

**Mavzu: Asboblari ishonchsiz rad qilishli xizmat ko'rsatish sistemasi.**

***Tog'ayev Odil Nurmuminovich***

***Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika 2-bosqich***

**Annotatsiya**

Ishda sistemaning mumkin bo'lgan holatlari ehtimollari aniqlanadigan differensial tenglamalar tuzilgan .

Rad qilishli ommoviy xizmat ko'rsatish sistemasiga ega bo'laylik. Ammo [1,2] da o'rganilgan xollardan farqi, buyerda sistemaga kelgan talab faqat hamma asbob xizmat ko'rsatish bilan band bo'lganholda rad qilinmasdan balki asboblarning bir qismi xizmat ko'rsatish bilan band, qolganlari esa tamirlanish holatida bo'lganida ham rad qilinadi.

Faraz qilaylik, xizmat ko'rsatuvchi sistema  $n$  ta bir xil asbobda tashkil topgan bo'lsin. Bu asboblarning o'zlariga xizmat ko'rsatish zaruriyati tug'lsa, ularni tartibga keltirish uchun  $m$  ta ishchidan iborat brigada mavjud. Bitta ishchi bir vaqtning o'zida faqat bitta asbobga xizmat ko'rsatadi. Sistemaning asboblari ko'p marta (takror-takror) ishlatiladigan buyumlar bo'ladi .So'ngra bu asboblar xizmat ko'rsatuvchi ishchilar tomonidan yana tiklanadi, u vaqtda ham ordinarlik ham tasirsizlikham statsionarlik xossalariga ega bo'ladigan ishdan chiqqan asboblar oqimi kuzatiladi. Shuning uchun ishdan chiqqan asboblar oqimi  $d$  parametrli (intensvlikli) eng oddiy oqim deb hisoblash mumkin bo'ladi. Asbobnituzatish (tamirlash,sozlash ) uchun zarur bo'ladigan vaqt  $\gamma$  parametrli ko'rsatkichli qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor.

O'z navbatida xizmat ko'rsatilishi uchun talablarning  $\lambda$  parametirli eng oddiy oqim keladi.Talabga xizmat ko'rsatish vaqti  $\mu$  parametrli ko'rsatkichli qonun bilan taqsimlangan tasodifiy miqdor.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$P_k(t)$ - $t$ momentda  $k$  ta asbob talablariga xizmat ko'rsatish bilan band bo'lishi ehtimoli;

$\pi_k(t)$ - $t$  momendak  $k$  ta asbob ishlolmaydigan holatda bo'lishi ehtimoli.

**Teorema.**Kiritilgan ehtimollar quyidagi defferensial tenglamalar sestemasini qanoatlantiradi.

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi'_0(t) = -nq\pi_0(t) + \gamma\pi_1(t), \\ \pi'_k(t) = -[(n-k)q + k\gamma]\pi_k(t) + (n-k+1)q\pi_{k-1}(t) + (k+1)\gamma\pi_{k+1}(t) \\ \quad 1 \leq k < m \text{ bo'lganda,} \\ \pi'_k(t) = -[(n-k)q + m\gamma]\pi_k(t) + (n-k+1)q\pi_{k-1}(t) + m\gamma\pi_{k+1}(t) \\ \quad m \leq k < n \text{ bo'lganda,} \\ \pi'_n(t) = -m\gamma\pi_n(t) + q\pi_{n-1}(t). \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_0'(t) = -\lambda P_0(t)[1 - \pi_n(t)] + (q + \mu)P_1(t), \\ P_k'(t) = -\left[\lambda(1 - P_{n-k}(t)) + k(q + \mu)\right]P_k(t) + \\ + \lambda P_{k-1}(t) \sum_{j=0}^{n-k} \pi_j(t) + (k+1)(q + \mu)P_{k+1}(t), \quad 1 \leq k < n, \\ P_n'(t) = -n(q + \mu)P_n(t) + \lambda \pi_0(t)P_{n-1}(t). \end{array} \right.$$

**Isbot.**  $\pi_0(t + \Delta t)$  ehtimolnitopamiz. Bu quyidagi ehtimollar yig'indisiga teng:

$-t$  momentda hamma asbob ishchi holida bo'sh turgan,  $\Delta t$  vaqt ichida esa ular ishdan chiqmagan bo'lishi ehtimoli

$$\pi_0(t)(1 - qn\Delta t);$$

$-t$  momentda bitta asbob ishlaydigan holatda bo'lgan,  $\Delta t$  vaqt ichida esa u tamirlanib ishlaydigan holatga keltirilgan bo'lishi ehtimoli

$$\pi_1(t)\gamma\Delta t;$$

demak ,

$$\pi_0(t + \Delta t) = \pi_0(t)(1 - qn\Delta t) + \gamma\pi_1(t)\Delta t.$$

$\pi_0(t)$  nitenglikning chap tomoniga o'tkazamiz:

$$\pi_0(t + \Delta t) - \pi_0(t) = -qn\pi_0(t)\Delta t + \gamma\pi_1(t)\Delta t.$$

Endi bu tenglikning har ikkala tomonini  $\Delta t$  ga bo'lib , so'ng  $\Delta t \rightarrow 0$  da limitga o'tsak,

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\pi_0(t + \Delta t) - \pi_0(t)}{\Delta t} = -qn\pi_0(t) + \gamma\pi_1(t),$$

ni hosil qilamiz.

