

BOG'LANISH ZICHLIGI O'LCHOVI

Xushmatova Nilufar

Mutahasislik: Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika

2 bosqich

Annotatsiya: *Ishda ikki miqdor (o'zgaruvchi) orasidagi chiziqli bo'lmagan korrelyatsion bog'lanish zichligini baholash uchun xizmat qiladigan xarakteristikalar o'rganilgan.*

Regressiya usuli deb nomlanuvchi usul o'zgaruvchan belgilar orasidagi bog'lanishni aniqlash imkonini beradi. Biroq, korrelyatsion bog'lanishlarni o'rganishda bog'liqlik miqdorini (zichligini) baholash zaruriyati tug'iladi [1 – 2].

Bog'liqlik miqdorini qaysi ko'rsatkich yordamida baholash mumkin? Asos qilib o'zgaruvchanlikning umumiy ko'rsatkichi – σ_y^2 umumiy (to'la) dispersiyani olamiz. σ_y^2 umumiy dispersiyani m_y bosh o'rtacha qiymatga nisbatan Y belgining dispersiyasi deb atashga kelishib olamiz. Dispersion analizdan ma'lumki, umumiy dispersiyani ikkita tashkil etuvchiga yoyib yozish mumkin, ularning har biri omillardan birining ta'sirini xarakterlaydi. σ_y^2 dispersiyani xuddi shunday ikkita tashkil etuvchiga yoyish mumkin, ulardan biri berilgan X omillarning Y ga ta'sirini, ikkinchisi boshqa omillarning ta'sirini xarakterlaydi. Boshqa omillarning ta'siri qancha kam bo'lsa, bog'lanish shuncha zich bo'lishi ravshan. σ_y^2 ni quyidagi ko'rinishda tasvirlaymiz:

$$\sigma_y^2 = M(Y - m_y)^2 = M[Y - \bar{y}(X)]^2 + M[\bar{y}(X) - m_y]^2. \quad (1)$$

Birinchi qo'shiluvchini $\sigma_{y/x}^2$ orqali belgilaymiz. Bu Y o'zgaruvchining $\bar{y}(X)$ nazariy regressiya chizig'iga nisbatan dispersiyasi; y boshqa omillar deb ataluvchi omillarning Y ga ta'sirini o'lchaydi.

σ_y^2 ni haqiqatan ham, ikkita shunday qo'shiluvchilarga yoyib yozish mumkinligini ko'rsatamiz:

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= M(Y - m_y)^2 = M[Y - \bar{y}(X) + \bar{y}(X) - m_y]^2 = M[Y - \bar{y}(X)]^2 + \\ &+ M[\bar{y}(X) - m_y]^2 + 2M(Y - \bar{y}(X))(\bar{y}(X) - m_y) \end{aligned}$$

Soddalik uchun taqsimotni diskret deymiz. U holda

$$\begin{aligned} M(Y - \bar{y}(X))(\bar{y}(X) - m_y) &= \sum_x \sum_y (y - \bar{y}(x))(\bar{y}(x) - m_y) p(x, y) = \\ &= \sum_x (\bar{y}(x) - m_y) p(x) \sum_y (y - \bar{y}(x)) p(y/x) \end{aligned}$$

bo'ladi. Har qanday x da

$$\sum_y (y - \bar{y}(x)) p(y/x) = \sum_y y p(y/x) - y(x) \sum_y p(y/x) = \bar{y}(x) - \bar{y}(x) = 0$$

bo'lganidan

$$M(Y - \bar{y}(X))(\bar{y}(X) - m_y) = 0$$

bo'ladi.

