

**O'ZBEKSTAN RESPUBLİKASI BAYLANIS,
İFORMATSIYALASTIRIW HA'M TELEKOMMUNİKATIYA
TEXNOLOGİYALARI MA'MLEKETLIK KOMİTETİ**

**TASHKENT İFORMATSIYALIQ TEXNOLOGİYALAR UNİVERSİTETİ
NO'KIS FİLİALI**

KOMPYUTER İNJINIRINGI FAKULTETİ

“İFORMATSIYA TA'LİM TEXNOLOGİYALARI” KAFEDRASI

«Kasip ta'lim» bag'darının' 4- kurs studenti

UMIRZAKOV ANSATBAY MAXSETBAYEVICHTİN'

PİTKERİW QA'NİGELİK JUMISI

**Teması: «Maple sistemasınan paydalanıp joqarı ta'rtpili
ten'lemeler sistemasın sheshiw usılları»**

Kafedra baslıg'ı:

f.-m.i.k. Sh. Allamuratov

İlmiy basshısı:

t.i.k. B.Aytmuratov

Pitkeriw qa'nigelik jumısı kafedradan da'slepki qorg'awdan o'tti
___ sanlı bayanlaması «_» _____ 2014 jıl

No'kis-2014

**O'ZBEKSTAN RESPUBLİKASI BAYLANIS,
İFORMATSİYALASTIRIW HA'M TELEKOMMUNİKATSİYA
TEKNOLOGİYALARI MA'MLEKETLİK KOMİTETİ**

**TASHKENT İFORMATSİYALIQ TEKNOLOGİYALAR UNİVERSİTETİ
NO'KİS FİLİALI**

KOMPYUTER İNJINIRINGI FAKULTETİ

“İFORMATSİYA TA'LİM TEKNOLOGİYALARI” KAFEDRASI

TASTIYIQLAYMAN
Kafedra baslıg'ı _____
«_____» _____ 2014 j.

Umirzakov Ansatbay Maxsetbayevichtin'

**« Maple sistemasınan paydalanıp joqarı ta'rtpılı ten'lemeler
sistemasın sheshiw usılları » temasındag'ı pitkeriw qa'nigelik
jumısına**

WAZIYPA

Pitkeriw qa'nigelik jumısının' teması TİTU NF-ning «_____» _____ 2014j
buyrıg'ı menen tastıyıqlandı.

Jumıstı tapsırıw mu'ddeti: «_____» _____ 2014-jıl.

Berilgen jumısqa tiyisli mag'lıwmatlar: diplom praktikası materialları, lektsiya
materialları, ilimiy a'debiyatlar ha'm Internet materialları.

Pitkeriw qa'nigelik jumısı quramı:

Kirisiw.

1 bap. Matematik paketler haqqında mag'lıwmatlar.

2 bap. Maple sisteması ja'rdeminde sızıqlı ten'lemeler sistemasın sheshiw.

Juwmaq

Paydalang'an a'debiyatlar

Wazıypa berilgen sa'ne

«_____» _____ 2014-jıl.

İlimiy basshısı _____

Wazıypanı aldı _____

Pitkeriw qa'nigelik jumısı paragraflar boyınsha ma'sla'ha'tshiler.

Baplar	Ma'sla'ha'tshi	Qolı, sa'ne	
		Wazıypanı berdi	Wazıypanı qabılladı
1	Aytmuratov B.		
2	Aytmuratov B.		

Jumısı orınlaw jobası:

№	Bap atı	Orınlaw mu'ddeti	İlimiy basshısı (ma'sla'ha'tshi qolı)
1.	Matematik paketler haqqında mag'lıwmatlar	10.02.2014	
2.	Maple sisteması haqqında mag'lıwmatlar	10.03.2014	
3.	MAPLEde Sızıqlı algebralıq ten'lemeler sistemasın Gauss usılında sheshiw	10.04.2014	
4.	Titul beti , mazmunı, a'debiyatlar dizimi, annotatsiya	10.05.2014	
5.	POWER POINT programmasında doklattın' slaytın jaratıw	10.06.2014	

Pitkeriwshi _____

«____»_____2014 -jıl.

İlimiy basshısı _____

«____»_____2014 -jıl.

MAZMUNNOMA

Ushbu bitiruv malakaviy ishida Maple tizimi, asoiy funktsiyalari, Shiziqli algebraik ten'lamalar sistemasini yeshish usullari ko'rilgan. Ishda Gauss usuli va shiziqli algebraic ten'lamalar sistemasini yeshish usularinin' algorithmmlari asosida Malpeda misollar yeshilga.

АННОТАЦИЯ

В данной выпускной квалификационной работе рассмотрены основные понятия, функций и работа на системе Maple. А также приводится алгоритмы методов решение систем линейных алгебраических уравнений. На основе этих алгоритмов решены примеры на системе Maple.

THE SUMMARY

In the given final qualifying job the basic concepts, functions and job on system Maple are considered. And also the decision of systems of the linear algebraic equations is resulted algorithms of methods. On the basis of these algorithms the examples on system Maple are solved.

Mazmuni

Kirisiw.....	6
I-BAP MATEMATİK PAKETLER HAQQINDA	11
1.1 MAPLE integrallasqan sisteması	11
1.2. Arifmetik an'latpalardı esaplaw	19
1.3 Ten'lemeler sistemasın sheshiw	22
1.4.Vektorlar algebrasında matematik a'meller. Matrisalar	
u'stinde a'meller.....	25
II-BAP MAPLE SİSTEMASI JA'RDEMINDE SIZIQLI TEN'LEMELER	
SİSTEMASIN SHESHIW	33
2.1 Gauss usılında sheshiw.....	33
2.2. Kramer qag'ıydası ja'rdeminde sheshiw	37
2.3. Matritsalar ja'rdeminde sheshiw	38
2.4 Matematik sistemalardıń interaktiv imkaniyatlarınan paydalanıw.....	42
JUWMAQ.....	51
Paydalang'an a'debiyatlar dizimi.....	53

Kirisiw

Zamanago'y informatsiya ha'm kommunikatsiya texnologiyalarının rawajlanıp barıwı, informatsiya uzatıwshı ha'm qabıl etiwshi elektron sistemanın ken' jolg'a qoyılıwı ha'mde sol tarawda tez informatsiyag'a bolg'an talapta ju'da joqarı pa't penen artıp barmaqta. Prezidentimiz İ. A. Karimov Oliy ma'jilis palatalarının' 2010 jıl 12 noyabrde bolıp o'tken qospa ma'jilisinde ja'riyalag'an ma'mleketimizde demokratiyalıq reformalardı ja'nede teren'lestiriw ha'm puxaralıq ja'miyetti rawajlandırıw kontseptisiyasında "G'alaba informatsiya qurallarının' informatsiya alıw boyınsha mu'raja'tlerdı ko'rip shıg'ıw mu'ddetlerin qısqartıw, informatsiya alıw tarawındag'ı nızamshılıq talaplardı buzg'anı ushın yuridik ha'm ma'nsapdar shaxslardıń administrativ juwapkershiligin ku'sheytiw ha'm basqa is-ila'jlardı ta'miyinlewge qaratılǵ'an huqıqıy mexanizmler u'stinde jumıs alıp barıw za'ru'r. Sonın' menen bir qatarda, sıyasıy modernizatsiya protsesslerinde za'ru'r a'himiyet iyelep atırǵ'an zamanago'y kommunikatsiya texnologiyalarınan ma'mleket ha'm ja'miyet sistemasında ken' paydalanıw lazım" dep ayırıqsha atap o'tti. O'zbekstan Respublikası Prezidenti İ.A.Karimov 2011 jıl 17-18 may ku'nleri Hindistan Respublikasına barg'an waqtında o'z ara birge islesiwdin' en' rawajlang'an bag'darlarının' biri retinde informatsiyalıq texnologiyalar tarawın birinshi na'wbette jetekshi orındı Hindistanlıq qa'nigeler du'nyada jetekshi orında turg'an programmalıq o'nimler ha'm telekommunikatsiya u'skenelerin islep shıg'arıw, aralıqtan oqıtıw ha'm basqa tarmaqlardı esapqa aldı. O'zbekstan g'a'ressiz demokratik ma'mleket retinde rawajlanıw jolın tan'lag'an da'slepki jıllardan-aq el aldına joqarı ma'deniyat ha'm ruwxıylıqqa ha'mde ja'ha'n talapları da'rejesindegi bilimlendiriw ha'm ta'rbiyag'a erisiw wazıypaları qoyıldı. Bul boyınsha da'slepki adım O'zbekstan Respublikasının' "Bilimlendiriw haqqında" g'ı ha'mde "Kadrlar tayarlaw milliy bag'darlaması haqqında" g'ı nızamlardıń engiziliwi boldı. Milliy bag'darlama maqseti ha'm wazıypaların basqıshpa-basqısh a'melge asırılmaqta. Yag'nıy paydalanıwshı o'zninin' matematik ma'selesin sheshiw ushın tek g'ana matematikanı biliwi, al kompyuterde islewdi, keminde bir programmalastırıw tilin biliwi ha'm quramalı

esaplaw usılların o'zlestirgen bolıwı kerek edi. Al bu'gingi ku'nde bolsa programmalaştırıwdı bilmeytug'ın yamasa qa'lemeytug'ınlar ushın tayar ilimiy programmalar kompleksleri, elektron qollanbalar ha'm tipik esaplawlardı orınlawg'a arnalg'an programmalıq qurallar bolg'an a'meliy qurallar paketleri (A'QP) bar. Bul paketler paydalanıwshı ushın kerekli bolg'an barlıq jumıstı yaki jumıstın' tiykarg'ı kerekli bo'limin orınlaw imkaniyatın beredi: mashqalanı izertlew (analitik formada da); mag'lıwmatlardın' analizi; sheshim bar ekenligin tekseriw; modellestiriw; optimallastırıw; grafiklerdi du'ziw; na'tiyjelerdi hu'jjetlestiriw ha'm qa'liplestiriw; prezentatsiyalardı jaratıw. Mashina matematikası A'QP ja'rdeminde u'yreniw paydalanıwshıda matematikanın' o'zin u'yreniw illyuziyasın jaratadı. Biraq sonı aytıp o'tiw orınlı bul paketlerde jaratılğ'an ha'r qanday shıraylı menyu paydalanıwshını a'piwayı matematika tu'siniklerinen ha'm usıllarınan onı bosata almaydı. Atap o'tsek, eger paydalanıwshı matritsa ne ekenligin bilmese, ol jag'dayda matritsa algebrası programmalıq paketi og'an hesh qanday ja'rdem bere almaydı, yaki paydalanıwshı anıq bolmag'an integraldı sanlı usıllar ja'rdeminde esaplawg'a uring'anda, ol haqıyqattan biraz u'lken bolg'an juwaptı alıwı yaki juwaptı ulıwma almawıda mu'mkin. Qa'legen ken' imkaniyatlarg'a iye paket universal bag'darlawg'a baylanıslı. Matematik paketlerdi qollanıwda qa'nige onı bilgen halda paydalanıwı mu'mkin: paketti onın' mashqalasına raslawı, programmanı modifikatsiyalaw, jan'alaw, esaplaw waqtın u'nemlew ha'm t.b. Bu'gingi ku'nde kompyuter algebrasın' mu'mkinshilikli paketleri qatarına - Mathematica, Maple, Matlab, MathCAD. Bulardan birinshi ekewi professional matematikler ushın arnalg'an bolıp imkaniyatlarının' bay ekenligi, qollanıwda quramalılıg'ı menen ayrılıp turadı. Matlab matritsalar menen islewge ha'm signallardı avtomat ta'rizde basqarıw ha'mde qayta islewge arnalg'an. MathCAD qollanıwı jag'ınan ju'da' an'sat bolıp, studentlerdin' tipik talapların qanaatlandırıwın ta'miyinleydi. WorkPlace matematik qoljazbalardı LATEX sistemasınan paydalang'an halda tayarlawg'a arnalg'an bolıp, bir waqıtta analitik ha'm sanlı a'mellerdi orınlawı mu'mkin. Matematik ma'selelerdi Mathcad kompyuter a'meliy sistemasında

sheshiw an'sat. Matematikanın' en' a'piwayı, a'piwayı matematikalıq an'latpalardı esaplaw, matritsalar u'stinde a'mellerdi orınlaw, sızıqlı ha'm sızıqlı emes ten'lemelerdi sheshiw, ten'lemeler sistemasın sheshiw, differentsial ten'lemeler ha'm sistemalardı shegaralıq ha'm baslang'ısh sha'rtler menen sheshiw, ta'jiriybe na'tiyjelerin analizlewde interpolyatsiyalaw, regressiya ten'lemelerin qurıw ha'm sızıqlı programmalaştırıw ma'selelerin sheshiw, ha'mde ma'selelerdin' analitik sheshimlerin ko'riw sıyaqlı ma'selelerdi sheshiw protseduraları keltirilgen. Olardı sheshiwde kompyuter programmalıq qurallarınan qanday paydalanıw jolları ha'm qısqasha programmalaştırıw haqqında da mag'lıwmat berilgen.

Temanın' aktuallıg'ı. Pa'n tarawının' ha'r qanday islenbesi, jobası ha'm islep shıg'ıw tarmag'ı quramalı matematik esaplawlarsız a'melge asırılmaydı. Bunday esaplawlardı jen'illestiriw maqsetinde ko'plegen ku'shli ha'm universal integrallasqan sistemalar, yag'nıy a'meliy programmalar paketi jaratıl'g'an. A'meliy programmalar paketi degende belgili bir tarawg'a tiyisli ma'selelerdi sheshiw imkaniyatın beriwshi, bir-biri menen o'z-ara baylanısqan a'meliy programmalar kompleksi tu'siniledi. A'meliy programmalar paketine berilgen usı anıqlama a'meliy ha'm sistemalı programmalaştırıwdan birgelikte paydalanıw arqalı esaplaw mashinaların' a'meliy da'rejesin asırıwg'a qaratıl'g'an programmalıq islenbelerdin' ken' shen'berin o'z ishine aladı.

Ha'zirgi waqıtta ko'plegen matematikalıq paketler jaratıl'g'an ha'm olardan ken' paydalanılmaqta. Olardan en' ko'p tarqalg'anları – bul Maple, Derive, Eurika, Matematika, Maple paketleri bolıp tabıladı. Bul paketler ko'p funktsiyalı paketler bolıp tabıladı.

Bu'gingi ku'nde matematik paketlerdin' oqıw protsessindegi tutqan ornı ha'm ro'li ayırıqsha ha'm o'nimdarlı. Studentlerde matematik paketlerden paydalanıw ko'nlikpeleri ha'm qa'nigelerdi qaliplestiriw informatika pa'ninin' tiykarg'ı komponentlerinin' biri bolıp tabıladı.

Quramalı matematikalıq ma'selelerdi sheshiwdi an'satlastırıw arqalı matematikanı u'yreniwde zerigiwdin' aldın aladı ha'mde onı qızıqlı ha'm ju'da' a'piwayı protsesske keltiredi.

Matematikalıq paketlerden oqıw protsessinde paydalanıw matematik ha'm texnik bilimlendiriwdin' fundamentallıg'ın asırıwdı ta'miynleydi. Studentlerdin' teoriyalıq bilimlerin praktikada qollanıw ta'jiriybelerin asıradı.

Birinshiden, studentlerdin' qaysı qa'nigeliklerdi iyelewi belgili. Olar tan'lag'an qa'nigeliklerde konkret ma'selelerdi sheshiwde kompyuter texnologiyalarınan paydalanıw talap etiledi. Bul bolsa olardı jan'a informatsiya texnologiyaları quralları menen islewdi qa'nshelli o'zlestirgenine baylanıslı boladı.

Oqıw protsessinde a'meliy programmalar quralı menen tikkeley baylanısıw protsessinde studentler kompyuter texnologiyaların professional ma'selelerdi sheshiw quralı ekenligin ko'redi ha'm tu'sinedi.

