'a sali'sti'ri'p yesaplag'anda belgili.

Yendi ha'r ha'ptede neshe jumi'sshi'ni' jallaw kerek yamasa neshewin jumi'stan shi'g'ari'w kerek yekenligin ani'qlaw kerek. Na'tiyjede jumsalatu'g'i'n qarji' minimum boli'w kerek.

Dinamikali'q programmalasti'ri'w poziciyasi' boyi'nsha etap **birinshi element** boli'p yesaplanadi'. Sebebi, ma'sele waqi't boyi'nsha ha'r bir ha'pte ushi'n sheshiliwi kerek.

**Yekinshi element** sheshimlerden' varianti' (basqari'wshi' wo'zgeriwshiler) bular etaplardı' bir- biri menen baylani'sti'ri'wshi' wo'zgeriwshiler. Qarali'p ati'rg'an mi'salda jumi'sshi'lardi'n' sani' basqari'wshi' parametrlar xizmetin atqaradi'. Maqset funkciya bul shi'g'i'nni'n' mug'dari'. Bul jallang'an yamasa jumi'stan shi'g'ari'lg'an jumi'sshi'lardi'n' sani'nan g'a'rezli boladi'.

**Ushinshi** ha'm yen' ahmiyetli elementi sistemani'n' jag'dayi' boli'p yesaplanadi'. Bul ha'r bir etap ushi'n ani'qlani'ladi'. Bul ma'selenin' qarji' bo'listiriw ma'selesinen ayi'rmashi'li'g'i', bunda ha'r bir etapı' baylani'sti'ratu'g'i'n bir pu'tin shegaralawshi' sha'rtler jetispeydi. Biraq sistemani'n' kelesi etapi'nda woni'n' jag'dayi'n' ani'qlaw ushi'n wo'tken etapı'g'i' jumi'sshi'lardi'n' sani' ha'm tu'ri haqqi'ndag'i' informaciya xizmet etedi.

**3-misal.** U'skenelerdi almastiriw ma'seseı. Ha'r bir jildin' aqi'ri'nda u'skenelerdi kelesi ji'l ushi'n qaldi'ri'w kerekpe yamasa almasti'ri'w kerekpe.

Mine usi' sorawg'a sheshim qabi'l yetiw kerek.

Yeger, u'skeneni kelesi ji'lg'a qaldi'rsaq, ali'natug'in payda azayadi', al taza u'skene ornatsaq wog'an qandayda bir qarji' jumsaladi'.

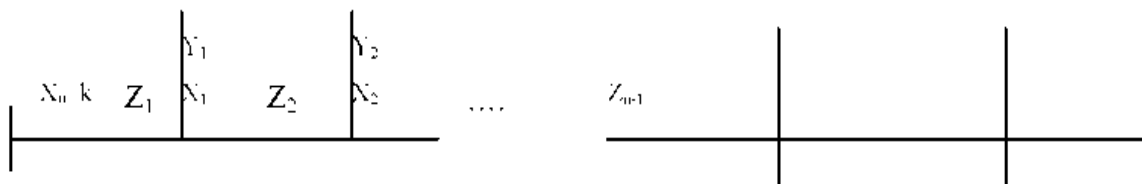
Ma'sele to'mendegishe qoyi'ladi'. U'skenelerdi almasti'ri'w na'tiyjesinde maksimum payda ali'w kerek.

Bul ma'seleni sheshiwde etap ji'llar boyi'nsha qoyi'ladi'. Ha'r bir etapta yeki variant boladi'. U'skeneni almasti'ri'w kerekpe yamasa joqpa? Bul jag'dayda ha'r bir etapti' qalay baylani'sti'ri'w kerek?

Bug'an juwap retinde ha'r bir etaptag'i' u'skenenin' neshe ji'l islegenligi haqqi'ndag'i' informaciya xizmet etedi.

