

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI QISHLOQ VA SUV
XO'JALIK VAZIRLIGI**

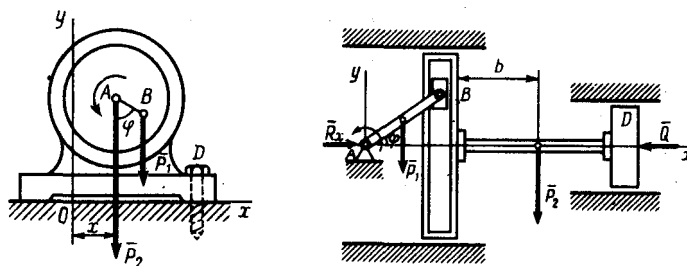
SAMARQAND QISHLOQ XO'JALIK INSTITUTI

“QXM va MQI” fakulteti

«UTF va HFX» kafedrası

Mamasov Sh.A., Ismoilov X.F

**“NAZARIY MEXANIKA” fanidan
AMALIY MASHG'ULOTLAR UCHUN
USLUBIY KO'RSATMA
(statika)**



Samarqand-2015

Ushbu ko'rsatmada nazariy mexanika fani bo'yicha (statika) amaliy ishlarining nazariy va amaliy qismlari keltirilgan bo'lib, 5430100 – «Qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash» bakalavr yo'nalishi bo'yicha ta'lim olayotgan talabalarga Nazariy mexanika fanidan amaliy ishlarini bajarishda foydalanishlari uchun mo'ljallangan.

Uslubiy ko'rsatma keltirilgan amaliy ishlar mavzulari namunaviy dastur asosida tayyorlangan.

Tuzuvchilar: Mamasov Sh.A., t.f.n., dotsent.
Ismoilov X.F., assistent.

Taqrizchilar: SamDU Mexanika kafedrası
dostenti, f.m.f.n., X.M.Buronov

SamQXI Fizika va kimyo kafedrası
dotsenti, f.m.f.n., E.M.Ismoilov.

Ishchi o'quv dastur «Umumiy texnika fanlari va hayot faoliyati xavfsizligi» kafedrası yig'ilishida muhokama qilindi va tasdiqlandi. Majlis bayoni № ____ «____»_____2015 yil.

Uslubiy ko'rsatma Qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash va mahsulotlarni qayta ishlash fakulteti ilmiy kengashining «____» _____ 20____ yil №____ - sonli yig'ilishida ko'rib chiqilgan va chop qilishga ruxsat etilgan.

1-mavzu. TEKISLIKDAGI KESISHUVCHI KUHLARNING MUVOZANATI VA UCH KUHL TEOREMASI

Kesishuvchi kuchlar sistemasi. Kesishuvchi kuchlarni geometrik qo'shish. Uch kuchning muvozanati haqidagi teorema.

Ta'sir chiziqlari bir nuqtada uchrashadigan kuchlar sistemasiga *kesishuvchi kuchlar sistemasi* deyiladi.

Bir nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ kuchlar berilgan. Bu kuchlarni qo'shish uchun parallelogramm qoidasidan ketma-ket foydalanish mumkin.

$$\begin{aligned}\vec{R}_1 &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ \vec{R}_2 &= \vec{R}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \\ \vec{R} &= \vec{R}_2 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4\end{aligned}$$

R - teng ta'sir etuvchi kuch. $ABCDE$ - kuch ko'pburchagi.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{n=1}^n \vec{F}_n \quad (1)$$

Shunday qilib, *kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi tashkil etuvchi kuchlarning geometrik yig'indisiga teng va shu kuchlar ta'sir chiziqlarining kesishgan nuqtasiga qo'yilgan bo'ladi.*

Teorema. *Bir tekislikda yotuvchi va o'zaro parallel bo'lmagan uchta kuch muvozanatlashsa, ularning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi.*

1. Kuchning o'qdagi va tekislikdagi proyeksiyasi. Teng ta'sir yetuvchini analitik usulda aniqlash. Kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanati.

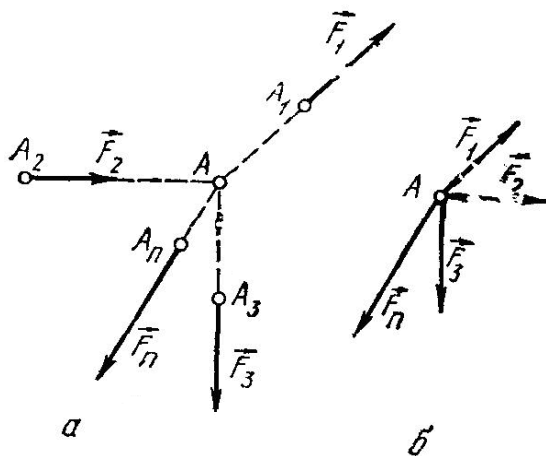
1. $\vec{F}$ kuchni shu kuch bilan bir tekislikda yotuvchi berilgan ikkita yo'nalish bo'yicha tashkil etuvchilarga ajratish.

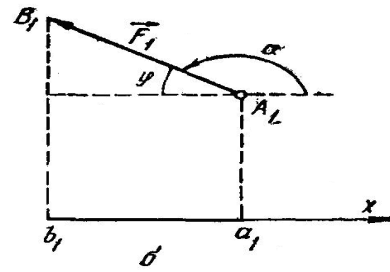
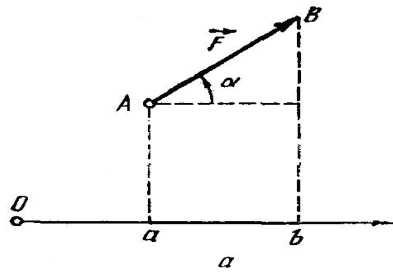
2. $\vec{F}$ kuchni shu kuch bilan bir tekislikda yotuvchi va son qiymatlari berilgan ikkita tashkil etuvchiga ajratish.

3. $\vec{F}$ kuchni bir-biriga perpendikulyar uchta koordinata o'qlari bo'yicha yo'nalgan $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ tashkil etuvchilarga ajratish.

Kuchning biror o'qdagi proyeksiyasi skalyar miqdor bo'lib, kuch moduli bilan kuchning shu o'q musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchagi kosinusiga ko'paytmasiga teng.

$$\begin{aligned}F_x &= F \cos \alpha \\ X_1 &= F_1 \cos \alpha = -F_1 \cos \alpha\end{aligned}$$





Kuchni uning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari va qo'yilgan nuqtasining koordinatalari orqali topish usuliga *analitik usulda aniqlash* deyiladi.

(1) ni koordinata o'qlariga proyeksiyalab, topamiz

$$R_x = \sum_{n=1}^n X_n, \quad R_y = \sum_{n=1}^n Y_n, \quad R_z = \sum_{n=1}^n Z_n. \quad (1)$$

Teng ta'sir etuvchining moduli.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{\left(\sum_{n=1}^n X_n\right)^2 + \left(\sum_{n=1}^n Y_n\right)^2 + \left(\sum_{n=1}^n Z_n\right)^2}.$$

Yo'nalishi

$$\cos(\mathbf{R}^{\wedge} x) = \frac{R_x}{R}, \quad \cos(\mathbf{R}^{\wedge} y) = \frac{R_y}{R}, \quad \cos(\mathbf{R}^{\wedge} z) = \frac{R_z}{R}.$$

Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun mazkur kuchlarning geometrik yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

$$\mathbf{R} \equiv \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = 0$$

Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatlashishi uchun bu kuchlarga qurilgan kuch ko'pburchagi yopik bo'lishi zarur va yetarlidir.

Agar qattiq jismga qo'yilgan kuchlar sistemasi bir tekislikda joylashgan bo'lsa, koordinata o'qlaridan bittasini, masalan, z o'qini kuchlar tekisligiga perpendikulyar qilib olish kerak. U holda (1) tenglamalarning uchinchi aynan nolga teng bo'ladi, ya'ni

$$R_z \equiv \sum_{i=1}^n F_{iz} \equiv 0.$$

Natijada quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$R_x \equiv \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad R_y \equiv \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0. \quad (2)$$

2. Kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanatiga doir namunaviy masalalarni yechish. Uslubiy tavsiyalar

Tekislikda kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanatiga oid masalalarni quyidagi tartibda yechish tavsiya etiladi.

1. Muvozanati tekshirilayotgan qattiq jismni ajratib, unga ta'sir etuvchi aktiv kuchlar shaklda tasvirlab olinishi kerak.

2. Qaralayotgan qattiq jism erkin bo'lmasa bog'lanish aksiomasidan foydalanib, unga qo'yilgan bog'lanish reaksiyalarini ham tasvirlab olish zarur (albatta, bog'lanish turiga e'tibor berish talab etiladi).

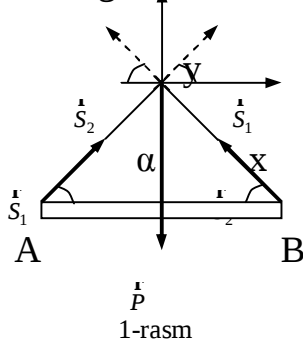
3. Masalani geometrik usulda yechish uchun qattiq jismga ta'sir etuvchi kuchlar sistemasiga mos kuch ko'pburchagi yasilib keyin bu ko'pburchakdan no'malum miqdor topiladi.

4. Masalani analitik usulda yechish uchun mos koordinatalar sistemasini tanlash kerak (ko'p hollarda koordinatalar sistemasining boshi sifatida kuch markazi olinadi).

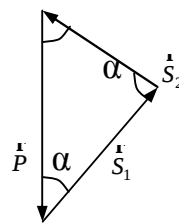
5. Tanlangan koordinatalar sistemasiga nisbatan (2) tenglamalar sistemasi tuziladi.

6. Tuzilgan tenglamalar sistemasi birgalikda yechilib, izlanayotgan no'malum miqdorlar topiladi.

4.3-masala (Мешчерский 2.25). Og'irligi $160N$, uzunligi $1,2m$ bo'lgan bir jinsli AB sterjen ikkita AC va CB trosalar bilan C nuqtaga osib qo'yilgan. Ikkala trosning uzunligi $1m$ dan. Troslardagi taranglik kuchlari aniqlansin. (1-shakl)



1-rasm



2-rasm

Berilgan: $P=160N$, $AB=1,2m$, $AC=BC=1m$.

Topish kerak: S_1 , S_2 -?

Yechish. Koordinatalar sistemasini shaklda ko'rsatilgandek qilib tanlaymiz. Tanlangan Cxy koordinatalar sistemasiga nisbatan (1) muvozanat tenglamalarini tuzamiz

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 F_{ix} &= S_1 \cos a - S_2 \cos a = 0, \\ \sum_{i=1}^3 F_{iy} &= S_1 \sin a + S_2 \sin a - P = 0. \end{aligned} \quad (a)$$

Shakldan

$$\cos a = \frac{AB/2}{AC} = \frac{3}{5}, \quad \sin a = \frac{4}{5}.$$

(a) tenglamalardan

$$\begin{cases} S_1 = S_2, \\ \frac{4}{5}S_1 + \frac{4}{5}S_1 = P, \end{cases} \Rightarrow S_1 \frac{5}{8}P = \frac{5}{8}160N = 100N.$$

Endi masalani kuch uchburchagidan foydalanib yechamiz (2-shakl).

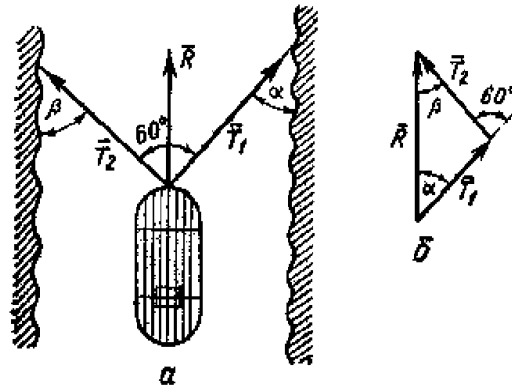
$$\frac{S_1}{\sin a} = \frac{S_2}{\sin a} = \frac{P}{\sin g}, \quad g = 180^\circ - 2a,$$

$$\sin g = \sin(180^\circ - 2a) = \sin 2a = 2 \sin a \cos a = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{25}.$$

Natijada

$$S_1 = S_2 = \frac{\sin a}{\sin g} P = \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{24} \cdot 160 \text{ N} = \frac{5}{6} \cdot 160 \text{ N} = 100 \text{ N}.$$

2-masala: To'g'ri kanal qirg'oqlari bo'ylab o'zgaras tezlik bilan ketayotgan ikki traktor arqonlar yordamida qayiqni tortib boradi. Arqonlardagi tortish kuchlari 80 N va 96 N ga teng. Ular orasidagi burchak 60° . Agar qayiq kanalning qirg'oqlariga parallel ravishda harakat qilsa, qayiqning harakati vaqtida unga suvning ko'rsatadigan qarshiligi R va arqonlar bilan qirg'oqlar orasida hosil bo'luvchi α va β burchaklar topilsin.



3-rasm.

Yechish : Qayiq qirg'oqqa parallel harakat qilgani uchun, suvning qarshilik kuchi R ning teng ta'sir etuvchisi R , ya'ni muvozanatlashtiruvchi kuch suvning qarshilik kuchi R ga teng va qirg'oqqa parallel. Demak, R (suvning qarshilik kuchi) R ga teng va unga qarama-qarshi yo'nalgan. Oldin qayiqqa ta'sir qilayotgan kuchlarning sxemasini tuzamiz (3-rasm, a). So'ngra kuch uchburchagini yasaymiz (3-rasm, b). Kuch uchburchagining ikki tomoni va ular orasidagi burchak ma'lum. Bu uchburchakni quyidagi formula orqali aniqlaymiz.

$$R = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + 2T_1 \cdot T_2 \cos(a + b)}$$

$$R = \sqrt{80^2 + 96^2 + 2 \cdot 80 \cdot 96 \cdot \cos 60^\circ} = 153 \text{ N}$$

Demak, $P = R = 153 \text{ N}$

$$96 / \sin \beta = 80 / \sin \alpha = 153 / \sin 60^\circ;$$

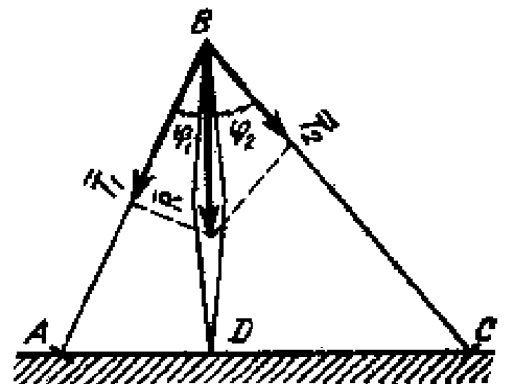
$$\sin b = \frac{96 \cdot \sqrt{3}}{153 \cdot 2} = 0,543,$$

$$\sin a = \frac{80 \cdot \sqrt{3}}{153 \cdot 2} = 0,453,$$

bundan $\alpha = 33^\circ$, $\beta = 27^\circ$.

3-masala: BD radiomachtani tarang tortilgan ikkita AB va BC simlar ushlab turadi. Machtani egilmaydigan deb faraz qilib, simlardagi tortish kuchlari kattaliklarining nisbati T_1/T_2 topilsin.

Berilgan: $AD = 5 \text{ m}$; $DS = 9 \text{ m}$; $DV = 12 \text{ m}$.



Yechish : Machta egilmasligi uchun T_1 va T_2 ning teng ta'sir etuvchisi R , albatta, BD machta bo'ylab yo'nalgan bo'lishi kerak. Sinuslar teoremasiga ko'ra qo'yidagini olamiz:

$$T_1/T_2 = \sin \varphi_1 / \sin \varphi_2$$

To'g'ri burchakli BCD uchburchakdagi BC ni quyidagicha aniqlaymiz

$$BC = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{81 + 144} = 15 \text{ m}$$

U holda, $\sin \varphi_2 = DC / BC = 9 / 15 = 0,6$.

Xuddi shuningdek, ABD uchburchakdan BA ni topamiz

$$BA = \sqrt{DA^2 + DB^2} = \sqrt{25 + 144} = 13 \text{ m},$$

bunda $\sin \varphi_1 = AD / AB = 5 / 13 = 0,385$ bo'ladi.

Demak

$$T_1/T_2 = \sin \varphi_1 / \sin \varphi_2 = 1,56.$$

Shunga ko'ra, T_1 kuch T_2 kuchdan taxminan 1,5 marta katta bo'lishi kerak.

3.Darsda mustaqil yechish uchun masala va topshiriqlar

1. $\vec{F}_1 = 3\vec{i} + 5\vec{j}$, $\vec{F}_2 = \vec{i} - 2\vec{j}$ kuchlar teng ta'sir etuvchisining moduli va yo'nalishi topilsin.

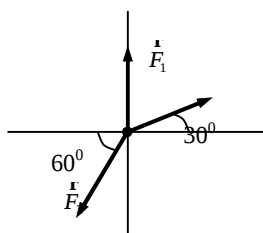
2. Gorizontall tekislik ustida turgan sharning tekislikka ko'rsatadigan bosimi topilsin. Sharning og'irligi P ga teng bo'lib, uning markaziga qo'yilgan.

3. Og'irligi P ga teng bo'lgan yuk bir xil uzunlikdagi ikkita cho'zilmaydigan arqonga osilgan holatda muvozanatda turadi. Arqonlar o'zaro 60° li burchak tashkil qiladi. Arqonlarning tortilish kuchlari topilsin.

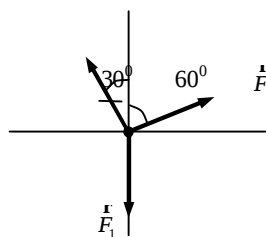
4. $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ kuch vektori bilan Oy koordinata o'qi orasidagi burchak kosinusi topilsin.

5. Uchta kesishuvchi kuch proeksiyalari bilan berilgan: $F_{1x} = 10N$; $F_{1y} = 2N$; $F_{2x} = -4N$; $F_{2y} = 3N$; $F_{3x} = -6N$; $F_{3y} = -5N$ Kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladimi?

6. Shaklda tasvirlangan kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi topilsin; $F_1 = F_3 = 3N$, $F_2 = \sqrt{3}$.