Ekinshiden, studentlerde jan'a informatsiya texnologiyaları ha'm olardıń programmalıq qurallarına bolg'an qızıg'ıwın bayqawg'a boladı. Bul studentler tek g'ana matematika boyınsha emes, al informatika boyınsha da teren' bilimge iye boladı. Sonlıqtan olarda quramalı programmalıq qurallardan paydalanıwdan aldın psixologiyalıq tiykar bolmaydı. Kerisinshe, joqarı professional da'rejede jaratılğ'an programmalar olardı o'zine tartadı ha'm olar jan'a informatsiyalıq texnologiyalardıń ja'ne bir za'ru'r imkaniyatların ko'redi.

Mashqalanın' u'yreniliw da'rejesi. Matematika oqıtıw metodikası boyınsha J. Ikromov, N. Gaybullayev, T.R.Tulaganov, A. Musurmonov, N.Eshpulatov, A.Normatov, B.S.Abdullayeva, M.K.Ashirova sıyaqlılar ilimiy-izertlew jumısların alıp barg'an. Olardıń izertlewlerinde tiykarınan ulıwma bilimlendiriw mektepleri ha'm akademiyalıq litseylerde matematika oqıtıw o'nimdarlıg'ın asırıw ma'seleleri jarıtılğ'an. M.Divanova izertlewlerinde texnika joqarı oqıw orınlarında matematika oqıtıw o'nimdarlıg'ın asırıw ma'seleleri u'yrenilgen. Informatsiya texnologiyalarınan paydalanıwdın' teoriyalıq ha'm metodikalıq tiykarları A.A.Abdukodirov, M.Aripov, N.N.Taylakov, U.Yuldashev, R.R.Bokiyev, U.Sh.Begimkulov, F.M.Zakirova, M.M.Mamarajabov sıyaqlı alımlardıń jumıslarında sa'wlengen. Bul izertlewlerde oqıtıwshının' ka'siplik sheberligin asırıw ha'm pedagogikalıq iskerlikti quramalı iyelew mashqalaları analizlengen.

İzertlew maqseti. Bilimlendiriw orınlarında matematikanı oqıtıwdın' sapa o'nimdarlıg'ın asırıw maqsetinde MAPLE sisteması ja'rdeminde CHATSlardı esheshiw usılları.

İzertlew wazıypaları:

- Matematikanı oqıtıw protsessinde informatsiya texnologiyalarınan paydalanıwda matematik paketler ornı.
- Matematik ma'selelerdi sheshiwde matematik paketler (MathCAD, MAPLE) menen tanısıw;
- CHATSlardı MAPLEdan paydalanıp sheshiw usılları.

Jumıstın' du'ziliwi ha'm ko'lemi. Pitkeriw qa'nigelik jumısı kirisiw, eki bap, juwmaq, paydalanılǵ'an a'debiyatlar dizimi ha'm qosımshalardan ibarat. Kirisiw bo'liminde jumıstın' ulıwma klassifikatsiyası berilgen, izertlew temasının' aktuallıg'ı tiykarlang'an, maqset, obyekt, predmet, ma'seleler anıqlang'an, izertlewdin' ko'z aldına keltiriliwi, jumıstın' basqıshları bayan etilgen. Birinshi bap matematik programmaları haqqında mag'lıwmat dep atalg'an. Onda zamanago'y kompyuter matematikası matematik esaplawlardı avtomatlastırıw ushın MathCAD, MATlab, Maple ha'm basqa programmalıq sistemalar ha'm olardı engiziwde ushıraytug'ın mashqala halatının' analizi berilgen. Ekinshi bap matematik programmalastırıwdan paydalanıp CHATSlardı sheshiw usılları berilgen.

1. MATEMATİK PAKETLER HAQQINDA

Maple – integrallasqan sistemasi

Matematik esaplawlardı avtomatlastırıw sistemaları arasında «**Maple**» paketi za'ru'r oring'a iye. «**Maple**» ken' tarqalg'an ha'm ko'p qollanilatug'ın ku'shli ha'm paydalı integrallasqan sistema bolıp tabıladı. Sonın' menen birge ol barlıq paydalanıwshılar ushın zamanago'y ha'm universal matematik paket bolıp tabıladı. Ol ha'm sanlı ha'm analitik (simvollar) esaplawlardı a'melge asıradı. «**Maple**» ken' ha'm u'lken imkaniyatlı grafikalıq quralg'a iye.

«**Maple**» ortalıg'ınan paydalanıw ushın belgili bir texnikalıq ha'm programmalıq ta'miynatqa iye bolıwı kerek.

Texnikalıq ta'miynatı.

«**Maple**» ortalıg'ı durıs qollanıwı ushın kompyuter to'mendegi minimal texnikalıq ta'miynatqa iye bolıwı kerek.

- **Prossessor** – Pentium I ha'm onnan joqarı.
- **Operativ yad** – 16 Mbayttan kem emes.
- **Qattı diskte** 80 Mb qa jaqın orın ajratılğ'an bo'lıwı kerek.
- Windowsta islewshi videomonitor ha'm videokarta.
- Windows ortalıg'ında islewshi sistema.
- Windows ortalıg'ında islewshi qa'legen printer.

Programmalıq ta'miynatı.

- MS-DOS yaki PC-DOS operasion sistemaların' keminde 3.3 versiyaları ha'm onnan keyingileri.
- Microsoft Windows ortalıg'ının' keminde 3.1 versiyası ha'm onnan keyingileri, Windows NT 3.5 yaki onnan keyingilari yaki Windows 95.

Maple paketinin' tiykarg'ı maqseti ha'm onın' imkaniyatları

Maple ortalıg'ı 1980 jılda Waterloo Inc. (Kanada) firması ta'repinen jaratılğ'an. Bu'gingi ku'nde onın' to'mendegi versiyaları bar: Maple 5, Maple 6, Maple 7 ha'm t.b.

Maple da belgili bir an'latpalar menen islew ushın tiykarg'ısın sxema yadrosı quraydı. Ol belgili an'latpanın' ju'zlegen bazalıq funktsiya ha'm algoritmlerden ibarat. Sonın' menen birge operator, buyırıq ha'm funktsiyalardıń tiykarg'ı kitapxanasınan ibarat.

Ulıwma jag'dayda Maple 5 te 2500, Maple 6 da 2700, Maple 7 de 3000 g'a jaqın funktsiyalar bar. Bul sonnan ibarat, ko'plegen ma'selelerdi sistema menen tikkeley baylanısıw ta'rizinde sheshiw mu'mkin boladı.

Maple programmalastırıwsız u'lken ko'lemdegi ma'selelerdi sheshiw imkaniyatına iye. Tek ma'selelerdi sheshiw algoritmin jazıw ha'm onı bir neshe bo'leklerge bo'liw kerek. Bunnan tisqari sheshiw algoritmleri funktsiya ha'm sistema buyırıqları ko'rinisinde sheshilgen mın'lag'an ma'seleler bar. Maple u'sh tu'rli jeke tilge iye: kiriw, sheshiw ha'm programmalastırıw. Maple matematik ha'm injener-texnik esaplawlardı o'tkeriwge arnalg'an programmalastırıwdın' integrallasqan sisteması bolıp tabıladı. Ol formula, san ha'm grafika menen islew ushın ken' imkaniyatlı sistema.

Paket paydalanıw ushın biraz qolaylı. Onın' interfeysi sonshelli qolaylı islengen, onnan paydalanıwshı programma beti menen tap qag'az beti sıyaqlı isleydi. Og'an sanlar, formulalar, matematikalıq an'latpalar ha'm t.b. jazadı.

Maple sisteması tekst redaktori, ku'shli esaplag'ish ha'm grafik protsessorg'a iye.

Tekst redaktori tekstlerdi kiritiw ha'm redaktorlaw ushın qollanıladı. Tekstler ta'riyplerden ibarat bolıp, og'an kiritilgen matematik an'latpalar orınlanbaydı. Tekst so'zler, matematik an'latpa ha'm formulalar, arnawlı belgiler ha'm t.b.lardan ibarat bolıwı mu'mkin. Mapledin' tiykarg'ı qa'siyeti matematikada ulıwma qabıl etilgen belgilerdin' qollanılwı bolıp tabıladı.

Esaplaw protsessorı ken' imkaniyatqa iye. Ol quramalı matematik formulalar boyınsha esaplawlardı orınlaydı. Ko'plegen matematikalıq funktsiyalarg'a iye bolıwı menen birge, qatarlar, qosındı, summa, tuwındı ha'm anıq integrallardı esaplaw, kompleks sanlar menen islew, ha'mde sızıqlı ha'm sızıqlı emes ten'lemelerdi sheshiw, vector ha'm matritsalar u'stinde a'meller orınlaw imkaniyatın jaratadı.

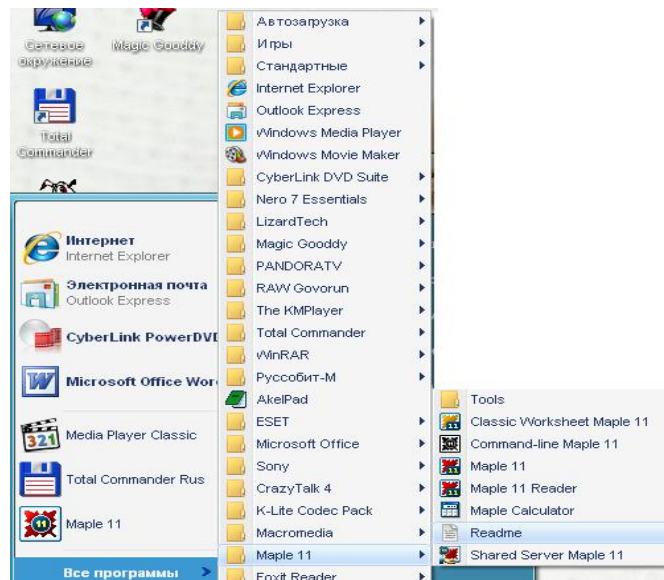
grafik protsessor grafikler jaratıw ha'm onı ekranǵa shıǵ'arıw ushın qollanıladı. Grafik protsessor paydalanıwshını grafikalıq qurallardıń en' qolaylı ha'm a'piwayı imkaniyatları menen ta'miyinleydi. Payadalanıwshı a'piwayı funktsiyanıń grafigin sistema menen islewdi baslawdan aq sızıwı mu'mkin. Traditsion ko'rinistegi grafik penen birgelikte ta'rep grafikleri, ken'islik grafikleri, vektorlı maydan grafikleri ha'm t.b.lardı islew mu'mkin. Grafikm tipik matematik ma'selelerdi sheshiw ushın arnalg'an. Sonın' menen birge grafikti tez-tez o'zgeritiw, olarg'a tekstli jazıwlardı qosıw ha'm onıń hu'jjetin qa'legen ornına ko'shiriw imkaniyatı bar. Bir jumısshı tarawǵ'a tekstti, grafikanı ha'm matematikalıq esaplawlardı jaylastırıw arqalı **Maple** en' quramalı esaplawlardı tu'siniwin jen'illestiredi.

Sistemanı iske tu'siriw

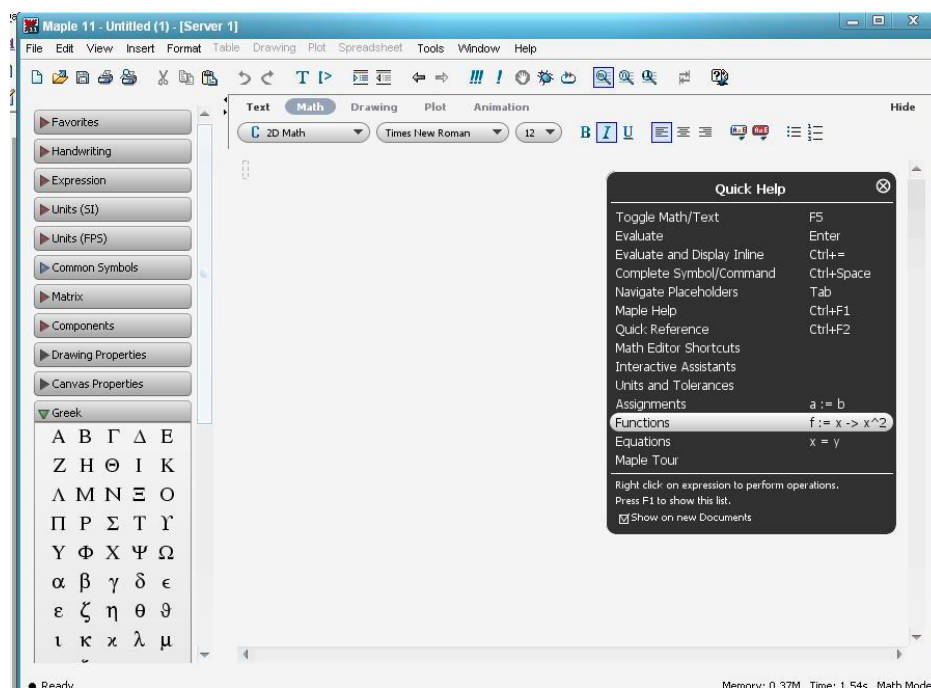
Programmanı iske tu'siriw ushın tıshqansha strelkasın **Пуск** tu'ymesini u'stine jaylastıramız. Payda bolǵ'an ma'seleler panelinen **Программы** bo'limi ha'm onnan keyin bolsa **Maple** yarlıyǵı tan'lanadı:

Пуск → Программы → Maple → ☞ Maple .

Bunnan tısqari jumıs stolında jaylasqan **Maple** yarlıyǵı arqalı da onı iske tu'siriw mu'mkin.



Ekkranda sistema aynasi payda boladi:



Windows tın' barlıq programmaları sıyaqlı to'mendegi elementlerden ibarat:

- *Atı jazılg'an qatar*
- *bas menyu qatarı*
- *instrumentlerdin' bas paneli*
- *qurallardin' sa'ykes paneli, onun' ko'rinisi Maple 7 menen islew rejimine baylanıslı*
- *hu'jjetlerdi kiritiw ha'm redaktorlaw aynası: ahawal qatarı.*

Maple ortalıg'ı menyusi

Maple 11 ortalıg'ının' bas menyusi basqarıwdın' tolıq imkaniyatın jaratadı. Ol atı jazılğ'an qatardan keyin gorizontal halatta jaylasqan. Menyu sistemanın' paydalanıwshı interfeysi menen tiykarg'ı a'mellerdi orınlaw imkaniyatın beredi.

Programma iske tu'sirilgennen son' to'mendegi menyu payda boladı:

File – fayllar menen islew ha'm hu'jjetti baspadan shıg'arıw

Edit – hu'jjetti redaktorlaw buyırıqları ha'm almasıtırlar buferi menen islew.

View – paydalanıwshı interfeysi ko'rinisin basqarıw

Insert – ornatiw a'melleri

Format – formatlaw operasiyalari.

Spreadsheet – kestelerdi beriw a'melleri.

Options – parametrlerdı beriw.

Help – mag'lıwmatlar ortalıg'ı menen islew

Window – aynalardı basqarıw.

Matematik belgilerdi kiritiw palitrasi

Matematik belgilerdi kiritiw ushin **Palettes** palitrasi diziminen paydalanıladı. Bul dizim **View** menyusında jaylasqan. Dizimde to'mendegiler bar.

SYMBOL- bo'lek belgilerdi kiritiw (grek ha'ripleri ha'm ayırım matematik belgiler)

FESSION- matematik operatorlar ha'm a'meller shablonın kiritiw;

MATRIX – tu'rli o'lshe'degi matritsalar shablonın kiritiw;

VEKTOR – tu'rli o'lshe'degi vektorlar shablonın kiritiw;

Menyu to'meninde jaylasqan ha'r bir tu'yme belgiler palitrasın ashıw ushin qollanıladı. Bul palitralar operatorlar, grek ha'ripleri, grafikler ha'm basqalardı ornatiw ushin qollanıladı.