***Keri ha'm tuwri' progonka usi'llari'n sali'sti'ri'w***

Meyli fermer K- bas qoylardi'n' ha'r ji'li' qanshasi'n satadi' ha'm qansha bas padada qali'w kerek. Na'tiyjede ol n- ji'l ishinde maksimum payda ali'w kerek. i-ji'lda sati'lg'an 1 qoydan fermer  $R_i$  payda aladi. i-ji'lda padada qalg'an qoy i+1 ji'li' yeki esege ko'beyedi. n- ji'ldin' ishinde wol barli'q qoylardi' sati'p boladi'.



j-ji'ldi' j-etap dep qabi'l yetemiz. j-ji'lda sati'lg'an ha'm sati'lmag'an qoylardi'n' sani'n saykes  $y_j$  ha'm  $x_j$  dep belgileymiz.  $Z_i=2X_0=2K$ .  $Z_j=2X_{j-1}$ ;  $j=1,2,...,n$ .

j-etaptag'i' sistemani'n' jag'dayi' ushi'n  $Z_j$  di qabi'l yetsek boladi'. (bul j-etapti'n' aqi'ri'nda kelesi ji'l ushi'n bo'listiriletug'in qoylardi'n' sani')

***Keri progonka***

$f_j(z_j)$ -maqset funkciya (j, j+1,..,n) etaplarda ali'natug'i'n maksimal payda.  $Z_j$  berilgen. Rekurrent qatnasi'q to'mendegishe wornati'ladi'.

$$f_n(Z_n) = \max \{P_n y_n\}.$$

$$f_i(Z_i) = \max \{P_i y_i + f_{i+1}(2|Z_i - y_i|)\}, j = n-1, n-2, \dots, 1$$

$Z_j, Y_j$ -pu'tin on' sanlar.  $Y_j$ -sati'lg'an qoylar sani'.

$Z_j$ - din' yen' joqarg'i ma'nisi  $2^j \cdot K$  qoylardi'n' sati'lmag'an ma'nisine saykes keledi.  $K$ -padadag'i' qoylardi'n' yen' da'slepki sani'.

### ***Tuwri' progonka***

$g(x_j)$  maqset funkciya  $1, 2, \dots, j$  shi etaplardag'i' ali'ng'an maksimal payda.  $X_j$  aldi'n ala berilgen.

$J+1$  ji'ldi'n' basi'ndag'i' qoylardi'n' sani'. Rekurrent qatnasi'q to'mendegishe jaziladi'.

$$g_1(x_1) = \max \{P_1 y_1\}$$

$$g_i(x_i) = \max \{P_i y_i + g_{i+1}(|\frac{x_i - y_i}{2}|\}\}, j = 2, 3, \dots, n.$$

Bul jerde  $|\frac{x_i - y_i}{2}|$  -pu'tin bo'legi.

Yendi usi' yeki usi'ldi' sali'sti'rsaq  $x_{j-1} = [(x_j + y_j)/2]$ - shamasi' azg'ana bolsada qa'telikka jol qoyadi'. Eger,  $x_j + y_j$  taq bolsa, wol keriprogonkada  $Z_{j+1} = 2(z_j - y_j)$  ushi'n pu'tinlik sha'rti qalegen  $Z_j$  ha'm  $y_j$  ushi'n wori'nlanadi'.

Solay yetip bunday jag'dayda keriprogonkani' qollag'an maqul boladi'.

### **Dinamikali'q programmalisti'ri'w ma'selesindegi wo'lshemlik mashqalasi'.**

Bizin' joqari'dag'i qarag'an ma'selelerimizde sistemani'n' jag'dayi' tek g'ana bir wo'zgeriwshige baylanisli'. Al ko'pshilik dinamikali'q modellerdi sistemani'n' jag'dayi' birneshe wo'zgeriwshilerge baylanisli' boladi'. Na'tiyjede sistemani'n' jag'dayi vektor si'pati'nda qaraladi'. (woni sistemani'n' jag'day vektori' dep ataydi').

Wo'zgeriwshilerdin' sani'ni'n' ko'beyiwi sheshim variantlari'ni'n' sani'ni'n' ko'beyiwine ali'p keledi. Usi'ni'n' na'tiyjesinde wo'lshemlilik

mashqalasi' tuwi'ladi'. Wo'zgeriwshilerdin' sani'ni'n' ko'beyiwi dinamikali'q programmatalasti'ri'w ma'selesin sheshiwde yen' basli' tosqi'nli'q boli'p yesaplanadi'.

Mi'sal. N- rayonnan barli'q mu'mkin bolg'an qari'ydarlar boyi'nsha buyi'rtpa ali'w ushi'n D- aqsha ha'm M- adam/saat miynet resursi' bo'linip shi'g'ari'lg'an bolsi'n. j-rayonnan ali'ng'an taza paydani'  $R_j(a_j, m_j)$ - dep belgileymiz.  $a_j$ -jumsalg'an aqsha mug'dari'.  $m_j$ - miynet shi'g'i'ni' (adam-saat).