6-rasm

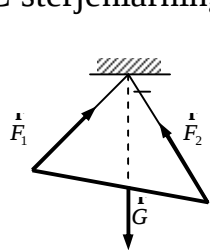


7-rasm

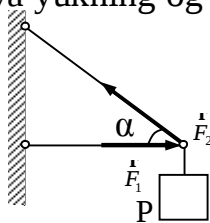
7. Shaklda tasvirlangan kuchlar sistemasi muvozanatlashgan kuchlar sistemasini hosil qiladi. $F_2 = 15N$ bo'lsa, $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarining modullari topilsin.

8. Iplarning tortilish kuchlari $F_1 = 120N$, $F_2 = 80N$ va burchaklar $a = 45^\circ$, $b = 30^\circ$ bo'lsa, AB balkaning G og'irligi topilsin.

9. Yuk A,B va C nuqtalarda sharnirlar vositasida biriktirilgan AC va BC sterjenlarda ushlab turiladi. BC sterjenning tortilish kuchi $F_2=45N$ va $\alpha=60^\circ$ bo'lsa, AC sterjenlarning siqilish kuchi va yukning og'irlik kuchi topilsin.

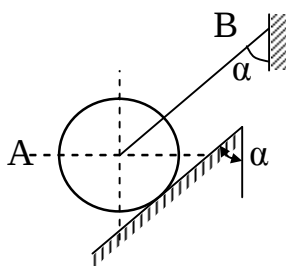


8-rasm

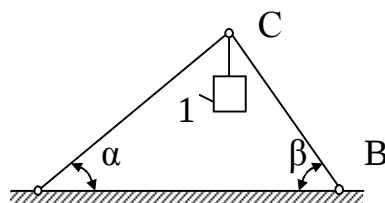


9-rasm

10. Og'irligi $12N$ bo'lgan bir jinsli shar arqon yordamida silliq og'ma tekislikda muvozanatda ushlab turiladi. $\alpha=60^\circ$ bo'lsa, sharning tekislikka ko'rsatadigan bosimi topilsin.



10-rasm



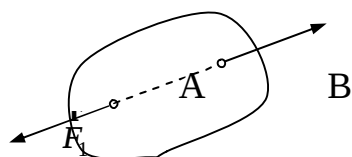
11-rasm

11. Og'irligi etiborga olinmaydigan AC va BC sterjenlar o'zaro va gorizontal tekislikka sharnirlar vositasida biriktirilgan. C sharnirga 1 yuk osilgan. AC sterjenning zo'riqishi $45N$ va $\alpha=30^\circ$, $\beta=60^\circ$ bo'lsa, BC sterjen reaksiyasi topilsin.

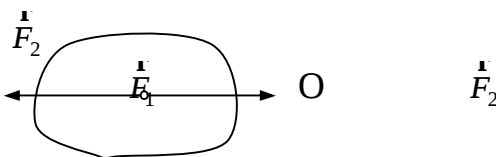
2-mavzu. IKKI JISMDAN IBORAT QURILMALARNING MUVOZANATI

Statika aksiomalari:

1-aksioma (Ikki kuchning muvozanati haqidagi aksioma). Qattiq jismning ixtiyoriy ikkita nuqtasiga qo'yilgan, miqdorlari teng va shu nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan ikkita kuch muvozanatlashgan kuchlar sistemasini hosil qiladi (1-shakl). Xususiyl holda qattiq jismning bitta nuqtasiga qo'yilgan, miqdorlari teng va bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan ikkita kuch muvozanatlashgan kuchlar sistemasini tashkil etadi (2-shakl).



1-shakl



2-shakl

2-aksioma (Nolga ekvivalent kuchlar sistemasini qo'shish yoki ayirish haqidagi aksioma). Qattiq jismga qo'yilgan kuchlar sistemasiga nolga ekvivalent kuchlar sistemi qo'shilsa yoki ayrilsa, kuchlar sistemasining jismga ko'r-satiladigan

ta'siri o'zgarmaydi, boshqacha aytganda dastlabki kuchlar sistemasiga ekvivalent kuchlar sistemasi hosil bo'ladi.

Natija. Qattiq jismning biror nuqtasiga qo'yilgan kuchni miqdori va yo'nalishini o'zgartirmasdan jismning kuch ta'sir chizig'ida yotuvchi ixtiyoriy nuqtasiga ko'chirganda kuchning jismga ko'rsatadigan ta'siri o'zgarmaydi.

Isbot. Qattiq jismning biror A nuqtasiga $\vec{F}_1$ kuch qo'yilgan bo'lsin. Jismning kuch ta'sir chizig'ida yotgan ixtiyoriy B nuqtasiga shunday $(\vec{F}_2, \vec{F}_2') \sim 0$ sistemani qo'yapmizki, bunda $F_1 = F_2 = F_2'$ va $\vec{F}_1 \uparrow\uparrow \vec{F}_2'$, $\vec{F}_1 \uparrow\downarrow \vec{F}_2$ bo'lsin (3-shakl).

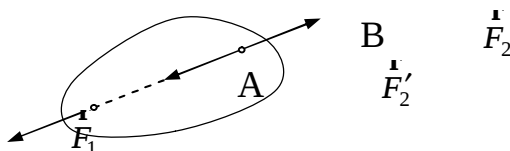
2-aksiomaga asosan

$\vec{F}_1 \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_2')$, birinchi

aksiomaga asosan

$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim 0$.

Natijada



3-shakl

$$\vec{F}_1 \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_2') \sim \vec{F}_2'.$$

3-aksioma. Ikkita nolga ekvivalent kuchlar sistemasi o'zaro ekvivalent boladi, ya'ni

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0, (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_m) \sim 0 \Rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_m)$$

4-aksioma (Parallelogram aksiomasi). Qattiq jismning bitta nuqtasiga qo'yilgan

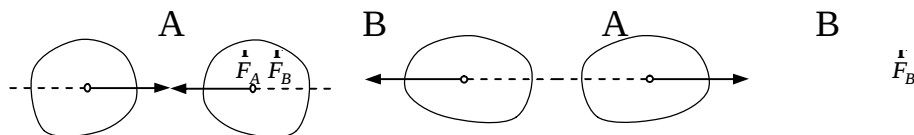
ikkita parallel bo'lmagan kuchlar teng ta'sir etuvchisining moduli bu kuchlarga

qurilgan parallelogram diagonaliga teng hamda shu diagonal bo'ylab yo'nalgan

bo'ladi. $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim \vec{R}$, $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$

$$\sin(\vec{R}, \wedge \vec{F}_1) = \frac{F_2 \sin(\vec{F}_1, \wedge \vec{F}_2)}{R} \quad \sin(\vec{R}, \wedge \vec{F}_2) = \frac{F_1 \sin(\vec{F}_1, \wedge \vec{F}_2)}{R}$$

5-aksioma (Ta'sir va aksta'sir prinsipi). Ikki qattiq jism-ning o'zaro ta'siri miqdor jihatidan teng va bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'ladi (5-shakl).



5-shakl

6-aksioma (Qotish prinsipi). Qattiq bo'lmagan jism kuchlar sistemasi ta'siridan muvozanatda bo'lsa, jism qattiq holatga o'tganda ham uning muvozanati buzilmaydi.

Bog‘lanish aksiomasi. Erksiz qattiq jismga qo‘yilgan bog‘lanishlar ta’sirini bog‘lanish reaksiyalari bilan almashtirib jismni berilgan aktiv kuchlar va bog‘lanish reaksiyalari ta’siri-dagi erkin qattiq jism deb qarash mumkin.

Asosiy birliklar sistemasi. Mexanik miqdorlarni o‘lchovi uchun uchta asosiy birliklarni kiritish etarli. Bulardan ikkitasi uzunlik va vaqt birliklari bo‘lsa, uchinchi o‘lchov birligi sifatida massa yoki kuchning o‘lchov birligi tanlanadi. Kuch va massa o‘zaro dinamikaning asosiy tenglamasi

$$kuch = massa \times tezlanish$$

bilan bog‘langanligi uchun ulardan bittasini tanlash etarli. Shuning uchun ham ikkita asosiy o‘lchov birliklar sistemasini kiritish mumkin.

a) Birinchi xil o‘lchov birliklar sistemasi. Bu sistemada asosiy o‘lchov birliklar: masofa, vaqt va massa; kuch hosilaviy birlik hisoblanadi. Bunday birliklar sistemasiga fizik miqdorlarning xalqaro o‘lchov birliklar sistemasi (SI) kiradi. Bunga asosan mexanik miqdorlarning o‘lchov birliklari: metr, kilog-ramm massa va sekund.

SI sistemasida kuchning o‘lchov birligi sifatida 1kg massaga 1m/sek² tezlanish beruvchi kuch miqdori qabul qilingan. Kuchning bu o‘lchov birligiga n’yuton deyiladi.

$$1N = 1kg \cdot 1m / sek^2 = 1kg \cdot m / sek^2.$$

Birinchi xil o‘lchov birliklar sistemasiga fizikada keng qo‘llaniladigan SGS sistemasi ham kiradi. Bu sistemaning asosiy o‘lchov birliklari: santimetr, gramm massa va sekund. Kuch birligi dina. $1dina = 10^{-5}N$.

b) Ikkinchi xil o‘lchov birliklar sistemasi. Asosiy o‘lchov birliklar: masofa, vaqt va kuch. Bu sistemaga texnikada keng tarqalgan texnik o‘lchov birliklar sistemasi MKGS kiradi. Bunda asosiy birliklar: metr, kilogramm kuch va sekund. Massaning o‘lchov birligi

$$1 \frac{kg \cdot sek^2}{m}.$$

SI va MKGS o‘lchov birliklar sistemalarida kuchning o‘lchov birliklari quyidagicha bog‘langan:

$$1kg \text{ kuch} \approx 9,81 N \quad \text{yoki} \quad 1N \approx 0,102 kg \text{ kuch}.$$

1 – masala. A uchi qistirib mahkamlangan ABC uchburchakning ($\angle ABC=90^\circ$) C nuqtasiga DE sterjen tayanadi (1a-rasm). Sterjen D nuqtada qo‘zg‘almas sharnirli tayanchga ega bo‘lib unga F kuch, ABC uchburchakning KB qismiga intensivligi q bo‘lgan taqsimlangan kuch va momenti M ga teng juft kuch qo‘yilgan.

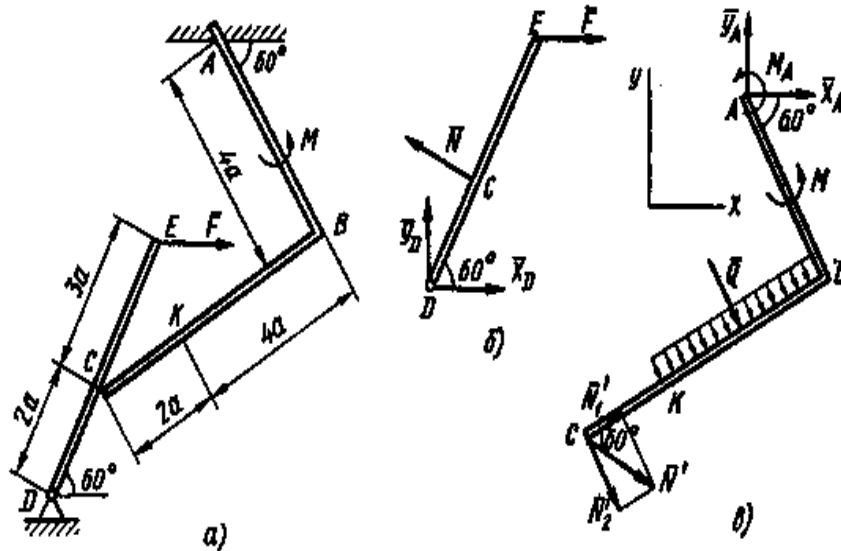
Berilgan: $F=10 \text{ kN}$, $M=5 \text{ kN}\cdot\text{m}$, $q=20 \text{ kN/m}$, $a=0,2 \text{ m}$. Berilgan yuklanishlar ta’sirida yuzaga keluvchi A C D nuqtalardagi reaksiya kuchlari **aniqlansin**.

Yechish. 1. Reaksiya kuchlarini aniqlash uchun sistemani ikki qismga ajratamiz va avval DE sterjenning muvozanatini ko‘rib chiqamiz (1b-rasm). xu koordinata o‘qlarini o‘tkazamiz va sterjenga ta’sir qiluvchi kuchlarni tasvirlaymiz: F kuchni, sterjenga perpendikulyar yo‘nalgan N reaksiya kuchini, D sharnir reaksiyasining X_D va Y_D tuzuvchilarini. Hosil bo‘lgan, tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi uchun uchta muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum F_{kx}=0, \quad X_D+F=N\cdot\sin 60^\circ=0; \quad (1)$$

$$\sum F_{ky}=0, \quad Y_D+N\cdot\sin 60^\circ=0; \quad (2)$$

$$\sum m_D(F_k)=0, N \cdot 2a - F \cdot \sin 60^\circ \cdot 5a = 0. \quad (3)$$



1-rasm

2. Endi uchburchakning muvozanatini tekshiramiz (1b.rasm). Unga, reaksiya kuchi N ga qarama-qarshi yo'nalgan, sterjenning bosim kuchi N_c , tekis taqsimlangan kuch (uni KV qismning o'rtasiga qo'yilgan Q kuch bilan belgilaymiz, $Q = q \cdot 4a = 16$ kN), moment M ga teng juft kuch, tuzuvchilari X_A , Y_A bo'lgan qisilgan yerdagi bog'lanish reaksiya kuchlari va M_A ga teng juft kuch momenti ta'sir qiladi. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan bunday kuchlar sistemasi uchun ham uchta muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum F_{kx}=0, X_A + Q \cdot \cos 60^\circ + N_c \cdot \sin 60^\circ = 0; \quad (4)$$

$$\sum F_{ky}=0, Y_A - Q \cdot \sin 60^\circ - N_c \cdot \cos 60^\circ = 0; \quad (5)$$

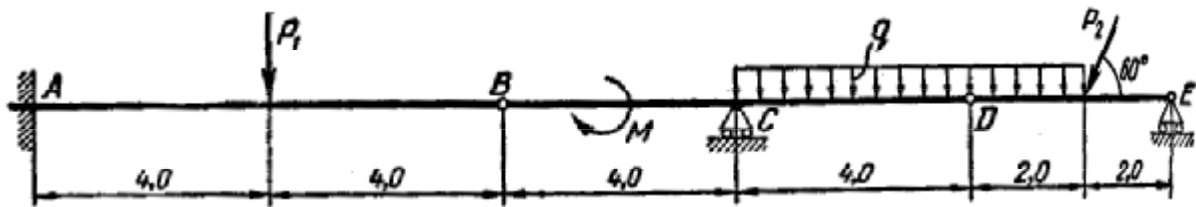
$$\sum m_A(F_k)=0, M_A + M + Q \cdot 2a + N_c \cdot \cos 60^\circ \cdot 4a + N_c \cdot \sin 60^\circ \cdot 6a = 0. \quad (6)$$

N_c kuch momentini aniqlashda uni N_1' va N_2'' tuzuvchilarga ajratamiz va Varinon teoremasini qo'llaymiz. Tuzilgan tenglamalarga berilgan kattaliklarning sonli qiymatlarini qo'yib va (1)-(6) tenglamalar sistemasini yechib, noma'lum reaksiya kuchlarini topamiz. Hisoblashda, ta'sir va aks ta'sirning o'zaro tengligidan, miqdor jihatidan $N_c = N$ ekanligini inobatga olamiz.

Javob: $N = 21,7$ kN, $Y_D = -10,8$ kN, $X_D = 8,8$ kN, $X_A = -26,8$ kN, $Y_A = 24,7$ kN, $M_A = -42,6$ kN·m.

Minus ishorasi Y_D , X_A va M_A moment rasmda ko'rsatilganiga nisbatan qarama-qarshi tomonga yo'nalganligini bildiradi.

2-masala. Sxemada ko'rsatilgan to'sinning tayanch reaksiya kuchlari aniqlansin.



Berilgan: $R_1 = 12,0$ kN; $R_2 = 20,0$ kN; $M = 50,0$ kNm; $q = 2,0$ kN/m.

Tayanch reaksiya kuchlari aniqlansin: $R_A = ?$; $R_C = ?$; $R_E = ?$

Yechish : Sxemada bir nechta oddiy balkalar sharnir yordamida bog'langan bulib A nuqtada birk tayanchda S nuqtada qo'zgaluvchan sharnirli tayanchda va Ye nuqtasida qo'zg'aluchan sharnirli tayanchlarda o'rnatilgan. Bundan ko'rinib turibdiki balka uchun tuziladigan muvozanat tenglamalari statik noaniqligi uchun sxemani shartli ravishda oddiy balkalarga ajratib, har bir balkani alohida – alohida tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz.

Qaysi balkadan boshlab yechish ixtiyoriy ravishda tanlab olinishi mumkinligini hisobga olib, biz *DE* balkadan boshlaymiz.

$$\begin{aligned}\sum M_{iD} &= 0 \\ R_E \times 4 - P_2 \times \cos 30^\circ - Q_1 \times 1 &= 0 \quad Q_1 = q \times 2 = 4 \text{ kH} \\ \sum X_i &= 0 \\ X_D - P_2 \times \cos 60^\circ &= 0 \\ \sum Y_i &= 0 \\ Y_D - Q_1 - P_2 \times \cos 30^\circ + R_E &= 0\end{aligned}$$

Birinchi tenglamadan

$$R_E = P_2 \times 2 \cos 30^\circ + Q_1 \times 1/4 = 9,66 \text{ kN}$$

Ikkinchi tenglamadan

$$X_D = P_2 \times \cos 60^\circ = 10 \text{ kN}$$

Uchinchi tenglamadan

$$Y_D = Q_1 + P_2 \times \cos 30^\circ - R_E = 23 \text{ kN}$$

3-mavzu. TEKISLIKDA IXTIYORIY YO'NALGAN KUCHLAR SISTEMASINING MUVOZANATI

Kuchni o'ziga parallel ko'chirishga oid lemma

Agar jismga ta'sir etuvchi kuchlar bir tekislikda yotsa, o'nga *tekislikdagi kuchlar tizimi* deyiladi.

Lemma: *Jismning biror nuqtasiga qo'yilgan kuch, jismda olingan ixtiyoriy keltirish markaziga qo'yilgan xuddi shunday kuchga va momenti berilgan kuchning keltirish markaziga nisbatan momentiga teng juftga ekvivalent bo'ladi.*

Kuchni o'ziga parallel ravishda ko'chirishda hosil bo'lgan juftga *qo'shilgan juft* deyiladi.