Maple ortalıg'ının' qurallar ha'm shriftlar paneli

Tu'ymeler kompleksi to'meninde – qurallar paneli jaylasqan. Menyudin' ko'plegen buyırıqların tezirek iske tu'siriw ushın qurallar panelinin' tu'ymelerin basıw kerek boladı. Ha'r bir tu'ymeni basıw arqalı ne a'melge asırılıwın biliw ushın, onın' belgisi u'stine tıshqansha strelkası ornatılsa mag'lıwmat qatarı payda boladı.

Qurallar panelinin' to'meninde shriftlar paneli jaylasqan. Ol tan'law shablonı ha'm tu'ymelerden ibarat bolıp, ten'lemelerde ha'm tekstte shriftlar xarakteristikasını beriw ushın qollanıladı.

Aynanın' on' ta'repinde vertical aylandırıw u'skenesi jaylasqan bolıp, ol sol halatta ekranda ko'rinbey turg'an mag'lıwmatlardı ko'riw imkaniyatın beredi. Ekrannın' ko'rinip turg'an tarawınan joqarı ha'm to'mengi bo'limlerinde neler bar ekenligin ko'riw ushın vertical aylandırıw u'skenesinin' og'an sa'ykes bag'ıtlang'an belgisine tıshqanshanı basıw jetkilikli.

Aynanın' to'mengi bo'liminde gorizont al aylandırıw u'skenesi jaylasqan bolıp, ol sol halatta ekrannın' jumışı tarawınan' shep yaki on' ta'repinde ko'rinbey turg'an mag'lıwmatlardı ko'riw imkaniyatın beredi. Ol vertikal aylandırıw u'skenesi sıyaqlı qollanıladı ha'm onnan parqı gorizont al aylandırıw u'skenesi shepten on'g'a yaki on'nan shepke ju'rgiziledi.

Dilog ta'rtibinde Maple menen islew tiykari

Sistema ju'klengen ha'm iske tu'sirilgennen son' matematik an'latpalardı jaratıw ha'm esaplaw ushın **Maple** ortalıg'ı menen dialogtı orınlaw mu'mkin. Dialog “soraw berin', juwap alın'” ko'rinishinde alıp barıladı. Soraw ha'm juwaplar shep ta'repleri kvadrat qawsırmalar menen shegaralang'an bo'lek bloklardan ibarat boladı. Kvadrat qawsırmalardıń uzınlıg'ı an'latpanın' u'lken-kishiligine baylanıslı.

> - dialog belgisi. O'ship janıwshı vertikal sıızıq – kiritiw kursorı delinedi.

An'latpa son'ına qoyılatug'ın (;) esaplaw na'tiyjesin ekrang'a shıg'arıw kerekligin esletedi. (:) – qos noqat shıg'arıwdı biykar etedi, yag'nıy bir neshe an'latpalardı bir qatarg'a jazıw yaki olardı bir-birinen ajıratıw ushın qollanıladı.

Maple ortalıg'ında grek ha'riplerin de poligrafik usılda jazıw mu'mkin. Bunın' ushın buyırıqlar qatarında grek ha'ribinin' atı jazıladı. **Ma'selen**, eger **alpha** dep terilse α payda boladı.

Grek ha'riplerinin' kestesi ha'm atları:

α - alpha , β - beta, γ - gamma, δ - delta, ε - epsilon, ζ - zeta, η - eta, θ - theta, ι - ita, κ - kappa, λ - lambda, μ - mu, χ -xi, π – pi, ρ - rho, ξ - sigma ha'm t.b.

Eger grek ha'riplerinin' atları bas ha'riplerde terilse bas grek ha'ripleri payda boladı, ma'selen, Ω nı payda etiw ushın **Omega** dep teriw kerek.

A'piwayı an'latpalar

Maple ortalıg'ında a'piwayı an'latpalar sanlar, arifmetikalıq ha'm logikalıq a'mel belgilerinen ibarat boladı. Maple ortalıg'ında da an'latpalar tap (Paskal, Basic) programmalastırıw tilleri sıyaqlı joqarı ha'm to'men indekslersiz bir qatarg'a jazıladı. **Ma'selen:** $(56.6 + 6.3 * 3.2) / (2.3^3 + 2^4)$.

Ha'r qanday sanlı an'latpanın' ma'nisin shıg'arıw ushın, klaviatura arqalı standart matematikalıq jazıwdan paydalanıp kerekli an'latpa teriledi ha'm son'ına (;) belgisi qoyılıp **enter** tu'ymesı basıladı. A'piwayı an'latpalardıń ma'nislerin esaplaw ushın to'mendegi sanlar ha'm a'mel belgilerinen paydalanıladı:

- 1) tsifrlar - **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9** .
- 2) arifmetik a'meller - **+, -, *, /, ^ yaki **, !**.
- 3) qatnas a'melleri - **>, <, >=, <=, =, <>**.
- 4) logikalıq a'meller – **and, or, not**.
- 5) Arnawlı belgiler – **(,), [,], {, }, @, #, \$, &, %**
- 6) **Pi** – π sanı, **infinity** – sheksiz; **Gamma** – Eyler turaqlısı; **true, false** – logikalıq turaqlılar,

Maple ortalıg'ında sanlar haqıyqıy (real) ha'm kompleks (complex) boladı. Kompleks sanlardın' algebralıq ko'rinisi $z=x+iy$, buyırıqlar qatarında to'mendegishe jazıladı:

> **$z:=x+I*y$** ;

Sanlar pu'tin ha'm ratsional sanlarga bo'linedi. Pu'tin sanlar (integer) onıq jazıwda tsifrlar menen an'latıladı. Ratsional sanlar 3 qıylı ko'riniste beriliwi mu'mkin. 1) bo'liw a'melinen paydalang'an halda ratsional bo'lshek ko'rinisinde, **ma'selen: 29/70**; 2) qozg'alıwshı u'tirli (float), ko'rinisinde, **ma'selen: 2.3**; 3) da'reje ko'rinisinde, **ma'selen: $1.602*10^{(-19)}$** yaki **1.602E-19** ko'rinisindegi jazıw $1,602 \times 10^{-19}$ dı bildiredi.

Ratsional sanlardı anıq ko'riniste emes, al temalıq ma'nisti payda etiw ushın pu'tin sanlardı haqıyqıy sanlar ko'rinisinde jazıw kerek boladı. **Ma'selen: 1)** To'mendegini orınlan': **75/4**;

$$\frac{75}{4}$$

Endi sol an'latpada 4 sanın haqıyqıy san, yag'nıy 4.0 ko'rinisinde jazamız. Na'tiyjeni baqlan'.

> **75/4.;**

$$18.75000000$$

2) $345 - \frac{34}{678}$ di esaplan'.

> **345-34/678;**

$$\frac{116938}{339}$$

Bul jerda endi 34 sonın haqıyqıy san , yag'nıy 34.0 ko'rinisinde jazamız. > **345-34./678;**

$$344.9498525$$

Prosent (%) belgisi aldın'g'ı buyırıqtı shaqırıw wazıypasın orınlaydı. Bul belgi jazıwdı qısqartıw ushın ha'm aldın'g'ı buyırıqtı tezirek almastırıw maqsetinde qollanıladı. **Ma'selen:**

> **$a+b$** ;

$$a+b$$

> %c;

$$a+b+c.$$

1.2. Arifmetik an'latpalardı esaplaw

Maple ortalıg'ında arifmetik an'latpalardı jazıw ha'm olardıń ma'nislerin esaplaw da mu'mkin. Arifmetik an'latpalardı belgilew ha'm olardıń ma'nisin beriw ushın o'zgeriwshilerden paydalanıladı. Maple ortalıg'ında o'zgeriwshiler tu'ri pu'tin (integer), ratsional (rational), haqıyqıy (real), kompleks (complex) yaki qatarlı (string) bolıwı mu'mkin.

O'zgeriwshilerge at beriledi. O'zgeriwshiler atı ha'ripler, belgiler ha'm tsifrlar izbe-izliginen ibarat bolıp, ba'rqulla ha'riplerden baslanıwı lazım. At 524275 belgiden asıp ketpewi kerek. **Ma'selen:** AB, ten'leme, Y11, Var_1, Xmin, Ymax ha'm basqalar.

> **A:=123; B:= 'Sa'lem'**

A:=123; B:= Sa'lem

O'zgeriwshi atı retinde xızmetshi so'zlerden paydalanıp bolmaydı.

O'zgeriwshilerge ma'nis beriw ushın :=belgisi qollanıladı.

Ma'selen:

n:=3; x:=234.568; y:=17/19; d:= 'Sa'lem'; W:=2*Pi/3;

V:= [1,2,3]; M:= [[1,2,3].[4,5,6]]

Ma'selen:

a) An'latpanı jazın' :

> **y:= a^2+b*x+d*c;**

$$y := a^2 + b x + d c$$

b) a=2; b=4; c=5; x=6; d=7 ma'nislerde an'latpanı esaplan'

> **a:=2;b:=4;c:=5;x:=6;d:=8;y:= a^2+b*x+d*c;**

$$y := 68$$

Esaplaw protsessinde paydalanılǵ'an o'zgeriwshiler ma'nislerin biykarlaw ushın **restart;** buyrıǵ'ı qollanıladı.

Maple ortalığı'nda to'mendegi standart funksiyalardan paydalanıladı

Matematik jazıw	Mapleda jazıw	Matematik jazıw	Mapleda jazıw
e^x	exp(x)	cosecx	csc(x)
lnx	ln(x)	arcsinx	arcsin(x)
lgx	log10(x)	arccosx	arccos(x)
$\log_a b$	log[a](x)	arctgx	arctan(x)
$\sqrt{x}$	sqrt(x)	arcctgx	arccot(x)
$ x $	abs(x)	shx	sinh(x)
sinx	sin(x)	chx	cosh(x)
cosx	cos(x)	thx	tanh(x)
tgx	tan(x)	cthx	coth(x)
ctgx	cot(x)	secx	sec(x)

1-mısal. Esaplan': $\frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{3}}$. To'mendegin terin':

> (sqrt(6+2*sqrt(5))-sqrt(6-2*sqrt(5)))/sqrt(3);

ha'm **Enter** tu'ymesin basamız. Na'tiyje payda boladı:

$$\frac{2}{3}\sqrt{3}$$

2-mısal. Formulanı terin' : $\omega = \frac{\theta}{t}$ ea $|f(x) - \delta|$.

> **omega=theta/t; abs(f(x)-delta)<epsilon;** Enter di basamız.

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$|-f(-3) + \delta| < \varepsilon$$

3-mısal . To'mendegi an'latpanın' ma'nisin x=4 ha'm y=9 da esaplan':

$$d := \sqrt{\sqrt{x+y} + 2x^3}$$

> **x:=4:y:=9:d:= sqrt(sqrt(x+y)+2*x^3);**

$$d := \sqrt{\sqrt{13} + 128}$$

Shıg'arıw qatarında aldındıǵı ma'nisti payda etiw ushın % ha'm sanlı ma'nisti payda etiw ushın **evalf(%)**; yaki **evalf(ifoda)**; buyırıqları qollanıladı.

> **evalf(%)**;

11.47194627

4-mısol. s=2, d=1.4 te to'mendegi an'latpanın' ma'nisin esaplan':

$$\frac{\sqrt{c-d}}{c^2 \cdot \sqrt{2 \cdot c}} \cdot \left(\sqrt{\frac{c-d}{c+d}} + \sqrt{\frac{c^2 + c \cdot d}{c^2 - c \cdot d}} \right)$$

Sheshiw:

> **c:=2:d:=1.4:sqrt(c-d)/(c^2*sqrt(2*c))*(sqrt((c-d)/(c+d))+sqrt((c^2+c*d)/(c^2-c*d)));**
 .2711630723

A'piwayı ten'lemelerdi sheshiw.

Maple ortalıǵında ten'lemelerdi sheshiw ushın universal burıq **solv(t,x)** bar, bul jerde **t** – ten'leme, **x** – ten'lemedegi belgisiz o'zgeriwshi. Bul buyırıqtın' orınlanıwı na'tiyjesinde shıg'arıw qatarında an'latpa payda boladı, bul mine usı ten'lemenin' sheshimi esaplanadı. **Ma'selen:**

> **solve(a*x+b=c,x);**

$$-\frac{b-c}{a}$$

Eger ten'lemibir neshe sheshimge iye bolsa ha'm onnan keying esaplawlarda paydalanıw kerek bolsa, ol jag'dayda **solve** buyırığına qandayda bir at **name** beriledi. Ten'lemenin' qaysı sheshimine mu'ra'ja't etiw kerek bolsa, onın' atı kvadrat qawsırma, ishine bolsa sheshim nomeri jazıladı:

name[k]. Ma'selen:

> **x:=solve(x^2-a=0,x);**

$$x := \sqrt{a}, -\sqrt{a}$$

> **x[1];**

$$\sqrt{a}$$

> **x[2];**

$$-\sqrt{a}$$

1.3 Ten'lemeler sistemasın sheshiw.

Ten'lemeler sistemasıda tap sonday **solve({t1,t2,...},{x1,x2,...})** buyrıǵı ja'rdemi menen sheshiledi, tek endi buyrıq parametric retinde birinshi figuralı qawsırmada bir-biri menen u'tir menen ajratılǵ'an ten'lemeler, ekinshi figuralı qawsırmada bolsa belgisiz o'zgeriwshiler izbe-izligi jazıladı.

Eger bizge keying esaplawlarda ten'lemeler sistemasının'sheshiminen paydalanıw yaki olar u'stinde bazı arifmetikalıq a'mellerdi orınlaw za'ru'r bolsa, ol jag'dayda **solve** buyrıǵına qandayda bir **name** atın beriw kerek boladı. Keyin bolsa ta'miyinlew buyrıǵı **assign(name)** orınlanadı. Sonnan keyin sheshimler u'stinde arifmetikalıq a'mellerdi orınlaw mu'mkin. **Ma'selen:**

> **s:=solve({a*x-y=1,5*x+a*y=1},{x,y});**

$$s := \{y = \frac{a-5}{a^2+5}, x = \frac{1+a}{a^2+5}\}$$

> **assign(s); simplify(x-y);**

$$6 \frac{1}{a^2+5}$$

Ten'lemelerdin' sanlı sheshimin tabıw. Eger transsentdent ten'lemeler analitik sheshimge iye bolmasa, ol jag'dayda ten'lemenin' sanlı sheshimin tabıw ushın arnawlı buyrıq **fsolve(eq,x)** tan paydalanıladı, bul jerde de parametrler **solve** buyrıǵı sıyaqlı ko'riniste boladı. **Ma'selen:**

> **x:=fsolve(cos(x)=x,x);**

$$x:=-.7390851332$$

Rekurrent ha'm funksiional ten'lemelerdi sheshiw. **rsolve(t,f)** buyrıǵı ja'rdeminde **f** pu'tin funksiya ushın **t** rekurrent ten'lemenin sheshiw mu'mkin. **f(n)** funksiya ushın bazı bir baslang'ısh sha'rtlerdi beriw mu'mkin, ol halda berilgen rekurrent ten'lemenin' jeke sheshimi payda boladı. **Ma'selen:**

> **t:=2*f(n)=3*f(n-1)-f(n-2);**

$$eq := 2 f(n) = 3 f(n-1) - f(n-2)$$

> **rsolve({eq,f(1)=0,f(2)=1},f);**

$$2 - 4 \left(\frac{1}{2} \right)^n$$

Universal buyırq **solve** funksional ten'lemelerdi sheshiw imkaniyatın beredi, mısalı:

> **F:=solve(f(x)^2-3*f(x)+2*x,f);**

F:= proc(x) RootOf(_Z^2 - 3*_Z + 2*x) end

Na'tiyjede ja'riya bolmag'an ko'rinistegi sheshim payda boladı. Lekin *Maple* ortalıg'ında bunday sheshimler u'stinde islew imkaniyatı da bar. Funksional ten'lemelerdin' ja'riya bolmag'an sheshimlerin **convert** buyırıg'ı ja'rdeminde qandayda bir elementler funksiyaasına tu'rlendirip alıw mu'mkin. Joqarıda keltirilgen mısaldı dawam ettirgen halda, a'shkara ko'rinisindegi sheshimdi alıw mu'mkin:

> **f:=convert(F(x),radical);**

$$f := \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{9 - 8x}$$

Trigonometriyalıq ten'lemelerdi sheshiw. Trigonometriyalıq ten'lemenı sheshiw ushın qollanılğ'an **solve** buyırıg'ı tek bas sheshimlerin, yag'nıy $[0,2]$ intervaldag'ı sheshimlerdi beredi. Barlıq sheshimlerdi alıw ushın aldınnan **EnvAllSolutions:=true** qosımsha buyırıqların kiritiw kerek boladı. **Ma'selen:**

> **_EnvAllSolutions:=true:**

> **solve(sin(x)=cos(x),x);**

$$\frac{1}{4} \pi + \pi _Z1 \sim$$

Maple ortalıg'ında $_Z \sim$ belgi pu'tin tu'rdegi turaqlını an'latadı, sonlıqtan usı ten'leme sheshiminin' a'dettegi ko'rinisi $x := \pi/4 + \pi n$ boladı, bul jerde n – pu'tin san.

