

# Asboblari ishonchsiz bo'lgan rad qilishli sistemada holatlarning statsionar ehtimollari.

*Tog'ayev Odil Nurmuminovich*

*Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika 2-bosqich*

**Annotatsiya**

Statsionarlik shartida ommoviy xizmat ko'rsatish sistemasining bo'lishi mumkin bo'lgan holatlari ehtimollarini aniqlash uchun formulalar topilgan.

Rad qilishli ommoviy xizmat ko'rsatish sistemasiga ega bo'laylik. Ammo [1,2] da o'rganilgan xollardan farqi, buyerda sistemaga kelgan talab faqat hamma asbob xizmat ko'rsatish bilan band bo'lganholda rad qilinmasdan balki asboblarning bir qismi xizmat ko'rsatish bilan band, qolganlari esa tamirlanish holatida bo'lganida ham rad qilinadi.

Faraz qilaylik, xizmat ko'rsatuvchi sistema  $n$  ta bir xil asbobda tashkil topgan bo'lsin. Bu asboblarning o'zlariga xizmat ko'rsatish zaruriyati tug'lsa, ularni tartibga keltirish uchun  $m$  ta ishchidan iborat brigada mavjud. Bitta ishchi bir vaqtning o'zida faqat bitta asbobga xizmat ko'rsatadi. Sistemaning asboblari ko'p marta (takror-takror) ishlatiladigan buyumlar bo'ladi. So'ngra bu asboblar xizmat ko'rsatuvchi ishchilar tomonidan yana tiklanadi, u vaqtda ham ordinarlik ham tasirsizlik ham statsionarlik xossalariga ega bo'ladigan ishdan chiqqan asboblar oqimi kuzatiladi. Shuning uchun ishdan chiqqan asboblar oqimi  $q$  parametrli (intensivlikli) eng oddiy oqim deb hisoblash mumkin bo'ladi. Asbobnizuzatish (tamirlash, sozlash) uchun zarur bo'ladigan vaqt  $\gamma$  parametrli ko'rsatkichli qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor.

O'z navbatida xizmat ko'rsatilishi uchun talablarning  $\lambda$  parametirli eng oddiy oqim keladi. Talabga xizmat ko'rsatish vaqti  $\mu$  parametrli ko'rsatkichli qonun bilan taqsimlangan tasodifiy miqdor.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$P_k(t)$ - $t$  momentda  $k$  ta asbob talablariga xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishi ehtimoli;

$\pi_k(t)$ - $t$  momenda  $k$  ta asbob ishlolmaydigan holatda bo'lishi ehtimoli.

[3] da  $\pi_k(t)$  va  $P_k(t)$  ehtimollar aniqlanadigan differensial tenglamalar hosil qilingan.

$$(1) \quad \begin{cases} \pi'_0(t) = -nq\pi_0(t) + \gamma\pi_1(t), \\ \pi'_k(t) = -[(n-k)q + k\gamma]\pi_k(t) + (n-k+1)q\pi_{k-1}(t) + (k+1)\gamma\pi_{k+1}(t) \\ \quad 1 \leq k < m \text{ bo'lganda,} \\ \pi'_k(t) = -[(n-k)q + m\gamma]\pi_k(t) + (n-k+1)q\pi_{k-1}(t) + m\gamma\pi_{k+1}(t) \\ \quad m \leq k < n \text{ bo'lganda,} \\ \pi'_n(t) = -m\gamma\pi_n(t) + q\pi_{n-1}(t). \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_0'(t) = -\lambda P_0(t)[1 - \pi_n(t)] + (q + \mu)P_1(t), \\ P_k'(t) = -[\lambda(1 - P_{n-k}(t)) + k(q + \mu)]P_k(t) + \\ + \lambda P_{k-1}(t) \sum_{j=0}^{n-k} \pi_j(t) + (k+1)(q + \mu)P_{k+1}(t), \quad 1 \leq k < n, \\ P_n'(t) = -n(q + \mu)P_n(t) + \lambda \pi_0(t)P_{n-1}(t). \end{cases}$$

(2)