1. Tekislikdagi kuchlar tizimini teng ta'sir etuvchiga keltirish. Varignon teoremasi.

1. Tanlab olingan keltirish markazi O uchun bosh moment $M_O=0$ bo'lsin. Bu holda tekislikdagi kuchlar sistemasi O nuqtaga qo'yilgan bitta $\vec{R}'$ kuchga ekvivalent bo'ladi, ya'ni ko'rilayotgan holda bosh vektor teng ta'sir etuvchi kuchni ifodalaydi.

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_n$$

2. Umumiy holda tekislikdagi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisini aniqlash uchun momenti M_O ga teng juftning tashkil etuvchilaridan biri $-\vec{R}'$ ni shunday tanlaymizki, u miqdor jihatdan $\vec{R}'$ ga teng va yo'nalishi o'nga qarama – qarshi bo'lsin. Bunda $(\vec{R}, -\vec{R}')$ juftning momenti

$$M_O = R \cdot h$$

uning yelkasi

$$h = \frac{M_O}{R} = \frac{M_O}{R'}$$

tenglikdan topiladi. Ammo $(\vec{R}', -\vec{R}) \neq 0$ bo'lgani uchun berilgan kuchlar sistemasi O nuqtaga qo'yilgan bitta $\vec{R} = \vec{R}' = \sum \vec{F}_n$ kuchga ekvivalent bo'ladi. Binobarin, $R' \neq 0$ bo'lgan holda tekislikdagi kuchlar sistemasi $\vec{R}$ teng ta'sir etuvchiga keltiriladi.

Varignon teoremasi. Tekislikdagi kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchisining shu tekislikdagi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momenti, tashkil etuvchi kuchlardan mazkur nuqtaga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisiga teng, ya'ni

$$M_O(\vec{R}) = \sum M_O(\vec{F}_n)$$

2. Tekislikdagi kuchlar tizimining muvozanat shartlari. Statik aniq va statik noaniq masalalar.

Tekislikda ixtiyoriy ravishda yo'nalgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning bosh vektori va tekislikning ixtiyoriy nuqtasiga nisbatan bosh momenti nolga teng, ya'ni

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0; \\ \sum_{i=1}^n \text{mom}_O(\vec{F}_i) = 0. \end{cases} \quad (2.1)$$

bo'lishi zarur va etarli.

(2.1) tenglamalarni tekislikda dekart koordinatalar sistemasi o'qlariga proeksiyalab, quyidagi tenglamalar sistemasiniga kelimiz:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \\ \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \\ \sum_{i=1}^n \text{mom}_O(\vec{F}_i) = 0. \end{cases} \quad (2.2)$$

(2.2) munosabatlar tekislikda ixtiyoriy ravishda joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat shartlarini ifodalaydi. Tekislikda ixtiyoriy yo'nalgan kuchlar sistemi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlar sistemasining koordinata o'qlaridagi proeksiyalari yig'indisi va tekislikdagi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan algebraik momentlari yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lishi zarur va etarli.

Tekislikda ixtiyoriy ravishda yo'nalgan kuchlar sistemasining muvozanat shartlarini yana boshqacha ko'rinishda ham berish mumkin: Bir tekislikda ixtiyoriy yo'nalgan kuchlar sistemi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlar sistemasining bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan ixtiyoriy uchta A, B va C nuqtalarga nisbatan algebraik momentlari yig'indisi alohida-alohida nolga teng, ya'ni

$$\sum_{i=1}^n \text{mom}_A(\vec{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n \text{mom}_B(\vec{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n \text{mom}_C(\vec{F}_i) = 0. \quad (2.3)$$

bo'lishi zarur va etarli.

Tekislikda ixtiyoriy ravishda yo'nalgan kuchlar sistemasining uchinchi xil muvozanat shartlarini ham berish mumkin: Tekislikda ixtiyoriy ravishda yo'nalgan kuchlar sistemi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlar sistemasining tekislikdagi ixtiyoriy ikkita A va B nuqtaga nisbatan olingan algebraik momentlari yig'indisi hamda kuchlar sistemasining shu nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lmagan o'qdagi proeksiyalari yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va etarli, ya'ni

$$\sum_{i=1}^n \text{mom}_A(\vec{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n \text{mom}_B(\vec{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n (\vec{F}_i)_l = 0, \quad (2.4)$$

bu yerda l - AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lmagan o'q.

Berilgan masalada noma'lumlar soni muvozanat tenglamalari soniga teng bo'lsa, bunday masalaga *statik aniq masala*, aksincha noma'lumlar soni muvozanat tenglamalari sonidan ortiq bo'lsa, *statik noaniq masala* deyiladi.

To'g'ri chiziq kesmasi bo'yicha tekis taqsimlangan kuchlar.

$$Q = a \cdot q$$

q - taqsimlangan kuchlar intensivligi, N/m

To'g'ri chiziq kesmasi bo'yicha chiziqli qonun bo'yicha taqsimlangan kuchlar

$$Q = \frac{1}{2} a \cdot q_{\max}$$

3. Tekislikda ixtiyoriy ravishda joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat shartiga doir namunaviy masalalarni yechish. Uslubiy tavsiyalar.

1. Koordinatalar sistemi o'qlarini kuchlarning proeksiyalarini hisoblashga qulay qilib tanlash kerak.

2. Moment markazi sifatida ikkita va undan ortiq noma'lum reaksiya kuchlari kesishgan nuqtani olish maqsadga muvofiq.

3. Tanlangan koordinatalar sistemi va moment markaziga nisbatan (2.2) tenglamalar sistemasini tuzish lozim.

4. Tekislikda bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan uchta nuqtani tanlab, (2.3) tenglamalar sistemi tuziladi.

5. Tekislikda A va B nuqtalarni va AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lmagan ℓ o'qni tanlab, (2.4) tenglamalar sistemasi tuziladi.

6. Tuzilgan tenglamalar sistemasini yechib, izlanayotgan noma'lumlar topiladi.

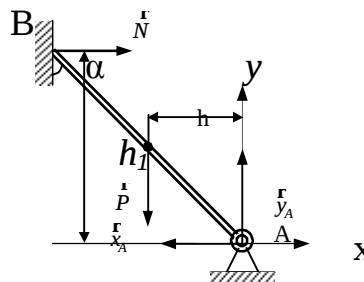
Berilgan uslubiy tavsiyalar asosida quyida Tekislikda ixtiyoriy ravishda joylashgan kuchlar sistemasining muvozanat shartlarga doir masalalarni yechib ko'rsatamiz.

1-masala (O.Э.Кене 2.4.15). Og'irligi $100kN$ bo'lgan bir jinsli brusning bir uchi A sharnir yordamida mahkamlangan, ikkinchi uchi silliq devorga tayanib muvozanatda turadi. Agar $\alpha = 60^\circ$ bo'lsa, brusning devorga ko'rsatadigan bosimi topilsin (1-shakl).

Berilgan: $P = 100kN$, $\alpha = 60^\circ$.

Topish kerak: N .

Yechish. Masalada uchta noma'lum miqdor qatnashadi. Ularni topish uchun uchta tenglama kerak bo'ladi. Lekin masalaning shartiga ko'ra bitta N reaksiyani topish kerak. Shu-



1-rasm

ning uchun A nuqtani moment markazi deb olib, momentlar tenglamasini tuzsak, hosil bo'lgan tenglamada faqat bitta N noma'lum reaksiya qatnashadi, ya'ni

$$\sum_{i=1}^4 \text{mom}_A(\vec{F}_i) = hP - h_1N = 0. \quad (a)$$

Shakldan

$$h_1 = AB \cos 60^\circ, \quad h = \frac{AB}{2} \sin 60^\circ.$$

Bularni (a) tenglamaga qo'yamiz

$$P \frac{AB}{2} \sin 60^\circ - N AB \cos 60^\circ = 0$$

$$\text{yoki } \frac{\sqrt{3}}{4}P - \frac{1}{2}N = 0, \text{ bundan } N = \frac{\sqrt{3}}{2}P = 86,6kN$$

Javob: $N = 86,6kN$.

2-masala. (И.В.Мещерский 4.11) Ko'priknining qismlarini yig'ishda ko'priklar fermasining biror ABC qismini rasmda ko'rsatilgandek uchta arqon

bilan ko'tarishga to'g'ri keldi.

Ferma shu qismining og'irligi

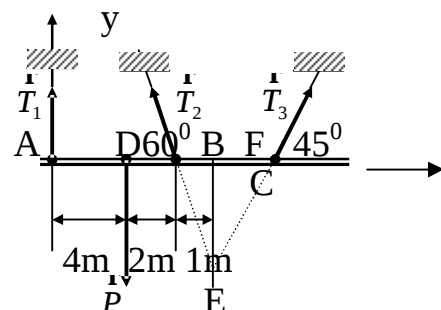
$42kN$, og'irlik markazi D nuqtada.

Masofalar tegishli: $AD=4m$,

$BD=2m$, $BF=1m$. Agar AC to'g'ri

chiziq gorizont bo'lsa, arqon-

lardagi taranglik kuchlari qancha



2-rasm

Berilgan: $R=42kN$, $AD=4m$,

$BD=2m$, $BF=1m$;

Topish kerak: T_1 , T_2 , T_3 .

Yechish. Koordinatalar sistemasini rasmda ko'rsatilgandek tanlaymiz va (2.5.2) tenglamalar sistemasini tuzamiz

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = -T_2 \cos 60^\circ + T_3 \cos 45^\circ = 0,$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = T_1 + T_2 \cos 30^\circ + T_3 \cos 45^\circ - P = 0,$$

$$\sum_{i=1}^n \text{mom}_A(\mathbf{F}_i) = -4P + 6T_2 \cos 30^\circ + (7 + \sqrt{3})T_3 \cos 45^\circ = 0. \quad EFC$$

uchburchakdan

$EF=FC$, EFB uchburchakdan $EF=\sqrt{3}$, shuning uchun $AC=7+\sqrt{3}$.

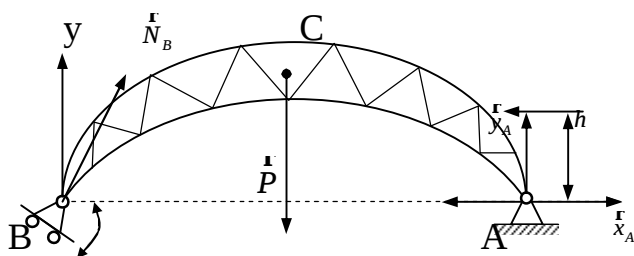
$$\begin{cases} T_2 = \sqrt{2}T_3 = 0, \\ 2T_1 + \sqrt{3}T_2 + \sqrt{2}T_3 = 2P, \\ -4 \cdot 42 + 6 \frac{\sqrt{3}}{2}T_2 + \frac{7+\sqrt{3}}{2}\sqrt{2}T_3 = 0. \end{cases}$$

Bu tenglamalardan $T_1=18kN$, $T_2=17,7kN$, $T_3=12,4kN$.

3-masala (И.В.Мешчерский 4.22). Arka shaklidagi fermaning A nuqtasi qo'zg'almas sharnirli tayanchda va B nuqtasi gorizont bilan 30° burchak tashkil qilgan silliq tekislikdagi qo'zg'aluvchi tayanchda turadi. Oraliq $AB=20m$. Fermaning ustidagi qori bilan birgalikda og'irligi $100kN$ va u AB oraliqning o'rtasidan yuqoridagi C nuqtaga qo'yilgan. Shamol bosimining teng ta'sir etuvchisi $F=20kN$ bo'lib, AB ga parallel holda yo'nalgan, uning ta'sir chizig'i AB dan $4m$ uzoqlikda. Tayanchlardagi reaksiyalar topilsin (59-shakl).

Berilgan: $\alpha = 30^\circ$, $AB = 20M$, $P=100kN$, $F=20kN$, $h=4m$.

Topish kerak: x_A, y_A, N_B .



3-rasm

Yechish. Koordinatalar sistemasini shaklda ko'rsatil-ganday qilib tanlaymiz. Tanlangan koordinalar sistemasiga nisbatan proeksiyalar tenglamalarini va B nuqtani markaz qilib olib, moment tenglamasini, ya'ni (2.5.2) ni tuzamiz

$$\sum_{i=1}^5 F_{ix} = N_B \cos(90^\circ - \alpha) - F - x_A = 0,$$

$$\sum_{i=1}^5 F_{iy} = N_B \cos \alpha - P - y_A = 0, \quad (a)$$

$$\sum_{i=1}^5 \text{mom}_B(\vec{F}_i) = -\frac{AB}{2} P + AB y_A + hF = 0.$$

(a) tenglamalarga berilganlarni qo'yib, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} N_B - F - x_A = 0, & \frac{\sqrt{3}}{2} N_B - P + y_A = 0, \\ -10P + 20y_A + 4 \cdot F = 0. \end{cases} \quad (b)$$

(b) tenglamalarning oxirgisidan

$$y_A = \frac{1}{20m} (10m \cdot 100kN - 4m \cdot 20kN),$$

yoki

$$y_A = 46kN.$$

Buni ikkinchi tenglamaga qo'yib, N_B ni topamiz

$$\frac{\sqrt{3}}{2} N_B = P - y_A; \quad \frac{\sqrt{3}}{2} N_B = 100kN - 46kN,$$

bundan $N_B = 62,4kN$.

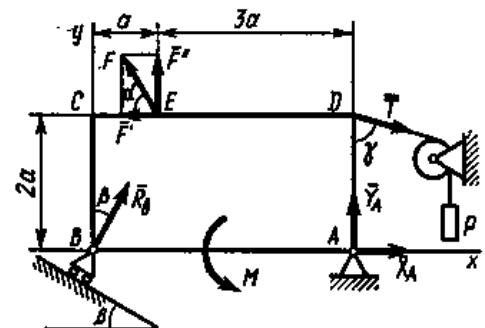
(b) tenglamalarning birinchisidan

$$x_A = \frac{1}{2} N_B - F; \quad x_A = 11,2kN.$$

Javob: $x_A = 11,2kN$, $y_A = 46kN$, $N_B = 62,4kN$.

4-masala. Deformasiyalanmaydigan $ABCD$ plastina (S1-rasm) A nuqtada qo'zg'almaydigan sharnirli tayanchga, B nuqtada qo'zg'aluvchan sharnirli tayanchga mahkamlangan. Barcha ta'sir etuvchi kuchlanish va o'lchamlar rasmda ko'rsatilgan.

Berilgan: $F=25 \text{ kN}$, $\alpha=60^\circ$, $R=18 \text{ kN}$, $\gamma=75^\circ$, $M=50 \text{ kN}\cdot\text{m}$, $\beta=30^\circ$, $a=0,5 \text{ m}$. A va B nuqtalarda hosil bo'ladigan tayanch reaksiyalari topilsin.



1-rasm

Yechish. 1. Plastinaning muvozanatini ko'rib chiqamiz. xy koordinata o'qlarini o'tkazamiz va plastinaga ta'sir qiluvchi kuchlarni tasvirlaymiz: F kuchni, momenti M ga teng juft kuchni, arqon tarangligi T ni (moduli bo'yicha $T=R$) va X_A , Y_A , R_B bog'lanish reaksiyalarini.

2. Mazkur tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi uchun uchta muvozanat tenglamalarini tuzamiz. F kuchning A nuqtaga nisbatan momentini aniqlashda Varinon teoremasidan foydalanamiz, ya'ni F kuchni $F_{\parallel}$, $F_{\perp}$ tuzuvchilarga ajratamiz

($F_{\parallel}=F\cos\alpha$, $F_{\perp}=F\sin\alpha$) va $m_A(F)=m_A(F_{\parallel})+m_A(F_{\perp})$ ekanligini hisobga olamiz.

$$\sum F_{kx}=0, \quad X_A + R_B \sin\beta - F_{\parallel} \cos\alpha + T \sin\gamma = 0; \quad (1)$$

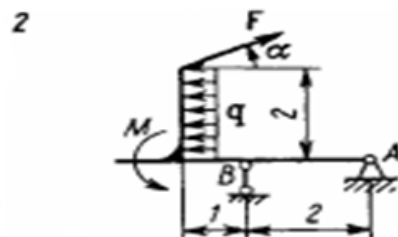
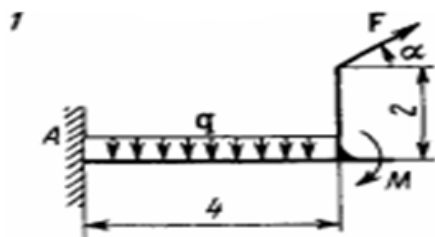
$$\sum F_{ky}=0, \quad Y_A + R_B \cos\beta + F_{\parallel} \sin\alpha - T \cos\gamma = 0; \quad (2)$$

$$\sum m_A(F_k)=0, \quad M - R_B \cos\beta \cdot 4a + F_{\parallel} \cos\alpha \cdot 2a - F_{\perp} \sin\alpha \cdot 3a - T \sin\gamma \cdot 2a = 0. \quad (3)$$

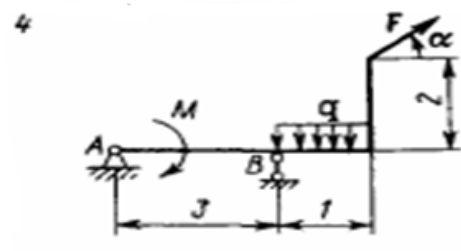
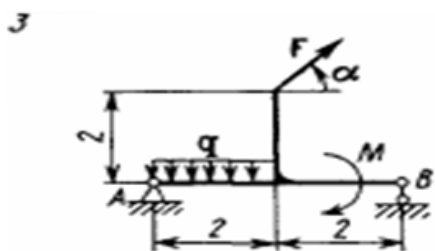
Tuzilgan tenglamalarga berilgan kattaliklarning sonli qiymatlarini qo'yib va bu tenglamalarni yechib, noma'lum reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.

Javob: $X_A = -8,5 \text{ kN}$; $Y_A = -23,3 \text{ kN}$; $R_A = 7,3 \text{ kN}$. Javoblardagi ishoralar X_A va Y_A kuchlarning yo'nalishi S1-rasmda ko'rsatilganga nisbatan qarama-qarshi tomonga yo'nalganligini bildiradi.