Transsendent ten'lemelerin sheshiw. Transsendent ten'lemelerin sheshiwde sheshimi a'shkara ko'riniste alıw ushın **solve** buyırıg'ınan aldın qosımsha **_EnvExplicit:=true** buyırıg'ın kiritiw kerek boladı.

Quramalı transsendent ten'lemeler sistemasın sheshiw ha'm onı a'piwayılastırıwg'a mısıl qaraymız:

> **t:={ 7*3^x-3*2^(z+y-x+2)=15, 2*3^(x+1)+3*2^(z+y-x)=66, ln(x+y+z) -3*ln(x)-ln(y*z)=-ln(4) }:**

> **_EnvExplicit:=true: s:=solve(t,{x,y,z}):**

> **simplify(s[1]);simplify(s[2]);**

$$\{x = 2, y = 3, z = 1\}, \{x = 2, y = 1, z = 3\}$$

Joqarıda keltirilgen pikirler tiykarında to'mendegi mısallardı qaraymız.

1. Ten'lemeler sistemasının' $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x^2 - xy = 2 \end{cases}$ barlıq sheshimlerin tabın'

Buyırıqlar qatarında terin':

> **t:={x^2-y^2=1,x^2+x*y=2};**

> **_EnvExplicit:=true:**

> **s:=solve(eq,{x,y}):**

$$s := \{x = \frac{2}{3}\sqrt{3}, y = \frac{1}{3}\sqrt{3}\}, \{x = -\frac{2}{3}\sqrt{3}, y = -\frac{1}{3}\sqrt{3}\}$$

2. Endi tabılǵ'an sheshimler kompleksinin' jıyındısın tabın'.

Buyırıqlar qatarında terin':

> **x1:=subs(s[1],x): y1:=subs(s[1],y): x2:=subs(s[2],x): y2:=subs(s[2],y):**

> **x1+x2; y1+y2;**

3. $x^2 = \cos(x)$ ten'lemenin' sanlı sheshimin tabın'.

Buyırıqlar qatarında terin':

> **x=fsolve(x^2=cos(x),x);**

$$x = .8241323123$$

4. $f(x)^2 - 2f(x) = x$ ten'lemenin' qanaatlandırırwshı $f(x)$ funksiyanı tabın'.

Terin':

> **F:=solve(f(x)^2-2*f(x)=x,f);**

F:= proc(x) RootOf(_Z^2- 2*_Z- x) end

> **f:=convert(F(x), radical);**

$$f := 1 + \sqrt{1+x}$$

5. $5\sin x + 12\cos x = 13$ ten'lemenin' barlıq sheshimlerin tabın'.

Buyırıqlar qatarında terin':

> **_EnvAllSolutions:=true:**

> **solve(5*sin(x)+12*cos(x)=13,x);**

$$\arctan\left(\frac{5}{12}\right)$$

1.4. Vektorlar algebrasında matematik a'meller Matritsa u'stinde a'meller

Sızıqlı algebra ma'selelerin sheshiw buyırıqlarının' tiykarg'ı bo'limi **linalg** kitapxanasında jaylasqan. Sonlıqtan da matrisa ha'm vektorlarga' baylanıslı ma'selelerdi sheshiwden aldın **with(linalg)** buyrıg'ı menen sol kitapxananı ju'klew kerek boladı.

Vektorlardın' beriliw usılları

Maple ortalıg'ında vektorlardı anıqlaw ushın **vector([x1,x2,...,xn])** buyrıg'ı qollanıladı, bul jerde kvadrat qawsırmalarda u'tir menen ajratırılıl'g'an vektor koordinataları ko'rsetiledi.

Ma'selen:

> **x:=vector([1,0,0]);**

$x := [1, 0, 0]$

Eger **x[i]** buyrıg'ı kiritilse anıqlang'an x vektordın' koordinatasın shıg'arıw qatarında payda etiw mu'mkin, bul jerde **i** – koordinarta nomeri. **Ma'selen**, alding'ı misalda berilgen vektordın' birinshi koordinatasın to'mendegishe shıg'arıw mu'mkin:

> **x[1];**

1

Vektordı dizim ko'rinishinde yaki kerisinshe dizim vektor ko'rinishinde su'wretlew ushın **convert(vector, list)** yaki **convert(list, vector)** buyırıqları qollanıladı.

Vektorlarnı qo'shish

Eki **a** ha'm **b** vektorların qosıw to'mendegi buyırıqlar arqalı a'melge asırıladı:

1) **evalm(a+b);** 2) **matadd(a,b).**

Eger **matadd(a,b,alpha,beta)** ko'rinishindegi format qollanılsa **add** buyrıg'ı **a** ha'm **b** vektorların' sızıqlı kombinatsiyasın esaplaydı: $\alpha a + \beta b$, bul jerde α, β - skalyar ma'nisler.

Vektorlardın' skalyar, vektor ko'beymesi ha'm vektorlar arasındag'ı mu'yesh

Eger **matadd(a,b,alpha,beta)** ko'rinisidagi format isletilse **add** buyrig'ı **a** ha'm **b** vektorlarining sızıqlı kombinasiyasın esaplaydı: $\alpha a + \beta b$, bul jerde α, β - skalyar shamalar.

Vektorlardın' skalyar, vektor ko'beymesi ha'm vektorlar arasındag'ı mu'yesh

Eki vektordın' skalyar ko'beymesi $(a,b) = \sum_{i=1}^n a_i b_i$ di esaplaw ushın

dotprod(a,b) buyrig'ı isletiledi.

Eki vektordın' vektor ko'beymesi $[a,b]$ in esaplaw ushın **crossprod(a,b)** buyrig'ı isletiledi.

a ha'm **b** eki vektor arasındag'ı mu'yesh **angle(a,b)** buyrig'ı menen anıqlanadı.

Vektor norması

$a = (x_1, \dots, x_n)$ vektordın' norması (uzınlıg'ı) $\|a\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$ di

norm(a,2) buyrig'ı ja'rdeminde esaplaw mu'mkin.

a vektordı **normalize(a)** buyrig'ı ja'rdeminde de normallastırıw mu'mkin, na'tiyjede birlik vektor $\frac{a}{\|a\|}$ payda boladı.

Mısal

1. Eki vektor berilgen: $a = (2,1,3,2)$ ha'm $b = (1,2,-2,1)$. **a** ha'm **b** vektorlar arasındag'ı (a,b) mu'yeshı tabın'. Bul ma'seleni sheshiw ushın to'mendegini jazın':

> **with(linalg):**

> **a:=[2,1,3,2]; b:=[1,2,-2,1];**

a:=[2,1,3,2]

b:=[1,2,-2,1]

> **dotprod(a,b);**

0

> **phi=angle(a,b);**

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

2. Vektor ko'beyme $c = [a, b]$, keyin bolsa skalyar ko'beymeni (a, c) esaplan', bul jerde $a = (2, -2, 1), b = (2, 3, 6)$.

> **restart; with(linalg):a:=(2,-2,1); b:=(2,3,6);**

$$a := [2, -2, 1]$$

$$b := [2, 3, 6]$$

> **c:=crossprod(a,b);**

$$c := [-15, -10, 10]$$

> **dotprod(a,c);**

$$0$$

3. $a = (2, -2, 1)$ vektor normasin tabin'.

> **restart; with(linalg):**

> **a:=vector([1,2,3,4,5,6]): norm(a,2);**

$$\sqrt{91}$$

Matritsalarđı anıqlaw

Maple ortalıg'ında matritsalarđı anıqlaw ushın **matrix(n, m, [[a11,a12,...,a1n], [a21,a22,...,a2m],..., [an1,an2,...,anm]])** buyrıg'ı isletiledi, bul jerde **n** – matritsada qatarlar sanı, **m** – bag'analar sanı. Bul sanlardı beriw ma'jbu'riy emes, tek g'ana kvadrat qawıslar u'tir menen matritsa elementlerin beriw jetkilikli boladı. **Ma'selen:** > **A:=matrix([[1,2,3],[-3,-2,-1]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Maple ortalıg'ında aranawlı ko'rinistegi matritsalarđı payda etiw ushın qosımsha buyırıqlardan paydalanıladı. Tiykarınan diagonal matritsalarđı **diag** buyrıg'ı menen payda etiw mu'mkin:

> **J:=diag(1,2,3);**

$$J := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Matritsalar $f(i, j)$ funktsiyalar jardeminde payda etiw mu'mkin, i, j – o'zgeriwshiler matritsa indeksleri boladı: **matrix(n, m, f)**, bul jerde **n** – qatar sanı, **m** – bag'analar sanı. Ma'selen:

> **f:=(i, j)->x^i*y^j;**

$$f := (i, j) \rightarrow x^i y^j$$

> **A:=matrix(2,3,f);**

$$A := \begin{bmatrix} xy & xy^2 & xy^3 \\ x^2y & x^2y^2 & x^2y^3 \end{bmatrix}$$

A matritsanın' qatarlar sanın **rowdim(A)**, bag'analar sanın **colldim(A)** buyrıqları arqalı anıqlaw mu'mkin.

Matritsalar u'stinde a'meller.

Bir o'lsheqli eki matritsanı qollaw vektorların qosıw sıyaqlı to'mendegi buyrıqlar arqalı a'melge asırıladı: **evalm(A+B)** yamasa **matadd(A,B)**. Eki matritsanın' ko'beymesi to'mendegi buyrıqlar arqalı a'melge asırıladı:

a) evalm(A&*B); b) multiply(A,B).

Ko'beymeni esaplaytug'ın buyırıqtın' ekinshi argumenti sıpatında vektordı ko'rsetiw mu'mkin, **ma'selen:**

> **A:=matrix([[1,0],[0,-1]]): B:=matrix([[-5,1], [7,4]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$$

> **v:=vector([2,4]);**

$$v := [2, 4]$$

> **multiply(A,v);**

$$[2, -4]$$

> **multiply(A,B);**

$$\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$$

> **matadd(A,B);**

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

evalm buyrig'ı tap usınday matritsag'a sandı qosıw ha'm ko'beytiw imkaniyatın beredi. **Ma'selen:** > **S:=matrix([[1,1],[2,3]]);**

> **evalm(2+3*S);**

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 11 \end{bmatrix}$$

Determinantlar, minorlar ha'm algebralıq tolıqtırıwshılar.

A matritsa determinantı **det(A)** buyrig'ı menen esaplanadı. **minor(A,i,j)** buyrig'ı matritsanın' i-qatarı va j- bag'anasın o'shiriwde payda bolg'an matritsanı beredi.

A matritsanın' a_{ij} elementinin' M_{ij} minorın **det(minor(A,i,j))** buyrig'ı menen esaplaw mu'mkin.

A matritsa rangı **rank(A)** buyrig'ı menen esaplanadı. Diagonal elementlerdin' jıyındısınan ibarat bolg'an A matritsa izi (sled) **trace(A)** buyrig'ı menen esaplanadı. **Ma'selen:** > **A:=matrix([[4,0,5],[0,1,-6],[3,0,4]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

> **det(A);**

1

> **minor(A,3,2);**

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$$

> **det(%);**

-24

> **trace(A);**

9

Keri ha'm transponirlang'an matritsa

A^{-1} -Keri matritsa bolıp, bunda $A^{-1}A=AA^{-1}=E$, bul jerde E - birlik matritsa. Onı eki usıl menen esaplaw mu'mkin:

1) evalm(1/A); 2) inverse(A).

A matritsanı transponirlaw – bul qatar ha'm bag'analardıń orınların almasıw esaplanadı. Na'tiyjede alıń'an matritsa transponirlang'an delinedi ha'm A' menen belgilenedi. Transponirlang'an A' matritsa **transpose(A)** buyrıǵı menen esaplanadı.

Ma'selen, aldınǵı punktta berilgen A matritsa ushın og'an keri ha'm transponirlang'an matritsanı tawamız.

> **inverse(A);**

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -5 \\ -18 & 1 & 24 \\ -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

> **multiply(A,%);**

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> **transpose(A);**

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

Matritsa tu'rin anıqlaw

Matritsanıń on' yamasa teris anıqlang'anlıǵı **definite(A,param)** buyrıǵı ja'rdeminde anıqlanadı, bul jerde **param** to'mendegi ma'nislerdi qabıl qılıwı mu'mkin: **'positive_def'** – on' anıqlang'an ($A>0$), **'positive_semidef'** – teris emes anıqlang'an ($A\geq 0$), **'negative_def'** – teris anıqlang'an ($A<0$), **'negative_semidef'** – on' emes anıqlang'an ($A\leq 0$).

Orınlanıwı na'tiyjesinde konstanta **true** – ras , **false** – jalǵ'an bolıwı mu'mkin. **Ma'selen:**

> **A:=matrix([[2,1],[1,3]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

> **definite(A,'positive_def');**

true

A matritsanın' ortogonalıg'ı **orthog(A)** arqalı tekseriledi.

> **V:=matrix([[1/2,1*sqrt(3)/2],
[1*sqrt(3)/2,-1/2]]);**

$$B := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

> **orthog(V);**

true

Matritsadan ibarat funksiya.