Agar

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\pi_0(t + \Delta t) - \pi_0(t)}{\Delta t} = \pi_0'(t),$$

ekanini e'tiborga olsak, unda yuqoridagi tenglikdan

$$\pi_0'(t) = -qn\pi_0(t) + \gamma\pi_1(t),$$

differensial tenglamaga kelamiz.

$\pi_k(t + \Delta t)$ ,  $1 \leq k < n$  ehtimolini topamiz. Bu quyidagi ehtimollar yig'indisiga teng:

$-t$  momentda  $k$  ta asbob ishlaydigan holatda bo'lgan,  $\Delta t$  vaqt ichida esa ular ishlaydigan holiga keltirilgan va qolgan  $(n - k)$  ta asbob ishdan chiqmagan bo'lishi ehtimoli

$$\pi_k(t)[1 - ((n - k)q + k\gamma)\Delta t],$$

$-t$  momentda  $(n - k)$  ta asbob ishlaydigan holatda bo'lgan,  $\Delta t$  vaqt ichida esa ulardan biri ( qaysi biri bo'lishining ahamiyati yo'q) ishdan chiqish ehtimoli .

$$\pi_{k-1}(t)C'_{n-k+1}q\Delta t = \pi_{k-1}(t)(n - k + 1)q\Delta t.$$

$-t$  momentda  $k+1$  ta asbob ishlaydigan holatda bo'lgan,  $\Delta t$  vaqt ichida esa ulardan biri ( qaysi biri bo'lishining ahamiyati yo'q) tiklangan bo'lishi ehtimoli.

$$\pi_{k+1}(t)C'_{k+1}\mu\Delta t = (k + 1)\mu\pi_{k+1}(t)\Delta t.$$

demak,

$$\pi_k(t + \Delta t) = \pi_k(t)[1 - ((n - k)q + k\gamma)\Delta t] + (n - k + 1)q\pi_{k-1}(t)\Delta t + (k + 1)\mu\pi_{k+1}(t)\Delta t.$$

Bundan  $\pi_k(t)$  ehtimol uchun quyidagi differensial tenglamani hosil qilamiz.

$$\pi'_k(t) = -[(n - k)q + k\gamma]\pi_k(t) + (n - k + 1)q\pi_{k-1}(t) + (k + 1)\mu\pi_{k+1}(t).$$

Endi  $\pi_k(t + \Delta t)$  ehtimolni  $m \leq k < n$  bo'lganda topamiz. Bu quyidagi ehtimollar yig'indisiga teng:

- $t$  momentda  $k$  ta asbob ishlaymaydigan holatda bo'lgan,  $\Delta t$  vaqt ichida esa ishchilardan hech biri ishini tugatmagan, qolgan  $(n - k)$  ta asbob ishdan chiqmagan bo'lish ehtimoli

$$\pi_k(t)[1 - (m\gamma + (n - k)q)\Delta t].$$

- $t$  momentda  $(k - 1)$  ta asbob ishlaymaydigan holatda bo'lgan,  $\Delta t$  vaqt ichida esa bitta asbob ishdan chiqish ehtimoli

$$\pi_{k-1}(t)C'_{n-k+1}q\Delta t = (n - k + 1)q\pi_{k-1}(t)\Delta t.$$

- $t$  momentda  $(k + 1)$  ta asbob ishlaymaydigan holatda bo'lgan,  $\Delta t$  vaqt ichida esa ulardan biri tamirlangan bo'lish ehtimoli

$$\pi_{k+1}(t)C'_m\gamma\Delta t = m\gamma\pi_{k+1}(t)\Delta t,$$

demak,  $m \leq k < n$  da

$$\pi_k(t + \Delta t) = \pi_k(t)[1 - (m\gamma + (n - k)q)\Delta t] + (n - k + 1)q\pi_{k-1}(t)\Delta t + m\gamma\pi_{k+1}(t)\Delta t.$$

Bundan quyidagi differensial tenglamani hosil qilamiz:

$$\pi'_k(t) = -[(n - k)q + m\gamma]\pi_k(t) + q(n - k + 1)\pi_{k-1}(t) + m\gamma\pi_{k+1}(t),$$

va nihoyat,  $\pi_n(t + \Delta t)$  ehtimolni topamiz. Bu quyidagi ehtimollar yig'indisiga teng:

- $t$  momentda hamma  $n$  ta asbob ishlaymaydigan holatda bo'lgan,  $\Delta t$  vaqt ichida esa ishchilardan hech biri tamirlashishini tugatmagan bo'lish ehtimoli

$$\pi_n(t)(1 - m\gamma\Delta t),$$

- $t$  momentda  $(n - 1)$  ta asbob ishlaymaydigan holatda bo'lgan,  $\Delta t$  vaqt ichida esa qolgan bitta asbob ham ishdan chiqqan bo'lish ehtimoli

$$q\pi_{n-1}(t)\Delta t,$$

demak,

$$\pi_n(t + \Delta t) = \pi_n(t)(1 - m\gamma\Delta t) + q\pi_{n-1}(t)\Delta t,$$

bundan

$$\pi'_n(t) = -m\gamma\pi_n(t) + q\pi_{n-1}(t),$$

differensial tenglamani hosil qilamiz.

$\pi_k(t)$  ehtimollar uchun differensial tenglamalarni xuddi shunga o'xshash tuzish mumkin.

**Teorema isbot bo'ldi.**

**Adabiyotlar.**

1. Гнеденко.Б.В, Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. М. «Наука» , 1987 г.
2. Венбцель Е.С. Теория вероятностей. «Наука», М. 1999 г.

**Ilmiy rahbar: dots. Xusainov Ya.M.**