O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI QISHLOQ VA SUV XO’JALIGI VAZIRLIGI

SAMARQAND QISHLOQ XO’JALIK INSTITUTI

“Oliy matematika va axborot texnologiyalari” kafedrasi

“Qishloq xo’jaligi menejmenti” ta`lim yo’nalishi 1 bosqich 112-guruh

talabasi G’ulomov Manzurning “Oliy matematika” fanidan yozgan

REFERATI

Mavzu: Ikkinchi tartibli chiziqlar

Samarqand – 2015

Reja:

1. **Aylana va uning tenglamasi**
2. **Ellips va uning tenglamasi**
3. **Parabola va uning tenglamasi**
4. **Giperbola va uning tenglamasi**

Aylana va uning tenglamasi

Ikki noma'lumli birinchi darajali algebraik tenglamalarning umumiy ko'rinishi

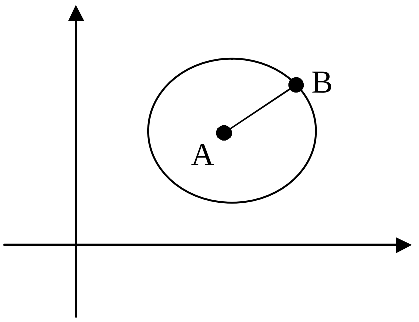
$$Ax+By+C=0 \qquad (1)$$

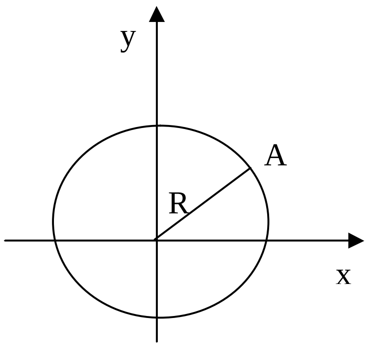
dan iborat bo'lib, bunday tenglama to'g'ri chiziqni ifodalaydi .

Ikki noma'lumli ikkinchi darajali algeraik tenglamalar esa ikkinchi tartibli egri chiziqlardan iborat bo'lib, quyidagi umumiy ko'rinishga ega bo'ladi:

$$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0 \qquad (2)$$

Bundagi A, B, C, D, E, F lar o'zgarmas sonlar bo'lib algebraik tenglamalarning koeffitsientlaridir. (2) tenglamaga teng kuchli bo'lgan barcha tenglamalar ikkinchi tartibli egri chiziqni ifodalaydi. Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning sodda ko'rinishlaridan biri aylanadir.





Agar aylananing markazi koordinatalar boshida hamda radiusi R dan iborat bo'lsa, bunday aylananing tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$x^2+y^2=R^2 . \qquad (3)$$

Markazi A(a; b) nuqtada yotuvchi va radiusi R dan iborat bo'lgan aylananing tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2 . \qquad (4)$$

1-misol. Markazi (3; -4) nuqtada yotgan hamda radiusi 6 ga teng bo'lgan aylana tenglamasini tuzing.

Yechish: Shartga ko'ra a=3, b=-4 va R=6.

Berilganlarni (4) tenglamaga qo'yamiz:

$$(x-3)^2+(y+4)^2=6^2,$$

bundan, $$x^2-6x+9+y^2+8y+16=6^2,$$

$$x^2+y^2-6x+8y-11=0 .$$

2-misol. Radiusi 7 va markazi (5; 4) nuqtada bo'lgan aylana tenglamasini toping.

Yechish: Masala shartiga asosan a =5, b=4, R=7.

(4) tenglamaga asosan:

$$(x-5)^2+(y-4)^2=7^2,$$

$$x^2-10x+25+y^2-8y+16-49=0,$$

$$x^2+y^2-10x-8y-8=0.$$

Bu izlangan tenglama.

3-misol. $5x^2-10x+5y^2+20y-20=0$ tenglama berilgan. Aylana markazi va uning radiusini toping.

Yechish: A=5, B=-10, C=20, D=-20 berilgan. (8) formulalar yordamida a,b va R^2 ni topamiz.

$$a=-\frac{-10}{2\cdot 5}=1,\quad b=-\frac{20}{2\cdot 5}=-2,\quad R^2=\frac{100+400+400}{4\cdot 25}=9,\qquad R=3$$

demak, a=1, v=-2 va R=3

Ellips va uning tenglamasi

Fokislari absissa o'qlarida yotgan ellipsning tenglamasi quyidagi

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad (5)$$

ko'rinishda bo'ladi. Undagi a – katta yarim o'qning, b – kichik yarim o'qning uzunligidan iboratdir. (9) tenglama y ga nisbatan yechilsa, quyidagi ko'rinishni oladi:

$$y = \pm \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}\ . \qquad (6)$$

1-misol. Ellipsning o'qlari 2a =16 va 2b=12 berilgan. Fokuslari absissalar o'qida yotgan ellipsning tenglamasini tuzing.