A matritsanı n da'rejede ko'rsetiw **evalm(A^n)** buyrıg'ı arqalı a'melge asırıladi. e^A matritsalı eksponentasiynı esaplaw **exponential(A)** buyrıg'ı arqalı a'melge asırılıwı mu'mkin. **Mısalı:**

> **T:=matrix([[5*a,2*b],[-2*b,5*a]]);**

$$T := \begin{bmatrix} 5a & 2b \\ -2b & 5a \end{bmatrix}$$

> **exponential(T);**

$$\begin{bmatrix} e^{(5a)} \cos(2b) & e^{(5a)} \sin(2b) \\ -e^{(5a)} \sin(2b) & e^{(5a)} \cos(2b) \end{bmatrix}$$

> **evalm(T^2);**

$$\begin{bmatrix} 25a^2 - 4b^2 & 20ab \\ -20ab & 25a^2 - 4b^2 \end{bmatrix}$$

Mısallar

1. Matritsa berilgen: $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$.

To'mendegilerdi tabın': $(AB)C$, $\det A$, $\det B$, $\det C$, $\det[(AB)C]$. Jazın':

> **with(linalg):restart;**

> **A:=matrix([[4,3],[7,5]]);**

> **B:=matrix([[-28,93],[38,-126]]);**

> **C:=matrix([[7,3],[2,1]]);**

> **F:=evalm(A&*B&*C);**

$$F = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

> **Det(A)=det(A); Det(B)=det(B); Det(C)=det(C); Det(F)=det(F);**

Det(A)=- 1

$$\text{Det}(B) = -6$$

$$\text{Det}(C) = 1$$

$$\text{Det}(F) = 6$$

2. Matritsa berilgen: $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$, tabın': $\det A$, A^{-1} , A' , $\det(M_{22})$. Jazın':

> **A:=matrix([[2,5,7],[6,3,4],[5,-2,-3]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

> **Det(A)=det(A);**

$$\text{Det}(A) = -1$$

> **transpose(A);**

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 & 5 \\ 5 & 3 & -2 \\ 7 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

> **inverse(A);**

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{bmatrix}$$

> **det(minor(A,2,2));**

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -4 & 5 & 5 & 9 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

3. Matritsa rangin tabın':

> **A:=matrix([[8,-4,5,5,9],[1,-3,-5,0,-7],[7,-5,1,4,1],[3,-1,3,2,5]]);**

> **r(A)=rank(A);**

$$r(A) = 3$$

4. Esaplan' e^T , bul jerde $T = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

> **exponential([[3,-1],[1,1]]);**

$$\begin{bmatrix} 2e^2 & -e^2 \\ e^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

5. Matritsa berilgen: $P(A) = A^3 - 18A^2 + 64A$. Ko'p ag'zali ma'nisin tabın':

$$P(A) = A^3 - 18A^2 + 64A$$

> **A:=matrix([[5,1,4],[3,3,2],[6,2,10]]);**

> **P(A)=evalm(A^3-18*A^2+64*A);**

$$P(A) = \begin{bmatrix} 64 & 0 & 0 \\ 0 & 64 & 0 \\ 0 & 0 & 64 \end{bmatrix}$$

II BAP MAPLE SISTEMASI JA'RDEMINDE SIZIQLI TEN'LEMELER SISTEMASIN SHESHIW

Bul bapta MAPLE sisteması ja'rdeminde sızıqlı ten'lemeler sistemasın Gauss, Kramer ha'm kerı matritsa usılları menen sheshimin tabıw ma'selelerin ko'remiz.

2.1-ma'sele. To'mendegi u'sh belgisiz sızıqlı ten'lemeler sistemasının' sheshimin:

1) Gauss usılı, 2) Kramer, 3) Matritsa usılında tabın'.

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 13x_3 = 0 \\ 3x_1 + 14x_2 + 12x_3 = 18 \\ 5x_1 + 25x_2 + 16x_3 = 39 \end{cases} \quad (1)$$

Sheshiw:

2.1 Gauss usılında sheshiw.

Jetekshi ten'leme ushın birinshi ten'lemenı alamız. Bul ten'lemeden jetekshi belgisiz ushın x_1 ha'm $a_{11} \neq 0$ in jetekshi element ushın tan'laymız. Birinshi ten'lemedegi x_1 din' koeffitsenti a_{11} di 1 ge aylandırıw ushın birinshi ten'lemenin' barlıq qosılıwshılardı $a_{11} \neq 0$ ge bo'lemiz. Payda bolg'an ten'lemeden paydalanıp ekinshi ha'm u'shinshi ten'lemelerden x_1 belgisizdi joq etiw yamasa Onın' koeffitsentin no'lge aylandırıw ushın jetekshi ten'lemenı -3 ge ko'beytip 2-ten'lemege qosamız, keyin jetekshi ten'lemenı -5 ko'beytip 3-ten'lemege qosamız. Na'tiyjede to'mendegi sistemag'a kelemiz:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 13x_3 = 0 \\ \frac{7}{2}x_2 + \frac{15}{2}x_3 = 18 \\ \frac{15}{2}x_2 - \frac{33}{2}x_3 = 39 \end{cases}$$

Bul ten'lemeler sistemasında jetekshi ten'leme ushın 2-ten'lemenı alamız. Onda $7/2$ koeffitsientli x_2 belgisizdi jetekshi element ushın alıp, 2-ten'lemenı $7/2$ ge bo'lip payda bolg'an jetekshi ten'lemenı -15 ge ko'beytip 3-ten'lemege qosamız:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 13x_3 = 0 \\ \frac{7}{2}x_2 - \frac{15}{2}x_3 = 18 \\ -\frac{3}{7}x_3 = \frac{3}{7} \end{cases}$$

bul sistemanın' 3- ten'lemesinen x_3 belgisizdi tawamız. x_3 tiykarında 2- ten'lemeden x_2 ni tawamız. x_3, x_2 lar tiykarında 1- ten'lemeden x_1 di tawamız.

$$x_3 = -1$$

$$x_2 = \frac{2}{7}(18 + \frac{15}{2}x_3) = \frac{2}{7}(18 - \frac{15}{2}) = 3$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}(7x_2 + 13x_3) = -\frac{1}{2}(7*3 + 13*(-1)) = -4$$

Demek sistema sheshimi: $x_1=-4, x_2=3, x_3=-1$

Maple programmasında ma'seleni sheshiw.

U'sh belgisiz sızıqlı ten'lemeler sistemasın a'piwayı ha'm Gauss usılında sheshiw(2.1- ma'sele).

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 13x_3 = 0 \\ 3x_1 + 14x_2 + 12x_3 = 18 \\ 5x_1 + 25x_2 + 16x_3 = 39 \end{cases}$$

Maple11 programmasında ma'selelerdi sheshiwdegi a'mellerdi orınlaw ushın jumısshı aynada `>` belgiden son' kerekli buyırıqtı jazıp Enter tu'ymesin basıw kerek.

1. A'piwayı usılda sheshiw (Gauss.mw).

`> solve( {2*x + 7*y + 13*z = 0, 3*x + 14*y + 12*z = 18, 5*x + 25*y + 16*z = 39}, [x, y, z]);`

`[x=-4, y=3, z=-1]`

2. Gauss usılında u'sh belgisiz sızıqlı ten'lemeler sistemasın sheshiw.

`> with(LinearAlgebra):`

`A := <<2,3,5>|<7,14,25>|<13,12,16>>;`

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 7 & 13 \\ 3 & 14 & 12 \\ 5 & 25 & 16 \end{bmatrix}$$

`> B := <0,18,39>;`

$$b := \begin{bmatrix} 0 \\ 18 \\ 39 \end{bmatrix}$$

`> GaussianElimination(A);`

$$\begin{bmatrix} 2 & 7 & 13 \\ 0 & \frac{7}{3} & \frac{-15}{2} \\ 0 & 0 & \frac{-3}{7} \end{bmatrix}$$

`> GaussianElimination(A,'method'='FractionFree');`

$$\begin{bmatrix} 2 & 7 & 13 \\ 0 & 7 & -15 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

>ReducedRowEchelonForm(<A|b>);

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

To‘rt belgisizli sızıqlı ten’lemeler sistemasin Maple programmasında sheshiw

1) A’piwayı usulında sheshiw

> sys:={1*x1-5*x2-1*x3+3*x4=-5,2*x1+3*x2+1*x3-1*x4=4, 3*x1-2*x2+3*x3+4*x4=-1,5*x1+3*x2+2*x3+2*x4=0});

> solve(sys,{x1,x2,x3,x4});

$$\{x_4 = K_3, x_2 = K_1, x_1 = 1, x_3 = 2\}$$

2) Gauss usulında sheshiw

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 - x_3 + 3x_4 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -1, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

> with(LinearAlgebra):

A := <<1,2,3,5>|<-5,3,-2,3>|<-1,1,3,2>|<3,-1,4,2>>;

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -5 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

> b := <-5,4,-1,0>;

$$B := \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

> GaussianElimination(A,'method'='FractionFree');

$$\begin{bmatrix} 1 & -5 & -1 & 3 \\ 0 & 13 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 67/39 \end{bmatrix}$$

> ReducedRowEchelonForm(<A|b>);

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

2.2. Kramer qag'ıydasi ja'rdeminde sheshiw.

Berilgen ten'lemeler sisteması belgisizleridin' koeffitsientleri ha'm erkin ag'azları ja'rdeminde determinantlardı du'zemiz ha'm ulardı esaplawdın' u'shmu'yeshlik yamasa Sarrus usıllarınan paydalanamiz. Biz (1) ten'lemeler sistemasının' determinantlardı du'zip, u'shmu'yeshlik usılında esaplap onnan son' ma'nislerin tabamız.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 7 & 13 \\ 3 & 14 & 12 \\ 5 & 25 & 16 \end{vmatrix} = 2 \cdot 14 \cdot 26 + 3 \cdot 25 \cdot 13 + 7 \cdot 12 \cdot 5 - 5 \cdot 14 \cdot 13 - 12 \cdot 2 \cdot 25 - 3 \cdot 7 \cdot 16 =$$

$$= 448 + 975 + 420 - 910 - 600 - 336 = -3$$

$$\Delta x_1 = \begin{vmatrix} 0 & 7 & 13 \\ 18 & 14 & 12 \\ 39 & 25 & 16 \end{vmatrix} = 0 + 3276 + 5850 - 7098 - 0 - 2016 = 12$$

$$\Delta x_2 = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 13 \\ 3 & 18 & 12 \\ 16 & 39 & 16 \end{vmatrix} = 576 + 0 + 1521 - 1170 - 0 - 936 = -9$$

$$\Delta x_3 = \begin{vmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 3 & 14 & 18 \\ 5 & 25 & 39 \end{vmatrix} = 1092 + 0 + 630 - 0 - 900 - 819 = 3$$

Maple programmasında ma'seleni sheshiw.

```
> with(Student[LinearAlgebra]);
> d := <<2,3,5>|<7,14,25>|<13,12,16>>;
> d:=Determinant(d);
```

$$d = \begin{vmatrix} 5 & 7 & 13 \\ 3 & 14 & 12 \\ 5 & 25 & 16 \end{vmatrix}$$

$d := K 3$

```
> dx1:=<<0,18,39>|<7,14,25>|<13,12,16>>;
> d1:=Determinant(dx1);
```

$$dx_1 = \begin{vmatrix} 0 & 7 & 13 \\ 18 & 14 & 12 \\ 39 & 25 & 16 \end{vmatrix}$$

$$d1 := 12$$

> **dx2 := <<2,3,5>|<0,18,39>|<13,12,16>>;**
 > **d2:=Determinant(dx2);**

$$dx_2 = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 13 \\ 3 & 18 & 12 \\ 16 & 39 & 16 \end{vmatrix}$$

$$d2 := K \ 9$$

> **dx3 := <<2,3,5>|<7,14,25>|<0,18,39>>;**
 > **d3:=Determinant(dx3);**

$$dx_3 = \begin{vmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 3 & 14 & 18 \\ 5 & 25 & 39 \end{vmatrix}$$

$$d3 := 3$$

Kramer qag'ıydası tiykarınan sistema sheshimin tabamız:

$$x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta} = \frac{12}{-3} = -4, \quad x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta} = \frac{-9}{-3} = 3, \quad x_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta} = \frac{3}{-3} = -1$$

> **x:=d1/d;y:=d2/d;z:=d3/d; x := K 4 y := 3 z := K 1**

2.3. Keri matritsa ja'rdeminde sheshiw

Berilgen

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 18x_3 = 0 \\ 3x_1 + 14x_2 + 12x_3 = 18 \\ 5x_1 + 25x_2 + 16x_3 = 39 \end{cases}$$

Sistemanı matritsa ja'rdeminde to'mendegishe jazamız. Berilgen sistemanın' matritsa ko'rinishinde jazılıwı:

$$A \cdot X = B \quad (*)$$

Bul jerde:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 18 \\ 3 & 14 & 12 \\ 5 & 25 & 16 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 18 \\ 39 \end{pmatrix}$$

(*) ten'lemenı to'mendegishe jazamız:

$$X = A^{-1} \cdot B$$

Bul jerde:

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} \quad (**)$$

Bul keri matrıtısanı tabıw formulası bolıp, Δ A matrıtısa determinantı, $A_{ij}(i,j=1,2,3)$ - Δ determinantının ' a_{ij} elementine tuwrı keliwshi algebralıq tolıqtırılıshı. Keri matrıtısanı tabıw ushın A matrıtısa detreminantı Δ ti du'zemiz ha'm onın' algebralıq tolıqtırılıshısın tabamız.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 7 & 13 \\ 3 & 14 & 12 \\ 5 & 25 & 16 \end{vmatrix} = -3$$

Keri matrıtısanın' 1- bag'ana elementleri:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 14 & 12 \\ 25 & 16 \end{vmatrix} = 224 - 300 = -76$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & 12 \\ 5 & 16 \end{vmatrix} = -(48 - 60) = 12$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 3 & 14 \\ 5 & 25 \end{vmatrix} = 75 - 70 = 5$$

2-bag'ana elementleri:

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 7 & 13 \\ 25 & 16 \end{vmatrix} = -(112 - 325) = 213,$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 13 \\ 5 & 16 \end{vmatrix} = 32 - 65 = -33$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 5 & 25 \end{vmatrix} = -(50 - 35) = -15$$

3-bag'ana elementleri:

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 7 & 13 \\ 14 & 12 \end{vmatrix} = 84 - 182 = -98,$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 13 \\ 3 & 12 \end{vmatrix} = -(24 - 39) = 15$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 14 \end{vmatrix} = 28 - 21 = 7$$

A matritsag'a kerî A^{-1} matritsanı jazamız:

$$A^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{pmatrix} -76 & 213 & -98 \\ 12 & -33 & 15 \\ 5 & -15 & 7 \end{pmatrix}$$

$X = A^{-1} \cdot B$ ten'leme sheshimin tabamız:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -71 & 98/3 \\ -4 & 11 & -5 \\ -5/3 & 5 & -7/3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 18 \\ 39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = -4, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = -1$$

Maple prorammasında ma'seleni sheshiw.