Maksimum payda ali'w ushi'n ha'r bir rayong'a saykes  $a_j$  ha'm  $m_j$ - lardi'n' ma'nisin yesaplaw kerek.

Sha'rt. Paydalang'an resurslardi'n' mug'dari' bo'lip shig'arilg'an mug'dardan aspaw kerek.

Keri progonka procedurasi'n qollang'anda j-etaptag'i' sistemani'n' jag'dayi' j, j+1, ... , N etaplardag'i' jumsalg'an aqshani'n' ha'm miynet resursi'ni'n' mug'dari'nan g'a'rezli boladi'. Demek sistemani'n' jag'dayi yeki wo'lshemli vektor menen beriledi. (ma'selen  $O_j, M_j$ ).

j, j+1, ... , N etaplardag'i' ali'ng'an maksimum paydani'  $f_j(O_j, M_j)$ - dep belgileymiz. Yendi rekurrent qatnasi'qti' qarasaq

$$f_N(O_N, M_N) = \max \{R_N(a_N, m_N)\}$$

$$f_j(D_j, M_j) = \max \{R_j(a_j, m_j) + f_{j+1}(D_j - a_j, M_j - m_j)\}.$$

$$j = N - 1, N - 2, \dots, 1$$

Bunday jag'dayda  $f_j(D_j, M_j)$ -di  $(a_j^*, m_j^*)$ -lerdi yesaplaw qi'yi'nlasadi', sebebi barli'q  $a_j$  ha'm  $m_j$  boyi'nsha mu'mkin bolg'an kombinaciyalardi' ko'riwimiz kerek. Ma'selen,  $D_j, M_j \in [0;9]$  bolsa bir wo'zgeriwshi ushi'n 10 jag'day \*10 variant =100 sheshiledi, yag'ni'y 100 qatardi', al yeki wo'zgeriwshi ushi'n 100\*100=10000 qatardi' tekserip ko'riwimiz kerek. Demek mashinani'n' yadi'n 100 ese artti'ri'wi'mi'z kerek. Yesaplaw waqi'ti'da usi'nday mug'darda asadi'.

Sonin ushi'n dinamikali'q programmatalasti'ri'w modelin paydalang'anda wo'zgeriwshilerdin' sani'n qi'sqarti'w ma'sele si u'lken rol oynaydi'. Ja'nede bunday jag'dayda juwi'q sheshiw usi'llari'n paydalang'an maqul boladi.

## *J U W M A Q L A W*

Dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li' quramali' matematikali'q programmalasti'ri'w ma'seelerin sheshiwidin' effektivliligin artti'ri'w ushi'n qollani'ladi'. Quramali' u'lken ko'lemdegi matematikali'q programmalasti'ri'w ma'seeleri wonsha u'lken bolmag'an ma'seelerge bo'linedi, yag'ni'y quramali' ma'sele dekompoziciyalanadi'.

Ja'nede bir wo'zgesheligi dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li'n qollani'w ushi'n qarali'p ati'rg'an ob'ekt jaqsi u'yreniliwi kerek yag'ni'y ob'ekt dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li' menen ti'g'i'z baylani'sta boli'wi' kerek, bolmasa rekurrent qatnasi'qlardi' keltirip shi'g'ari'w qi'yi'ng'a tu'sedi. Daslepki qollani'wshi'lar ushi'n dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li'n u'yreniw qi'yi'n boladi', biraq bul usi'ldi' sistemali' tu'rde paydalani'p barg'an jag'dayda woni toli'q tu'siniwge ha'm qolg'a alg'an ob'ekt ushi'n toli'q paydalani'wg'a mu'mkinshilik beredi.

Solay yetip, dinamikali'q programmalasti'ri'w usi'li'ni'n' ti'ykarg'i' ideyasi' u'lken wo'lshemdegi ma'seelerdi ko'p etapli' ma'seelerge wo'tkeriw bolip yesaplanadi'. Ha'zirgi waqitta dinamikali'q programmalasti'ri'w ushi'n wo'zgermey qalg'an standart usi'l joq, yag'ni'y bul usi'lg'a standart programma du'ziw mu'mkin yemes. Sebebi, bul usi'l ha'r bir ob'ektti'n' wo'zinin' strukturasi'na ha'm harakterine baylani'sli' du'ziledi. Ma'selen, bul usi'l menen optimal basqari'w, retlestiriw, bo'listiriw, u'nemlew, tekseriw, saylap ali'w, rejelestiriw h.t.b. ma'seeler sheshiliwi mu'mkin.