Topshiriqlar. Bu berilgan topshiriqlarda kuchni $F = 20 \text{ kN}$, taqsimlangan kuchni $q = 2 \text{ kN/m}$ va momentni $M = 5 \text{ kN} \cdot \text{m}$ deb hisoblang. Tayanchlardagi ishqalanish hisobga olinmasin.



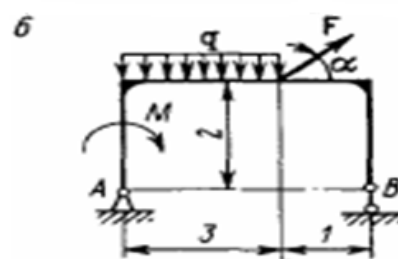
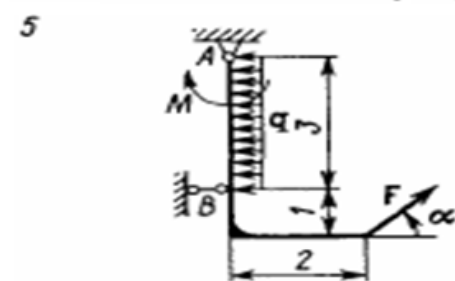
$\alpha = 60^\circ$



$\alpha = 30^\circ$

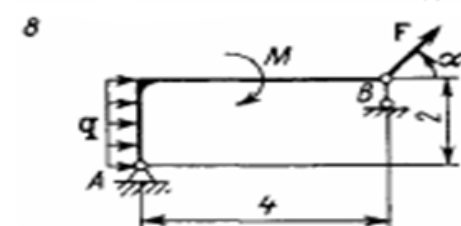
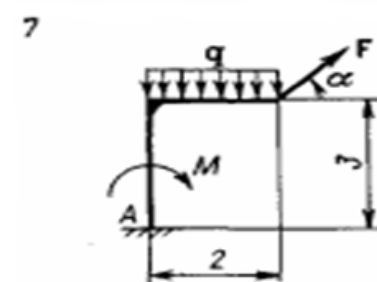
$\alpha = 45^\circ$

$\alpha = 45^\circ$



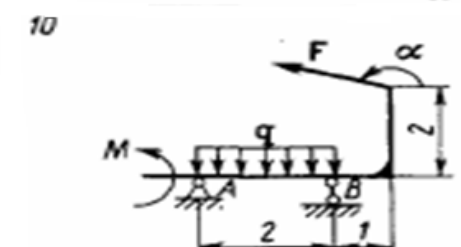
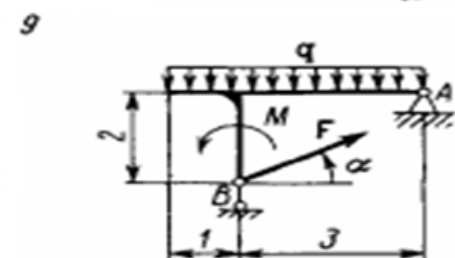
$\alpha = 30^\circ$

$\alpha = 30^\circ$



$\alpha = 45^\circ$

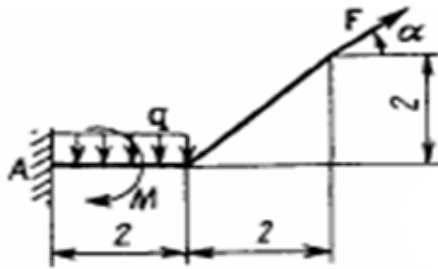
$\alpha = 45^\circ$



$\alpha = 30^\circ$

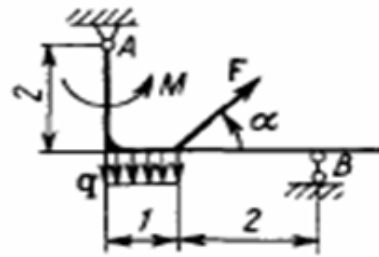
$\alpha = 120^\circ$

11



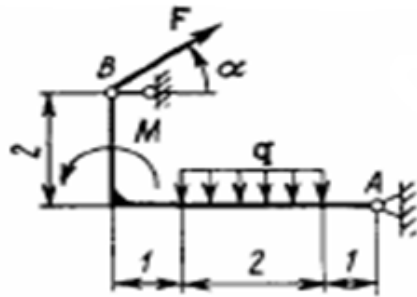
$$\alpha = 45^\circ$$

12



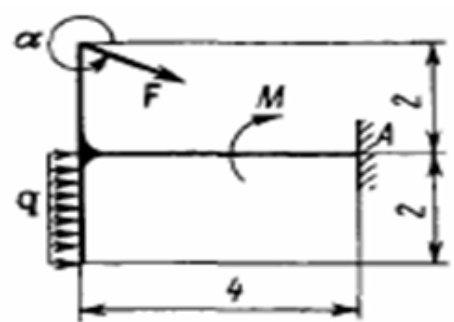
$$\alpha = 45^\circ$$

13



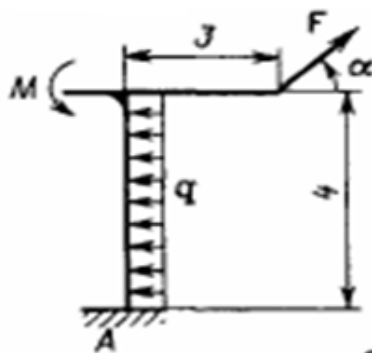
$$\alpha = 45^\circ$$

14



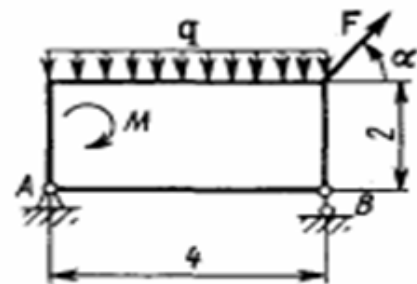
$$\alpha = 330^\circ$$

15



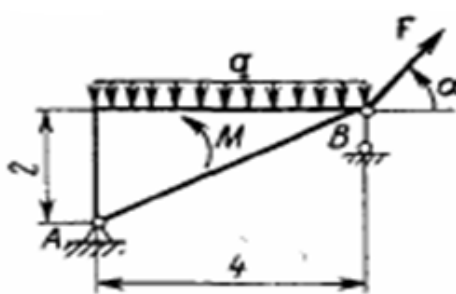
$$\alpha = 45^\circ$$

16



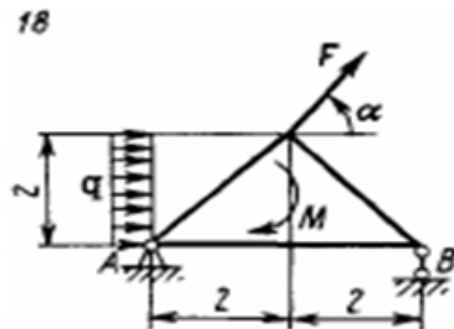
$$\alpha = 45^\circ$$

17



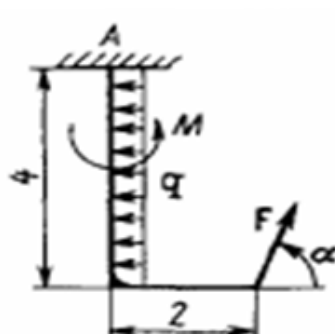
$$\alpha = 60^\circ$$

18



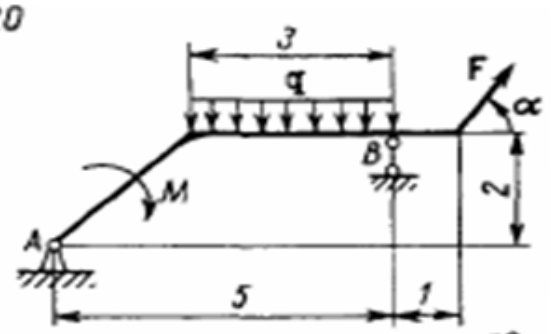
$$\alpha = 30^\circ$$

19



$$\alpha = 60^\circ$$

20



$$\alpha = 45^\circ$$

4-mavzu. FERMA, STERJENLARDAGI ZO'RIQISHLARNI «TUGUN KESISH» VA «RITTER» USULLARI ORQALI ANIQLASH. BIR NECHA JISMLARDAN IBORAT BO'LGAN QURILMANING MUVOZANATI

Sharnirlar yordamida geometrik o'zgarmas qilib tutashtirilgan sterjenlardan hosil bo'lgan konstruksiyadan hosil bo'lgan konstruksiya *ferma* deb ataladi. Fermadagi har bir sterjen ikkita sharnirga biriktirilgan bo'ladi va sterjenning o'qi ikki sharnirning geometrik markazidan o'tadi.

Sterjen uchlarini tutashtiradigan nuqtaga *tugun* yoki *uzel* deyiladi. Statik aniq fermalarda sterjenlar soni k bilan tugunlar soni n orasidagi munosabat quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$k = 2n - 3.$$

Ferma sterjenlaridagi zo'riqish tugunlarni fikran kesib olish yoki fermani ikkiga bo'lib qirqish usuli bilan aniqlanadi.

Ferma sterjenlaridagi zo'riqish tugunlarni kesib olish usuli bilan topish.

Ferma sterjenlaridagi zo'riqishlarni topish uchun fermadagi biror tugunni qandaydir yopiq bir kontur bilan fikran kesamiz. Kesish uchun shunday tugunni tanlab olish kerakki, undagi zo'riqishi noma'lum bo'lgan sterjenlar soni ikkitadan ko'p bo'lmasin. Kesib olingan tugun sterjenlariga fermadan tushadigan ta'sirni kuchlar bilan almashtiramiz va ularni tugundan sterjen kesilgan tomonga sterjen bo'ylab yo'nalgan deb olamiz. Shunda sterjendagi topilgan zo'riqish musbat ishorali bo'lib chiqsa, sterjen cho'zilayotgan, manfiy ishorali bo'lib chiqsa, sterjen siqilayotgan bo'ladi.

Hamma kuchlarning ta'sir chizig'i shu bilan tugunning o'zida kesishadigan va muvozanatda turadigan bo'lgani uchun koordinata o'qi o'tkazamiz va

$\sum_{i=1}^n X_i = 0$, $\sum_{i=1}^n Y_i = 0$ dan iborat ikkita muvozanat tenglamasini tuzib, noma'lumlarni topamiz. Ba'zan moment tenglamalari tuzish usulidan ham foydalanish mumkin.

Fermaning hamma sterjenlaridagi zo'riqishlarni topish uchun tugunlarni tartib bilan kesishni davom ettiramiz.

Ferma sterjenlaridagi zo'riqishlarni qirqish usuli bilan topish.

Fikran o'tkazilgan chiziq bilan fermani qirqilgan sterjenlarning soni uchtdan ko'p bo'lmaydigan qilib ikki qismga bo'lamiz. Keyin fermaning bir qismini tashlab yuborib, qolgan qismga tushadigan ta'sirni kuchlar bilan almashtiramiz. Kuchlarni qirqilgan qismlar o'qlari bo'ylab, fermaning kesilgan qismi qaysi tomoni tashlangan bo'lsa, onga yo'naltiramiz (sterjenlar cho'ziladi deb qabul qilamiz).

Buning natijasida qirqilgan sterjenlardagi ichki zo'riqish kuchlari fermaning qolgan qismi uchun tashqi kuchlar bo'lib qoladi. Bu kuchlar fermaning qolgan qismit uchun tuzilgan muvozanat tenglamalaridan topiladi.

Uchta sterjen qirqilgan bo'lsa,

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n M_o = 0$$

muvozanat tenglamalari birgalikda yechiladi.

1 – masala. Fermaning sxemasi berilgan (1-rasm). $R=11$ kN, $\alpha=30^\circ$. Strjendagi R_A , R_B larni aniqlang.

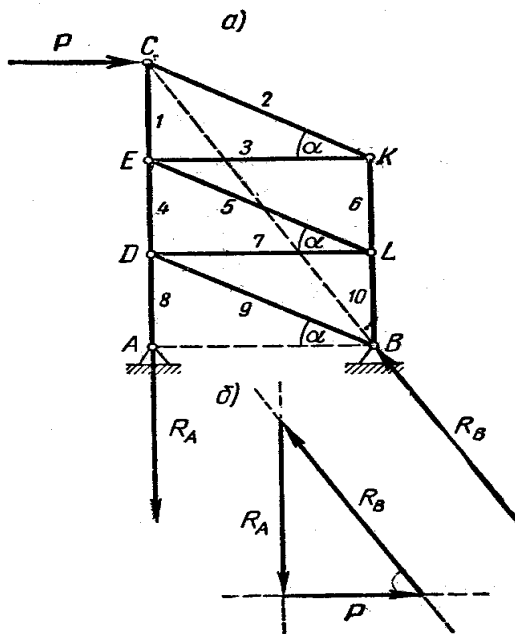
Yechish . Tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash. Fermaga qo'yilgan tashqi kuchlarni ko'rib chiqamiz. Aktiv berilayotgan kuch R va R_A , R_B tayanchlarining reaksiyalari. Chunki tayanch A sterjenli. Unda R_A chizig'ining ta'sir reaksiyasi aniq: u sterjenning AD o'qi bo'yilab yo'nalgan. R_B ta'sir etish chizig'ini uchta parallel bo'lmagan kuchlar tengliklari teoremasidan aniqlaymiz (2-rasm).

R , R_A va R_B uchta kuch o'zaro muvozanatlovchi, bunda ularning o'zaro kesishishi bir nuqtada bo'ladi. R va R_A kuchlarning ta'sir etish nuqtasini aniqlaymiz. R_B tayanchning reaksiyasi S nuqtadan va V sharnir markazidan o'tadi. Yopiq kuchlar uchburchagini quramiz. Uning qurilishi R kuchdan boshlaymiz. R vektor boshidan parallel tasir chiziq bitta reaksiyasi bo'yilab bitta to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Masalan R_A ni nuqtaning oxiridan esa R_B ga parallel bo'gan to'g'ri chiziqni kesishgunga qadar o'tkazamiz. Qurilgan uchburchakni R_A va R_B tayanch reaksiyalari modullari va yo'nalishi aniqlanadi. AVS uchburchakdan R_A va R_B larni aniqlaymiz.

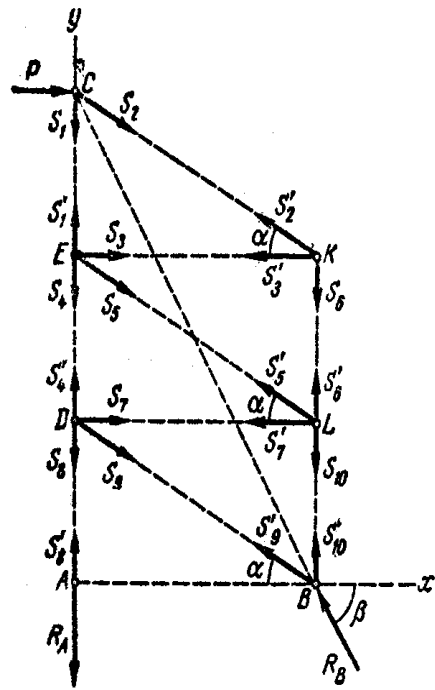
$$\frac{R_A}{AC} = \frac{P}{AB} = \frac{R_B}{BC}$$

AV ni a deb qabul qilib qo'yidagini hosil qilamiz:

$$AC = 3CE = 3atga = 3a \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3};$$



1-rasm.



2-rasm.

$$BC = \sqrt{(AC)^2 + (AB)^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$$

U holda

$$\frac{R_A}{a\sqrt{3}} = \frac{P}{a} = \frac{R_B}{2a}$$

Bundan

$$R_A = P\sqrt{3} = 11\sqrt{3} = 19.05 \text{ kN}$$

$$R_B = 2P = 2 \cdot 11 = 22 \text{ kN}$$

Ferma sterjenlaridagi kuchlanishni aniqlash. Sterjen unda kesishuvchi reaksiya ta'sir etayotgan uzellariga har biriga, ferma uzellariga qo'yilgan bo'lishi mumkin, tashqi kuchlardan tashqari. Bu reaksiyalar sterjendagi kuchlanishga tengdir. Fermaning har bir uzelga qo'yilgan teng kuchlanishni ko'rib chiqqan holda, uzellarni shunday ketma-ketlikda tanlab olamizki, bunda uzellardagi noma'lumlar soni ikkitadan oshmasligi kerak.

Shartli ravishda hamma sterjenlar cho'zilgan, sterjenning reaksiyalari uzellardan yo'nalgan deb faraz qilamiz.

Har sterjenning reaksiyalarini $\vec{S}$ va $\vec{S}'$, bunda $\vec{S} = -\vec{S}'$. Hisoblashni S uzelidan boshlaymiz.

Bu uzelga qo'yilgan ikita teng taqsimlanganlik kuchlar tenglamasini tuzamiz.

$$\sum X_i = 0; \quad P + S_2 \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum Y_i = 0; \quad -S_1 - S_2 \cos 60^\circ = 0$$

Bundan

$$S_2 = -\frac{P}{\cos 30^\circ} = -\frac{11 \cdot 2}{\sqrt{3}} = -12,7$$

$$S_1 = -S_2 \cos 60^\circ = -(-12,7) \cdot 0,5 = 6,35 \text{ kN}$$

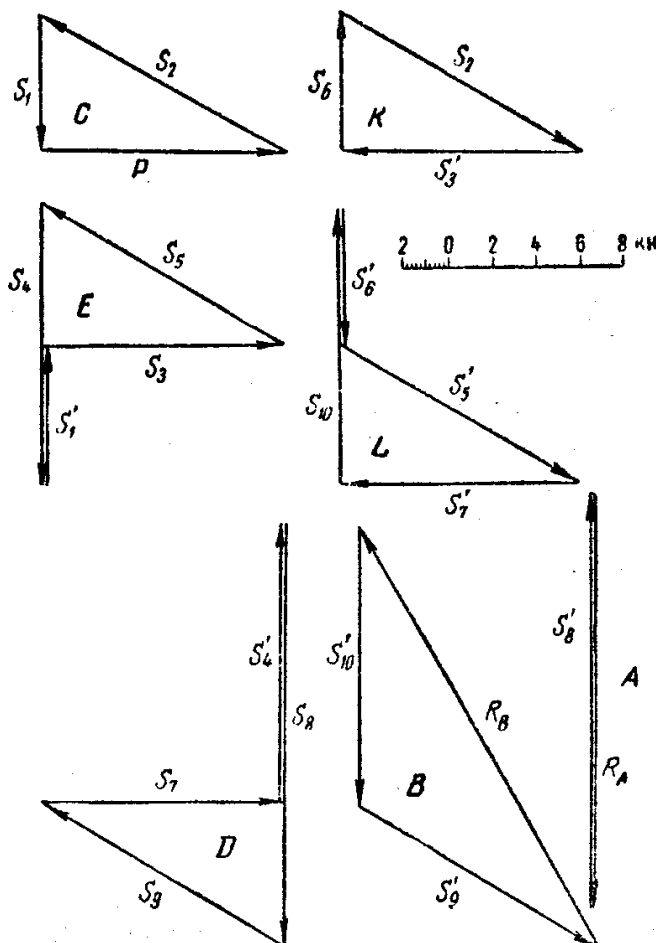
S_2 ning qiymati manfiy bo'lmokda, S_1 niki musbat chiqmokda. Bundan ko'rinib turibdiki sterjen 1 cho'zilgan, sterjen 2 esa siqilgan.