> with(Student[LinearAlgebra]):
> A := <<2,3,5>|<7,14,25>|<13,12,16>>;

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 18 \\ 3 & 14 & 12 \\ 5 & 25 & 16 \end{pmatrix}$$

> A^(-1);

$$\begin{pmatrix} \frac{76}{3} & \frac{-213}{3} & \frac{-98}{3} \\ \frac{-12}{3} & \frac{-33}{3} & \frac{-15}{3} \\ \frac{-5}{3} & \frac{15}{3} & \frac{-7}{3} \end{pmatrix}$$

> B := <<0,18,39>>;

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 18 \\ 39 \end{pmatrix}$$

> X:=A^(-1).B;

$$X = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Matritsaliq ten'lemenı sheshiw

To'mendegi matritsaliq ten'lemenı ondag'ı koeffitsent matritsag'a kerı matritsa tabıw jolı menen sheshemiz.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 13 & -4 & 6 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Joqarıda keltirilgen formula (*) ha'm (**) formulalar

$$A \cdot X = B, \quad X = A^{-1} \cdot B$$

tiykarında sheshiw ushın aldın A^{-1} di tabamız ha'm og'an B matritsanı ko'beytemiz. Bul a'meldi Maple 11 programmasında to'mendegishe orınlaymız:

> with(Student[LinearAlgebra]):

> A := <<1,0,1>|<3,1,-1>|<-1,-2,0>>;

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

> A⁻¹ := A^(-1);

$$A^{-1} := \begin{pmatrix} \frac{2}{7} & \frac{-1}{7} & \frac{5}{7} \\ \frac{2}{7} & \frac{-1}{7} & \frac{-2}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{-4}{7} & \frac{-1}{7} \end{pmatrix}$$

➤ B := <<13,2,-2>|<-4,-4,5>|<6,2,5>>;

$$B := \begin{pmatrix} 13 & -4 & 6 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

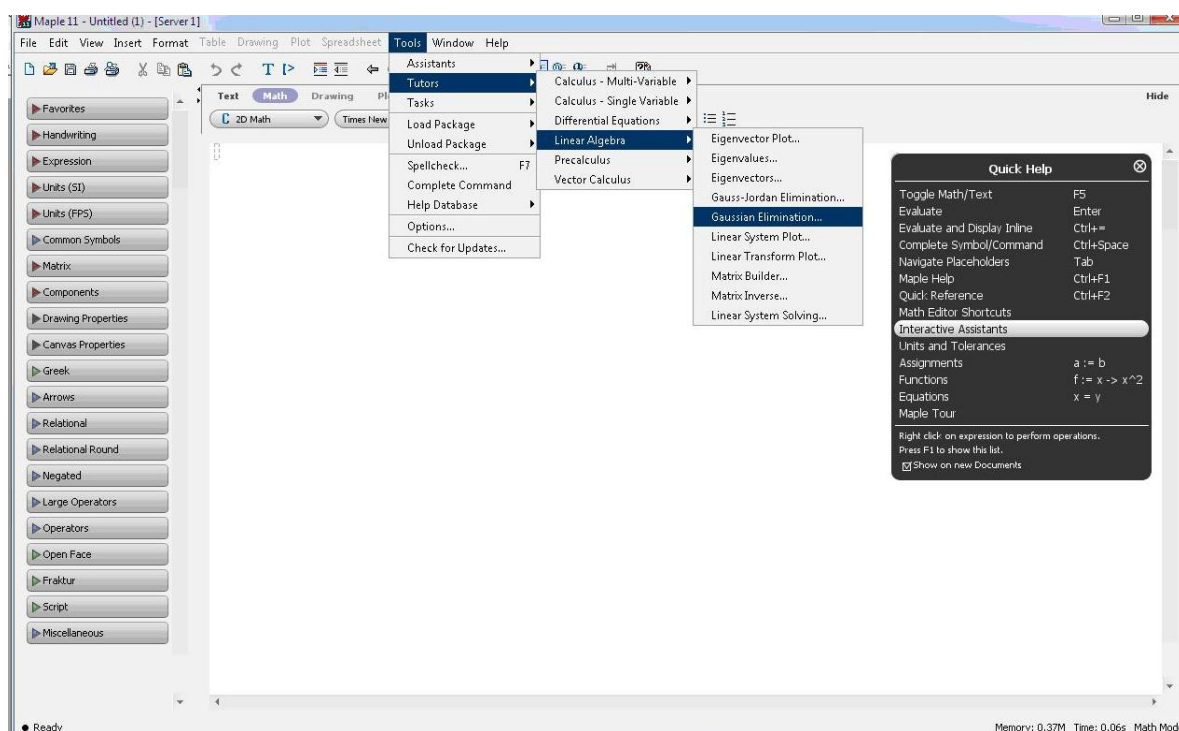
> X := A^(-1).B;

$$X := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

2.4 Matematikalıq sistemalardıń interaktiv imkaniyatlarınan paydalanıw

Ha'zirgi waqıtta sabaqlardı interaktiv ko'rgizbeli usıllardan ken' paydalanılmaqta. Bunda talaba esitedi, ko'rdei, u'yrenedi. Eger bul protsseske kompyuter texnologiyaları da engizilse sabaqtın' ko'rkemliliği ja'nede asadı. Biz mısıl retinde sızıqlı ten'lemeler sistemasın Gauss usılı menen sheshiw temasın Maple matematikalıq sisteması ja'rdeminde interaktiv usılda payda etiliwin ko'rip shig'amız. Maple matematikalıq sisteması menıusınan to'mendegi komandanı beremiz:

Tools>Tutors>Linear Algebra>Solving linear System. Na'tiyjede usı baylanıs aynası shig'adı, onnan Gausstın' joq etiw usılın (Gaussian Elimination) tan'laymız:



Tarif. Maple matematikalıq sisteması ja'rdeminde ja'ne ju'da ko'p temalarg'a baylanıslı interaktiv sabaqlardı payda etiw mu'mkin: grafikler jasaw, matritsalar jasaw, a'piwayı differentsiyal ten'lemelerdin' analizi, optimizatsiya ma'seleleri, funktsiyalardıń superpozitsiyası, konikalıq deneler, limitler, tuwrı sızıqlar, sızıqlı ten'sizliler, ko'p ag'zalılar ha'm olardıń korenleri, elementar ha'm

ratsional funktsiyalar, 1-o'zgeriwshili ha'm ko'p o'zgeriwshili funktsiyalar u'stinde a'meller ha'm almastırıwlar, sıızılıq algebranın' tu'rli ma'seleleri ha'm basqalar. Matritsa kiritilgennen son' onın' u'stinde to'mendegi elementar almastırıwlar orınlaymız (Reduce the matrix to row-echelon form by applying the three elementary row operations):

1-qatardı $\frac{1}{3}$ ge ko'beytemiz (Multiply row 1 by $\frac{1}{3}$)

1-qatardı -1 ge ko'beytip 2 qatarg'a qosamız (Add -1 times row 1 to row 2)

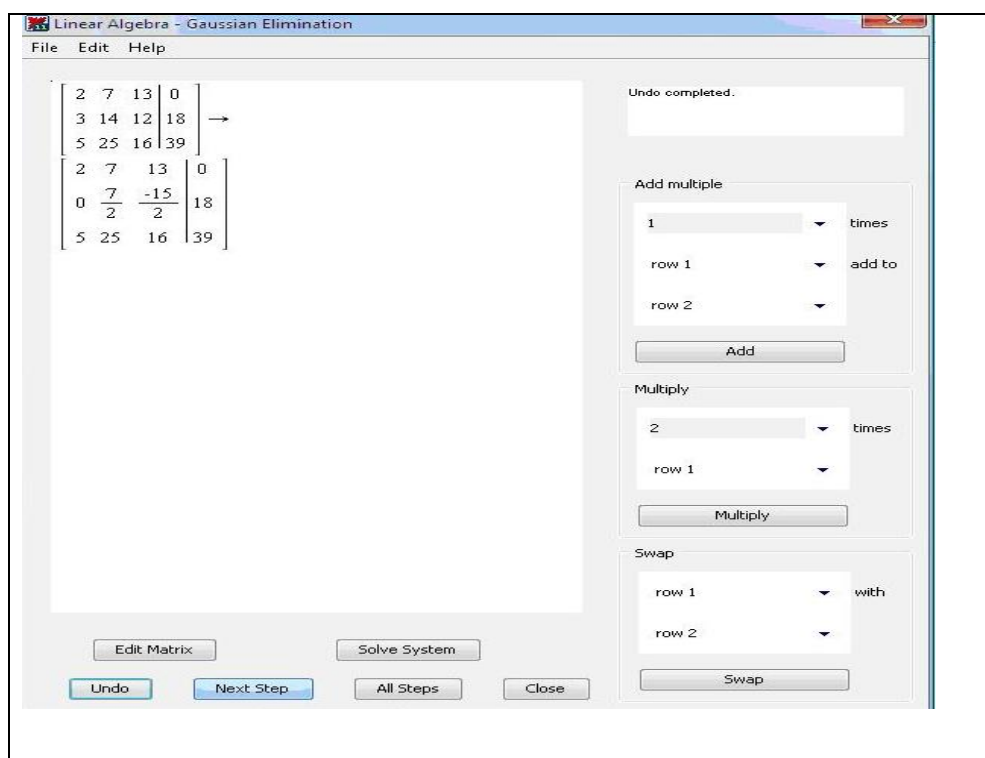
1-qatardı -1 ge ko'beytip 3 qatarg'a qosamız (Add -1 times row 1 to row 3)

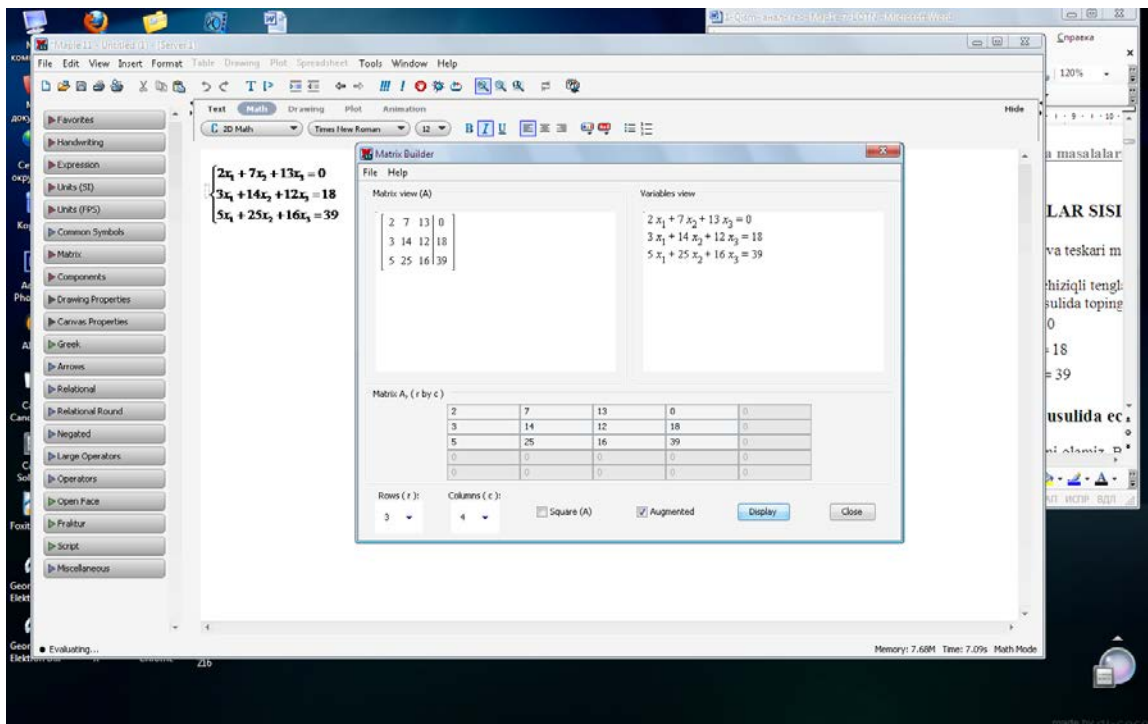
2 -qatardı $\frac{3}{8}$ ge ko'beytemiz (Multiply row 2 by $\frac{3}{8}$)

2 -qatardı $\frac{3}{2}$ ge ko'beytemiz (Multiply row 3 by $\frac{3}{2}$)

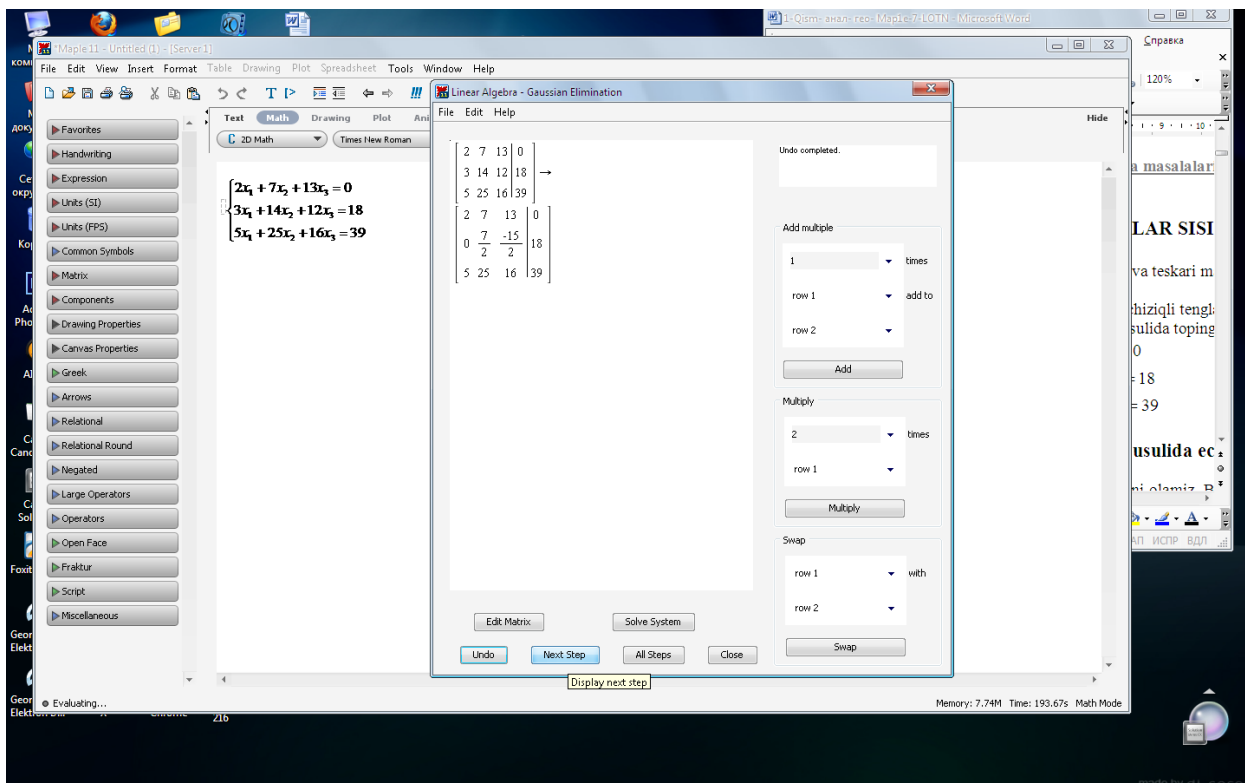
2-qatardı -1 ge ko'beytip 3 qatarg'a qosamız (Add -1 times row 2 to row 3)

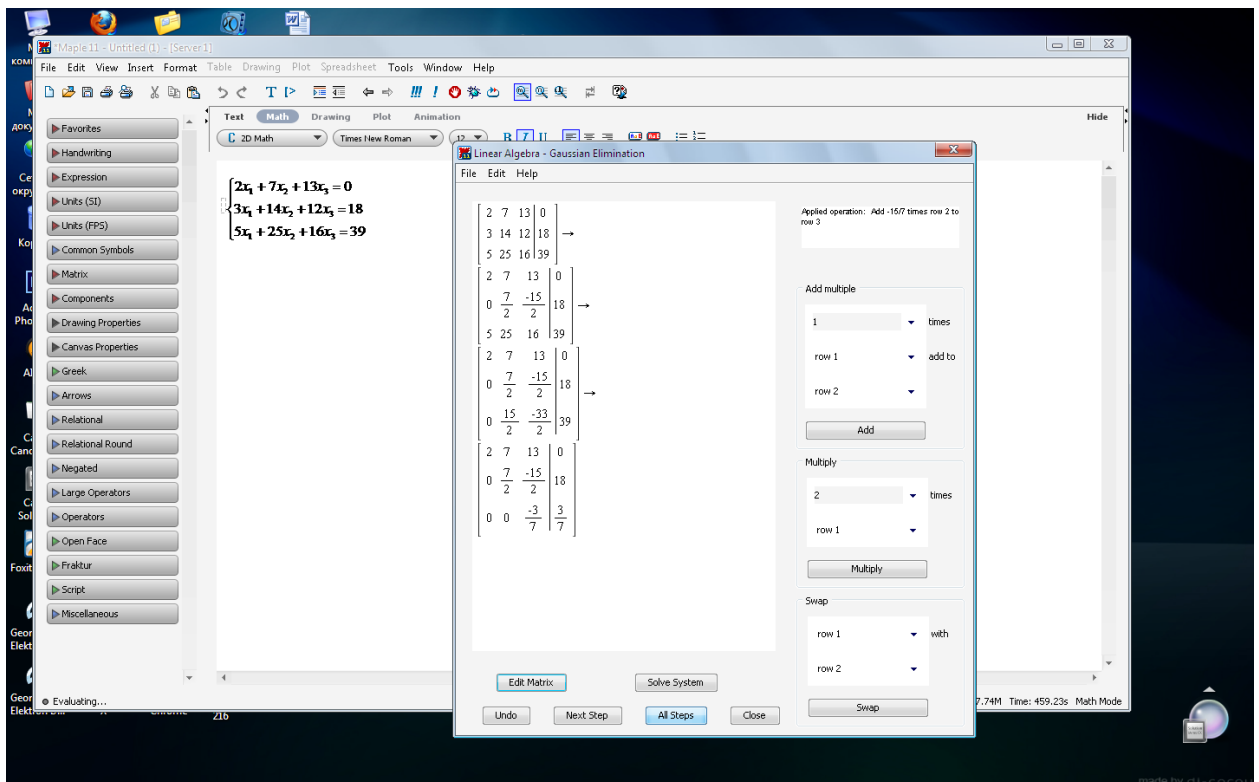
Na'tiyjede berilgen sıızılıq ten'lemeler sistemasın o'zgeriw etapları to'mendegishe izbe-izlikte ko'remiz:



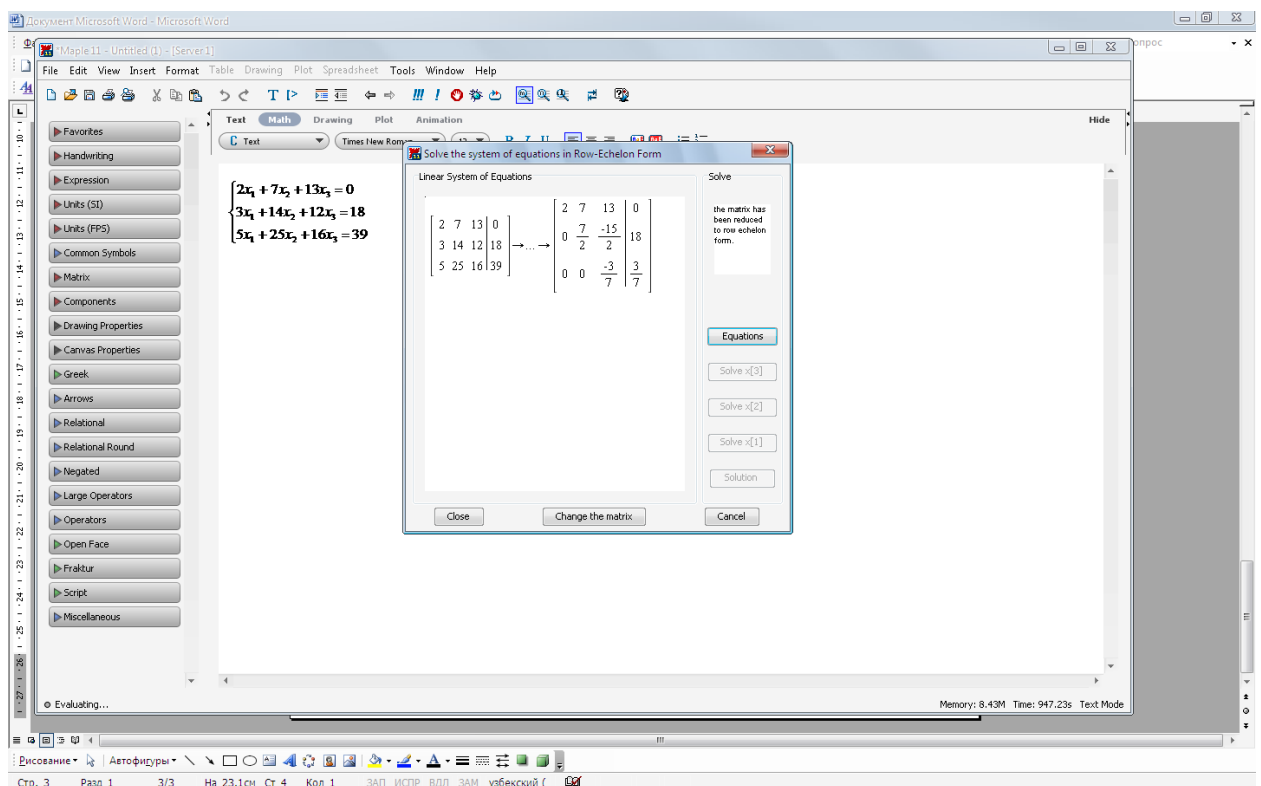


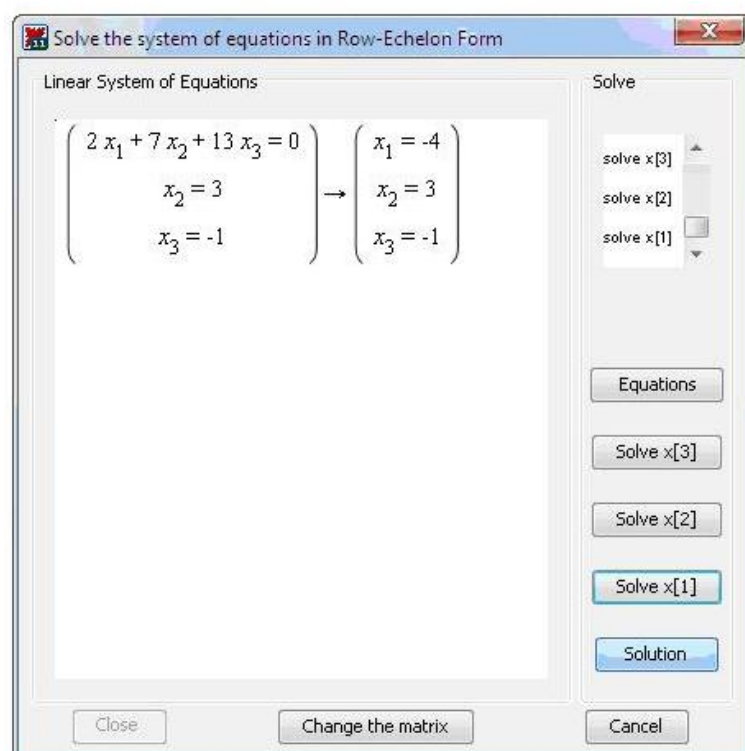
Gauss usulida belgisizlerdi izbe-iz joq etiw algoritmi keltirilgen. Bul jerde birinshi qatarda bos element tabilg'an ha'm bag'darlawshı element, qatarı anıqlanıp ekinshi ha'm u'shinshi qatarlarda belgisizlerdi joq etiw jumısları alıp barılmaqta.



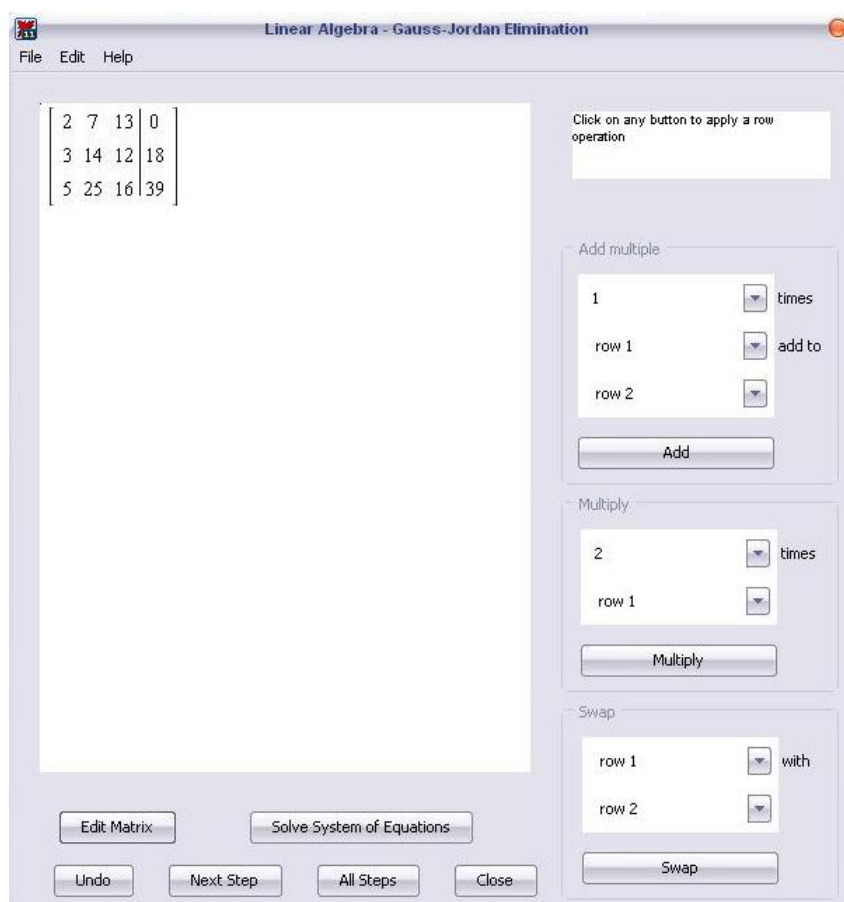


Natijje to'mendegi ko'riniste alindi egerde na'tiyjeni basqa ko'rinske o'tizbekshi bolsaq bul jag'dayda kelesi aynadag'ı na'tiyjeni alamız.





Endi sol ten'lemeler sistemasin Jordano-Gauss usılı ja'rdeminde sheshiwdi qarap o'temiz.



Linear Algebra - Gauss-Jordan Elimination

File Edit Help

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & 13 & 0 \\ 3 & 14 & 12 & 18 \\ 5 & 25 & 16 & 39 \end{array} \right] \rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{7}{2} & \frac{13}{2} & 0 \\ 3 & 14 & 12 & 18 \\ 5 & 25 & 16 & 39 \end{array} \right] \rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{7}{2} & \frac{13}{2} & 0 \\ 0 & \frac{7}{2} & \frac{-15}{2} & 18 \\ 5 & 25 & 16 & 39 \end{array} \right] \rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{7}{2} & \frac{13}{2} & 0 \\ 0 & \frac{7}{2} & \frac{-15}{2} & 18 \\ 0 & \frac{15}{2} & \frac{-33}{2} & 39 \end{array} \right]$$

Applied operation: Add -5 times row 1 to row 3

Add multiple

1 times

row 1 add to

row 2

Add

Multiply

2 times

row 1

Multiply

Swap

row 1 with

row 2

Swap

Edit Matrix

Solve System of Equations

Undo

Next Step

All Steps

Close

[Display next step]

Linear Algebra - Gauss-Jordan Elimination

File Edit Help

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & \frac{-15}{7} & \frac{36}{7} \\ 0 & \frac{15}{2} & \frac{-33}{2} & 39 \end{array} \right] \rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 14 & -18 \\ 0 & 1 & \frac{-15}{7} & \frac{36}{7} \\ 0 & 0 & \frac{-3}{7} & \frac{3}{7} \end{array} \right] \rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 14 & -18 \\ 0 & 1 & \frac{-15}{7} & \frac{36}{7} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right] \rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & \frac{-15}{7} & \frac{36}{7} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right] \rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right]$$

Applied operation: Add 15/7 times row 3 to row 2

Add multiple

1 times

row 1 add to

row 2

Add

Multiply

2 times

row 1

Multiply

Swap

row 1 with

row 2

Swap

Edit Matrix

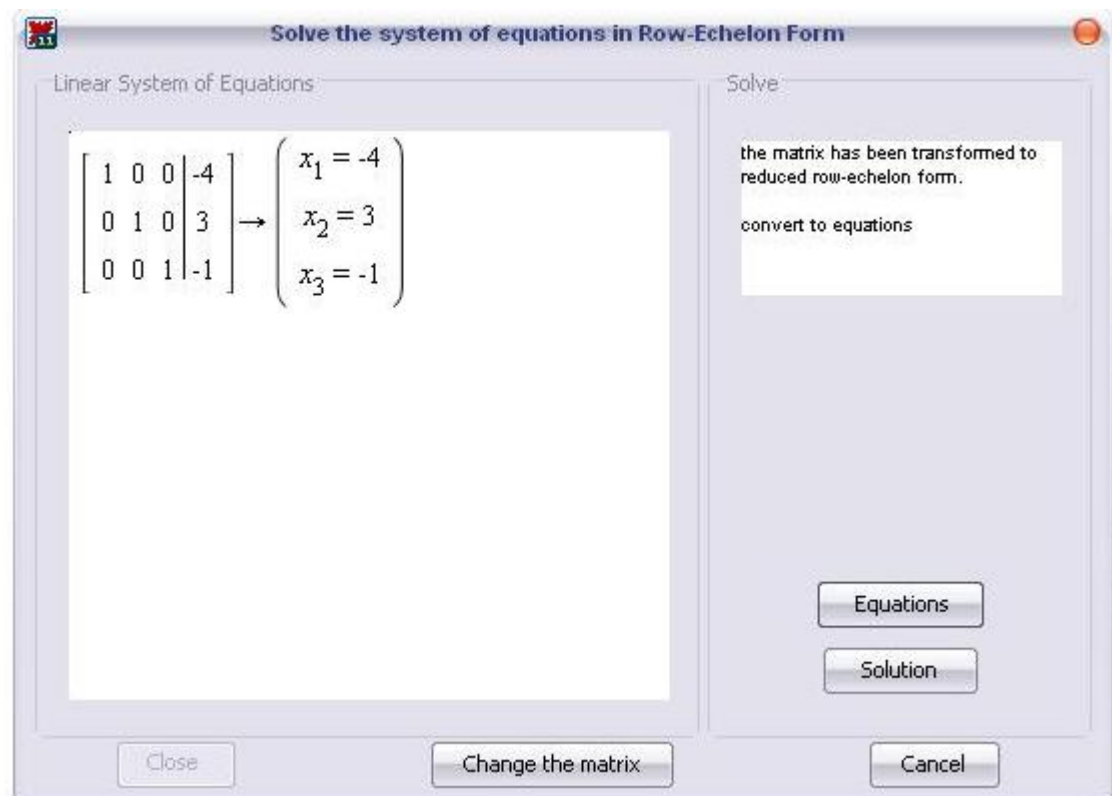
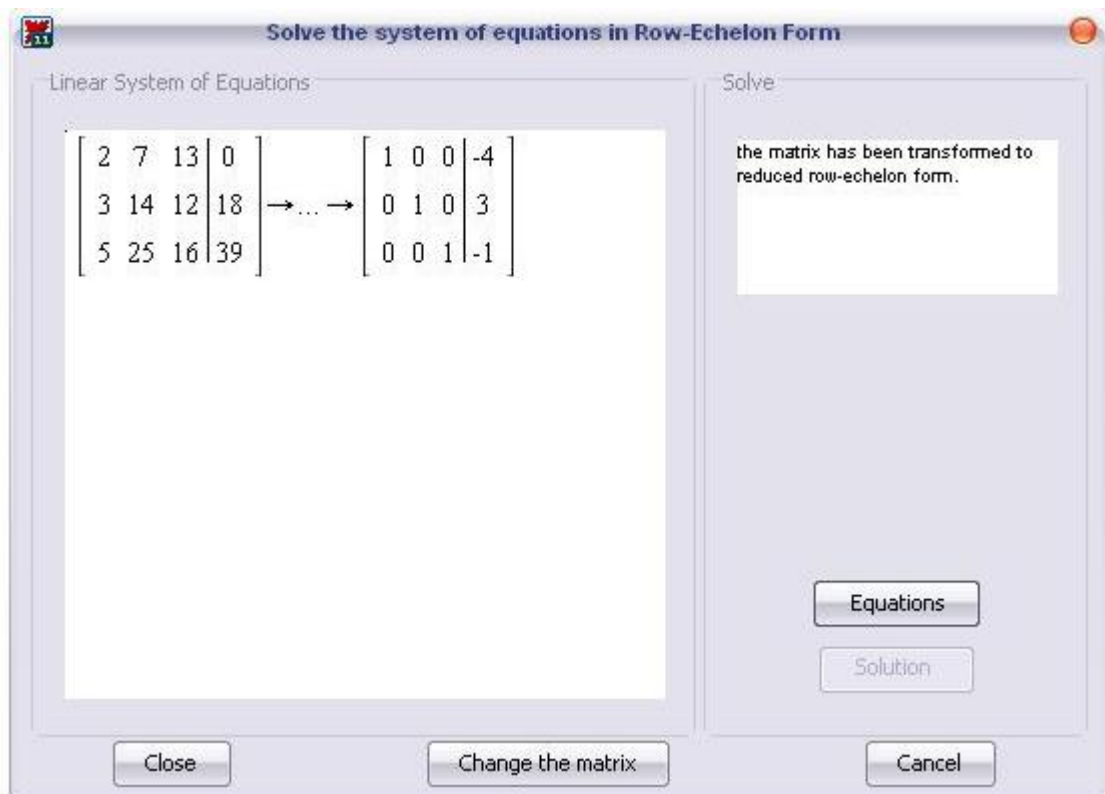
Solve System of Equations