Yechish: Shartga ko'ra a=8 va b=6. Bu qiymatlarni ellipsning (5) tenglamasiga qo'yamiz:

$$\frac{x^2}{8^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1 \quad \text{yoki} \quad \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1.$$

2-misol. Ellips katta o'qining uchlari A_1(-5;0) va A_2(5;0) nuqtalarda, fokuslari F_1(-4;0)va F_2(4;0) nuqtalarda yotganligi ma'lum bo'lsa, shu ellipsning tenglamasini tuzing.

Yechish: Masala shartiga ko'ra a=5, c=4.

Berilganlarni a, b va c parametrlar orasidagi bog'lanish formulasi $b^2=a^2-c^2$ ga qo'yib, b^2 ning qiymatini topamiz:

$$b^2=5^2-4^2=25-16=9.$$

a^2 va b^2 larning qiymatini (5) formulaga qo'yamiz (bunda $a^2=5^2=25$):

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

tenglama hosil bo'ladi.

3-misol. Ellipsning fokuslari (-4; 0) va (4; 0) hamda katta o'qlarining uchlari (-7; 0) va (7; 0) nuqtalarda joylashgan bo'lsa shu ellipsning tenglamasini tuzing.

Yechish: Shartga ko'ra a=7, c=4 (13) formuladan: $b^2=7^2-4^2=33$.

(9) formuladan quyidagi izlangan tenglamani tuzamiz:

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{33} = 1.$$

4-misol. Ellips $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$ tenglama bilan berilgan bo'lsa, shu ellips katta o'qining uchlari koordinatalarini katta o'qning uzunligi va fokuslar orasidagi masofani toping.

Yechish: Shartga asosan a=5, b=2 . Shuning uchun katta o'q uchlarining koordinatalari A_1(-5; 0) va A_2(5; 0) dan iborat. Katta o'qining uzunligi $2a$, ya'ni

$$2a=2\cdot 5=10$$

ga teng bo'ladi.

Ellipsning fokuslari orasidagi masofani topish uchun avval (11)formula yordamida c ni topamiz: $b^2=a^2-c^2$ dan $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$. Fokuslar orasidagi masofa F_1F_2=2c bo'lganligini e'tiborga olsak, bu masofaning uzunligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$F_1F_2=2c=2\cdot\sqrt{21}.$$

Parabola va uning tenglamasi

1-misol. Uchi koordinatalar boshida va fokusi F(4; 0) nuqtada bo'lgan parabola tenglamasini tuzing.

***Yechish*: ** Masala shartida berilishiga ko'ra parabolaning fokusi absissa o'qi OX da yotadi. Shuning uchun parabolaning formulasi – (34) dan foydalanamiz. (31) ga asosan fokusning koordinatalari ($\frac{p}{2}$; 0) bo'lganligi sababli, $\frac{p}{2}=4$ yoki p=8 bo'ladi. Demak,

$$y^2=2px \Leftrightarrow y^2=2\cdot 8x \Leftrightarrow y^2=16x$$

Parbolaning izlangan tenglamasi hosil bo'ldi.

2-misol. Parabolaning tenglamasi y^2=12x ko'rinishida berilgan. Uning direktrisasi tenglamasini tuzing.

Yechish: Parabolaning y^2=12x tenglamasidan 2p=12, bundan p=6. U holda bu qiymatni direktrisa tenglamasiga qo'yamiz:

$$x+\frac{p}{2}=0 \;\Leftrightarrow\; x+\frac{6}{2}=0 \;\Leftrightarrow\; x+3=0.$$

Demak, parabola direktrisasining tenglamasi x+3=0 dan iborat ekan.

3-misol. Uchi koordinatalar boshi 0 nuqtada va direktrissasining tenglamasi h=-4 dan iborat bo'lgan parabola fokusining koordinatalarini toping.

Yechish: Ma'lumki, koordinatalar boshidan fokusgacha va koordinatalar boshidan direktrisagacha bo'lgan masofalar o'zaro teng bo'lib, uzunligi $\frac{p}{2}$ dan iborat. Shuning uchun va shartda berilganiga ko'ra $\frac{p}{2}=4$. Berilgan x=-4 direktrisa parabolaning $y^2=2px$ ko'rinishdagi tenglamasiga mos keladi. U holda, izlangan fokus koordinatalari (4; 0) dan iborat bo'lib, uning fokusi F(4; 0) nuqta bo'ladi.