Tekshirish uchun masshtab bo'yicha kuchlar

$\vec{P}$, $\vec{S}$ va $\vec{S}_2$ uchburchagini

ko'ramiz, bunda uchburchakdagi $\vec{S}_2$ yo'nalishi $\vec{S}_2$ qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'lishi kerak. Chunki 2 sterjen qisilgan.

Uchburcha kuchlari yopiq chiqmoqda, $\vec{S}_1$ va $\vec{S}_2$ lar to'g'ri aniqlangan. Yopiq uchburchak kuchlari fermaning har bir uzeligga qo'yilgan 2-rasm.



K uzel: $\sum X_l = 0; \quad -S'_2 \cos 30^\circ - S'_3 = 0$

$$\sum Y_l = 0; \quad -S_6 + S'_2 \cos 60^\circ = 0$$

Bu tenglamaga $S'_2 = S_2 = -12,7$ kN qo'yib quyidagini hosil qilamiz.

$$-S'_3 = -S'_2 \cos 30^\circ = -(-12,7) \frac{\sqrt{3}}{2} = 11 \text{ kN}$$

$$S_6 = S'_2 \cos 60^\circ = -12,7 \cdot 0,5 = -6,35 \text{ kN}$$

Ye uzel: $\sum X_l = 0; \quad S_3 + S_5 \cos 30^\circ = 0$

$$\sum Y_l = 0; \quad S'_1 - S_4 - S_5 \cos 60^\circ = 0$$

Bundan $S_5 = -\frac{S_3}{\cos 30^\circ} = -\frac{11}{0,866} = -12,7 \text{ kN}$

$$S_4 = S'_1 - S_5 \cos 60^\circ = 6,35 - (-12,7) \cdot 0,5 = 12,7 \text{ kN}$$

L uzel: $\sum X_l = 0; \quad -S'_7 - S'_5 \cos 30^\circ = 0$

$$\sum Y_l = 0; \quad S'_6 + S'_5 \cos 60^\circ - S_{10} = 0$$

Bundan $S'_7 = -S'_5 \cos 30^\circ = -(-12,7) \cdot 0,866 = 11 \text{ kN}$

$$S_{10} = S'_6 + S'_5 \cos 60^\circ = -6,35 - 12,7 \cdot 0,5 = -12,7 \text{ kN}$$

D uzeli: $\sum X_l = 0; \quad S_7 + S_9 \cos 30^\circ = 0$

$$\sum Y_l = 0; \quad S'_4 - S_8 - S_9 \cos 60^\circ = 0$$

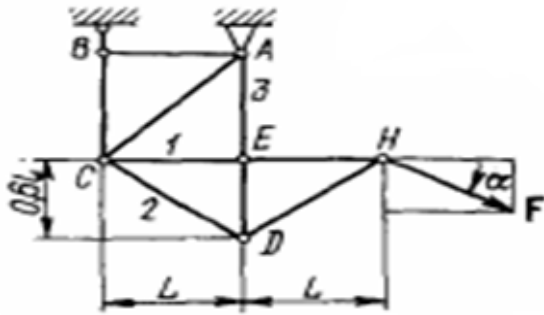
Bundan $S_9 = -\frac{S_7}{\cos 30^\circ} = -\frac{11}{0,866} = -12,7 \text{ kN}$

$$S_8 = S'_4 - S_9 \cos 60^\circ = 12,7 - (-12,7) \cdot 0,5 = 19,05 \text{ kN}$$

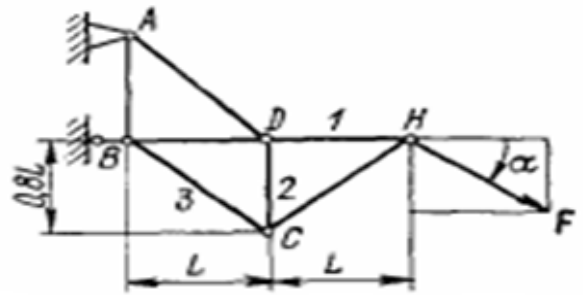
Shunday qilib fermadagi sterjenlarning reaksiyalari aniqlandi.

Topshiriqlar: Ferma sterjenlaridagi zo'riqishlarni tugun kesish usuli bilan aniqlang . Bu yerda $F = 20 \text{ kN}$, $\alpha = 30^\circ$

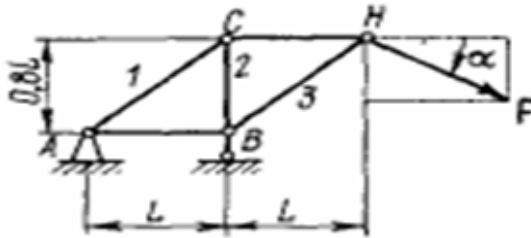
1



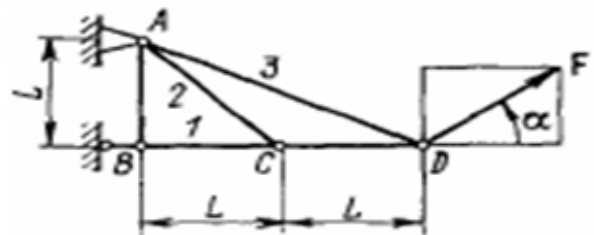
2



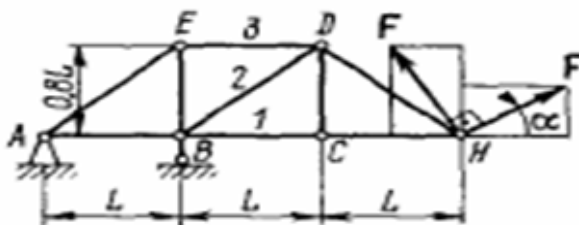
3



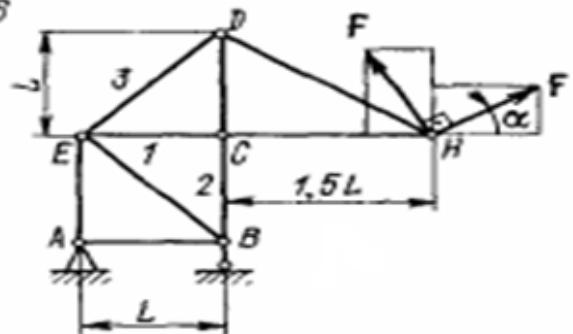
4



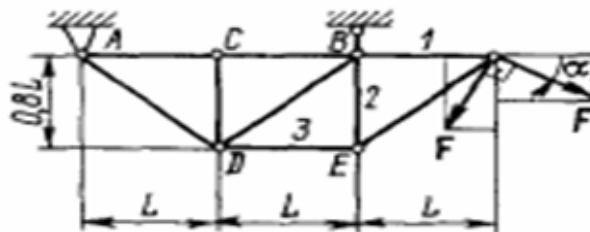
5



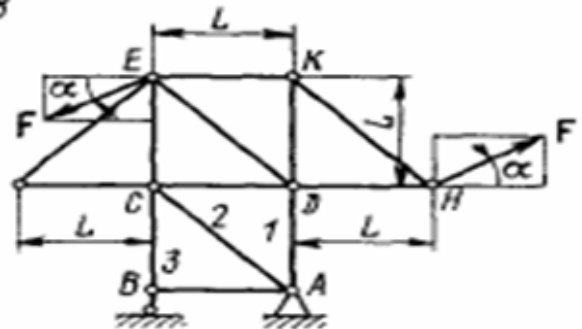
6



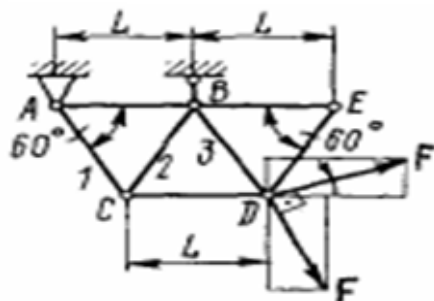
7



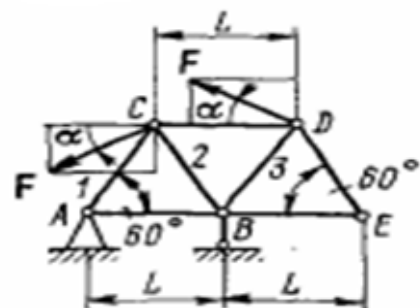
8



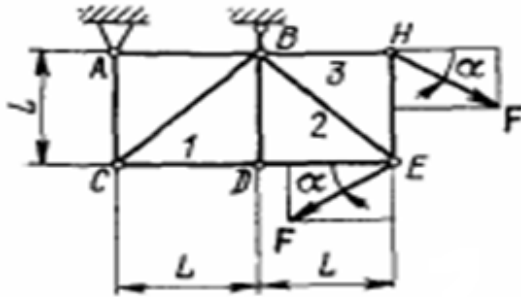
9



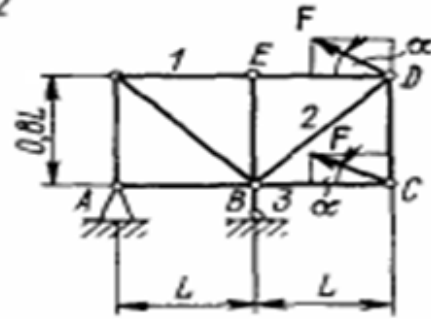
10



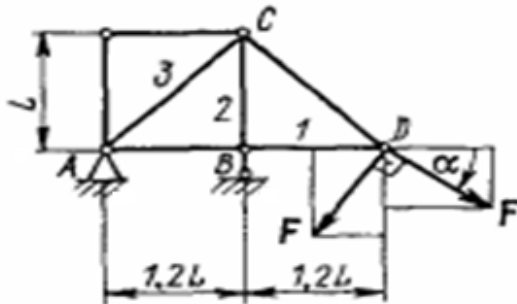
11



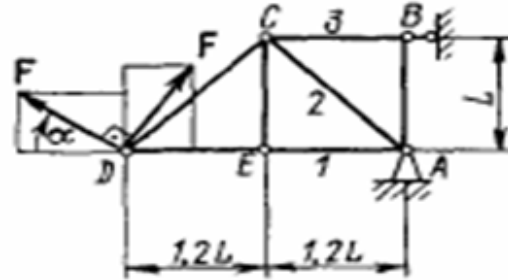
12



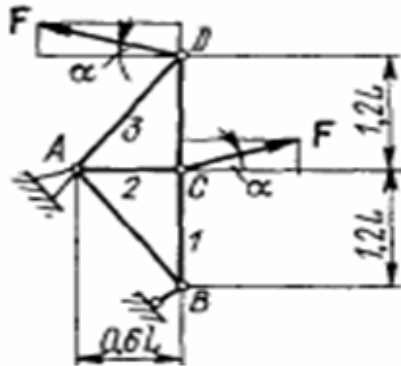
13



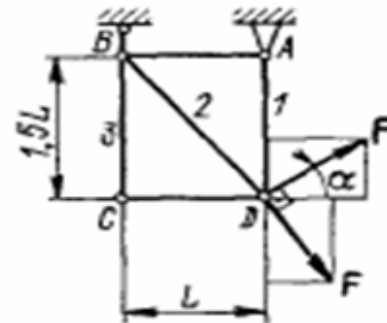
14



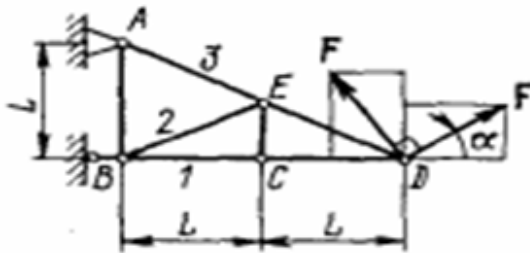
15



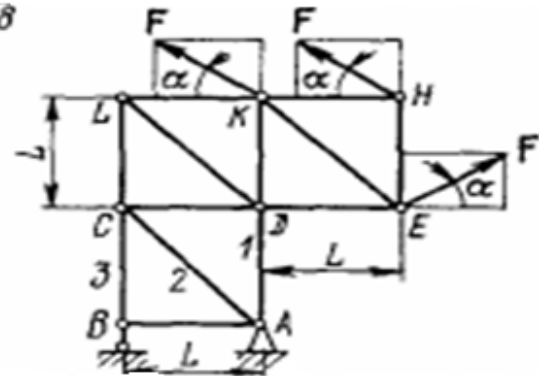
16



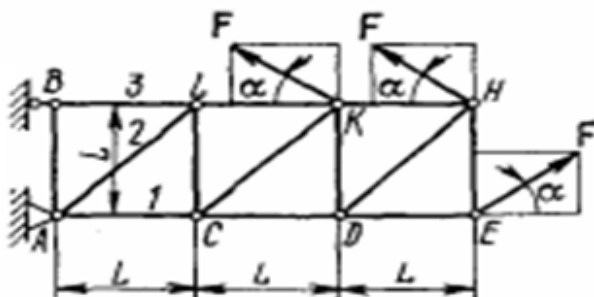
17



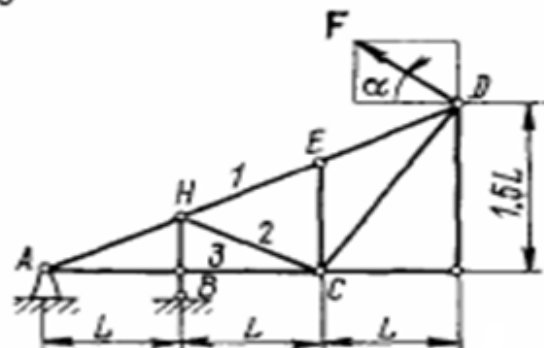
18



19



20



5-mavzu. FAZODA KESISHUVCHI KUCHLAR SISTEMASINING MUVOZANATI

Kuchning nuqtaga nisbatan moment-vektori.

Ta'sir chiziqlari fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasiga *fazodagi kuchlar sistemasi* deyiladi.

Fazodagi kuchlarning nuqtaga nisbatan momenti quyidagi uchta faktor:

1. Kuchning modulini uning yelkasiga ko'paytmasi $F \cdot h$ ga teng moment moduli;
2. Kuchning ta'sir chizig'i va moment markazi orqali o'tuvchi OAV aylanish tekisligi
3. Mazkur tekislikdagi aylanish yo'nalishi bilan aniqlanadi.

Jismga fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar ta'sir etsa, har bir kuchning aylanish tekisligini alohida aniqlashga to'g'ri keladi.

Aylanish tekisligining fazodagi holatini va aylanish yo'nalishini mazkur tekislikka perpendikulyar vektor bilan aniqlash mumkin. Agar F kuch qo'yilish nuqtasining O markazga nisbatan radius-vektorini r bilan belgilasak

$$\dot{M}_O(\dot{F}) = \dot{r} \times \dot{F}$$

munosabat o'rinli bo'ladi.

Demak, *kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektor kattalik bo'lib, kuch qo'yilgan nuqtaning moment markaziga nisbatan radius-vektori bilan shu kuchning vektor ko'paytmasiga teng.*

Kuchning o'qqa nisbatan momenti.

Kuchning biror o'qqa nisbatan momenti deb, uning shu o'qqa perpendikulyar tekislikdagi proyeksiyasining o'q bilan mazkur tekislik kesishgan nuqtasiga nisbatan momentiga aytiladi.

$$\dot{M}_z(\dot{F}) = \dot{M}_O(\dot{F}_n) = \pm \dot{F}_n \cdot h.$$

Kuchning o'qqa nisbatan momenti bilan shu o'qdagi nuqtaga nisbatan momenti orasidagi bog'lanish haqida *lemma*.

Kuchning biror o'qqa nisbatan momenti uning shu o'qda olingan ixtiyoriy nuqtaga nisbatan moment-vektorining mazkur o'qdagi proyeksiyasiga teng.

Fazodagi juftlarni qo'shish haqida teorema. *Kesishuvchi tekisliklarda yotuvchi ikkita juft kuch momenti berilgan juftlar momentlarining geometrik yig'indisiga teng va bitta juftga ekvivalentdir:*

$$M_1 = F_1 \cdot d, \quad M_2 = F_3 \cdot d$$
$$\dot{M} = M_1 + M_2$$

M_1 va M_2 moment-vektorlariga qurilgan parallelogramm *momentlar parallelogrammi* deyiladi.

Juftlar sistemasi uchun

$$\dot{M} = \dot{M}_1 + \dot{M}_2 + \dots + \dot{M}_n$$
$$\text{ëku} \quad \dot{M} = \sum \dot{M}_n$$

Fazodagi juftlar momentlarining geometrik yig'indisi nolga teng bo'lsa, bunday juftlar sistemasi muvozanatda bo'ladi.

$$\sum \dot{M}_n = 0$$

Fazodagi juftlar momentlarining har bir koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarining yig'indisi nolga teng bo'lsa, bunday juftlar sistemi muvozanatda bo'ladi.

Fazodagi ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini bir nuqtaga keltirish.