## *A' D E B I' Y A T L A R:*

1. Kravchenko R.G., Popov I.G., Tolpekin S.Z. Ekonomiko-matematicheskie metodi v organizacii i planirovanii selskoxozyaystvennogo proizvodstva, 1974
2. Kuznecov A.V., Xolod N.I. Matematicheskoe programmirovaniye: [ Ucheb. Posobie dlya ekonom. spec. vuzov]. – Mn.: Vish. shk., 1984. – 221 st
3. Zaychenko Yu. P. Issledovanie operaciy. –K.: Visshaya shkola,1985.
4. Bellman.R, Dreyfus.S. Prikladnie zadachi dinamicheskogo programmirovaniya. –M.: Nauka,1965.
5. A r o n o v i c h A.B., A f a n a s ` e v M.Yu. S u v o r o v B.P. Sbornik zadach po issledovaniyu operatsiy M.1997.
6. A k u l i c h I.L. Matematicheskoe programmirovaniye v primerax i zadachax M. «Visshaya shkola» 1986.
7. K u z n e t s o v A.V., S a k o v i c h V.A., X o l o d N.I. Matematicheskoe programmirovaniye. Minsk. «Visshaya shkola»1994.
8. V.P.D`yakonov. Maple 9 v matematike, fizike i obrazovanii. M.: SOLON-Press, 2004.
9. V.P.D`yakonov. Maple 89 v matematike, fizike i obrazovanii. M.: SOLON-Press, 2003.

Poisk ekstremumov funktsii. V sayte

<http://www.keldysh.ru/comma/html/nonlinear/extremum.html>.

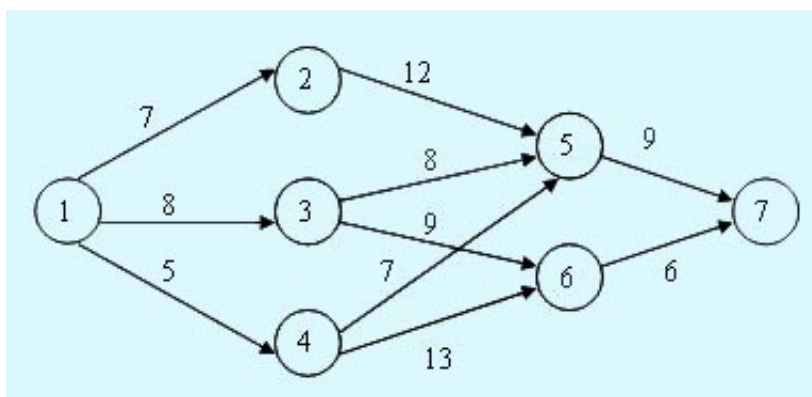
[www.arxiv.uz](http://www.arxiv.uz)

[www.ziyonet.uz](http://www.ziyonet.uz)

# **QOSIMSHA**

Biz to'rtinchi paragrafta yen' qi'sqa joldi' tan'law haqqi'nda ma'sele qarag'an yedik. Yendi usi' ma'seleni sheshiw ushi'n Dev-C++ progammalasti'ri'w wortali'g'i'nda programmi'n du'zemiz. Ma'sele sha'rti to'mendegishe qoyi'lg'an yedi:

Yeki qala arasi'nda yen' qi'sqa jol tan'lawi'mi'z tiyis. 1-su'wrette ko'rsetilgen jollar tarmag'i 1- tu'yinde jaylasqan baslang'i'sh qala ha'm 7- tu'yinde jaylasqan son'g'i punkt arasi'nda mu'mkin bolg'an marshrutlardi ko'rsetilgen. Marshrutlar tarmaqta 2-6 nomeri tu'yinleri menen belgilengen arali'q qalalar arqali' wo'tpeydi.