Undo

Next Step

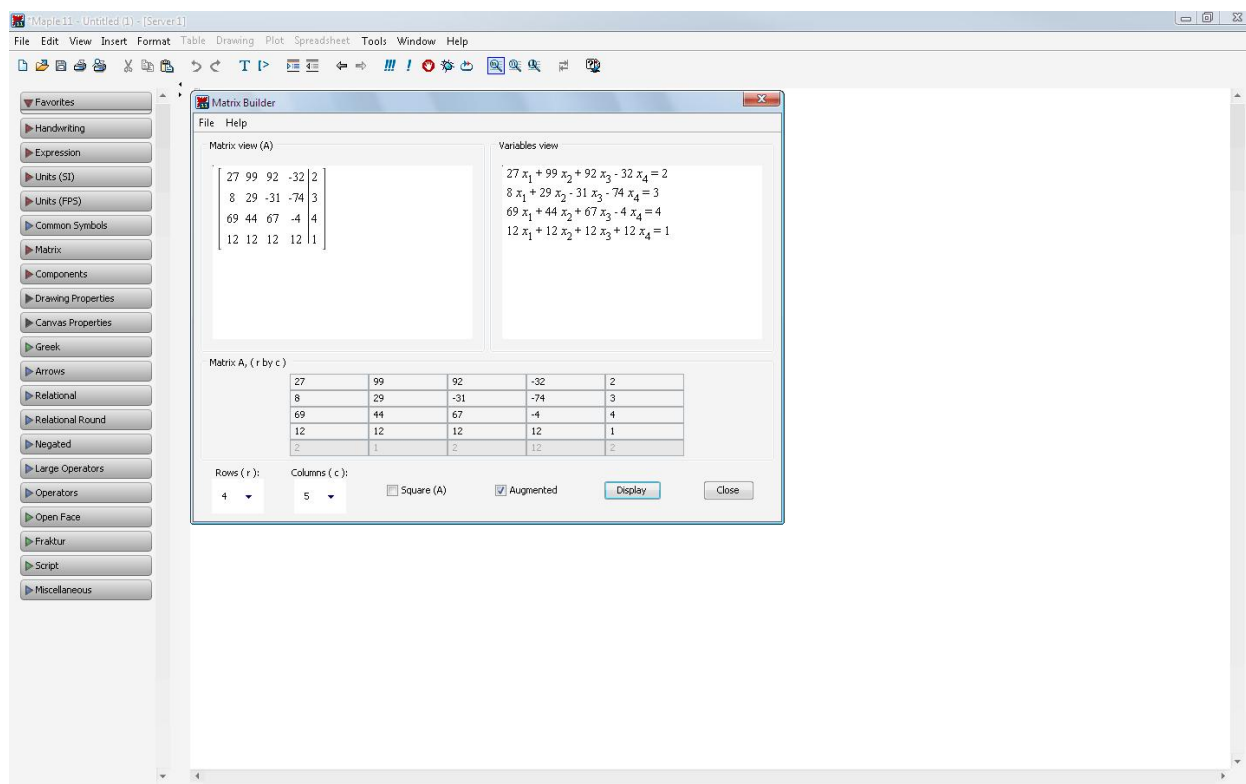
All Steps

Close

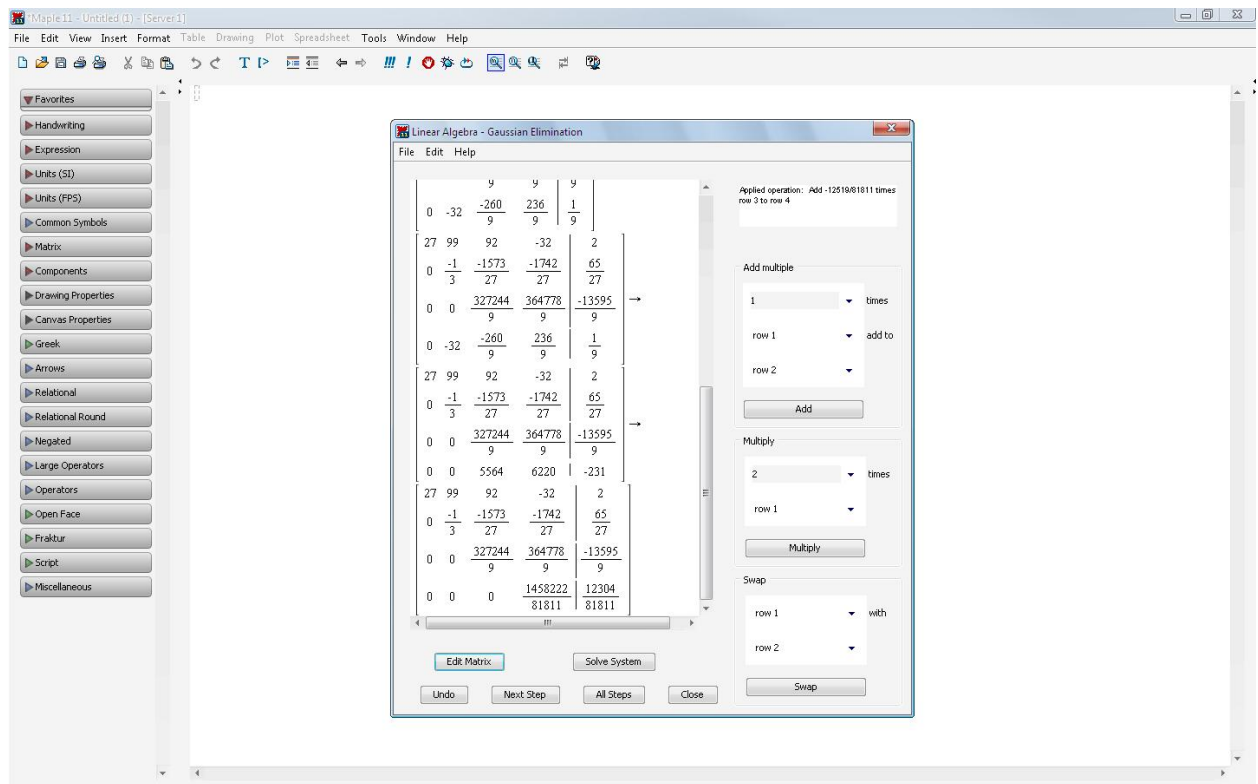


Bul usul ja'rdeminde $x_1=-4, x_2=3, x_3=-1$ sheshimlari alindi. Aling'an sheshimler joqaridag'ı aling'an sheshimler menen bir tu'rde ekenligin ko'rsetedi ha'm bul bolsda ten'lemeler sisteması tuvri sheshilgenligin bildiredi.

Sonnan keyin ja'ne matritsanı o'zgartip (Chang the matrix) jan'a misal sheshiw mu'mkin. Keyingi misalda ta'ribi joqari bolg'an ten'lemeler sistemasın qaraymız yag'niy to'rt belgisizdi to'rt ten'lemelerden payda etilgen siatemanı Maple sisteması ja'rdeminde sheshemiz.



Berilgen ten'lemer sistemasının' elementlerin kiritiw ushın Edit matrix buyrıg'ı tan'lanadi. Bul jerde biz o'zimizge kerekli matritsa o'lsheemin kiritemiz. Bizde to'rt belgisizli to'rt ten'lemeler sisteması edi. Matritsa elementleri kiritilgennen keyin Gauss usılı ja'rdeminde sheshimdi alıw ushın Solve buyrıg'ı basıladı ha'm na'tiyjeler to'mendegi ko'riniste alınadı.



Juwmaqlaw

Juqarı da'rejede sho'lkemlestirilgen oqıw protssesi ko'rsetkishlerinen biri talabalardıń matematikalıq uqıplılıg'ın rawajlandırıwdan ibarat. Talabanın' bilim alıw iskerligi, standart ha'm ulıwmalıq qabıl etilgen sheshimlerden pariqlatug'ın sheshimler tabıw ha'm a'mellerdi orınlawda o'z bilimlerin ha'r tu'rli jag'dayg'a ko'rsetiw uqıplılıg'ında ko'rinedi. Bul pa'ziyetlerdi payda qılıwdın' orınlanıwı talabalardan bilimdi talap qılıwshı dinamikalıq karakterdegi shınıg'ıw ha'm tapsırmalardı beriw, bunda talabalar ha'reketin qollap-quwatlaw ju'da' ko'p ja'rdem beredi. Talabalarda bilim ko'nlikpesin payda qılıwdın' tiykarg'ı maqsetleri to'mendegi ta'rtipte a'melge asırıladi:

Talabalarda bilim va ko'nlikpelerdi rawajlandırıw arqalı matematikalıq uqıplılıg'ın payda etiw;

Matematikanı oqıtıw na'tiyjesinde talabalar du'nyag'a bolg'an ko'z qarasın, ko'nikpelerin o'siriw ha'm kamal tabıwına erisiw.

Tiycarınan, a'tiraptag'ı bolıp atırg'an barlıq ha'diyseler o'zgerislerinin' matematikalıq mazmunın tu'sindiriwge ha'm an'lawg'a u'yretiw;

Matematikalıq tu'sinik, nızam ha'm qag'ıydalardı belgili da'rejede anıqlastırıp a'meliyatqa alıp o'tiw ha'm endiriwdi payda etiw;

Ta'jriybede islep shıg'ılg'an teoriyalıq bilimlerde bayıtıw ha'm onın' ta'sir maydanın ha'mde da'rejesin a'meliyat esabında ken'eytiriw waziypaları jaratıldı.

Matematikanın' oqıtılıwı ha'm u'yretiliwi, bul o'z na'wbetinde teoriyalıq ha'm a'meliy bilimlerdin' bir-biri menen baylanısta ekenliginen ibarat. Sebebi ayırım matematikalıq teoriyalıq tu'sinikler bar, matematikanın' belgili rawajlanıw da'rejesine jetkende ol o'zinin' a'meliy ta'rtibine iye bolmaslıg'ı mu'mkin. Biraq belgili waqıttan keyin ja'ne ken' ma'niste o'zinin' jolı ha'm rawajlanıw basqıshına iye boladı. Ayırım teoriyalıq bilimler bar olar barqulla o'zin-o'zi a'meliyat esabına toltırıp barıwın ta'minleydi. Sonın' ushın ha'm ta'jriybede ha'r bir matematika sabag'ın yamasa shınıg'ıwların metodikalıq ta'repten tuwrı tan'lanıwı ha'm o'tkeriliwine ko'birek itibar berildi.

Matematika pa'nin oqıtıwdın' qolaylı ta'replerin asırıw maqsetinde, matematiklıq mısal ha'm ma'selelerin sheshiwde kompyuter ha'm informatsiyalıq texnologiyalardan paydalanıw u'lken a'hmiyetke iye boladı.

«Maple» sisteması ja'rdeminde berilgen algoritim tiykarında ha'r tu'rli ma'selelerdi sheshiw mu'mkin.

«Maple» sistemasının' bul imkaniyatlarınan ten'lemelerdi sheshiwde paydalanıw jolları ko'rsetilgen.

«Maple» imkaniyatlarınan paydalanıp u'sh belgisizli sızıqlı ten'lemeler sistemasın Gauss, Kramer, matritssalar usıllarınan paydalanıp sheshiw jolları ko'rsetilgen. Sol menen birge interaktiv usıllar menen ten'lemelerdi sheshiw usılı berilgen.

Paydalanilg'an a'debiyatlar dizimi

1. Dyakonov V.P. Maple 6: uchebniy kurs. SPb.: Piter, 2001.
2. Dyakonov V.P. Matematicheskaya sistema Maple V R3/R4/R5. M.: Solon, 1998.
3. Manzon B.M. Maple V Power Edition. M.: Filin', 1998.
4. Govoruxin V.N., Sibulin V.G. Vvedeniye v Maple V. Matematicheskii paket dlya vsekh. M.: Mir, 1997.
5. Proxorov G.V., Ledenev M.A., Kolbeyev V.V. Paket simvolnix vichisleniy Maple V. M.: Petit, 1997.
6. Bugrov Ya.S., Nikolskiy S.M. Elementi lineynoy algebri i analiticheskoy geometrii. M.: Nauka. 1989.
7. Ilin V.A., Poznyak E.G. Analiticheskaya geometriya. M.: Nauka. 1970.
8. Ilin V.A., Poznyak E.G. Lineynaya algebra. M.: Nauka. 1970.
9. Eshtemirov S., Aminov I.B. , Nomozov F. Maple ortalig'ında ishlash asoslari. Uslubiy qo'llanma. –SamDU, Samarqand, 2009 y.
10. Mirzakarimov E.M. Maple dasturi yordamida oliy matematika masalalarini yechish. FerPI, 1,2qism o'quv qo'llanma, №10, 2010.04.06

Texnika xavfsizligi qoidalari

1. Informatika xonasini beton polli xonalarga yoki binoning erto'lalariga joylashtirish qat'iyon ta'qiqlanadi va sinf xonasining poli elektr tokini o'tkazmaydigan qilib (Ma'selen taxtadan) yasalishi va barcha kompyuterlarning korpuslari yerga ulanishi (yoki elektr ta'minotining yevroandozalarga moslab ulanishi) talab qilinadi.
2. Yuqori kuchlanish (220 Volt) yuradigan simlarning barchasi, shu jumladan uzaytirgichlarning, kompyuter va boshqa elektr qurilmalarining elektr ta'minotiga ulanish simlarining eki marta izolyasiya qilinganligi talab qilinadi.
3. Xonadagi kompyuterlarni devor bo'ylab yoki xonaning o'rtasiga eki qator qilib joylashtirilishi kerak
4. Xonadagi barcha kompyuterlarni elektr tarmog'idan uzuvchi yagona uzgich ham bo'lishi kerak.
5. Kompyuter monitori o'tirgan o'quvchilarning ko'zlari darajasida bo'lib, o'quvchilar undan 40 sm dan 80 sm gacha bolg'an masofada o'tirishlari imkoniyatiga ega bo'lishlari kerak.
6. Kompyuterning klaviaturasi o'tirgan o'quvchilarning bukilgan tirsaklari darajasida bo'lishi kerak. Sichqon ushın klaviaturaning ikkala tomonidan yetarlicha joy qoldirilishi va ular bir xil balandlikda bo'lishlari kerak.
7. Kompyuterda muttasil ishlash vaqti o'quvchilar ushın 60 minutdan ortmasligi kerak.
8. Kompyuter xonasining kvadrat metrlardagi sathi unga joylangan kompyuterlar sonidan kamida 6 marta ko'p bo'lishi kerak.
9. Kompyuter xonalari yetarli quvvatga ega ventilyasiya tizimiga ega bo'lishi kerak.
10. Klaviaturaning kompyuter ishlamayotgan paytda uzoq muddatga ochiq holda qolishi va unda chang yig'ilib qolishining oldini olish lozim