Fazodagi kuchlar sistemasini bir nuqtaga keltirish uchun (xuddi tekislikdagi kuchlar sistemi kabi) Puanso usulidan foydalanish mumkin.

$$\dot{M} = \dot{M}_0(\dot{F})$$

Jismning $A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalariga fazoda ixtiyoriy yo'nalgan $F_1, F_2, \dots, F_n$ kuchlar ta'sir etsin. Keltirish markazi uchun ixtiyoriy O nuqtani tanlab, barcha kuchlarni shu markazga qo'yilgan juftlari bilan keltiramiz. Natijada O nuqtaga qo'yilgan $F_1 = F_1, F_2 = F_2, F_n = F_n$ kuchlar sistemi va momentlari

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_0(\dot{F}_1), \dot{M}_2 = \dot{M}_0(\dot{F}_2), \dots, \dot{M}_1 = \dot{M}_0(\dot{F}_1),$$

bo'lgan qo'shilgan juftlar sistemi hosil bo'ladi.

Barcha kuchlarning geometrik yig'indisiga teng R' kattalikka fazodagi kuchlar sistemasining bosh vektori deyiladi.

$$\dot{R}' = \sum \dot{F}_n$$

Fazodagi kuchlar sistemasining biror markazga nisbatan bosh momenti M_0 tashkil etuvchi kuchlarning shu markazga nisbatan momentlarining geometrik yig'indisiga teng.

$$\dot{M}_0 = \sum \dot{M}_0(\dot{F})$$

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini biror O markazga keltirish natijasida bu kuchlar sistemi keltirish markaziga qo'yilgan bosh vektor R' ga teng bitta kuch bilan momenti M_0 ga teng bitta juftga ekvivalent bo'ladi.

Fazodagi kuchlar sistemi bosh vektori va bosh momentining analitik ifodalari.

Bosh vektor va bosh momentning miqdor va yo'nalishini analitik usulda aniqlash uchun koordinata boshini keltirish markazi O nuqtada olamiz. F_n kuch qo'yilgan nuqtaning koordinatalarini x_n, y_n, z_n hamda F_n kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini X_n, Y_n, Z_n bilan belgilaymiz.

$$\dot{R}'_x = \sum \dot{X}_n, \dot{R}'_y = \sum \dot{Y}_n, \dot{R}'_z = \sum \dot{Z}_n$$

Bosh vektorini moduli

$$R' = \sqrt{\left(\sum \dot{X}_n\right)^2 + \left(\sum \dot{Y}_n\right)^2 + \left(\sum \dot{Z}_n\right)^2}$$

Berilgan kuchlar sistemasini unga ekvivalent bo'lgan sistema bilan almashtirishda o'zgarmay qoladigan vektor yoki skalyar kattalik kuchlar sistemasining invarianti deyiladi.

Fazodagi har qanday kuchlarni ixtiyoriy O nuqtaga ta'sir etuvchi R bosh vektoriga teng bo'lgan kuchga va momenti kuchlarining M bosh momentiga teng bo'lgan juftga keltirish mumkin.

Bunda masalalarni yechishda quyidagilarga rioya qilish zarur:

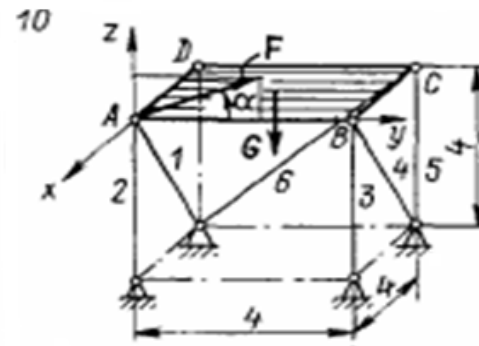
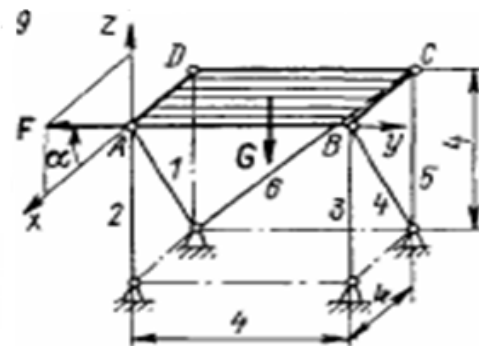
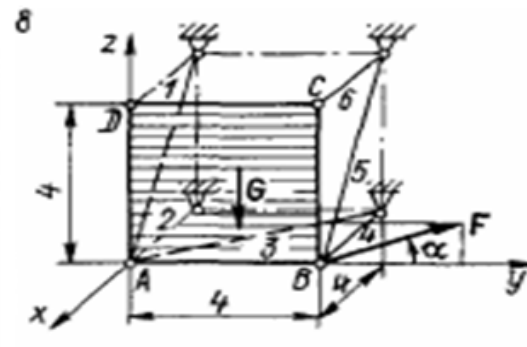
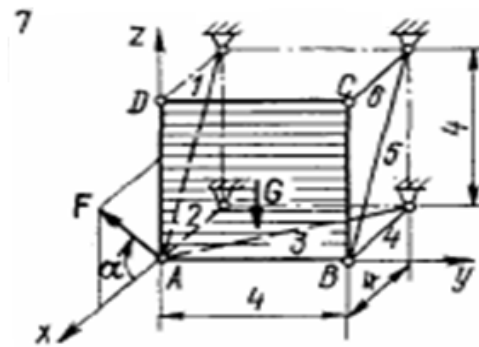
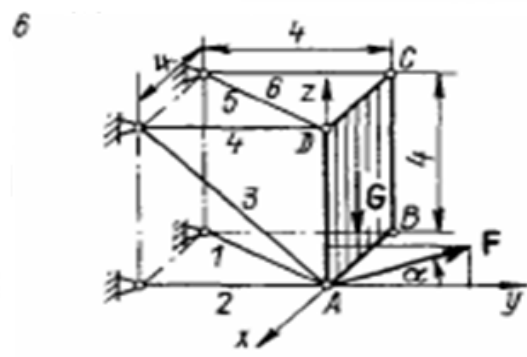
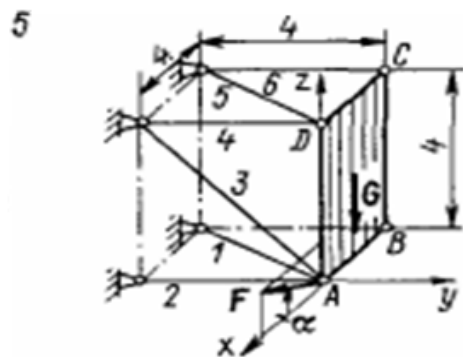
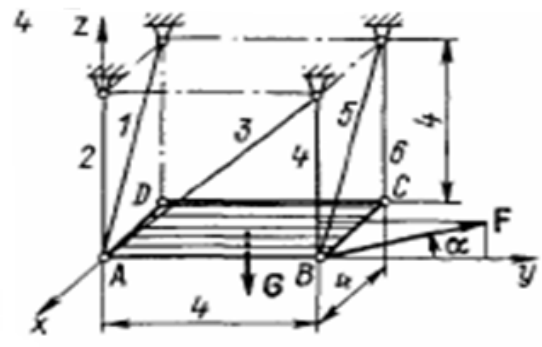
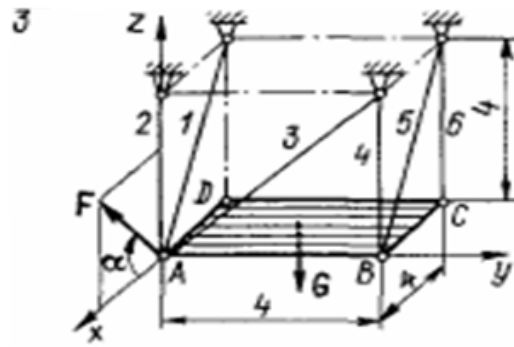
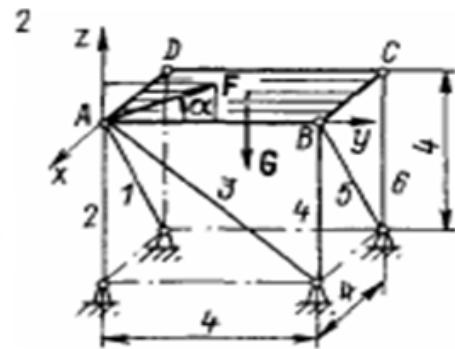
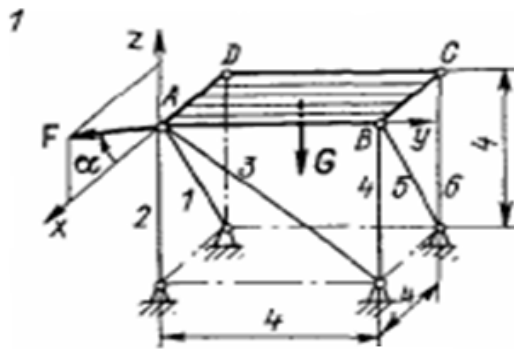
1. Kuchlar keltiriladigan nuqtani koordinata boshi deb qaralib va koordinata o'qlarini o'sha o'qlar bilan kuchlarning hosil qilgan burchaklarini hamda u o'qlarga nisbatan olinadigan kuch momentlarini topish o'ng'ay bo'ladigan qilib o'tkazib olamiz.

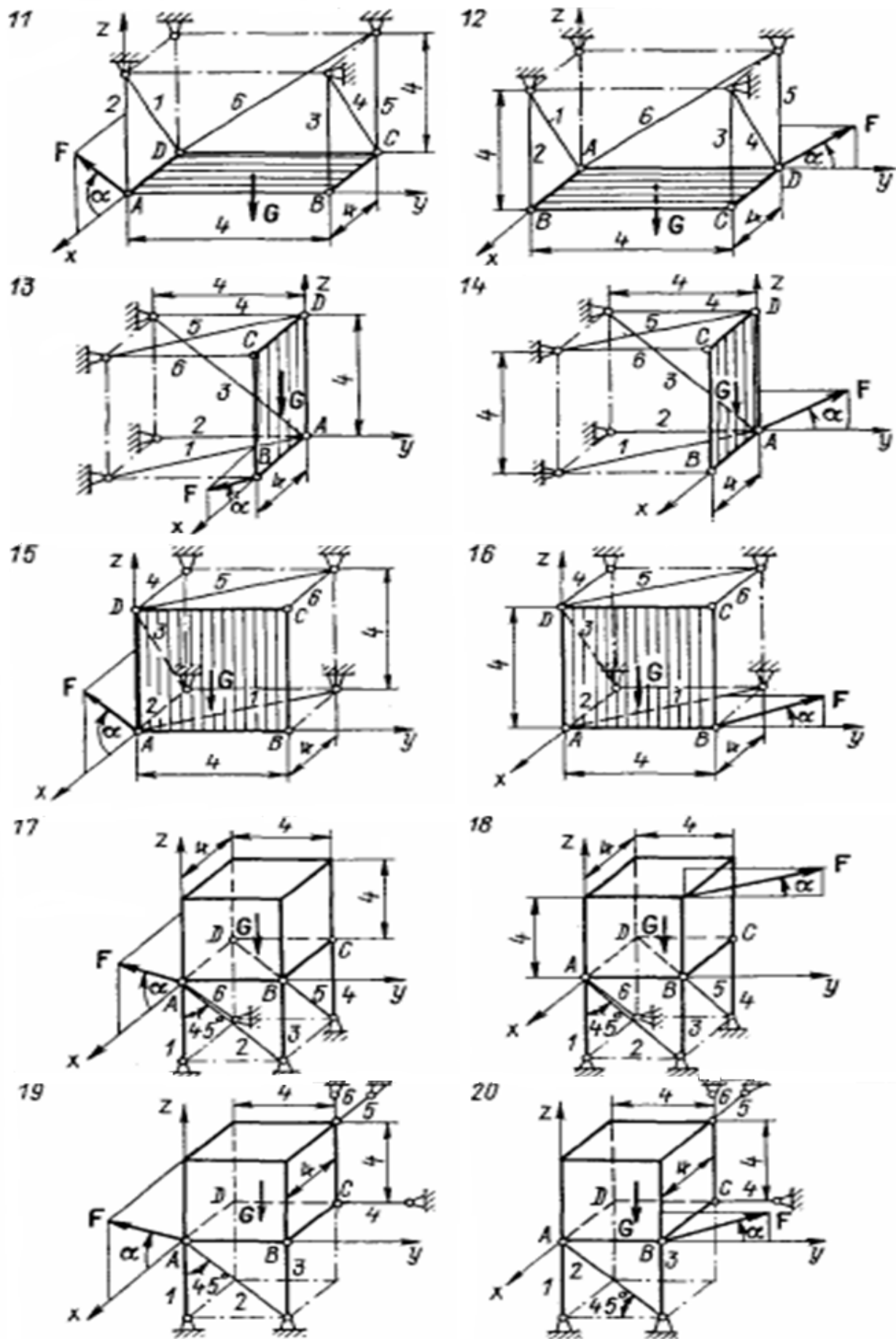
2. Bosh vektor R bilan bosh moment M ning har qaysi o'qlardagi proyeksiyalarini topamiz va tekshirish natijalariga qarab berilgan kuchlarning nimaga teng bo'lishini aniqlaymiz.

3. R bilan M ning har qaysi o'qdagi proyeksiyasi nolga teng bo'lsa R va M ham nolga teng bo'ladi, ya'ni sistema muvozanatda bo'ladi.

4. R ning har qaysi proyeksiyasi nolga teng bo'lib M ning loaqal bitta proyeksiyasi nolga teng bo'lmasa sistema bosh momenti M ga teng bo'lgan juft holga keltiriladi.

Topshiriqlar: Berilganlar $G = 10 \text{ kN}$, $F = 2 \text{ kN}$, $\alpha = 30^\circ$. Tayanchlardagi reaksiya kuchlari aniqlansin?





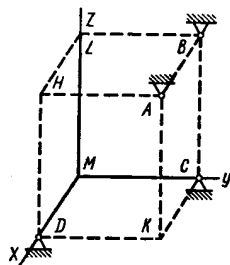
6-mavzu. FAZODA IXTIYORIY YO'NALGAN KUCHLAR SISTEMASINING MUVOZANATI

1-masala. Oltita vaznsiz sterjenlar uchlari ikkita tugunda bir-birlari bilan sharnirli bog'lanishga ega, boshqa uchlari bilan qo'zg'almas A,B,C,D tayanchlarga sharnirli mahkamlangan (S3.0-S3.9 rasmlar, S3-jadval). Chizmada ko'rsatilmagan sterjen va tugunlar (tugunlar to'g'ri burchakli parallelopipedning H,K,L yoki M uchlarida joylashgan) jadvalda berilgan ma'lumotlar bo'yicha masalani yechuvchi tomonidan tasvirlanishi lozim. Jadvalning har bir ustunida birinchi ko'rsatilgan tugunga $R=200\text{N}$ qo'yilgan, ikkinchi tugunga $Q = 100\text{N}$ kuch qo'yilgan. R kuch x,y,z koordinata o'qlarining musbat yo'nalishlari bilan mos ravishda $\alpha_1 = 45^\circ$, $\beta_1 = 60^\circ$, $\gamma_1 = 60^\circ$ burchaklarni, Q kuch esa $\alpha_2 = 60^\circ$, $\beta_2 = 45^\circ$, $\gamma_2 = 60^\circ$ burchaklarni tashkil qiladi; barcha rasmlar uchun x,y,z o'qlarning yo'nalishlari S3.0 – rasmda ko'rsatilgan.

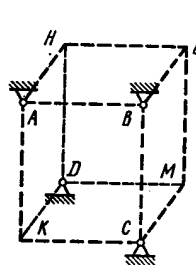
Parallelopipedning xu tekislikka parallel qirralari – kvadratlar. Boshqa yon qirralarining diagonallari xu tekislik bilan $j=60^\circ$ burchak hosil qiladi, parallelopipedning diagonali esa ushbu tekislik bilan $q=51^\circ$ tashkil qiladi. Sterjenlardagi kuchlar aniqlansin.

S3.10 – rasmda, agar masala sharti bo'yicha tugunlar L va M nuqtalarda joylashsa va sterjenlar LM, LA, LB, MA, MC, MD lar bo'lsa, S3.1 chizma qanday tasvirlanishi lozimligiga misol sifatida ko'rsatilgan. Shu yerning uzida j va q burchaklar ham ko'rsatilgan.

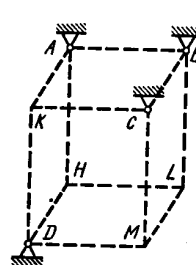
Topshiriqlar. – fazodagi kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanatiga oid. Bu masalani yechishda, sterjenlarning o'zaro kesuvchi va berilgan kuchlar qo'yilgan, har ikkala tugunning muvozanatini alohida ko'rib chiqish va ta'sir va aks ta'sir qonunini hisobga olish lozim; sterjenlar o'zaro kesishuvchi tugundan boshlansin.



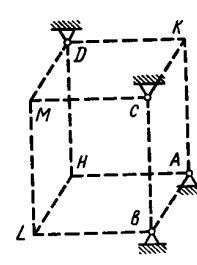
3.0-rasm



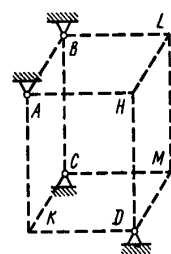
3.1-rasm



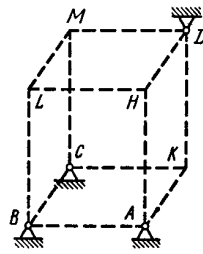
3.2-rasm



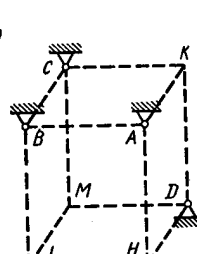
3.3-rasm



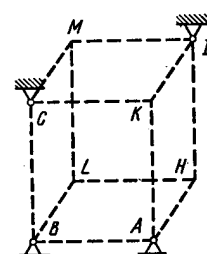
3.4-rasm



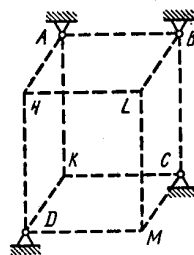
3.5-rasm



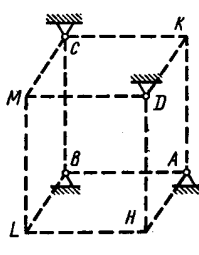
3.6-rasm



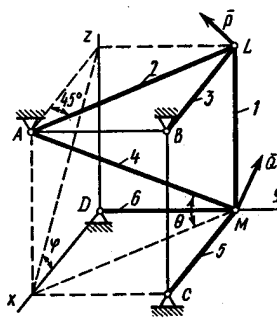
3.7-rasm



3.8-rasm



3.9-rasm



3.10-rasm

3-jadval

Shart nomeri	0	1	2	3	4
Tugunlar	H, M	L, M	K, M	L, H	K, H
Sterjenlar	$HM, HA, HB, MA, MC, MD,$	$LM, LA, LD, MA, MB, MC,$	$KM, KA, KB, MA, MC, MD,$	$LH, LC, LD, HA, HB, HC,$	$KH, KB, KC, HA, HC, HD,$
Shart nomeri	5	6	7	8	9
Tugunlar	M, H	L, H	K, H	L, M	K, M
Sterjenlar	$MH, MB, MC, HA, HC, HD,$	$LH, LB, LD, HA, HB, HC,$	$KH, KC, KD, HA, HB, HC,$	$LM, LB, LD, MA, MB, MC,$	KM, KA, KD, MA, MB, MC

Chizmani, masshtabga rioya qilmagan holda, barcha oltita sterjenlar yaxshi ko'rinadigan qilib tasvirlash mumkin. Sterjenlarni ularning jadvalda ko'rsatilgan tartibda nomerlash lozim; sterjenlar reaksiyalarini ular nomerlariga mos keluvchi indeksli harf bilan belgilansin (masalan, N_1, N_2 va h.k.).