1-su'wret. Jollar tarmag'i'

Tuwri' wo'tkeriw (progonka) algoritmi ushi'n:

```

#include<iostream>
#include<conio.h>
using namespace std;
main()
{ int a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,a9,a10,i,j,k,l,t;
double aa[100],aa1[100],aa2[100];
  cout<<"(1,2)="<<a1;
  //cin>>a1;
  cout<<"\n(1,3)="<<a2;
  //cin>>a2;
  cout<<"\n(1,4)="<<a3;
  //cin>>a3;
}
  
```

```

cout<<"\n(2,5)="<<a4;
//cin>>a4;
cout<<"\n(3,5)="<<a5;
//cin>>a5;
cout<<"\n(4,5)="<<a6;
//cin>>a6;
cout<<"\n(3,6)="<<a7;
//cin>>a7;
cout<<"\n(4,6)="<<a8;
//cin>>a8;
cout<<"\n(5,7)="<<a9;
//cin>>a9;
cout<<"\n(6,7)="<<a10;
//cin>>a10;
aa[1]=a1+a4;aa[2]=a2+a5;aa[3]=a3+a6;
aa1[1]=a2+a7; aa1[2]=a3+a8;
for(i=1;i<=3;i++)
for(j=1;j<=3;j++){
if(aa[i]<aa[j]) k=i;}
cout<<"\n\n Yen' qi'sqa jol 5- menen kesilisken\n";
cout<<"\n\t|(1,2),(2,5)|   |"<<a1<<"+"<<a4<<="<<aa[1]<<"|";
cout<<"\n   min= |(1,3),(3,5)| = |"<<a2<<"+"<<a5<<="<<aa[2]<<" |
= "<<aa[k]<<" ("<<k+1<<"-penen kesilisken)"<<endl;
cout<<"\t|(1,4),(4,5)|   |"<<a3<<"+"<<a6<<="<<aa[3]<<" |"<<endl;
i=1;
if(aa1[i]<aa1[i+1])   l=i; else l=i+1;
cout<<"\n\n\n Yen' qi'sqa jol 6- menen kesilisken\n";
cout<<"\n\t|(1,3),(3,6)|   |"<<a2<<"+"<<a7<<="<<aa1[1]<<" |";
cout<<"\n   min= |(1,4),(4,6)| = |"<<a3<<"+"<<a8<<="<<aa1[2]<<" |
= "<<aa1[1]<<" ("<<i+2<<"-penen kesilisken)"<<endl;
aa2[1]=aa[k]+a9; aa2[2]=aa1[1]+a10;
j=1;
if(aa2[j]<aa2[j+1])   t=j; else t=j+1;
cout<<"\n\n\n Yen' qi'sqa jol 7- menen kesilisken\n";
cout<<"\n\t|(1,5),(5,7)|   |"<<aa[k]<<"+"<<a9<<="<<aa2[1]<<"|";
cout<<"\n   min= |(1,6),(6,7)| =
|"<<aa1[1]<<"+"<<a10<<="<<aa2[2]<<" | = "<<aa2[t]<<" ("<<j+4<<"-penen
kesilisken)"<<endl;

```

```

cout<<"\n\n \tJuwabi:  min(1,7)="<<aa2[t]<<endl;
cout<<"\n\n  (1,"<<k+1<<"),  ("<<k+1<<","<<j+4<<"),
("<<j+4<<","7")<<endl

getch();
}

```

Na'tiyje to'mendegishe:

```

G:\23.exe
<1,2>=7
<1,3>=8
<1,4>=5
<2,5>=12
<3,5>=8
<4,5>=7
<3,6>=9
<4,6>=13
<5,7>=9
<6,7>=6

En' qisqa jol 5- menen kesilisen
min= |<1,2>,<2,5>| = |7+12=19|
      |<1,3>,<3,5>| = |8+8=16| = 12 <4-penen kesilisen>
      |<1,4>,<4,5>| = |5+7=12|

En' qisqa jol 6- menen kesilisen
min= |<1,3>,<3,6>| = |8+9=17|
      |<1,4>,<4,6>| = |5+13=18| = 17 <3-penen kesilisen>

En' qisqa jol 7- menen kesilisen
min= |<1,5>,<5,7>| = |12+9=21|
      |<1,6>,<6,7>| = |17+6=23| = 21 <5-penen kesilisen>

Juwabi:  min<1,7>=21

<1,4>,  <4,5>,  <5,7>