Ishda ommoviy xizmat ko'rsatish sistemasining statsionar holatlarini qaraymiz. Statsionarlik shartida, yani  $t \rightarrow \infty$  da (1) va (2) sestemalar quyidagi algebraik tenglamalar sistemasiga aylanadi:

$$\begin{cases} -nq \pi_0 + \gamma \pi_1 = 0, \\ -[(n-k)q + k\gamma] \pi_k + (n-k+1)q \pi_{k-1} + \\ + (k+1)\gamma \pi_{k+1} = 0, \quad 1 \leq k < m \text{ bo'lganda}, \\ -[(n-k)q + m\gamma] \pi_k + (n-k+1)q \pi_{k-1} + \\ + m\gamma \pi_{k+1} = 0, \quad m \leq k < n \text{ bo'lganda}, \\ -m\gamma \pi_n + q \pi_{n-1} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} -\lambda P_0(1 - \pi_n) + (q + \mu)P_1 = 0 \\ -[\lambda(1 - \pi_{n-k}) + k(q + \mu)]P_k + (k+1)(q + \mu)P_{k+1} + \\ + \lambda \sum_{j=0}^{n-k} \pi_j P_{k-1} = 0, \quad 1 \leq k < n \text{ bo'lganda}, \\ -n(q + \mu)P_n + \lambda \pi_0 P_{n-1} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Normallovchi shartlar

$$\sum_{k=0}^n \pi_k = 1, \quad (5)$$

va

$$\sum_{k=0}^n P_k = 1, \quad (6)$$

ko'rinishlarga ega bo'ladi. (3) sistemani yechib,  $\pi_k$  ehtimollar uchun quyidagi formulalarni topamiz:

$$\pi_k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{q}{\gamma}\right)^k \pi_0, \quad 1 < k < m \text{ da}$$

va

$$\pi_k = \frac{n!}{m!m^{k-m}(n-k)!} \left(\frac{q}{\gamma}\right)^k \pi_0 \quad (m \leq k \leq n) \text{ da}$$

bo'ladi.

$\pi_0$  ni normallovchi (5) shartdan foydalanib topiladi. (4) sistemani (6) shart bilan birgalikda ketma-ket yechib,  $P_k$  ehtimollarining qiymatlarini topamiz.

1. Talabning sistemaga tushmaslik ehtimoli

$$P_t = \sum_{s=0}^n P_s \pi_{n-s} \quad \text{ga teng.}$$

2. Xizmat ko'rsatilayotgan talab, kanal ishdan chiqquncha to'la xizmat qilinmasdan sistemadan ketishi ehtimoli

$$P_{rad} = \frac{q \sum_{k=1}^n k P_k}{\lambda}$$

ga teng.

Bu yerdan talabga sistemaning xizmat ko'rsatishni rad qilishi umumiy ehtimoli

$$P_{rad} = P_t + P_{tx} = \sum_{s=0}^n P_s \pi_{n-s} + \frac{q \sum_{k=1}^n k P_k}{\lambda} \quad \text{ga teng.}$$

3. Talabning xizmat qilinishi ehtimoli

$$P_{xiz} = 1 - P_{rad}$$

ga teng.

4. Band bo'lgan kanallar sonining matematik kutilmasi

$$M_b = \sum_{k=1}^n k P_k$$

bog'lanishda aniqlanadi.

5. Ishlamaydigan holatda bo'lgan buzuv kanallarning o'rtacha soni

$$M_i = \sum_{s=1}^n s \pi_s$$

ga teng.

Bu yerdan xizmat ko'rsatish bilan band bo'lmagan, ishlaydigan kanallarning o'rtacha soni

$$M = n - M_b - M_i$$

formuladan aniqlanadi.

$n = 1$  va  $m = 1$  bo'lgan xususiy holda, yani bir kanalli sistema uchun  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $\pi_0$  va  $\pi_1$  ehtimollarning juda sodda formulalarini hosil qilamiz:

$$\pi_0 = \frac{\gamma}{q+\gamma}, \quad \pi_1 = \frac{q}{q+\gamma}, \quad P_0 = \frac{q+\mu}{q+\mu+\frac{\lambda\gamma}{q+\gamma}}, \quad P_1 = \frac{\lambda\gamma}{(q+\gamma)(q+\mu)+\lambda\gamma}.$$

6. Kanal yo xizmat ko'rsatish bilan band yoki buzuv bo'lishi ehtimoli

$$P = P_1 + \pi_1 = \frac{q}{q+\gamma} + \frac{\lambda\gamma}{(q+\gamma)(q+\mu)+\lambda\gamma}$$

ga teng.

## Adabiyot

1. Гнеденко Б.В. Коволенко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания, М. Наука, 1987.

2. Венцель Е. Теория вероятностей. М. Наука, 1999

3. Xusainov Ya. M., Tog'ayev O. Asboblari ishonchsiz rad qilishli xizmat ko'rsatish sistemasi. Matematika va uni zamonaviy pedagogik texnologiyalar yordamida o'qitish muammolari. Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi materiallari Navoiy-2015, 178-181b

**Ilmiy rahbar: dots. Xusainov Ya.M.**