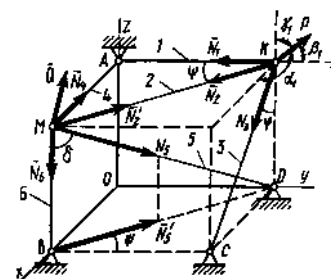
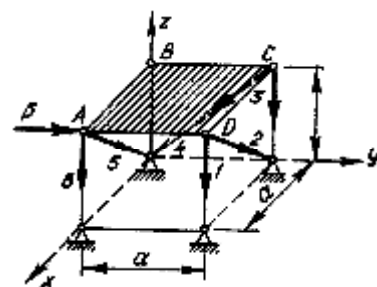
S3-masala. Konstruksiya (K va M tugunlarda) bir-biri bilan, va A, V, S, D qo'zg'almas tayanchlar bilan sharnirlar yordamida bog'langan, 1, 2, ..., 6 vaznsiz sterjenlardan tuzilgan (S3-rasm). K va M tugunlarga, koordinata o'qlari bilan mos ravishda $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ va $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ burchaklar hosil qiluvchi P va Q kuchlar qo'yilgan (rasmda faqat $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ burchaklar ko'rsatilgan).

Berilgan: $R=100$ N, $\alpha_1=60^\circ, \beta_1=60^\circ, \gamma_1=45^\circ$; $Q=50$ N, $\alpha_2=45^\circ, \beta_2=60^\circ, \gamma_2=60^\circ, \psi=30^\circ, \varphi=60^\circ, \delta=74^\circ$.

1-6 sterjenlar zo'riqishi *aniqlansin*.

Yechish. 1. 1, 2, 3 sterjenlar birikadigan K tugun muvozanatini tekshiramiz. Tugunga R kuch va sterjenlarning N_1, N_2, N_3 reaksiyalari qo'yilgan bo'lib, ularni tugundan sterjen bo'ylab yo'naltiramiz (sterjenlarni cho'ziladi deb hisoblaymiz) (S3-rasm). Fazodagi bunday kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum F_{kx}=0, P\cos\alpha_1+N_2\sin\psi+N_3\sin\varphi=0; (1)$$



$$\sum F_{ky}=0, P\cos\beta_1-N_1-N_2\cdot\cos\psi=0; \quad (2)$$

$$\sum F_{kz}=0, P\cos\gamma_1-N_3\cdot\cos\varphi=0. \quad (3)$$

R kuch va burchaklarning sonli qiymatlarini qo'yib, (1), (2), (3) tenglamalarni yechib chiqsak, $N_1=349 \text{ N}$, $N_2=-345 \text{ N}$, $N_3=141 \text{ N}$, kelib chiqadi.

2. M tugun muvozanatini tekshiramiz. Tugunga Q kuch va sterjenlarning N_2' , N_4 , N_5 , N_6 reaksiyalari ta'sir etayapti. Ta'sir va aks ta'sir qonuniga ko'ra N_2' va N_2 reaksiyalar yo'nalishi qarama-qarshi, miqdorlari esa $N_2'=N_2$. Muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum F_{kx}=0, Q\cos\alpha_2-N_2\sin\psi-N_4-N_5\cdot\sin\delta\sin\psi=0; \quad (4)$$

$$\sum F_{ky}=0, Q\cos\beta_2+N_2\cos\psi+N_5\cdot\sin\delta\sin\psi=0; \quad (5)$$

$$\sum F_{kz}=0, Q\cos\gamma_2-N_5\cos\delta-N_6=0. \quad (6)$$

(4) va (5) tenglamalarda N_5 kuchning x va u o'qlardagi proyeksiyalarini aniqlashdan avval, bu kuchning xOy tekislikdagi N_5' proyeksiyasini topish (sonli qiymati bo'yicha $N_5'=N_5\sin\delta_1$), so'ng topilgan tekislikdagi proyeksiyani x, y o'qlarga proyeksiyalash qulay.

(4), (5), (6) tenglamalar sistemasini yechib va $N_2'=N_2=-345 \text{ N}$ ekanligini hisobga olib, N_4 , N_5 , N_6 larning qiymatlarini topamiz.

Javob: $N_1=349 \text{ N}$; $N_2=-345 \text{ N}$; $N_3=141 \text{ N}$; $N_4=50 \text{ N}$; $N_5=329 \text{ N}$; $N_6=-66 \text{ N}$.

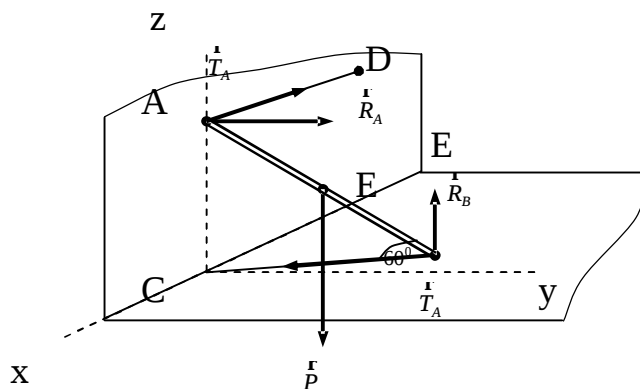
Ishoralar ko'rsatayaptiki 2 va 6 sterjenlar siqiladi, qolganlari esa cho'ziladi.

2.4-masala (И.В.Мещерский 8.30). AB sterjenni ikkita gorizontaal AD va BC arqonlar qiya holda ushlab turadi. Bunda sterjen A nuqtaga vertikal devorga, B nuqtaga esa gorizontaal polda tiralgan. D nuqta ham vertikal devorda yotadi. A va C nuqtalar bir vertikal chiziqli yotadi. Sterjenning og'irligi 8 N . A va B nuqtalardagi ishqalanishni hisobga olmaymiz. Sterjenning muvozanat holatda qolish mumkinligi tekshirilsin va arqonlarning T_A va T_B tortilish kuchlari hamda tayanch tekisliklarning reaksiyalari aniqlansin: $\angle ABC = \angle BCE = 60^\circ$ (122-shakl).

Berilgan: $P=8 \text{ N}$, $\angle ABC = \angle BCE = 60^\circ$.

Topish kerak: T_A, T_B, R_A, R_B .

Yechish. Koordinatalar sistemasini 1-shaklda ko'rsatilganday qilib tanlaymiz. AB sterjenning uzunligini ℓ bilan belgilaymiz. Kuchlar qo'yilish nuqtalarining koordinatalari va koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini hisoblaymiz.



1-rasm

$\vec{P}$ kuchining qo'yilish nuqtasining koordinatalari:

$$x_E = -\frac{l}{2}\cos 60^\circ \cos 60^\circ = -\frac{l}{8};$$

$$y_E = \frac{1}{2} \cos 60^\circ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8} \mathbf{l};$$

$z_E = \frac{1}{2} \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} \mathbf{l}$; proeksiyalari $(0;0;-P)$ bo'ladi. $\dot{T}_A$ va $\dot{R}_A$ kuchlari qo'yilish nuqtasining koordinatalari:

$$x_A = 0; \quad y_A = 0; \quad z_A = \mathbf{l} \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \mathbf{l};$$

proeksiyalari $\dot{R}_A(0;R_A;0)$, $\dot{T}_A(-T_A;0;0)$ larga teng. $\dot{T}_B$ va $\dot{R}_B$ kuchlari qo'yilish nuqtasining koordinatalari:

$$x_B = -\mathbf{l} \cos 60^\circ \cos 60^\circ = -\frac{1}{4} \mathbf{l},$$

$$y_B = \mathbf{l} \cos 60^\circ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} \mathbf{l}, \quad z_B = 0,$$

proeksiyalari: $\dot{R}_B(0;0;\dot{R}_B)$, $\dot{T}_B\left(\frac{1}{2}T_B; -\frac{\sqrt{3}}{2}T_B; 0\right)$ bo'ladi.

Endi (5.8.2) va (5.8.3) muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum_{i=1}^5 F_{ix} = -T_A + \frac{1}{2}T_B = 0, \quad \sum_{i=1}^5 F_{iy} = R_A - \frac{\sqrt{3}}{2}T_B = 0,$$

$$\sum_{i=1}^5 F_{iz} = -P + R_B = 0, \quad (a)$$

$$\sum_{i=1}^5 (y_i F_{iz} - z_i F_{iy}) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \mathbf{l} R_A - \frac{\sqrt{3}}{8} \mathbf{l} P + \frac{\sqrt{3}}{4} \mathbf{l} R_B = 0,$$

$$\sum_{i=1}^5 (z_i F_{ix} - x_i F_{iz}) = -\frac{1}{4} \mathbf{l} P - \frac{\sqrt{3}}{2} \mathbf{l} T_A + \frac{1}{4} \mathbf{l} R_B = 0,$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i F_{iy} - y_i F_{ix}) \equiv 0.$$

(a) tenglamalarni yechib, noma'lumlarni topamiz

$$R_B = P = 8H, \quad R_A = \frac{1}{4}(2R_B - P) = 2H,$$

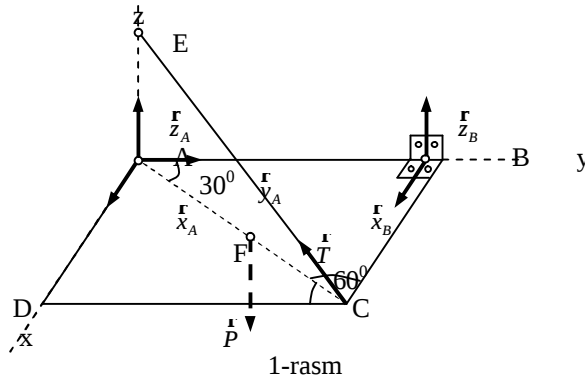
$$T_A = \frac{1}{4\sqrt{3}}(R_B - P) = 1,15N, \quad T_B = 2T_A = 2,3N.$$

2.3-masala (И.В.Мешчерский 8.24). Og'irligi $200N$ bo'lgan bir jinsli to'g'ri burchakli rom A sharli sharnir va B xalqa yordami bilan devorga biriktirilgan bo'lib, uni CE arqon gorizontol holda ushlab turadi, arqon devorning A bilan bir vertikalidagi E nuqtasiga qoqilgan mixga va romning C nuqtasiga bog'langan; $\angle ECA = \angle BAC = 30^\circ$. Arqondagi tortilish kuchi va tayanchlardagi reaksiyalar aniqlansin (1-rasm).

Berilgan: $P=200$, $\angle ECA = \angle BAC = 30^\circ$.

Topish kerak: $x_A, y_A, z_A, x_B, z_B, T$.

Yechish. Koordinatalar sistemasini 121-shaklda tasvirlangan. Bog‘lanish reaksiyalarini shaklda ko‘rsatilganday qilib olamiz.



(5.8.2) va (5.8.3) tenglamalar sistemasini tuzamiz

$$R_x = \sum_{i=1}^7 F_{ix} = x_A + x_B - T \cos 30^\circ \cos 60^\circ = 0,$$

$$R_y = \sum_{i=1}^7 F_{iy} = y_A - T \cos 30^\circ \cos 30^\circ = 0, \quad (a)$$

$$R_z = \sum_{i=1}^7 F_{iz} = z_A + z_B + T \cos 60^\circ - P = 0;$$

$$M_x = \sum_{i=1}^n (y_i F_{iz} - z_i F_{iy}) = \frac{b}{2}(-P) + bT \cos 60^\circ + b \cdot z_B = 0$$

$$M_y = \sum_{i=1}^n (z_i F_{ix} - x_i F_{iz}) = -\frac{a}{2}(-P) - aT \cos 60^\circ = 0 \quad (b)$$

$$M_z = \sum_{i=1}^n (x_i F_{iy} - y_i F_{ix}) = -bx_B = 0,$$

bu yerda a va b lar romning o‘lchamlari. Tenglamalarni sodda holga keltirib yozamiz

$$\begin{cases} x_A + x_B - \frac{\sqrt{3}}{2}T = 0; & y_A - \frac{3}{4}T = 0; \\ z_A + z_B + \frac{1}{2}T - P = 0; & z_B + \frac{1}{2}T - \frac{1}{2}P = 0; \\ \frac{1}{2}T - \frac{1}{2}P = 0; & x_B = 0. \end{cases} \quad (c)$$

Bu sistemani yechib, noma‘lumlarni topamiz

$$x_B = 0, \quad T = P = 200N, \quad z_B = \frac{1}{2}(P - T) = 0,$$

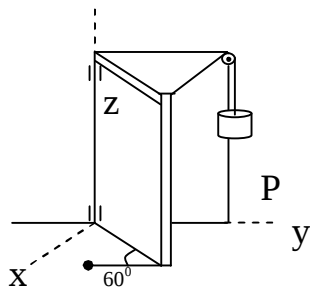
$$z_A = P - z_B - \frac{1}{2}T = 100N, \quad y_A = \frac{3}{4}T = 150N,$$

$$x_A = \frac{\sqrt{3}}{4}T - x_B = 86,6N.$$

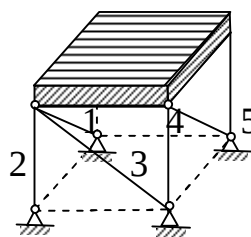
3.Darsda mustaqil yechish uchun masala va topshiriqlar

1. AB aylanish o‘qi vertikal bo‘lgan to‘g‘ri burchakli eshik $CAD=60^\circ$ burchakka ochilgan, uni shu vaziyatda ikki arqon ushlab turadi. CD arqon blokdan o‘tkazilgan bo‘lib, uni $P=320N$ yuk tortib turadi, ikkinchisi EF arqon polning F nuqtasiga bog‘langan. Eshikning og‘irligi $640N$; uning eni $AD=AC=1,8m$; balandligi

AB=2,4m. Blokdagi ishqalanishni hisobga olmay, EF arqonning tortilish kuchi T hamda A nuqtadagi silindrik sharnirning va B nuqtadagi podshipnikning reaksiyalari aniqlansin.



1-masala

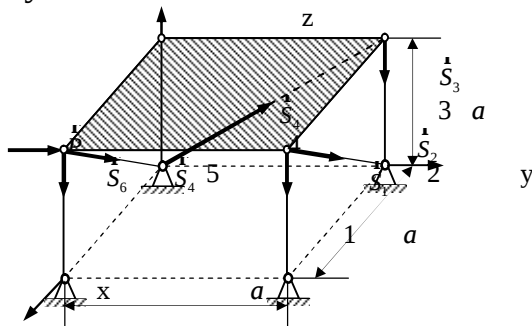


2-masala

2. To'g'ri burchakli parallelepiped shaklidagi bir jinsli gorizontall plita oltita to'g'ri chiziqli sterjenlar bilan qo'zg'almas qilib erga biriktirilgan; plitaning og'irligi R ga teng. Agar sterjenlarning uchlari plita va qo'zg'almas asoslarga sharnirlar bilan biriktirilgan bo'lsa, plitaning og'irligi ta'sirida sterjenlarda hosil bo'ladigan zo'riqlashlarni aniqlang.

2.5-masala (И.В.Мещерский 8.28). ABCD kvadrat plitaning BD tomoni bo'ylab gorizontall P kuch ta'sir qilsa, uni ushlab turadigan oltita tayanch sterjenlardagi zo'riqlashlarni aniqlansin. O'lchamlar shaklda ko'rsatilgan (3-shakl).

Yechish. Uchlari sharnir bilan biriktirilgan og'irligi hisobga olinmaydigan sterjenlarning reaksiya kuchlari shu sterjenlar bo'ylab yo'nalgan bo'ladi. Reaksiya kuchlarini shaklda tasvirlab olamiz. Koordintalar sistemasini shaklda ko'rsatilganday qilib tanlaymiz.