3§. Giperbola va uning tenglamasi

Ta'rif: *Giperbola* deb, uning ixtiyoriy nuqtasidan fokuslari deb atalmish nuqtalarigacha bo'lgan masofalar ayirmasi o'zgarmas sondan iborat bo'lgan nuqtalar to'plamiga aytiladi.

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1. \qquad (7)$$

Bu tenglama giperbolaning kanonik (ya'ni sodda) tenglamasidir. Bunda a haqiqiy yarim o'qning uzunligi; b- mavhum yarim o'qning uzunligidir.

a , b va c parametrlar orasidagi bog'liklik quyidagi munosabat bilan ifodalanadi:

$$b^2=c^2-a^2 . \qquad (8)$$

Fokus masofasi (c) ning haqiqiy o'qiga nisbati giperbolaning ekssentrisiteti deyiladi va u quyidagicha yoziladi:

$$e = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} > 1 \quad . \qquad (9)$$

Bunda c>a bo'lganligi uchun e>1 dir.

1-misol. Agar F^1M-FM masofaning absolyut kattaligi $2a$=40sm, fokuslar orasidagi masofa 2c=50 sm bo'lsa, giperbola mavhum yarim o'qining uzunligi b ni toping. Giperbolaning kanonik tenglamasini tuzing.

Yechish: Giperbola mavhum yarim o'qining uzunligini topish uchun (24) munosabatdan foydalanamiz. Berilganlarga ko'ra a=20sm va c=25sm.

$$b^2 = c^2 - a^2, \qquad b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{625 - 400} = \sqrt{225} = 15 \text{ sm}$$

Demak, mavhum yarim o'qning uzunligi 15sm ga teng ekan.

Giperbolaning kanonik tenglamasi formulasi- (23) ga a va b larning qiymatlarini qo'yamiz:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{20^2} - \frac{x^2}{15^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{400} - \frac{y^2}{225} = 1.$$

Giperbolaning izlangan kanonik tenglamasi

$$\frac{x^2}{400} - \frac{y^2}{225} = 1$$

dan iborat ekan.

2-misol. Agar giperbola haqiqiy o'qining uzunligi 8sm. ga, mavhum o'qining uzunligi esa 4sm. ga teng bo'lsa, F_1 va F_2 fokuslari absissalar o'qi OX da yotgan giperbolaning tenglamasini tuzing.

Yechish: Shartga ko'ra $2a$=8 sm va 2b=4 sm.Bulardan a = 4 sm va b = 2 sm. Ushbu qiymatlarni giperbolaning tenglamasi- (23) ga qo'yamiz va uni soddalashtirib, izlangan tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4^2} - \frac{x^2}{2^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1.$$

3-misol. Giperbola $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{24}=1$ tenglama bilan berilgan. Uning ekssentrisitetini toping va asimptotalarining tenglamasini tuzing.

Y***echish***: Masalaning shartiga ko'ra $a^2=25$, $b^2=24$. Bulardan $a=5$, $b=\sqrt{24}$. Giperbola ekssentrisitetining formulasi – (25) dan foydalanamiz:

$$e=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\frac{\sqrt{25+24}}{5}=\frac{\sqrt{49}}{5}=\frac{7}{5}=1{,}4.$$

Demak, ekssentrisiteti e=1,4 ga teng ekan. Endi berilgan qiymatlarni (27) ga qo'yib, giperbolaning asimptotalarining tenglamasini tuzamiz:

$$y=\pm\frac{b}{a}x \Leftrightarrow y=\pm\frac{\sqrt{24}}{5}x \Leftrightarrow y=\pm\frac{2\sqrt{6}}{5}x.$$

4 – misol. Giperbola $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$ tenglama bilan berilgan bo'lsa, uning direktrisalarini toping.

Y***echish***: Masala shartida $a^2=64$ va $b^2=36$ parametrlar berilgan.

Ulardan $a=8$ va b=6 dir. Giperbola direktrisalarining formulasi $x=\pm\frac{a}{e}$ dan e, ya'ni ekssentrisitetni topamiz;

$$e=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\frac{\sqrt{64+36}}{8}=\frac{\sqrt{100}}{8}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}.$$

Hosil qilingan qiymatdan foydalanib, giperbolaning direktrisalarini topamiz:

$$x=\pm\frac{a}{e} \Leftrightarrow x=\pm\frac{8}{\frac{5}{4}} \Leftrightarrow x=\pm\frac{32}{5} \quad \text{ёки} \quad x=\pm 6{,}4.$$

Demak, giperbolaning direktrisalari $x=\pm 6{,}4$ dan iborat ekan.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. B.Abdalimov «Oliy matematika” Toshkent, “O‘qituvchi” 1994 y.
2. YO.Soatov «Oliy matematika” Toshkent, “O‘qituvchi” 1992 y.
3. R.Iskandarov «Oliy algebra” Toshkent, 1960 y.