```

```

Dev-C++ 4.9.9.2
File Edit Search View Project Execute Debug Tools CVS Window Help
[?] 23.cpp

#include<iostream>
#include<conio.h>
using namespace std;
main()
{ int a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,a9,a10,i,j,k,l,t;
double aa[100],aa1[100],aa2[100];
a1=7;a2=8;a3=5; a4=12; a5=8; a6=7; a7=9; a8=13; a9=9; a10=6;
cout<<"(1,2)="<<a1;
//cin>>a1;
cout<<"\n(1,3)="<<a2;
//cin>>a2;
cout<<"\n(1,4)="<<a3;
//cin>>a3;
cout<<"\n(2,5)="<<a4;
//cin>>a4;
cout<<"\n(3,5)="<<a5;
//cin>>a5;
cout<<"\n(4,5)="<<a6;
//cin>>a6;
cout<<"\n(3,6)="<<a7;
//cin>>a7;
cout<<"\n(4,6)="<<a8;
//cin>>a8;
cout<<"\n(5,7)="<<a9;
//cin>>a9;
cout<<"\n(6,7)="<<a10;
//cin>>a10;
aa[1]=a1+a4;aa[2]=a2+a5;aa[3]=a3+a6;
aa1[1]=a2+a7; aa1[2]=a3+a8;

for(i=1;i<=3;i++)
for(j=1;j<=3;j++){
if(aa[i]<aa[j]) k=i;}
cout<<"\n\n En' qisqa jol 5- menen kesiliskan\n";
cout<<"\n\t|(1,2),(2,5)| |"<<a1<<"+"<<a4<<="<<aa[1]<<"|";
cout<<"\n min= |(1,3),(3,5)| = |"<<a2<<"+"<<a5<<="<<aa[2]<<" | = "<<aa[k]<<" ("<<k+1<<"-penen kesiliskan)"<<endl;
cout<<"\t|(1,4),(4,5)| |"<<a3<<"+"<<a6<<="<<aa[3]<<" |"<<endl;
i=1;
if(aa1[i]<aa1[i+1]) l=i; else l=i+1;
cout<<"\n\n En' qisqa jol 6- menen kesiliskan\n";
cout<<"\n\t|(1,3),(3,6)| |"<<a2<<"+"<<a7<<="<<aa1[1]<<" |";
cout<<"\n min= |(1,4),(4,6)| = |"<<a3<<"+"<<a8<<="<<aa1[2]<<" | = "<<aa1[l]<<" ("<<i+2<<"-penen kesiliskan)"<<endl;
aa2[1]=aa[k]+a9; aa2[2]=aa1[1]+a10;
j=1;
if(aa2[j]<aa2[j+1]) t=j; else t=j+1;
cout<<"\n\n En' qisqa jol 7- menen kesiliskan\n";
cout<<"\n\t|(1,5),(5,7)| |"<<aa[k]<<"+"<<a9<<="<<aa2[1]<<"|";
cout<<"\n min= |(1,6),(6,7)| = |"<<aa1[l]<<"+"<<a10<<="<<aa2[2]<<" | = "<<aa2[t]<<" ("<<j+4<<"-penen kesiliskan)"<<endl;

cout<<"\n\n \tJuwabi: min(1,7)="<<aa2[t]<<endl;
cout<<"\n\n (1,"<<k+1<<"), ("<<k+1<<","<<j+4<<"), ("<<j+4<<","7)"<<endl;

getch();
}