Muvozanat tenglamalarini tuzamiz

$$\sum_{i=1}^8 F_{ix} = -S_2 \cos 45^\circ - S_5 \cos 45^\circ = 0,$$

$$\sum_{i=1}^8 F_{iy} = P + S_4 \cos 45^\circ = 0,$$

$$\sum_{i=1}^8 F_{iz} = -S_1 - S_2 \cos 45^\circ - S_3 + S_4 \cos 45^\circ - S_5 \cos 45^\circ - S_6 = 0,$$

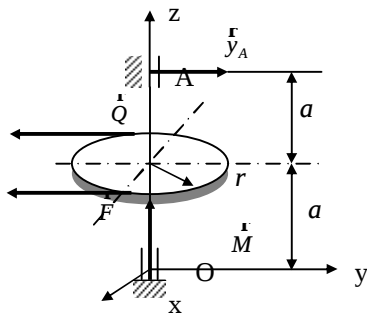
$$\sum_{i=1}^8 \text{mom}_x(\vec{F}_i) = S_1 a + S_2 a \cos 45^\circ - P \cdot a = 0,$$

$$\sum_{i=1}^8 \text{mom}_y(\vec{F}_i) = S_1 a + S_6 a = 0, \quad \sum_{i=1}^8 \text{mom}_z(\vec{F}_i) = S_2 a \cos 45^\circ - P \cdot a = 0.$$

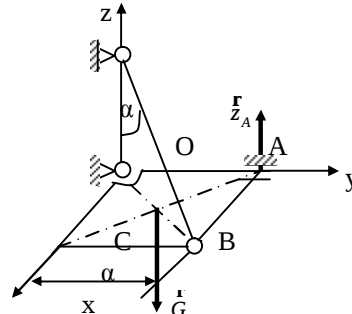
Bu tenglamalar sistemasini yechib, noma'lumlarni topamiz

$$S_2 = -\sqrt{2}P, \quad S_1 = P - \frac{\sqrt{2}}{2}S_2 = 2P, \quad S_4 = -\sqrt{2}P, \\ S_5 = \sqrt{2}P, \quad S_6 = -2P, \quad S_3 = -P.$$

3.Darsda mustaqil yechish uchun masala va topshiriqlar



3-masala

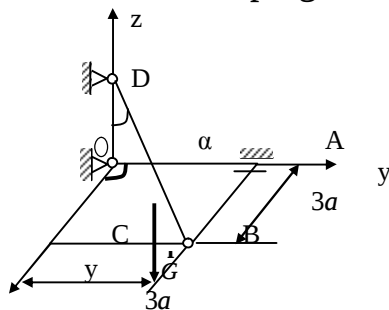


4-masala

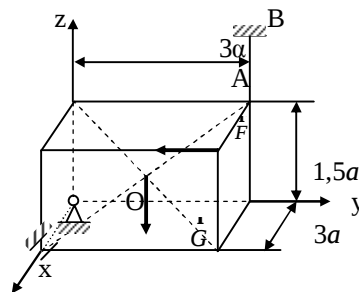
3. Shkivga qo'yilgan $F=2Q=120N$ kuchlar momenti $M=18Nm$ ga teng bo'lgan juft kuch bilan muvozanatlashadi. Ox o'qiga nisbatan momentlar tenglamasini tuzib, A podshipnikning y_A reaksiyasini aniqlang.

4. Bir jinsli kvadrat rom $G=140N$ og'irlik kuchi va bog'la-nishlar reaksiyalari ta'sirida gorizontal holatda ushlab turiladi. OB o'qqa nisbatan momentlar tenglamasini tuzib, A sharnirning z_A reaksiyasini toping. Romning tomonlari $a=0,5m$ va $\alpha=60^\circ$.

5. Og'irligi $G=30N$ bo'lgan bir jinsli OABC plita O va A sharnirlar hamda BD tros bilan gorizontal holatda ushlab turila-di. Agar $\alpha=60^\circ$; $a=2m$ bo'lsa, trosning tortilish kuchini toping.

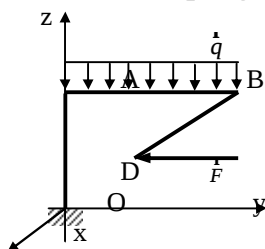


5-masala

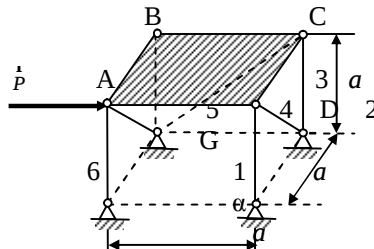


6-masala

6. Og'irligi $G=11kN$ bo'lgan jism bog'lanishlar va $F=3kN$ kuch ta'sirida muvozanatda turadi. Ox o'qiga nisbatan momentlar tenglamasini tuzib, AB trosning tortilish kuchini toping. $a=0,2m$.



7-masala



8-masala

7. Figurali OABD balka muvozanat holatda turadi. Balka-ga $F=1t$ to'plangan kuch va $q=2t/m$ taqsimlangan kuch ta'sir qiladi. Agar $OA=1,7m$, $AB=2m$, $BD=3,4m$

va $BD \parallel Ox$ bo'lsa, O nuqtalardagi bog'lanishning Oz o'qi bo'ylab yo'nalgan tuzuvchisini toping.

8. ABCD kvadrat plitaning BD tomoni bo'ylab gorizontaal P kuch ta'sir qilsa, uni ushlab turadigan oltita tayanch sterjenlardagi zo'riqishlar aniqlansin. O'lchovlar shaklda ko'rsa-tilgan.

7-mavzu. QATTIQ JISMLARNING OG'IRLIK MARKAZINI ANIQLASH

Jismning og'irlik markazini aniqlash.

Istalgan qattiq jismni juda kichik zarrachalardan tashkil topgan deb qarash mumkin. Bunday zarrachalarning har biriga vertikal pastga yo'nalgan $R_1, R_2, \dots$ yerga tortilish kuchlari (og'irlik kuchi) ta'sir etadi. Jism barcha zarralari og'irlik kuchlarining teng ta'sir etuvchisi $R = \sum R_n$ jismning og'irlik kuchi deyiladi hamda bu parallel kuchlarning markazi mazkur jismning og'irlik markazi deyiladi.

Jism og'irlik markazining radius-vektori, koordinatalari quyidagi formulalar asosida aniqlanadi:

$$\begin{aligned} \vec{r}_C &= \frac{\sum_{n=1}^n P_n \vec{r}_n}{P}, \\ x_C &= \frac{\sum_{n=1}^n P_n x_n}{P}, \quad y_C = \frac{\sum_{n=1}^n P_n y_n}{P}, \quad z_C = \frac{\sum_{n=1}^n P_n z_n}{P}. \end{aligned} \quad (1)$$

Bunda $\vec{r}_n(x_n, y_n, z_n)$ - zarrachaning radius-vektori; $\vec{r}_s(x_s, y_s, z_s)$ - jism og'irlik markazining radius-vektori.

Jismning og'irlik markazi geometrik nuqtadan iborat bo'lib, ba'zida bu nuqta jismga taalluqli bo'lmasligi ham mumkin.

Agar jism bir jinsli bo'lsa, og'irlik markazi uning qanday materialdan tashkil topganiga bog'liq bo'lmay, faqat geometrik shakliga bog'liq bo'ladi.

Og'irligi R ga teng jism V hajmga ega bo'lsin.

Agar birlik hajmga to'g'ri kelgan og'irlikni g bilan belgilasak, bir jinsli jism uchun $g = \text{const}$ bo'ladi hamda jism g bo'lakchasining og'irligi

$$R_n = g \Delta V_n \quad (2)$$

(2) ni (1) ga qo'yib, hajmga ega bo'lgan jism og'irlik markazining radius-vektori va koordinatalarini aniqlaymiz:

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{n=1}^n g \Delta V_n \cdot \vec{r}_n}{\sum_{n=1}^n g \Delta V_n} = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta V_n \cdot \vec{r}_n}{V}. \quad (3)$$

$$x_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta V_n x_n}{V}, \quad y_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta V_n y_n}{V}, \quad z_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta V_n z_n}{V}, \quad (4)$$

bunda $V = \int DV_n$ butun jism hajmini ifodalaydi.

Xuddi shuningdek, ixtiyoriy sirtga ega bo'lgan plastinkaning og'irlik markazini aniqlash uchun quyidagi formula o'rinli bo'ladi.

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta S_n \vec{r}_n}{S}. \quad (5)$$

$$x_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta S_n x_n}{S}, \quad y_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta S_n y_n}{S}, \quad z_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta S_n z_n}{S}. \quad (6)$$

Bunda S – plastinka sirtining yuzasi, x, y, z esa dS elementar yuzaning koordinatalari.

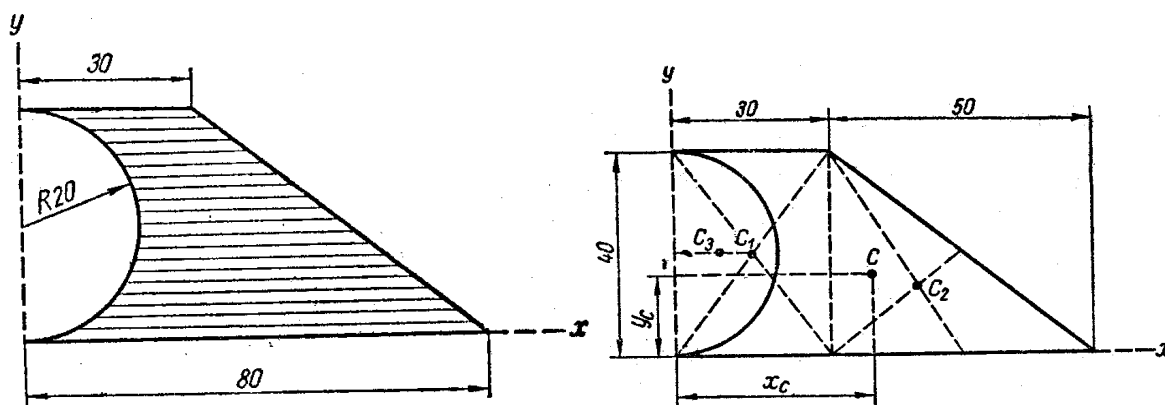
Chiziqning og'irlik markazi quyidagicha aniqlanadi:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta l_n \cdot \vec{r}_n}{L}. \quad (7)$$

$$x_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta l_n x_n}{L}, \quad y_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta l_n y_n}{L}, \quad z_c = \frac{\sum_{n=1}^n \Delta l_n z_n}{L}, \quad (8)$$

bunda l – chiziqning o'zunligi; x, y, z esa dl bo'lakcha koordinatalari.

1 – masala. Rasmda ko'rsatilgan yassi geometrik figuraning og'irlik markazi aniqlansin.



Yechish. Berilgan figuraning og'irlik markazini topish uchun bizga og'irlik markazlari aniq bo'lgan, to'g'ri turtburchak, yarim doira va to'g'ri burchakli uchburchak kabi figuralarga taqsimlab olamiz.

Taqsimlab olingan figuralarning har birining yuzasini a'lohida- a'lohida hisoblab olamiz.

-to'g'ri to'rtburchak yuzasi

$$F_1 = a \cdot v = 40 \cdot 30 = 1200 \text{ cm}^2$$

-to'g'ri burchakli uchburchak yuzasi

$$F_2 = a \cdot v_1 / 2 = 40 \cdot 50 / 2 = 1000 \text{ cm}^2$$

-yarim doira yuzasi

$$F_3 = \pi \cdot r^2 / 2 = 3.14 \cdot 20^2 / 2 = 628 \text{ cm}^2$$

Har bir bo'lakning og'irlik markazlarining koordinatalarini hisoblaymiz.

-to'g'ri to'rtburchak uchun $X_1 = 30/2 = 15 \text{ sm}$

$$U_1 = 40/2 = 20 \text{ sm}$$

-to'g'ri burchakli uchburchak

$$X_2 = 30 + 50/3 = 46,7 \text{ sm}$$

$$U_2 = 40/3 = 13,3 \text{ sm}$$

-yarim doira uchun

$$X_3 = 4R / 3\pi = 80 / 3\pi = 8,5 \text{ sm}$$

$$U_3 = 10 \text{ sm}$$

Berilgan figura uchun umumiy og'irlik markazi quyidacha hisoblaymiz.

$$X_{o.m.} = 59362 / 1572 = 37,8 \text{ sm}$$

$$U_{o.m.} = 24700 / 1572 = 15,7 \text{ sm}$$

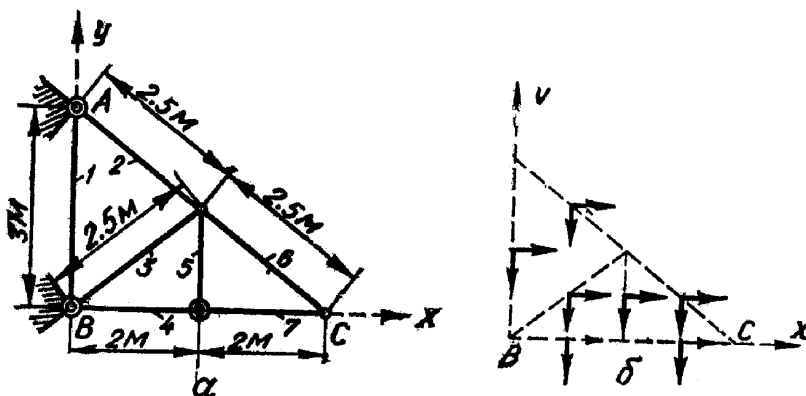
Hisoblangan koordinatalar bo'yicha figuraning og'irlik markazini aniqlaymiz.

Hisoblangan qiymatlarni jadvalga kiritamiz.

1- jadval

Jism raqami	$F_i, \text{ sm}$	$X_i, \text{ sm}$	$Y_i, \text{ sm}$	$S_{iy} = F_i X_i, \text{ sm}$	$S_{ix} = F_i Y_i, \text{ sm}$
1	1200	15	20	1800	24000
2	1000	46.7	13.3	46700	13300
3	-628	8.5	20	-5338	-12700
Σ	1572	-	-	59362	24700

2 – masala. Yassi ferma og'irlik markazining koordinatalari topilsin. Ferma yettita sterjendan tuzilgan bo'lib, ularning uzunliklari rasmda ko'rsatilgan. Hamma sterjenlarning har bir metrining og'irligi bir xil.



Yechish. Tekshirilayotgan yassi fermaning hyech qanday simmetriya o'qi bo'lmagani uchun og'irlik markazining ikkita koordinatasini topish kerak.

Ferma bir jinsli yettita sterjendan iborat, ularning uzunlik birliklari og'irligi bir xil bo'lgani uchun, har qaysisining og'irligi o'z uzunligiga proporsional hamda ularning o'rtasiga qo'yilgan.

Koordinata o'qlarini rasmda ko'rsatilgandek yo'naltiramiz va tekis fermaning og'irlik markazining koordinatalarini topamiz:

$$x_M = \frac{\sum_{i=1}^7 L_i x_i}{\sum_{i=1}^7 L_i}, \quad y_M = \frac{\sum_{i=1}^7 L_i y_i}{\sum_{i=1}^7 L_i}.$$

Hamma kuchlar B_x o'qni kesib o'tadigan B_y o'qqa parallel bo'lgani uchun yuqoridagi tenglamalarning suratini hisoblashda shakl tekisligiga tik B_z o'qqa nisbatan moment olamiz. Kuchlarning hammasini bir tomonga bir xil burchakka (bizning misolda 90° ga) bursak, jadvaldagi qiymatlar o'zgarmaydi, x_M va y_M larni topish uchun kerak bo'ladigan hamma kattaliklarni quyidagi jadvalga kiritamiz:

Sterjen-larning tartib nomeri	Sterjenlarning uzunligi L_i , m hisobida	Har qaysi sterjen og'irlik markazining koordinatalari, m hisobida		B_z o'qqa nisbatan olingan kuch momentlari	
		x_i	y_i	Kuchlar vertikal bo'lganda L_i, x_i	Kuchlar gorizontal bo'lganda L_i, x_i
1	3	1	1,5	0	4,5
2	2,5	1	2,25	2,5	5,63
3	2,5	1	0,75	2,5	1,87
4	2	1	0	2	0
5	1,5	2	0,75	3	1,13
6	2,5	3	0,75	7,5	1,87
7	2	3	0	6	0
	$\sum_{i=1}^7 L_i = 16$			$\sum_{i=1}^7 L_i x_i = 23,5$	$\sum_{i=1}^7 L_i y_i = 15$

Topilgan qiymatlarni yuqoridagi tenglamalarga qo'ysak, quyidagilar kelib chiqadi:

$$x_M = \frac{23,5}{16} = 1,47 \text{ m}, \quad y_M = \frac{15}{16} = 0,94 \text{ m}.$$

Foydalanilgan asosiy adabiyotlar ro'yxati

1. Xusanov Q. Nazariy mexanika (statika, kinematika). Toshkent -2012
2. To'rayev H.T., Tilavov A. Nazariy mexanika statika .Samarqand -2006
3. Bahodirov G'., Xusanov Q. Nazariy mexanika fanidan topshiriqlar to'plami. Toshkent -2010
4. Shoobidov S.H. ba boshqalar. Nazariy mexanika. (statika, kinematika) Toshkent - 2007
5. Ahmadxojaev B. Nazariy mexanika. O'quv qo'llanma. Toshkent -2009
6. Nazariy mexanikadan kurs ishlari uchun topshiriqlar to'plami. - T. «O'qituvchi», 2002.
7. Rashidov T.R., Sh.Shoziyotov, K.B.Muminov. Nazariy mexanika. – T:1990 y.
8. М.Г.Ўрозбоев, Назарий механика асосий курси, Ташкент, «Ўқитувчи», 1966.
9. Бухгольц Н.И. Основной курс теоретической механики. 1, 2 ч. – М: 1976 г.
10. И.В.Мешчерский, Назарий механика масалалар тўплами, Тошкент, «Ўқитувчи», 1989.

Qo'shimcha adabiyotlar

1. Yaxyoyev M.S., Mo'minov B. “Nazariy mexanika”. Toshkent, “O'qituvchi”, 1990.
2. Butenin N.V., Luns Ya.L., Merkin D.R.. Kurs teoreticheskoy mexaniki, 4-ye izd., pererab. i dop. -M., Nauka, 1985. tom.1,2
3. Bat M.I., Djanelidze G.Yu., Kelzon A.S. “Teoreticheskaya mexanika v primerax i zadachax”. 9-ye izd. dop., M., Nauka, 1990, t.1,2.
4. Aziz-Qoriyev S.K., Yangurazov Sh.X. “Nazariy mexanikadan masalalar yechish metodikasi” (Statika va kinematika). Qayta ishlangan 2-nashri. - Toshkent, “O'qituvchi”, 1974.
5. Yablonskiy A.A., Noreyko S.S., Volfson S.A. Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike. 3-ye izd. ispr., M., Visshaya shkola, 1978.
6. Xusanov Q. «Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofida harakati» mavzusi bo'yicha hisob-grafik ishlarini o'rganish uchun metodik ko'rsatma/ - 1993.

Mundarija

1. Tekislikdagi kesishuvchi kuchlarning muvozanati va uch kuch teoremasi.....	3
2. Ikki jismdan iborat qurilmalarning muvozanati	8
3. Tekislikda ixtiyoriy yo'nalgan kuchlar sistemasining muvozanati.....	12
4. Ferma, sterjenlardagi zo'riqishlarni «Tugun kesish» va «Ritter» usullari orqali aniqlash.	20
5. Fazoda kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanati.....	26
6. Fazoda ixtiyoriy yo'nalgan kuchlar sistemasining muvozanati.....	31
7. Qattiq jismlarning og'irlik markazini aniqlash.....	38

