

CHIZIQLI VOLTERRA MASALASINI OPTIMAL BOSHQARUVNING DISKRET MAKSIMUM PRINSIPI USULI BILAN YECHISH

Kuvandikov Idris Musurmanovich

Mutaxassislik: Amaliy matematika va axborot texnologiyalari

(2-bosqich)

Annotatsiya

Mazkur ishda Pontryagin diskret maksimum prinsipidan foydalanib, diskret Volterra tenglamasi uchun kvadratik funktsionalli optimal boshqaruv masalasi qaralgan.

Masalaning qo'yilishi. Faraz qilaylik, quyidagi

$$x(t+1) = \sum_{i=0}^t A(i)x(t-i) + Bu(t), \quad t \in N_0, \quad (1)$$

chiziqli diskret Volterra tenglamasi ob'yektning harakatini ifodalasin, bunda $A(i)$, $i = 0, 1, \dots, t$, $-n \times n$ - maxsus mas matrisalar, B esa, $-n \times m$ - matrisadir. Sifat kriteriysi sifatida quyidagi,

$$J = \frac{1}{2} x^*(N) S x(N) + \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{N-1} [x^*(t) Q x(t) + u^*(t) R u(t)] \rightarrow \min, \quad (2)$$

kvadratik funktsionalni qaraymiz, $0 \leq t \leq N$; bunda, S , Q - $n \times n$ - musbat aniqlangan, yoki yarim musbat aniqlangan Ermit matrisalari (yoki haqiqiy simmetrik matrisalar), R esa, $-m \times m$ - musbat aniqlangan, yoki yarim musbat aniqlangan Ermit matrisasi (yoki haqiqiy simmetrik matrisadir).

Masalada (2) munosabat orqali ifodalangan J funktsionalning minimumini (1) bog'lanishlar hamda

$$x(0) = c, \quad (3)$$

boshlang'ich shart berilganda topishdan iborat, buyerda x - sistemaning holat vektori, $x \in R^n$; u - boshqarish vektori, $u \in U(t) \subseteq R^q$; $U(t)$ - boshqaruvning mumkin bo'lgan qiymatlarining biror yopiq qavariq to'plami; t - diskret vaqt, $t \in T = [0, 1, \dots, N-1]$; N - qadamlar soni berilgan.

Bu masala [2] da Lagranj ko'paytuvchilari qoidasidan foydalanib yechilgan. Biz uni optimal boshqaruv nazariyasining asosiy natijasi bo'lgan diskret maksimum prinsipi usulidan foydalanib, yechamiz [1].

Masalani yechish algoritmi. Qaralayotgan masala uchun diskret maksimum prinsipini qo'llash algoritmi quyidagi bosqichlarni o'z ichiga oladi.

1. Gamiltonianni tuzish:

$$H(t, \psi, x, u) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=0}^t \psi_j [A(i)x(t-i) + Bu(t)] - \frac{1}{2} [x^*(t) Q x(t) + u^*(t) R u(t)] \quad (4)$$

2. Gamiltonianning $u(t)$ boshqaruv bo'yicha maksimumini topish. Buning uchun, (4) ni $u(t)$ vektorning har bir komponentasi bo'yicha differensiallash va natijani nolga tenglashtirish, yani

$$\frac{\partial H(t, \psi(t+1), x(t), u)}{\partial u} = 0, \quad t = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (5)$$

munosabatlarni yozish lozim.

Endi bizga ma'lum,

$$\frac{\partial}{\partial x} x^* Ax = 2Ax, \quad A = A^*, \quad \frac{\partial}{\partial x} x^* Ay = Ay.$$

munosabatlardan foydalansak, biz quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$\frac{\partial H(t, \psi(t+1), x(t), u)}{\partial u} = \psi_j(t+1)B - Ru(t) = 0, \quad (6)$$

$$t = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad j = 1, 2, \dots, N,$$

Bu tenglamani $u(t)$ ga nisbatan yechsak,

$$u^*(t) = R^{-1}B^*\psi_j(t+1), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (7)$$

ifodani olamiz. Topilgan boshqarish $H(t, \psi(t+1), x(t), u)$ funksiyaning bosqarish bo'yicha maksimumga erishishini ta'minlaydi, chunki unda ekstremumning yetarli sharti bajariladi:

$$\frac{\partial^2 H(t, \psi(t+1), x(t), u(t))}{\partial u^2} = -R < 0. \quad (8)$$

3. Endi boshqarish uchun topilgan (7) ifodani (1) tenglamaga keltirib qo'yamiz va quyidagi boshlang'ich masalani hosil qilamiz:

$$x^*(t+1) = \sum_{i=0}^t A(i)x^*(t-i) + BB^*R^{-1}\psi_j(t+1), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad t \in N_0, \quad (9)$$

$$x^*(0) = c.$$

4. Qo'shma sistemani hosil qilish uchun gamiltonianning (4) ifodasini $x(t)$ vektorning har bir komponentasi bo'yicha differensiallaymiz [1]:

$$\psi_j(t) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=0}^{N-t-1} A(i)\psi_j(t+i+1) - Qx(t), \quad t = 1, \dots, N-1 \quad (10)$$

va uni

$$\psi_j(N) = Sx(N), \quad j = 1, \dots, N. \quad (11)$$

boshlang'ich shartda qaraymiz.

5. Hosil bo'lgan (9)-(11) chegaraviy masala – maksimum prinsipining chegaraviy masalasi yechiladi va natijada, $x^*(t)$ - optimal trayektoriya va $\psi_j^*(t)$ - qo'shma o'zgaruvchilar aniqlanadi hamda $\psi_j^*(t)$ ni (7) ifodaga keltirib qo'yib, $u^*(t)$ optimal boshqarish topiladi.

Olingan natijani quyidagi tasdiq ko'rinishida yozish mumkin.

Teorema. (1) - (2) minimallashtirish masalasi

$$u^*(t) = R^{-1}B^*\psi_j(t+1), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad t = 0, 1, \dots, N-1$$

optimal yechimga ega, bunda $x^*(.)$, $\psi_j(.)$ (9) va (10) sistemalar uchun qo'yilgan boshlang'ich masalaning yechimidir (boshlang'ich shartlar: $x^*(0) = c$, $\psi_j(N) = Sx(N)$).

Adabiyotlar ro'yxati

1. Пантелеев А.В., Бартаковский А.С. Теория управления в примерах и задачах. – Москва: Высшая школа, 2003. – 586 с.
2. Trupti P. Raju K. Optimal Control of Discrete Volterra System – a Classical Approach, International Journal of Applied Mathematics and Computation. Volume 5(4), 2014 – pp. 23-26.

Ilmiy rahbar:

prof. I.Isroilov

Magistrantlarning XIV ilmiy konferensiyasi materiallari-2015