Shunday qilib (1) tenglik o'rinli. (1) tenglikdagi ikkinchi qo'shiluvchi X omillarning Y ga ta'sirini baholar ekan, u holda X va Y orasidagi bog'lanish zichligini baholash uchun undan foydalanish mumkin bo'ladi. Bog'lanish zichligi umumiy dispersiya σ_y^2 birligida baholash qulay, ya'ni

$$\frac{M[\bar{y}(X) - m_y]^2}{\sigma_y^2}$$

nisbatni qarash qulay. Bu miqdor odatda $\eta_{y/x}^2$ orqali belgilashadi va Y ning X ga nazariy korrelyatsion nisbati deb ataladi. Shunday qilib,

$$\eta_{y/x}^2 = \frac{M(\bar{y}(X) - m_y)^2}{\sigma_y^2} = \frac{\delta_{y/x}^2}{\sigma_y^2} \quad (2)$$

(1) tenglikning har ikkala tomonini σ_y^2 ga bo'lib,

$$\frac{\sigma_y^2}{\sigma_y^2} = (\sigma_{y/x}^2 + \delta_{y/x}^2) / \sigma_y^2$$

ni yoki

$$1 = \sigma_{y/x}^2 / \sigma_y^2 + \eta_{y/x}^2$$

ni hosil qilamiz.

Oxirgi formuladan $\eta_{y/x}^2$ uchun boshqacha ifodani hosil qilamiz:

$$\eta_{y/x}^2 = 1 - \sigma_{y/x}^2 / \sigma_y^2 \quad (3)$$

$\sigma_{y/x}^2 \leq \sigma_y^2$ bo'lganidan $\sigma_{y/x}^2$ miqdor σ_y^2 ning tarkibiy qismi bo'ladi, u holda (3) tenglikdan $\eta_{y/x}^2$ ning qiymatlari nol bilan bir orasida yotishi kelib chiqadi.

Qilingan barcha xulosalar $\eta_{y/x}^2$ uchun ham o'rinli bo'ladi. (3) tenglikdan $\sigma_{y/x}^2 = 0$ bo'lsagina, $\eta_{y/x}^2 = 1$ bo'lishi kelib chiqadi, ya'ni boshqa omillarning ta'siri bo'lmaydi. Bu holda X va Y orasida funksional bog'lanish mavjud bo'ladi.

So'ngra (3) tenglikdan faqat $\bar{y}(X)=const$ bo'lgandagina $\eta_{y/x}^2=0$ bo'lishi kelib chiqadi, ya'ni Y ning X bo'yicha regressiya chizig'i taqsimot markazi orqali o'tuvchi gorizontaal to'g'ri chiziq bo'ladi. Bu holda Y o'zgaruvchi X bilan korrelyatsion bog'lanmagan, ya'ni korrelyatsion bo'ladi. $\eta_{y/x}^2$ qanday xossalarga ega bo'lsa, $\eta_{y/x}^2$ ham shu xossalarga ega bo'ladi.

Korrelyatsionlikni bog'liqsizlik bilan aralashtirib bo'lmaydi: agar $\eta_{y/x}^2=0$ bo'lsa, u holda Y o'zgaruvchi X ga bo'liq bo'lishi mumkin, ammo – lekin shartli taqsimotlar markazi o'zgarmaydi, shartli dispersiya esa o'zgaradi.

Ko'pincha

$$\eta_{y/x} = \sqrt{\eta_{y/x}^2} = \frac{\delta_{y/x}}{\sigma_y} \quad (4)$$

miqdordan foydalaniladi.

U manfiy bo'lishi mumkin emas. $\eta_{y/x}$ (yoki $\eta_{x/y}$) miqdorlarning qiymatlari ham noldan birgacha bo'lgan oraliqda yotishi mumkin. Bu (4) formuladan ko'rinib turibdi.

Adabiyotlar.

1. Gmurman V.E. "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika", Toshkent, "O'qituvchi", 1977.
2. Sultonova M.M. "Variatsion statistika", Toshkent, "O'qituvchi", 1977.

Ilmiy rahbar:

dots.Ya.M.Xusainov

Magistrantlarning XIV ilmiy konferensiyasi materiallari-2015