ОБ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ УРАВНЕНИЙ.

Элмуродов Равшан Райимжонович.
Мутахассислик: Дифференциал тенгламалар
(2-босқич)

Аннатация

В работе рассмотривается обратной задаче для уравнения гиперболическо типа и поличена Карлемановские оценки.

Обратные задачи для дифференциальных уравнений состоят в определении коэффициентов или правых частей (источника) по некоторым дополнительным условиям о решении.

Задачи о восстановлении свойств упругой среды по наблюдениям волнового поля на границе области является одной из основных в геофизике. В данной работе рассматривается многомерная постановка этой задачи, которая заключается в отыскании волнового коэффициента c указанного выше оператора по данным Коши в начальный момент времени и на части боковой стенки выпуклого по пространственным переменным цилиндра.

Методика доказательства состоит в выводе оценок карлемановского типа и их применение к обратной задаче.

Нужные карлемановские оценки с весовой функцией ψ получены Л. Хермандером при условиях на ψ типа её псевдовыпуклости.

Единственность и устойчивость коэффициента c выводится на основании полученной оценки карлемановского типа.

Обозначения: $x=(x_0,..,x_n)$-вектор в $R^{n+1}, t=x_0$, $x^{'}=(0,x_{1,..,}x_{n-1})$, $<x,y>=x_0y_0+...+x_ny_n$, B_δ- множество $B\cap\{\psi>0\}$, где ψ-задаваемое ниже функция. N - внешняя нормал к границе области, $\|.\|_{(k)}(Q)$ - норма в пространстве Соболева $W_2^k(Q)$, $|.|^k(Q)$ - норма в пространстве $C^k(Q)$ функций непрерывно дифференцируемых к раз, $\overset{0}{W}{}_2^k$ – замыкание $C_0^\infty(Q)$ по норме $\|\cdot\|_{(k)}(Q)$.

Пусть Ω - область в R^n граница которой состоит из части гиперплоскости $x_n=-d$ и участка S класса C^2 лежащего в слое $-d<x_n\le 0,\ Q=(-T,T)\times\Omega,\ \Gamma=(-T,T)\times S,\ T,\ d$ - некоторые положительные числа $R=\sup|x^{'}|$ по $x'\in\Omega$.

Построим карлемановские оценки для волнового оператора.

$$\Box_C\, u=cu_{tt}-\Delta u,$$

коэффициент которого удовлетворяют условиям $c\in C^1(\overline{Q});\ c>\overline{Q}$.

Определим весовую функцию $\psi(x)$ по формуле

$$\psi(x)=\exp\left[x_n+d\left(1-x_0^2T^{-2}\right)\right]-1$$

Теорема 1. Существует такое число M, зависящее лишь от $|c|^1(\varphi)$ что, если

$$c_{x_n} \cdot T > M\left(1+d^4\right),$$

то с некоторой постоянной K справедлива следующая оценка карлемановского типа

$$\tau\int|\nabla u|^2 e^{2\tau\psi}dx+\tau\int|u|^2 e^{2\tau\psi}dx \le$$
$$\le K\int \square_C u \;\; e^{2\tau\psi}dx,\; \tau \ge K$$

для любой функции $u \in \overset{0}{W}{}_2^2(Q_0)$.

Теорема 1 выводится из известных карлемановских оценок Л. Хёрмандера.

Единственность восстановления коэффициента $c(x)$ мы сведём к вопросу единственности решения (u,q) следующей задачи

$$\square_C u+\sum_{j=1}^{n} a^j u_{x_j} + a u = p q \text{ на } Q,$$
$$u=0,\;\; u_N=0 \text{ на } \Gamma_0,\;\; u=0 \text{ на } \{0\}\times\Omega.$$

Теорема 2. Если

$$\rho > 0 \text{ на } \{0\}\times\overline{\Omega}, \qquad \rho,\ \rho_t \in C^1\left(\overline{Q}\right),\ \square_C \rho_t \in C\left(\overline{Q}\right),$$

выполнены условия теоремы 1 и $u,\ u_t \in W_2^2(Q)$, то $u=0,\ q=0$ на Q_0 .

Теорема 2 доказана автором [1], при условии, когда волновой коэффициент удовлетворяет дополнительному условию $c_t = 0$.

Литература:

1. Агмон С, Дуглис А., Ниренберг Л. Оценки решений эллиптических уравнений вблизи границы М: ИЛ. 1962.-205 с..
2. Салахиддинов М.С. Уравнения смешанно-составного типа. Ташкент: Фан.1974.-156с.
3. Хайдаров А. Карлемановские оценки и обратные задачи для гиперболических уравнений второго порядка //Матем. сборник. 1986. Т. 130. №2 с. 265 – 274.

Илмий раҳбар: **м-ф.д. проф. А. Ҳайдаров**