```

Yendi usi' ma'sele ushi'n keru wo'tkeriw algoritmi ushi'n programma du'zemiz:

```
#include<iostream>
#include<conio.h>
using namespace std;
main()
{ int a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,a9,a10,i,j,k,l,t,p;
double aa[100],aa1[100],aa2[100],aa3[100];
    cout<<"(1,2)="<<a1;
    //cin>>a1;
    cout<<"\n(1,3)="<<a2;
    //cin>>a2;
    cout<<"\n(1,4)="<<a3;
    //cin>>a3;
    cout<<"\n(2,5)="<<a4;
    //cin>>a4;
    cout<<"\n(3,5)="<<a5;
    //cin>>a5;
    cout<<"\n(4,5)="<<a6;
    //cin>>a6;
    cout<<"\n(3,6)="<<a7;
    //cin>>a7;
    cout<<"\n(4,6)="<<a8;
    //cin>>a8;
    cout<<"\n(5,7)="<<a9;
    //cin>>a9;
    cout<<"\n(6,7)="<<a10;
    //cin>>a10;
aa[5]=a5+a9;aa[6]=a7+a10;
```

```

aa1[5]=a6+a9; aa1[6]=a8+a10;

i=5;

if(aa[i]<aa[i+1])    l=i; else l=i+1;

cout<<"\n\n\n  Yen' qi'sqa jol 3- menen kesilisken\n";

cout<<"\n\t|(7,5),(5,3)|    |"<<a9<<"+"<<a5<<="<<aa[5]<<"|";

cout<<"\n  min= |(7,6),(6,3)| = |"<<a10<<"+"<<a7<<="<<aa[6]<<"|
= "<<aa[1]<<" ("<<l<<"-penen kesilisken)"<<endl;

j=5;

if(aa1[j]<aa1[j+1])    t=j; else t=j+1;

cout<<"\n\n\n  Yen' qi'sqa jol 4- menen kesilisken\n";

cout<<"\n\t|(7,5),(5,4)|    |"<<a9<<"+"<<a6<<="<<aa1[5]<<"|";

cout<<"\n  min= |(7,6),(6,4)| =
|"<<a10<<"+"<<a8<<="<<aa1[6]<<"| = "<<aa1[t]<<" ("<<t<<"-penen
kesilisken)"<<endl;

aa2[1]=a9+a4; aa2[2]=aa[1]; aa2[3]=aa1[t];

for(i=1;i<=3;i++)

for(j=1;j<=3;j++){

if(aa2[j]<aa2[i]) k=j;}

cout<<"\n\n  Yen' qi'sqa jol 2,3,4- menen kesilisken\n";

cout<<"\n\t|(7,5),(5,2)|    |"<<a9<<"+"<<a4<<="<<aa2[1]<<"|";

cout<<"\n  min= |(7,6),(6,3)| = |"<<a10<<"+"<<a7<<="<<aa2[2]<<"
| = "<<aa2[k]<<" ("<<k+1<<"-penen kesilisken)"<<endl;

cout<<"\t|(7,5),(5,4)|    |"<<a9<<"+"<<a6<<="<<aa2[3]<<"
|"<<endl;

aa3[1]=aa2[1]+a1; aa3[2]=aa2[2]+a2; aa3[3]=aa2[3]+a3;

for(i=1;i<=3;i++)

for(j=1;j<=3;j++){

if(aa3[j]<aa3[i]) p=j;}

```

```

cout<<"\n\n  Yen' qi'sqa jol 1- menen kesiliskan\n";

cout<<"\n\t|(7,2),(2,1)|      |"<<aa2[1]<<"+"<<a1<<="<<aa3[1]<<"|";

cout<<"\n  min= |(7,3),(3,1)| =
|"<<aa2[2]<<"+"<<a2<<="<<aa3[2]<<"| = "<<aa3[p]<<" ("<<p+1<<"-penen
kesiliskan)"<<endl;

cout<<"\t|(7,4),(4,1)|
|"<<aa2[3]<<"+"<<a3<<="<<aa3[3]<<"| "<<endl;

cout<<"\n\n \tJuwabi:  min(7,1)="<<aa3[p]<<endl;

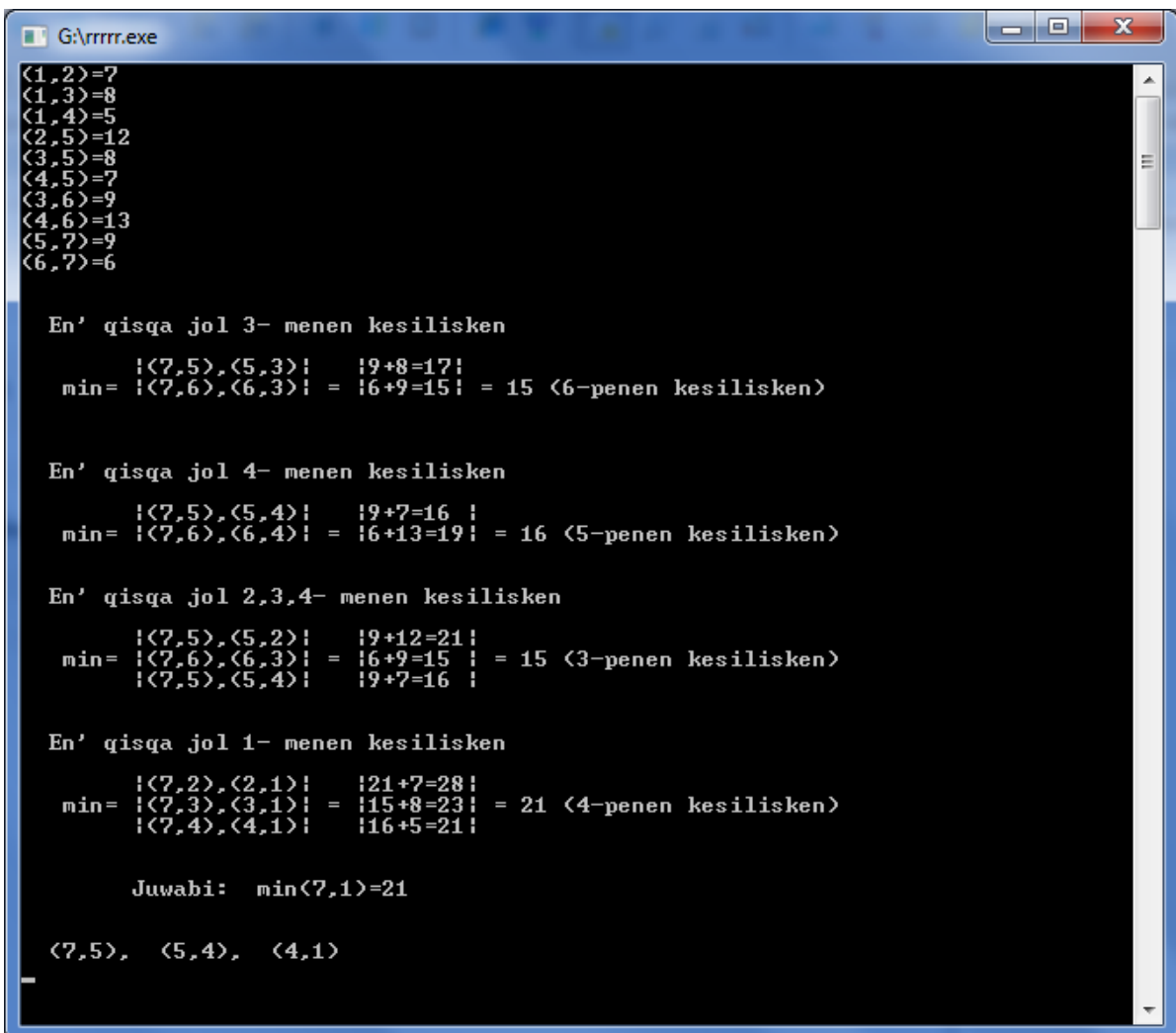
cout<<"\n\n  (7,"<<t<<"),  ("<<t<<","<<p+1<<"),
("<<p+1<<","1)"<<endl;

getch();

}

```

Programma na'tiyjesi:



```

G:\rrrr.exe
<1,2>=7
<1,3>=8
<1,4>=5
<2,5>=12
<3,5>=8
<4,5>=7
<3,6>=9
<4,6>=13
<5,7>=9
<6,7>=6

En' qisqa jol 3- menen kesiliskan
      |<7,5>,<5,3>|   |9+8=17|
min=  |<7,6>,<6,3>| = |6+9=15| = 15 <6-penen kesiliskan>

En' qisqa jol 4- menen kesiliskan
      |<7,5>,<5,4>|   |9+7=16 |
min=  |<7,6>,<6,4>| = |6+13=19| = 16 <5-penen kesiliskan>

En' qisqa jol 2,3,4- menen kesiliskan
      |<7,5>,<5,2>|   |9+12=21|
min=  |<7,6>,<6,3>| = |6+9=15 | = 15 <3-penen kesiliskan>
      |<7,5>,<5,4>|   |9+7=16 |

En' qisqa jol 1- menen kesiliskan
      |<7,2>,<2,1>|   |21+7=28|
min=  |<7,3>,<3,1>| = |15+8=23| = 21 <4-penen kesiliskan>
      |<7,4>,<4,1>|   |16+5=21|

Juwabi:  min<7,1>=21

<7,5>, <5,4>, <4,1>

```